

Önsöz

Bu kitap İstanbul Teknik Üniversitesi Makine Fakültesi Tayyare Şubesi öğrencilerine ders kitabı olarak yazılmıştır. Bu öğrenciler daha önceki sömestirlerde Genel mukavemet dersi gördüklerinden, bu kitapta o derslerde bulunan neticelerden istifade olunmuştur.

Biz bu kitapda bilhassa Kayma gerilmeleri ile, Flambaj teorilerine önem verdik, ve mümkün olduğu kadar bunların tayyaredeki tatbikatını belirttik.

Memleketimizde ahşap tayyare malzemesinin her zaman için teminindeki kolaylıklar göz önünde bulundurularak, ve halen fabrikalarımızda, ahşap tayyare imal edildiği düşünülerek, bu çeşit tayyarelerin hesabı için gereken hesap usullerini, tayyare statığı kitaplarındaki itiyadın hilâfına olarak, daha büyük ısrarla tebarüz ettirdik.

Çerçive ve kaburgalardaki eğilme momenti ile, mütemadi yapıların hesabı daha fazla gövdeleri alâkadar ettiğinden, bu bahisleri de gövde kısmı ile beraber koyduk.

Bu ders Tayyare İnşaatı Dersinin bir parçası ve onun tamamlayıcısıdır. Modern Kontrüksiyon tarzı, Boylamasına latalar ve enlemesine kaburgalarla takviye edilmiş madeni saç kaplamalı tayyare olup, bu şekil bütün dünyada Standard kontrüksiyon şekli olarak kabul edilmiştir. Biz bu konular üzerinde ısrarla durduk.

Yarım çekme alanlı Lonjörönlarla, Flambaj teorilerimiz en son referanslara dayanmaktadır. Bu referanslardan istifade etmemiz için bizi bilhassa yönlendirenin Professör J. L. Taylor olduğunu burada belirtmek isteriz.

Bu kitap mükemmel olmamakla beraber, bu konuda memleketimizde yazılan ilk eser olduğundan, bir ihtiyacı karşılayacağını ümmit etmekteyiz.

İçindekiler

Kısım — I

	<u>Sahife</u>
Bölüm — I Giriş	
1. — Tayyare İnşaatının Özelliği	1
2. — Yük katsayıları	2
Bölüm — II İnşaat malzemelerinde Hafiflik katsayısı	
1. — Çekme, Baskı ve Makaslama Hali	5
2. — Eğilme Hali	5
3. — Flambaj Hali	6
4. — Plaklarda Eğilme Hali	7
Bölüm — III Tayyare Malzemelerinin Hassaları	10
1. — Genel Terimlerin Tarifi	10
2. — Yoğunluk	10
3. — Haruri veya Elektrik İletkenlik	10
4. — Isı Tesirile uzanma ve kılalma	10
5. — Fiziksel Deney Terimleri	10
6. — Gerilme	10
7. — Gerilme-Uzama Diyagramı	10
8. — Tipik Gerilme-Uzama diyagramı ve bazı Terimler	11
9. — Rijitlik	13
10. — Düktilite	13
11. — Rezilyans	13
12. — Salabet	14
13. — Malzemenin Sertliği	14
14. — Tayyare Madeni Malzemelerinin Mekanik hassaları	14
Bölüm — IV Tayyarenin Belli Başlı Elemanları	
1. — Kanatlar	18

	Sahife
Bölüm — V Gövdesi Çalışan Madeni Kiriş	21
Bölüm—VI Yarım Çekme Alanlı Lonjörönlər	
1. — Giriş...	27
2. — Yarım Çekme Alanlı Lonjörönlərin Anlaşılması için elementer izahat...	27
3. — Çekme alanlı Kiriş Formüllerinin Çıkarılması...	28
4. — Perçin Yüğü...	30
5. — Gövde Takviyeleri...	30
6. — Taban Eksenel Yüğü ...	31
7. — Eğim Açısının Hesabı.....	32
8. — Wagner Denklemlerinin uçak Hesabında kullanılması için tadili...	33
9. — Kiriş tabanlarının taşıdığı kesme kuvvetinin hesabı	34
10. — Lonjörön gövdesinin taşıdığı V_w kesme kuvveti.	35
11. — Gövdenin taşıdığı kritik V_{cr} kesme kuvveti	37
12. — Düşey takviyelerin yükleri...	37
13. — Tabanları paralel olmayan lonjörön	38
14. — Wagner kirişi elemanlarının grafik usul'ile mukavemetlerinin tayini	39
15. — Tabanlarda çekme alanından ileri gelen Baskı yükü.....	39
16. — Gövde-Taban İrtibatında birim boydaki perçin yükü	41
17. — Çekme alanından ileri gelen taban yanallı hamulesi	43
18. — Çekme alanından ileri gelen tabanlardaki eğilme momenti	45
19. — Takviyelerin efektif kolon uzunluğu	47
20. — Takviyelerdeki baskı gerilmesi.....	47
21. — Makaslama yükü altında Wagner kirişi gövde levhasının daimi deformasyonu ve kırılması	49
22. — Gövde taban irtibatı perçin hattında saçdaki Caiz gerilme	53
23. — Wagner kirişinde tabanın rijitlik katsayısı.....	55
Bölüm—VII Ahşap kirişler	
1. — Ahşap kirişlerin hesabı.....	58
2. — Ağaç Lonjörönlardaki takozların hesabı	63

	Sahife
Bölüm—VIII Deformasyonlar	64
Bölüm—IX Kanat bezlerinin hesabı	65
Bölüm—X Kontrifli kanatlar	
1. — Genel düşünceler	69
2. — Eksenel bir baskı kuvvetile, yan bir kuvvete dayanan bir kirişin elastik eğrisi	70
3. — Eksenel bir baskı kuvveti ile dağılmış bir yüke dayanan bir kirişin elastik eğrisi.....	76
4. — Q kuvvetinin yerine M momenti tatbik edilmesi hali.....	78
5. — Sürekli kiriş hali.....	81
6. — Adedi misal	84
7. — Kontrifli kanatlarda diğer bir hesap usulü.....	91
8. — Her hangi bir yük halindeki moment denklemi..	93
9. — Eksenel çekme yüküne maruz eğilen kirişler	93
10. — Eksenel çekme ve B ucuna M_x momenti tatbik edilmesi hali.....	96
11. — Eksenel çekme ve üniform yan yük	98
Bölüm—XI Çok lonjörönlü kanatlarda lonjörönlərin hesabı	
1. — Hesap usulü	100
2. — Kanat düzlemi içindeki kuvvetler	106
3. — Torsiyon momentinin dağılımı	106
Bölüm—XII Torsiyon	
1. — Genel Düşünceler	114
2. — Silindürel çubuklarda torsiyon	114
3. — Kesiti elips olan silindürlərin burulması	116
4. — Membran analogisi teorisi	117
5. — Bazı şekillerin maksimum burulma gerilemelerile, dönme açıları	121
6. — Açık kesitlerde torsiyon	121
7. — İç bölmesiz kessonlarda torsiyondan ileri gelen kayma gerilmeleri	122
8. — Birim torsiyon açısının hesabı	126
9. — İç bölmeli kessonlarda torsiyon	127
Bölüm—XIII Kombine yükler altında boruların kırılması	
1. — Kombine mukavemet halinde boruların kırılması	132

	<u>Sahife</u>
2. — Kombine baskı ve eğilme yükü hali	133
3. — Emniyet payının genel tarifi	135
4. — Kombine eğilme ve torsiyon	137
5. — Baskı, eğilme, torsiyon kombine yük hali	138
Bölüm—XIV Burulmasız eğilmeye kayma gerilmeleri ve kapalı kesitlerde kayma gerilmeleri akısı	
1. — Genel düşünceler	140
2. — Makaslama merkezi	140
3. — Prizmatik kirişlerde eğilmeden ileri gelen kayma gerilmeleri	140
4. — Kesit içinde meydana gelen kayma gerilmesi akısının yönü	142
5. — Açık kesitlerin makaslama merkezleri	144
6. — Gövdelerinde kayma gerilmeleri akıları sabit olan lonjörönlere	145
7. — Gövdelerinde sabit kayma gerilmesi akısı bulunan açık kesitlerde kesme kuvveti ve makaslama merkezinin tayini	146
8. — Sabit kayma gerilme akılı kesson	148
9. — Kapalı kesitlerde kayma gerilmesi akısı	150
10. — İki flanşlı tek devreli bir kessonda kayma gerilmesi akısı	150
11. — Tek devreli kesson sisteminin birim torsiyon açısının hesabı	154
12. — Çalışan kaplamalı tek devreli bir kessonda kayma gerilmesi akısı	156
13. — İki devreli ve çok flanşlı kessonlarda kayma gerilmesi akısı	158
14. — Üç devreli ve çok flanşlı kessonlarda kayma gerilmesi akısı	166
15. — Hülasa	171
Bölüm—XV Çubuklarda flambaj	
1. — Genel düşünceler	175
2. — Çubukların kırılması	175
3. — Çubukların flambajı	177
4. — Kritik çubuk yüklerini veren Euler denklemi	178
5. — Uzun ve kısa çubuklar	181

	<u>Sahife</u>
6. — Orantılık sınırı üstünde Euler formülünün kullanılması	181
7. — İndirgelenmiş modül teorisi	182
8. — Teget modülü teorisi	185
9. — Johnsonun parabolik formülü	187
10. — Doğrusal denklem	188
11. — Kolonların kararsızlığı	188
12. — Ekzantrik baskı yükü altında flambaj	197
13. — Yükü sabit ve atalet momenti değişken bir çubuğun flambajı	204
Bölüm—XVI Düz ve eğri levhalarda flambaj kritik gerilmeleri	
1. — Genel düşünceler	207
2. — İzotrop düz levhalarda flambaj baskı mukavemetleri	207
3. — İzotrop düz levhaların flambaj kayma gerilmeleri	209
4. — İzotrop saçların eğilmeden ileri gelen flambaj mukavemetleri	212
5. — İzotrop düz saçların kombine yükler altındaki flambaj mukavemeti	212
6. — Dairesel silindirik saçların flambaj mukavemeti	214
7. — İnce cidarlı dairesele silindirlerde eğilmeden ileri gelen flambaj mukavemeti	215
8. — İnce cidarlı eliptik silindirlerde eğilmeden ileri gelen flambaj mukavemeti	215
9. — İnce cidarlı dairesele silindirlerde torsiyondan ileri gelen flambaj mukavemeti	216
10. — İnce cidarlı eliptik silindirlerde torsiyondan ileri gelen flambaj mukavemeti	218
11. — İnce cidarlı dairesele silindirlerin kombine kesme ve eğilme yükleri altındaki mukavemeti	218
12. — İnce cidarlı eliptik silindirlerin kombine kesme ve eğilme yükleri altında mukavemeti	219
13. — İnce cidarlı dairesele ve eliptik silindirlerin kombine eğilme ve torsiyon halindeki mukavemetleri	219
14. — Dairesel silindirlerde kombine eğilme ve baskı yükleri altında mukavemet	220
15. — Eğri levhaların flambaj mukavemeti	221
16. — Eğri levhaların kayma flambaj mukavemeti	221

	<u>Sahife</u>
Takviyeli düz ve eğri saçların baskı kırılma mukavemetleri ve efektif genişlikler	
1. — Genel düşünceler	223
2. — Takviyeli izotrop saçların baskı kırılma mukavemetleri	223
3. — Saç efektif genişliği denklemleri	224
4. — Fischelin efektif genişlik hesabı	226
5. — Efektif genişlik üzerinde elâstik modülü değişiminin tesiri	227
6. — Takviyeli eğri ince saç levhaların baskı kırılma mukavemetleri	228
7. — Takviyeli saç Bölmelerin baskı mukavemeti	228
Bölü—XVIII Açık ve kapalı kesitli kolonların göçme mukavemetleri	
1. — Genel düşünceler	231
2. — Bükülmüş veya haddelenmiş köşebentlerin kritik flambaj mukavemetleri	231
3. — Ü dubl T, ve Z profillerinde mahallî kritik flambaj mukavemetleri	232
4. — Açık kesitlerin kırılma çökme mukavemeti	232
5. — Kapalı kesitlerin kırılma çökme mukavemeti	235

Kısım —II

Bölüm—XIX Gövde

1. — Gövdenin yükü	236
2. — Simetrik yükler	239
3. — Simetrik olmıyan yükler	239
4. — Gövde nakil şekilleri	239

Bölüm — XX Kok gövdelerin hesabı

1. — Genel düşünceler	242
2. — Kaplaması çalışın gövdelerin genel tipleri	242
3. — Mono-kok tip gövdeler	242
4. — Tadil edilmiş Mono-kok gövde	243
5. — Sömi Mono-kok gövdeler	243
6. — Muhtelif Mono-kok tiplerde genel olarak mukavemet hesapları	243

	<u>Sahife</u>
7. — Konsantre takviyeli sömi Mono-kok gövdelerinin hesabı	244
8. — Dağınmık takviyeli sömi Mono-kok gövdelerin hesabı	246
9. — Boylamasına takviyeli bir kessonda efektif atalet karakteristiklerinin hesabı	247
Bölüm—XXI Kafes gövde	
1. — Genel olarak kafesler	249
2. — Düzlem kafesler	255
3. — Ritter Usulü	256
4. — Culman usulü	257
5. — Cremona usulü	257
6. — Simetri ve hiperstatiklik	260
7. — williot poligonu	266
8. — Yer değiştirmelerin düşey bileşeni	270
9. — Kafes zatfiarda eğilme	270
10. — Farazî gövde	272
11. — Farazî gövdenin eğilmesi	275
12. — Farazî gövdede torsiyon	277
13. — Nihayet ucun bağlanmış olması hali	284
14. — Gövdedeki boşluk tesiri	286
15. — Yüzlerin düzlem olmamasının etkisi	289
16. — Virtüel iş prensibi ile kafeslerdeki deplasmanların bulunması	292
17. — Virtüel iş prensibi ile kafes sistemlerinde çubuk açılmal deplasmanlarının hesabı	295
× Bölüm—XXII Çerçeve ve kaburgalarda eğilme momenti	
1. — Çerçeve ve kaburgalar	297
2. — Elâstik ağırlık ve moment ağırlığı	298
3. — Kantilever bir çubuğun defleksiyonları	299
4. — Kapalı çerçevelerle kaburgalardaki hiperstatiklik yükleri	302
5. — M_0 , X_0 , Y_0 miktarlarının bulunması	303
6. — Denklemlerin misal problemlere tatbiki misal—1	308
7. — Misal problem —2	314
8. — Misal problem —3	316
9. — Misal problem —4, simetrik olmıyan çerçeve	318
10. — Tayyare imalinde kullanılan çerçevelerin hesabı	322
11. — Misal problem —5	322

	<u>Sahife</u>
Bölüm—XXIII Moment dağılımı metodu ile mütemadi yapıların hesabı	
1. — Genel püçünceler	329
2. — Üç tesbit momentleri	332
3. — Moment karşılama katsayısı	332
4. — Moment iletme katsayısı	332
5. — Moment dağıtma katsayısı	332
6. — İtibari işaretler	333
7. — Üç tesbit momentlerinin hesabı	334
8. — Moment karşılama ve moment iletme katsayılarının hesabı	337
9. — Uzak ucun F tesbit katsayısına bağlı olarak Moment karşılama ve moment iletme katsayılarının genel ifadeleri	341
10. — Misal problemler	343
11. — Misal problem — 1	344
12. — Moment dağıtma metodunun genel olarak işlemi	345
13. — Misal problem — 2	347
14. — Basitleştirilmiş çözümler	348
15. — Misal problem — 3	349
16. — Mesnetleri defleksiyonlu mütemadi kirişler	350
17. — Mesnet defleksiyonundan ileri gelen uç tesbit momentleri	350
18. — Misal problem — 4	351
19. — Sonuç momentlerin kontrolü	354
20. — Çubukları aynı doğru yönünde olmıyan kafeslerde uç tesbit momentleri	356
21. — Misal problem — 5	356
22. — Misal problem — 6	361
23. — Misal problem — 7	367
24. — Misal problem — 8	371
25. — Değişken atalet momentli mütemadi çubuk yapıları	374
26. — Üç tesbit momentlerinin hesabı	374
27. — Moment iletme katsayısının hesabı	376
28. — Kiriş moment karşılama katsayılarının hesabı	378
29. — Bir ucun serbest bir ucun ankastre olması hali	379
30. — Kirişin iki ucunun serbest olması hali	380
31. — Misal problem — 9	380
32. — Düğüm noktaları yana kayan çerçeveler	385
33. — Misal problem — 9	385

	<u>Sahife</u>
34. — Misal problem — 10	393
35. — Eksenel yükün moment dağıtımına tesiri	397
36. — Sabit kesitli ve eksenel yüke maruz kirişlerde karşılama ve iletme katsayısı ile, uç tesbit momentlerinin hesabı	398
37. — Moment iletme katsayılarının hesabı	399
38. — Moment karşılama katsayılarının hesabı	400
39. — Uc tesbit momentlerinin hesabı	403
40. — Cetveller	415
41. — Eksenel kuvvet ve yana kayma halinde tranşasyondan ileri gelen uç tesbit momentleri	422
42. — Misal problem	423
Bölüm—XXIV Bağlantı parçaları	
1. — Bir kulağa geçirilen civata	428
2. — Ağaçtan geçen civata	429
3. — Perçinli veya civatalı parçaların hesabı	439
4. — Uçak Elemanlarında kaynak	443
5. — Kaynağın madenin esasına tesiri	445
6. — Kaynak eklerinin kabul edilir yükleri	445
7. — Alüminyum alaşımlarının kaynağı	446
İlâveler	
Cetvel — 1 Trigonometrik Berry fonksiyonları	448
Cetvel — 2 Hiperbolik Berry fonksiyonları	457
Cetvel — 3 Radyan cinsinden açılan natürel trigonometrik fonksiyonları	464
Cetvel — 4 $sh(kl)$, $ch(kl)$, $th(kl)$ fonksiyonları	477

Bibliografya

Bu Kitabın yazılışında istifade ettiğimiz eserlerden bazıları

- 1— D. Vellay
Leçon Sur la Resistance des Matériaux Appliqués à l'Aviation
(Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique) Neşriyatından
Paris - 1936
- 2— A. Caquot
Loçons sur la Resistances des Matériaux Tome—1.
(Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautiques) neşriyatından
Paris - 1935
- 3— Fikri Santur
Mukavemeti Ecsam ve Müvazeneti Tersimiyye
İstanbul Yüksek Mühendis Mektebi Neşriyatından.
- 4— S. Timoshenko
Theory of Elastic Stability
Mc GRAW - HILL BOOK COMPANY. Inc New-York, 1936
- 5— S. Timoshenko
Theory of Plates and Shells
Mc GRAW - HILL BOOK COMPANY. Inc New-York, 1940
- 6— H.D. Conway
Aircraft Strength of Materials
Chapman and Hall LTD. London, 1947
- 7— Timoshenko
Theory of Elasticity
Mc GRAW - HILL BOOK COMPANY Inc. New-York, 1934
- 8— Timoshenko and D.H. Young
Theory of Structures
Mc GRAW-HILL BOOK COMPANY, Inc. New-York, London-1945

gibi elemanlarda yük, malzemenin mukavemetini geçerse, böyle eleman daimî deformasyon yaparlar, bu da bazan flambaj veya dalgalanma meydana getirir. Bundan mukavemet hududu tecavüz edildiği halde inşaatın harap olmadığı neticesine varılır, yani ilk şekil kararlı denge şekli olmaktan çıkar, belirli bir yük altında bir saç veya çubuk ilk şeklinde kararlı denge halinden çıkar ve flambaj veyahut dalgalanma yapar. Bu takdirde flambajın meydana gelebileceği kritik yükü hesaplamak lâzımdır.

d) Tayyarenin kullanılması esnasında muhtelif elemanlarda büyük gerilmelerin meydana geldiğini kabul ederiz. Bu büyük gerilmeler mühim deformasyonlar meydana getirirler. Bu hal bilhassa hafif halitaların kullanılmasında hasıl olur. Bunların kırılma mukavemetleri çok büyük olup yumuşak çeliğe yakındır. Buna karşılık hafif halitaların elastiklik modülleri çeliğinkine nazaran üç defa küçüktür. Eundan da şu netice çıkar ki, tayyare inşaatı pek az rijittir. Bunun neticesi olarak da dış yükler altında deformasyonların tesirini ve muhtelif kısımlardaki iç yüklerin dağılmasını gözönünde hesaplarda tutmak lâzımdır.

e) Tayyare inşaatı az rijit olduğundan, titreşmeler kolaylıkla hasıl olabilirler. Hesap vasıtasıyla veya tecrübe ile, tayyarenin kullanılmasında bu rijitlik azlığından dolayı elemanlarda titreşmelerin meydana gelmeyeceğinden emin olmak lâzımdır.

f) Tayyare (alternatif) yüklere maruz kaldığından, bu gibi hallerde tayyare elemanları normal olarak kırıldığı yüklerden daha küçük yüklerde kırılabilir. Bu hâdiseye (malzemenin yorulması) denir. Hesap ve tecrübe bize tayyarenin kullanılması esnasında, tesadüf edilmesi muhtemel ve malzemenin yorulma limitini geçen yüklerden ne şekilde sakınabileceğimizi gösterir. Yukarıda bildirilen meselelerin bazıları bu dersin mevzuunu teşkil edecektir.

2 — Yük katsayıları :

Tayyare üzerine tesir eden kuvvetlerin hemen hepsi tayyarenin kütlesiyle orantılı olup bu kuvvetlerde uçuşta aerodinamik kuvvetlerle, ve inişte de yer tepkileriyle denge yaparlar. Bu söylediğimiz hallerin bir istisnası vardır o da motor gurubundan gelen ve nisbeten ehemmiyetsiz olan kuvvetlerle bundan daha az ehemmiyette olan ve mürettebat tarafından kumandalara tatbik edilen kuvvetlerdir.

Tayyare inşaatı hesaplarının dayandığı, kitle, ile orantılı kuvvetler de, oranlı katsayısı tayyarenin maruz kalmış olduğu ivmeden ibarettir. Uçuşta ve iniş esnasında icra edilen müteaddit ölçüler neticesinde, tayyarenin maruz kaldığı ivmeler, yer ivmesinin katı olarak ölçülmüş ve

müteaddit tayyare tiplerinde bu suretle husule gelen ivmeler bulunmuştur. Bu şekilde tayyarenin kullanılması esnasında tayyarenin statik ağırlığının kaç misli kuvvet meydana geldiği tayin edilmiştir.

Bu orantıyı (m) ile gösteririz ve "kabul edilen yük katsayısı,, deriz. Binacnaleyh, kabul edilen yükleri bulmak için (m) katsayıları ile tayyarenin statik ağırlığından ileri gelen yükleri çarpmak kâfidir. "Kabul edilen yükler,, de tayyarenin kullanılması esnasında yüklenmesine müsaade ettiğimiz en büyük yüklere deriz. Kabul edilen yüklerle :

a) Tayyare elemanları üzerinde hiçbir daimi deferasyon husule gelmemelidir. Yani hiçbir mahalde malzemenin elastik sınırı tecavüz edilmemelidir.

b) Flambaja maruz aksamda da kritik gerilmeler hiçbir yerde husule gelmemelidir. Bazı hallerde, meselâ pilötağ hatası veya mücbir sebepler gibi hallerde tayyareye tesir eden kuvvetler limit yükleri geçerse, bu kuvvetler tayyarenin bazı esas elemanlarının daimi deformasyonunu meydana getirir ve bu takdirde kuvvetlerde daha ziyade fazlalaştırılırsa bu gibi elemanlar kırılırlar. Kırılma ancak yükün γ defa, kabul edilen yükü geçmesi halinde meydana gelebilir. Bu yüke "Kırılma yükü,, denir. γ katsayısına "Emniyet katsayısı,, denir. Şurasını da unutmamak lâzımdır ki, emniyet katsayısı yüklere ait olup gerilmelere ait değildir. Meselâ eğilme ve flambaj halinde gerilmeler yüklerle orantılı değildir. Bu gerilmeler yükün ihmal edilir bir çoğalması için γ defa fazlalaştırılır. Fakat iyi hesap edilmiş bir giriş dış yükün ancak γ defa fazlalaşmasından evvel kırılmamalıdır. $n = m \cdot \gamma$ çarpımına kırılma yükü kat sayısı denir. Bu n katsayısı tayyarenin statik ağırlığının kaç mislinde kırılacağına delâlet eder.

Tayyarenin statik ağırlığı tabiri de şuradan ileri gelmektedir: Tayyareye tesir eden kuvvet bu yük olduğunda tayyarede ivme yoktur. Tayyare malzemenin kırılma mukavemetine karşılık yükü yüklenmesi halinde:

a) Hiç bir kısımda meydana gelecek olan gerilme kırılma gerilmesini geçmemelidir. Bilhassa baskı ve makaslama gerilmeleri nazarı dikkate alınmalıdır.

b) Flambaja maruz kısımlarda ve bir cihette flambaj olması halinde hesap edilen parçalarda, hamuleler hiç bir yerde kritik adetten fazla olmamalıdır. m katsayısı olan "kabul edilen yük katsayısı,, hakkında şu noktayı belirtelim: Bu katsayı tayyarenin yapacağı göreve göre değişir. Yani tayyarenin kullanılması esnasında göreceği ivmelere tâbidir. Bu m katsayısı tayyare nizamnamelerinde verilmiştir. γ emniyet katsayısına gelince aşağıda bildirilecek olan bir çok faktörlere bağlıdır: İnşaat

kullanılan malzemenin hassalarına yani elastikliğine, uzamasına ve bünyesinin homogenliğine yük halinin şartlarına, nazarı itibara alınan parçaya tesir eden kuvvet ve gerilmelerin hesabının doğruluğuna ve imal sıhhatına, parçanın ehemmiyetine ve husule gelebilecek olan deformasyonların neticelerine tabidir. γ Katsayısında tayyare inşaat nizamnamelerinde bulabiliriz. Yüksek elastik sınırlı malzeme ile inşa olunan eleman-

larda yani $\frac{\sigma_k}{\sigma_p} < \nu$ olması halinde, ve gerilmelerin yüklerle orantılı olması

halinde, bu gibi elemanları kırılma yüküne göre hesaplamak lâzımdır. Bu hal elastik flambaj yapan elemanlar hakkında da doğrudur. Bu halde şurası da aşikârdır ki kırılma yükü ile yüklenme halinde bir parçada mukavemet sınırı geçilmedi ise, kabul edilen yük ile aynı parçanın yüklenmesi halinde de elastik sınır geçilmiş olmayacaktır. Elastik sınırları küçük olan malzemelerden imal edilen parçalarda, yani $\frac{\sigma_k}{\sigma_p} > \nu$ halinde, (çekme, baskı, eğilme ve makaslama) gerilmeleri yüklerle orantılı olacak şekilde yüklenmiş olan bu gibi parçalar kabul edilen yüke göre hesap edilir. Bu halde şurası da aşikârdır ki, böyle bir parçanın kabul edilen yük ile yüklenmesi halinde gerilmeler elastik sınırı geçmedi ise bu parça kırılma yükü ile yüklenmesi halinde, de malzemenin üzerinde meydana gelen gerilmeler kırılma gerilmesinden küçük olacaklardır. Yine bu halde kırılma yükü ile yüklenme halinde kırılma gerilmelerinden küçük gerilmeler elde edilmesi, kabul edilen yük ile yüklenmesi halinde meydana gelecek olan gerilmelerin elastiki sınır gerilmelerinden küçük olmasını icap ettirmez. Diğer nevi yük hallerinde yani gerilmelerin yüklerle orantılı olması (meselâ plastik flambaj hali veya eğilme ve baskıya maruz giriş hali gibi) hallerin aynı zamanda hem kabul edilen yük halinde ve hemde kırılma yükü halinde her iki hesabında yapılması lâzımdır. Çünkü bir haldeki yüklerin müsaid olması diğer haldeki yüklerin de müsaid olmasını garanti etmez.

BÖLÜM II

İnşaat malzemelerinde hafiflik katsayısı

Malzemenin hafifliğini açığa vurmak için, aynı bir parçanın iki muhtelif malzeme ile imal olunduğunu farz edelim. Bundan başka

- a) her iki imal şeklinde dış yüklerin aynı olduğunu;
- b) Kuvvetlerin tatbik noktaları aralarındaki mesafelerin değişmediğini
- c) İki malzeme ile inşa edilmiş olan parçaların kesitlerinin geometrik olarak benzer olduğunu kabul edelim. Bundan sonra nazarı itibara alınan iki parçanın ağırlıklarını hesap edelim ve bunların oranını bulalım. Malzemenin hafifliği bunun mukavemetinde göz önünde tutarak, bu iki ağırlığın oranı ile meydana çıkacaktır. Aşağıda bahs edeceğimiz olan, iki halden aşikar olacağı gibi hafiflik kat sayısı yük haliyle değişir.

1) Çekme, Baskı ve Makaslama Hali

P — Dış kırılma yükü;

l — Parçanın uzunluğu;

σ_1, σ_2 (çekme, baskı ve makaslama hallerinde) kırılma gerilmelerini,

γ_1, γ_2 Malzemelerin özel ağırlıklarını;

S_1, S_2 parçaların kesit alanlarını;

G_1, G_2 de parçaların ağırlıklarını gösterebilir.

yük ile yüklenen çubukta lâzım olan kesit $S = \frac{P}{\sigma}$ olur. Bu takdirde ise:

ağırlık $G = S \cdot l \cdot \gamma = \frac{P}{\sigma} \cdot l \cdot \gamma$ olur. İki muhtelif malzeme ile inşa edilen parçaların aralıkları arasındaki orantı:

$$\frac{G_1}{G_2} = \left(\frac{P}{\sigma_1} \cdot l \cdot \gamma_1 \right) \div \left(\frac{P}{\sigma_2} \cdot l \cdot \gamma_2 \right) = \frac{\gamma_1}{\sigma_1} \div \frac{\gamma_2}{\sigma_2}$$

Bu takdirde çekme, baskı ve makaslama hallerindeki hafiflik kat sayısı

$\frac{\gamma}{\sigma}$ ile ifade edilir. Binaenaleyh, $\frac{\gamma}{\sigma}$ sı küçük olan malzeme tercih edilir.

2) Eğilme hali:

Yukarıda kabul edilen işaretlerden başka

M — Eğilme momenti;

W — Mukavemet momenti;

h — Kesitin lineer boyutunu gösterecektir

Benzer kesitlerde kesit alanı kesitin lineer bir boyutunun karesiyle orantılı olduğundan:

$$S = \alpha h^3$$

Yazılır. Aynı şekilde mukavemet momentide boyutun küpüyle orantılı olacaktır:

$$W = \beta h^3$$

yazılır. Bu takdirde lüzum olan mukavemet momenti:

$$W = \beta \cdot h^3 = \frac{M}{\sigma}$$

Binaenaleyh:

$$h = \sqrt[3]{\frac{M}{\sigma} \cdot \frac{1}{\beta}} ; S = \alpha h^3 = \frac{\alpha}{\beta^{3/2}} \left(\frac{M}{\sigma} \right)^{3/2}$$

Buradan da ağırlık için:

$$G = S \cdot l \cdot \gamma = \frac{\alpha}{\beta^{3/2}} \left(\frac{M}{\sigma} \right)^{3/2} \cdot l \cdot \gamma$$

Bu takdirde ise iki parçanın ağırlıkları arasındaki orantı:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{\gamma_1}{\sigma_1^{3/2}} \div \frac{\gamma_2}{\sigma_2^{3/2}}$$

ve binaenaleyh eğilmeye maruz bir çubuğun hafiflik kat sayısı $\frac{\gamma}{\sigma^{3/2}}$ ile karakterize edilir ve $\left(\frac{\gamma}{\sigma^{3/2}} \right)$ si en küçük olan malzeme tercih edilir.

3) Flambaj hali

Yukarıki işaretlerden başka

I — Kesitin atalet momenti;

E — Malzemenin elastiklik modülünü gösterecektir.

Benzer kesitlerde atalet momenti kesitin lineer bir boyutunun dördüncü kuvvetiyle orantılıdır. Yani $I = \delta \cdot h^4$ dir. Öyle formülü ile lüzum olan kesit atalet momenti ifade edilirse:

$$I = \delta \cdot h^4 = \frac{P \cdot l^3}{C \cdot E}$$

Burada C nihayet uçların tespitine bağlı bir katsayı olduğu bellidir. Buradan:

$$h^2 = \sqrt{\frac{P \cdot l^3}{\delta \cdot C \cdot E}}$$

kesit ise:

$$\alpha h^2 = \alpha \cdot \sqrt{\frac{P \cdot l^3}{\delta \cdot C \cdot E}}$$

parçanın ağırlığı

$$G = S \cdot l \cdot \gamma = \alpha \sqrt{\frac{P \cdot l^3}{\delta \cdot C \cdot E}} \cdot l \cdot \gamma$$

Buradan da iki muhtelif malzemeden imal edilmiş parçaların ağırlıkları arasındaki orantı ise:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{\gamma_1}{E_1^{1/2}} \div \frac{\gamma_2}{E_2^{1/2}}$$

Şu halde $\frac{\gamma}{E^{1/2}}$ katsayısı flambajda hafiflik katsayısıdır. En küçük olan malzemeyi intihap etmek lüzumdur.

4) Plaklarda eğilme

Genişlikleri aynı ve fakat kalınlıkları farklı saçların eğilmesinde

b — Saçın genişliğini

l — Saçın uzunluğunu

s — Saçın kalınlığını gösterecektir

lüzum olan mukavemet momenti $W = \frac{b \cdot s^2}{6} = \frac{M}{\sigma}$ den ibarettir. Bu takdirde

$$s = \sqrt{\frac{6M}{\sigma \cdot b}}$$

olur.

Plakın ağırlığı bu takdirde:

$$G = b \cdot s \cdot l \cdot \gamma = b \cdot l \cdot \sqrt{\frac{6M}{\sigma \cdot b}} = l \cdot \gamma \sqrt{\frac{6M \cdot b}{\sigma}}$$

Kalınlıkları farklı iki plakın ağırlıkları arasındaki orantı bu takdirde

$$\frac{G_1}{G_2} = \left(l \cdot \gamma_1 \sqrt{\frac{6M \cdot b}{\sigma_1}} \right) \div \left(l \cdot \gamma_2 \sqrt{\frac{6M \cdot b}{\sigma_2}} \right) = \frac{\gamma_1}{\sigma_1^{1/2}} \div \frac{\gamma_2}{\sigma_2^{1/2}}$$

Eğilmeye çalışan saç parçalarının hafiflik katsayısı $\frac{\gamma}{\sigma^{1/2}}$ den ibaret olur,

		Yüksek Mukavemetli çelik	Yumuşak çelik	Düral	Elektron	Kontrplak	Çam	Amerikan Ladin (Spruce)
Özel ağırlık	γ	7,85	7,85	2,8	1,8	0,8	0,56	0,46
Çekme kırılma gerilmesi	$\frac{\sigma_c}{\text{kg/mm}^2}$	200	42	40	28	8,5	9	7
Baskı kırılma gerilmesi	$\frac{\sigma_b}{\text{kg/mm}^2}$	200	42	40	28	7,0	4,5	3,5
Eğilme kırılma gerilmesi	$\frac{\sigma_E}{\text{kg/mm}^2}$	200	42	40	28	7	6,5	5,6
Elâstiklik modülü	$\frac{E}{\text{kg/cm}^2}$	2100000	2100000	700000	430000	120000	110000	105000
Çekme hafiflik katsayısı	$\frac{\gamma}{\sigma_c}$	0,0392	0,187	0,07	0,0644	0,115	0,125	0,132
Baskı hafiflik katsayısı	$\frac{\gamma}{\sigma_b}$	0,0392	0,187	0,07	0,0644	0,115	0,125	0,132
Eğilme hafiflik katsayısı	$\frac{\gamma}{\sigma_b \frac{1}{2}}$	0,231	0,649	0,232	0,196	0,219	0,205	0,199
Flambaj hafiflik katsayısı	$\frac{\gamma}{E \frac{1}{2}}$	0,54	0,54	0,335	0,269	2,231	0,169	0,142
Saç için hafiflik katsayısı	$\frac{\gamma}{\sigma_p \frac{1}{2}}$	0,554	1,21	0,443	0,340	0,303	0,264	0,246

Şurasıda aşikârdırki, bu suretle diğer yük halleri nazarı itibara alarak veyahut kabul edilen yüklere ait hallerde σ yerine σ_p koyarak diğer benzer hafiflik katsayıları hesap edilebilir. Biz yalnız yukarıda arz ettiğimiz halleri nazarı itibara alarak bu hesaplara iktifa ettik. Bu hallere karşılık olan ve en fazla kullanılan malzemelere ait aşağıdaki cetveli vermekle bu kısmı bitirdik.

Ağaçlardaki eğilme mukavemeti dolu kesitlerdedir. Dural ve elektron için işaret edilen katsayılar ise çubuklar ve haddelenmiş saç levhalara aittir. Yukarıdaki cetvelin etüdünden şu neticeye varılırki, yumuşak çelik inşaat malzemesi olmakla beraber hafiflik bakımından pek iyi bir malzeme değildir. Çünkü bilumum hallerde diğer malzemeler yumuşak çeliğe faiktirler (kablolar ve madeni teller gibi yüksek mukavemetli) çekmeye çalışan parçalarda yüksek mukavemetli çelik en iyi malzemeyi teşkil eder. Basit baskı halinde de keyfiyet aynıdır. Eğilmeye maruz çubuklarda ise hafif halitalar ve ağaç en iyi sınıf malzeme olarak sınıflanmaktadır.

Gerek flambaj halinde ve gerekse eğilmeye maruz saç halinde ağaç en üstün malzemedir. Diğer taraftan şunu da unutmamak lâzımdırki, biz kesitleri geometrik olarak benzer olan iki elemanı mukayese etmekteyiz. Bu hal eğer daha az mukavemetli malzemelerin kullanılmasını icap ettiriyorsa bu gibi hallerde parçaların boyutu pek mühim olur ve bu takdirde meselâ gerek kanadın çevresi ve gerekse gövde bu kadar malzemeyi almayabilir. Bu gibi hallerde geometrik benzerlik ehemmiyetini kaybeder. Şurasını da unutmamak icap etmektedirki, meselâ bir kanat projesinde dış boyutlar kullanılacak malzemeye bağlı olmayıp bir profildir. Bu profilin intihabından sonra malzemenin intihabı icap etmektedir. İnce saç levhalarda, imalat sebepleri dolayısıyla, haddinden fazla ince olamazlar. Hafif malzemelerin ehemmiyeti (Meselâ Dural saç, elektron saç ve kontrplak gibi) hafiflik katsayılarının gösterdiğinden daha mühim olarak meydana çıkar.

BÖLÜM III

Tayyare malzemelerinin hassaları

1. Genel terimlerin tarifi:

Bu bahisteki terimlerle, genel hassalar, uçak mukavemet ve projelerinde kullanılanlar olup, daha fazla bilgi edinilmesi için uçak inşaat malzemeleri kitaplarına müracaat olunmasını tavsiye ederiz.

2. Yoğunluk: Bir malzemenin yoğunluğu bu malzemenin birim hacminin ağırlığıdır. Aşağıdaki I cetveli uçak imalinde kullanılan alüminyum madeni malzemelerin yoğunluklarını vermektedir.

3. (Haruri veya Elektrik) iletgenlik:

İletgenlik malzemenin ısı veya elektrik iletme kabiliyetidir. Kaynak tekniği ısı iletkenliği ile alakalıdır. Elektrik iletkenliği ise tayyarede radyo ulaştırması bakımından ehemmiyeti haizdir. Yine I cetvelinde bu iki hassa alüminyum kullanılan malzemeler için verilmiştir.

4. Isı tesirile uzanma ve kısılma:

Isı derecesinin artma veya eksilmesiyle malzeme uzanır veya kısalmır. Isı deformasyonu: döküm, kaynak ve montaj kalıbı bakımından ehemmiyeti haizdir. I cetvelinde tayyare malzemesinin bu ısı deformasyon katsayısı verilmiştir.

5. Fiziksel Dency Terimleri:

Bir yük ile veya diğer tesirle malzemenin deformasyonuna uzanma deriz uzanma oranı metre başına olarak ifade edilir.

6. Gerilme:

Dış kuvvetlere mukavemet eden iç kuvvetlere gerilme denir.

7. Gerilme - Uzanma Diyagramı:

Gerilme uzanma diyagramı bize, bir parça sıfır yükten kırılma veya yırtılmaya kadar yüklenmesi halinde, gerilme ile uzanma arasındaki bağlantıyı göstermektedir. Gerilme - uzanma diyagramının şekli muhtelif malzemeler için tamamen farklıdır. Bundan başka genel olarak aynı bir malzemede gerilme - uzanma diyagramı Eksenel çekme ile eksenel bas-kı halinde de farklıdır. Aynı şekilde gerilme - uzanma diyagramı elyaf yönü ile, buna dik yönde icra edilmiş olmasına göre de fark eder.

Bir tayyare elemanına verilecek boyut kendisine tatbik edilecek yük ile alakalıdır. Tatbik edilecek kabul edilen yükler altında daimi deformasyon hiç bir suretle meydana gelmemeli, kırılma yükü genel olarak kabul edilen yükün 1,6 katı civarındadır.

Kabul edilen yükün tatbik edilmesi halinde gerilme elastik sınır içindedir; kırılma yükü veya proje yükü tatbik edilmesi halinde gerilme plastik sınırdadır.

Tayyare elemanlarının kırılma mukavemeti her halde verilmelidir. Elemanların mukavemetlerinin hesap ve takdiri bakımından gerilme - uzama diyagramı günden güne ehemmiyet kazanmaktadır.

8 - Tipik gerilme - Uzanma diyagramı ve bazı terimleri:

(Şekil - 1) de düşük karbonlu veya yumuşak çelikte çekme halinde gerilme - uzama tipik diyagramı görülmektedir.

Cetvel - 1

	Malzeme ve Sembol	Özel Ağırlık kg/dm ³	Bakırın İletkenliği 100 olduğuna göre relatif elektrik iletkenlik	C.G.S sisteminde 100° da ısı iletkenliği	+15° ile +100° derece arasında da ortalama ısı uzanma kat sayısı
Yumuşak Alüminyum Halitaları	2 SO	2.73	59	0.54	239×10 ⁻⁷
	3s-1/2H	2.75	41	0.39	239×10 ⁻⁷
	14ST	2.81	40	0.37	220×10 ⁻⁷
	17ST	2.81	30	0.28	220×10 ⁻⁷
	24ST	2.78	30	0.28	220×10 ⁻⁷
	52SH	2.66	40	0.37	234×10 ⁻⁷
	53ST	2.70	40	0.37	234×10 ⁻⁷
Döküm. Al. Hal.	43	2.66	37	0.34	220×10 ⁻⁷
	112	2.86	30	0.28	220×10 ⁻⁷
	195-T4	2.78	35	0.33	220×10 ⁻⁷
	Pirinç	8.12	26-43	0.29-0.44	180×10 ⁻⁷
	Bakır	8.93	100		167×10 ⁻⁷
	Magnezyum	1.75	38.6	0.376	257×10 ⁻⁷
Mg Halitaları	D.M.J.	1.81	—	0.19	288×10 ⁻⁷
	D.M.M.	1.78	—	0.30	288×10 ⁻⁷
	D.M.X.	1.81	—	—	288×10 ⁻⁷
	Monel	8.95	4	0.06	140×10 ⁻⁷
	Nikel	8.98	16	0.14	130×10 ⁻⁷
	Çelik	7.85	3-15	—	126×10 ⁻⁷
	Paslanmaz çelik	7.95	—	0.39	173×10 ⁻⁷

Bu Rakamlar Amerikan Normlarından alınmıştır.

Diyagramın şekli, tecrübe parçasının boyutları ile değişebileceğinden bircümle tecrübelerde evvelden tesbit edilmiş olan standart boyutlu nümuneler kullanılmalıdır.

O noktasıyla a noktası arasında eğrinin gidişi doğru olduğundan, gerimler erantı sınırı içinde kaldıkça doğrunun meyli, tecrübe edilen malzemenin elastiklik modülünü verir. Yani $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ dir.

a noktasından itibaren diyagram doğrudan ayrılmaya başlar. Bunun manası şudur ki, artık gerilmeler uzmanlarla orantılı değildir.

Ayrılmaya başladığı noktadaki gerilmeye o malzemenin orantı sınır gerilmesi denir.

Tecrübe parçası (b) noktasının yükü ile yüklenmesi halinde gerilmenin sabit kalmasına mukabil malzeme daimi deformasyon yapmaya devam eder.

Yükün artmamasına mukabil deformasyonların artmasına tekabül eden gerilmeye akma noktası gerilmesi denir.

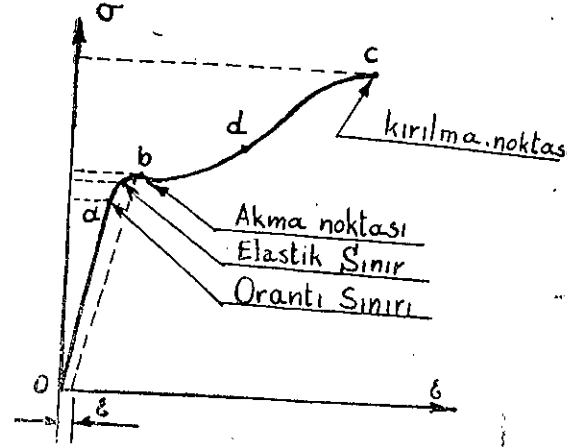
Bu akma noktasında malzeme tekrar yük taşıma hassası gösterir. Yükün artmasına mukabil deformasyonda artmaya devam eder ve bu hal c noktasına kadar sürer, nihayet c noktasında kırılma hasil olur ki, buna tekabül eden gerilmeye kırılma gerilmesi denir.

Orantı sınırı içinde tecrübe parçasının yüklenmesi halinde, bu yükün kaldırılmasında parça üzerindeki deformasyonda kalkar. Yeni yük sıfır olunca deformasyonda sıfır olur.

Orantı sınırının yükünden daha büyük bir yükte tecrübe parçasının yüklendiğini farz edelim. Meselâ d noktası gibi, bu yükte iken parçanın üzerinden yükün kaldırıldığını farzedelim. Deformasyon sıfıra dönmeyiz. Yeni parçanın üzerinde bir daimi deformasyon kalır, ve gerilme - uzanma diyagramı o a ye paralel bir d o eğrisini takip eder.

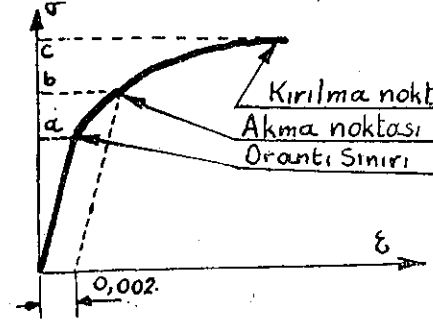
Daimi deformasyon almadan malzemeye tatbik edilebilecek olan en büyük gerilmeye elastik sınır gerilmesi denir. Bu elastik sınır gerilmesi orantı gerilmesiyle, akma noktası gerilmesi arasında bir noktadadır.

Alüminyum halitaları ile bazı haruri muamele görmüş çeliklerin muayyen bir akma noktası yoktur. Akma noktasında gerilme - uzanma eğ-



Şekil - 1

risinin tegeti yatay olması lâzımgeldiği yukarıdaki izahdan aşikârdır. Akma noktasında gerilme - uzanma diyagramı bir sahanlık yapar.



Şekil - 2

(Şekil. 2) de bir alüminyum halitalarının tipik gerilme - uzanma diyagramı görülmektedir. Burada akma noktası belli olmayıp keyfi bir akma noktası seçilmiştir.

Uçak imalinde akma noktası olarak malzemede 0,002 daimi deferasyon meydana getiren noktaya denir, bu 0/0 0,2 deferasyon noktasındaki gerilmeye de akma noktası gerilmesi denir. Şekilde görülen (b) akma noktasını belirtmek için 0,002

deformasyon noktasından uzanma - gerilme eğrisinin doğru kısmına çizilecek paralelin eğriyi kestiği nokta akma noktasını verir.

Verilen bir noktadaki elastiklik teget modülünde gerilme - uzanma eğrisinin o noktadaki tegetinin meylidir. Mukavemet de bulunan formüllerde, gerilmeler uzmanlarla orantılı olduğu kabul edilerek bulunmuş olduğundan bu formüller ancak gerilmelerin orantı sınırı içinde bulunması halinde doğrudur. Gerilmelerin orantı sınırı dışında olması halinde formüllerin tatbikine çok dikkat etmek lâzımdır.

9. Rijitlik : Elastiklik sınırı içinde malzemenin kaviliğini göstermek için rijit kelimesi kullanılır. Rijitlik malzemenin elastik modülü ile ölçülür. Büyük bir E verilen bir gerilme de malzemenin az deformasyon yapacağına delâlet eder.

10. Düktilite (incirariyet): Malzemenin düktilite hassası yük altında kırılmadan defermasyon edebilmesidir. Düktilite malzemenin plâstiklik hududu içinde rejitliğine benzer hassasıdır. Düktilitenin mutlak bir ölçüsü yoktur. Bazan Düktilite kırılma gerilmesine tekabül eden uzanma olarak tarif edilmektedir. Malzemenin düktilite hassasına malik olması sayesinde, mühendisin maruz kalacağı birçok ciddi meseleler bertaraf edilmiştir. Düktilite hassası dolayısıyla malzeme darbeye mukavemet eder; gerilme konsantrasyonların da düktilite sayesinde parça kırılmadan kurtulur.

11. Rezilyans : Malzemenin rezilyans hassası üzerindeki gerilme kalktığı zaman enerji bırakması hassasıdır.

Elastik rezilyans modülü, malzemenin elastik sınır gerilmesinde iken

bu gerilmenin kalkması neticesinde birim hacminin bıraktığı enerji miktarı olarak tarif edilir yani

$$u = \frac{\sigma_e^2}{2E} \text{ dir.}$$

E elâstiklik modülü, σ_e elastik sınır gerilmesi, u birim hacminin bıraktığı enerji miktarıdır.

Grafik olarak gerilme - uzama diyagramında sınır gerilmesine kadar olan os ekseni ile, eğri arasında kalan alan u yü verir.

Daima unutmamalıdır ki : Yaylar rabit milleri gibi enerji taşıyan parçaların malzemesi yüksek elâstik rezilyanslı olmalıdır.

12. Salabet : Salabet diye plâstik sınır içinde malzemenin enerji alma hassasına diyeceğimiz salabeti, sıfırdan kırılma yüküne kadar yüklenmesi halinde birim hacmin alabileceği enerji miktarıyla ölçeriz. Grafik olarak salabet, gerilme - uzama eğrisinin altında kalan alandan ibaret olur. Salabat darbeye çalışan parçalarda aranan bir hasadır.

13. Malzemenin sertliği : Malzemenin sertliği, kesilmeye, nüfuz veya eğilmeye karşı olan mukavemetidir. Tecrübe göstermiştir ki malzeme sertliği, malzemenin çekme mukavemetinin iyi bir ölçüsüdür. Yani basit bir sertlik tecrübesi yapmakla oldukça büyük bir takribiyetle malzemenin çekme gerilmesi tayin olunabilir. Sertlik tecrübesi, sert çelik bir yuvarlağın belli şartlar ve yük altında nüfuz miktarı veya nüfuz miktarına karşılık verilmiş olan sayılar malzemenin sertliğini ölçer ki bu sertlikte çekme gerilmeleriyle alakalıdır. Sertlik tecrübesi, tayyare imalât fabrikalarında malzemenin çekme gerilmesi hakkında fikir elde etmek için kontrol servislerinde pek çok kullanılmaktadır. Bundan başka harurî muamele görmüş parçaların kontrolünde da sertlik tecrübeleri yapılır.

14. Tayyare madeni malzemelerinin mekanik hassaları: Biz burada, 2, 3, 4 numaralı cetvellerle tayyare imalinde en fazla kullanılan madeni malzemelerin mekanik karakteristiklerini Amerikan A.N.C - 5 normuna göre 1942 senesindeki kıymetlerini veriyoruz. Bu kıymetler yeni rövizyonlar sonunda değiştirilebileceğinden, bu noktanın ehemmiyetle göz önünde tutulması lâzımdır.

Cetvel — 2

Soğukta hadelenmiş paslanmaz Çeliklerin mekanik hassaları

İsi	Kırılma gerilmesi k_g/mm^2	Akma gerilmesi kg/mm^2	% uzama	Bend dia
Tavllanmış	56	21	40	1
1/4 H	88	53	25	1
1/2 H	105	77	10	2
3/4 H	123	96	5	4
H	130	98	4	6
Kimyasal Terkip				
Karbon	0.12 max	Krom	17.0 min	
Manganez	2.00 "	Nikel	7.8 min	
Fosfor	0.03 "	Sıfıs	0.70 max	
Kükürt	0.03 "	Molipden	2.0 min	
$E = 1825000 - 1970000 \text{ kg/cm}^2$				

malûm olduğundan bu eğilme momentleri tayin olunur. En basit usullerden birisi bir kaç kuvvet yerine bileşkesinin konulmasından ibaret olup

BÖLÜM IV

Tayyarenin belli başlı elemanları

Kanatlar

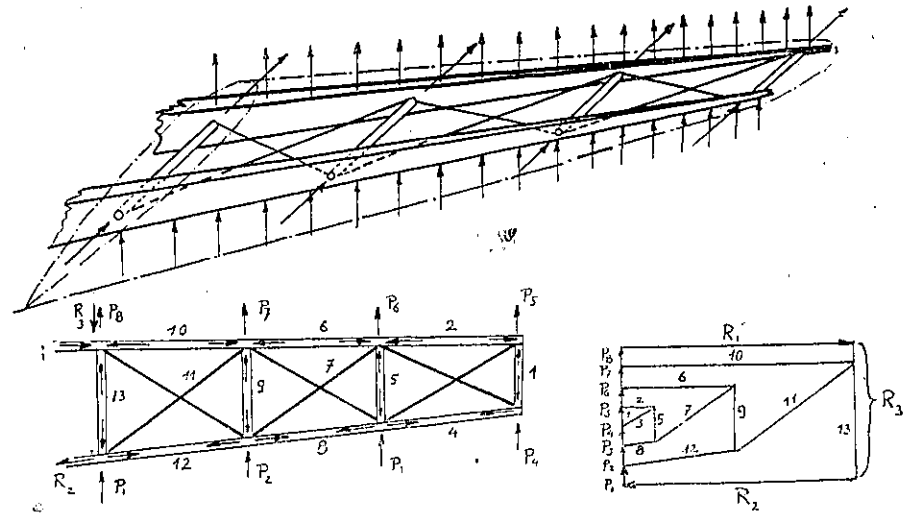
1 — Ankastre ve beraberce çalışmayan iki kirişli ve antrtuvazlı kanat.

Bir kanadın muhtelif parçalarına tesir eden kuvvetler:

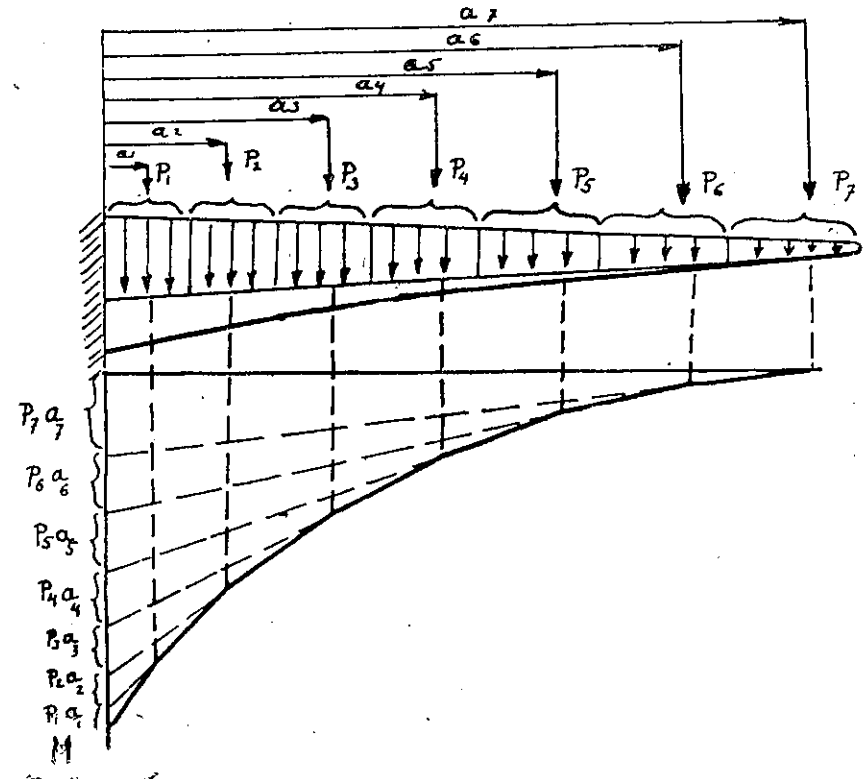
Böyle bir kanat mukavemet bakımından, düzlem bir kafes kirişten ibaret olup kafes kiriş düzlemi içinde ve buna dik kuvvetlere maruz bulunmaktadır. İşte kanat üzerine tesir eden kuvvetler kanat düzlemi içinde ve kanat düzlemine dik olarak bileşkenlere ayrılırlar. Genel olarak kanat düzlemi içinde tesir eden kuvvetler, kanat düzlemine dik kuvvetlere nazaran az ehemmiyetlidirler. Binaenaleyh, genel olarak kanat düzlemi içinde tesir eden kuvvetlerden ileri gelen ve antrtuvazlar arasındaki eğilmeler nazarı itibara alınmazlar. Kanat düzlemi içindeki kuvvetleri doğrudan doğruya düğüm noktalarına tatbik ederek kuvvetler poligonu vasıtasıyla (Kremona ianesiyle) çubuk kuvvetlerini tayin ederiz. (Şekil - 3)

Antrtuvazların kesitlerini ve kanat düzlemi içindeki gergi tellerinin kesitlerini bu çubuk kuvvetleri göz önünde tutularak hesap edilir. Kirişler yönünde tesir eden kuvvetler ise ilâve yükü teşkil edeceklerdir. Bunlar o kadar mühim değildirler. Bunlardan ileri gelen gerilmeler kanat düzlemine dik olan kuvvetlerden ileri gelen gerilmelere ilâve olunurlar. Kanat düzlemine dik olan kuvvetleri ön ve arka kirişler üzerine ayırırız. Bu şekilde ön ve arka kirişlerden her biri müstakil olarak çalışan ve ankastre bir şekilde gövdeye tesbit edilen ve sınırların kirişleri kestiği noktalarda yalnız kuvvetlere maruz kirişlerden ibaret olur. Şunu da ihtiar edelim ki, kiriş üzerine tesir eden sınırlardan ileri gelen kuvvetler birbirine eşit değildir ve nihayet uca doğru azalırlar.

Umumi Statikten (mukavemetten) bu suretle yüklenmiş bir kirişteki eğilme momentlerini tayin etmek için bir çok grafik ve hesap usulleri



Şekil - 3



Şekil - 4

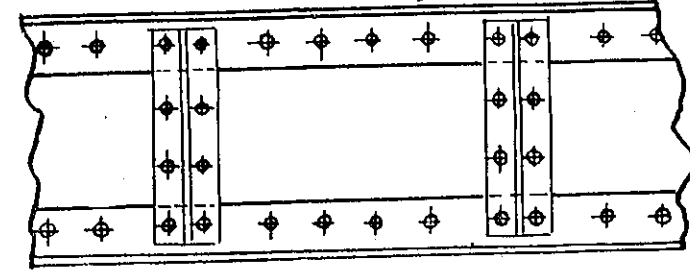
bu suretle bir kaç grup teşkil olunur ve bu grup kuvvetlerinin ankaströman kesitine nazaran hepsinin momentleri hesap edilir. Bu momentlerin grafik olarak toplamı alınırsa şekilde görüldüğü veçhile eğilme momentlerinin diagramını kirişin bütün boyunca bulmuş oluruz. Kesitin yalnız bir tarafındaki kuvvetlerin heyeti umumiyesinin toplamını alarak ve bu işi kirişin bir çok kesitlerinde tekrar ederek, tek mil kiriş boyunca kesme kuvveti diyagramını çizmiş oluruz. Şimdide gerek eğilme ve gerekse makaslama maximum gerilmelerini kirişin bir çok kesitlerinde (genel olarak 5—10) hesap etmek lâzımdır.

BÖLÜM V

Gövdesi çalışan

Madenî Kiriş

1. Farz edelimki, kirişin gövdesi dural saçtan olsun ve bu saçın alt ve üst kısmına köşebentler perçin edilmiş olsun.



Şekil. 5

Bu takdirde kesit bir dubl T olacaktır. Maximum eğilme gerilmesi şu formül ile kesilir:

$$\sigma = \frac{M}{I} e$$

M verilen miktardaki eğilme momenti, I — atalet momenti, e taraflı eksen ile en uzak liyf arasındaki mesafe. Tabanların kiriş gövdesi ile olan irtibatları tamamen rijit olmadığından, gerilmelerin dağılımı nazari olarak farz edildiği gibi değildir. Malumdürki gerilmelerin kıymeti taraflı eksene olan uzaklıklar ile orantılıdır. Bu homogen olmayan gerilme dağılımı muayyen kesitlerde gerilmelerin çoğalmasına sebep olabilir. Bu keyfiyetin ise hesapla nazari itibara alınması müşküldür. Perçin deliklerinden ileri gelen atalet momentlerinin azalmasını nazari itibara alırsak kâfi bir takribiyet ile oldukça sahih neticeler elde edebiliriz. Bu hal yalnız çekmeye çalışan kısımda değil baskıya çalışan kısımda da aynı şekilde nazari itibara alınmalıdır. Yukarıda söylediğimiz

kesitinin üstündeki kesit alanına tarafsız eksene nazaran statik momenti olduğundan burada S_x ile gösterirsek:

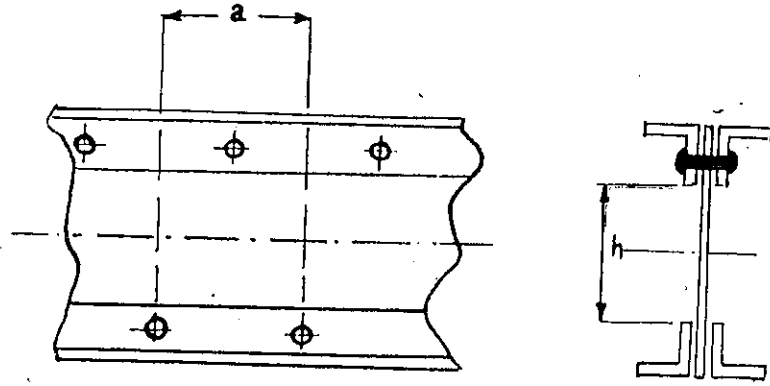
$$\frac{T}{I} \cdot S_x = \tau_x \cdot b_x$$

buradanda

$$\tau_x = \frac{T}{I} \cdot \frac{S_x}{b_x}$$

olur.

Lonjeronun gövdesiyle tabanını birleştiren her perçin üzerine tesir eden kuvveti hesap edelim. Mütâakip iki perçin arasındaki mesafeyi (a) ile gösterelim. (Şekil-7) de görüldüğü veçhile A, B kesitleri arasındaki



Şekil - 7

taban parçasına A ve B kesitlerine tesir eden kuvvetlerin farkına eşit bir kuvvet tesir etmektedir. Yukarıda yapılan kesme kuvvetinden ileri gelen kayma gerilmelerinin hesabına benzer bir hesap yaparak bir perçin üzerine tesir eden kuvveti buluruz. Filhakika perçin hizasındaki bir yükseklikte kesme kuvvetinden ileri gelen ve A kesitindeki kayma gerilmesi

$$\tau_x = \frac{T_A}{I} \cdot \frac{S_x}{b_x}$$

olduğundan $d l$ kadar mesafede kayma kuvveti:

$$dP = \tau_x b_x d l = \frac{T}{I} \cdot S_x \cdot d l$$

integral alanırsa

$$P = \int_A^B \frac{T}{I} \cdot S_x \cdot d l$$

bulunur. T değişen makaslama kuvveti, I atalet momenti, S_x perçin hizasındaki üst kısmın tarafsız eksene nazaran statik momenti $d l$ de mesafedir, Burada T, I, S_x değişen olabilirler. Bu miktarlar A ve B kesitleri arasında sabit farzedilirse, (kı bundan ileri gelen hata kabili ihmaldir) bu takdirde

$$P = \frac{T}{I} \cdot S_x \cdot a$$

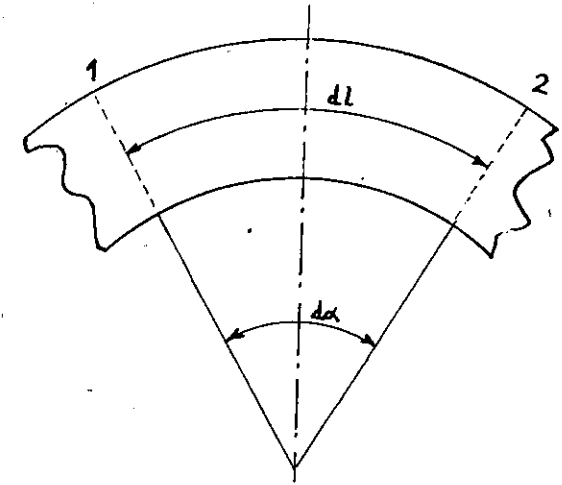
bulunur.

Bu formül bize bir perçin üzerine tesir eden kiriş eksenine paralel kuvveti verir. Bundan başka kirişin eğilmesinden dolayı kiriş kesiti deforme olacağından kiriş eksenine dik bir kuvvet hasil olur ki biz bu kuvvete "Tabanların baskısı" diyeceğiz. Kirişi 1 ve 2 numaralı düzlemlerle keserek $d l$ mesafesinde iki kesit elde edilir. Eğilme yapan 1 ve 2 kesitleri arasındaki kiriş parçası bu iki kesit arasında bir $d \alpha$ açısı yapacaktır. (Şekil-8)

Bu takdirde kirişin şekilde görüldüğü gibi taban kısmı üzerine tesir eden kuvvetlerin bileşkesi P dir.

$$P = \int_{-x}^x \frac{M}{I} \cdot x \cdot b_x \cdot d_x = \frac{M \cdot S_x}{I}$$

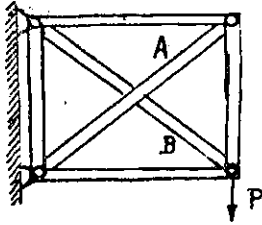
dir. 1 ve 2 kesitindeki kuvvetler arasında bir $d \alpha$ açısı yaparlar. Bunların bileşkesi de [kiriş] eksenine dik bir N kuvvetidir. Şekilden görüleceği veçhile



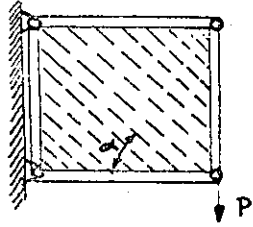
Şekil - 8

(Şekil 10) bundan evvelki şeklin aynı isede o şekildeki diyagonal çubukların yerine burada ince bir saç bulunmaktadır.

Küçük bir yük altında gövde kesme kuvvetine mukavemet eder; böyle bir kesme kuvveti A diyagonalı yönünde baskı ve B diyagonalı yönündede çekme meydana getirir. Gövde saçının pek ince olması halinde bu saç A yönünde pek küçük baskıya dayanabilir. Bu suretle gövde saçında meydana gelen dalgalanma istikametleri kendilerine paralel hatlardan ibarettir. Saç, çekme yönünde, gerilme taşıyabileceğinden



Şekil. 9

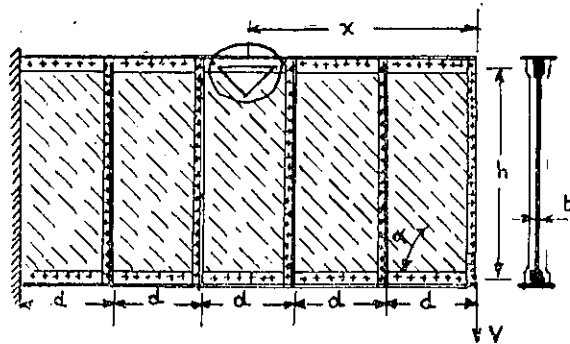


Şekil. 10

P kuvvetinin artmasına mukabil, çekme yönündeki gerilmelerde artar, buna mukabil baskı yönündeki gerilmeler flambajı meydana getiren gerilmelerden çok fark etmez. İşte diyagonal istikamette flambaj yapan kiriş, bu flambajdan sonrada kiriş bölmesine tesir eden kesme kuvvetini diğer diyagonal istikametinde meydana gelen gerilme alanı yardımı ile taşıyarak bu şekildeki kiriş "Wagner kirişini" teşkil eder.

3. Çekme alanlı kiriş formüllerinin çıkarılması.

Şekil-11 deki gibi tabanları paralel, takviyeleri düşey ve nihayet bir V kesme kuvvetine maruz Kantilever bir kiriş nazarı itibara alalım. Kesik



Şekil. 11

hatlarla gösterilen çizgiler dalgalanma istikametlerini versin, V yükü

altında meydana gelen bu dalgalanma istikametlerinin tabanlarla yaptığı açığı şekilde görüldüğü gibi α ile gösterelim: taban korniyerlerinin tekml eğilme momentine mukavemet ettiğini kabul edelim. Bundan başka kesitteki kesme kuvveti tesiriyle meydana gelen düşey ve yatay kayma gerilmelerinde eşit olduğunu ve kesit içinde üniform olarak yayıldığını kabul edelim bu takdirde

$$\tau_s = \frac{V}{h \cdot t} \quad (1)$$

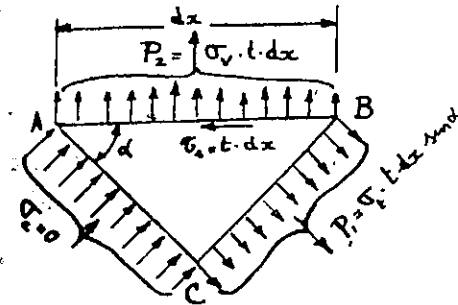
burada

t = kısıf gövde saç kalınlığı;

h = üst ve alt tabanlardaki perçim merkezleri arasındaki uzaklık;

V = düşey kesme kuvvetidir.

şimdi yukarıdaki şekilden kesilmiş ufak bir parça alalım bu parça üst taban civarında olsun bu üçgenel parça kiriş gövdesinden kesilmiş olsun. (Şekil-12) eleman mekanikten malumdurki birbirlerine dik iki kesit içinde yalnız kayma gerilmeleri meydana gelmesi halinde bunlara dik iki düzlem içinde de normal gerilmeler meydana gelir. Kiriş gövdesi, gayet ince olduğundan, AC yüzünde gayet küçük baskı kuvvetleri meydana gelir. Çekme gerilmeleri yanında küçük olan bu baskı gerilmeleri kabili ihmaldir. yani $\sigma_c = 0$. BC yüzü üzerinde yalnız çekme gerilmeleri meydana gelmiştir. Şekildeki elemanın dengede kalması için:



Şekil - 12

Şimdi eleman üzerine tesir eden kuvvetlerin y eksenini üzerindeki iz düşümlerini alalım:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{olduğundan}$$

$$-\tau_s \cdot t \cdot dx + \sigma_t \cdot t \cdot dx \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\text{buradan} \quad \tau_s \sin 2\alpha = 2\tau_s \quad \text{bulunur.}$$

Kayma gerilmesi yerine 1 formülündeki kıymet konursa

$$\sigma_t = \frac{2V}{h \cdot t} \cdot \frac{1}{\sin 2\alpha} \quad (2)$$

Şimdi eleman üzerine tesir eden kuvvetlerin y eksenini üzerindeki iz düşümlerini alalım:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\sigma_v \cdot t \cdot dx - \sigma_t \cdot t \cdot dx \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha = 0$$

bundan

$$\sigma_v = \sigma_t \sin^2 \alpha$$

bulunur.

Bu ifadede σ_t yerine (2) ifadesindeki kıymeti konursa

$$\sigma_v = \tau_t \cdot \text{tg } \alpha \quad (3)$$

4. Perçin yükü :

Gövde saçı A B hattı boyunca taban korniyelerine perçinlerle tesbit edilmiştir. Bu perçinler iki kuvvete mukavemet etmekte olup birisi A B ye paralel $\tau_t \cdot t \cdot dx$ kuvveti diğeri de A B ye dik $\tau_t \cdot \text{tg } \alpha \cdot t \cdot dx$ kuvvetinden ibarettir. Buradan birim uzunluktan, perçin üzerine gelen kuvvet $dx = 1$ alarak yukarıki iki kuvvetin bileşkesinden ibaret olur.

yani

$$P_p = \tau_t \cdot t \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}$$

τ_t yerine (1) deki kıymet konursa

$$P_p = \frac{V}{h} \sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha} \quad (4)$$

bulunur.

Bu denklem bize 1 uzunluktan perçin üzerine gelen kesme kuvvetini verir. Perçin aralıkları "a," ise P_p yi a ile çarparak baher perçin üzerine gelen kesme kuvvetini bulunuz.

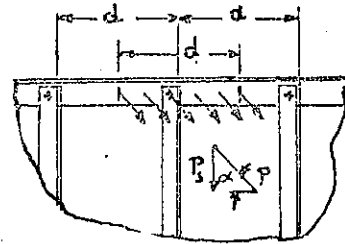
5. Gövde takviyeleri yükü :

Gövde saçı üzerinde meydana gelen çekme alanından dolayı lonjeron tabanlarına bu çekme kuvveti geçer ve tabanları aşağı doğru çeker. Aşağı doğru çekme kuvvetinde gövde üzerine perçin edilmiş profilli saçlardan ibaret olan gövde takviyeleri mukavemet eder. (Şekil-13)

Bu takviyeler üzerine gelen kuvvetleri hesap edelim. Takviye mesafelerini şekilde görüldüğü gibi d ile gösterelim. d boyunda bir saç üzerine gelen çekme kuvveti

$$P = \sigma_t \cdot t \cdot d \cdot \sin \alpha \quad \text{olur.}$$

Bu kuvvetin düşey yöndeki iz düşümü $P \cdot \sin \alpha$ takviyeye gelen baskı kuvvetinden ibaret olur. Yani



Şekil - 13 .

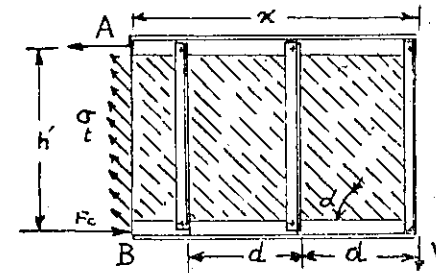
$$P_s = P \cdot \sin \alpha = \sigma_t \cdot d \cdot t \cdot \sin^2 \alpha$$

olur. σ_t yerine kıymeti konursa

$$P_s = \frac{V \cdot d}{h} \cdot \text{tg } \alpha \quad (5)$$

bulunur.

6. Taban aksenal yükü :



Şekil - 14

Şekil 14 de tabanları birbirine paralel nihayet ucundan x uzaklıkta bir kesiti alınmış bir Wagner kirişi gözükmemektedir. A B kesitinde dış kuvvetlerin eğilme momenti M_x olsun. Denge için iç kuvvetlerin momentinin M_x a eşit olması icap ettiğini göz önünde tutarak, kesit içindeki baskı kuvvetlerinin etki noktasına nazaran moment alalım

$$\Sigma M_B = M_x - F_t \cdot h' - \sigma_t \cdot \cos \alpha \cdot t \cdot h' \cos \alpha \cdot \frac{h'}{2} = 0$$

buradaki h' miktarı taban santroidleri arasındaki mesafeden ibarettir: buradan

$$F_t = \frac{M_x}{h'} - \sigma_t \cdot t \cdot \frac{h'}{2} \cdot \cos^2 \alpha$$

bulunur.

Taban santroidleri arasındaki yani h' nin takriben alt ve üst taban perçin merkezleri arasındaki mesafeye eşit olduğu kabul edilirse:

$$F_t = \frac{M_x}{h'} - \frac{V}{2} \cotg \alpha \quad (6)$$

olacağı görülür.

Kesit içindeki kuvvetlerin yatay izdüşümlerinin eşitliğinden

$$F_o = \frac{M_x}{h'} + \frac{V}{2} \cotg \alpha \quad (7)$$

bulunur.

(6) ve (7) denklemleri bize gösteriyor ki çekme alanından dolayı

baskı tabanında baskı kuvvetleri $\frac{V}{2} \cotg \alpha$ miktarı kadar eksilmiş bulunmaktadır.

7. Eğim açısının hesabı:

Çekme gerilmesi yönünün, paralel olan giriş tabanları yönü ile yaptığı eğim açısı olan α sureti umumiyede 45° civarında isede, bu eğim tabanların alanlarına giriş yüksekliğine, takviye mesafesi gibi daha bir çok faktörlere tâbidir.

α açısını şu şekilde hesap ederiz:

Meseleyi basitleştirmek için tabanların alanlarını eşit kabul edelim. ε_x tabanların uzanmasını, ε_y takviyelerin uzamasını, ε da çekme doğruları yönündeki uzamayı gösterebiliriz.

ε' de çekme doğruları yönüne dik yöndeki uzamayı gösterirse, asal uzama yönleri uzamalarına nazaran ε_x ve ε_y miktarları şunlardan ibaret olur:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon \cos^2 \alpha + \varepsilon' \sin^2 \alpha \\ \varepsilon_y &= \varepsilon \sin^2 \alpha + \varepsilon' \cos^2 \alpha\end{aligned}$$

Bu ifadeler umumî deformasyon denkleminin tabanlar ve takviyeler yönüne tatbikinden ibarettir, son iki denklem arasında ε' ifaa edilirse:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\varepsilon - \varepsilon_x}{\varepsilon - \varepsilon_y}$$

bulunur.

Şimdi gerilmelerin deformasyonla orantılı olduğunu göz önünde tutarak, deformasyonlar yerine gerilmeler konursa

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\frac{2V}{ht} \cdot \frac{1}{\sin 2\alpha} - \frac{V}{2S_1} \cotg \alpha}{\frac{2V}{ht} \cdot \frac{1}{\sin 2\alpha} + \frac{Vd}{hS_1} \operatorname{tg} \alpha}$$

burada S_1 takviyelerin kesit alanı,

S_2 de tabanların alanını, göstermektedir. Son denklem $(\sin \alpha)$ ya nazaran çözümlerse

$$\sin^2 \alpha = \sqrt{a^2 + a} - a \quad (8)$$

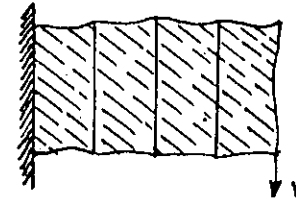
bulunur. Burada

$$a = \frac{1 + \frac{h \cdot t}{2 S_2}}{\frac{t \cdot d}{S_1} - \frac{t \cdot h}{2 S_2}} \quad (9)$$

dir.

Yukarıda da söylediğimiz gibi α bir çok faktörlere tabidir.

Yukarıda bulduğumuz Wagner kirişine tesir eden kuvvetler kiriş tabanlarının sonsuz olarak eğilmede rijit olması esasına göre bulunmuştur. Hakikat halde tabanlar sonsuz rijit olmadıklarından (Şekil—15) de



Şekil - 15

görüldüğü gibi, tabanlar mütemedi bir kiriş haline gelir, takviyeler kirişin mesnetleri olur, tabanlara çekme alanından ileri gelen yükler tesir eder ve şekilde görüleceği gibi tabanlar deformasyon yapar. Bu şekilde deformasyon neticesinde takviyeler civarında gerilme konsantrasyonları meydana gelir.

8. Wagner denklemlerinin uçak hesabında kullanılması için tadili:

Wagner denklemleri gerek kiriş gövdesi mukavemetinde, ve gerekse dikey takviyelerin yükünde pek ihtiyatlıdır. Kiriş gövdesinin flambajdan evvel taşıdığı kesme kuvveti toplam kesme kuvvetinin mühim bir kısmını teşkil eder. Filhakika flambaj yapmış olan gövde sacı flambajdan sonra, bu dalgalanma istikametine dik yönde bir miktar baskı gerilmelerine mukavemet eder. Dikey takviyelerin yüküne gelince: takviyeler gövde sacına perçinlenmiş ve gövde sacında kiriş tabanlarına perçinlenmiş olduğundan, bu takdirde gövde sacı bir gusse, sacı halinde bulunmuş olur. Halbuki Wagner denklemlerinde bu sac tabanlara mafsallı olarak bağlandığı farzedilmektedir.

Son senelerde Wagner kirişleri üzerinde bir çok memleketlerde, bir çok deneysel araştırmalar yapılmış olup elde edilen neticeler gizli tutulmaktadır.

Yukarıda formüllerini verdiğimiz tam çekme alanlı kirişler halinde tatbik edilebilen denklemler, pratikte tatbik edilebilmeleri için bazı düzeltmelere tabi tutulmaları icap eder.

Wagner kirişi için, aşağıda vereceğimiz genel usulde kesite tesir eden kesme kuvveti diyagonal çekme gerilmesi olarak tamamen kiriş gövdesi tarafından taşınacağı yerde mukavemetin şu şekilde olduğu farzedilmiştir:

- 1) Tabanların taşıdığı kesme kuvveti kabili ihmal değildir;
- 2) Flambajdan evvel kiriş gövdesinin taşıdığı kesme kuvveti, gövde kesme kuvvetine mukavemet eden bir eleman olduğundan bu mukavemetde kabili ihmal değildir. Kiriş gövdesinin taşıdığı kesme kuvveti, flambajdan sonrada, çeki kuvvetinin kararlayıcı tesiri, ve kayma suretile taşınan yük oranını arttıran sair hiperstatiklik tesirler ile artmaya devam eder.

Biz burada professor J. L. Taylor tarafından işaret edilen ve tecrübe neticelerine daha uygun olan bir faraziyeyi vereceğiz.

τ_{cr} gövde üzerinde flambaj hasıl olduğu zamanki kayma kritik gerilmesini göstermek ve τ da nominal kayma gerilmesine delâlet etmek üzere, gövdenin taşıdığı kesme kuvvetini $1.33 \sqrt{\tau \cdot \tau_{cr}}$ olarak alacağız. Bu denklem τ nun $1.33 \tau_{cr}$ kıymetinden itibaren caridir.

Burada görülüyorki, gövde flambaj yaptıktan sonra $\tau > \tau_{cr}$ olacağından gövdenin taşıyacağı kesme kuvveti flambajdan sonra ziyadeleşmiş olur.

Yukarıdaki (1) ve (2) maddelerindeki iki kesme kuvvetinin toplam kesme kuvvetinden çıkarılmasından sonra geriye kalan kesme kuvveti, flambaj yapmış olduğu halde kiriş gövdesi tarafından çekme alanı gerilmesi olarak taşınan kesme kuvvetinden ibaret olur.

Bu faraziyeler kiriş tabanlarının birbirine paralel olması halinde doğrudur. Eğer kiriş tabanları meyilli olurlarsa, bu meyilli tabanlarda aksenal yönde meydana gelen kuvvetler bir miktar kesme kuvvetini taşıyacağından geriye kalan net kesme kuvvetine yukarıdaki faraziyeler yine tatbik olunurlar.

Biz bu bahsin 14 üncü maddesinden itibaren İngiliz (Royal Aeronautical Society) nin pratik bakımdan problemi nasıl hallettiği göreceğiz.

9. Kiriş tabanlarının taşıdığı kesme kuvvetlerinin hesabı:

Eğilen bir kirişteki kayma gerilmesi akısı

$$f = \frac{V}{I} \int_y^h y \cdot dA$$

dir.

Wagner kirişlerinin imalinde kullanılan lonjörönlarda gövde saç pek ince olduğundan, gövdenin tabanlarla perçinlenmiş olduğu kısımlar arasında statik momentin değişimi çok fark etmeyecektir. Bu kısımlarda

kayma gerilmesi akısı sabit farz olunabilir. Gövde alanı ihmal edilince

$\int_y^h y \cdot dA$ taban alanının tarafsız eksene nazaran statik momenti olur. Bunu da Q ile gösterelim. Şu halde kiriş gövdesi boyunca tesir eden sabit kayma gerilmesi akısı:

$$f = \frac{V}{I} Q$$

olur. Bu mikdar efektif gövde yüksekliği ile çarpılırsa:

$$V = \frac{V_w \cdot I}{Q \cdot h} \tag{10}$$

elde edilir. V_w yalnız gövdenin taşıdığı kesme kuvvetidir.

V = tekml kesite tesir eden kesme kuvvetidir.

I = tarafsız eksene nazaran kesitin atalet momentidir.

Q = yalnız tabanın statik momentidir.

Kiriş tabanlarının her ikisinin birden taşıdığı V_t kesme kuvveti, kesite tesir eden tekml V kesme kuvvetinden V_w gövde kesme kuvvetinin çıkarılması ile elde edilir:

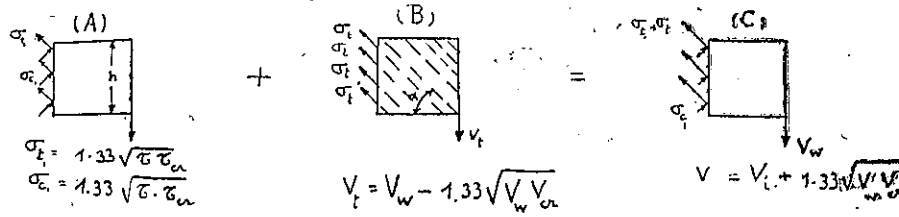
$$V_t = V - V_w = V_w \left(\frac{I}{Q \cdot h} - 1 \right) \tag{11}$$

10. Lonjörön gövdesinin taşıdığı V_w kesme kuvveti:

Gövde saçının flambaj mukavemetine kadar, gövde üzerindeki kayma gerilmesi akısının bütün gövde yüksekliğince sabit olduğu farz edilmişti. Gövde flambaj yapınca saçın flambajını meydana getiren diyagonal yöndeki baskı gerilmesinin gövdeye tesir ettiği ve kıymetinde bu kritik gerilmeden ibaret olacağı farz edilebilir. Bundan sonra gövde üzerinde kesme kuvvetinin fazlalaşmasına mukabil çekme alanında meydana gelen çekme gerilmeleri ile beraber, yine fazlalaşan baskı ve çekme gerilmeleri yani kayma gerilmeleri mukavemet eder. Kritik kesme kuvvetinden büyük olan bu kuvvetin $1.33 \cdot \sqrt{V_w \cdot V_{cr}}$ ile göstereceğimizi yukarıda izah etmiştik. Gövdenin çekme alanı olarak taşıdığı kesme kuvveti V_t ile gösterilirse tekml gövdenin taşıdığı V_w kesme kuvveti şundan ibaret olur:

$$V_w = V_t + 1.33 \sqrt{V_w V_{cr}} \tag{12}$$

Bu söylediğimiz noktalar (Şekil-16) daki resimler üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 16.

$$\sigma_c = 1.33 \sqrt{\tau \cdot \tau_{or}} \quad V_t = V_w \left(1 - 1.33 \sqrt{\frac{\tau_{or}}{\tau}} \right)$$

$$\sigma_{t_1} = 1.33 \sqrt{\tau \cdot \tau_{or}}$$

V_w nin değerini hesap etmek için şu şekilde hareket edelim : saçın müsaade edilen çekme gerilmesine mukavemetini $\sigma_{t_{max}}$ ile gösterirsek :

$$\sigma_{t_{max}} = \sigma_t + \sigma_{t_1}$$

dır diğer taraftan

$$\sigma_t = \frac{2 V_t}{h \cdot t} \cdot \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

$$\sigma_{t_1} = \frac{1.33 \sqrt{V_w V_{or}}}{h \cdot t}$$

olduğundan yukarıdaki denklemde kıymetleri yerlerine konursa

$$\sigma_{t_{max}} = \frac{2 (V_w - 1.33 \sqrt{V_w V_{or}})}{h \cdot t} \cdot \frac{1}{\sin 2\alpha} + \frac{1.33 \sqrt{V_w V_{or}}}{h \cdot t}$$

elde edilir. Burada α açısı daima 45° derece civarında olduğundan $\sin 2\alpha = 1$ dir. Bu takdirde :

$$\sigma_{t_{max}} = \frac{2 V_w - 1.33 \sqrt{V_w V_{or}}}{h \cdot t}$$

elde edilir. V_{or} gın ne şekilde hesap edileceğini bundan sonra göreceğiz $\sigma_{t_{max}}$ da daha evvelden verilen malzemenin karakteristiğidir. Bu formülden V_w kolayca bulunabilir. $\sigma_{t_{max}}$ elâstik sınır gerilmesi veya kırılma gerilmesi olduğuna göre V_w içinde bu değerlere karşılık V_{pw} V_{kw} bulunur.

11.— Gövdenin taşıdığı kritik V_{or} kesme kuvvetinin hesabı :

Gövde V_{or} tikde flambaj yapmaya başlar. Tam flambaj başlangıcında baskı gerilmesi ile çekme gerilmesinin birbirine eşit olacağı ve bunların değerinde gövdede meydana gelen kritik kayma gerilmesine eşit olacağı Mohr Dairesinden kolayca görülebilir. Flambaj mukavemetinde gövdenin taşıyacağı kritik kesme kuvveti

$$V_{or} = \tau_{or} \cdot h \cdot t$$

$$\tau_{or} = \frac{k \pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (13)$$

formülü ile bulunacağı aşikârdır.

İleride saç levhaların flambajında bahsedeceğimiz bu formülde (t) saç kalınlığını, ν poisson katsayısını, (b) de saç genişliğini göstermekte olup takviye mesafeleri (a) olduğuna göre b/a oranına bağlı olarak (k) katsayısı saç flambajı bahsinde vereceğimiz grafikten bulunur.

12. Düşey takviyelerin yükleri :

Takviye yükleri hakkında teorik olmayan ve fakat iyi neticeler veren bir çok etüdlere yapılmıştır. Bu etüdlere bir çoğu mahrem tutulmaktadır. Bundan başka uçak fabrikalarının kendileri için yapmış oldukları etüdlere de yayınlanmamışlardır.

Eğer takviyeler yalnız tabanlara perçinlenmiş olsa idi, çekme alanı gerilmesinden ileri gelen ve tabanlara aşağı doğru çekilmesini sonuçlayan, takviye aksenal yükü yukarıda bildirdiğimiz gibi (5) denklemi ile hesap edilirdi. Halbuki takviyeler gövde saçınada perçinlenmiş olduklarından gövde saçının bir kısmında takviyelerle beraber çalışır. Tecrübeler göstermişdirki gövdenin flambajından sonra, takviyelerin orta kısımlarındaki gerilmeler uçlardaki gerilmelere nazaran daha büyüktürler. Takviye civarında gövde saçı çekme alanının inkita'ya uğraması, Flambaj sebebiyle dalgalanmış olan gövde saçından perçin başları vasıtasile takviyenin orta kısmına mühim torsiyon kuvvetlerinin geçmesini intaç eder Bundan dolayı takviyelerin kırılması takviyenin aksenal yük tesirile flambaj yaparak eğilmesi, ve torsiyon yükünden ileri gelmektedir. Yeni bilgiler elde edilinceye kadar takviye yüklerini şu formül ile hesap edeceğiz :

$$F_p = - \frac{V_t \cdot d}{h} \cdot \text{tg} \alpha \quad (14)$$

Burada V_t nin değeri (12) formülü yardımı ile bulunur.

Bu yük altında flambaj yapan takviyenin efektif kolon uzunluğu Professeur J. L. Taylor'a göre :

$$n = 1 - 1.33 \sqrt{\frac{\tau_{cr}}{\tau}}$$

ye yani çeki alanı ile, alanın yük oranına bağlıdır. Bu n kat sayısına bağlı olarak efektif kolon uzunluğunun ortalama bir değeri şu formül ile verilmektedir :

$$l' = (1 - 0.4 n) l \quad (15)$$

Burada l' efektif kolon uzunluğu, l takviyenin hakiki uzunluğudur.

İrca edilen bu hakiki uzunluk ve takviyelerin kesit alanı ile, takviye çubuğunun flambaj hesabı yapılabilir.

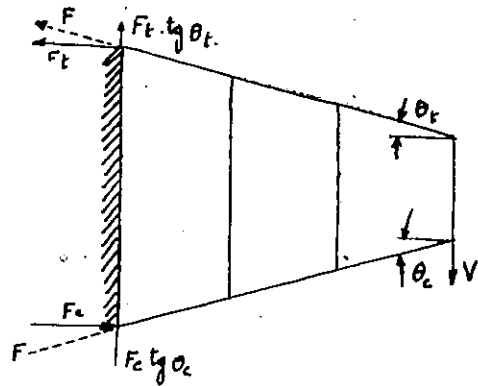
Pratikte takviyeleri iki perçinle tabanlara perçinlendikten sonra ilk iki veya üç perçini mümkün olduğu kadar tabanlara yakın ve sık olmak üzere takviyeler gövde saçına perçinlenirler. Bu suretle flambaj yapan gövde saçı tarafından takviyenin çekilmesinin mümkün olduğu kadar önüne geçilir ve yine pratikte bu maksatla yuvarlak başlı perçinler kullanılır.

13. Tabanları paralel olmayan Lonjörön.

Bir çok tayyare lonjörönlerinde tabanlar birbirine paralel olmayıp, konverjantdır. Mamafî tabanlar doğrudurlar. Tabanların (Sek—17) de görüldüğü gibi meyilli olması halinde (6) ve (7) formülleri tabanlara

tesir eden eksenel yüklerin yatay bileşkenlerini verir. Tabanlara eksenel yönde tesir eden kuvvetlerle, bu kuvvetlerin düşey bileşenleri, tabanların meyli ve yatay bileşenlere bağlı olarak hesap edilebilir. Bunların ne şekilde hesap edileceği şekil üzerinde görülmektedir.

Kesite tesir eden net kesme kuvveti taban kuvvetlerinin düşey bileşenlerinin çıkarılmasından sonra bulunur. Bu suretle :



Şekil 17,

$$V_{wn} = V_w - (F_t \cdot \text{tg} \theta_t + F_c \cdot \text{tg} \theta_c) \quad (16)$$

elde edilir. Burada :

F_t = Çekme tabanı toplam eksenel yükünün yatay bileşeni

F_c = Baskı " " " " " "

θ_t = Çekme tabanı eğim açısı

θ_c = Baskı " " " "

V_w = Tabanların paralel olması halinde kesit kesme kuvveti

V_{wn} = " " olmaması " " " "

14. Wagner kirişi elemanlarının grafik usul ile mukavemetlerinin tayini.

İngiliz (Royal Aeronautical Society) Kurumu Wagner kirişlerinde kesme kuvvetine maruz, ince saç bölmelerde çeki alanı dolayısı ile meydana gelen ve aşağıda bildireceğimiz değerleri bulmak için grafik bir usul vermiştir. Bu usul çok kullanışlı olup kirişin mukavemetinin tahkiki için lüzum olan değerleri, boyutsuz olarak grafikden kolayca okuyabiliriz. Wagner kirişlerinde kiriş elemanlarının mukavemetinin kontrolü için bilinmesi gereken değerler şunlardır :

- 1 — Tabanlarda çekme alanından ileri gelen baskı yükü;
- 2 — Gövde taban irtibatında birim boydaki perçin yükü;
- 3 — Çekme alanından ileri gelen taban yanal hamulesi;
- 4 — Çekme alanından ileri gelen tabanlardaki maksimum eğilme momenti;
- 5 — Takviyelerin efektif kolon uzunluğu;
- 6 — Takviyelerdeki baskı gerilmesi;
- 7 — Makaslama yükü altında bir saç levhananın daimi deformasyonu ve kopması ;
- 8 — Gövde-Taban irtibatı perçin hattında caiz gerilme.

Bu sekiz hal için vereceğimiz grafikler, hesaplar neticesinde bulunmuş olup, daha fazla bilgi için vereceğimiz referanslara müracaat olunmalıdır.

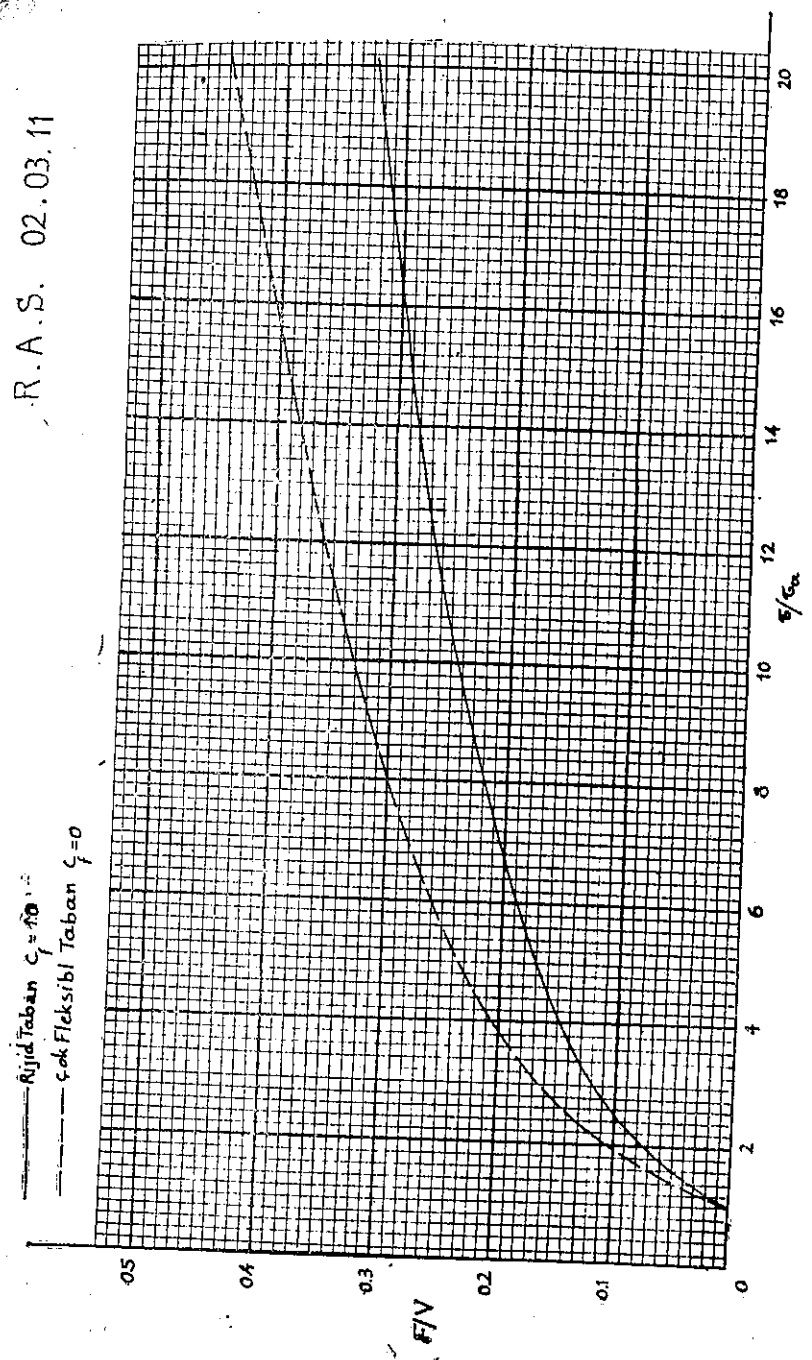
15.— Tabanlarda çekme alanından ileri gelen baskı Yükü :

V = Saçın taşıdığı kesme kuvvet. (kg)

τ = Saçın Nominal kesme gerilmesi. Kg/cm²

τ_{cr} = Saçın flambaj kritik gerilmesi kg/cm²

R. A. S. 02.03.11



Şekil - 18

F = Çekme alanından ileri gelen her bir tabandaki baskı yükü. kg.
 C_f = Tabanların rijitlik katsayısı olup ne şekilde bulunacağını ileride göreceğiz.

Çekme alanı tabanların her birine eşit değerde birer F baskı kuvvetiyle tesir eder. (Şekil 18) de görüldüğü gibi F/V oranı $\frac{\tau}{\tau_{cr}}$ oranına bağlı olarak çizilmiştir. (Ref. R. A. S. neşriyatından 02.03.11, aralık 1941 tabı) Tabanlardaki yükler eğilme rijitliğinede bağlı olduğundan F/V ve $\frac{\tau}{\tau_{cr}}$ eğrileri C_f nin sıfır ve 1 değerleri için çizilmiştir. Tabanların takviyeler üzerinde mütemadi kaldığı ve takviyelerinde doğru olduğu farzedilmiştir. Taban ve takviye alanları gibi, taban yüklerinde tesiri olan diğer faktörler ihmal edilmiştir.

Misal:

$V = 8200$ kg. ; $\tau = 1400$ kg/cm² ; $\tau_{cr} = 182$ kg/cm²

$C_f = 0.5$

olduğuna göre $\frac{\tau}{\tau_{cr}} = 7.7$ dir. Grafikten:

$F/V = 0.25$

Buradan

$F = 0.25 \times 8200 = 2050$ kg. bulunur.

16. Gövde - Taban irtibatında birim boydaki perçin yükü:

Yukardaki işaretlerden başka şunları kabul edelim:

t = Saç kalınlığı. cm;

a = Mücavir perçinlerden itibaren ölçülen takviyeler arasındaki saç genişliği;

I = Gövde saçı düzlemine dik ve tabanın santroidinden geçen bir eksene nazaran tabanın atalet momenti cm⁴;

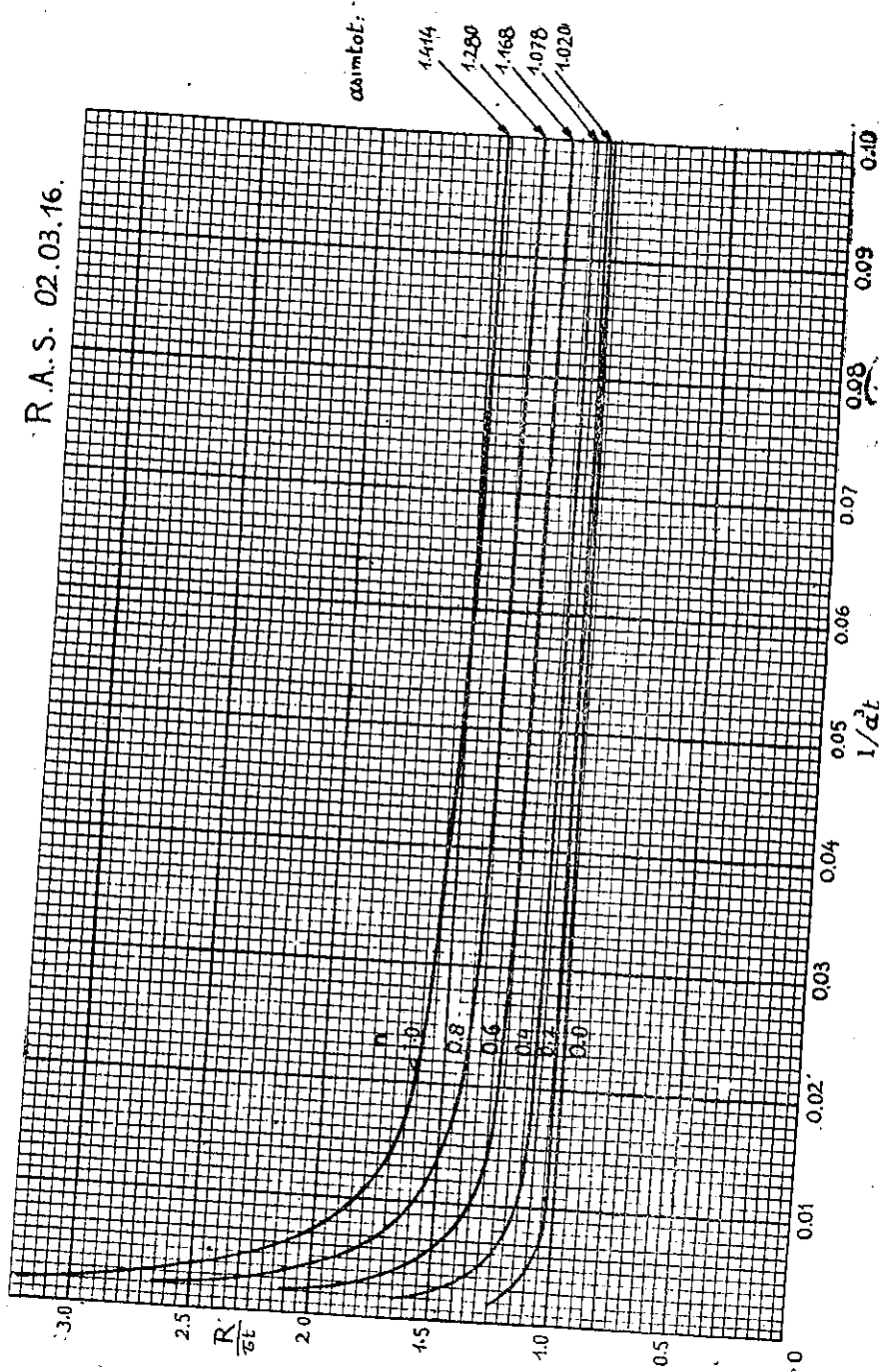
n = Çekme alanından dolayı taban yükleme katsayısı;

(n) nin değerinin ne şekilde hesap edileceğini madde - 17 de göreceğiz

R = Perçinleme doğrusunda birim uzunluktaki maksimum yük.

Tabanların eğilme rijitliklerinden dolayı, gövde ile tabanların irtibatında perçinler üzerine gelen yük, takviyeler civarında maksimumdur. Bu maksimum R kuvvetinin τt ye oranı $(I/a^3 t)$ ye bağlı olarak (n) nin muhtelif değerleri için (Şekil - 19) da çizilmiştir.

(Ref: R. A. S. 02.03.16 neşriyatından, ocak 1942 tabı)



Bu eğer eğriler gövdenin tabanlara irtibatındaki perçinler için çizilmiş iselerde, I sonsuz olarak alınmak şartıyla takviyelere paralel gövde perçinleri içinde kullanılabilir.

Misal:

$$t = 1.2 \text{ m/m} ; a = 19.05 \text{ cm} ; I = 33.4 \text{ cm}^4$$

$$\tau = 1400 \text{ kg/cm}^2 \quad n = 0.5$$

olduğuna göre perçin mesafeleri 16 m/m ve iki sıralı bir perçinlemede her perçine gelen toplam yükü bulalım.

$$I/a^3 \cdot t = 0.04 \text{ dir.}$$

Diyagramdan interpolasyonla $R/\tau t = 1.16$

Toplam yük:

$$R = 1.16 \times 1400 \times 0.12 = 195 \text{ kg/cm}$$

Bir perçine gelen yük:

$$\frac{196 \times 1.6}{2} = 156 \text{ kg.}$$

17. Çekme alanından ileri gelen taban yanal hamulesi:

Yukardaki işaretlerden başka şunları da alalım:

b = İki tabandaki, gövdeye yakın perçinler arasındaki mesafe;

A_s = Takviyenin kesit alanı;

$n\tau t$ = Tabanları aşağı doğru çeken taban ortalama hamulesi kg/cm.

Şekil - 20 üzerinde görüldüğü gibi n katsayısı $\frac{\tau}{\tau_{cr}}$ ve $\frac{A_s}{at}$ ye bağlı olarak grafikler çizilmiştir. Bu diyagramlar tabanları çeken kısmen saç ve kısmen de takviyeler tarafından mukavemet edilen ortalama yüklere aittir. n katsayısı, tabanların rijitlik katsayısına da bağlıdır.

C_f nindiğer kıymetleri için n interpolasyon ile bulunur. $C_f = 1$ için n nin değeri $A_s/a t$ değerine bağlı değildir.

(Ref. R.A. S. 02.03.09 neşriyanından Ekim 1941 tabı)

Misal:

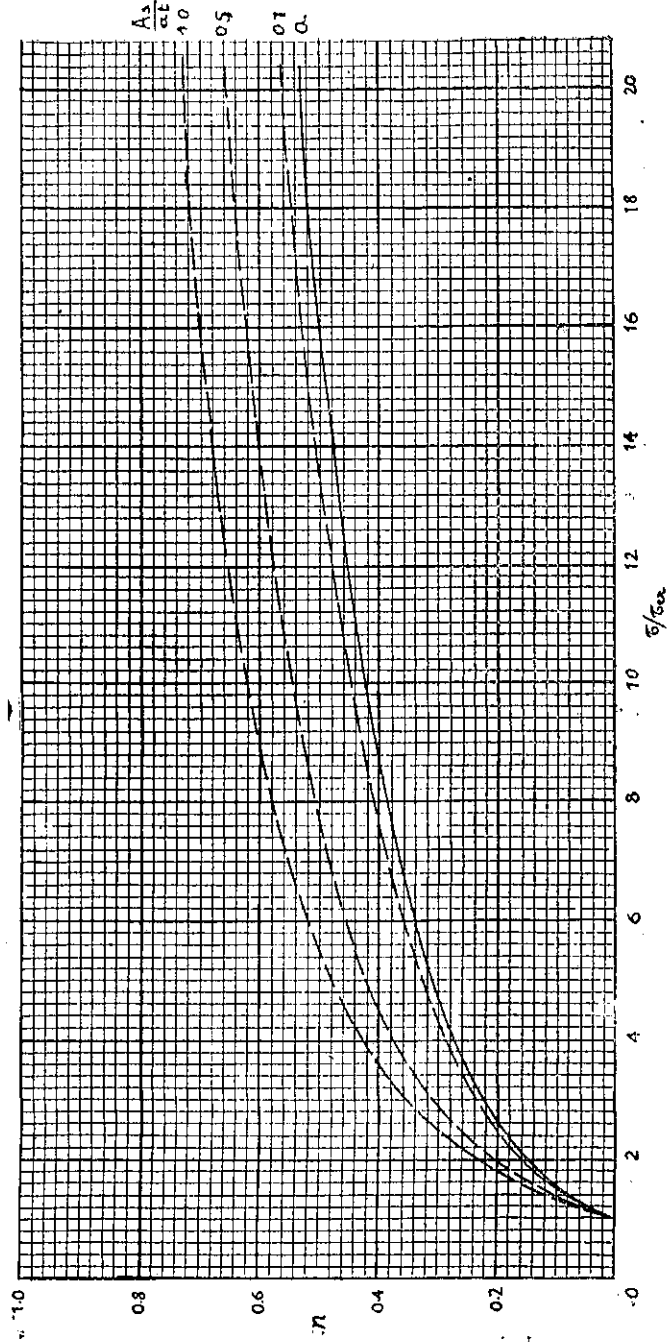
$$t = 1.2 \text{ m/m} ; b = 47.63 \text{ cm} ; a = 19.05 \text{ cm} ;$$

$$A_s = 1.03 \text{ cm}^2 ; V = 8200 \text{ kg.} ; C_f = 0.5$$

olduğuna göre taban yanal hamulesini bulalım:

— Rijid Taban $C_f = 1.0$
 — Fleksibil $C_f = 0$

R.A.S. 02.03.09



Şekil - 20

$$A_s/a t = 0.45$$

$$\tau = 1400 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{a}{b} = 0.4 ; \frac{a}{t} = 156 ; \tau_{or} = 182 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{\tau}{\tau_{or}} = 7.7 \text{ olduğundan } C_f = 0 \text{ için } n = 0.49$$

$$C_f = 1 \text{ için } n = 0.38 \text{ dir.}$$

İnterpolasyonla $C_f = 0.5$ için $n = 0.435$ dir.

$$\text{Ortalama yanal yük } n \tau t = 0.435 \times 1400 \times 0.12 = 74 \text{ kg/cm.}$$

18. - Çekme alanından ileri gelen tabanlardaki eğilme momenti.

M = Tabanlarda çekme alanından dolayı meydana gelen eğilme momenti olsun. Kiriş tobanları üzerinde çekme alanından dolayı meydana gelen yanal yük, eğilme momenti meydana getirir. Bu eğilme momentleri takviyelerin tabanlara bağlandığı noktalarda maksimumdur. Tabanlar takviyeler üzerinde mütemadi olarak kabul edilmiştir.

Şekil - 21 üzerinde görülen diyagram $\frac{\tau}{\tau_{or}}$ tabii olarak maksimum eğilme momentini vermektedir. (Ref. R.A.S. 02.03.10. neşriyatından, ocak 1941) Çekme alanı gerilmelerinin dağılımı ve şiddeti, tabanların eğilme rijitliğine de tabii olduğundan madde 17 de görüldüğü gibi, rijitliğin artmasına mukabil ortalama çekme alanı gerilmesi büyür. Bu çekme alanı gerilmesi artışı tabandaki eğilme momentini artırır. Buna mukabil, yük, açıklığın ortasından takviyelere geçtiğinden saç genişliğince gerilmelerin artması, maksimum eğilme momentini azaltır. Bu iki zıt tesir birbirlerini dengeler.

Neticede maksimum moment sabit kalır. Bu eğri rijitlikleri az olan tabanlar için çok ihtiyatlıdır.

Misal:

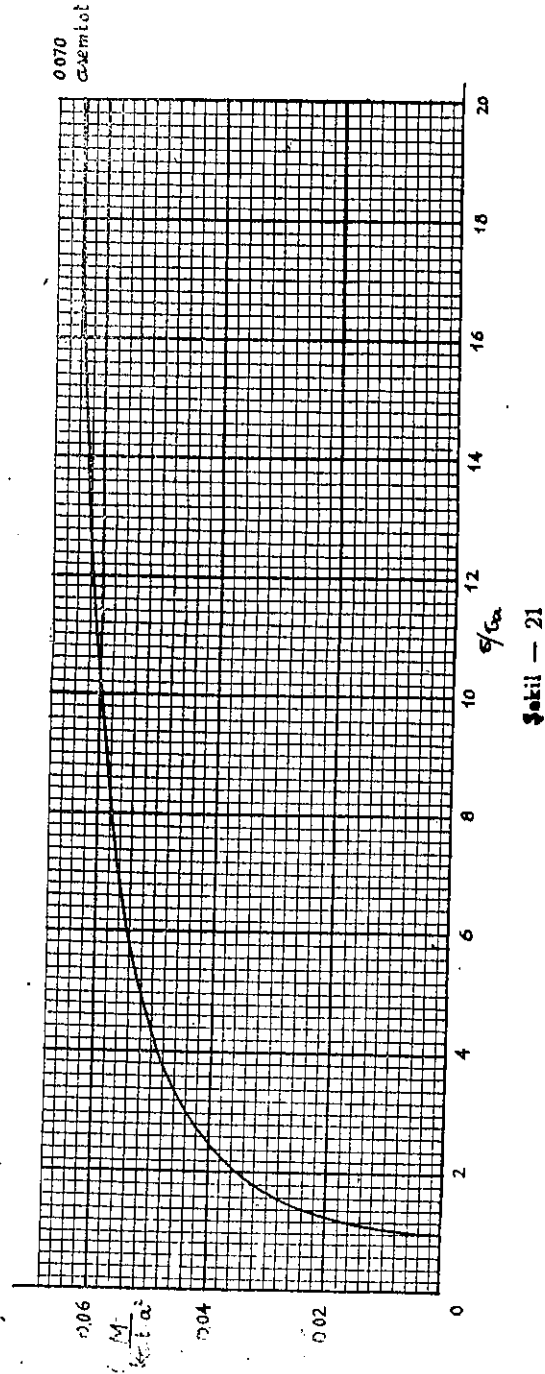
$$t = 1.2 \text{ m/m} ; b = 47.63 \text{ cm} ; a = 19.05 \text{ cm.}$$

$$V = 8200 \text{ kg.} ; \tau_{or} = 182 \text{ kg/cm}^2$$

için maksimum eğilme momentini bulalım.

$$\tau = \frac{V}{b t} = 1400 \text{ kg/cm}^2 ; \frac{\tau}{\tau_{or}} = 7.7$$

R.A.S. 02.03.10



Şekil - 21

Diyagramdan :

$$\frac{M}{k \cdot t \cdot a^2} = 0.057$$

$$M = 0.057 \times 1400 \times 0.12 \times (19.05)^2 = 3480 \text{ (kg. cm)}$$

bulunur.

19. — Takviyelerin efektif kolon uzunluğu :

l' Takviyenin efektif kolon uzunluğunu göstermek üzere, l'/b oranı a ortalama yük katsayısının muhtelif değerleri için a/b oranına bağlı olarak (şekil - 22) deki grafikler çizilmiştir.

(Ref. R.A.S. 02.03.15 neşriyatı, Mayıs 1945 tabı)

Takviyenin efektif uzunluğuna tesir eden sebep eğilme olup, çekme alanının dalgalarından ileri gelen lokal çökmeler değildir. Çekme alanı dalgaları takviyenin gövde saçı düzleminden dışarı doğru flambaj yapmasına mani olur. Bu sebepten dolayı, takviyenin efektif uzunluğu (takviyenin uçlarında mafşallı olarak nazarı itibara alınması halinde, takviyenin eksantrikliğini de gözönünde tutarak) gövde saçı genişliğinden daha azdır.

Bundan başka, takviye üzerinde tam baskı yükü takviyenin ortasına doğru maksimum olmaktadır.

Misal :

$$b = 47.63 \text{ cm} ; a = 19.05 ; n = 0.45$$

olması halinde efektif kolon uzunluğunu bulmak matlup olsun :

a/b = 0.4 olduğundan, interpolasyon ile grafikten

$$l'/b = 0.83$$

bulunur. Bundan

$$l' = 47.63 \times 0.83 = 39.60 \text{ cm.}$$

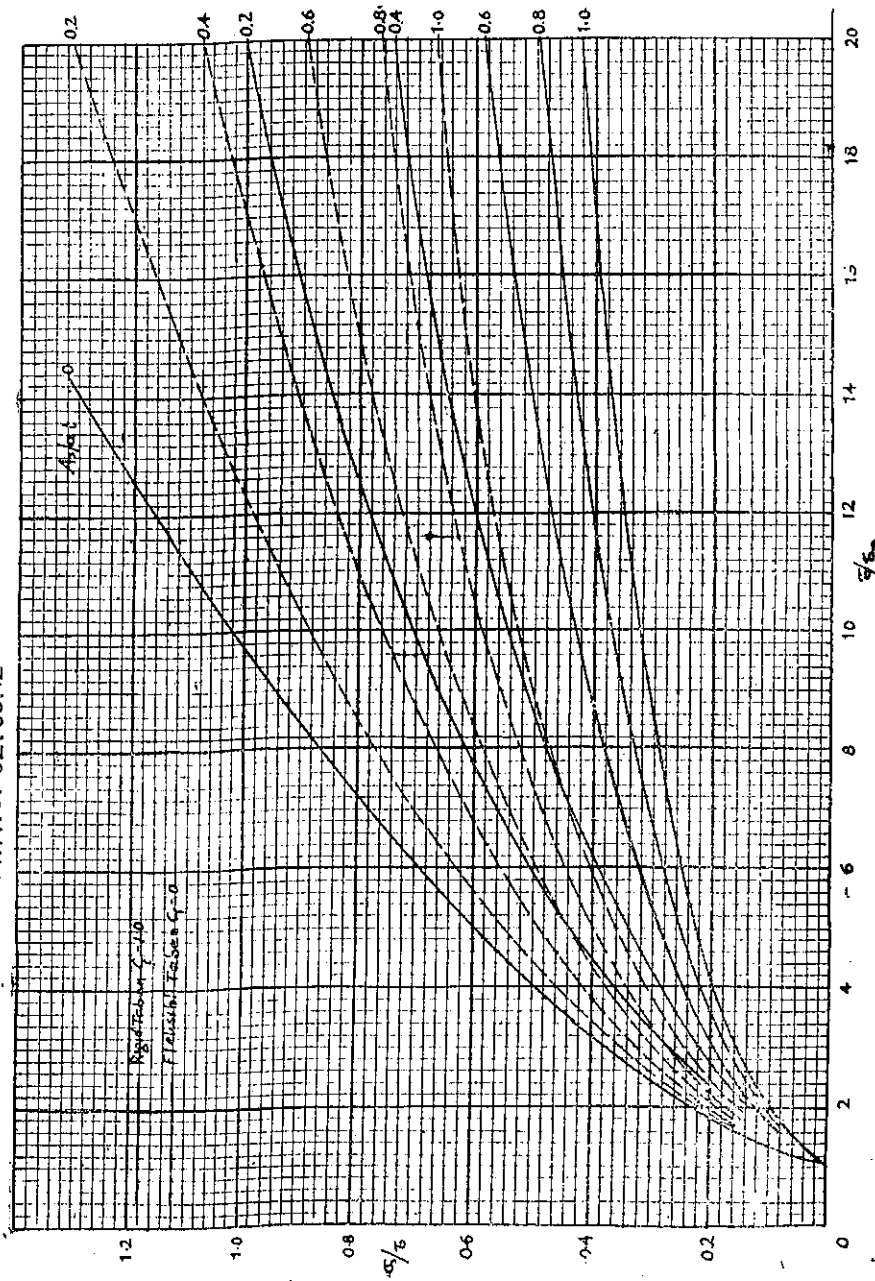
elde edilir.

20. — Takviyelerdeki baskı gerilmesi :

σ, Takviyedeki baskı gerilmesini göstersin.

σ, τ delegaleri τ/σ_{cr} bağlı olarak A_s/at n'n muhtelif değerleri için, takviyelerin gövde saçına raptedilmiş olması halinde çizilmiştir. (Şekil-23) (Ref. A.R.S. 02.03.12. neşriyatından, Ekim 1941 tabı) .

R. A. S. 02.03.12



Şekil - 24

saçlardır. Kesme kuvveti tesirile flambaj yapan saçlardaki gerilme, kayma çekme ve eğilme gerilmelerinin kombine bir bileşkesidir. Malzemenin belli hassalarının mukayesesi maksadile $\frac{\tau}{\sigma}$ degeri $\frac{\tau}{\tau_{cr}}$ ye bağlı olarak $A_s/a t$ nin muhtelif değerleri için grafik çizilmiştir. (Şekil - 24)

(Ref. R. A. S. 02.03.13 neşriyatından, Kısım 1941 tabı)

Eşdeğer çekme gerilmesi kombine gerilmelerin belli bir bileşkesidir. Kombine gerilmeler hakkında en iyi istifade edilebilir bilgi, Asal gerilmeleri aynı yönde kabul eden (Rankine) nin asal gerilmeler teorisi ile, Asal gerilmeleri aksi yönde kabul eden (Mises) ve (Hencky) nin sabit kesme kuvveti enerjisi teorisi olduğundan, gerilmeler bu teorilere dayanılarak hesap edilmişlerdir.

Maksimum eşdeğer çekme gerilmeleri kombine gerilmelerin öyle bir bileşkesidir ki, malzeme bu çekme gerilmelerine maruz kaldığı zaman, müteakiben kopma ve akma hallerinde bulunur. Daimi deformasyon malzemenin bazı noktalarında meydana gelecek olan eşdeğer maksimum gerilme meselâ akma noktası gerilmesini tecavüz ettiği zaman meydana gelecektir.

Saçın kopması bazı noktalardaki gerilmenin kopma gerilmesine gelmeden evvel meydana gelmeyecektir. (Şekil - 24) üzerinde alt eğrilerdeki σ gerilmeleri, akma noktası gerilmelerini verir. Üstteki eğrilerdeki σ gerilmeleri de kopma noktası gerilmelerini verir.

Misaller:

Aşağıdaki şartlar altında (1) saçın nominal kapma kayma gerilmesini, (2) saçın daimi deformasyon kayma gerilmesinin bulunması istenmektedir:

$t = 1.2 \text{ m/m} ; a = 19.05 \text{ cm} ; A_s = 1.03 \text{ cm}^2$

$\tau_{cr} = 182 \text{ kg/cm}^2 ;$

Akma noktası çekme gerilmesi : $\sigma = 2530 \text{ kg/cm}^2$

Kopma noktası çekme gerilmesi : $\sigma = 3940 \text{ kg/cm}^2$

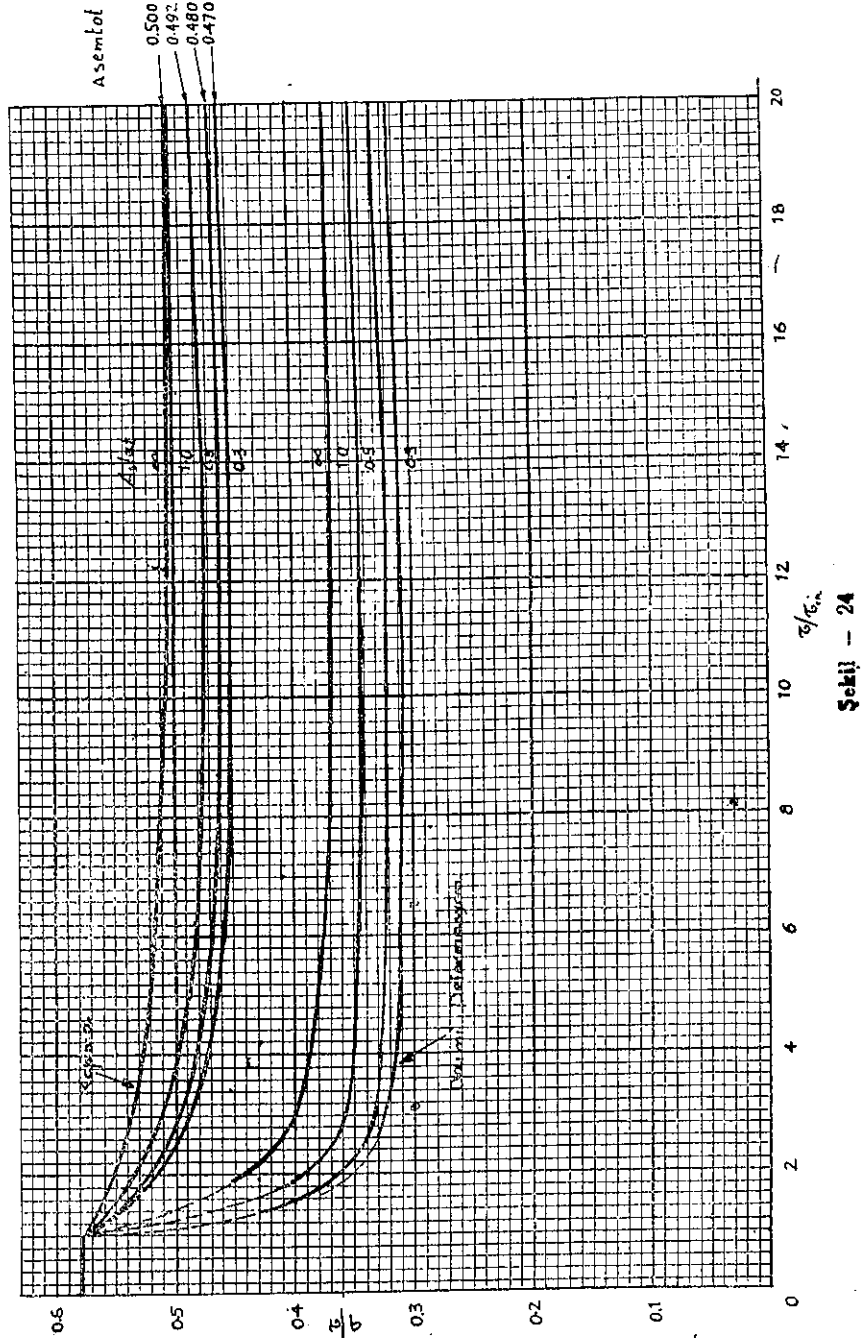
Buradan :

$A_s/at = 0.45$

1) İlk takribiyetle kopma kayma gerilmesi : $\tau = 1400 \text{ kg/cm}^2$ dir.

Buradan ;

$\tau/\tau_{cr} = 7.7 \text{ dir.}$



Şekil - 24

Üstteki değerden:

$$\tau/\sigma = 0.446$$

ve böylece:

$$\tau = 0.446 \times 3940 = 1760 \text{ kg/cm}^2$$

İkinci takribiyetle:

$$\tau/\tau_{cr} = 9.6$$

diyagramdan

$$\tau/\sigma = 0.444 \quad \tau = 1750 \text{ kg/cm}^2$$

2) Daimi defirmasyon için ilk tahmin

$$\tau/\sigma = 0.31 \quad \text{dir.} \quad \sigma = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

olarak alınırsa, daimi defirmasyon başlangıcı $\tau = 785 \text{ kg/cm}^2$

buradan:

$$\tau/\tau_{cr} = 0.43$$

alt gerilerden dolayı

$$\tau/\sigma = 0.31$$

daha fazla takribiyete lüzum yoktur.

22. — Göve taban irtibatı perçin hattında saçdaki caiz gerilme:

σ = saçtaki verilen limit çekme gerilmesini göstere;

σ_t = taban doğrultusuna paralel perçin hattında gövde saçı çekme gerilmesini göstere;

τ , σ ve σ_t ye uygun maksimum caiz kayma gerilmesi olsun:

n = Taban yükleme katsayısı olsun.

τ/σ değeri (Şekil 25) de olduğu gibi σ_t/σ değerine bağlı olarak çizilmiştir. (Ref. R.A.S. 02.03.17 deşriyatından, Mart 1942 tabı)

Perçin hattındaki kombine gerilmenin, τ kayma gerilmesi, tabanların çekme uzanmasına uygun ve taban doğrultusuna paralel σ_t çekme gerilmesi ve taban normal $n\tau$ gerilmesinden ibarettir.

n katsayısının küçük değışimleri, bu değer için ortalama bir kıymet alınarak bertaraf edilmiştir. Perçin deliklerinden dolayı saç alanının azalması ve tabanların esnekliğinden dolayı lokal gerilme konsantrasyonları ve perçin deliklerinin mevcudiyeti gibi tesirler nazarı itibara alınmıştır.

$$P = \frac{M}{h}$$

Bulunan P kuvveti üst taban alanı F_1 ve alt taban alanı olan F_2 ile bölünürse, bu suretle üst tabanda ve alt tabanda tesir eden sabit gerilmeler bulunur. (Şekil — 28)

$$\sigma_1 = \frac{P}{F_1}, \quad \sigma_2 = \frac{P}{F_2}$$

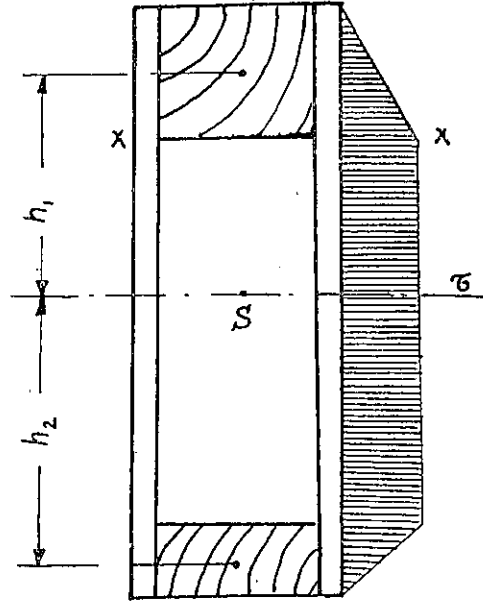
Bundan başka kanat düzlemi içindeki kuvvetlerin kremonasından ileri gelen ve kirişlere tesir eden kuvvetlerde kirişin üst ve alt tabanları üzerinde gerilmeler hasil ederler. Bu kanat düzlemi içindeki kuvvetlerden ileri gelen çubuk kuvveti üst ve alt tabanlar arasında bu taban ağırlık noktalarının kuvvetin tesir noktasına olan mesafelerin tersiyle orantılı olacak şekilde bölünür. Bunlardan dolayı ileri gelen gerilmeler de yukarıda bulunan gerilmelere işaretleriyle katılırlar. Hesabı yaparken eğilmeden ileri gelen kuvvetlerin bir kısmınında kontrplak tarafından taşınacağını hiç nazarı itibara almadık. Sureti umumiyede kontrplak elyafı kiriş eksenine 45° derecelik bir açı ile yerleştirilir. (Şekilde görüldüğü gibi) kontrplağın bu yöndeki elastiklik modülü çok küçük olduğundan normal gerilmelerde kontrplak üzerinde çok küçük olacaktır. Bu söylediğimizi daha açık anlatalım: Karışık malzeme ile yapılmış bir kiriş alalım: M eğilme momenti ile eğilme meydana gelsin tarafsız eksenden itibaren uzanmaların bu eksene olan mesafelerle orantılı olacağı hatıra getirilirse:

$$\frac{y_0}{\varepsilon_1} = \frac{y}{\varepsilon} \text{ olur.}$$

gerilmelerin uzanmalarla orantısını yazalım.

$$\sigma = E_k \cdot \varepsilon$$

σ , gerilme E_k , tarafsız eksenden y yükseklikteki malzemenin elastiklik modülüdür. Kesitteki kuvvetlerin tarafsız eksene nazaran momentini alalım.



Şekil — 28

$$M = \int_{\Omega} \sigma \cdot y \cdot dA = \int_{\Omega} E_k \cdot \varepsilon \cdot y \cdot dA = \frac{\varepsilon_0}{y_0} \int_{\Omega} E_k \cdot y^2 \cdot dA$$

buradan da

$$M = \frac{\varepsilon_0}{y_0} \sum E_k \int y^2 \cdot dA = \frac{\varepsilon_0}{y_0} \sum E_k I_k$$

$$M = \frac{\varepsilon}{y} \sum E_k I_k$$

veya

$$\varepsilon = \frac{M \cdot y}{\sum E_k I_k}$$

$$\sigma = \frac{E_k \cdot M \cdot y}{\sum E_k I_k}$$

olsun.

$$\sum_k I = I$$

$$\sum E_k I_k = E I$$

olacak şekilde ortalama bir E_0 bulalım. Buradan:

$$\sigma = \frac{E_k \cdot M \cdot y}{E_0 I}$$

elde edilir.

Şu halde eğilmede, karışık malzeme ile yapılan bir kirişte o malzemenin elastiklik modülü ile orantılı gerilme meydana gelir. Bundan dolayı kontrplak gerilmeleri küçük olur. Şuda var ki, kontrplak kesit alanı taban alanına nazaran küçük olduğundan ve esasen kontrplak üzerindeki gerilmelerde çok küçük olduğundan, kontrplak tarafından taşınan eğilme yükü de hemen, hemen hiçtir. Kiriş gövdesindeki makaslama gerilmelerine gelince evvelce bulunan

$$\tau = \frac{T}{I} \cdot \frac{S_x}{b_x}$$

formülü kullanılır. Yukarıdaki formülde S_x statik moment olduğundan ve bunun hesabında ise yalnız taban alanlarının statik momentleri nazarı itibara alınır, taban alanının bittiği noktadan itibaren tarafsız mihvare doğru S_x değişmeyeceğinden bu kısımdaki yani kontrplaktaki makaslama gerilmeleri sabit olacaktır. Ancak makaslama gerilmeleri tabanın en uzak elyafından en yakın elyafına kadar çoğalacaktır. Kirişin

BÖLÜM VIII

Deformasyonlar

1. Kanat düzlemi içindeki kuvvetlerin sebep oldukları ve bundan başka makaslama kuvvetlerinin sebep oldukları deformasyonlar kabili ihmal olduklarından bunlarla meşgul olunmayacaktır. Buna mukabil kirişlerin maruz kaldıkları eğilme kuvvetleri mühim deformasyonlar meydana getirirler. Büyük açıklıklı kanat uçlarında bazan fleş 1 metreyi geçebilir. Bir kirişin maruz bulunduğu eğilme fleşini genel olarak kesit değişen olduğundan, bu fleşi muayyen bir kesitin sabit atlet momentine kıyas ederiz. Bunun için sabit bir I_1 atalet momentini alalım. Nazarı itibara alınan kesitteki eğilme momenti M_x ise ve atalet momentini I ise, bu üç miktar yardımı, yani, M_x , I_x ve I_1 yardımıyla öyle bir M'_x miktarı tayin edelimki x kesitindeki aynı fleşi versin bunun için de malzeme aynı olduğundan

$$\frac{M'_x}{I} = \frac{M_x}{I_x} ; \frac{I}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x} = \frac{M'_x}{EI_1} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

münasebeti tahakkuk edecek şekilde M'_x miktarını intihap etmek kifayet eder. Buradan da

$$\frac{M'_x}{EI_1} = \frac{M_x}{EI_x}$$

münasebeti göz önünde tutulursa her noktada bu münasebet tahakkuk ettiğinden I_1 sabit atalet momentli ve M'_x eğilme momentli kirişin elastik eğrisi bizim kirişimizin her noktadaki fleşini verir. Torsiyon deformasyonlarını da bulmak için her noktadaki ön ve arka kirişlerin fleşleri farkının bu kirişler arasındaki mesafeye bölünürse nazarı itibara alınan noktadaki burulma açısı bulunur. Düşey fleşler her ne kadar büyük iseler de, tayyarenin çalışması bakımından tehlikeli değildirler. Buna mukabil kanatların torsiyon deformasyonları ağır neticeler doğurabilir. Bu suretle kanatların torsiyon neticesinde, kanat profillerinin

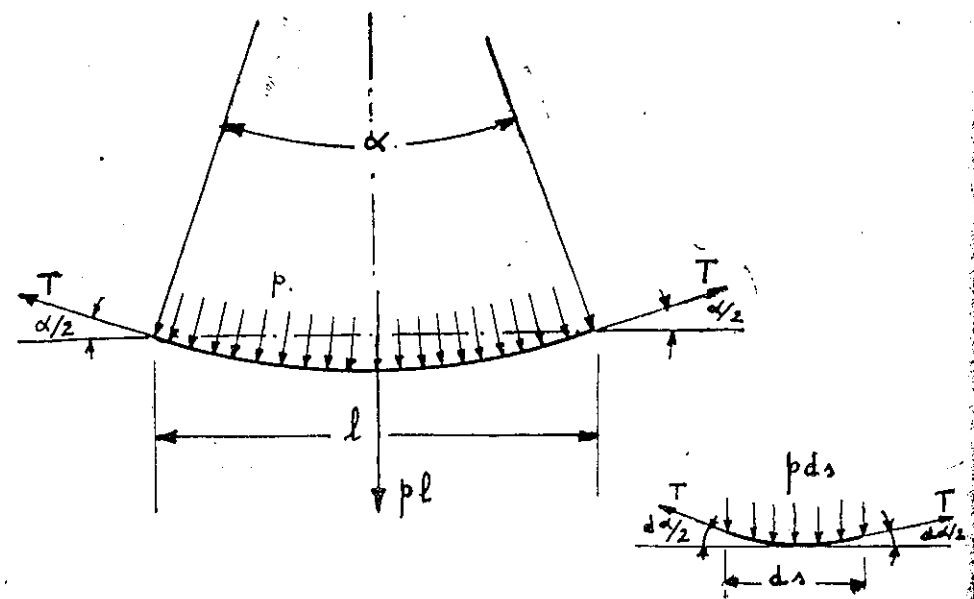
hücum açıları değişeceğinden bu hücum açılarının değişmesinden de kanatlar, üzerine tesir eden aerodynamik kuvvetlerin değişeceği ve neticede tayyarenin stablilite ve manavra kabiliyetinin bozulabileceği tehlikeli titreşmelerin de hasıl olabileceği meydana çıkar. Hesap yardımı ile veyahut tecrübe ile kolayca tahkik olunabilirki, beraberce çalışmayan iki kirişli bir kanatta oldukça büyük torsiyon deformasyonları bulunur. Bundan dolayıda kirişleri beraberce çalışmayıp mustakil olarak çalışan bir kanat ancak küçük hızlı, küçük kanat alanlı ve küçük tayyarelerde kullanılır.

IX. BÖLÜM

Kanat bezlerinin hesabı

1. Bu bahsi bitirmeden önce, küçük hızlı, küçük kanat alanlı, küçük tayyarelerin kanat kaplaması ile modern bir çok uçakların, kanatçık, falp ve dümenlerinin, kaplamasında bu gün dahi kullanılan kaplama bezlerinin hesabından da bahis edeceğiz.

Kaplama bezi rijit olmamakla beraber, çekmeye çalışabildiğinden kanat üzerinde meydana gelen aerodinamik kaldırma kuvvetlerinin nervürlere intikaline yardım ederler. Yan yana iki nervür arasındaki mesafe l olsun. Aerodinamik hızdan dolayı bez üzerinde bir baskı veya bir depressiyon meydana gelir, bu kuvvet altında bez deformasyon yapar.



Şekil - 30

basıncı p kg/cm^2 ile gösterelim. Bez enini 1 cm olarak alırsak; p, o noktadaki depressiyon veya baskı olur. Baskı her yerde aynı olduğundan bezdeki gerilmeye her yerde aynı olur, şekildeki elemanter parçanın dengesinden

$$T \cdot d\alpha = p \cdot ds \text{ bulunur}$$

Buradan

$$\frac{d\alpha}{ds} = \frac{1}{R} = \frac{p}{T} = \text{sabit}$$

olduğundan, depressiyon veya baskı tesirile bez bir daire yayı şeklini alır.

(Şekil - 30) deki tekmil bezin dengesini nazarı itibara alalım

$$p \cdot l = 2T \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

buluruz.

Bez in elastik olduğunu ve elastik modülü de E_b olduğunu kabul edelim yani

$$T = E_b \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

yazalım

T bir santim eninde bezin gerilmesidir kg/cm boyutundadır.

E_b de aynı boyuttadır.

$$\Delta l + l = s = l \left(1 + \frac{T}{E_b} \right)$$

bağlantısı yukarıki münasebetten bulunur. Diğer taraftan

$$\alpha = \frac{p}{T} \cdot s$$

olduğundan

$$\alpha = \frac{pl}{T} \left(1 + \frac{T}{E_b} \right)$$

elde edilir.

Denge denkleminde α yerine kıymeti konulursa:

$$\frac{pl}{2T} = \sin \frac{pl}{2T} \left(1 + \frac{T}{E_b} \right)$$

bulunur.

Bu denklem bezdeki gerilme ile p, l, E_b miktarları arasındaki bağ-

lantıyı verir. $\sin \frac{pl}{2T} \left(1 + \frac{T}{E_b}\right)$ yi seriye oçar ve ilk iki termi alırsak ve $\left(1 + \frac{T}{E_b}\right)^3$ de ihmal edersenek :

$$T \cong \sqrt[3]{\frac{p^3 l^3 \cdot E_b}{24}}$$

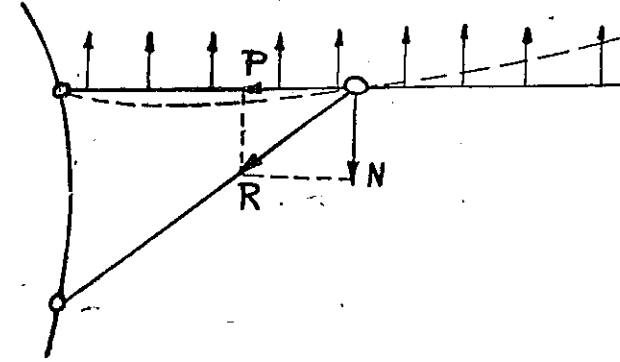
formülü bazdeki gerilmeyi verir.

p miktarını tayyare inşaat nizamnameleri verir. E_b ve l nin belli olmasına göre bezi yukarda formül yardımı ile seçeriz.

BÖLÜM — X

Kontrfişli kanatlar

1. Bazan tayyare inşaatında, kanat açıklığının belli bir noktasında lonjerona istinat etmek ve diğer ucuda gövde veyahut iniş takımlarına dayanacak şekilde bir dayama konurki bu çeşit kanatlara kontrfişli ka-



Şekil — 31

nat tabir olunur (Şekil — 31) Dayamaya (kontrfiş) tabir olunur. Kontrfişli kanatlar da kanat ucu ile kontrfiş dayama noktası arasında kalan kanat kısmı portafö lonjeronların hesabı gibidir. Önce bahsedildiği için burada tekrara lüzum yoktur. Yalnız (Şekil — 32) de görüldüğü gibi AB kısmının hesabıyla meşgul olunacaktır. Serbest kısımdan dolayı B noktasına bir M momenti tesir eder. Bir de serbest kısma tesir eden kuvvetlerin N bileşkesi tesir eder. Bu N bileşkesini kiriş ve kontrfiş yönünde iki bileşkene ayıralım. Kontrfiş yönündeki R ve lonjeron yönündeki de P olsun. A, B, C noktalarında bu sistemler birbirine mafsallı olarak bağlıdır. Bu lonjeronun AB kısmı nazarı itibara alınırsa bu kiriş şu dış tesirlere maruzdur : B noktasında serbest kısımdaki yükten ileri gelen M eğilme momenti, yine serbest kısımdaki yükten ileri gelen P aksenal kuvveti ve birde AB kısımdaki yükten ileri gelen yük, A daki düşey tepki ve yine A da P aksenal kuvveti. Lonjeronun AB kıs-

A, B, C, D dört sabit olup ilk şartlara tabidir. $x=0$ için sol tarafta $Y=0$ dir. Sağ tarafta ise $x=l$ için $Y=0$ olacağından birincisi denklemden $B=0$ ikinci denklemden ise $D=-C \frac{\sin kx}{\cos kx}$ bulunur. Bu takdirde yukarıdaki denklemler şu şekle gelir:

$$y = A \sin kx - \frac{Q \cdot c \cdot x}{EI k^2}$$

(Sol taraf için)

$$y = \frac{C}{\cos kl} \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)(l-x)}{EI k^2} \quad (\text{sağ taraf için bulunur.})$$

Şimdi Q nun tatbik noktasında sol ve sağ tarafın elastik eğrilerinin aynı bir fleşi olduğu ve bu iki elastik eğrinin bu noktadaki eğimlerinin de aynı olduğu şartından istifade ederek A ve C sabit miktarlarını tayin edelim. Birinci şart bize:

$$A \frac{\sin k(l-c)}{\sin kc} = \frac{C}{\cos kl} \quad \text{verir.}$$

Bu takdirde denklem şu şekle gelir:

$$y = A \sin kx - \frac{Q \cdot c \cdot x}{EI k^2} \quad (\text{sol taraf için})$$

$$y = \frac{A \sin k(l-c)}{\sin kl} \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)(l-x)}{EI k^2} \quad (\text{sağ taraf için bulunur.})$$

Şimdi teğetlerin eğimlerinin aynı olduğu şartı koşularsa

$$Ak \cos k(l-c) - \frac{Q \cdot c}{EI k^2} = - \frac{A k \sin k(l-c)}{\sin kc} \cdot \cos kc + \frac{Q(l-c)}{EI k^2}$$

bütün düzeltmeler yapıldıktan sonra

$$A = \frac{Q}{EI k^3} \cdot \frac{\sin kc}{\sin kl}$$

bulunur ve bu takdirde ise yukarıki denklemler şu şekle gelirler

$$y = \frac{Q}{EI k^3} \cdot \frac{\sin kc}{\sin kl} \cdot \sin kx - \frac{Q \cdot c \cdot x}{EI k^2}$$

(Sol taraf için)

$$y = \frac{Q}{EI k^3} \cdot \frac{\sin k(l-c)}{\sin kl} \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)(l-x)}{EI k^2}$$

(sağ taraf için)

Görülüyorki ikinci denklem, birinci denklemden x yerine $(l-x)$ ve c yerinde $(l-c)$ koyarak elde edilir. Bu iki denklem sağ mesnetten itibaren c mesafesinde bir tek Q kuvvetiyle, bir P eksenel kuvvetine maruz serbest mesnetli bir kirişin iki kısmı için elastik eğri denklemlerinden ibaret olur. Sağ taraf ve sol taraf için denklemler şunlardan ibaret olur: (sol taraf için)

$$y_1 = \frac{Q}{EI k^3} \cdot \frac{\sin kc}{\sin kl} \cdot \sin kx - \frac{Q \cdot c \cdot x}{EI k^2}$$

(sağ taraf için)

$$y_2 = \frac{Q}{EI k^3} \cdot \frac{\sin k(l-c)}{\sin kl} \cdot \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)(l-x)}{EI k^2}$$

E. İ. k^2 nın P ye eşit olduğu göz önünde tutulunca yukarıdaki iki denklemler

$$y_1 = \frac{Q}{Pk} \cdot \frac{\sin kc}{\sin kl} \sin kx - \frac{Q \cdot c}{P \cdot l} x$$

(sol taraf)

$$y_2 = \frac{Q}{P \cdot k} \cdot \frac{\sin k(l-c)}{\sin kl} \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)(l-x)}{Pl}$$

(sağ taraf)

bulunur. Görülüyorki ikinci denklemden c yerine $(l-c)$ ve x yerine de $(l-x)$ konulursa birinci denklem bulunur. Bu denklemlerin birinci türevi elastik eğrinin eğimini, ikinci türevi ise eğilme momentini verir.

$$y'_1 = \frac{Q}{P} \cdot \frac{\sin kc}{\sin kl} \cos kx - \frac{Qc}{Pl}$$

(sol taraf)

$$y'_2 = - \frac{Q}{P} \cdot \frac{\sin k(l-c)}{\sin kl} \cos k(l-x) + \frac{Q(l-c)}{Pl}$$

(sağ taraf)

$$y''_1 = - \frac{Qk}{P} \cdot \frac{\sin kc}{\sin kl} \sin kx$$

$$y''_2 = - \frac{Qk}{P} \cdot \frac{\sin k(l-c)}{\sin kl} \sin k(l-x)$$

Q kuvveti l açıklığının tam ortasında tesir ederse yani $c = \frac{l}{2}$ olursa bu takdirde iki formül bir işaret farkıyla aynı olacak ve formüller daha

$$y'' = -\frac{Qk}{P} \cdot \frac{\sin \frac{kl}{2}}{\sin kl} \cdot \sin \frac{kl}{2} = -\frac{Q}{2EI} \cdot \frac{kl}{2} = \frac{Q}{2EI} \cdot \text{tg } u$$

$$-EI y'' = \frac{Ql}{4 \frac{kl}{2}} \cdot \text{tg } u = \frac{Ql}{4} \cdot \frac{\text{tg } u}{u} = M_{\max}$$

bulunur.

Bu yukarıki formülden şu çıkarılır: Eğer iki kuvvet aynı zamanda tesir ederse Q kuvvetinin kirişin ortasında yalnız başına tesir etmesi halinde hasil olan maksimum moment olan $\frac{Ql}{4}$ dü tgu/u gibi katsayı ile çarpmak kâfi gelir. Görülüyor ki bu katsayı P kuvvetinin trigonometrik bir fonksiyonudur. P kuvveti sıfıra yaklaşırsa bu takdirde tgu/u bir, P kuvveti P_0 yaklaşır ve u ise $\frac{\pi}{2}$ yaklaşırsa $\text{tg } u \rightarrow \infty$ olacağından eğilme momentide bu takdirde ∞ olur.

$$y_1 = \frac{Q_1 \sin kc}{Pk \sin kl} \sin kx - \frac{Q_1 c}{Pl} x$$

$$y_2 = \frac{Q_1}{Pk} \cdot \frac{\sin k(l-c)}{\sin kl} \sin k(l-x) - \frac{Q_1(l-c)}{Pl}(l-x)$$

Formüllerin tetkikinden bu sistem yan kuvvete nazaran Superposition kanununa tabidir. Çünkü fleş Q'nın çizgisel bir fonksiyonudur. Filhalka kirişi bir P_1 kuvveti ile yüklielim bu takdirde yan kuvvetide Q_1 olsun bu takdirde belli bir x sabit noktasında Y_1 fleşi meydana gelir. Bundan sonra yine bir Q_2 kuvveti ile yüklielim bu takdirde aynı x noktasında Y_2 fleşi meydana gelsin. Yalnız şu noktayı unutmamak lazımdırki Q_2 'nin tatbik noktası Q_1 'rin tatbik noktasından farklı olabilir Q_1 ve Q_2 kuvvetlerinin her ikisinin birden tesir etmesi halinde x noktasında husule gelen sehim

$$Y = Y_1 + Y_2$$

olur.

3. Bu suretle kiriş bir çok yan kuvvetlerle yüklenmiş olsa husule gelecek olan fleşi hesaplayabiliriz. Kuvvetlerin adedini çoğaltarak ve şiddetlerini de küçültürsek bu takdirde kirişi süreli bir yük ile yüklemiş oluruz. Bu takdirde toplam işaretli integral işareti ile tebdil edilmesi icap edeceği aşikârdır. Yüknün sabit olması ve 0-1 arasında bu sabit yüke kirişin maruz kalması halinde kirişin her hangi bir x noktasındaki fleşi

hesaplamak için bu x'in sağına birinci formülü, soluna da ikinci formülü tatbik edip ikisini toplamak lazımdır. Bu takdirde Q yerine q.dc koymak lazımdır ve kâfidir.

$$y = \frac{\sin k(l-x)}{Pk \sin kl} \int_{l-x}^l q \sin k(l-c) dc - \frac{l-x}{Pl} \int_{l-x}^l q(l-c) dc$$

$$+ \frac{\sin kx}{Pk \sin kl} \int_0^{l-x} q \sin kc \cdot dc - \frac{x}{Pl} \int_0^{l-x} q \cdot c \cdot dc$$

$$y = -\frac{q}{Pk^2} \cdot \frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} \int_{l-x}^l \sin k(l-c) \cdot dk(l-c) + \frac{q(l-x)}{Pl} \int_{l-x}^l (l-c) d(l-c)$$

$$+ \frac{q}{Pk^2} \frac{\sin kx}{\sin kl} \int_0^{l-x} \sin kc d(kc) - \frac{qx}{Pl} \int_0^{l-x} c dc$$

$$y = \frac{q}{Pk^2} \cdot \frac{\sin kx}{\sin kl} \left[-\cos kc \right]_0^{l-x} - \frac{qx}{2Pl} \left[c^2 \right]_0^{l-x}$$

$$+ \frac{q}{Pk^2} \frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} \left[\cos k(l-c) \right]_{l-x}^l + \frac{q(l-x)}{Pl} \left[(l-c)^2 \right]_{l-x}^0$$

gereken işlemlerden sonra

$$y = \frac{q l^4}{16 EI \cdot u^4} \cdot \left[\frac{\cos \left[u \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right]}{\cos u} - 1 \right] - \frac{q x (l-x)}{8 EI} \cdot \frac{l^2}{u^2}$$

Bu üniform olarak yüklenmiş olan kirişin maksimum fleşide tam ortadadır. Bu maksimum fleşi bulmak için $x = \frac{l}{2}$ koyalım. İcap eden ameliyatlar yapıldıktan sonra:

$$\delta = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI} \cdot \frac{24 \left(\sec u - 1 - \frac{1}{2} u^2 \right)}{5 u^4}$$

Bu ifade de ilk faktör yalnız yaa bir yük ile kirişin yüklenmiş olmasında bu kirişin haiz olacağı fleşi gösterir. İkinci faktör ise baskı kuvvetinin tesirini gösterir. Baskı kuvveti sıfır olunca ikinci faktörde 1 limitine varır. P kuvveti P_{cr} yaklaşırsa bu takdirde $u \rightarrow \frac{\pi}{2}$ yaklaşır. Bu takdirde ikinci terim ve böylece fleşte sonsuza doğru gider.

$$y = \frac{ql^4}{16 EI u^4} \left[\frac{\cos u \left(1 - \frac{2x}{l} \right)}{\cos u} - 1 \right] - \frac{ql^2}{8 EI u^2} \cdot x \cdot (l-x).$$

Yukarıki denklemin iki defa türevi alınırsa, birinci türevde $x=0$ konur ve ikinci türevde $x = \frac{l}{2}$ konur ve türev $-EI$ ile çarpılırsa bir taraftan başlangıçtaki eğim ve ikincisinde de maximum eğilme momenti bulunurki bunlarda şunlardan ibarettir:

$$\theta = y' = \frac{ql^3}{24 EI} \cdot \frac{3(tgu - u)}{u^3}$$

$$M_{max} = -y'' EI = \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cos u}$$

Burada q sabit olduğuna göre yukarıdaki denklemleri bulduk. q bütün kiriş boyunca değişken olsa idi bu takdirde q da integral işaretine girerdi. Bu takdirde de integralleri grafik olarak çözmek lâzımdır.

4. Q kuvvetinin yerine M momenti tatbik edilmesi hali: Q kuvveti yerine kirişin uçlarından birine bir bir M eğilme momenti tatbik edildiğini farz edelim. Bu halde meseleyi şu şekilde etüd ederiz. Farzedelimki kirişe bir Q kuvveti tatbik edilsin; bu kuvveti mesnede doğru hareket ettirelim o şekilde ki $Q.c$ çarpımı sabit kalsın, $c \rightarrow 0$ yaklaşınca $Q \rightarrow \infty$ doğru yaklaşır. Bu takdirdeki elastik eğri denklemini göz önünde tutalım:

$$y = \frac{Q}{P.k} \cdot \frac{\sin k c}{\sin k l} \sin k x - \frac{Q.c}{P.l} \cdot x$$

$c \rightarrow 0$ olunca $\sin kc \rightarrow kc$ olur ve bu takdirde de

$$y = \frac{Qk.c}{Pk} \cdot \frac{\sin k x}{\sin k l} - \frac{Q.c}{P.l} \cdot x$$

$Q.c = M$ olduğundan:

$$y = \frac{M.k}{P.k} \cdot \frac{\sin k x}{\sin k l} - \frac{M}{P.l} \cdot x$$

veyahutta

$$y = \frac{M}{P} \left(\frac{\sin k x}{\sin k l} - \frac{x}{l} \right)$$

Bu deklemin türevini alıp x yerine bir defa sıfır ve bir defa da l korskak kirişin iki ucundaki teğetlerin eğimini elde ederiz.

$$y' = \frac{M}{P} \left(\frac{k \cos kx}{\sin kl} - \frac{1}{l} \right)$$

$$y'_0 = \frac{M}{P} \left(\frac{K}{\sin kl} - \frac{1}{l} \right)$$

burada P ve k nın u cinsinden kıymetleri yazılırsa

$$\theta_0 = y'_0 = \frac{M.l}{6 EI} \cdot \frac{3}{u} \left(\frac{1}{\sin 2u} - \frac{1}{2u} \right)$$

$$\theta_l = y'_l = \frac{M.l}{3 EI} \cdot \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\lg 2u} \right)$$

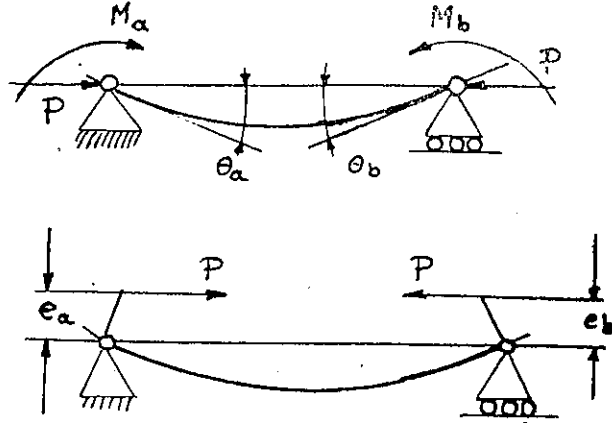
Bu iki formül moment ile yüklenmiş ve yüklenmemiş uçlarda teğetlerin eğim açılarını verirler. Bu iki denklemden birinci faktörler kirişin yalnız bir moment ile yüklü olduğu zaman eğim açılarını verir. İkinci faktörler ise baskı kuvvetlerinin tesirini gösterir. Bu ifadelerden görülürki P baskı kuvveti sıfıra yaklaşınca ikinci faktörler 1 re yaklaşır. Bu takdirde bir ucundan bir moment tatbik edilmiş bir kiriş meydana gelir.

P eğer P_{cr} doğru yaklaşırsa $u = \frac{\pi}{2}$ yaklaşır. Bu takdirde de her iki terim sonsuza doğru gider. Bundan sonra yapacağımız hesaplarda yukarıki ifadelere sık sık tesadüf edileceğinden bunları $\phi(u)$ ve $\psi(u)$ fonksiyonları olarak gösterelim. Bu takdirde

$$\psi(u) = \frac{3}{u} \left(\frac{1}{\sin 2u} - \frac{1}{2u} \right)$$

$$\psi(u) = \frac{3}{2u} \cdot \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2u} \right)$$

Handbook of Aeronautic, Theorie of Elastic Stability gibi kitaplar bu $\phi(u)$ ve $\psi(u)$ fonksiyonlarının kıymetlerini cetvel halinde verirler. Biz bunların değerlerini ilâve olarak kitabın sonunda verdik.



Şek. 34

Kirişin iki ucuna moment tatbik edelim. (Meselâ eksantrik baskı kuvvetleri tatbik edilirse bu takdirde iki uçta moment hasil olur. (Şekil-34) bu takdirde her hangi bir noktadaki fleş bu momentlerden ileri gelen fleşlerin toplamından ibaret olur. M_a momentinin sebep olduğu deformasyonları bulmak için denklemda x yerias $l-x$ koymak lâzım olduğuna aşikârdır. Bu takdirde

$$y = \frac{M_b}{P} \left(\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right) + \frac{M_a}{P} \left(\frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} - \frac{l-x}{l} \right)$$

P baskı kuvveti ekzantrik olarak tesir ederse $M_a = e_a \cdot P$; $M_b = e_b \cdot P$ kıymetleri yerine konursa

$$y = e_b \left(\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right) + e_a \left(\frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} - \frac{l-x}{l} \right)$$

bu takdirde uçlardaki teğetlerin eğim açıları

$$\theta_A = \frac{M_a \cdot l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_b \cdot l}{6EI} \cdot \phi(u)$$

$$\theta_B = \frac{M_b \cdot l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_a \cdot l}{6EI} \cdot \phi(u)$$

$M = M_a = M_b$ olması halinde ise

$$y = \frac{M}{P \cdot \cos \frac{kl}{2}} \left(\cos \frac{kl}{2} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) - \cos \frac{kl}{2} \right); u = \frac{kl}{2}$$

olduğundan

$$y = \frac{Ml^2}{8EI} \cdot \frac{2}{u^2 \cdot \cos u} \cdot \left[\cos u \left(1 - \frac{2x}{l} \right) - \cos u \right]$$

ortadaki fleş ise:

$$\delta = \frac{Ml^2}{8EI} \cdot \frac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cdot \cos u}$$

Bu takdirde kirişin nihayet uçlarındaki teğetlerin eğim açıları

$$\theta_A = \theta_B = y'_{x=0} = \frac{Ml}{2EI} \cdot \frac{\operatorname{tg} u}{u}$$

Eğilme momenti ise kirişin ortasında maksimumdur.

$$M_{max} = -EI y' = \frac{M}{\cos u}$$

Gerilmelerin hesabına tatbik edilen formül şu son formülden ibaretir. Ekzantrik olarak baskılı bir kirişte $u \rightarrow 0$ edince $\frac{1}{\cos u} \rightarrow 1$ yaklaşır. Bu

takdirde kirişin her noktasındaki moment sabit olur. Bilâkis $u \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ye

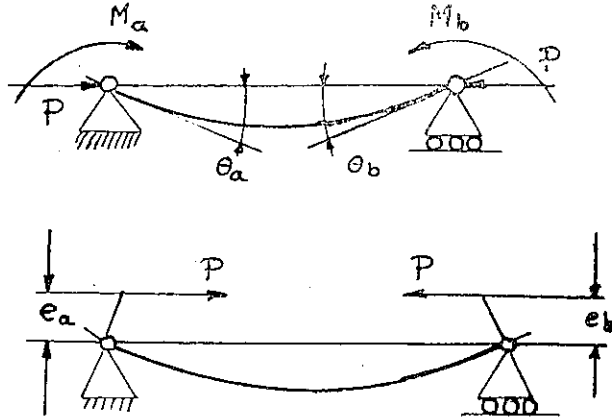
yaklaşınca $P \rightarrow P_c$ doğru yaklaşır $\frac{1}{\cos u} \rightarrow \infty$ olur. Meselâ gayet küçük bir ekzantrikliğin bile kirişin ortasındaki gerilmelerin çoğalmasını sağlıyacağı bu suretle gözükür.

5. 5. Sürekli kiriş hali:

Şimdi bir çok mesnetlere dayanan yatay ve eksensel baskı kuvvetlerine maruz eğilmiş bir sürekli kiriş nazarı itibara alalım. Hiperstatik

$$\psi(u) = \frac{3}{2u} \cdot \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2u} \right)$$

Handbook of Aeronautic, Theorie of Elastic Stability gibi kitaplar bu $\phi(u)$ ve $\psi(u)$ fonksiyonlarının kıymetlerini cetvel halinde verirler. Biz bunların değerlerini ilâve olarak kitabın sonunda verdik.



Şek. 34

Kirişin iki ucuna moment tatbik edelim. (Meselâ eksantrik baskı kuvvetleri tatbik edilirse bu takdirde iki uçta moment hasil olur. (Şekil-34) bu takdirde her hangi bir noktadaki fleş bu momentlerden ileri gelen fleşlerin toplamından ibaret olur. M_a momentinin sebep olduğu deformasyonları bulmak için denklemden x yerins $1-x$ koymak lâzım olduğu aşikârdır. Bu takdirde

$$y = \frac{M_b}{P} \left(\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right) + \frac{M_a}{P} \left(\frac{\sin k(1-x)}{\sin kl} - \frac{1-x}{l} \right)$$

P baskı kuvveti eksantrik olarak tesir ederse $M_a = e_a \cdot P$; $M_b = e_b \cdot P$ kıymetleri yerine konursa

$$y = e_a \left(\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right) + e_b \left(\frac{\sin k(1-x)}{\sin kl} - \frac{1-x}{l} \right)$$

bu takdirde uçlardaki teğetlerin eğim açıları

$$\theta_A = \frac{M_a \cdot l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_b \cdot l}{6EI} \cdot \phi(u)$$

$$\theta_B = \frac{M_b \cdot l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_a \cdot l}{6EI} \cdot \phi(u)$$

$M = M_a = M_b$ olması halinde ise

$$y = \frac{M}{P \cdot \cos \frac{kl}{2}} \left(\cos \frac{kl}{2} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) - \cos \frac{kl}{2} \right); u = \frac{kl}{2}$$

olduğundan

$$y = \frac{Ml^2}{8EI} \cdot \frac{2}{u^2 \cdot \cos u} \cdot \left[\cos u \left(1 - \frac{2x}{l} \right) - \cos u \right]$$

ortadaki fleş ise:

$$\delta = \frac{Ml^2}{8EI} \cdot \frac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cdot \cos u}$$

Bu takdirde kirişin nihayet uçlarındaki teğetlerin eğim açıları

$$\theta_A = \theta_B = y'_{x=0} = \frac{Ml}{2EI} \cdot \frac{\operatorname{tg} u}{u}$$

Eğilme momenti ise kirişin ortasında maksimumdur.

$$M_{\max} = -EI y' = \frac{M}{\cos u}$$

Gerilmelerin hesabına tatbik edilen formül şu son formülden ibaretir. Eksantrik olarak baskılı bir kirişte $u \rightarrow 0$ edince $\frac{1}{\cos u} \rightarrow 1$ yaklaşır. Bu takdirde kirişin her noktasındaki moment sabit olur. Bilâkis $u \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ye yaklaşınca $P \rightarrow P_c$ doğru yaklaşır $\frac{1}{\cos u} \rightarrow \infty$ olur. Meselâ gayet küçük bir eksantrikliğin bile kirişin ortasındaki gerilmelerin çoğalmasını sağlayacağı bu suretle gözükür.

5. 5. Sürekli kiriş hali :

Şimdi bir çok mesnetlere dayanan yan ve eksensel baskı kuvvetlerine maruz eğilmiş bir sürekli kiriş nazarı itibara alalım. Hiperstatik

T. C.
İstanbul Teknik Üniversitesi
Kütüphanesi
Sayı: **222**

B. H. H. H.

TAYYARE STATİĞİ

Yazan :
Fahri TERZİOĞLU
Doçent Yüksek Tayyare Mühendisi
İ. T. Ü.

İSTANBUL
Teknik Üniversitesi Matbaası
1950

İçindekiler

Kısım — I

	<u>Sahife</u>
Bölüm — I Giriş	
1. — Tayyare İnşaatının Özelliği	1
2. — Yük katsayıları	2
Bölüm — II İnşaat malzemelerinde Hafiflik katsayısı	
1. — Çekme, Baskı ve Makaslama Hali	5
2. — Eğilme Hali	5
3. — Flambaj Hali	6
4. — Plaklarda Eğilme Hali	7
Bölüm — III Tayyare Malzemelerinin Hassaları	10
1. — Genel Terimlerin Tarifi	10
2. — Yoğunluk	10
3. — Haruri veya Elektrik İletkenlik	10
4. — Isı Tesirile uzanma ve kılalma	10
5. — Fiziksel Deney Terimleri	10
6. — Gerilme	10
7. — Gerilme-Üzama Diyagramı	10
8. — Tipik Gerilme-Üzama diyagramı ve bazı Terimler	11
9. — Rijitlik	13
10. — Düktilite	13
11. — Rezilyans	13
12. — Salabet	14
13. — Malzemenin Sertliği	14
14. — Tayyare Madeni Malzemelerinin Mekanik hassaları	14
Bölüm — IV Tayyarenin Belli Başlı Elemanları	
1. — Kanatlar	18

	<u>Sahife</u>
Bölüm — V Gövdesi Çalışan Madeni Kiriş	21
Bölüm—VI Yarım Çekme Alanlı Lonjörönlər	
1. — Giriş...	27
2. — Yarım Çekme Alanlı Lonjörönlərin Anlaşılması için elementer izahat...	27
3. — Çekme alanlı Kiriş Formüllerinin Çıkarılması...	28
4. — Perçin Yüğü...	30
5. — Gövde Takviyeleri...	30
6. — Taban Eksenel Yüğü	31
7. — Eğim Açısının Hesabı...	32
8. — Wagner Denklemlerinin uçak Hesabında kullanılması için tadili...	33
9. — Kiriş tabanlarının taşıdığı kesme kuvvetinin hesabı	34
10. — Lonjörön gövdesinin taşıdığı V_w kesme kuvveti.	35
11. — Gövdenin taşıdığı kritik V_{cr} kesme kuvveti	37
12. — Düşey takviyelerin yükleri	37
13. — Tabanları paralel olmayan lonjörön	38
14. — Wagner kirişi elemanlarının grafik usul ile mukavemetlerinin tayini	39
15. — Tabanlarda çekme alanından ileri gelen Baskı yükü	39
16. — Gövde-Taban İrtibatında birim boydaki perçin yükü	41
17. — Çekme alanından ileri gelen taban yanallı hamulesi	43
18. — Çekme alanından ileri gelen tabanlardaki eğilme momenti	45
19. — Takviyelerin efektif kolon uzunluğu	47
20. — Takviyelerdeki baskı gerilmesi	47
21. — Makaslama yükü altında Wagner kirişi gövde levhasının daimi deformasyonu ve kırılması	49
22. — Gövde taban irtibatı perçin hattında saçdaki Caiz gerilme	53
23. — Wagner kirişinde tabanın rijitlik katsayısı	55
Bölüm—VII Ahşap kirişler	
1. — Ahşap kirişlerin hesabı	58
2. — Ağaç Lonjörönlardaki takozların hesabı	63

	<u>Sahife</u>
Bölüm —VIII Deformasyonlar	64
Bölüm —IX Kanat bezlerinin hesabı	65
Bölüm — X Kontrifışli kanatlar	
1. — Genel düşünceler	69
2. — Eksenel bir baskı kuvvetile, yan bir kuvvete dayanan bir kirişin elastik eğrisi	70
3. — Eksenel bir baskı kuvveti ile dağılmış bir yüğe dayanan bir kirişin elastik eğrisi	76
4. — Q kuvvetinin yerine M momenti tatbik edilmesi hali	78
5. — Sürekli kiriş hali	81
6. — Adedi misal	84
7. — Kontrifışli kanatlarda diğer bir hesap usulü	91
8. — Her hangi bir yük halindeki moment denklemi	93
9. — Eksenel çekme yüküne maruz eğilen kirişler	93
10. — Eksenel çekme ve B ucuna M_0 momenti tatbik edilmesi hali	96
11. — Eksenel çekme ve üniform yan yük	98
Bölüm —XI Çok lonjörönlü kanatlarda lonjörönlərin hesabı	
1. — Hesap usulü	100
2. — Kanat düzlemi içindeki kuvvetler	106
3. — Torsiyon momentinin dağılımı	106
Bölüm—XII Torsiyon	
1. — Genel Düşünceler	114
2. — Silindürsel çubuklarda torsiyon	114
3. — Kesiti elips olan silindürlərin burulması	116
4. — Mambran analojisi teorisi	117
5. — Bazı şekillerin maksimum burulma gerilemelerile, dönme açıları	121
6. — Açık kesitlerde torsiyon	121
7. — İç bölmesiz kessonlarda torsiyondan ileri gelen kayma gerilmeleri	122
8. — Birim torsiyon açısının hesabı	126
9. — İç bölmeli kessonlarda torsiyon	127
Bölüm—XIII Kombine yükler altında boruların kırılması	
1. — Kombine mukavemet halinde boruların kırılması	132

	<u>Sahife</u>
2. — Kombine baskı ve eğilme yükü hali	133
3. — Emniyet payının genel tarifi	135
4. — Kombine eğilme ve torsiyon	137
5. — Baskı, eğilme, torsiyon kombine yük hali	138
Bölüm—XIV Burulmasız eğilmeye kayma gerilmeleri ve kapalı kesitlerde kayma gerilmeleri akısı	
1. — Genel düşünceler	140
2. — Makaslama merkezi	140
3. — Prizmatik kirişlerde eğilmeden ileri gelen kayma gerilmeleri	140
4. — Kesit içinde meydana gelen kayma gerilmesi akısının yönü	142
5. — Açık kesitlerin makaslama merkezleri	144
6. — Gövdelerinde kayma gerilmeleri akıları sabit olan lonjörönlükler	145
7. — Gövdelerinde sabit kayma gerilmesi akısı bulunan açık Kesitlerde kesme kuvveti ve makaslama merkezinin tayini	146
8. — Sabit kayma gerilmeil akılı kesson	148
9. — Kapalı kesitlerde kayma gerilmesi akısı	150
10. — İki flanşlı tek devreli bir kessonda kayma gerilmesi akısı	150
11. — Tek devreli kesson sisteminin birim torsiyon açısının hesabı	154
12. — Çalışan kaplamalı tek devreli bir kessonda kayma gerilmesi akısı	156
13. — İki devreli ve çok flanşlı kessonlarda kayma gerilmesi akısı	158
14. — Üç devreli ve çok flanşlı kessonlarda kayma gerilmesi akısı	166
15. — Hülasa	171
Bölüm—XV Çubuklarda flambaj	
1. — Genel düşünceler	175
2. — Çubukların kırılması	175
3. — Çubukların flambajı	177
4. — Kritik çubuk yüklerini veren Euler denklemi	178
5. — Uzun ve kısa çubuklar	181

	<u>Sahife</u>
6. — Orantılık sınırı üstünde Euler formülünün kullanılması	181
7. — İndirgelenmiş modül teorisi	182
8. — Teget modülü teorisi	185
9. — Johnsonun parabolik formülü	187
10. — Doğrusal denklem	188
11. — Kolonların kararsızlığı	188
12. — Ekzantrik baskı yükü altında flambaj	197
13. — Yükü sabit ve atalet momenti değişken bir çubuğun flambajı	204
Bölüm—XVI Düz ve eğri levhalarda flambaj kritik gerilmeleri	
1. — Genel düşünceler	207
2. — İzotrop düz levhalarda flambaj baskı mukavemetleri	207
3. — İzotrop düz levhaların flambaj kayma gerilmeleri	209
4. — İzotrop saçların eğilmeden ileri gelen flambaj mukavemetleri	212
5. — İzotrop düz saçların kombine yükler altındaki flambaj mukavemeti	212
6. — Dairesel silindirik saçların flambaj mukavemeti	214
7. — İnce cidarlı dairel silindirlerde eğilmeden ileri gelen flambaj mukavemeti	215
8. — İnce cidarlı eliptik silindirlerde eğilmeden ileri gelen flambaj mukavemet	215
9. — İnce cidarlı dairel silindirlerde torsiyondan ileri gelen flambaj mukavemeti	216
10. — İnce cidarlı eliptik silindirlerde torsiyondan ileri gelen flambaj mukavemeti	218
11. — İnce cidarlı dairel silindirlerin kombine kesme ve eğilme yükleri altındaki mukavemeti	218
12. — İnce cidarlı eliptik silindirlerin kombine kesme ve eğilme yükleri altında mukavemeti	219
13. — İnce cidarlı dairel ve eliptik silindirlerin kombine eğilme ve torsiyon halindeki mukavemetleri	219
14. — Dairesel silindirlerde kombine eğilme ve baskı yükleri altında mukavemet	220
15. — Eğri levhaların flambaj mukavemeti	221
16. — Eğri levhaların kayma flambaj mukavemeti	221

	<u>Sahife</u>
X Bölüm—XXIII Moment dağılımı metodu ile mütemadi yapıların hesabı	
1. — Genel düşünceler	329
2. — Üç tesbit momentleri	332
3. — Moment karşılama katsayısı	332
4. — Moment iletme katsayısı	332
5. — Moment dağıtma katsayısı	332
6. — İtibari işaretler	333
7. — Üç tesbit momentlerinin hesabı	334
8. — Moment karşılama ve moment iletme katsayılarının hesabı	337
9. — Uzak ucun F tesbit katsayısına bağlı olarak Moment karşılama ve moment iletme katsayılarının genel ifadeleri	341
10. — Misal problemler	343
11. — Misal problem — 1	344
12. — Moment dağıtma metodunun genel olarak işlemi	345
13. — Misal problem — 2	347
14. — Basitleştirilmiş çözümler	348
15. — Misal problem — 3	349
16. — Mesnetleri defleksiyonlu mütemadi kirişler	350
17. — Mesnet defleksiyonundan ileri gelen uç tesbit momentleri	350
18. — Misal problem — 4	351
19. — Sonuç momentlerin kontrolü	354
20. — Çubukları aynı doğru yönünde olmıyan kafeslerde uç tesbit momentleri	356
21. — Misal problem — 5	356
22. — Misal problem — 6	361
23. — Misal problem — 7	367
24. — Misal problem — 8	371
25. — Değişken atalet momentli mütemadi çubuk yapıları	374
26. — Üç tesbit momentlerinin hesabı	374
27. — Moment iletme katsayısının hesabı	376
28. — Kiriş moment karşılama katsayılarının hesabı	378
29. — Bir ucun serbest bir ucun ankastre olması hali	379
30. — Kirişin iki ucunun serbest olması hali	380
31. — Misal problem — 9	380
32. — Düğüm noktaları yana kayan çerçeveler	385
33. — Misal problem — 9	385

	<u>Sahife</u>
34. — Misal problem — 10	393
35. — Eksenel yükün moment dağıtımına tesiri	397
36. — Sabit kesitli ve eksenel yüke maruz kirişlerde karşılama ve iletme katsayısı ile, uç tesbit momentlerinin hesabı	398
37. — Moment iletme katsayılarının hesabı	399
38. — Moment karşılama katsayılarının hesabı	400
39. — Uc tesbit momentlerinin hesabı	403
40. — Cetveller	415
41. — Eksenel kuvvet ve yana kayma halinde tranlasyondan ileri gelen uç tesbit momentleri	422
42. — Misal problem	423
Bölüm—XXIV Bağlantı parçaları	
1. — Bir kulağa geçirilen civata	428
2. — Ağaçtan geçen civata	429
3. — Perçinli veya civatalı parçaların hesabı	439
4. — Üçak Elemanlarında kaynak	443
5. — Kaynağın madenin esasına tesiri	445
6. — Kaynak eklerinin kabul edilir yükleri	445
7. — Alüminyum alaşımlarının kaynağı	446
İlâveler	
Cetvel — 1 Trigonometrik Berry fonksiyonları	448
Cetvel — 2 Hiperbolik Berry fonksiyonları	457
Cetvel — 3 Radyan cinsinden açılan natürel trigonometrik fonksiyonları	464
Cetvel — 4 sh (kl), ch (kl), th (kl) fonksiyonları	477

Bibliografya

Bu Kitabın yazılışında istifade ettiğimiz eserlerden bazıları

- 1— D. Vellay
Leçon Sur la Resistance des Matériaux Appliqués à l'Aviation
(Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique) Neşriyatından
Paris - 1936
- 2— A. Caquot
Loçons sur la Resistances des Matériaux Tome—1.
(Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautiques) neşriyatından
Paris - 1935
- 3— Fikri Santur
Mukavemeti Ecsam ve Müvazeneti Tersimiyye
İstanbul Yüksek Mühendis Mektebi Neşriyatından.
- 4— S. Timoshenko
Theory of Elastic Stability
Mc GRAW -HILL BOOK COMPANY. Inc New-York, 1936
- 5— S. Timoshenko
Theory of Plates and Shells
Mc GRAW -HILL BOOK COMPANY. Inc New-York, 1940
- 6— H.D. Conway
Aircraft Strength of Materials
Chapman and Hall LTD. London, 1947
- 7— Timoshenko
Theory of Elasticity
Mc GRAW -HILL BOOK COMPANY Inc. New-York, 1934
- 8— Timoshenko and D.H. Young
Theory of Structures
Mc GRAW-HILL BOOK COMPANY, Inc. New-York, London-1945

- 9— E.F. Bruhn
Analysis and Design of Airplane Structures
Tri-State Offset Co. Cincinnati, Ohio - 1943
- 10— H. Wagner
Flat Sheet Girder With thin Metal web
Part - I - N.A.C.A. Technical memoranda No : 604
Part - II - N.A.C.A. Technical memoranda No : 605
Part - III - N.A.C.A. Technical memoranda No : 606
- 11— Younger
Structural Design of Metal Airplanes
Mc GRAW - HILL BOOK COMPANY, Inc New-York
- 12— H. Cross
Statically Indeterminate Structures
Champaign. Company
- 13— Niles and Newell
Airplane Structures
John Wiley
- 14— Liepmann, J.P.
General Stress Analysis of Rings With one Axis of Symmetry
Jr. Aero Sciences, Oct. 1940
- 15— Machinery Hand Book
- 16— E.E. Lundquist (Comparison of three methods for calculating
the compressive strength of flat and slightly curved sheet and
stiffner) N.A.C.A. Tec. Not. No. 455

Tayyare Statiği

KISIM — I

BÖLÜM i

Giriş

1— Tayyare inşaatının özelliği :

Tayyarede, her inşaat gibi, dış kuvvetlere maruz olup, bunlara malzemenin mukavemeti mukabele eder. Buradan da tayyarenin genel mukavemet kanunlarına tabi olacağı neticesine varılır. Mamafih tayyarenin hususiyetleri gözönünde tutulursa mukavemetin bazı kısımlarının daha derin bir şekilde etüd edilmesi lâzım olduğu görülür. Bu kısımlar pratikte az kullanılmış olduklarından, mukavemet kitaplarında nisbeten sathi olarak nazarı itibara alınmışlardır. Tayyare inşaatının karakteristik vasfı hafifliğidir. Hafiflik tayyarenin tahsis edilmiş olduğu görevi yapabilmesi için elzem olan ön şarttır ve diğer konstrüksiyonlardan bu bakımdan ayrılır.

Bir köprü, bir vinç, bir hangar inşa ederken bu konstrüksiyonlara fazla ağırlık verirsek, maliyetinin fazla olmasına ve ekonomik olmıyan çalışma şartlarına rağmen, bunlar tahsis edilmiş oldukları işlere göre istenilen vazifeyi görebilirler. Buna mukabil ağır bir tayyare ise uçmaz. Tayyarenin özelliği olan hafiflik, aşağıda gösterilecek olan şu şartların yerine getirilmesiyle elde edilir :

a) Tayyarenin kullanılması esnasında rastgelenin dış yüklerin prezisyonla tayini ve muhtelif elemanlar üzerine gelen kuvvetlerin sahih olarak hesaplanması, (2) yi geçmiyen ve bazan da 1,4 de kadar düşen emniyet katsayısının kullanılması;

b) Hafif olmakla beraber, (meselâ hafif halitalar gibi) büyük kuvvetlere mukavemetli (ve özel ağırlığı küçük) olan malzemenin kullanılması;

c) Keson ve borular gibi ince kabuklu kesitlerin kullanılması; bu

kullanılan malzemenin hassalarına yani elastikliğine, uzamasına ve bün-
yesinin homogenliğine yük halinin şartlarına, nazarı itibara alınan par-
çaya tesir eden kuvvet ve gerilmelerin hesabının doğruluğuna ve imal
sıhhatına, parçanın ehemmiyetine ve husule gelebilecek olan deforma-
yonların neticelerine tabidir. γ Katsayısında tayyare inşaat nizamname-
lerinde bulabiliriz. Yüksek elastik sınırlı malzeme ile inşa olunan eleman-

larda yani $\frac{\sigma_k}{\sigma_p} < \nu$ olması halinde, ve gerilmelerin yüklerle orantılı olması
halinde, bu gibi elemanları kırılma yüküne göre hesaplamak lâzımdır.
Bu hal elastik flambaj yapan elemanlar hakkında da doğrudur. Bu halde
şurası da aşikârdır ki kırılma yükü ile yüklenme halinde bir parçada
mukavemet sınırı geçilmedi ise, kabul edilen yük ile aynı parçanın
yüklenmesi halinde de elastik sınır geçilmiş olmayacaktır. Elastik sınır-

ları küçük olan malzemelerden imal edilen parçalarda, yani $\frac{\sigma_k}{\sigma_p} > \nu$ ha-
linde, (çekme, baskı, eğilme ve makaslama) gerilmeleri yüklerle orantılı
olacak şekilde yüklenmiş olan bu gibi parçalar kabul edilen yüke göre
hesap edilir. Bu halde şurası da aşikârdır ki, böyle bir parçanın kabul
edilen yük ile yüklenmesi halinde gerilmeler elastik sınırı geçmedi ise
bu parça kırılma yükü ile yüklenmesi halinde, de malzemenin üzerinde
meydana gelen gerilmeler kırılma gerilmesinden küçük olacaklardır.
Yine bu halde kırılma yükü ile yüklenme halinde kırılma gerilmelerinden
küçük gerilmeler elde edilmesi, kabul edilen yük ile yüklenmesi halinde
meydana gelecek olan gerilmelerin elastiki sınır gerilmelerinden küçük
olmasını icap ettirmez. Diğer nevi yük hallerinde yani gerilmelerin yük-
lerle orantılı olması (meselâ plastik flambaj hali veya eğilme ve baskıya
maruz giriş hali gibi) hallerin aynı zamanda hem kabul edilen yük ha-
linde ve hemde kırılma yükü halinde her iki hesabında yapılması lâzım-
dır. Çünkü bir haldeki yüklerin müsaid olması diğer haldeki yüklerin
de müsaid olmasını garanti etmez.

BÖLÜM II

İnşaat malzemelerinde hafiflik katsayısı

Malzemenin hafifliğini açığa vurmak için, aynı bir parçanın iki muhtelif malzeme ile imal olunduğunu farz edelim. Bundan başka

- her iki imal şeklinde dış yüklerin aynı olduğunu;
- Kuvvetlerin tatbik noktaları aralarındaki mesafelerin değişmediğini
- İki malzeme ile inşa edilmiş olan parçaların kesitlerinin geometrik olarak benzer olduğunu kabul edelim. Bundan sonra nazarı itibara alınan iki parçanın ağırlıklarını hesap edelim ve bunların oranını bulalım. Malzemenin hafifliği bunun mukavemetinide göz önünde tutarak, bu iki ağırlığın oranı ile meydana çıkacaktır. Aşağıda bahs edeceğimiz olan, iki halden aşikar olacağı gibi hafiflik kat sayısı yük haliyle değişir.

1) Çekme, Baskı ve Makaslama Hali

P — Dış kırılma yükü;

l — Parçanın uzunluğu;

σ_1, σ_2 (çekme, baskı ve makaslama hallerinde) kırılma gerilmelerini,

γ_1, γ_2 Malzemelerin özel ağırlıklarını;

S_1, S_2 parçaların kesit alanlarını;

G_1, G_2 de parçaların ağırlıklarını gösterebilir.

yük ile yüklenen çubukta lâzım olan kesit $S = \frac{P}{\sigma}$ olur. Bu takdirde ise:

ağırlık $G = S \cdot l \cdot \gamma = \frac{P}{\sigma} \cdot l \cdot \gamma$ olur. İki muhtelif malzeme ile inşa edil-

en parçaların aralıkları arasındaki orantı:

$$\frac{G_1}{G_2} = \left(\frac{P}{\sigma_1} \cdot l \cdot \gamma_1 \right) \div \left(\frac{P}{\sigma_2} \cdot l \cdot \gamma_2 \right) = \frac{\gamma_1}{\sigma_1} \div \frac{\gamma_2}{\sigma_2}$$

Bu takdirde çekme, baskı ve makaslama hallerindeki hafiflik kat sayısı $\frac{\gamma}{\sigma}$ ile ifade edilir. Binaenaleyh, $\frac{\gamma}{\sigma}$ sı küçük olan malzeme tercih edilir.

2) Eğilme hali :

Yukarıda kabul edilen işaretlerden başka

M — Eğilme momenti;

W — Mukavemet momenti;

h — Kesitin lineer boyutunu göstereyin

Benzer kesitlerde kesit alanı kesitin lineer bir boyutunun karesile orantılı olduğundan:

$$S = \alpha h^3$$

Yazılır. Aynı şekilde mukavemet momentide boyutun küpüyle orantılı olacağından:

$$W = \beta h^3$$

yazılır. Bu takdirde lazım olan mukavemet momenti:

$$W = \beta \cdot h^3 = \frac{M}{\sigma}$$

Binaenaleyh:

$$h = \sqrt[3]{\frac{M}{\sigma} \cdot \frac{1}{\beta}} ; S = \alpha h^3 = \frac{\alpha}{\beta^{3/2}} \left(\frac{M}{\sigma}\right)^{3/2}$$

Buradan da ağırlık için:

$$G = S \cdot l \cdot \gamma = \frac{\alpha}{\beta^{3/2}} \left(\frac{M}{\sigma}\right)^{3/2} \cdot l \cdot \gamma$$

Bu takdirde ise iki parçanın ağırlıkları arasındaki orantı:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{\gamma_1}{\sigma_1^{3/2}} \div \frac{\gamma_2}{\sigma_2^{3/2}}$$

ve binaenaleyh eğilmeye maruz bir çubuğun hafiflik kat sayısı $\frac{\gamma}{\sigma^{3/2}}$ ile karakterize edilir ve $\left(\frac{\gamma}{\sigma^{3/2}}\right)$ si en küçük olan malzeme tercih edilir.

3) Flambaj hali

Yukarıki işaretlerden başka

I — Kesitin atalet momenti;

E — Malzemenin elastiklik modülünü göstereyin.

Benzer kesitlerde atalet momenti kesitin lineer bir boyutunun dördüncü kuvvetiyle orantılıdır. Yani $I = \delta \cdot h^4$ dir. Öyler formülü ile lazım olan kesit atalet momenti ifade edilirse:

$$I = \delta \cdot h^4 = \frac{P \cdot l^3}{C \cdot E}$$

Burada C nihayet uçların tespitine bağlı bir katsayı olduğu bellidir. Buradan:

$$h^2 = \sqrt{\frac{P \cdot l^3}{\delta \cdot C \cdot E}}$$

kesit ise:

$$\alpha h^2 = \alpha \cdot \sqrt{\frac{P \cdot l^3}{\delta \cdot C \cdot E}}$$

parçanın ağırlığı

$$G = S \cdot l \cdot \gamma = \alpha \sqrt{\frac{P \cdot l^3}{\delta \cdot C \cdot E}} \cdot l \cdot \gamma$$

Buradan da iki muhtelif malzemedeki imal edilmiş parçaların ağırlıkları arasındaki orantı ise:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{\gamma_1}{E_1^{1/2}} \div \frac{\gamma_2}{E_2^{1/2}}$$

Şu halde $\frac{\gamma}{E^{1/2}}$ katsayısı flambajda hafiflik katsayısıdır. En küçük olan malzemeyi intihap etmek lazımdır.

4) Plaklarda eğilme

Genişlikleri aynı ve fakat kalınlıkları farklı saçların eğilmesinde

b — Saçın genişliğini

l — Saçın uzunluğunu

s — Saçın kalınlığını göstereyin

lazım olan mukavemet momenti $W = \frac{b \cdot s^2}{6} = \frac{M}{\sigma}$ den ibarettir. Bu takdirde

$$s = \sqrt{\frac{6 M}{\sigma \cdot b}}$$

olur.

Plakın ağırlığı bu takdirde:

$$G = b \cdot s \cdot l \cdot \gamma = b \cdot l \cdot \sqrt{\frac{6 M}{\sigma \cdot b}} = l \cdot \gamma \sqrt{\frac{6 M b}{\sigma}}$$

Kalınlıkları farklı iki plakın ağırlıkları arasındaki orantı bu takdirde

$$\frac{G_1}{G_2} = \left(l \cdot \gamma_1 \sqrt{\frac{6 M b}{\sigma_1}} \right) \div \left(l \cdot \gamma_2 \sqrt{\frac{6 M b}{\sigma_2}} \right) = \frac{\gamma_1}{\sigma_1^{1/2}} \div \frac{\gamma_2}{\sigma_2^{1/2}}$$

Eğilmeye çalışan saç parçalarının hafiflik katsayısı $\frac{\gamma}{\sigma^{1/2}}$ den ibaret olur,

BÖLÜM III

Tayyare malzemelerinin hassaları

1. Genel terimlerin tanımı:

Bu bahisteki terimlerle, genel hassalar, uçak mukavemet ve projelerinde kullanılanlar olup, daha fazla bilgi edinilmesi için uçak inşaat malzemeleri kitaplarına müracaat olunmasını tavsiye ederiz.

2. Yoğunluk: Bir malzemenin yoğunluğu bu malzemenin birim hacminin ağırlığıdır. Aşağıdaki I cetveli uçak imalinde kullanılan alüminyum madeni malzemelerin yoğunluklarını vermektedir.

3. (Haruri veya Elektrik) iletkenlik:

İletkenlik malzemenin ısı veya elektrik iletme kabiliyetidir.

Kaynak tekniği ısı iletkenliği ile alakalıdır. Elektrik iletkenliği ise tayyarede radyo ulaştırması bakımından ehemmiyeti haizdir. Yine I cetvelinde bu iki hassa alüminyum kullanılan malzemeler için verilmiştir.

4. Isı tesirile uzama ve kısılma:

Isı derecesinin artma veya eksilmesiyle malzeme uzar veya kısalmır. Isı deformasyonu: döküm, kaynak ve montaj kalıbı bakımından ehemmiyeti haizdir. I cetvelinde tayyare malzemesinin bu ısı deformasyon katsayısı verilmiştir.

5. Fiziksel Deney Terimleri:

Bir yük ile veya diğer tesirle malzemenin deformasyonuna uzama deriz uzama oranı metre başına olarak ifade edilir.

6. Gerilme:

Dış kuvvetlere mukavemet eden iç kuvvetlere gerilme denir.

7. Gerilme - Uzanma Diyagramı:

Gerilme uzanma diyagramı bize, bir parça sıfır yükten kırılma veya yırtılmaya kadar yüklenmesi halinde, gerilme ile uzanma arasındaki bağlantıyı göstermektedir. Gerilme - uzanma diyagramının şekli muhtelif malzemeler için tamamen farklıdır. Bundan başka genel olarak aynı bir malzemede gerilme - uzanma diyagramı Eksenel çekme ile eksenel basıncı halinde de farklıdır. Aynı şekilde gerilme - uzanma diyagramı elyaf yönü ile, buna dik yönde icra edilmiş olmasına göre de fark eder.

Bir tayyare elemanına verilecek boyut kendisine tatbik edilecek yük ile alakalıdır. Tatbik edilecek kabul edilen yükler altında daimi deformasyon hiç bir suretle meydana gelmemeli, kırılma yükü genel olarak kabul edilen yükün 1,6 katı civarındadır.

Kabul edilen yükün tatbik edilmesi halinde gerilme elastik sınır içindedir; kırılma yükü veya proje yükü tatbik edilmesi halinde gerilme plastik sınırdadır.

Tayyare elemanlarının kırılma mukavemeti her halde verilmelidir. Elemanların mukavemetlerinin hesap ve takdiri bakımından gerilme - uzama diyagramı günden güne ehemmiyet kazanmaktadır.

8 - Tipik gerilme - Uzanma diyagramı ve bazı terimleri:

(Şekil - 1) de düşük karbonlu veya yumuşak çelikte çekme halinde gerilme - uzama tipik diyagramı görülmektedir.

Cetvel - 1

	Malzeme ve Sembol	Özel Ağırlık kg/dm ³	Bakırın İletkenliği 100 olduğuna göre relatif elektrik iletkenlik	C.G.S sisteminde 100° da ısı iletkenliği	+15° ile +100° derece arasında ortalama ısı uzama kat sayısı
Yumuşak Alüminyum Halitaları	2 SO	2.73	59	0.54	239×10 ⁻⁷
	3s-1/2H	2.75	41	0.39	239×10 ⁻⁷
	14ST	2.81	40	0.37	220×10 ⁻⁷
	17ST	2.81	30	0.28	220×10 ⁻⁷
	24ST	2.78	30	0.28	220×10 ⁻⁷
	52SH	2.66	40	0.37	234×10 ⁻⁷
Döküm. Al. Hal.	43	2.66	37	0.34	220×10 ⁻⁷
	112	2.86	30	0.28	220×10 ⁻⁷
	195-T4	2.78	35	0.33	220×10 ⁻⁷
Mg Halitaları	Pirinç	8.12	26-43	0.29-0.44	180×10 ⁻⁷
	Bakır	8.93	100		167×10 ⁻⁷
	Magnezyum	1.75	38.6	0.376	257×10 ⁻⁷
Mg Halitaları	D.M.J.	1.81	—	0.19	288×10 ⁻⁷
	D.M.M.	1.78	—	0.30	288×10 ⁻⁷
	D.M.X.	1.81	—	—	288×10 ⁻⁷
Paslanmaz çelik	Monel	8.95	4	0.06	140×10 ⁻⁷
	Nikel	8.98	16	0.14	130×10 ⁻⁷
	Çelik	7.85	3-15	—	126×10 ⁻⁷
	Paslanmaz çelik	7.95	—	0.39	173×10 ⁻⁷

Bu Rakamlar Amerikan Normlarından alınmıştır.

Diyagramın şekli, tecrübe parçasının boyutları ile değişebileceğinden ölçümle tecrübelerde evvelden tesbit edilmiş olan standart boyutlu nümüneler kullanılmalıdır.

O noktasıyla a noktası arasında eğrinin gidişi doğru olduğundan, gerimler erantı sınırı içinde kaldıkça doğrunun meyli, tecrübe edilen malzemenin elastiklik modülünü verir. Yani $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ dir.

a noktasından itibaren diyagram doğrudan ayrılmaya başlar. Bunun manası şudur ki, artık gerilmeler uzmanlarla orantılı değildir.

Ayrılmanın başladığı noktadaki gerilmeye o malzemenin orantı sınır gerilmesi denir.

Tecrübe parçası (b) noktasının yükü ile yüklenmesi halinde gerilmenin sabit kalmasına mukabil malzeme daimi deformasyon yapmaya devam eder.

Yükün artmamasına mukabil deformasyonların artmasına tekabül eden gerilmeye akma noktası gerilmesi denir.

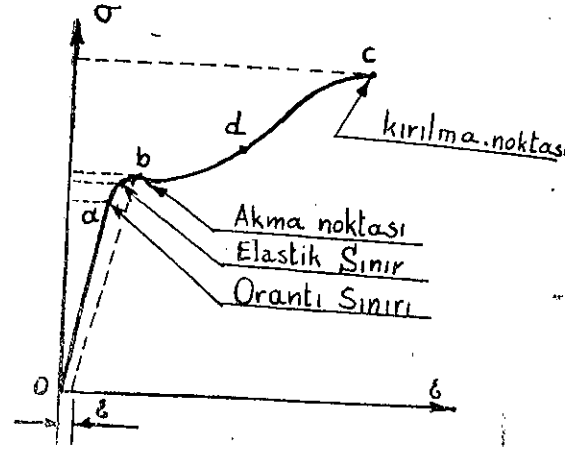
Bu akma noktasında malzeme tekrar yük taşıma hassası gösterir. Yükün artmasına mukabil deformasyonda artmaya devam eder ve bu hal c noktasına kadar sürer, nihayet c noktasında kırılma hasil olur ki, buna tekabül eden gerilmeye kırılma gerilmesi denir.

Orantı sınırı içinde tecrübe parçasının yüklenmesi halinde, bu yükün kaldırılmasında parça üzerindeki deformasyonda kalker. Yeni yük sıfır olunca deformasyonda sıfır olur.

Orantı sınırının yükünden daha büyük bir yükte tecrübe parçasının yüklendiğini farz edelim. Meselâ d noktası gibi, bu yükte iken parçanın üzerinden yükü kaldırıldığını farzedelim. Deformasyon sıfıra dönmez. Yeni parçanın üzerinde bir daimi deformasyon kalır, ve gerilme - uzanma diyagramı o a ye paralel bir d o eğrisini takip eder.

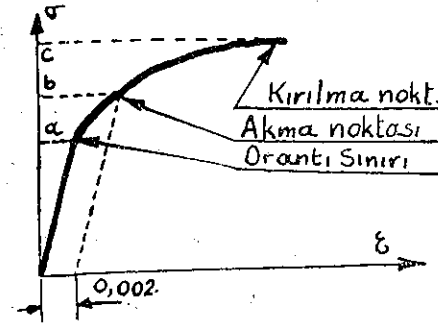
Daimi deformasyon almadan malzemeye tatbik edilebilecek olan en büyük gerilmeye elastik sınır gerilmesi denir. Bu elastik sınır gerilmesi orantı gerilmesiyle, akma noktası gerilmesi arasında bir noktadadır.

Alüminyum halitaları ile bazı haruri muamele görmüş çeliklerin muayyen bir akma noktası yoktur. Akma noktasında gerilme - uzanma eğ-



Şekil - 1

risinin tegeti yatay olması lâzımgeldiği yukarıdaki izahdan aşikârdır. Akma noktasında gerilme - uzanma diyagramı bir sahanlık yapar.



Şekil - 2

(Şekil. 2) de bir alüminyum halitalarının tipik gerilme - uzanma diyagramı görülmektedir. Burada akma noktası belli olmayıp keyfi bir akma noktası seçilmiştir.

Uçak imalinde akma noktası olarak malzemede 0,002 daimi defersasyon meydana getiren noktaya denir, bu 0/0 0,2 defersasyon noktasındaki gerilmeye de akma noktası gerilmesi denir. Şekilde görülen (b) akma noktasını belirtmek için 0,002

deformasyon noktasından uzanma - gerilme eğrisinin doğru kısmına çizilecek paralelin eğriyi kestiği nokta akma noktasını verir.

Verilen bir noktadaki elastiklik teget modülünde gerilme - uzanma eğrisinin o noktadaki tegetinin meylidir. Mukavemet de bulunan formüllerde, gerilmeler uzmanlarla orantılı olduğu kabul edilerek bulunmuş olduğundan bu formüller ancak gerilmelerin orantı sınırı içinde bulunması halinde doğrudur. Gerilmelerin orantı sınırı dışında olması halinde formüllerin tatbikine çok dikkat etmek lâzımdır.

9. Rijitlik : Elastiklik sınırı içinde malzemenin kaviliğini göstermek için rijit kelimesi kullanılır. Rijitlik malzemenin elastik modülü ile ölçülür. Büyük bir E verilen bir gerilme de malzemenin az deformasyon yapacağına delâlet eder.

10. Düktilite (incirariyet): Malzemenin düktilite hassası yük altında kırılmadan defersasyon edebilmesidir. Düktilite malzemenin plâstiklik hududu içinde rejitliğine benzer hassasıdır. Düktilitenin mutlak bir ölçüsü yoktur. Bazan Düktilite kırılma gerilmesine tekabül eden uzanma olarak tarif edilmektedir. Malzemenin düktilite hassasına malik olması sayesinde, mühendisin maruz kalacağı birçok ciddi meseleler bertaraf edilmiştir. Düktilite hassası dolayısıyla malzeme darbeye mukavemet eder; gerilme konsantrasyonların da düktilite sayesinde parça kırılmadan kurtulur.

11. Rezilyans : Malzemenin rezilyans hassası üzerindeki gerilme kalktığı zaman enerji bırakması hassasıdır.

Elastik rezilyans modülü, malzemenin elastik sınır gerilmesinde iken

bu gerilmenin kalkması neticesinde birim hacminin bıraktığı enerji miktarı olarak tarif edilir yani

$$u = \frac{\sigma_e^2}{2E} \text{ dir.}$$

E elâstiklik modülü, σ_e elastik sınır gerilmesi, u birim hacminin bıraktığı enerji miktarıdır.

Grafik olarak gerilme - uzama diyagramında sınır gerilmesine kadar olan o8 ekseni ile, eğri arasında kalan alan u yü verir.

Daima unutmamalıdır ki : Yaylar rabit milleri gibi enerji taşıyan parçaların malzemesi yüksek elâstik rezilyanslı olmalıdır.

12. Salabet : Salabet diye plâstik sınır içinde malzemenin enerji alma hassasına diyeceğimiz salabeti, sıfırdan kırılma yüküne kadar yüklenmesi halinde, birim hacmin alabileceği enerji miktarıyla ölçeceğiz. Grafik olarak salabet, gerilme - uzama eğrisinin altında kalan alandan ibaret olur. Salabat darbeye çalışan parçalarda aranan bir hasadır.

13. Malzemenin sertliği : Malzemenin sertliği, kesilmeye, nüfuza veya eğilmeye karşı olan mukavemetidir. Tecrübe göstermiştir ki malzeme sertliği, malzemenin çekme mukavemetinin iyi bir ölçüsüdür. Yani basit bir sertlik tecrübesi yapmakla oldukça büyük bir takribiyetle malzemenin çekme gerilmesi tayin olunabilir. Sertlik tecrübesi, sert çelik bir yuvarlağın belli şartlar ve yük altında nüfuz miktarı veya nüfuz miktarına karşılık verilmiş olan sayılar malzemenin sertliğini ölçer ki bu sertlikte çekme gerilmeleriyle alakalıdır. Sertlik tecrübesi, tayyare imalât fabrikalarında malzemenin çekme gerilmesi hakkında fikir elde etmek için kontrol servislerinde pek çok kullanılmaktadır. Bundan başka harurî muamele görmüş parçaların kontrolunda da sertlik tecrübeleri yapılır.

14. Tayyare madeni malzemelerinin mekanik hassaları: Biz burada, 2, 3, 4 numaralı cetvellerle tayyare imalinde en fazla kullanılan madeni malzemelerin mekanik karakteristiklerini Amerikan A.N.C - 5 normuna göre 1942 senesindeki kıymetlerini veriyoruz. Bu kıymetler yeni rövizyonlar sonunda değiştirilebileceğinden, bu noktanın ehemmiyetle göz önünde tutulması lâzımdır.

Cetvel — 2

Soğukta hadelenmiş paslanmaz Çeliklerin mekanik hassaları

Isı	Kırılma gerilmesi kg/mm ²	Akma gerilmesi kg/mm ²	% uzama	Bend dia
Tavlama	56	21	40	1
1/4 H	88	53	25	1
1/2 H	105	77	10	2
3/4 H	123	96	5	4
H	130	98	4	6
Kimyasal Terkip				
Karbon	0.12 max	Krom	17.0 min	
Manganez	2.00 "	Nikel	7.8 min	
Fosfor	0.03 "	Sıfıs	0.70 max	
Kükürt	0.03 "	Molipden	2.0 min	
E = 1825000 — 1970000 kg/cm ²				

Cetvel — 3 Halitalı Çeliklerin Mekanik Karakteristikleri

Çekme	38m/m den daha kalın Tavlı ve çubuklar		4,75 m/m den kalın normalize saç, boru ve çubuklar		4,75m/m den ince normalize saç, boru ve çubuklar		Haruri muamele görmüş 90 kg/mm ² lik çelikler		Haruri muamele görmüş 105kg/mm ² lik çelikler		Haruri muamele görmüş 140kg/mm ² lik çelikler	
	σ_{tk}	σ_{tk}	σ_{tk}	σ_{tk}	σ_{tk}	σ_{tk}	σ_{tk}	σ_{tk}	σ_{tk}	σ_{tk}	σ_{tk}	σ_{tk}
Çekme	Kırılma gerilmesi	39	46	64	67	70	90	105	125	140		
	Akma	25	32	49	53	56	70	95	116	116		
	Orantı sınırı	18	21	35	—	49	63	81	98	105		
	Elastiklik modülü	20400	20400	20400	20400	20400	20400	20400	20400	20400	20400	20400
Baskı	Kırılma gerilmesi	39	46	64	67	70	90	105	125	140		
	Akma	—	—	49	53	—	70	95	116	116		
	Orantı sınırı	18	21	35	—	49	63	81	98	105		
	Elastiklik Modülü	20400	20400	20400	20400	20400	20400	20400	20400	20400	20400	20400
Makaslama	Kırılma gerilmesi	25	28	39	39	46	53	63	74	81		
	Torsiyon Kırılma gerilmesi	35	39	21	56	63	77	88	102	109		
	Orantı sınırı	14	18	28	28	39	56	56	67	74		
	Kayma Modülü	7750	7750	7750	7750	7750	7750	7750	7750	7750	7750	7750
Yatak baskı kapma gerilmesi	63	77	98	98	98	123	140	140	140			

Gerilmeler kg/mm² olarak verilmiştir. Bu cetveldeki bütün değerler Amerikan A. N. C-5 Normundan alındı;

Cetvel 4 Alüminyum Halitalarının Mekanik Karakteristikleri

Gerilmeler, Kg/mm ² olarak verilmiştir	Saçlar						Borular			haddeli boru halinde	Çubuk 65 m/m den kalın	Dögmeler			Döktüm 220-14
	17ST saç ve Plak	17 SRT Saç	Alkalad saçı	24 ST saçı	24 SRT saçı	24 SRT saçı	Boru	24 SRT Boru	24 SRT Boru			14 ST döğme	25 ST döğme	195-16 döktüm	
Çekme	Kırılma gerilmesi	39	39	35	44	46	44	49	41	43	46	39	22	30	
	Akma	22	30	26	28	35	39	41	30	28	35	21	13	15	
	Orantı sınırı	18	—	—	22	19	—	31	—	—	—	—	—	—	
	Elastiklik Modülü	7200	7200	7040	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200
Baskı	Kırılma gerilmesi	39	39	35	44	46	44	49	40	43	46	39	44	35	
	Akma	22	30	26	28	35	—	38	27	28	35	21	15	16	
	Orantı sınırı	18	—	—	—	—	35	—	—	—	—	—	—	—	
	Elastiklik Modülü	7200	7200	7040	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200
Makaslama	Kırılma gerilmesi	23	23	21	26	27	26	—	24	26	27	23	20	22	
	Torsiyon Kırılma gerilmesi	35	—	—	—	—	—	33	—	32	—	—	15	—	
	Orantı sınırı	10,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	Kayma Modülü	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700	2700
Yatak baskı Kırılma gerilmesi	53	53	48	63	58	63	63	—	58	63	65	53	32	48	

Bu cetveldeki değerler Amerikan A.N.C-5 Normunun 1940 revizyonundan alınmıştır.

malûm olduğundan bu eğilme momentleri tayin olunur. En basit usullerden birisi bir kaç kuvvet yerine bileşkesinin konulmasından ibaret olup

BÖLÜM IV

Tayyarenin belli başlı elemanları

Kanatlar

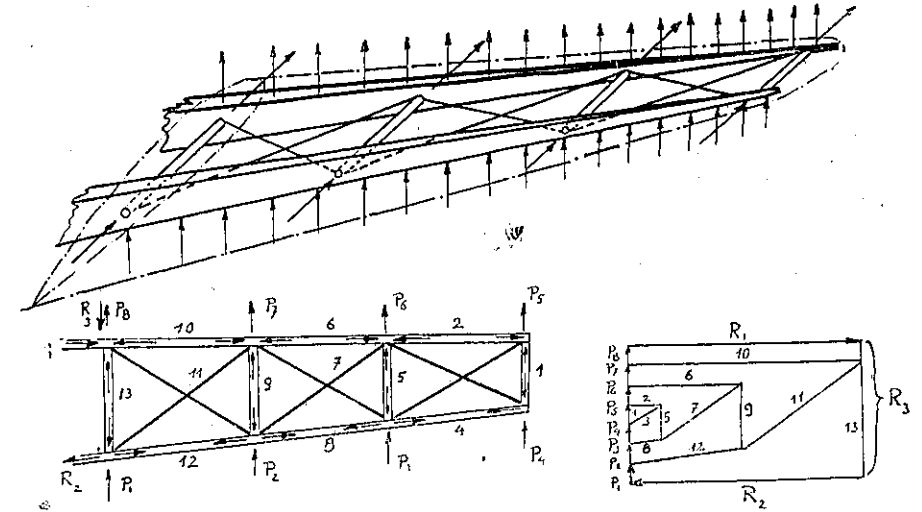
1 — Ankastr ve beraberce çalışmıyan iki kirişli ve antrtuvaızlı kanat.

Bir kanadın muhtelif parçalarına tesir eden kuvvetler:

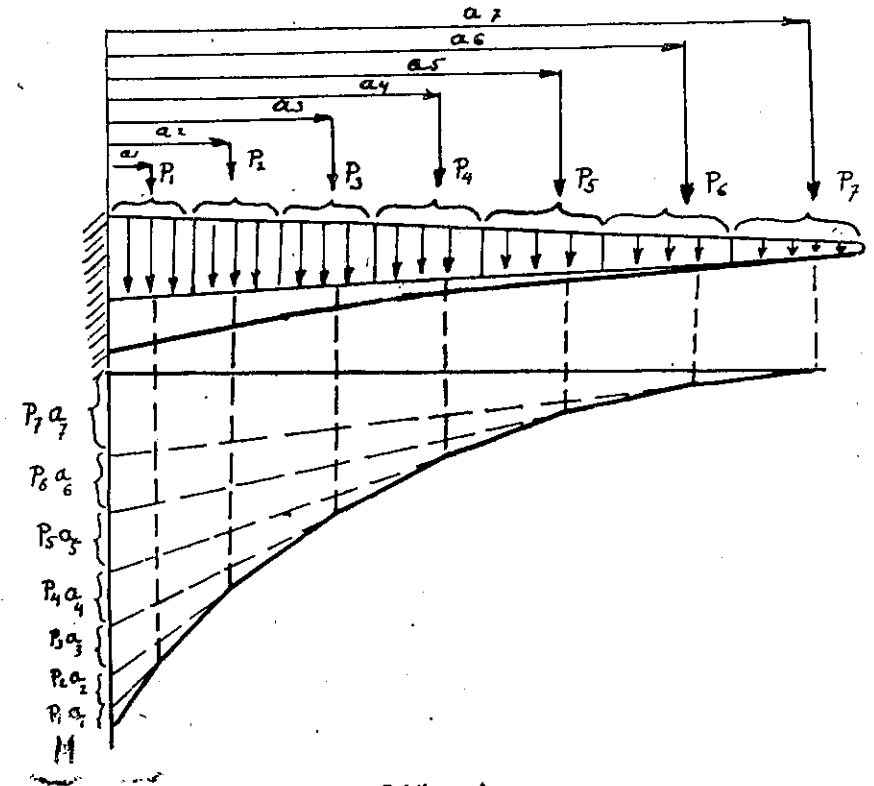
Böyle bir kanat mukavemet bakımından, düzlem bir kafes kirişten ibaret olup kafes kiriş düzlemi içinde ve buna dik kuvvetlere maruz bulunmaktadır. İşte kanat üzerine tesir eden kuvvetler kanat düzlemi içinde ve kanat düzlemine dik olarak bileşkenlere ayrılırlar. Genel olarak kanat düzlemi içinde tesir eden kuvvetler, kanat düzlemine dik kuvvetlere nazaran az ehemmiyetlidirler. Binaenaleyh, genel olarak kanat düzlemi içinde tesir eden kuvvetlerden ileri gelen ve antrtuvaızlar arasındaki eğilmeler nazarı itibara alınmazlar. Kanat düzlemi içindeki kuvvetleri doğrudan doğruya düğüm noktalarına tatbik ederek kuvvetler poligonu vasıtasıyla (Kremona ianesiyle) çubuk kuvvetlerini tayin ederiz. (Şekil - 3)

Antrtuvaızların kesitlerini ve kanat düzlemi içindeki gergi tellerinin kesitlerini bu çubuk kuvvetleri göz önünde tutularak hesap edilir. Kirişler yönünde tesir eden kuvvetler ise ilâve yükü teşkil edeceklerdir. Bunlar o kadar mühim değildirler. Bunlardan ileri gelen gerilmeler kanat düzlemine dik olan kuvvetlerden ileri gelen gerilmelere ilâve olunurlar. Kanat düzlemine dik olan kuvvetleri ön ve arka kirişler üzerine ayırırız. Bu şekilde ön ve arka kirişlerden her biri müstakil olarak çalışan ve ankastr bir şekilde gövdeye tesbit edilen ve sınırların kirişleri kestiği noktalarda yalnız kuvvetlere maruz kirişlerden ibaret olur. Şunu da ihtar edelim ki, kiriş üzerine tesir eden sınırlardan ileri gelen kuvvetler birbirine eşit değildir ve nihayet uca doğru azalırlar.

Umumî Statikten (mukavemetten) bu suretle yüklenmiş bir kirişteki eğilme momentlerini tayin etmek için bir çok grafik ve hesap usulleri



Şekil - 3



Şekil - 4

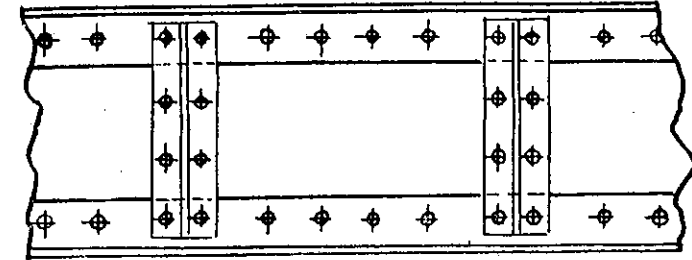
bu suretle bir kaç grup teşkil olunur ve bu grup kuvvetlerinin ankaströman kesitine nazaran hepsinin momentleri hesap edilir. Bu momentlerin grafik olarak toplamı alınırsa şekilde görüldüğü veçhile eğilme momentlerinin diagramını kirişin bütün boyunca bulmuş oluruz. Kesitin yalnız bir tarafındaki kuvvetlerin heyeti umumiyesinin toplamını alarak ve bu işi kirişin bir çok kesitlerinde tekrar ederek, tekmil kiriş boyunca kesme kuvveti diyagramını çizmiş oluruz. Şimdide gerek eğilme ve gerekse makaslama maksimum gerilmelerini kirişin bir çok kesitlerinde (genel olarak 5—10) hesap etmek lâzımdır.

BÖLÜM V

Gövdesi çalışan

Madenî Kiriş

1. Farz edelimki, kirişin gövdesi dural saçtan olsun ve bu saçın alt ve üst kısmına köşebentler perçin edilmiş olsun.



Şekil. 5

Bu takdirde kesit bir dubl T olacaktır. Maximum eğilme gerilmesi şu formül ile kesilir:

$$\sigma = \frac{M}{I} e$$

M verilen maktadaki eğilme momenti, I — atalet momenti, e tarafsız eksen ile en uzak liyf arasındaki mesafe. Tabanların kiriş gövdesi ile olan irtibatları tamamen rijit olmadığından, gerilmelerin dağılımı nazari olarak farz edildiği gibi değildir. Malumdürki gerilmelerin kıymeti tarafsız eksene olan uzaklıklarile orantılıdır. Bu homogen olmayan gerilme dağılımı muayyen kesitlerde gerilmelerin çoğalmasına sebep olabilir. Bu keyfiyetin ise hesaplama nazari itibara alınması müşküldür. Perçin deliklerinden ileri gelen atalet momentlerinin azalmasını nazari itibara alırsak kâfi bir takribiyet ile oldukça sahih neticeler elde edebiliriz. Bu hal yalnız çekmeye çalışan kısımda değil baskıya çalışan kısımda da aynı şekilde nazari itibara alınmalıdır. Yukarıda söylediğimizi

kesitin üstündeki kesit alanının tarafsız eksene nazaran statik momenti olduğundan burada S_x ile gösterirsek:

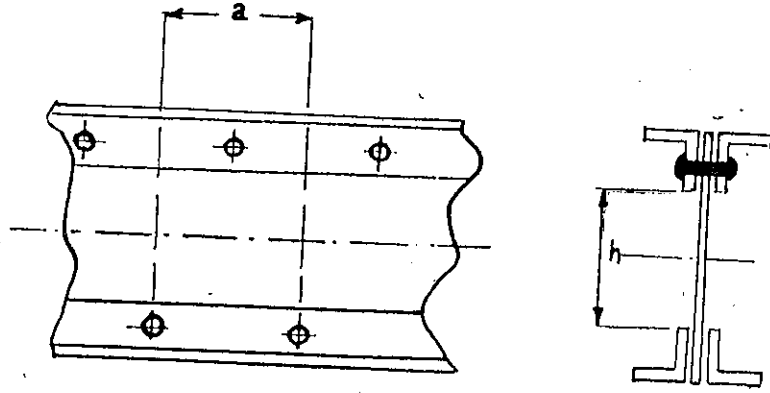
$$\frac{T}{I} \cdot S_x = \tau_x \cdot b_x$$

buradanda

$$\tau_x = \frac{T}{I} \cdot \frac{S_x}{b_x}$$

olur.

Lonjeronun gövdesiyle tabanını birleştiren her perçin üzerine tesir eden kuvveti hesap edelim. Müteakip iki perçin arasındaki mesafeyi (a) ile gösterelim. (Şekil-7) de görüldüğü veçhile A, B kesitleri arasındaki



Şekil - 7

taban parçasına A ve B kesitlerine tesir eden kuvvetlerin farkına eşit bir kuvvet tesir etmektedir. Yukarıda yapılan kesme kuvvetinden ileri gelen kayma gerilmelerinin hesabına benzer bir hesap yaparak bir perçin üzerine tesir eden kuvveti buluruz. Filhakika perçin hizasındaki bir yükseklikte kesme kuvvetinden ileri gelen ve A kesitindeki kayma gerilmesi

$$\tau_x = \frac{T_A}{I} \cdot \frac{S_x}{b_x}$$

olduğundan $d l$ kadar mesafede kayma kuvveti:

$$dP = \tau_x b_x d l = \frac{T}{I} \cdot S_x \cdot d l$$

integral alanırsa

$$P = \int_A^B \frac{T}{I} \cdot S_x \cdot d l$$

bulunur. T değişen makaslama kuvveti, I atalet momenti, S_x perçin hizasındaki üst kısmın tarafsız eksene nazaran statik momenti $d l$ de mesafedir. Burada T , I , S_x değişen olabilirler. Bu miktarlar A ve B kesitleri arasında sabit farzedilirse, (kı bundan ileri gelen hata kabili ihmaldir) bu takdirde

$$P = \frac{T}{I} \cdot S_x \cdot a$$

bulunur.

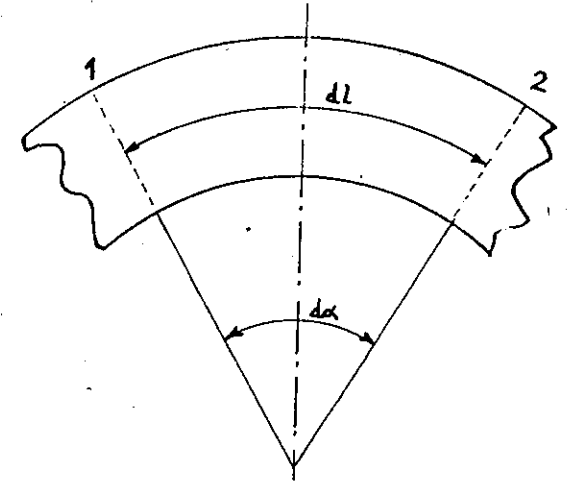
Bu formül bize bir perçin üzerine tesir eden kiriş eksenine paralel kuvveti verir. Bundan başka kirişin eğilmesinden dolayı kiriş kesiti deforme olacağından kiriş eksenine dik bir kuvvet hasil olur ki biz bu kuvvete

"Tabanların baskısı" diyeceğiz. Kirişi 1 ve 2 numaralı düzlemlerle keserek $d l$ mesafesinde iki kesit elde edilir. Eğilme yapan 1 ve 2 kesitleri arasındaki kiriş parçası bu iki kesit arasında bir $d \alpha$ açısı yapacaktır. (Şekil-8)

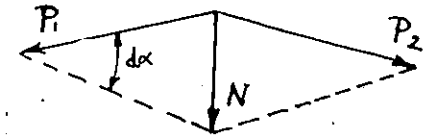
Bu takdirde kirişin şekilde görüldüğü gibi taban kısmı üzerine tesir eden kuvvetlerin bileşkesi P dir.

$$P = \int_{x_1}^{x_2} \frac{M}{I} \cdot x \cdot b_x \cdot d_x = \frac{M \cdot S_x}{I}$$

dir. 1 ve 2 kesitindeki kuvvetler arasında bir $d \alpha$ açısı yaparlar. Bunların bileşkesi de [kiriş] eksenine dik bir N kuvvetidir. Şekilden görüleceği veçhile



Şekil - 8



$$N = P \cdot d\alpha = \frac{M \cdot S_x}{I} \cdot d\alpha$$

Buradanda kirişin gövdesinde baskıdan ileri gelen gerilme

$$\sigma = \frac{N}{b_x \cdot dl} = \frac{M \cdot S_x}{I} \cdot \frac{d\alpha}{dl} \cdot \frac{1}{b_x}$$

elâstik eğri denklemi $\frac{d\alpha}{dl} = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$ belli olduğundan $\frac{d\alpha}{dl}$ in bu kıymeti yukarıdaki denklemde yerine konursa

$$\sigma = \frac{M \cdot S_x}{I} \cdot \frac{M}{EI} = \frac{1}{b_x} = \frac{M^2 \cdot S_x}{EI^2 \cdot b_x}$$

Bu formülden görüleceği veçhile maximum kayma gerilmesi ve maximum gövde baskı gerilmesi tarafsız eksen üzerinde vukua gelmektedir. Bu münasebet perçinler üzerine gelen baskı kuvvetlerinin hesabında da kullanılır. Filhakika

$$\sigma \cdot b_x \cdot dl = dR$$

ifadesi perçin hizasında $b_x \cdot dl$ alanına tesir eden kuvveti verir.

$$R = \int_A^B dR = \int_A^B \frac{M^2 \cdot S_x}{EI^2} \cdot dl$$

bulunur. M, S_x, I miktarları genel olarak A—B fasılasında değişkendir. Mamafih bu değişme miktarı pek küçük olduğundan bu miktarlar sözü geçen fasıla içinde sabit farzedilirse sözü geçen integral

$$R = \frac{M^2 \cdot S_x}{EI^2} \cdot a$$

şekline girer. a miktarı A ve B esitleri arasındaki mesafedir. Ankastre bir kirişin, genel olarak maruz kaldığı eğilme momentlerinden ileri gelen gerilmeler, yukarıda hesapladığımız baskı ve kayma gerilmelerine nazaran çok büyük olduklarından, bu kirişin tabanları büyük ve rijittirler. İşte bundan dolayı malzemenin yukarıda bulunan baskı ve makaslama gerilmeleri altında mukavemet haddine gelmesinden kiriş gövdesinin flambaj yapmasından korkulur.

C — Göv. esi ince saçtan ibaret olup eğilme gerilmesine çalışmayan kirişler.

BÖLÜM VI

Yarım Çekme alanlı lonjörönlər

1 Giriş: Uçak yapısında, yapı ağırlığının minimum olması için mütemadi araştırmalar yapılmakta, ve bu ağırlığın gerek fabrikasyon bakımından ve gerekse ekonomik bakımdan elverişli neticeler vermesi üzerinde durulmaktadır.

Aşağıda etüd edeceğimiz «yarım çekme alanlı» veya sureti umumiyede «Wagner» kirişi denilen lonjörönlərin böyle araştırmalara en iyi bir misal teşkil edeceği görülecektir.

Yukarıdaki (V) bahsinde kesme kuvvetine mukavim (gövdesi üzerinde flambaj hasil olmayan) umumi kirişlerden bahs olunmuştur. Böyle bir kirişte, kiriş gövdesi caiz mukavemetinin ziyadeleştirilmesi için yegâne yol ya kiriş gövdesi kalınlığının fazlalaştırılması veyahutda gövde üzerindeki takviyelerin artırılması ile mümkündür. Gövde mukavemetini arttırmak için tatbik edilecek böyle bir usulün ağırlık bakımından faideli olamayacağı aşıkardır.

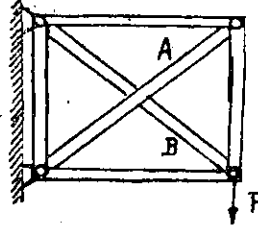
Ağırlığı azaltmak maksadiyle «yarım çekme alanlı» lonjörönlərə işte bu maksatla baş vurulmuştur. Böyle lonjörönlərdə gövdenin flambajına müsaade edilmekle beraber, gövdenin kırılmasına ve bozulmasına muvafakat olunmaz.

Son yıllar içinde böyle gövdeler üzerinde birçok tecrübeler yapılmıştır.

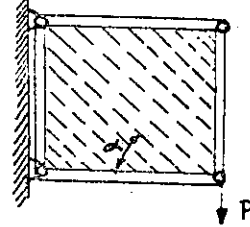
2. Yarım çekme alanlı lonjörönlərin anlaşılması için elementer izahat: (Şekil—9) P yükünü taşıyan ve iki diyagonalı bir kafes görünmektedir. P yükü A diyagonalı üzerinde baskı ve B diyagonalı üzerinde de çekme meydana getirir. Eğer A çubuğu oldukça eğilebilir bir çubuk olsa idi pek küçük P kuvveti tesiri ile çerçive flambaj yapardı. A çubuğunun flambajını yapan bu yükünden itibaren hamulenin fazlalaştırılması halinde artık sözü geçen çubuk daha fazla yük taşıyamazdır. Buna mukabil «B» çubuğu çekmede olduğundan, P kuvvetinin artması B deki gerilmesinde artmasını intaç edecektir. Bu suretle, flambajda A çubuğunun taşıdığı yük kafese tesir eden yük önünde ihmal edilebilir olursa tekml yükü hemen hemen B çubuğu alır.

(Şekil 10) bundan evvelki şeklin aynı isede o şekildeki diyagonal çubukların yerine burada ince bir saç bulunmaktadır.

Küçük bir yük altında gövde kesme kuvvetine mukavemet eder; böyle bir kesme kuvveti A diyagonalı yönünde baskı ve B diyagonalı yönündede çekme meydana getirir. Gövde saçının pek ince olması halinde bu saç A yönünde pek küçük baskıya dayanabilir. Bu suretle gövde saçında meydana gelen dalgalanma istikametleri kendilerine paralel hatlardan ibarettir. Saç, çekme yönünde, gerilme taşıyabileceğinden



Şekil. 9

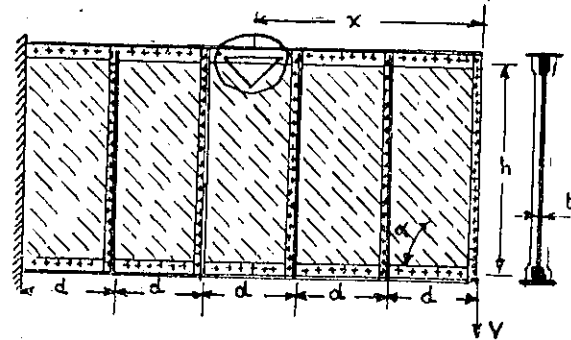


Şekil. 10

P kuvvetinin artmasına mukabil, çekme yönündeki gerilmelerde artar, buna mukabil baskı yönündeki gerilmeler flambajı meydana getiren gerilmelerden çok fark etmez. İşte diyagonal istikametde flambaj yapan kiriş, bu flambajdan sonrada kiriş bölmesine tesir eden kesme kuvvetini diğer diyagonal istikametinde meydana gelen gerilme alanı yardımı ile taşıdığı bu şekildeki kiriş "Wagner kirişini" teşkil eder.

3. Çekme alanlı kiriş formüllerinin çıkarılması.

Şekil-11 deki gibi tabanları paralel, takviyeleri düşey ve nihayet bir V kesme kuvvetine maruz Kantilever bir kiriş nazarı itibara alalım. Kesik



Şekil. 11

hatlarla gösterilen çizgiler dalgalanma istikametlerini versin, V yükü

altında meydana gelen bu dalgalanma istikametlerinin tabanlarla yaptığı açıyı şekilde görüldüğü gibi α ile gösterelim: taban köniyerlerinin tekil eğilme momentine mukavemet ettiğini kabul edelim. Bundan başka kesitteki kesme kuvveti tesiriyle meydana gelen düşey ve yatay kayma gerilmelerinde eşit olduğunu ve kesit içinde üniform olarak yayıldığını kabul edelim bu takdirde

$$\tau_s = \frac{V}{h \cdot t} \quad (1)$$

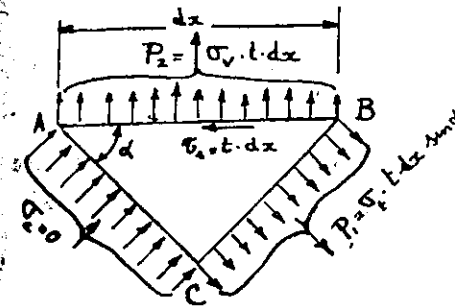
burada

t = kısıf gövde saç kalınlığı;

h = üst ve alt tabanlardaki perçin merkezleri arasındaki uzaklık;

V = düşey kesme kuvvetidir.

şimdi yukarıdaki şekilden kesilmiş ufak bir parça alalım bu parça üst parça kiriş gövdesinden kesilmiş taban civarında olsun bu üçgenel parça



Şekil - 12

parça kesilmiş olsun. (Şekil-12) elemanter mekanikten malûmdurki birbirlerine dik iki kesit içinde yalnız kayma gerilmeleri meydana gelmesi halinde bunlara dik iki düzlem içinde de normal gerilmeler meydana gelir. Kiriş gövdesi, gayet ince olduğundan, AC yüzünde gayet küçük baskı kuvvetleri meydana gelir. Çekme gerilmeleri yanında küçük olan bu baskı gerilmeleri kabili ihmaldir. yani $\sigma_c = 0$. BC yüzü üzerinde yalnız çekme gerilmeleri meydana gelmiştir. Şekildeki elemanın dengede kalması için:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{olduğundan}$$

$$-\tau_s \cdot t \cdot dx + \sigma_t \cdot t \cdot dx \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\text{buradan} \quad \tau_s \cdot \sin 2\alpha = 2\tau_s \quad \text{bulunur.}$$

Kayma gerilmesi yerine 1 formülündeki kıymet konursa

$$\sigma_t = \frac{2V}{h \cdot t} \cdot \frac{1}{\sin 2\alpha} \quad (2)$$

Şimdi eleman üzerine tesir eden kuvvetlerin y eksenini üzerindeki iz düşümlerini alalım:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\sigma_v \cdot t \cdot dx - \sigma_t \cdot t \cdot dx \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha = 0$$

baskı tabanında baskı kuvvetleri $\frac{V}{2} \cotg \alpha$ miktarı kadar eksilmiş bulunmaktadır.

7. Eğim açısının hesabı:

Çekme gerilmesi yönünün, paralel olan giriş tabanları yönü ile yaptığı eğim açısı olan α sureti umumiyede 45° civarında isede, bu eğim tabanların alanlarına giriş yüksekliğine, takviye mesafesi gibi daha bir çok faktörlere tâbidir.

α açısını şu şekilde hesap ederiz:

Meseleyi basitleştirmek için tabanların alanlarını eşit kabul edelim. ε_x tabanların uzanmasını, ε_y takviyelerin uzamasını, ε da çekme doğruları yönündeki uzamayı gösterebiliriz.

ε' de çekme doğruları yönüne dik yöndeki uzamayı gösterirse, asal uzama yönleri uzamalarına nazaran ε_x ve ε_y miktarları şunlardan ibaret olur:

$$\varepsilon_x = \varepsilon \cos^2 \alpha + \varepsilon' \sin^2 \alpha$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon \sin^2 \alpha + \varepsilon' \cos^2 \alpha$$

Bu ifadeler umumî deformasyon denkleminin tabanlar ve takviyeler yönüne tatbikinden ibarettir, son iki denklem arasında ε' ifna edilirse:

$$\tg^2 \alpha = \frac{\varepsilon - \varepsilon_x}{\varepsilon - \varepsilon_y}$$

bulunur.

Şimdi gerilmelerin deformasyonla orantılı olduğunu göz önünde tutarak, deformasyonlar yerine gerilmeler konursa

$$\tg^2 \alpha = \frac{\frac{2V}{ht} \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{V}{2S_1} \cotg \alpha}{\frac{2V}{ht} \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{Vd}{hS_1} \tg \alpha}$$

burada S_1 takviyelerin kesit alanı,

S_2 de tabanların alanını, göstermektedir. Son denklem ($\sin \alpha$) ya nazaran çözümlerse

$$\sin^2 \alpha = \sqrt{a^2 + a} - a \quad (8)$$

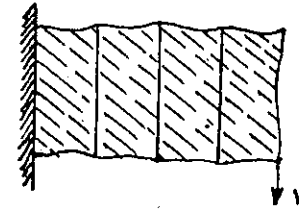
bulunur. Burada

$$a = \frac{1 + \frac{h^2 t}{2 S_2}}{\frac{t \cdot d}{S_1} - \frac{t \cdot h}{2 S_2}} \quad (9)$$

dir.

Yukarıda da söylediğimiz gibi α bir çok faktörlere tabidir.

Yukarıda bulduğumuz Wagner kirişine tesir eden kuvvetler kiriş tabanlarının sonsuz olarak eğilmede rijit olması esasına göre bulunmuştur. Hakikat balde tabanlar sonsuz rijit olmadıklarından (Şekil—15) de



Şekil - 15

görüldüğü gibi, tabanlar müttemadi bir kiriş haline gelir, takviyeler kirişin mesnetleri olur, tabanlara çekme alanından ileri gelen yükler tesir eder ve şekilde görüleceği gibi tabanlar deformasyon yapar. Bu şekilde deformasyon neticesinde takviyeler civarında gerilme konsantrasyonları meydana gelir.

8. Wagner denklemlerinin uçak hesabında kullanılması için tadili:

Wagner denklemleri gerek kiriş gövdesi mukavemetinde, ve gerekse dikey takviyelerin yükünde pek ihtiyatlıdır. Kiriş gövdesinin flambajdan evvel taşıdığı kesme kuvveti toplam kesme kuvvetinin mühim bir kısmını teşkil eder. Filhakika flambaj yapmış olan gövde saçı flambajdan sonra, bu dalgalanma istikametine dik yönde bir miktar baskı gerilmelerine mukavemet eder. Dikey takviyelerin yüküne gelince: takviyeler gövde saçına perçinlenmiş ve gövde saçında kiriş tabanlarına perçinlenmiş olduğundan, bu takdirde gövde saçı bir gusse² saçı halinde bulunmuş olur. Halbuki Wagner denklemlerinde bu saç tabanlara mafsallı olarak bağlandığı farzedilmektedir.

Son senelerde Wagner kirişleri üzerinde bir çok memleketlerde, bir çok deneysel araştırmalar yapılmış olup elde edilen neticeler gizli tutulmaktadır.

Yukarıda formüllerini verdiğimiz tam çekme alanlı kirişler halinde tatbik edilebilen denklemler, pratikte tatbik edilebilmeleri için bazı düzeltmelere tabi tutulmaları icap eder.

Wagner kirişi için, aşağıda vereceğimiz genel usulde kesite tesir eden kesme kuvveti diyagonal çekme gerilmesi olarak tamamen kiriş gövdesi tarafından taşınacağı yerde mukavemetin şu şekilde olduğu farzedilmiştir:

- 1) Tabanların taşıdığı kesme kuvveti kabili ihmal değildir;
- 2) Flambajdan evvel kiriş gövdesinin taşıdığı kesme kuvveti, gövde kesme kuvvetine mukavemet eden bir eleman olduğundan bu mukavemetde kabili ihmal değildir. Kiriş gövdesinin taşıdığı kesme kuvveti, flambajdan sonrada, çeki kuvvetinin kararlayıcı tesiri, ve kayma suretile taşınan yük oranını arttıran sair hiperstatiklik tesirler ile artmaya devam eder.

Biz burada professor J. L. Taylor tarafından işaret edilen ve tecrübe neticelerine daha uygun olan bir faraziyeyi vereceğiz.

τ_{cr} gövde üzerinde flambaj hasıl olduğu zamanki kayma kritik gerilmesini göstermek ve τ da nominal kayma gerilmesine delâlet etmek üzere, gövdenin taşıdığı kesme kuvvetini $1.33 \sqrt{\tau \cdot \tau_{cr}}$ olarak alacağız. Bu denklem τ nun $1.33 \tau_{cr}$ kıymetinden itibaren caridir.

Burada görülüyorki, gövde flambaj yapıldıktan sonra $\tau > \tau_{cr}$ olacağından gövdenin taşıyacağı kesme kuvveti flambajdan sonra ziyadeleşmiş olur.

Yukarıdaki (1) ve (2) maddelerindeki iki kesme kuvvetinin toplam kesme kuvvetinden çıkarılmasından sonra geriye kalan kesme kuvveti, flambaj yapmış olduğu halde kiriş gövdesi tarafından çekme alanı gerilmesi olarak taşınan kesme kuvvetinden ibaret olur.

Bu faraziyeler kiriş tabanlarının birbirine paralel olması halinde doğrudur. Eğer kiriş tabanları meyilli olurlarsa, bu meyilli tabanlarda aksenal yönde meydana gelen kuvvetler bir miktar kesme kuvvetini taşıyacağından geriye kalan net kesme kuvvetine yukarıdaki faraziyeler yine tatbik olunurlar.

Biz bu bahsin 14 üncü maddesinden itibaren İngiliz (Royal Aeronautical Society) nin pratik bakımdan problemi nasıl hallettiği göreceğiz.

9. Kiriş tabanlarının taşıdığı kesme kuvvetlerinin hesabı:

Eğilen bir kirişteki kayma gerilmesi akısı

$$f = \frac{V}{I} \int_y^h y \cdot dA$$

dir.

Wagner kirişlerinin imalinde kullanılan lonjörönlarda gövde saç pek ince olduğundan, gövdenin tabanlarla perçinlenmiş olduğu kısımlar arasında statik momentin değişimi çok fark etmeyecektir. Bu kısımlarda

kayma gerilmesi akısı sabit farz olunabilir. Gövde alanı ihmal edilince $\int_y^h y \cdot dA$ taban alanının tarafsız eksene nazaran statik momenti olur. Bunu da Q ile gösterelim. Şu halde kiriş gövdesi boyunca tesir eden sabit kayma gerilmesi akısı:

$$f = \frac{V}{I} Q$$

olur. Bu miktar efektif gövde yüksekliği ile çarpılırsa:

$$V = \frac{V_w \cdot I}{Q \cdot h} \tag{10}$$

elde edilir. V_w yalnız gövdenin taşıdığı kesme kuvvetidir.

V = tekmil kesite tesir eden kesme kuvvetidir.

I = tarafsız eksene nazaran kesitin atalet momentidir.

Q = yalnız tabanın statik momentidir.

Kiriş tabanlarının her ikisinin birden taşıdığı V_t kesme kuvveti, kesite tesir eden tekmil V kesme kuvvetiaden V_w gövde kesme kuvvetinin çıkarılması ile elde edilir:

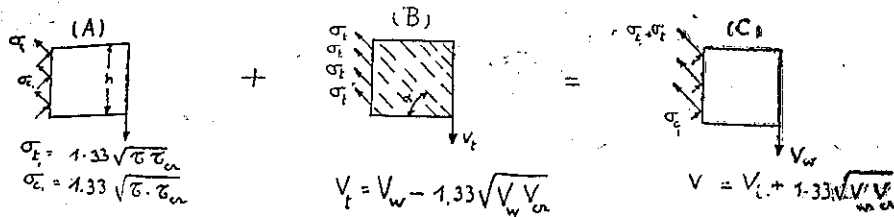
$$V_t = V - V_w = V_w \left(\frac{I}{Q \cdot h} - 1 \right) \tag{11}$$

10. Lonjörön gövdesinin taşıdığı V_w kesme kuvveti:

Gövde saçının flambaj mukavemetine kadar, gövde üzerindeki kayma gerilmesi akısının bütün gövde yüksekliğince sabit olduğu farz edilmişti. Gövde flambaj yapınca saçın flambajını meydana getiren diyagonal yöndeki baskı gerilmesinin gövdeye tesir ettiği ve kıymetinde bu kritik gerilmeden ibaret olacağı farz edilebilir. Bundan sonra gövde üzerinde kesme kuvvetinin fazlalaşmasına mukabil çekme alanında meydana gelen çekme gerilmeleri ile beraber, yine fazlalaşan baskı ve çekme gerilmeleri yani kayma gerilmeleri mukavemet eder. Kritik kesme kuvvetinden büyük olan bu kuvvetin $1.33 \cdot \sqrt{V_w \cdot V_{cr}}$ ile göstereceğimizi yukarıda izah etmiştik. Gövdenin çekme alanı olarak taşıdığı kesme kuvveti V_t ile gösterilirse tekmil gövdenin taşıdığı V_w kesme kuvveti şundan ibaret olur:

$$V_w = V_t + 1.33 \sqrt{V_w \cdot V_{cr}} \tag{12}$$

Bu söyledığımız noktalar (Şekil-16) daki resimler üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 16.

$$\sigma_c = 1.33 \sqrt{\tau \cdot \tau_{cr}}$$

$$V_t = V_w \left(1 - 1.33 \sqrt{\frac{\tau_{cr}}{\tau}} \right)$$

$$\sigma_t = 1.33 \sqrt{\tau \cdot \tau_{cr}}$$

V_w nin değerini hesap etmek için şu şekilde hareket edelim : saçın müsaade edilen çekme gerilmesine mukavemetini $\sigma_{t \max}$ ile gösterirsek :

$$\sigma_{t \max} = \sigma_c + \sigma_t$$

dır diğer taraftan

$$\sigma_t = \frac{2 V_t}{h \cdot t} \cdot \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

$$\sigma_t = \frac{1.33 \sqrt{V_w V_{or}}}{h \cdot t}$$

olduğundan yukarıdaki denklemde kıymetleri yerlerine konursa

$$\sigma_{t \max} = \frac{2 (V_w - 1.33 \sqrt{V_w V_{or}})}{h \cdot t} \cdot \frac{1}{\sin 2\alpha} + \frac{1.33 \sqrt{V_w V_{or}}}{h \cdot t}$$

elde edilir. Burada α açısı daima 45° derece civarında olduğundan $\sin 2\alpha = 1$ dir. Bu takdirde :

$$\sigma_{t \max} = \frac{2 V_w - 1.33 \sqrt{V_w V_{or}}}{h \cdot t}$$

elde edilir. V_{or} gın ne şekilde hesap edileceğini bundan sonra göreceğiz $\sigma_{t \max}$ da daha evvelden verilen malzemenin karakteristiğidir. Bu formülden V_w kolayca bulunabilir. $\sigma_{t \max}$ elastik sınır gerilmesi veya kırılma gerilmesi olduğuna göre V_w içinde bu değerlere karşılık V_{pw} V_{kw} bulunur.

11.— Gövdenin taşıdığı kritik V_{or} kesme kuvvetinin hesabı :

Gövde V_{or} tikde flambaj yapmaya başlar. Tam flambaj başlangıcında baskı gerilmesi ile çekme gerilmesinin birbirine eşit olacağı ve bunların değerinde gövdede meydana gelen kritik kayma gerilmesine eşit olacağı Mohr Dairesinden kolayca görülebilir. Flambaj mukavemetinde gövdenin taşıyacağı kritik kesme kuvveti

$$V_{or} = \tau_{cr} \cdot h \cdot t$$

$$\tau_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (13)$$

formülü ile bulunacağı aşikârdır.

İleride saç levhaların flambajında bahsedeceğimiz bu formüde (t) saç kalınlığını, ν poisson katsayısını, (b) de saç genişliğini göstermekte olup takviye mesafeleri (a) olduğuna göre b/a oranına bağlı olarak (k) katsayısı saç flambajı bahsinde vereceğimiz grafikten bulunur.

12. Düşey takviyelerin yükleri :

Takviye yükleri hakkında teorik olmayan ve fakat iyi neticeler veren bir çok etüdlere yapılmıştır. Bu etüdlere bir çoğu mahrem tutulmaktadır. Bundan başka uçak fabrikalarının kendileri için yapmış oldukları etüdlere de yayınlanmamışlardır.

Eğer takviyeler yalnız tabanlara perçinlenmiş olsa idi, çekme alanı gerilmesinden ileri gelen ve tabanların aşağı doğru çekilmesini sonuçlayan, takviye aksenal yükü yukarıda bildirdiğimiz gibi (5) denklemi ile hesap edilirdi. Halbuki takviyeler gövde saçınada perçinlenmiş olduklarından gövde saçının bir kısmında takviyelerle beraber çalışır. Tecrübeler göstermiştir ki gövdenin flambajından sonra, takviyelerin orta kısımlarındaki gerilmeler uçlardaki gerilmelere nazaran daha büyüktür. Takviye civarında gövde saç çekme alanının inkita'ya uğraması, Flambaj sebebiyle dalgalanmış olan gövde saçından perçin başları vasıtasile takviyenin orta kısmına mühim torsiyon kuvvetlerinin geçmesini intaç eder Bundan dolayı takviyelerin kırılması takviyenin aksenal yük tesirile flambaj yaparak eğilmesi, ve torsiyon yükünden ileri gelmektedir. Yani bilgiler elde edilinceye kadar takviye yüklerini şu formül ile hesap edeceğiz :

$$F_s = - \frac{V_t \cdot d}{h} \cdot \text{tga} \quad (14)$$

Burada V_t nin değeri (12) formülü yardımı ile bulunur.

Bu yük altında flambaj yapan takviyenin efektif kolon uzunluğu Professeur J. L. Taylor'a göre :

$$n = 1 - 1.33 \sqrt{\frac{\tau_{cr}}{\tau}}$$

ye yani çeki alanı ile, alanın yük oranına bağlıdır. Bu n kat sayısına bağlı olarak efektif kolon uzunluğunun ortalama bir değeri şu formül ile verilmektedir :

$$l' = (1 - 0.4 n) l \quad (15)$$

Burada l' efektif kolon uzunluğu, l takviyenin hakiki uzunluğudur.

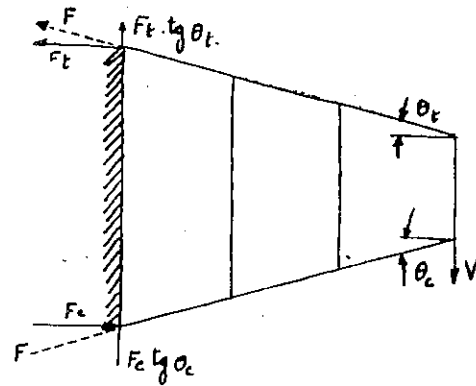
İrca edilen bu hakiki uzunluk ve takviyelerin kesit alanı ile, takviye çubuğunun flambaj hesabı yapılabilir.

Pratikde takviyeleri iki perçinle tabanlara perçinlendikten sonra ilk iki veya üç perçini mümkün olduğu kadar tabanlara yakın ve sık olmak üzere takviyeler gövde saçına perçinlenirler. Bu suretle flambaj yapan gövde saçı tarafından takviyenin çekilmesinin mümkün olduğu kadar önüne geçilir ve yine pratikde bu maksatla yuvarlak başlı perçinler kullanılır.

13. Tabanları paralel olmayan Lonjörön.

Bir çok tayyare lonjörönlerinde tabanlar birbirine paralel olmayıp, konverjantdır. Mamefi tabanlar doğrudurlar. Tabanların (Sek—17) de görüldüğü gibi meyilli olması halinde (6) ve (7) formülleri tabanlara tesir eden eksenel yüklerin yatay bileşenlerini verir. Tabanlara eksenel yönde tesir eden kuvvetlerle, bu kuvvetlerin düşey bileşenleri, tabanların meyli ve yatay bileşenlere bağlı olarak hesap edilebilir. Bunların ne şekilde hesap edileceği şekil üzerinde görülmektedir.

Kesite tesir eden net kesme kuvveti taban kuvvetlerinin düşey bileşenlerinin çıkarılmasından sonra bulunur. Bu suretle :



Şekil 17,

$$V_{wn} = V_w - (F_t \cdot \text{tg} \theta_t + F_c \cdot \text{tg} \theta_c) \quad (16)$$

elde edilir. Burada :

- F_t = Çekme tabanı toplam eksenel yükünün yatay bileşeni
- F_c = Baskı " " " " " "
- θ_t = Çekme tabanı eğim açısı
- θ_c = Baskı " " " " " "
- V_w = Tabanların paralel olması halinde kesit kesme kuvveti
- V_{wn} = " " olmaması " " " " " "

14. Wagner kirişi elemanlarının grafik usul ile mukavemetlerinin tayini.

İngiliz (Royal Aeronautical Society) Kurumu Wagner kirişlerinde kesme kuvvetine maruz, ince saç bölmelerde çeki alanı dolayısı ile meydana gelen ve aşağıda bildireceğimiz değerleri bulmak için grafik bir usul vermiştir. Bu usul çok kullanışlı olup kirişin mukavemetinin tahkiki için lüzum olan değerleri, boyutsuz olarak grafikden kolayca okuyabiliriz. Wagner kirişlerinde kiriş elemanlarının mukavemetinin kontrolü için bilinmesi gereken değerler şunlardır :

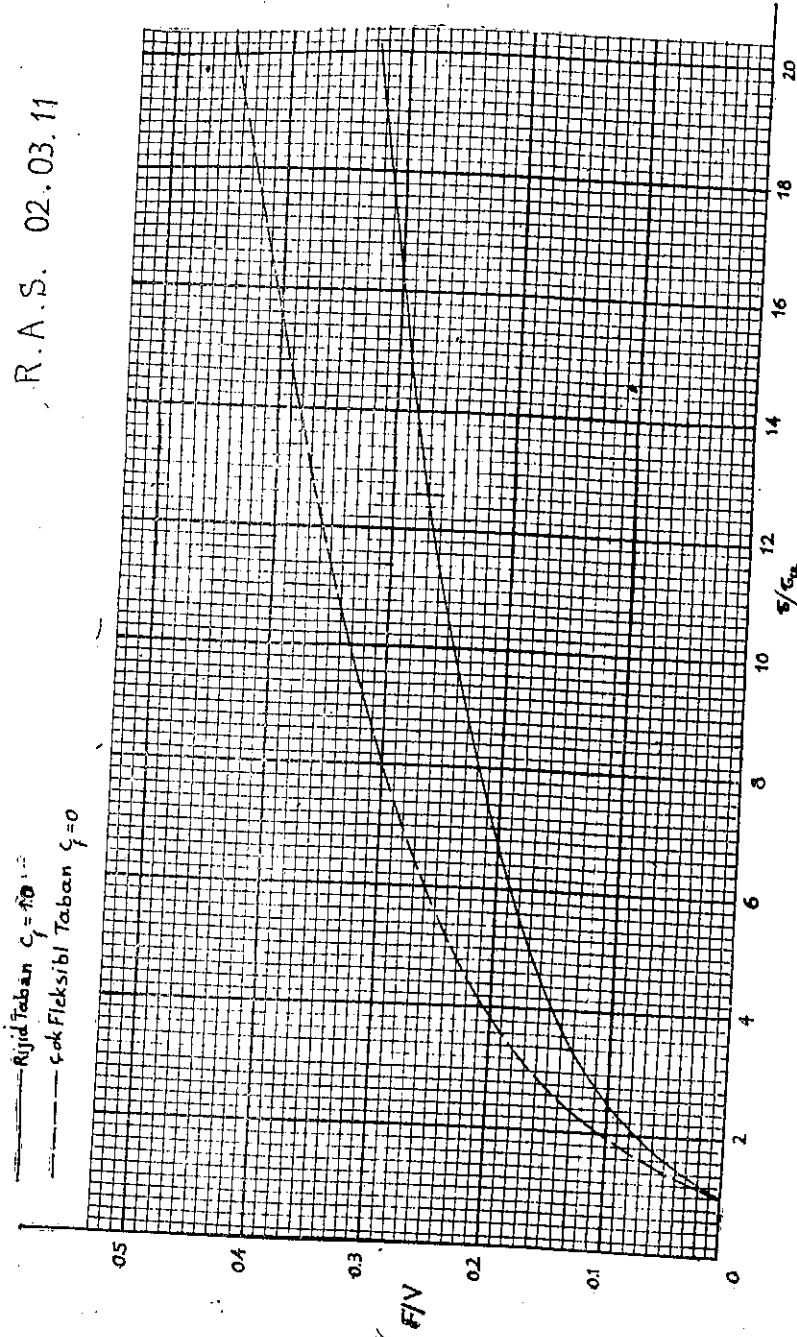
- 1 — Tabanlarda çekme alanından ileri gelen baskı yükü;
- 2 — Gövde taban irtibatında birim boydaki perçin yükü;
- 3 — Çekme alanından ileri gelen taban yanıl hamulesi;
- 4 — Çekme alanından ileri gelen tabanlardaki maksimum eğilme momenti;
- 5 — Takviyelerin efektif kolon uzunluğu;
- 6 — Takviyelerdeki baskı gerilmesi;
- 7 — Makaslama yükü altında bir saç levhanın daimi deformasyonu ve kopması ;
- 8 — Gövde-Taban irtibatı perçin hattında caiz gerilme.

Bu sekiz hal için vereceğimiz grafikler, hesaplar neticesinde bulunmuş olup, daha fazla bilgi için vereceğimiz referanslara müracaat olunmalıdır.

15. — Tabanlarda çekme alanından ileri gelen baskı Yükü:

- V = Saçın taşıdığı kesme kuvvet. (kg.)
- τ = Saçın Nominal kesme gerilmesi. Kg/cm²
- τ_{cr} = Saçın flambaj kritik gerilmesi kg/cm²

R. A. S. 02.03.11



— Rijit Taban $C_f = \infty$
 - - - Çekilse Taban $C_f = 0$

Şekil - 18

F = Çekme alanından ileri gelen herbir tabandaki baskı yükü. kg.
 C_f = Tabanların rijitlik katsayısı olup ne şekilde bulunacağını ileride göreceğiz.

Çekme alanı tabanların her birine eşit değerde birer F baskı kuvvetiyle tesir eder. (Şekil 18) de görüldüğü gibi F/V oranı $\frac{\tau}{\tau_{cr}}$ oranına bağlı olarak çizilmiştir. (Ref. R. A. S. neşriyatından 02.03.11, aralık 1941 tabı) Tabanlardaki yükler eğilme rijitliğine de bağlı olduğundan F/V ve $\frac{\tau}{\tau_{cr}}$ oranları C_f nin sıfır ve 1 değerleri için çizilmiştir. Tabanların takviyeler üzerinde mütemadi kaldığı ve takviyelerinde doğru olduğu farzedilmiştir. Taban ve takviye alanları gibi, taban yüklerinde tesiri olan diğer faktörler ihmal edilmiştir.

Misal:

$$V = 8200 \text{ kg.} ; \tau = 1400 \text{ kg/cm}^2 ; \tau_{cr} = 182 \text{ kg/cm}^2$$

$$C_f = 0.5$$

olduğuna göre $\frac{\tau}{\tau_{cr}} = 7.7$ dir. Grafikten:

$$F/V = 0.25$$

Buradan

$$F = 0.25 \times 8200 = 2050 \text{ kg. bulunur.}$$

16. Gövde - Taban irtibatında birim boyağıdaki perçin yükü:

Yukardaki işaretlerden başka şunları kabül edelim:

t = Saç kalınlığı. cm;

a = Mücavir perçinlemeden itibaren ölçülen takviyeler arasındaki saç genişliği;

I = Gövde sağı düzlemine dik ve tabanın santroidinden geçen bir eksene nazaran tabanın atalet momenti cm^4 ;

n = Çekme alanından dolayı taban yükleme katsayısı;

(n) nin değerinin ne şekilde hesap edileceğini madde - 17 de göreceğiz

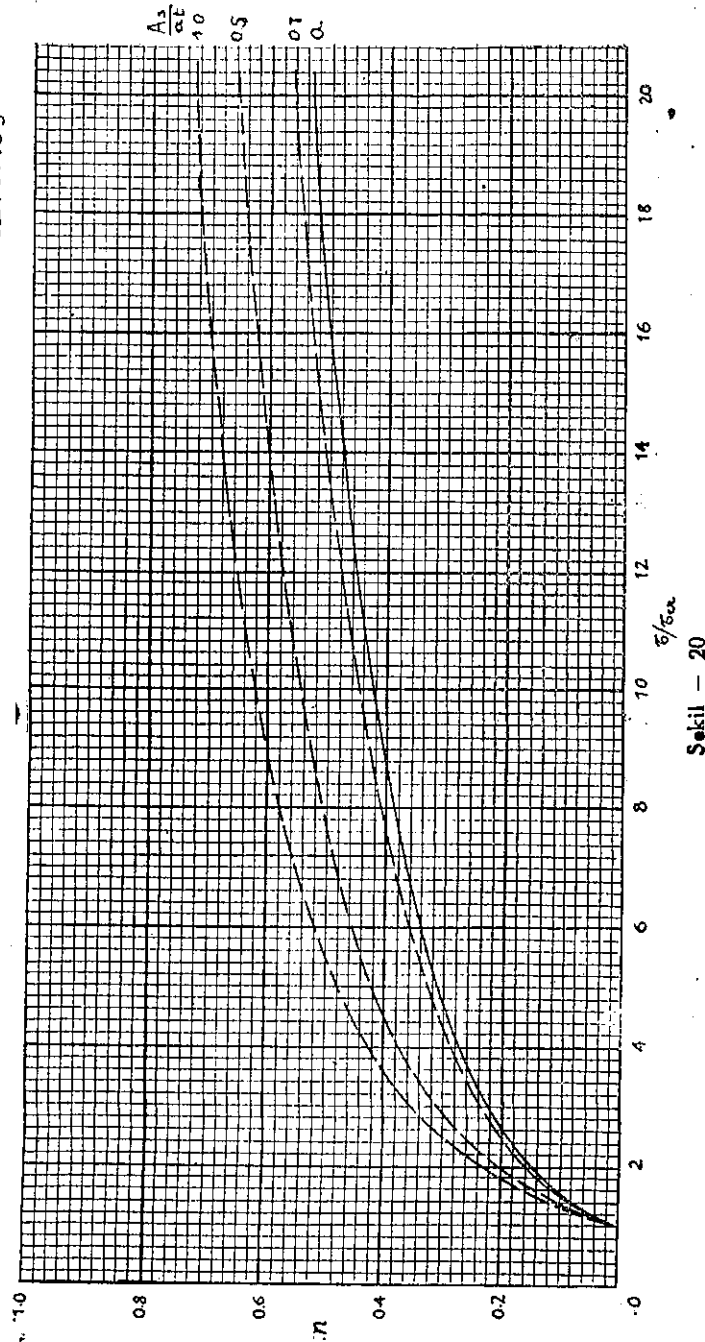
R = Perçinleme doğrusunda birim uzunluktaki maksimum yük.

Tabanların eğilme rijitliklerinden dolayı, gövde ile tabanların irtibatında perçinler üzerine gelen yük, takviyeler civarında maksimumdur. Bu maksimum R kuvvetinin τt ye oranı ($I/a^3 t$) ye bağlı olarak (n) nin muhtelif değerleri için (Şekil - 19) da çizilmiştir.

(Ref. R. A. S. 02.03.16 neşriyatından, ocak 1942 tabı)

R.A.S. 02.03.09

— Rigid Taban $C_f = 1.0$
— Fleksibil " $C_f = 0$



Şekil - 20

$$A_s/a t = 0.45$$

$$\tau = 1400 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{a}{b} = 0.4 ; \frac{a}{t} = 156 ; \tau_{or} = 182 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{\tau}{\tau_{or}} = 7.7 \text{ olduğundan } C_f = 0 \text{ için } n = 0.49$$

$$C_f = 1 \text{ için } n = 0.38 \text{ dir.}$$

İnterpolasyonla $C_f = 0.5$ için $n = 0.435$ dir.

$$\text{Ortalama yanal yük } n \tau t = 0.435 \times 1400 \times 0.12 = 74 \text{ kg/cm.}$$

18. - Çekme alanından ileri gelen tabanlardaki eğilme momenti.

M = Tabanlarda çekme alanından dolayı meydana gelen eğilme momenti olsun. Kiriş tobanları üzerinde çekme alanından dolayı meydana gelen yanal yük, eğilme momenti meydana getirir. Bu eğilme momentleri takviyelerin tabanlara bağlandığı noktalarda maksimumdur. Tabanlar takviyeler üzerinde mütemadi olarak kabul edilmiştir.

Şekil - 21 üzerinde görülen diyagram $\frac{\tau}{\tau_{or}}$ tabii olarak maksimum eğilme momentini vermektedir. (Ref. R.A.S. 02.03.10. neşriyatından, ocak 1941) Çekme alanı gerilmelerinin dağılımı ve şiddeti, tabanların eğilme rijitliğine de tabii olduğundan madde 17 de görüldüğü gibi, rijitliğin artmasına mukabil ortalama çekme alanı gerilmesi büyür. Bu çekme alanı gerilmesi artışı tabandaki eğilme momentini artırır. Buna mukabil, yük, açıklığın ortasından takviyelere geçtiğinden saç genişliğince gerilmelerin artması, maksimum eğilme momentini azaltır. Bu iki zıt tesir birbirlerini dengeler.

Neticede maksimum moment sabit kalır. Bu eğri rijitlikleri az olan tabanlar için çok ihtiyatlıdır.

Misal:

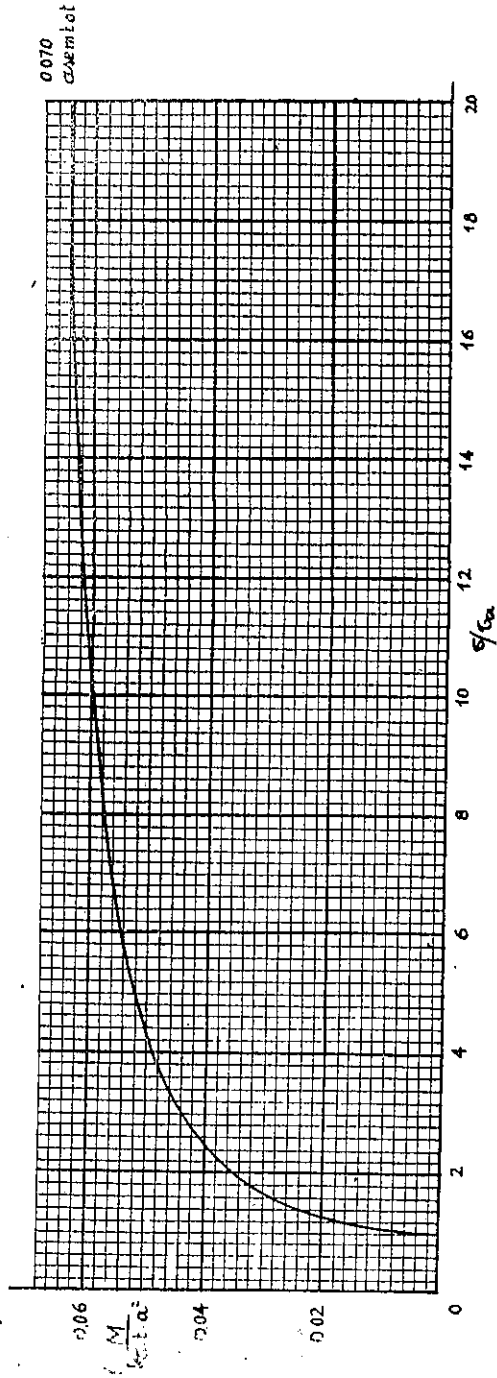
$$t = 1.2 \text{ m/m} ; b = 47.63 \text{ cm} ; a = 19.05 \text{ cm.}$$

$$V = 8200 \text{ kg.} ; \tau_{or} = 182 \text{ kg/cm}^2$$

için maksimum eğilme momentini bulalım.

$$\tau = \frac{V}{b t} = 1400 \text{ kg/cm}^2 ; \frac{\tau}{\tau_{or}} = 7.7$$

R.A.S. 02.03.10



Şekil - 21

Diyagramdan:

$$\frac{M}{\tau t . a^2} = 0.057$$

$$M = 0.057 \times 1400 \times 0.12 \times (19.05)^2 = 3480 \text{ (kg. cm)}$$

bulunur.

19. — Takviyelerin efektif kolon uzunluğu:

l' Takviyenin efektif kolon uzunluğunu göstermek üzere, l'/b oranı ortalama yük katsayısının muhtelif değerleri için a/b oranına bağlı olarak (şekil - 22) daki grafikler çizilmiştir.

(Ref. R.A.S. 02.03.15 neşriyatı, Mayıs 1945 tabı)

Takviyenin efektif uzunluğuna tesir eden sebep eğilme olup, çekme alanının dalgalarından ileri gelen lokal çökmeler değildir. Çekme alanı dalgaları takviyenin gövde saçı düzleminde dışarı doğru flambaj yapmasına mani olur. Bu sebepten dolayı, takviyenin efektif uzunluğu (takviyenin uçlarında mafsalı olarak nazarı itibara alınması halinde, takviyenin eksantrikliğini de gözönünde tutarak) gövde saçı genişliğinden daha azdır.

Bundan başka, takviye üzerinde tam baskı yükü takviyenin ortasına doğru maksimum olmaktadır.

Misal:

$$b = 47.63 \text{ cm} ; a = 19.05 ; n = 0.45$$

olması halinde efektif kolon uzunluğunu bulmak matlup olsun:

l'/b = 0.4 olduğundan, interpolasyon ile grafikten

$$l'/b = 0.83$$

bulunur. Bundan

$$l' = 47.63 \times 0.83 = 39.60 \text{ cm.}$$

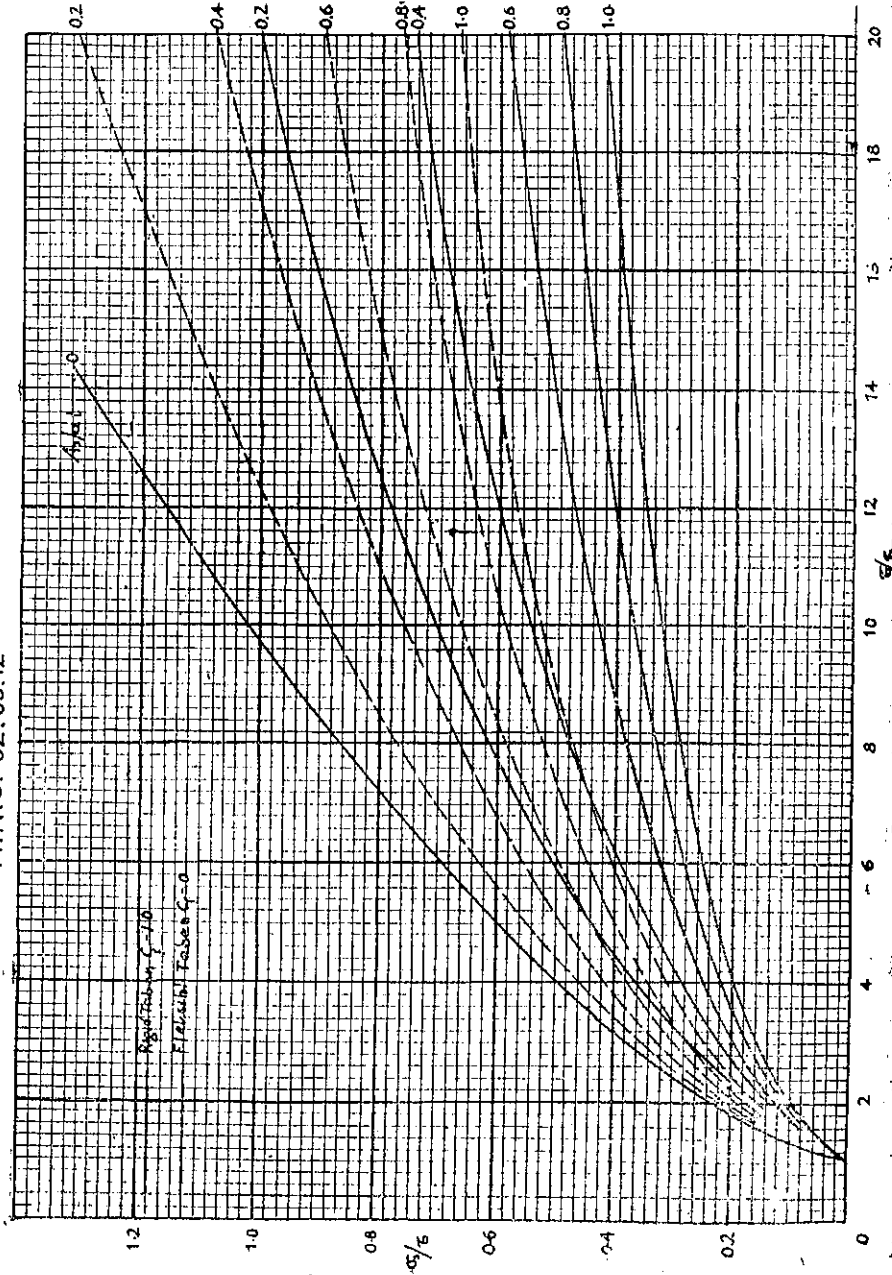
elde edilir.

20. — Takviyelerdeki baskı gerilmesi:

σ, Takviyedeki baskı gerilmesini göstersin.

σ_s/τ delegeleri τ/τ_{cr} bağı olarak A_s/at n'nin muhtelif değerleri için, takviyelerin gövde saçına raptedilmiş olması halinde çizilmiştir. (Şekil-23) (Ref. A.R.S. 02.03.12. neşriyatından, Ekim 1941 tabı).

R.A.S. 02.03.12



çlardır. Kesme kuvveti tesirile flambağ yapan saçlardaki gerilme, kayma ve eğilme gerilmelerinin kombine bir bileşkesidir. Malzemenin belli hassalarının mukayesesi maksadile $\frac{\tau}{\sigma}$ değeri $\frac{\tau}{\tau_{cr}}$ ye bağlı olarak $\frac{A_s}{at}$ nin muhtelif değerleri için grafik çizilmiştir. (Şekil — 24)

(Ref. R. A. S. 02.03.13 neşriyatından, Kasım 1941 tabı)

Eşdeğer çekme gerilmesi kombine gerilmelerin belli bir bileşkesidir. Kombine gerilmeler hakkında en iyi istifade edilebilir bilgi, Asal gerilmesi aynı yönde kabul eden (Rankine) nin asal gerilmeler teorisi ile, asal gerilmeleri aksi yönde kabul eden (Mises) ve (Hencky) nin sabit kesme kuvveti enerjisi teorisi olduğundan, gerilmeler bu teorilere dayalı olarak hesap edilmişlerdir.

Maksimum eşdeğer çekme gerilmeleri kombine gerilmelerin öyle bir bileşkesidir ki, malzeme bu çekme gerilmelerine maruz kaldığı zaman, mükemmel kopma ve akma hallerinde bulunur. Daimi deformasyon malzemenin bazı noktalarında meydana gelecek olan eşdeğer maksimum gerilme meselâ akma noktası gerilmesini tecavüz ettiği zaman meydana gelecektir.

Saçın kopması bazı noktalardaki gerilmenin kopma gerilmesine gelmeden evvel meydana gelmiyecektir. (Şekil — 24) üzerinde alt eğrilerdeki σ gerilmeleri, akma noktası gerilmelerini verir. Üstteki eğrilerdeki τ gerilmeleri de kopma noktası gerilmelerini verir.

Misaller:

Aşağıdaki şartlar altında (1) saçın nominal kapma kayma gerilmesini, (2) saçın daimi deformasyon kayma gerilmesinin bulunması istenmektedir:

$t = 1.2 \text{ m/m} ; a = 19.05 \text{ cm} ; A_s = 1.03 \text{ cm}^2$

$\tau_{cr} = 182 \text{ kg/cm}^2 ;$

Akma noktası çekme gerilmesi : $\sigma = 2530 \text{ kg/cm}^2$

Kopma noktası çekme gerilmesi: $\sigma = 3940 \text{ kg/cm}^2$

Buradan :

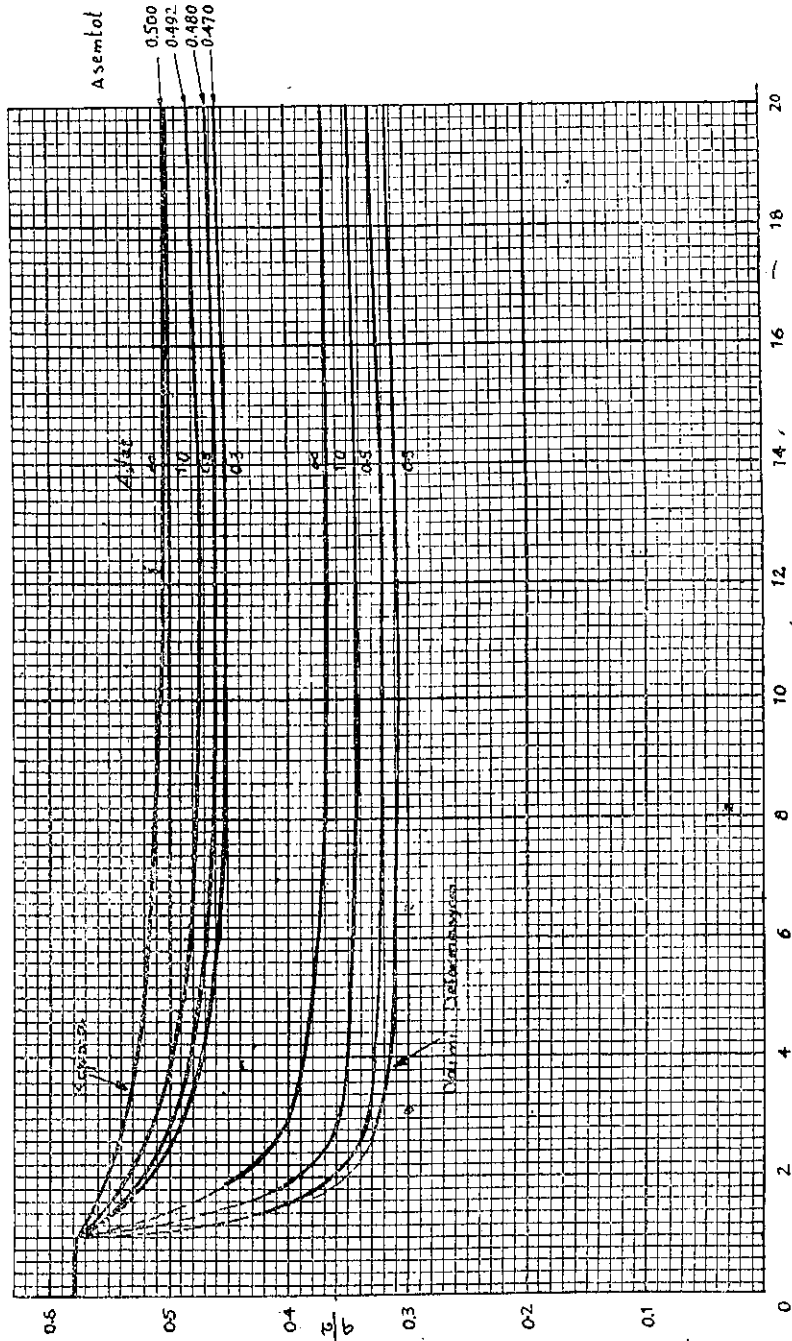
$A_s/at = 0.45$

1) İlk takribiyetle kopma kayma gerilmesi : $\tau = 1400 \text{ kg/cm}^2$

dir.

Buradan ;

$\tau/\tau_{cr} = 7.7 \text{ dir.}$



R.A.S. 02.03.13:

Şekil - 24

Üstteki değerden:

$$\tau/\sigma = 0.446$$

böylece:

$$\tau = 0.446 \times 3940 = 1760 \text{ kg/cm}^2$$

İkinci takribiyetle:

$$\tau/\tau_{er} = 9.6$$

diyagramdan

$$\tau/\sigma = 0.444 \quad \tau = 1750 \text{ kg/cm}^2$$

2) Daimi defsrasyon için ilk tahmin

$$\tau/\sigma = 0.31 \text{ dir. } \sigma = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

olarak alınırsa, daimi defsrasyon başlangıcı $\tau = 785 \text{ kg/cm}^2$

buradan:

$$\tau/\tau_{er} = 0.43$$

alt gerilerden dolayı

$$\tau/\sigma = 0.31$$

daha fazla takribiyete lüzum yoktur.

22. — Göve taban irtibatı perçin hattında saçdaki caiz gerilme:

σ = saçtaki verilen limit çekme gerilmesini göstereyin;

σ_t = taban doğrultusuna paralel perçin hattında gövde saçı çekme gerilmesini göstereyin;

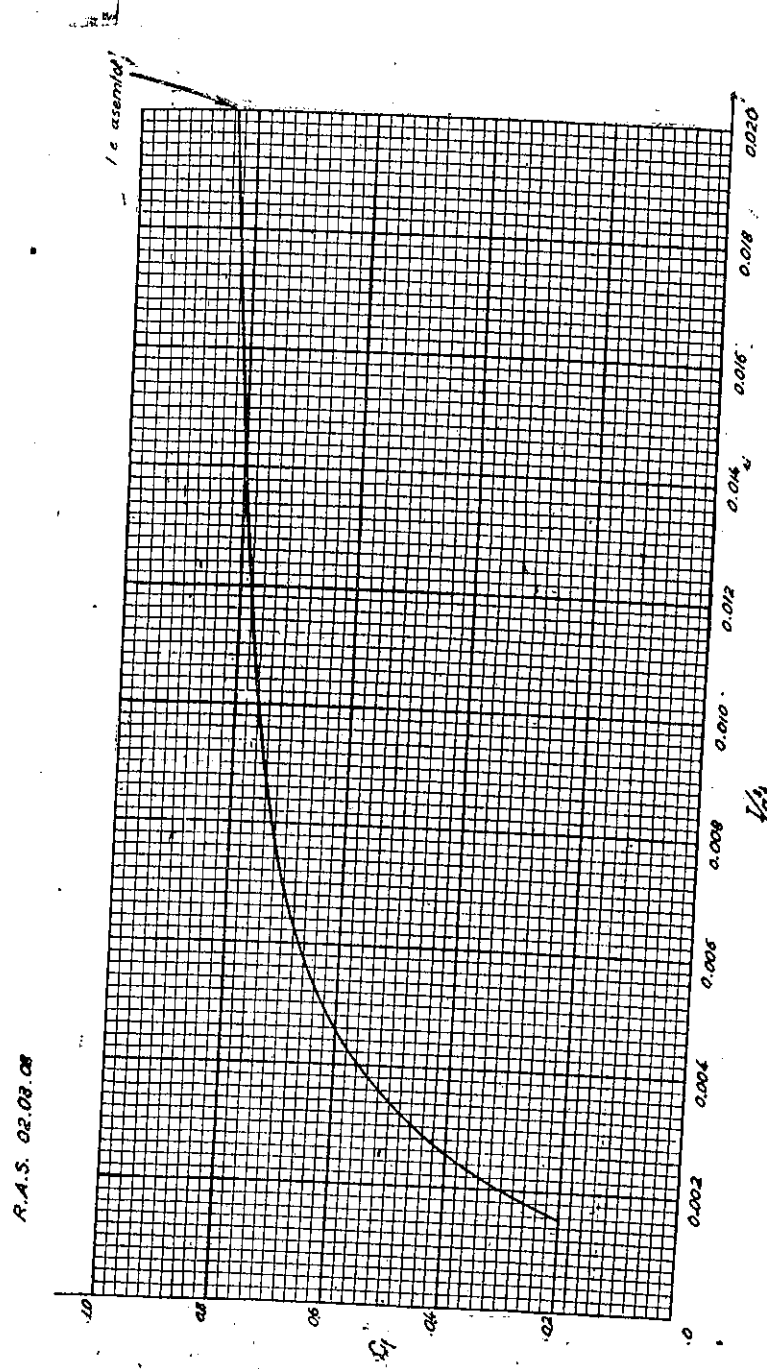
τ , σ ve σ_t ye uygun maksimum caiz kayma gerilmesi olsun;

n = Taban yükleme katsayısı olsun.

τ/σ değeri (Şekil 25) de olduğu gibi σ_t/σ değerine bağlı olarak çözülmüştür. (Ref. R.A.S. 02.03.17 deşriyatından, Mart 1942 tabı)

Perçin hattındaki kombine gerilmenin, τ kayma gerilmesi, tabanların çekme uzanmasına uygun ve taban doğrultusuna paralel σ_t çekme gerilmesi ve taban normal $n\sigma$ gerilmesinden ibarettir.

n katsayısının küçük değışimleri, bu değer için ortalama bir kıyaset alınarak bertaraf edilmiştir. Perçin deliklerinden dolayı saç alanının azalması ve tabanların esnekliğinden dolayı lokal gerilme konsantrasyonları ve perçin deliklerinin mevcudiyeti gibi tesirler nazarı itibara alınmıştır.



Sabit - 26

Çekme alanlı lonjörönlarda çekme tabanındaki yük azalmış olup mukabil baskı tabanındaki yük ziyadeleşmiş bulunmaktadır.

Her iki taban, sekonder eğilme momentine düşer olmuştur ki bu projeyi yaparken taban kesitlerinin çok dikkatle seçilmesini icap eder, bundan dolayı gövdesi kesme kuvvetine mukavemet eden kirişlerdeki tabanlara nazaran, çekme alanlı kirişlerin tabanları daha ağırdır.

Mamafih çekme alanlı kirişlerin bu mahzuruna mukabil netice itibarıyla kazanılan ağırlık farkı birt çok hallerde kâfi olduğundan, madeni lonjörönlarda bunlar tercih olunmalıdır.

Hangi halde gövdesi çekmeğe çalışan ve hangi halde de gövdesi kesmeğe mukavemetli kirişin yapılmasına karar verebilmek için Wagner

$$= 3.78 \frac{\sqrt{V}}{h}$$

kesme kuvveti kg h kirişin yüksekliği cm dir. Eğer $K < 7$ ise çekme alanlı kiriş tercih olunmalıdır.

$$P = \frac{M}{h}$$

Bulunan P kuvveti üst taban alanı F_1 ve alt taban alanı olan F_2 bölünürse, bu suretle üst tabanda ve alt tabanda tesir eden sabit gerilmeler bulunur. (Şekil — 28)

$$\sigma_1 = \frac{P}{F_1}, \quad \sigma_2 = \frac{P}{F_2}$$

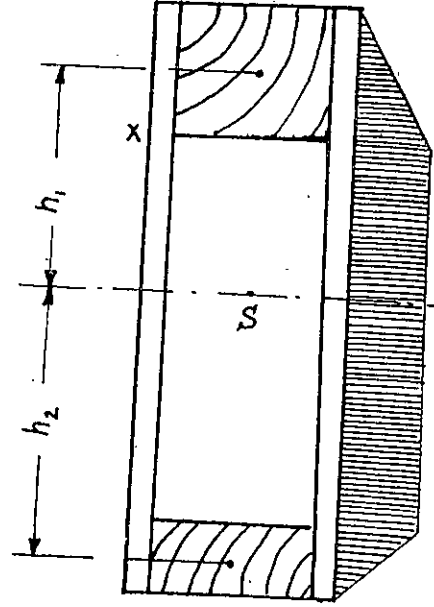
Bundan başka kanat düzlemi içindeki kuvvetlerin kremonasından ileri gelen ve kirişlere tesir eden kuvvetlerde kirişin üst ve alt tabanları üzerinde gerilmeler hasıl ederler. Bu kanat düzlemi içindeki kuvvetlerden ileri gelen çubuk kuvveti üst ve alt tabanlar arasında bu taban ağırlık noktalarının kuvvetin tesir noktasına olan mesafelerin tersiyle orantılı olacak şekilde bölünür. Bunlardan dolayı ileri gelen gerilmeler de yukarıda bulunan gerilmelere işaretleriyle katılırlar. Hesabı yaparken eğilmeden ileri gelen kuvvetlerin bir kısmında kontrplak tarafından taşınacağını hiç nazarı itibara almadık. Sureti umumiyede kontrplak elyafı kiriş eksenine 45 derecelik bir açı ile yerleştirilir. (Şekilde görüldüğü gibi) kontrplağın bu yöndeki elastiklik modülü çok küçük olduğundan normal gerilmelerde kontrplak üzerinde çok küçük olacaktır. Bu söylediğimizi daha açık anlatalım. Karışık malzeme ile yapılmış bir kiriş alalım: M eğilme momenti ile eğilme meydana gelsin tarafsız eksenden itibaren uzanmaların bu eksene olan mesafelerle orantılı olacağı hatıra getirilirse:

$$\frac{y_0}{\varepsilon_0} = \frac{y}{\varepsilon} \text{ olur.}$$

gerilmelerin uzanmalarla orantısını yazalım.

$$\sigma = E_k \cdot \varepsilon$$

σ , gerilme E_k , tarafsız eksenden y yükseklikteki malzemenin elastiklik modülüdür. Kesitteki kuvvetlerin tarafsız eksene nazaran momentini alalım.



Şekil — 28

$$M = \int_{\Omega} \sigma_x \cdot y \cdot dA = \int_{\Omega} E_k \cdot \varepsilon \cdot y \cdot dA = \frac{\varepsilon_0}{y_0} \int_{\Omega} E_k \cdot y^2 \cdot dA$$

Bundan da

$$M = \frac{\varepsilon_0}{y_0} \sum_k E_k \int_k y^2 \cdot dA = \frac{\varepsilon_0}{y_0} \sum_k E_k I_k$$

$$M = \frac{\varepsilon}{y} \sum_k E_k I_k$$

$$\varepsilon = \frac{M \cdot y}{\sum_k E_k I_k}$$

$$\sigma = \frac{E_k \cdot M \cdot y}{\sum_k E_k I_k}$$

$$\sum_k I = I$$

$$\sum_k E_k I_k = E I$$

olsun.

Ölçülecek şekilde ortalama bir E_0 bulalım. Buradan:

$$\sigma = \frac{E_k \cdot M \cdot y}{E_0 I}$$

elde edilir.

Şu halde eğilmede, karışık malzeme ile yapılan bir kirişte o malzemenin elastiklik modülü ile orantılı gerilme meydana gelir. Bundan dolayı kontrplak gerilmeleri küçük olur. Şu da var ki, kontrplak kesit alanı taban alanına nazaran küçük olduğundan ve esasen kontrplak üzerindeki gerilmelerde çok küçük olduğundan, kontrplak tarafından taşınan eğilme yükü de hemen, hemen hiçtir. Kiriş gövdesindeki makaslama gerilmelerine gelince evvelce bulunan

$$\tau = \frac{T}{I} \cdot \frac{S_x}{b_x}$$

formülü kullanılır. Yukarıdaki formülde S_x statik moment olduğundan ve bunun hesabında ise yalnız taban alanlarının statik momentleri nazarı itibara alınır, taban alanının bittiği noktadan itibaren tarafsız mihvere doğru S_x değişmeyeceğinden bu kısımdaki yani kontrplaktaki makaslama gerilmeleri sabit olacaktır. Ancak makaslama gerilmeleri tabanın en uzak elyafından en yakın elyafına kadar çoğalacaktır. Kirişin

BÖLÜM VIII

Deformasyonlar

1. Kanat düzlemi içindeki kuvvetlerin sebep oldukları ve bunda başka makaslama kuvvetlerinin sebep oldukları deformasyonlar kabiliyet ihmal olduklarından bunlarla meşgul olunmayacaktır. Buna mukabil kirişlerin maruz kaldıkları eğilme kuvvetleri mühim deformasyonlar meydana getirirler. Büyük açıklıklı kanat uçlarında bazan fleş 1 metreye geçebilir. Bir kirişin maruz bulunduğu eğilme fleşini genel olarak kesit değişen olduğundan, bu fleşi muayyen bir kesitin sabit atlet momentine kıyas ederiz. Bunun için sabit bir I_1 atalet momentini alalım. Nazarı itibara alınan kesitteki eğilme momenti M_x ise ve atalet momentini I_1 ise bu üç miktar yardımı, yani, M_x , I_1 ve I_x yardımıyla öyle bir M'_x miktarı tayin edelimki x kesitindeki aynı fleşi versin bunun için de malzeme aynı olduğundan

$$\frac{M'_x}{I'} = \frac{M_x}{I_x} ; \frac{I}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x} = \frac{M'_x}{EI_1} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

münasebeti tahakkuk edecek şekilde M'_x miktarını intihap etmek kifayettir. Buradan da

$$\frac{M'_x}{EI_1} = \frac{M_x}{EI_x}$$

münasebeti göz önünde tutulursa her noktada bu münasebet tahakkuk ettiğinden I_1 sabit atalet momentli ve M'_x eğilme momentli kirişin elastik eğrisi bizim kirişimizin her noktadaki fleşini verir. Torsiyon deformasyonlarını da bulmak için her noktadaki ön ve arka kirişlerin fleşleri farkının bu kirişler arasındaki mesafeye bölünürse nazarı itibara alınan noktadaki burulma açısı bulunur. Düşey fleşler her ne kadar büyük iseler de, tayyarenin çalışması bakımından tehlikeli değildirler. Buna mukabil kanatların torsiyon deformasyonları ağır neticeler doğurabilir. Bu suretle kanatların torsiyon neticesinde, kanat profillerinin

hücum açıları değişeceğinden bu hücum açılarının değişmesinden de kanatlar, üzerine tesir eden aerodinamik kuvvetlerin değişeceği ve neticede tayyarenin stabilite ve manevra kabiliyetinin bozulabileceği tehlikeli titreşmelerin de hasıl olabileceği meydana çıkar. Hesap yardımıyla veyahut tecrübe ile kolayca tahkik olunabilirki, beraberce çalışmayan bir kirişli bir kanatta oldukça büyük torsiyon deformasyonları bulunur. Bundan dolayıda kirişleri beraberce çalışmayıp mustakil olarak çalışan bir kanat ancak küçük hızlı, küçük kanat alanlı ve küçük tayyarelerde kullanılır.

lantıyı verir. $\sin \frac{pl}{2T} \left(1 + \frac{T}{E_b}\right)$ yi seriye oçar ve ilk iki termi alırsak $\left(1 + \frac{T}{E_b}\right)^3$ de ihmal ederssek :

$$T \cong \sqrt[3]{\frac{p^2 l^3 \cdot E_b}{24}}$$

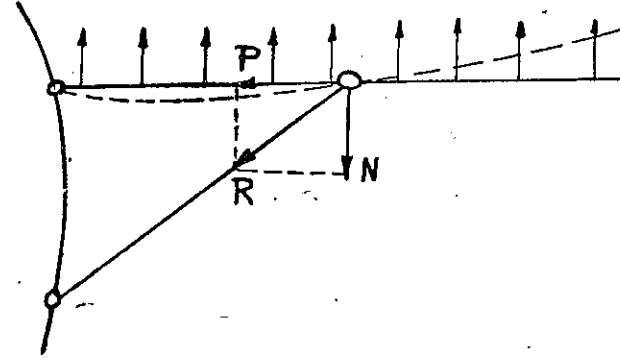
formülü bezdeki gerilmeyi verir.

p miktarını tayyare inşaat nizamnameleri verir. E_b ve l nin belli masına göre bezi yukarda formül yardımı ile seçeriz.

BÖLÜM — X

Kontrfişli kanatlar

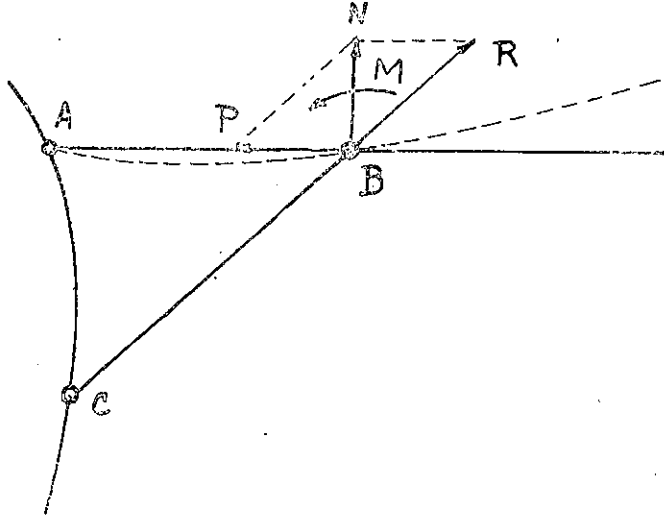
Bazan tayyare inşaatında, kanat açıklığının belli bir noktasında rona istinat etmek ve diğer ucuda gövde veyahut iniş takımlarına anacak şekilde bir dayama konurki bu çeşit kanatlara kontrfişli ka-



Şekil — 31

bir olunur (Şekil — 31) Dayamaya (kontrfiş) tabir olunur. Kontr- kanatlar da kanat ucu ile kontrfiş dayama noktası arasında kalan kısmı portafö lonjeronların hesabı gibidir. Önce bahsedildiği için da tekrara lüzum yoktur. Yalnız (Şekil — 32) de görüldüğü gibi kısmının hesabıyla meşgul olunacaktır. Serbest kısımdan dolayı B asına bir M momenti tesir eder. Bir de serbest kısma tesir eden etlerin N bileşkesi tesir eder. Bu N bileşkesini kiriş ve kontrfiş yö- na iki bileşkene ayıralım. Kontrfiş yönündeki R ve lonjeron yönün- de P olsun. A, B, C noktalarında bu sistemler birbirine mafsalı k bağlıdır. Bu lonjeronun AB kısmı nazarı itibara alınırsa bu ki- ni dış tesirlere maruzdur : B noktasında serbest kısımdaki yükten gelen M eğilme momenti, yine serbest kısımdaki yükten ileri gelen enel kuvveti ve birde AB kısımdaki yükten ileri gelen yük, A düşey tepki ve yine A da P eksenel kuvveti. Lonjeronun AB kıs-

minı etüd etmek için yukarıda bildirilen dış kuvvetler sistemi altında b lonjeron kısmının deformatsyonunu etüd etmek lâzımdır. Fakat biz mes leyi basitleştirmek maksadiyle evvelâ bir tek kuvvetle eksenel kuvve maruz serbest kirişi etüd edeceğiz. Bundan sonra dağılmış yük olma haline genelgeleyeceğiz. Bundan sonra bir ucundan bir eğilme mome tine ve aynı zamanda eksenel kuvvete maruz serbest bir kirişin defor masyonunu etüd edeceğiz. Daha sonra iki ucundan moment ve eksenel



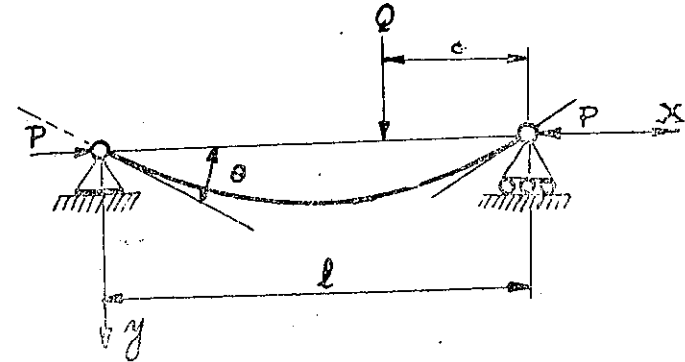
Şekil — 32

kuvvete dayanan serbest kiriş etüd edilecek, Klaperyon formülünün ge nelgesi etüd edilecek ve en nihayet Superposition kanun tatbik edile rek bir ucundan eğilme momentine ve sürekli yüke ve iki ucundan ek senel kuvvete dayanan bir kirişin deformatsyonu genel olarak etüd edilecek. Bundan sonrada atalet momentinin sabit olması halinde kirişte genel halde husule gelecek olan gerilmeleri hesap edeceğiz ve bir misal ile mesele izah edilecek ve en nihayet de atalet momentinin değişken olması halinde bu etüdlere ne şekilde yapılması lâzım geldiği izah edi lecektir.

2. Bir eksenel kuvvetle, yan bir kuvvete dayanan bir kirişin elastik eğrisi:

(Şekil — 33) de görüldüğü gibi bir kiriş tasavvur edelim. P ve Q kuvvetleri altında kiriş eğilecektir. Bu kirişi edüt edebilmek için $y'' = -\frac{M}{EI}$ diferansiyel denklemini nazarı itibara alalım. Q kuvvetinin sol kısmın-

eğilme momenti $M = P.y + \frac{Q.c}{l}x$ dir. Sağ taraf için eğilme momenti $\frac{Q.c}{l}.x - Q(x-l+c) + Py$ dir, veyahut düzeltilirse bu kısım için Q kuvvetinin sağı için $M = \frac{Q(l-c)(l-x)}{l}$



Şekil — 33

ır. Şu halde:

$$EI y'' = -\frac{Q.c}{l}x - P.y \quad \text{Sol taraf için}$$

$$EI y'' = -\frac{Q(l-c)(l-x)}{l} - Py \quad \text{Sağ taraf için yazılır}$$

Şimdi $k^2 = \frac{P}{EI}$ farz edelim. Bu takdirde yukarıdaki denklemler şu şekle

irer:

$$y'' + k^2 y = -\frac{Q.c}{l} \cdot \frac{x}{EI} \quad \text{(Sol taraf için)}$$

$$y'' + k^2 y = -\frac{Q(l-c)(l-x)}{lEI} \quad \text{(Sağ taraf için)}$$

şunuda söyleyelimki birinci denklemde x yerine (l-x) ve c yerine de (l-c) konursa ikinci denklem bulunur. Bu iki denklemin genel çözümleri:

$$y = A \sin kx + B \cos kx - \frac{Q.c.x}{lEI k^2} \quad \text{(Sol taraf için)}$$

$$y = C \sin kx + D \cos kx - \frac{Q(l-c)(l-x)}{lEI k^2} \quad \text{(Sağ taraf için)}$$

A,B,C,D dört sabit olup ilk şartlara tabidir. $x=0$ için sol tarafta $Y=0$ dır. Sağ tarafta ise $x=l$ için $Y=0$ olacağından birincisi denklemden $B=0$ ikinci denklemden ise $D=-\frac{C \sin kx}{\cos kx}$ bulunur. Bu takdirde yukarıdaki denklemler şu şekle gelir:

$$y = A \sin kx - \frac{Q \cdot c \cdot x}{EI k^3}$$

(Sol taraf için)

$$y = \frac{C}{\cos k l} \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)(l-x)}{EI k^3} \quad (\text{sağ taraf için bulunur.})$$

Şimdi Q nun tatbik noktasında sol ve sağ tarafın elastik eğrilerinin aynı bir fleşi olduğu ve bu iki elastik eğrinin bu noktadaki eğimlerinin de aynı olduğu şartından istifade ederek A ve C sabit miktarlarını tayin edelim. Birinci şart bize:

$$A \cdot \frac{\sin k(l-c)}{\sin k c} - \frac{C}{\cos k l} \quad \text{verir.}$$

Bu takdirde denklem şu şekle gelir:

$$y = A \sin kx - \frac{Q \cdot c \cdot x}{EI k^3} \quad (\text{sol taraf için})$$

$$y = \frac{A \sin k(l-c)}{\sin k l} \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)(l-x)}{EI k^3} \quad (\text{sağ taraf için bulunur.})$$

Şimdi teğetlerin eğimlerinin aynı olduğu şartı koşulursa

$$A k \cos k(l-c) - \frac{Q \cdot c}{EI k^3} = -\frac{A k \sin k(l-c)}{\sin k c} \cdot \cos k c + \frac{Q(l-c)}{EI k^3}$$

bütün düzeltmeler yapıldıktan sonra

$$A = \frac{Q}{EI k^3} \cdot \frac{\sin k c}{\sin k l}$$

bulunur ve bu takdirde ise yukarıki denklemler şu şekle gelirler

$$y = \frac{Q}{EI k^3} \frac{\sin k c}{\sin k l} \cdot \sin kx - \frac{Q \cdot c \cdot x}{EI k^3}$$

(Sol taraf için)

$$y = \frac{Q}{EI k^3} \cdot \frac{\sin k(l-c)}{\sin k l} \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)(l-x)}{EI k^3}$$

(sağ taraf için)

Görülüyor ki ikinci denklem, birinci denklemde x yerine (l-x) ve c yerine (l-c) koyarak elde edilir. Bu iki denklem sağ mesnetten itibaren c mesafesinde bir tek Q kuvvetiyle, bir P eksenel kuvvetine maruz elastik bir kirişin iki kısmı için elastik eğri denklemlerinden ibaret olur. Sağ taraf ve sol taraf için denklemler şunlardan ibaret olur:

(sağ taraf için)

$$y_1 = \frac{Q}{EI k^3} \cdot \frac{\sin k c}{\sin k l} \cdot \sin kx - \frac{Q \cdot c \cdot x}{EI k^3}$$

(sol taraf için)

$$y_2 = \frac{Q}{EI k^3} \frac{\sin k(l-c)}{\sin k l} \cdot \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)(l-x)}{EI k^3}$$

Şimdi l, k^3 nın P ye eşit olduğu göz önünde tutulunca yukarıdaki iki denklemler

$$y_1 = \frac{Q}{Pk} \frac{\sin k c}{\sin k l} \sin kx - \frac{Q \cdot c}{P \cdot l} x$$

(sol taraf)

$$y_2 = \frac{Q}{P \cdot k} \frac{\sin k(l-c)}{\sin k l} \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)(l-x)}{Pl}$$

(sağ taraf)

bulunur. Görülüyor ki ikinci denklemde c yerine (l-c) ve x yerine de (l-x) kopulursa birinci denklem bulunur. Bu denklemlerin birinci türevi elastik eğrinin eğimini, ikinci türevi ise eğilme momentini verir.

$$y'_1 = \frac{Q}{P} \cdot \frac{\sin k c}{\sin k l} \cos kx - \frac{Qc}{Pl}$$

(sol taraf)

$$y'_2 = -\frac{Q}{P} \frac{\sin k(l-c)}{\sin k l} \cos k(l-x) + \frac{Q(l-c)}{Pl}$$

(sağ taraf)

$$y''_1 = -\frac{Qk}{P} \cdot \frac{\sin k c}{\sin k l} \sin kx$$

$$y''_2 = -\frac{Qk}{P} \cdot \frac{\sin k(l-c)}{\sin k l} \sin k(l-x)$$

Şimdi kuvveti l açıklığının tam ortasında tesir ederse yani $c = \frac{l}{2}$ olursa

bu takdirde iki formül bir işaret farkıyla aynı olacak ve formüller daha

$$y'' = -\frac{Qk}{P} \cdot \frac{\sin \frac{kl}{2}}{\sin kl} \cdot \sin \frac{kl}{2} = -\frac{Q}{2EIk} \cdot \text{tg} \frac{kl}{2} = \frac{Q}{2EI} \cdot \text{tg} u$$

$$-EI y'' = \frac{Ql}{4 \frac{kl}{2}} \cdot \text{tg} u = \frac{Ql}{4} \cdot \frac{\text{tg} u}{u} = M_{\max}$$

bulunur.

Bu yukariki formülden şu çıkarılır: Eğer iki kuvvet aynı zamanda tesir ederse Q kuvvetinin kirişin ortasında yalnız başına tesir etmesi halinde hasıl olan maksimum moment olan $\frac{Ql}{4}$ dü tgu/u gibi katsayı ile çarpmak kâfi gelir. Görülüyor ki bu katsayı P kuvvetinin trigonometrik bir fonksiyonudur. P kuvveti sıfıra yaklaşırsa bu takdirde tgu/u bire, P kuvveti P_0 yaklaşır ve u ise $\frac{\pi}{2}$ yaklaşırsa tgu $\rightarrow \infty$ olacağından eğilme momentide bu takdirde ∞ olur.

$$y_1 = \frac{Q_1 \sin kc}{Pk \sin kl} \sin kx - \frac{Q_1 c}{Pl} x$$

$$y_2 = \frac{Q_2}{Pk} \cdot \frac{\sin k(l-c)}{\sin kl} \sin k(l-x) - \frac{Q_2(l-c)}{Pl}(l-x)$$

Formüllerin tetkikinden bu sistem yan kuvvete nazaran Superposition kanununa tabidir. Çünkü fleş Q'nın çizgisel bir fonksiyonudur. Filhalka kirişi bir P_1 kuvveti ile yükliyelim bu takdirde yan kuvvetide Q_1 olsun bu takdirde belli bir x sabit noktasında Y_1 fleşi meydana gelir. Bundan sonra yine bir Q_2 kuvveti ile yükliyelim bu takdirde aynı x noktasında Y_2 fleşi meydana gelsin. Yalnız şu noktayı unutmamak lâzımdırki Q_2 nin tatbik noktası Q_1 rin tatbik noktasından farklı olabilir Q_1 ve Q_2 kuvvetlerinin her ikisinin birden tesir etmesi halinde x noktasında husule gelen sehim

$$Y = Y_1 + Y_2$$

olur.

3. Bu suretle kiriş bir çok yan kuvvetlerle yüklenmiş olsa husule gelecek olan fleşi hesaplayabiliriz. Kuvvetlerin adedini çoğaltarak ve şiddetlerini de küçültürsek bu takdirde kirişi süreli bir yük ile yüklemiş oluruz. Bu takdirde toplam işaretli integral işaretli ile tebdil edilmesi icap edeceği aşikârdır. Yükün sabit olması ve 0-1 arasında bu sabit yüke kirişin maruz kalması halinde kirişin her hangi bir x noktasındaki fleşi

hesaplamak için bu x in sağına birinci formülü, soluna da ikinci formülü tatbik edip ikisini toplamak lâzımdır. Bu takdirde Q yerine q.dc koymak lâzımdır ve kâfidir.

$$y = \frac{\sin k(l-x)}{Pk \sin kl} \int_{l-x}^l q \sin k(l-c) dc - \frac{l-x}{Pl} \int_{l-x}^l q(l-c) dc$$

$$+ \frac{\sin kx}{Pk \sin kl} \int_0^{l-x} q \sin kc \cdot dc - \frac{x}{Pl} \int_0^{l-x} q \cdot c \cdot dc$$

$$y = -\frac{q}{Pk^2} \cdot \frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} \int_{l-x}^l \sin k(l-c) \cdot dk(l-c) + \frac{q(l-x)}{Pl} \int_{l-x}^l (l-c) d(l-c)$$

$$+ \frac{q}{Pk^2} \frac{\sin kx}{\sin kl} \int_0^{l-x} \sin kc d(kc) - \frac{qx}{Pl} \int_0^{l-x} c dc$$

$$y = \frac{q}{Pk^2} \cdot \frac{\sin kx}{\sin kl} \left[-\cos kc \right]_0^{l-x} - \frac{qx}{2Pl} \left[c^2 \right]_0^{l-x}$$

$$+ \frac{q}{Pk^2} \frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} \left[\cos k(l-c) \right]_{l-x}^l + \frac{q(l-x)}{Pl} \left[(l-c)^2 \right]_{l-x}^0$$

gerakan işlemlerden sonra

$$y = \frac{q l^2}{16EI \cdot u^2} \cdot \left[\frac{\cos \left[u \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right]}{\cos u} - 1 \right] - \frac{qx(l-x)}{8EI} \cdot \frac{l^2}{u^2}$$

Bu üniform olarak yüklenmiş olan kısım maksimum fleşide tam ortadadır. Bu maksimum fleşi bulmak için $x = \frac{l}{2}$ koyalım. İcap eden ameliyatlar yapıldıktan sonra:

$$\delta = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI} \cdot \frac{24 \left(\sec u - 1 - \frac{1}{2} u^2 \right)}{5 u^4}$$

Bu ifade de ilk faktör yalnız yaa bir yük ile kirişin yüklenmiş olmasında bu kirişin haiz olacağı fleşi gösterir. İkinci faktör ise baskı kuvvetinin tesirini gösterir. Baskı kuvveti sıfır olunca ikinci faktörde 1 limitine varır. P kuvveti P_{cr} yaklaşırsa bu takdirde $u \rightarrow \frac{\pi}{2}$ yaklaşır. Bu takdirde ikinci terim ve böylece fleşde sonsuza doğru gider.

$$y = \frac{ql^4}{16EIu^4} \left[\frac{\cos u \left(1 - \frac{2x}{l} \right)}{\cos u} - 1 \right] - \frac{ql^2}{8EIu^2} \cdot x \cdot (l-x).$$

Yukarıki denklemin iki defa türevi alınırsa, birinci türevde $x=0$ konur ve ikinci türevde $x = \frac{l}{2}$ konur ve türev $-EI$ ile çarpılırsa bir taraftan başlangıçtaki eğim ve ikincisinde de maximum eğilme momenti bulunurki bunlarda şunlardan ibarettir:

$$\theta = y' = \frac{ql^3}{24EI} \cdot \frac{3(tgu - u)}{u^3}$$

$$M_{max} = -y''EI = \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cos u}$$

Burada q sabit olduğuna göre yukarıdaki denklemleri bulduk. q bütün kiriş boyunca değişken olsa idi bu takdirde q da integral işareti içine girerdi. Bu takdirde de integralleri grafik olarak çözmek lâzımdır.

4. Q kuvvetinin yerine M momenti tatbik edilmesi hali: Q kuvti yerine kirişin uçlarından birine bir bir M eğilme momenti tatbik edildiğini farz edelim. Bu halde meseleyi şu şekilde etüd ederiz. Farzedelimki kirişe bir Q kuvveti tatbik edilsin; bu kuvveti mesnede doğru hareket ettirelim o şekilde ki $Q \cdot c$ çarpımı sabit kalsın, $c \rightarrow 0$ yaklaşınca $Q \rightarrow \infty$ doğru yaklaşır. Bu takdirdeki elastik eğri denklemini göz önünde tutalım:

$$y = \frac{Q}{P \cdot k} \cdot \frac{\sin k c}{\sin k l} \sin k x - \frac{Q \cdot c}{P \cdot l} \cdot x$$

$c \rightarrow 0$ olunca $\sin kc \rightarrow kc$ olur ve bu takdirde de

$$y = \frac{Qk \cdot c}{Pk} \cdot \frac{\sin k x}{\sin k l} - \frac{Q \cdot c}{P \cdot l} \cdot x$$

$Q \cdot c = M$ olduğundan:

$$y = \frac{M \cdot k}{P \cdot k} \cdot \frac{\sin k x}{\sin k l} - \frac{M}{P \cdot l} \cdot x$$

veyahutta

$$y = \frac{M}{P} \left(\frac{\sin k x}{\sin k l} - \frac{x}{l} \right)$$

Bu deklemin türevini alıp x yerine bir defa sıfır ve bir defa da l korskak kirişin iki ucundaki teğetlerin eğimini elde ederiz.

$$y' = \frac{M}{P} \left(\frac{k \cos kx}{\sin kl} - \frac{1}{l} \right)$$

$$y'_0 = \frac{M}{P} \left(\frac{K}{\sin kl} - \frac{1}{l} \right)$$

burada P ve k nın u cinsinden kıymetleri yazılırsa

$$\theta_0 = y'_0 = \frac{M \cdot l}{6EI} \cdot \frac{3}{u} \left(\frac{1}{\sin 2u} - \frac{1}{2u} \right)$$

$$\theta_l = y'_l = \frac{M \cdot l}{3EI} \cdot \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\lg 2u} \right)$$

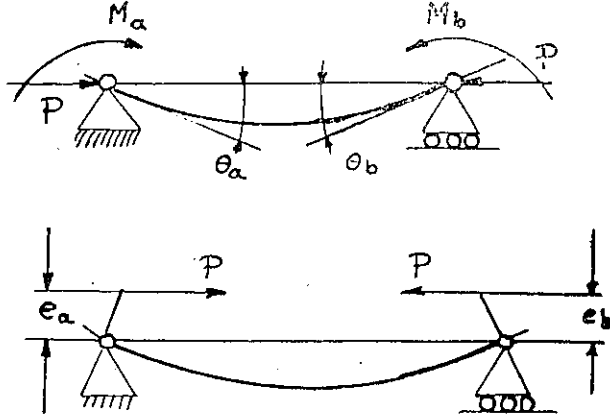
Bu iki formül moment ile yüklenmiş ve yüklenmemiş uçlarda teğetlerin eğim açılarını verirler. Bu iki denklemde birinci faktörler kirişin yalnız bir moment ile yüklü olduğu zaman eğim açılarını verir. İkinci faktörler ise baskı kuvvetlerinin tesirini gösterir. Bu ifadelerden görülürki P baskı kuvveti sıfıra yaklaşınca ikinci faktörler 1 re yaklaşır. Bu takdirde bir ucundan bir moment tatbik edilmiş bir kiriş meydana gelir.

P eğer P_{cr} doğru yaklaşırsa $u = \frac{\pi}{2}$ yaklaşır. Bu takdirde de her iki terim sonsuza doğru gider. Bundan sonra yapacağımız hesaplarda yukarıki ifadelere sık sık tesadüf edileceğinden bunları $\phi(u)$ ve $\psi(u)$ fonksiyonları olarak gösterelim. Bu takdirde

$$\psi(u) = \frac{3}{u} \left(\frac{1}{\sin 2u} - \frac{1}{2u} \right)$$

$$\psi(u) = \frac{3}{2u} \cdot \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2u} \right)$$

Handbook of Aeronautic, Theorie of Elastic Stability gibi kitaplar bu $\phi(u)$ ve $\psi(u)$ fonksiyonlarının kıymetlerini cetvel halinde verirler. Biz bunların değerlerini ilâve olarak kitabın sonunda verdik.



Şek. 34

Kirişin iki ucuna moment tatbik edelim. (Meselâ eksantrik baskı kuvvetleri tatbik edilirse bu takdirde iki uçta moment hasil olur. (Şekil-34) bu takdirde her hangi bir noktadaki fleş bu momentlerden ileri gelen fleşlerin toplamından ibaret olur. M_a momentinin sebep olduğu deformasyonları bulmak için denklemden x yerins $l-x$ koymak lâzım olduğu aşikârdır. Bu takdirde

$$y = \frac{M_b}{P} \left(\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right) + \frac{M_a}{P} \left(\frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} - \frac{l-x}{l} \right)$$

P baskı kuvveti ekzantrik olarak tesir ederse $M_a = e_a \cdot P$; $M_b = e_b \cdot P$ kıymetleri yerine konursa

$$y = e_b \left(\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right) + e_a \left(\frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} - \frac{l-x}{l} \right)$$

bu takdirde uçlardaki teğetlerin eğim açıları

$$\theta_A = \frac{M_a \cdot l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_b \cdot l}{6EI} \cdot \phi(u)$$

$$\theta_B = \frac{M_b \cdot l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_a \cdot l}{6EI} \cdot \phi(u)$$

$M = M_a = M_b$ olması halinde ise

$$y = \frac{M}{P \cdot \cos \frac{kl}{2}} \left(\cos \frac{kl}{2} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) - \cos \frac{kl}{2} \right); u = \frac{kl}{2}$$

olduğundan

$$y = \frac{Ml^2}{8EI} \cdot \frac{2}{u^2 \cdot \cos u} \cdot \left[\cos u \left(1 - \frac{2x}{l} \right) - \cos u \right]$$

ortadaki fleş ise:

$$\delta = \frac{Ml^2}{8EI} \cdot \frac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cdot \cos u}$$

Bu takdirde kirişin nihayet uçlarındaki teğetlerin eğim açıları

$$\theta_A = \theta_B = y'_{x=0} = \frac{Ml}{2EI} \cdot \frac{\operatorname{tg} u}{u}$$

Eğilme momenti ise kirişin ortasında maksimumdur.

$$M_{\max} = -EI y' = \frac{M}{\cos u}$$

Gerilmelerin hesabına tatbik edilen formül şu son formülden ibarettir. Ekzantrik olarak baskılı bir kirişte $u \rightarrow 0$ edince $\frac{1}{\cos u} \rightarrow 1$ yaklaşır. Bu takdirde kirişin her noktasındaki moment sabit olur. Bilâkis $u \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ye yaklaşınca $P \rightarrow P_c$ doğru yaklaşır $\frac{1}{\cos u} \rightarrow \infty$ olur. Meselâ gayet küçük bir ekzantrikliğin bile kirişin ortasındaki gerilmelerin çoğalmasını sağlıyacağı bu suretle gözükür.

5. 5. Sürekli kiriş hali :

Şimdi bir çok mesnetlere dayanan yan ve eksensel baskı kuvvetlerine maruz eğilmiş bir sürekli kiriş nazarı itibara alalım. Hiperstatik

olan bu sistemde 1, 2, 3, ... m mesnetlerin bulunduğu noktalarda mesnet momentleri $M_1, M_2, M_3, \dots, M_m$ olsunlar. Açıklıklarda $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{m-1}$ olsunlar. $u_i = \frac{k_i l_i}{2}$ olmak üzere simetrik kıymetlerde u_1, u_2, u_3, \dots olsunlar. P eksensel kuvvetiyle eğilme rijidliği olan ($E_i \cdot I_i$) de sabit olsunlar. Fakat muhtelif açıklıklarda birbirinden farklı olabilir. (şekil-35).

$n-1, n, n+1$ mesned noktaları arasında bulunan iki açıklık nazarı itibara alalım. M_{n+1}, M_n, M_{n-1} momentleri arasında bir münasebet tesis edeceğiz. Sürekli bir kiriş kırık olamayacağından ve mesnet noktalarında da kesiklik olmayacağından, tarafsız eksenlerin iki tarafındaki teğetlerinin eğim açıları aynı olmalıdır. Bu açıları θ_n ve θ'_n ile göstereyim. Süretilik şartı şu denklem ile ifade edilmiş olacaktır:

$$\theta_n = -\theta'_n$$

Buradaki - işareti şuradan ileri gelir: Bu açıklardan biri moment cihetinde diğeri momentin aksi cihetindedir. θ_n ve θ'_n açı deformasyonları kirişin yüklenmiş olduğu yan yüklerle, kirişin mesned noktalarındaki momentlerden ileri gelen açısal deformasyonların toplamına eşittir. Kuvvetlerden ileri gelen açısal deformasyonları θ_{0n} ve θ'_{0n} ile göstereyim. Bu açı deformasyonlarının belli olduğu farz olunabilir, çünkü yukarıda bu açı deformasyonu için bulunan üç formülden birisi ile hesap edilir. Veyahut buna benzer bir formül ile hesaplanabilir. Bu hallerde şunlardır (tek kuvvet, sabit yük, değişken yük hali) kirişin iki mesned uçlarında tesir eden eğilme momentlerinden ileri gelen açı deformasyonlarına ise evvelce bulduğumuz

$$\theta_A = \frac{M_a l}{3EI} \cdot \psi(u) + \frac{M_b \cdot l}{6EI} \phi(u)$$

$$\theta_B = \frac{M_b \cdot l}{3EI} \cdot \psi(u) + \frac{M_a l}{6EI} \phi(u)$$

formülleri tatbik edilecektir.

"n, inci mesnetteki iki taraf için dönme açılarını yazalım:

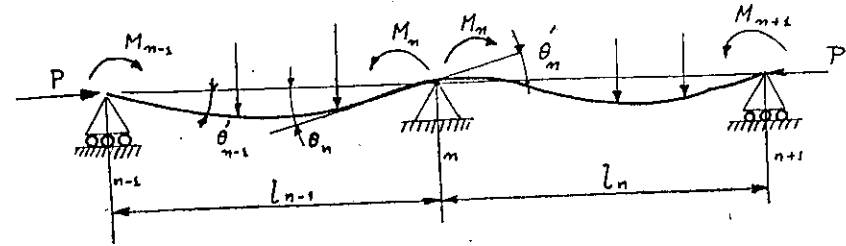
$$\theta_n = \theta_{0n} + \frac{M_n l_{n-1}}{3EI_{n-1}} \psi(u_{n-1}) + \frac{M_{n-1} l_{n-1}}{6EI_{n-1}} \phi(u_{n-1})$$

$$\theta'_n = \theta'_{0n} + \frac{M_n l_n}{3EI_n} \psi(u_n) + \frac{M_{n+1} l_n}{6EI_n} \phi(u_n)$$

$\theta_n = -\theta'_n$ yazalım:

$$\theta_{0n} + \frac{M_n l_{n-1}}{3EI_{n-1}} \psi(u_{n-1}) + \frac{M_{n-1} l_{n-1}}{6EI_{n-1}} \phi(u_{n-1}) =$$

$$-\left[\theta'_{0n} + \frac{M_n l_n}{3EI_n} \psi(u_n) + \frac{M_{n+1} l_n}{6EI_n} \phi(u_n) \right]$$



Şek. 35

düzeltilirse

$$M_{n-1} \phi(u_{n-1}) + 2M_n \left[\psi(u_{n-1}) + \frac{l_n}{l_{n-1}} \cdot \frac{l_{n-1}}{l_n} \psi(u_n) \right] +$$

$$M_{n+1} \frac{l_n}{l_{n-1}} \cdot \frac{l_{n-1}}{l_n} \phi(u_n) = \frac{6EI_{n-1}}{l_{n-1}} (\theta_{0n} + \theta'_{0n})$$

Uçdaki momentler müstesna olmak üzere m mesnetli bir kirişte m-2 mesned için bu denklemleri yazabiliriz. Bu denklemlere uçdaki mesned şartları olan iki denklemi de katabiliriz. (Meselâ port afo kısmındaki kuvvetlerin mesnede nazaran momentinin belli olması gibi, veyahut da uçun ankastre olması halinde $\theta_n = 0$ olması gibi) Bu suretle m bilinmeyenli m adet çizgisel denklem elimizde mevcut olacaktır. Bu birinci derece denklemlerinin çözümü hiçbir müşkülât arzetmez. Yalnız bilinmeyenlerin adedi fazla olursa bu hal uzun ve çok zahmetli olur. Açıklıklardan herbiri sabit bir yük ile yüklenmiş olması halinde q sabit yük ise yukarıdan belli olan

$$\theta_{0n} = \frac{q_{n-1} \cdot l_{n-1}^3}{24EI_{n-1}} \cdot \frac{3(\operatorname{tg} u_{n-1} - u_{n-1})}{u_{n-1}^3}$$

$$\theta'_{0n} = \frac{q_n \cdot l_n^3}{24EI_n} \cdot \frac{3(\operatorname{tg} u_n - u_n)}{u_n^3}$$

burada $\frac{3(tgu - u)}{u^3}$ yı $\chi(u)$ ile gösterelim. $\chi(u)$ fonksiyonunun kıymetleri de $\phi(u)$ ve $\psi(u)$ kıymetleri ile beraber cetvellerde gösterilmiştir. Bu takdirde yukarıdaki denklemler şu şekle girer.

$$M_{n-1} \phi(u_{n-1}) + 2M_n \left[\psi(u_{n-1}) + \frac{l_n}{l_{n-1}} \cdot \frac{l_{n-1}}{l_n} \psi(u_n) \right] + M_{n+1} \frac{l_n}{l_{n-1}} \cdot \frac{l_{n-1}}{l_n} \phi(u_n)$$

$$= -\frac{6EI_{n-1}}{l_{n-1}} \left[\frac{q_{n-1} l_{n-1}^2}{24EI_{n-1}} \chi(u_{n-1}) + \frac{q_n l_n^2}{24EI_n} \chi(u_n) \right]$$

$$= -\frac{q_{n-1} l_{n-1}^2}{4} \chi(u_{n-1}) - \frac{q_n l_n^2}{4} \frac{l_{n-1}}{l_n} \chi(u_n)$$

yukarıdaki formüller yardımı ile boyutları belli bir kirişte gerilmeleri kolayca hesap edebiliriz. Buna mukabil gerilmelerin belli olması halinde lâzım olan atalet momentinin hesaplanması mümkün değildir. Bu takdirde müteakip takribiyet ulusu ile hesap ederiz. Bu maksatla da yan kuvvetle baskı kuvvetinden ileri gelen eğilme momentini hesap ederiz. Çubuğun flâmbaj yapmaması için lâzım gelen atalet momentini hesaplarız. Bulunan bu kıymetlerden sonra kirişin kesit boyutlarını o şekilde hesaplarız ki kirişin deformasyonundan ileri gelen ikinci derece gerilmeleri de nazarı dikkate alırız. Bu suretle atalet momenti tayin edildikten sonra yukarıdaki formüller ianesi ile gerilmelerini hesaplarız. Gerilmelerin büyüklük veya küçüklüğüne göre kesitin boyutları büyütülür veya küçültülür. Bu takdirde yeniden gerilmeler hesaplanır, Bu hesaplar istenilen gerilmeler bulunucaya kadar tekrarlanır. Pratikte ikinci takribiyetin memnuniyet verici neticeler verdiği görülür. Yukarıdaki usullerle $\chi(u)$ ve $\psi(u)$ ve $\phi(u)$ fonksiyonları belli olmadan hesaplamak zor ve müşküldür. Aksi takdirde bu usulün faydası aşikârdır.

6. Adedi misal

Şimdi hareket noktamıza dönelim, yeni bir kontrfişe dayanan bir kanat kirişinin hesabını nazarı itibara aldım. Yani adedi malumat nazarı itibara alarak kontrfişe'e dayanan bir kanat kirişinin hesabını yapalım. Kirişin uzunluğu 10 metre, kirişin açıklığı istikametinde metre re başına yük $q = 1200 \text{ kg/cm}$ olsun. Diğer taraftan boyutlar resimdeki gibidir (Şekil — 36).

$$\text{Toplam yük } P_n = 1200 \times 10 = 12000 \text{ kg.}$$

Düğüm noktalarındaki yükler: kuvvetler şunlardan ibarettir: A noktasına nazaran moment alınırsa:

$$N = P_n \cdot \frac{5}{6} = \frac{12000 \times 5}{6} = 10.000 \text{ kg.}$$

$$P = \frac{N}{3} \cdot 6 = 10.000 \times 2 = 20.000 \text{ kg.}$$

$$P_n - N - K = 12.000 - 10.000 = 2000 \text{ kg.}$$

$$R = \sqrt{N^2 + P^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} \cdot 1000 = 22400 \text{ kg.}$$

kontrfişin bağlandığı B noktasındaki M momenti

$$M = 4 \times 1200 \times 2 \times 100 = 960.000 \text{ kg. cm}$$

Kiriş duralden imal edilmiş olması halinde $\sigma = 2000 \text{ kg/cm}^2$, $E = 700000$ olduğu nazarı itibara alınarak lâzım gelen mukavemet momenti

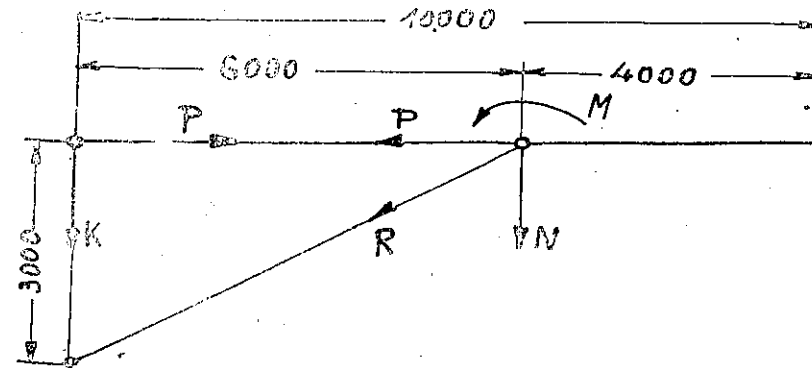
$$W = \frac{M}{\sigma} = \frac{960.000}{2000} = 480 \text{ cm}^3$$

lonjeronun yüksekliğini 30 cm. olduğu farzedilirse lâzım olan atalet momenti de

$$I = \frac{wh}{2} = 480 \times 15 = 7200 \text{ cm}^4$$

bulunur.

Böyle bir kirişin kesiti 45 cm^2 dir,



Şek. — 36

Bu kirişin gövde ile kontrfiş arasındaki kısmı bir taraftan $P=20$ kg. baskı kuvvetine $q = 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$ yüke ve B noktasında da $M = 9600$ kg. cm. bir momente maruzdur. Burada üniform bir yüke maruz bir rişle, bir momente maruz kiriş formülleri olan

$$y_1 = \frac{ql^4}{16EI} \cdot \frac{1}{u^4} \left[\frac{\cos u \left(1 - \frac{2x}{l}\right)}{\cos u} - 1 \right] - \frac{ql^3}{8EI} (l-x) \cdot \frac{1}{u^3}$$

$$y_2 = \frac{M}{P} \left(\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right)$$

tatbik ederiz. Bu formüllerin her biri ile ayrı ayrı hesap edilen fleşler toplamı bize bu iki kuvvet birden tesir ettiği zaman husule gelecek olan fleş verecektir. Bunun gibi de iki haldeki momentlerin toplamı iki kuvvetin ikisi birden tesir ettiği zaman hasil olacak olan moment verecektir, Burada şu noktayı da unutmamak lâzımdır ki moment yük kiriş başka başka cihetlerde eğiyorlar.

Biz gerek momentleri ve gerekse gerilmeleri 5 muhtelif maktada hesaplayacağız, Bunların birbirine olan mesafeleri 1,25 m. dir. Şimdi de u hesap edelim.

$$u = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{600}{2} \sqrt{\frac{20000}{7200 \times 700000}} = 0.6$$

$l = 7200 \text{ cm}^4$; $E = 700,000 \text{ kg/cm}^2$, $l = 600 \text{ cm}$. $q=12. \text{ kg/cm}$ kıymetlerini

$$\delta = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI} \cdot \frac{24 \left(\sec u - 1 - \frac{1}{2} u^2 \right)}{5 u^4}$$

korsak kirişin ortasındaki δ fleşini hesaplarız :

$$\delta_1 = \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \times 600^4}{700000 \times 7200} \cdot \frac{24 \left(\sec 0.6 - 1 - \frac{1}{2} + 0.6^2 \right)}{5 \times 0.6^4} = 4.47 \text{ cm.}$$

elâstik eğrisinin uçlarındaki teğetlerin eğim açısı :

$$\theta_1 = \frac{q \cdot l^3}{24 EI} \cdot \frac{3 (\operatorname{tg} u - u)}{u^3} = \frac{12 \times 600^3}{24 \times 700.000 \times 200} \times (u)$$

den bakarak $u = 0,6$ için $X(u) = 1,169$

$$\theta_1 = 0.0107 \times 1.169 = 0.0125 \text{ rad} = 43'$$

tabi olarak da eğilme momenti :

$$M_1 = \frac{ql^3}{8} \cdot \frac{2}{u^3} \left[\frac{\cos u \left(1 - \frac{2x}{l}\right)}{\cos u} - 1 \right]$$

ülünden

$$= \frac{12 \times 600^3}{8} \cdot \frac{2}{0.6^3} \left[\frac{\cos 0.6 \left[1 - \frac{2x}{l}\right]}{\cos 0.6} - 1 \right]$$

$$= 3 \times 10^6 \left(\frac{\cos 0.6 \left(1 - \frac{2x}{l}\right)}{\cos 0.6} - 1 \right)$$

erime birbiri arkasına $0, 1/4, 1/2, 3/4, 1$ kıymetleri konursa verilen için bu muhtelif maktalardaki eğilme momentlerini buluruz, İlk başta görülür ki x in 0 ve l kıymetleri için M eğilme momenti sıfırdır.

ık simetrik olduğundau x in $\frac{l}{4}$ ve $\frac{3l}{4}$ kıymetleri içinde bulunan M kıymetlerinin aynı olacağı aşıkârdır.

Şimdi de kirişin dış kısmından ileri gelen momentin, sebep olduğu δ_2 kün etüdüne geçelim. Kirişin ortasındaki fleş x yerine $l/2$ koyarak :

$$\delta_2 = \frac{M}{P} \left(\frac{\sin \frac{kl}{2}}{\sin kl} - \frac{1}{2} \right) = \frac{M}{P} \left(\frac{\sin u}{\sin 2u} - \frac{1}{2} \right) = \frac{M}{2P} (\sec u - 1)$$

mülünden :

$$\delta_2 = \frac{960.000}{2 \times 20000} (\sec 0.6 - 1) = 5.05 \text{ cm.}$$

ülunur.

rişin gövdeye bağlandığı noktadaki eğim açısını bulmak için aşağıda formül tatbik edilir. $u = 0,6$; $\phi(u) = 1,198$; $\chi(u) = 1,169$; $\theta_2(u) = 1,111$,

$$\theta_{2A} = \frac{M \cdot l}{6EI} \cdot \phi(u) = \frac{960000 \times 600}{6 \times 700000 \times 7200} \cdot 1,198 = 0.0229 \text{ rad} = 1^\circ.19'$$

rişin kontrfişle bağlandığı noktadaki teğetin meyil açısı ise :

$$\theta_{2B} = \frac{Ml}{3EI} \psi(u) = \frac{960.000 \times 600}{3 \times 700000 \times 7200} \times 1,111 = 2^\circ. 25'$$

eğilme momentini de bulmak için :

$$y = \frac{M}{P} \left(\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right)$$

denkleminin iki defa törevini almak kâfidir.

$$M_2 = -EI \frac{d^2y}{dx^2} = EI \frac{M}{P} \cdot \frac{k^2 \sin kx}{\sin kl}$$

k yerine (2 u/l) konursa ve

$$M_2 = M \frac{\sin \left(2u \cdot \frac{x}{l} \right)}{\sin 2u} = 960000 \frac{\sin \left(1,2 \frac{x}{l} \right)}{\sin (1,2)}$$

x yerine birbiri arkasına 1/4, 1/2, 3/4 ve l kıymetleri konursa M momentinden ileri gelen ve 5 maktadaki muhtelif eğilme momentlerini hesaplarız. x = 0 için M = 0 olacağı aşikârdır. x = l için ise M = 0'dır. Toplam momentleri ve deformasyonları bulmak için M momentinden ileri gelen momentlerden q yükünden ileri gelen momentleri çıkararak; δ₂ deformasyonundan δ₁ deformasyonu çıkararak elde ederiz. Kirişin ortasındaki fleş:

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = 5.05 - 4.47 = 0.58 \text{ cm.}$$

gövdeye tesbit noktasındaki eğim açısı:

$$\theta_A = \theta_{2A} - \theta_1 = 1^\circ.19' - 43' = 36'$$

kontrfişin tespit noktasındaki eğim açısı ise:

$$\theta_B = \theta_{2B} - \theta_1 = 2^\circ. 25' - 43' = 1^\circ. 42'$$

kirişin muhtelif noktalarındaki gerilmeleri hesaplamak için toplam eğilme momentini bulmak lâzımdır ki bu da M₂ momentinden M₁ momentinin çıkarılmasıdır.

$$M_3 = M_2 - M_1$$

momentinden ileri gelen gerilme ise

$$\sigma_1 = \frac{M_2}{W} = \frac{M_2}{480}$$

bu kuvvetinin baskısından ileri gelen baskı gerilmesi ise

$$\sigma_2 = \frac{P}{F} = \frac{20000}{45} = 445 \text{ kg/cm}^2.$$

aleyh maksimum toplam gerilme $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ olur.

Hesabın neticesini aşağıdaki cetvelde topluyoruz:

Nokta No.	X	M ₂ Kg. cm.	M ₁ Kg. cm.	M ₃ Kg. cm.	σ ₁ Kg/cm ² .	σ ₂ Kg/cm ² .	σ Kg/cm ² .
1	0	0	0	0	0	445	445
2	1/4	304000	480000	176000	366	445	811
3	1/2	583000	630000	47000	98	445	583
4	3/4	806000	480000	326000	680	445	1125
5	l	960000	0	960000	2000	445	2445

Kirişin kırılma yükü için bunlara benzer bir hesap yapmak lâzımdır. Şu da unutmamak lâzımdır ki, yukarıdaki formüller E nin sabit olmasında doğrudur. Yeni orantı sınırı içindeki gerilmeler için bu formüller doğrudur. Şurası da şayanı dikkattir ki tayyare inşaatında kullanılan malzemeler elâstik sınır gerilmesi kırılma gerilmesinden çok farklıdır. Şu halde nazarı itibara aldığımız formüller kâfi derecede takribî olarak kırılma yükleri içinde doğrudur. Yukarıda yapılan hesaplardan sonuçta varırız ki bu şekilde sabit atalet momentli kiriş yapmak pek emek değildir. Kontrfişle irtibat noktasındaki gerilmeler kabul edilebilir. Tecvüz gerilmeyi biraz tecavüz etmektedir. Binaenaleyh bu noktaya takviye etmek lâzımdır. Buna mukabil gövdeye doğru gerilmeler artar. Bundan dolayıda bu kısımlarda lonjeron çok mukavemetli ve ne kadar çok sağlam ve ağırdır. Bu şekilde bir kirişi değişken kesitli yapmak lâzımdır. Kontrfişin bağlandığı noktada çok sağlam ve gövdeye dayanarak inceleyerek giden bir kesit kabul edilir. Fakat şunu da unutmama-

gözönünde tutularak $\frac{d^2 y}{dx^2}$ nin kıymeti moment türevi denkleminde yerine konulursa :

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = q - \frac{P}{EI} \cdot M$$

veya

$$\frac{d^4 M}{dx^4} + \frac{P}{EI} \cdot M = q$$

bulunur.

$\frac{P}{EI} = k^2$ olduğu gözönünde tutularak, bu diferansiyel denklemin integrasyonu yapırsa :

$$M = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + \frac{q}{k^2}$$

elde edilir. $x=0$ ve $x=l$ için $M=M_1$ ve $M_2=M$ şartları gözönünde tutularak C_1 ve C_2 sabitlerini bulalım.

$$C_2 = M_1 - \frac{q}{k^2}$$

$$C_1 = \frac{M_2 - \frac{q}{k^2}}{\sin kl} - \frac{M_1 - \frac{q}{k^2}}{\operatorname{tg} kl}$$

$$= \frac{M_2 - \frac{q}{k^2} - \left(M_1 - \frac{q}{k^2} \right) \cos kl}{\sin kl}$$

şimdi

$$D_1 = M_1 - \frac{q}{k^2} ; D_2 = M_2 - \frac{q}{k^2}$$

ile gösterilirse

$$C_1 = \frac{D_2 - D_1 \cos kl}{\sin kl}$$

olur. Bu kıymetler yerlerine konursa

$$M = \frac{D_2 - D_1 \cos kl}{\sin kl} \sin kx + D_1 \cos kx + \frac{q}{k^2}$$

maksimum momenti bulmak için bu son denklemin türevini alıp sıfıra eşit yapmak lazımdır.

$$\frac{dM}{dx} = C_1 k \cos kx - C_2 \sin kx = 0$$

ve buradan da

$$\operatorname{tg} kx = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_2 - D_1 \cos kl}{D_1 \sin kl}$$

bu kıymetler moment denkleminde yerine konulursa

$$M_{\max} = \frac{D_1}{\cos kl} + \frac{q}{k^2}$$

bulunur.

Genel moment denkleminde hareket ederek, iki defa integrasyonu alınmak suretiyle herhangi bir noktadaki fleş bulunabilir.

8. Her hangi bir yük halindeki moment denklemleri :

Tek açıklıklı ve eksenel kuvvete maruz bir kirişin türlü yan yükleme hallerinde üzerinde meydana gelen momentin genel ifadesi :

$$M = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + f(q)$$

den ibarettir. $f(q)$ nin içinde P kuvveti yoktur. $f(q)$, C_1 ve C_2 miktarları yan kuvvetlerin fonksiyonudur. Biz burada bu hallerin hepsini etüd etmeyüp aşağıdaki cetveli vereceğiz. Bu cetvelde yukarıdaki üç miktarın kıymetleriyle maksimum moment noktası ve maksimum momentin şiddeti de verilmiştir. Bu cetvel tayyare imâlinde en çok raslanan haller gözönünde tutularak yapılmıştır. Tek açıklıklı ve eksenel yükü kirişlerde " kl " nin kiritik kıymeti " π " den ibaret olup, $kl = \pi$ ile belli olan kiritik yükü malzemenin geçmesi halinde flambajdan korkulur.

9. Eksenel çekme yüküne maruz eğilen kirişler :

Yukarıdaki maddelerde eksenel baskı yüküne maruz kirişlerin, yan tek kuvvet, dağılmış yük, ve kirişin uçlarından birine veya her ikisine birden bir eğilme momentinin tatbik edilmiş olması halinde, kirişin elastik eğrisini bulmuş, uçlarda meydana gelen eğim açılarını hesap etmiş, ve nihayet eğilme momentinin açıklıklı ne şekilde dğiştğini görmüş ve en son olarak da mütemadi kirişlerde bulduğumuz bu denklemleri tatbik

$x = 0$ için $y_1 = 0$ ve $x = l$ için $y_2 = 0$ ve $x = l - c$ için $y_1 = y_2$ ve $y_1' = y_2'$ integral şartları göz önünde tutularak integral sabiteleri hesap edilir ve yerlerine konularak yan tek kuvvetinin sol ve sağ için şu iki elastik denklemi elde edilir:

$$y_1 = -\frac{Q}{Pk} \frac{\text{sh } kc}{\text{sh } kl} \text{sh } kx + \frac{Qc}{Pl} \cdot x$$

$$y_2 = -\frac{Q}{Pk} \frac{\text{sh } k(l-c)}{\text{sh } kl} \text{sh } k(l-x) + \frac{Q(l-c)}{Pl}(l-x)$$

Yukarıda söylediğimiz gibi yine birinci denklemden x yerine $(l-x)$ ve c yerine $(l-c)$ koymakla ikinci denklem elde edilir.

Evvelce aksel baskı yükü halinde bulduğumuz simetrik şu:

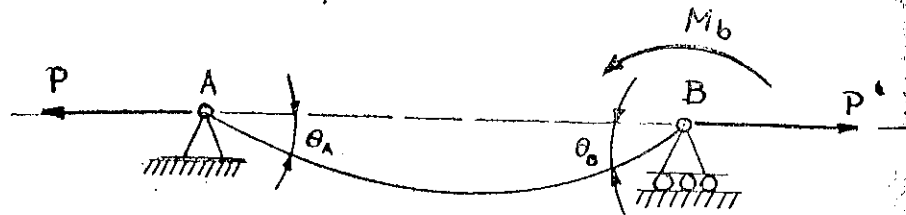
$$y_1 = \frac{Q}{Pk} \frac{\sin kc}{\sin kl} \sin kx - \frac{Q \cdot c}{Pl} x$$

$$y_2 = \frac{Q}{Pk} \frac{\sin k(l-c)}{\sin kl} \sin k(l-x) - \frac{Q(l-c)}{Pl}(l-x)$$

Elastik eğri denklemlerinde p yerine $(-P)$ ve k yerine (ik) koymakla yukarıdaki hiperbolik denklemlerin elde edileceği aşikardır.

10 - Aksel Çekme ve B ucuna M_b Momenti tatbik edilmiş hali

$Q \cdot c = \text{sabit} = M_b$ olacak şekilde $Q = \infty$ ve $c = 0$ olursa bu takdirde limitde (şekil - 39) görüldüğü gibi B ucunda M_b eğilme momenti tatbik edilmiş ve aksel çekmeye maruz kiriş hali elde edilir. (kc) limitde kc olduğundan bu haldeki elastik eğri denklemi:



Şek. - 39

menti tatbik edilmiş ve aksel çekmeye maruz kiriş hali elde edilir. (kc) limitde kc olduğundan bu haldeki elastik eğri denklemi:

$$y = -\frac{M_b}{P} \left(\frac{\text{sh } kx}{\text{sh } kl} - \frac{x}{l} \right)$$

Kirişin A ve B uçlarında elastik eğrinin eğim açıları, elastik eğri denkleminin x göre türevi alınarak x yerine bir defa sıfır ve bir defada l koyarak elde edilirler. $kl=2u$ dersek

$$\theta_B = \frac{M_b \cdot l}{3EI} \cdot \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{\text{th } 2u} - \frac{1}{2u} \right)$$

$$\theta_A = \frac{M_b \cdot l}{6EI} \cdot \frac{3}{u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\text{sh } 2u} \right)$$

Görüldüğü gibi bu iki denklemlerde birinci faktörler kirişin yalnız bir moment ile yüklü olduğu zaman eğim açıları verir. İkinci faktörler ise aksel çekme kuvvetinin tesirini gösterir. Bu ifadelerden görüldüğü gibi P çekme kuvveti sıfıra yaklaşınca ikinci faktörler 1'e yaklaşır. Bu takdirde bir uçundan bir moment tatbik edilmiş bir kiriş meydana gelir.

Bundan sonra yapacağımız hesaplarda yukarıdaki ifadelerle sık sık tesadüf edileceğinden yukarıda olduğu gibi yine $\phi_h(u)$ ve $\psi_h(u)$ ile gösterelim.

Bu takdirde:

$$\phi_h(u) = \frac{3}{u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\text{sh } 2u} \right)$$

$$\psi_h(u) = \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{\text{th } 2u} - \frac{1}{2u} \right)$$

Bu Hiperbolik fonksiyonların değerlerini de bu kitabın sonunda ilâve bir cetvel ile verdik.

Kirişin iki ucuna moment tatbik edilmesi halinde her hangi bir noktadaki fleş bu momentlerden ileri gelen fleşlerin toplamından ibaret olacaktır. Momentlere nazaran elastik eğri denkleminin lineer olmasından dolayıdır. Kirişin A ucuna konan M_a momentinin sebep olacağı deformasyonları bulmak için yukarıdaki denklemden x yerine $(l-x)$ koymak icap edeceği aşikardır. Bu takdirde: elastik eğri denklemi:

$$y = -\frac{M_b}{P} \left(\frac{\text{sh } kx}{\text{sh } kl} - \frac{x}{l} \right) - \frac{M_a}{P} \left(\frac{\text{sh } k(l-x)}{\text{sh } kl} - \frac{l-x}{l} \right)$$

dir.

Bu halde kirişin uçlarındaki tegetlerin eğim açıları:

$$\theta_A = \frac{M_a \cdot l}{3EI} \psi_h(u) + \frac{M_b \cdot l}{6EI} \phi_h(u)$$

$$\theta_B = \frac{M_b \cdot l}{3EI} \psi_h(u) + \frac{M_a \cdot l}{6EI} \phi_h(u)$$

olur.

$M_a = M_b = M$ olması halinde ise

$$\theta_A = \theta_B = \frac{Ml}{2EI} \cdot \frac{th u}{u}$$

elde edilir.

11. — Eksenel çekme ve üniform yan yük hali:

Eksenel çekme ve yan tek Q kuvveti halindeki elastik eğri denklemleri Q kuvvetine nazaran lineer fonksiyon olduklarından deformasyonların oranı sınırı içinde kalması şartile süperpozisyon kanununa tabi olduğu anlaşılır. Bu prensipi göz önünde tutarak, kiriş bir çok yan kuvvetlerle yüklenmiş olsa meydana gelecek fleşleri kolayca hesaplayabiliriz. Kuvvetlerin sayısını arttırarak şiddetlerini de küçültürsek kiriş sürekli bir yük ile yüklenmiş olur. Üniform yük halinde $Q=q \cdot dc$ olarak x kesitinin sağına birinci elastik eğriyi formülünü, sol tarafına da ikinci elastik eğri formülünü tatbik ederek integral alınırsa

$$y = - \frac{sh k (l-x)}{Pk sh kl} \int_{l-x}^l q sh k (l-c) dc + \frac{l-x}{Pl} \int_{l-x}^l q \cdot (l-c) dc$$
$$- \frac{sh kx}{Pk sh kl} \int_0^{l-x} q \cdot sh kc \cdot dc + \frac{x}{Pl} \int_0^{l-x} q \cdot c \cdot dc$$

elde edilir gereken işlem yapıldıktan sonra:

$$y = \frac{ql^4}{16EI} \cdot \frac{1}{u^4} \left[\frac{ch \left[u \left(\frac{2x}{u} - 1 \right) \right]}{ch u} - 1 \right] + \frac{q \cdot x \cdot (l-x)}{8EI} \cdot \frac{l^3}{u^2}$$

bulunur. Üniform yük halinde iki uçdaki tegetlerin eğim açıları birbirine eşit olup bu da:

$$\theta_A = \theta_B = \frac{ql^3}{24EI} \cdot \frac{3(u-th u)}{u^3}$$

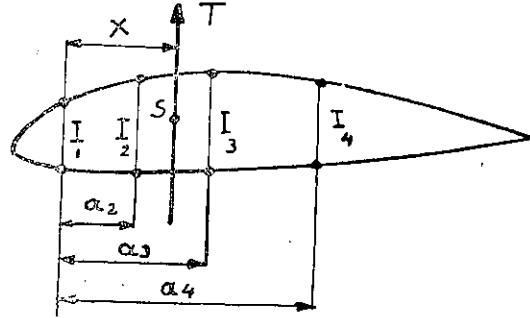
Burada

$$\chi_h(u) = \frac{3(u-th u)}{u^3}$$

ile gösteririz. Bu fonksiyonunun kıymetide bu kitabın sonunda ikinci ilâvede verilmiştir.

Eğilme momentleri yan kuvvetlerle orantılı olduklarından fleşlerin aynı olması için lonjörönlara gelen kesme kuvvetinin bu lonjörönlara atalet momentlerine oranlarının birbirine eşit olması lâzım gelir.

Binaenaleyh, kanat yüzüne tesir eden dış kuvvetler kanattaki lonjörönlara atalet momentleri ile orantılı olarak bölünmüşlerse, bu halde bütün lonjörönlara aynı bir kesitdeki fleşleri aynı olur, ve kanatta torsiyon meydana gelmez.



Şek. - 40

Bu söylediklerimizi matematik lisanla ifade edelim :

$$\frac{P_1}{I_1} = \frac{P_2}{I_2} = \dots = \frac{P_n}{I_n} = \frac{\sum P_i}{\sum I_i} = \frac{P}{I} = k$$

$$X. P = a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_n P_n = \sum a_i P_i = k \sum a_i I_i$$

$$\text{Buradan } X = \frac{\sum a_i I_i}{\sum I_i}$$

Şekil 40'deki a-lar, (şekil-40) sabit y-y eksenine nazaran lonjörönlerin mesafeleridir. Eğer bu şart vaki ise, P - kuvveti lonjörönlara atalet momentleriyle orantılı olarak n - kuvvete ayrılabilir. Bu muhakemede, lonjörönlerin fleşlerinin ancak lonjörönlerin tabanlarındaki eğilme gerilmelerinden husule geldiği kabul edildi. Hakikat halde, cidarlardaki makaslama gerilmelerde vardır. Fakat bu gerilmelerden ileri gelen fleşler o kadar küçüktür ki, eğilmeden ileri gelen fleşlerin önünde terk edilebilir. Binaenaleyh, S - makaslama merkezinin vaziyetini kâfi derecede takribiyetle yukarıdaki formül verir, ve bu S - noktasına nazaran torsiyon momenti hesaplanır. Binaenaleyh, her hangi bir yanal kuvveti, S-noktasından geçen basit bir kuvvetle bir torsiyon momentinden ibaret bir hale getirebilir.

Şunu da unutmamak lâzımdır ki, tek lonjörönlu ve zarfın içinde cidarı bulunmayan bir kanatta, mes'ele tamamen başkadır. Burada torsiyondan, lonjeron tabanlarında eğilme gerilmeleri meydana gelmediği gibi, S - makaslama merkezinin vaziyeti de makaslama gerilmelerini taşıyan kısımlara tabi bulunur ve bu S - noktası da makaslama merkezi ile aynı bir noktadır. İki veya müteaddin lonjeronlu kanatlarda ise, kâfi bir takribiyet ile, bu S - noktasının mevkii eğilme momentine mukavemetli kısımlara bağlıdır ve makaslama merkezinin mevkii :

$$X = \frac{\sum (a_i I_i)}{\sum I_i}$$

formülü ile bulunur. Yukarıdaki bu faraziye doğrudur. Çünkü kanatlar da makaslama kuvvetleri eğilme momentlerine nazaran çok daha küçüktür. Bir kanat iskeletinin inşaatında, en mühim rolü oynayan eğilme momentleridir. Maamafih böyle bir faraziye, makaslama kuvvetleriyle yüklenmiş olan kısımların hesabı için doğru değildir. Başka bir basitleştirici faraziye yapalım :

Torsiyon momentine maruz olmıyan bir kanatta, kaplamada kayma gerilmeleri mevcut olmadığı ve kesme kuvvetindedir lonjörönlerin gövdesi tarafından mukavemet edildiği farz edilecektir. Buna mukabil de, torsiyon momentinin kaplama tarafından taşındığı kabul edilecektir. (eğer lonjörönlerin gövdesi kaplamanın yan cidarını teşkil etmiyorsa) lonjörönlarda basit torsiyon momentinden dolayı makaslama gerilmeleri meydana gelmeyecektir. Mamafih şunu da unutmamak lâzımdır ki bu iki faraziye, gerilmelerin hakiki olarak dağılmasına tamamen uygun değildir. Filhakika yukarıda düşünüşlerden biliyoruz ki, torsiyon momentersiz kesme kuvveti, iç cidarsız kaplamada makaslama gerilmeleri meydana getirir. Buna mukabil basit torsiyon momenti kaplamanın iç cidarlarında bazan kayma gerilmeleri tevlit eder. Fakat şunuda hatırlamak lâzımdır ki bu her iki gerilme büyük değildir. (Kesme kuvvetinden ileri gelen gerilme ve torsiyon momentinden ileri gelen gerilme). Tayyarede maximum torsiyon momentinden aynı uçuş haline tekabül etmezler. Yani kanadın torsiyonu maximum olduğu halde bu vaziyette kesme kuvveti kabili ihmaldir. Bu halde kanat kaplamasını yalnız torsiyona hesap edersek, bu takdirde irtikap edilen hata kabili ihmaldir. Lonjörönlerin gövdesini de başka bir uçuş halinde hesaplarız. Kesme kuvveti maximum olduğu zaman torsiyon momenti maksimum torsiyon momentinden çok küçüktür. Kesme kuvvetine yalnız lonjörönlerin gövdesinin mukavemet ettiği kabul edilirse bu takdirde lonjeron gövdeleri için hesaplanmış olan kayma gerilmeleri, bu

istünde bulu-

in tesiri:

rı için aynı için bulun- se hadde- malzeme-

sayesinde nuşdurki, takviye- kardaki

irim u- ilmeler zanma uzan-) for-

e en ede ana ös- in- ne

gövdelere tesir eden hakiki gerilmelerden biraz büyük olacaktır. Çünkü kaplamada kesme kuvvetinin bir kısmını alır. Fakat aradaki fark çok küçüktür, ve bunun hesabının pratik bir kıymeti yoktur. Bu kaplamada maksimum torsiyon momentinin nasıl olduğu uçuş hali için hesap edilmiştir.

Burada şu noktayı göz önünde tutmak lâzımdır: Eğer atalet momentleri orantısı kanat uzunluğu boyunca sabit olmazsa, bundan dolayı kanat kısımlarında lonjeronların fleşleri aynı olmayacaktır. Bunun neticesi olarak da, kanatta torsiyon meydana gelecektir. İşte bu torsiyondan çekinmek için bütün kirişlerin boyunca eğilme momentleri atalet momentleriyle orantılı olmalıdır. Eğilme momentleriyle atalet momentlerinde orantılı olmaları için atalet momentleriyle her kirişe gelen kesme kuvveti arasında orantı sabit kalması lâzım geldiğini biliyoruz. Yani :

$$\frac{P_1}{I_1} = \frac{P_2}{I_2} = \frac{P_3}{I_3} = \dots = \frac{P_n}{I_n} = \frac{\sum P_i}{\sum I_i} = K$$

Bu sözlerimizle şunu kast ediyoruzki, kanat üzerinde kesit değişince

$$I_1 = k_1 \Sigma I_i$$

$$I_2 = k_2 \Sigma I_i$$

⋮

$$I_n = k_n \Sigma I_i$$

Kanat boyunca kesit ne olursa olsun $k_1, k_2, k_3, \dots, k_n$ kat sayıları sabit kalır. Bu demektirki, her hangi iki atalet momenti arasındaki orantı sabit kalıyor. Şurasını da sırası gelmişken kaydedelim ki, kanatta meydana gelen torsiyon momentinden dolayı lonjeronlarda bir eğilme meydana gelir. Bilhassa ön lonjeron bir cihette, arka lonjeron da diğer cihette eğilme yapar. Bundan da lonjeronlarda eğilme gerilmeleri meydana gelebilir ve bu eğilme gerilmeleri de torsiyon momentinin bir kısmını yok ederler. Fakat şunu da unutmamak lâzımdır ki, halen lonjeronların eğilme rijidlikleri kaplamanın torsiyon rijiditesine nazaran çok küçüktür ve lonjeronlardaki torsiyon momentinden meydana gelen eğilme gerilmeleri kaplamada meydana gelen kayma gerilmelerini biraz azaltırlar ise de bu azalma miktarı kabili ihmal olup % 10 nu tecavüz etmez. Binaenaleyh lonjeronların torsiyon momentine mukavemette iştiraki kabili ihmaldir. Ancak lonjeronların gövdeye tesbit edildiği noktalarda lonjeronların rijiditesi mühim rol oynar ve bunlar da ihmal edilemez. Bu meseleye sonradan temas olunacaktır. Yukarıki düşünceler göz önünde tutularak çok lonjeronlu bir kanadın takribi usulle hesabını yapmak için hülâsa olarak şu aşağıdaki metod takip olunacaktır.

Evvelâ mukavemette belli olan usullerden birisi ile lonjeronlar üzerine sonradan evvel, tekmil kanat için eğilme momentleri diyagramı çizilir. Bundan sonra lonjeronların atalet momentleri arasındaki bağlantı bulunur. Bu bağlantı kanadın tekmil boyunca muhafaza edilir. Bundan sonra en yüksek olan lonjeronun eğilme momentini tekmil eğilme momentini lonjeronların atalet momentleri ile orantılı olarak bölmek şartı ile, bu en yüksek lonjeronun eğilme momentini hesaplarız. Yani :

$$\frac{M_1}{I_1} = \frac{M_2}{I_2} \dots = \frac{M_n}{I_n} = \frac{\sum M_i}{\sum I_i} = \frac{M}{I} = m; M_i = M \cdot \frac{I_i}{I}$$

Bu şart ise fleşlerin aynı olması şartından ibarettir. En büyük gerilme en yüksek lonjeronun çevre elyafında meydana gelecektir. Yani :

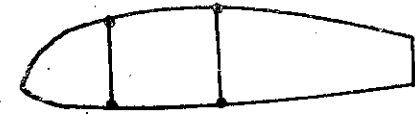
$$\sigma_{max} = m \cdot y_{max}$$

Çünkü çevre alyafı tarafsız eksenden en uzak olanıdır. Bundan dolayı en yüksek lonjeron üzerinde meydana gelen maksimum gerilme, kabul edilen hadleri tecavüz etmeyecek şekilde bu lonjeron resmedilirse diğerleri sebebiyle emin olabilirizki diğer lonjeronlardaki maksimum gerilmeler en yüksek maksimum gerilmesinden küçük olacaktır. Bundan dolayı lonjeronların diğer kısımlarını atalet momentleri orantısı sabit olarak şekilde inşa ve resmedilir. Kesme kuvvetlerine gelince: Bunlar eğilme momentleri ile ve netice olarak lonjeronların atalet momentleri ile orantılı olacakları aşikârdır.

Müşkülâtsizce her lonjeronu gelen kesme kuvvetini hesaplarız ve kesme kuvvetlerinden itibaren de lonjeronların gövdelerinde meydana gelen eğilme gerilmelerini hesabederiz. Bu gerilmelerden itibaren de lonjeron momentleri tayin olunur.

Bredt formülü yardımı ile kaplamadaki kayma gerilmelerini hesaplarız; bu formüldeki M_0 torsiyon momentini kanat üzerine tesir edebilecek en büyük torsiyon momentidir. Boruyu, lonjeronlardan birisinin kesme kuvveti de teşkil etmesi halinde

(kıl - 41) torsiyondan ileri gelen gerilmeleri kesme kuvvetinden ileri gelen gerilmelere ilâve etmek mümkündür. Şurasını da unutmamak lâzımdırki, burada bu gerilmelerin hesabını da nazarı itibara almak icap eder. Bu halde maximum moment değil veyahut max kesme kuvveti değil moment ve kuvvetin beraberce tesir etmesi hali nazarı itibara alınır.



Şekil - 41

2. Kanat Düzlemi İçindeki Kuvvetler

Kanat düzlemi içindeki kuvvetler, genel olarak küçük gerilmelerle gururlar. Bu takdirde kanadın bütünü kirişi teşkil eder. Bu kirişin taraflarını lonjeronlar ve gövdelerini alt ve üst kaplamalar teşkil ederler. Kanadaki hesap yanal bir kuvvet tarafından eğilmeye maruz bırakılan kirişin hesabının aynı olur.

3. Torsiyon Momentinin Dağıtımı

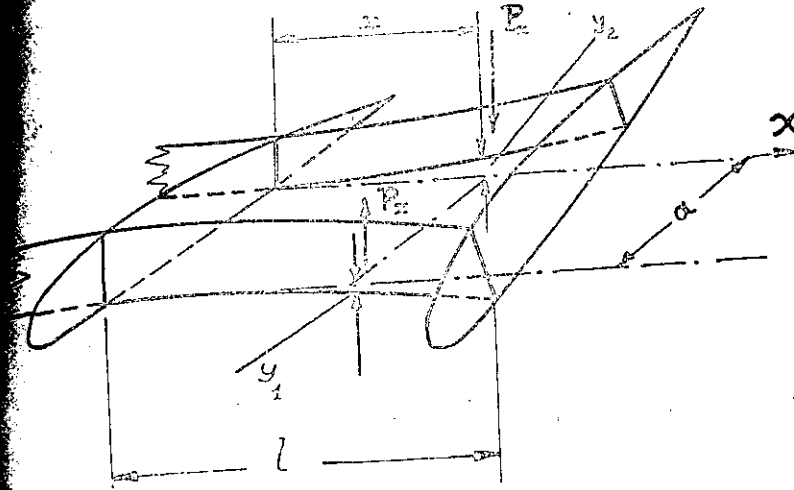
Torsiyon momentinin yalnız kaplama tarafından yüklendiğini farz etmekle hata işlediğimizi yukarıda belirtmiştik. İşlediğimiz bu hata acaba nekadardır? Şimdi de bunu etüd edelim: Bu etüdü yapmak maksadıyla misal olarak kaplaması torsiyona mukavim iki lonjeronlu bir kanat nazarı itibara alalım: Biz burada torsiyon momentinin ne kadar bir kısmının lonjeronlar tarafından mukavemet edildiği ve ne kadar bir kısmının da kaplama tarafından mukavemet edildiği ve ne kadar diğer bir kısma da kaplama tarafından mukavemet edildiğini ve bu orantılarının kanat açıklığı boyunca ne şekilde değiştiğini etüd edeceğiz. Bu etüden çıkarılacak olan neticeler pratik de tesadüf edilen daha karışık diğer hallerde teşmil olunabilir. Şimdi bu kanadın bütün açıklık boyunca kesitinin sabit olduğunu farzedelim. Buradan da lonjeronların kesitlerinin sabit olacağını farzedebiliriz. Lonjeronlar için kabul edilen faraziye, lonjeronlar kaplama için de doğrudur. Şunu da kabul edelim ki her iki Lonjeron da (rijit olarak) gövdeye tesbit edilmiş olsunlar, yani kanat şekil değiştirince lonjeronların tesbit noktasında tegetler, birbirine paralel kalırlar. Bu son kabul edilen faraziye ancak kesme kuvvetlerinden ileri gelen kayma gerilmelerinin sebep olduğu deformasyonların ihmal edilmesi halinde doğrudur.

Böyle bir kanadı basit bir torsiyon momentiyile yükleyelim. Kesit sabit olduğundan torsiyon momentinin dağılımı kanat ucundan itibaren ankaströman kesitine kadar çizgisel olarak çoğalır. M_0 — ile gövdeye tesbit noktasındaki toplam torsiyon momentini gösterelim. Bu ankaströman kesitinden itibaren x — uzaklığındaki torsiyon momentini de M_{0x} — ile gösterirsek, yukarıki faraziyelerden dolayı

$$M_{0x} = M_0 \frac{l-x}{l}$$

münasebeti yazılabilir. Şekil — 42 M_{0x} — torsiyon momentini bir taraftan kaplamanın kayma gerilmelerinden ileri gelen M'_{0x} torsiyon momentini ile lonjeronların gövdesinde meydana gelen P_x kesme kuvvetlerinden ileri gelen

$M'_{0x} = P_x \cdot a$ momentile dengelenmiş olacaktır. Yukarıda farzetmiştik ki kanadın basit bir torsiyon momentile yüklenmişti. Bundan şu netice



Şekil — 42

kar ki, P_x yanal kuvvetleri birbirine eşit olduğu gibi, lonjeronların torsiyon momentleri de birbirine eşit olur. x kesitinin dışında bulunan kesim noktaları ile P_x kuvvetlerle gerilme kuvvetlerinin dengesi şu bağlantı ile ifade olunur.

$$M_{0x} = M'_{0x} + M''_{0x}$$

M'_{0x} ve M''_{0x} yerlerine eşitlikleri konursa

$$M_0 \frac{l-x}{l} = M'_{0x} + P_x \cdot a$$

alınur. dx uzaklığında bulunan iki porfilin arasındaki torsiyon açısı ise $\theta_x = \frac{dy_1 + dy_2}{a dx}$ den ibarettir. Birim boydaki torsiyon ise

$$\theta_x = \frac{dy_1 + dy_2}{a dx} = \frac{1}{a} \left(\frac{dy_1}{dx} + \frac{dy_2}{dx} \right)$$

den ibarettir.

$$\theta_x = \frac{M'_{0x}}{J_0 G}$$

formülü belli olduğundan Buradan da:

$$M'_{ox} = M_0 \left(\frac{e^{-\frac{k}{a}(1-x)} - e^{\frac{k}{a}(1-x)}}{e^{\frac{k}{a}} - e^{-\frac{k}{a}}} + \frac{1-x}{1} \right)$$

Bu denklemleri münakaşa edebilmek için, k ve $\frac{1}{a}$ nın adet kıymetleri nazarı itibara alalım. Lonjeronlar arasındaki uzaklık kanat derinliği 0,4 dir. Kanadın uzunluğu ise yarım kanatta derinliğin 3 mislidir. Su bu

$$\frac{1}{a} \approx \frac{3}{0.4} = 7.5$$

dir. Uzunlukları daha fazla olan kanatlarda ise, yani $\lambda=6$ dan fazla olması halinde bu orantı çoğalır. k - katsayısı ise:

$$k = \sqrt{\frac{G}{E} \left(\frac{J_0}{I_1} + \frac{J_0}{I_2} \right)}$$

dir. Madenlerde $\frac{G}{E} = 0,4$ dir. Lâdin, şprüs için $E = 100000$ dir. Kötraplak için $G=25000$ Kg/cm², burada $\frac{G}{E} = 0,25$ alalım.

$\frac{J_0}{I_1}$ ve $\frac{J_0}{I_2}$ orantıları arasındaki kıymetleri de nazarı itibara almak için birçok tayyarelerde bunların kıymetlerini hesaplamak lâzımdır. Bu kıymetler oldukça geniş hudutlar içinde oyniyabilir. Kaplaması az mukavim lonjeronları oldukça mukavim kanatlarda bu orantıları şu kıymetler olarak kabul edebiliriz $\frac{J_0}{I_1} \approx 6$ ve $\frac{J_0}{I_2} \approx 1.5$ şu halde k - için

$$k = \sqrt{0.25 (1.5 + 6)} = 1.4$$

buluruz. İşte k = 1,4 ve $1/a = 7,5$ kıymetleri yukarı denklemlerde yerine konursa

$$M'_{ox} = M_0 \left[\frac{e^{-1.4 \times 7.5 \left(1 - \frac{x}{l}\right)} - e^{1.4 \times 7.5 \left(1 - \frac{x}{l}\right)}}{e^{1.4 \times 7.5} - e^{-1.4 \times 7.5}} + \left(1 - \frac{x}{l}\right) \right]$$

$$M'_{ox} = M_0 \left[\frac{e^{-10 \left(1 - \frac{x}{l}\right)} - e^{10 \left(1 - \frac{x}{l}\right)}}{e^{10} - e^{-10}} + \left(1 - \frac{x}{l}\right) \right]$$

$$e^{10} = 22500 ; e^{-10} = \frac{1}{22500}$$

bu son terim ihmal edilirse

$$M'_{ox} = \left[e^{-10 \left(2 - \frac{x}{l}\right)} - e^{-10 \frac{x}{l}} + \left(1 - \frac{x}{l}\right) \right]$$

Bu esaslar anlatıldıktan sonra her hangi bir x kesitindeki kaplama tarafından alınan torsiyon momentile bu kesitteki torsiyon momenti arasındaki orantıyı bulalım. Bu da $\frac{M'_{ox}}{M_{ox}}$ dir.

$$\frac{M'_{ox}}{M_{ox}} = \frac{e^{-10 \left(2 - \frac{x}{l}\right)} - e^{-10 \frac{x}{l}} + 1 - \frac{x}{l}}{1 - \frac{x}{l}}$$

$\frac{x}{l}$ yerine sıfırdan ibaret «b» e kadar kıymetler korsak ve hesapları yaparsak aşağıdaki cetveldeki degerleri buluruz ve grafiğini de çizebiliriz. (Şekil 43). $\frac{M'_{ox}}{M_{ox}}$ orantısını $\frac{x}{l}$ e bağlı olarak grafik olarak da çizebiliriz.

$\frac{x}{l}$	$\frac{M'_{ox}}{M_0}$	$\frac{M_{ox}}{M_0}$	$\frac{M'_{ox}}{M_{ox}}$
0,0	0,000	1	0
0,05	0,340	0,95	0,36
0,1	0,53	0,90	0,59
0,2	0,665	0,80	0,83
0,5	0,493	0,50	0,985
0,8	0,1997	0,20	0,999
1,0	0,000	0,0060	1,000

Lonjerona gelen moment çarçabuk azalır. $\frac{x}{l} = 0,25$ de bu kıymet 0,1 re düşer. İşte 0,25 ten kanat ucuna kadar olan kısımda hemen kâmil torsiyon momenti kaplama tarafından alınır. Şurasını da unutmamak lâzımdır ki, en düşük şartları kabul ettik. Hakikat halde k-nın kıymeti ve $\frac{1}{a}$ nın kıymetleri daha büyük oldukla-

bulu-

ri:

aynı
ulun-
dde-
eme-

nde
rki,
ye-
aki

u-
er
a
-

BÖLÜM — XII

Torsiyon

1. — Yukarıda bahsettiğimiz gibi, lonjörönlari müstakil olarak çalışan kanatlar, torsiyon momentinin tesirile büyük deformasyonlar yaparlar. Bu deformasyonlar, dolayısıyla kanadın aerodinamik karakteristikleri değişir. Gerek eğilme ve gerekse torsiyon halindeki deformasyonları mümkün olduğu kadar azaltmak maksadıyla yapı malzemesinin ek-senden uzaklaştırılması düşünülmüş ve bu suretle bütün malzemeyi maksimum gerilmeye yakın bir gerilme ile çalıştırarak çok hafif ve aynı zamanda rijit tayyare elemanları imali mümkün olmuştur.

Bugün, gerek ahşap ve gerekse madeni tayyarelerde kanatlar ve gövdeler ince kaplamalı olarak imal edilmektedir.

Biz bu bahiste evvelâ daire kesitli doğru çubukların torsiyonundan bahsedeceğiz. Elde edeceğimiz formülleri başka kesitli çubuklara teşmil edeceğiz. Daha ileride kessonlarda torsiyon halini etüd edeceğiz.

Elemanlarda kırılma gerilmelerine yakın büyük gerilmelerin meydana gelmesi bu elemanların çok dikkatle hesap edilmesini icap ettirir.

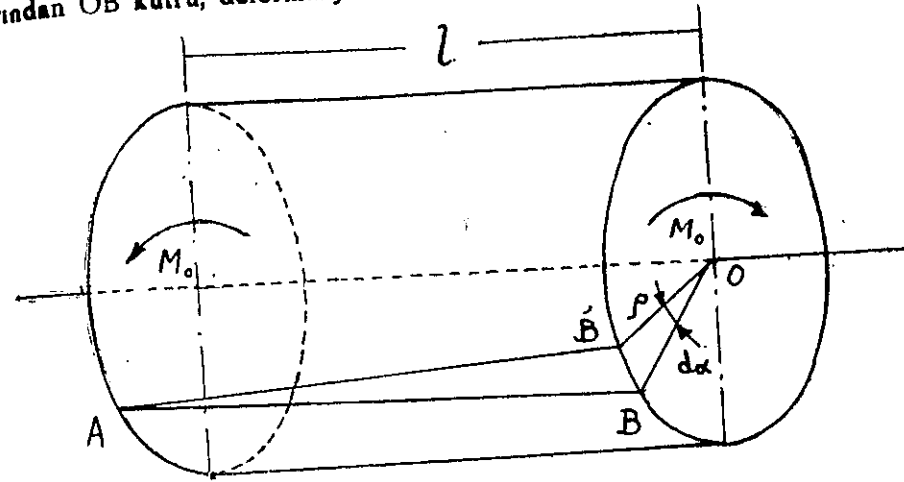
Genel mukavemet bahislerinde büyük önemle nazarı itibara alınmayan kayma gerilmeleri, tayyare elemanları nisbeten ince olduğundan ve her noktada maksimum gerilme ile çalışıldığından, elemanların hesabında önemle nazarı itibara alınmasını icap ettirir. Ve ancak bu suretle elemanlarda gereken hafiflik temin olunur. Biz bu bahiste esas elemanlarda torsiyondan ileri gelen kayma gerilmelerinden bahsedeceğiz. Daha ilerdeki bir bahiste de eğilmeden ileri gelen kayma gerilmelerinden bahs olunacaktır.

2. — Silindrsel çubuklarda torsiyon :

l boyunda daire kesitli dolu veya boş silindrsel bir çubuk bir ucundan bir M_0 torsiyon momentine maruz kalsın. Çubuğun diğer ucunu tes-bit edelim. Torsiyonun şu şekilde meydana geldiği farz edilir :

- a. — Torsiyon momentini dolayısıyla kesitte meydana gelen kayma gerilmeleri hiç bir noktada orantı sınırı kayma gerilmesini tecavüz etmemişdir;
- b. — Düzlem kesitler deformasyondan sonra düzlem ve kendine benzer kalır; kesit içinde distorsiyon meydana gelmez.
- c. — Gerilmeler o noktada meydana gelen deformasyonla orantılıdır.
- d. — Gerilmeler o noktadan geçen kutura dikedir.

Şekil — 44deki doğru silindir üzerindeki generatris yönündeki AB doğrusu torsiyondan sonra AB' vaziyetine gelsin. Kesit içinde torsiyon merkezini çevreye bağlayan kuturlar yalnız açısız deformasyon yapacağından OB kutru, deformasyondan sonra OB' vaziyetine gelecektir.



Şekil 44

Kesit içinde her hangi bir noktadaki deformasyon $a \cdot \rho$ dir. Burada ρ kesit içinde nazarı itibara alınan noktanın torsiyon merkezine olan uzaklığı, a ise sabit kesitten l uzaklıktaki kesitin torsiyon-daki açısız deformasyonudur. Şu halde birim deformasyon

$$\epsilon_s = \frac{a \cdot \rho}{l}$$

olur.

Gerilmeler uzanmalarla orantılı olduğundan ve orantı katsayısı da G olduğundan:

$$\tau = G \cdot \frac{a \cdot \rho}{l} \quad (1)$$

elde edilir.

Bu formülden görülürki bir noktadaki gerilme o noktanın torsiyon merkezine olan uzaklığı ile orantılıdır. Gerilme torsiyon mihreri üzerinde sıfır olup maksimum değeri de silindir çevresi üzerindedir. $\frac{\sigma}{I}$ oranını θ ile gösterelim, ve buna birim boydaki torsiyon açısı dersek

$$\tau = G \cdot \theta \cdot \rho \quad (2)$$

elde edilir.

Bütün kesitte meydana gelen kayma gerilmelerinin tevlit ettiği elemanter kesme kuvvetlerinin torsiyon merkezine nazaran momenti iç kuvvetlerin momentinden ibaret olup bu da kesite tesir eden torsiyon momentine eşit olacağından:

$$M_o = \int \tau \cdot \rho \, dA = G \theta \cdot \int \rho^2 \cdot dA$$

$$M_o = G \cdot \theta \cdot I_p \quad (3)$$

bulunur.

I_p daire kesitinin torsiyon mihrerine nazaran poler atalet momentidir. (1) ve (2) formüllerinden gerilme ve birim torsiyon açısı için şu formüller bulunur.

$$\tau = \frac{M_o}{I_p} \cdot \rho \quad (4)$$

$$\theta = \frac{M_o}{G \cdot I_p} \quad (5)$$

3. — Kesiti Elips olan silindirlerin burulması:

Elips kesitli silindrsel bir çubugun burulmasında gerilme daire kesitlerde olduğu gibi torsiyon merkezine noktayı bağlayan yarı çapa dik değildir. Daire kesitlerde gördük ki eşit gerilmeli noktaların geometrik yeri konsantrik dairelerden ibaret idi. Elips kesitli çubukların dış çevrelerindeki kayma gerilmeleri dış çevreye teget isede, kesit içinde eşit gerilmeli noktaların geometrik yeri ekzantrikliği aynı ve fakat eksen boyları başka başka olan elipslerden ibarettir. Eşit gerilme eğrileri şekil 45 üzerinde görülmektedir.

Eliptik kesitlerin torsiyon momentine maruz kalması halinde (Şekil 45 a) da görüldüğü gibi, düzlem içindeki bir K noktasındaki gerilmelerin değerleri şu formüllerle verilir.

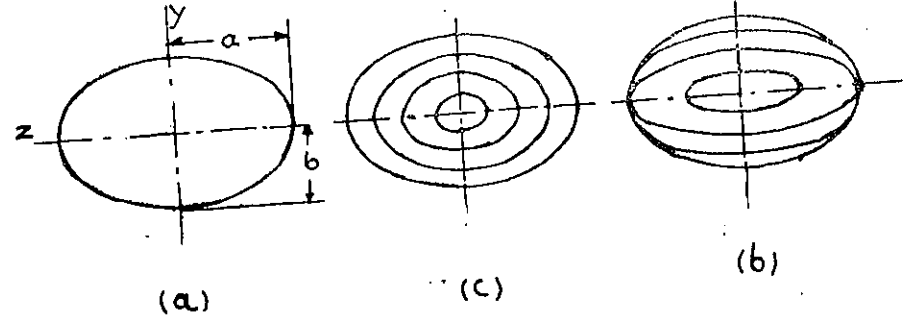
$$\tau_{xy} = \frac{2 M_o \cdot y}{\pi a^3 b^3} \quad (6)$$

ve birim boydaki torsiyon açısında

$$\tau_{xy} = \frac{2 M_o \cdot y}{\pi a^3 b^3} \quad (7)$$

$$\theta = \frac{M_o (a^2 + b^2)}{\pi a^3 b^3 \cdot G} \quad (8)$$

dır. (6) ve (7) formüllerinin tetkikinden görülürki maksimum kayma gerilmesi dış çevre üzerinde meydana gelmektedir. Dış çevre üzerinde en



Şekil 45

büyük kayma gerilmesi küçük eksenin ucunda meydana geleceğini görmek kolaydır. Bu değer:

$$\tau_{max} = \frac{2 M_o}{\pi a b^3} \quad (9)$$

dır.

4. — Mambren Analjisi Teorisi:

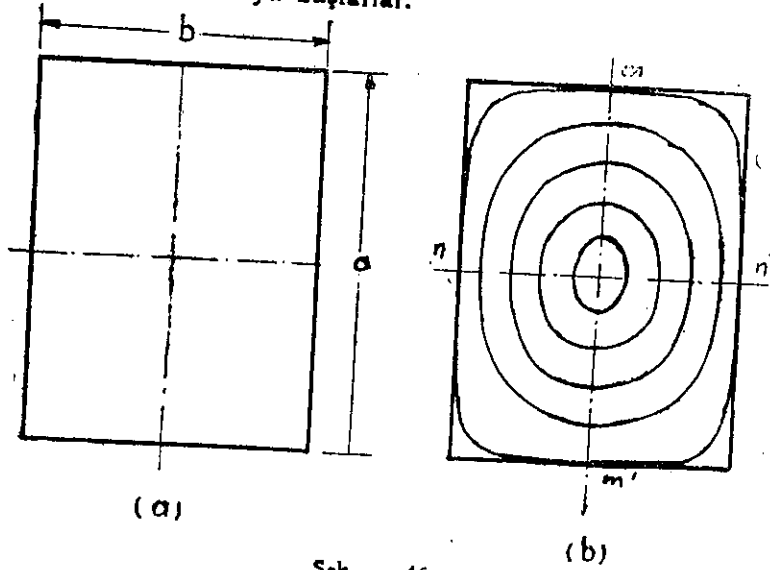
Daire ve elips kesitli silindirlerde kayma gerilmelerini ve eşit kayma gerilmeleri eğrilerini tayin ettik. Şimdi dik dörğen kesitli bir çubuğu nazarı itibara alalım. (Şekil — 46 a). Çevre üzerindeki kayma gerilmeleri bileşkesinin çevreye teget olması şartı vardır. Bununla beraber çevredeki kesin süresizliklerden dolayı kayma gerilmeleri eğrileri çevreye paralel olmadıkları gibi, dış çevrenin genel şeklini haiz değildirler. Dış çevreleri süresiz olan çubuk kesitlerinde veya gayri muntazam kesitli çubuklarda kayma gerilmelerinin yayılışını mambren analjisi teorisi sayesinde elde etmek mümkündür.

Burulan bir çubuğun kesitine benzer çevresi olan bir zar boyunca birim uzunluğa q üniform çeki kuvveti ile gerilir, ve zarın birim alanına

p basıncı tatbik edilirse küçük sehimler için zarın denge denklemlerinin Burulma problemi denkleminin aynı olduğunu ilk defa L. Prandtl görmüştür. Bu analojinin burulma probleminin analitik ve tecrübi çözümlerinde çok büyük önemi vardır. Zarın eğilen yüzeyi ile burulan çubuk arasındaki analogi bağlantıları şunlardır:

1. — Şekil değiştiren zar yüzünün kesit çevre eğrileri burulan çubuğun kayma gerilmeleri eğrilerine tekabül eder.
2. — Zar yüzeyinin belirli bir noktasındaki çevre eğrisine çizilen teget çubuk kesitinin mütekabil noktasındaki bileşke kayma gerilmesi doğrultusunu verir.
3. — Zarın her hangi bir noktasında, kenarların teşkil ettiği kesit düzlemine nazaran maksimum eğim çubuğun mütekabil noktasındaki kayma gerilmesinin büyüklüğüne eşittir.
4. — Eğilme yüzeyi ile kenar düzlemi arasındaki hacmin iki misli, burulan çubuğa tatbik edilen torsiyon momentine eşittir.

Bu saydığımız esasları burulmaya maruz dik dörtgen kesitli çubukların etüdünde nazarı itibara alabiliriz. Mütekabil zar yüzeyinin çevre eğrileri (Şekil—46b)de görüldüğü gibidir. Kenara yaklaştıkça bu eğriler kenar çevre şeklini almaya başlarlar.



Şek. — 46

Bu şeklin tetkikinden görülürkü zar yüzeyinin nn' düzlemi ile kesitli nazarı itibara alırsa bu eğri boyunca olan maksimum eğilmeler şekildeki mm' eğrisi boyunca olan eğrilerin eğilmelerinden daha faz-

la olduğundan nn' doğru su boyunca olan kayma gerilmeleride mm' doğrusu boyunca olan kayma gerilmeleri değerlerinden büyük olacağı sonuncuna varılır:

Netice olarak maksimum eğim ve maksimum kayma gerilmesi n ve n' noktalarındadır. Kesitin dört noktasında ve merkezde zar eğimi sıfır olduğundan bu noktadaki kayma gerilmeleri de sıfır olur. Şekil değiştiren zarın denge denklemini analitik olarak ifade edilebilen hallerde burulmuş çubuğun kayma gerilmelerinin yayılışını hesap etmek mümkündür. Çubuğun kesit alanı analitik bir ifade elde etmek imkânını vermezse zar eğimleri deneyle bulunur.

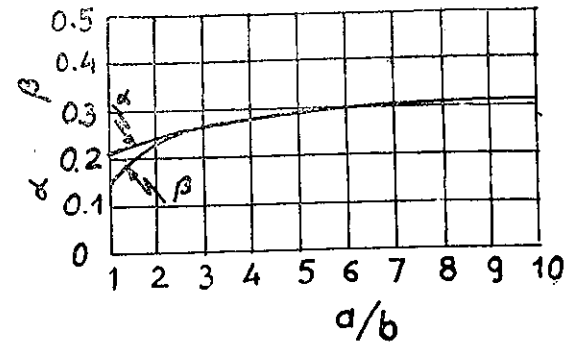
Tecrübi metodlarda, çubuk kesitinin aynı bir delik, ince bir saç tabakasında açılır ve buraya bir sabun köpüğü serilir. Bu sabun köpüğünün bir tarafına üniform bir basınç tatbik edilip eğimler umumiyetle optik metodlarla ölçülür.

Dik dörtgen kesitli bir çubuk da kayma gerilmeleri ve birim uzunluğun burulması analitik olarak hesaplanır. Maksimum kayma gerilmeleri ve birim uzunluğun burulma açısı için aşağıdaki denklemler bulunmuşdur :

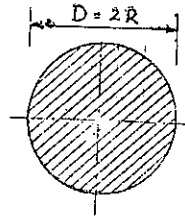
$$\tau_{\max} = \frac{M_0}{\alpha \cdot a \cdot b^2} \quad (10)$$

$$\theta = \frac{M_0}{\beta G \cdot a \cdot b^3} \quad (11)$$

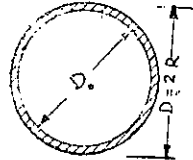
Burada a uzun kenar boyu olup α ve β değerleri a/b oranının birer fonksiyonudur. Şekil — 47 de α ve β nin değerleri a/b oranına fonksiyonu olarak verilmiştir.



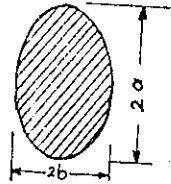
Şek. — 47



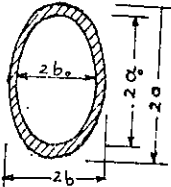
$$\tau_{\max} = \frac{M_o R}{I_p} = \frac{16 M_o}{\pi D^3} ; \theta \cdot l = \frac{M_o l}{G I_p} = \frac{32 M_o l}{G \pi D^4}$$



$$\tau_{\max} = \frac{M_o R}{I_p} = \frac{16 M_o D}{\pi (D^4 - D_o^4)} ; \theta \cdot l = \frac{M_o l}{G \pi (D^4 - D_o^4)}$$

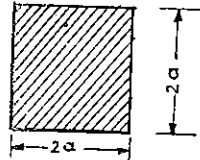


$$\tau_{\max} = \frac{2 M_o}{\pi a b^2} \quad a > b ; \theta \cdot l = \frac{M_o l (a^2 + b^2)}{G \pi a^3 b^3}$$

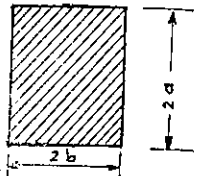


$$\tau_{\max} = \frac{2 M_o b}{\pi (a b^3 - a_o b_o^3)} \quad a > b ; \theta \cdot l = \frac{M_o l (a^2 + b^2)}{G \pi a^3 b^3 (1 - m^4)}$$

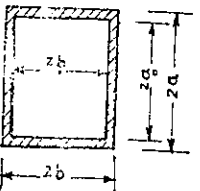
$a_o/a = b_o/b = m$



$$\tau_{\max} = \frac{3 M_o}{5 a^2} \text{ (tak)} ; \theta \cdot l = \frac{1}{2,25 a^4} \cdot \frac{M_o l}{G} \text{ (tak)}$$



$$\tau_{\max} = \frac{M_o (15a + 9b)}{40 a^2 b^2} ; \theta \cdot l = \frac{40 I_p}{A^2} \cdot \frac{M_o l}{G}$$



$$\tau_{\max} = \frac{9 M_o b}{16 (b a - b_o a_o)} \quad a > b ; a_o/a = b_o/b$$

Şek. — 148

a/b oranı büyüdükçe $\alpha = \beta = 0.333$ olur. Netice olarak ince cidarlı kesitlerde genel olarak $\alpha = \beta = 0.333$ kullanılır.

Ref. E. Sechler Ph. D. and Louis G. Dunn, Ph. D.)

5. — Şekil — 48 de görüleceği gibi, içi boş, dolu olan daire, elips ve dik dörtgen şekillerin burulmasında meydana gelen maksimum gerilmelerle bunların dönme açılarını verdik.

6. — Açık kesitlerde Torsiyon :

Her ne kadar açık kesitlerin torsiyonuna çok rastlanamazsada, tayyare imalinde pek fazla kullanılan ve aşağıda (Şekil — 49) da görülen basit lama, köşebent, Z profili, U profili, dubl T ve T profillerinin torsiyon momentine maruz kalması halini etüd edeceğiz. Gerilmelerle torsiyon açılarının hesap edilebilmesi için bu saydığımız kesitlerin dik dörtgen elemanlardan ibaret olduğu farzedilir. Bu takdirde yukarıda verdiğimiz (10) ve (11) formüllerindeki $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$ olarak nazarı itibara alınırsa şu iki formül bulunur :

$$\tau_{\max} = \frac{3 M_o}{b t^2}$$

$$\theta \cdot l = \frac{3 M_o l}{b t^3 \cdot G}$$

(Şekil — 49 a) ya bu iki denklem doğrudan doğruya tatbik edilirler.

Köşebent ve T şeklindeki profillerde formüller şu şekle girerler :

$$\tau_{\max} = \frac{3 M_o}{b_1 t_1^2 + b_2 t_2^2}$$

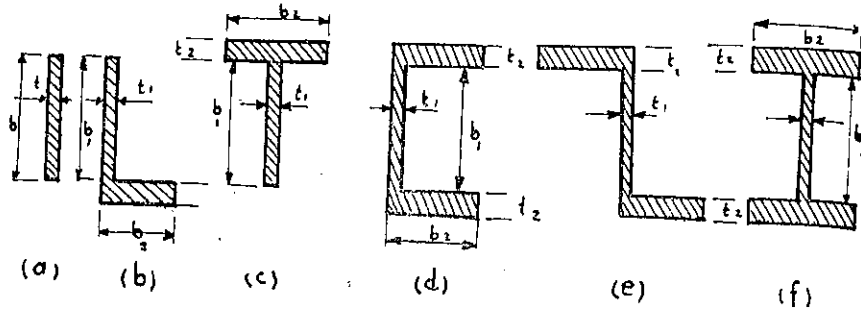
$$\theta \cdot l = \frac{3 M_o l}{b_1 t_1^3 + b_2 t_2^3}$$

Z, U ve dubl T şeklindeki profillerde ise formüller şu şekle girerler:

$$\tau_{\max} = \frac{3 M_o}{b_1 t_1^2 + 2 b_2 t_2^2}$$

$$\theta \cdot l = \frac{3 M_o l}{b_1 t_1^3 + 2 b_2 t_2^3}$$

Bu formüllerden görülür ki bu kesitler dik dörtgen levhalardan ibaret gibi kabul edilir. Saçların merkez hatları boyu profilin boyu gibi kabul edilir. Burada kesitin torsiyon rijitliğinin zımnen elemanların rijitlikleri toplamına eşit olduğu kabul edilmiştir.



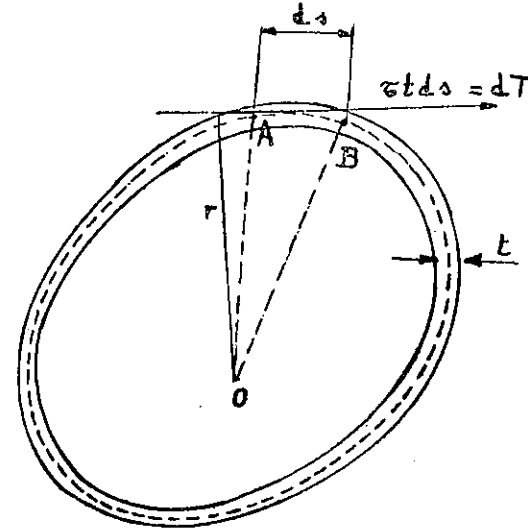
Şek. - 49

7. — İç bölmesiz kessonlarda torsiyondan ileri gelen kayma gerilmeleri:

Yukarıda söylediğimiz gibi tayyare imalinde kullanılan kaplamanın kalınlığının gayet az olması ve kesit boyutları onünde bu kalınlık ancak % bir kaç raddesinde olması, büyük torsiyon momentleri altında kaplama üzerinde büyük kayma gerilmelerinin meydana gelmesini intaç eder. Gerek kanatların ve gerekse gövdenin içi boş bir boru veya kutu şeklinde imal olunmasına biz kesson inşaat şekli diyeceğiz. Böyle bir kessonun torsiyon momentine maruz kalması halinde ne şekilde mukavemet edeceğini etüd edelim. Borudan keyfi bir kesit nazarı itibara alalım. Borunun kalınlığını (t) ile gösterelim. (Şekil — 50)

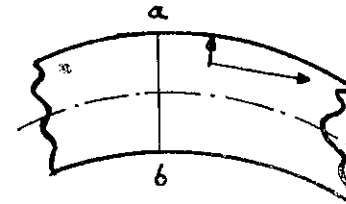
Bu kalınlık kesit çerçevesi boyunca değişken olabilir. Böyle bir kessonun torsiyon momenti tesiri altında kesitinde yalnız kayma gerilmelerinin meydana geleceği denge denklemlerinden görülebilir. Bundan sonra kayma gerilmesinin, kaplamanın (t) kalınlığı ile çarpımına (Kayma Gerilmesi Akısı) diyeceğiz. Buda birim boydaki kaplamadaki kesme kuvveti demektir. Kayma gerilmesi akısını (f) harfi ile işaretliyeceğiz. Kayma gerilmesi akısının yönünü de gerilme yönü ile yönlendireceğiz. Şekil 51 de görüldüğü gibi kaplamanın her hangi bir noktasındaki kayma gerilmesini birisi kaplama eksenine paralel ve birisi de kaplama mihverine dik olarak iki bileşne ayrıldığını kabul edelim. Eksenden itibaren kenarlara gidildiği takdirde kenarlardaki kayma gerilmeleri membran analogisi teorisine göre kenarlara paralel olacağından eksene dik kayma gerilmeleri kenarlarda bulunmayacaktır. Kalınlık gayet az olduğundan

bir kenardan diğer kenara giderken işaret değiştiren bu eksene dik kayma gerilmesi bileşini bütün kalınlık boyunca sıfır olarak kabul edilecek,



Şek. - 50

bundan başka bütün kalınlık boyunca kayma gerilmesinin sabit olduğu ve bunun değerinde eksen üzerindeki değerden ibaret olduğu kabul edilecektir. Bu kayma gerilmesi ortalama eğrinin o noktasındaki teget yönünde bulunacaktır.



Şek. - 51

Bu esaslardan sonra kapalı bir kessonda torsiyon halinde kayma gerilmesi akısının yani;

$$f = \tau \cdot t$$

olduğunu izah edeceğiz. Filhakika kessonun moment eksenine dik iki kesitini nazarı itibara alalım.

Birbirine yakın olan bu kesitlerin arasındaki uzaklık h olsun. Kessonun generatris boyunca kalınlığının sabit olduğunu kabul edelim. (Şek. — 52)

8. — Birim torsiyon Açısının Hesabı :

Torsiyon eksenine dik kesit içinde distorsiyon meydana gelmediğinden ve kesit kendisine benzer olarak torsiyon eksenini etrafında döndüğünden kesit içindeki bütün noktaların dönme açıları aynı olur. Birbirine dx uzaklığında iki kesit nazarı itibara alalım. Kesitlerden birisindeki bir noktanın diğer kesite nazaran torsiyon dolayısıyla olan relatif deplasmanını dc ile gösterelim :

$$\tau = G \cdot \frac{dc}{dx}$$

olacağı aşikârdır. (Şek — 53)

$$dc = \rho \cdot d\alpha$$

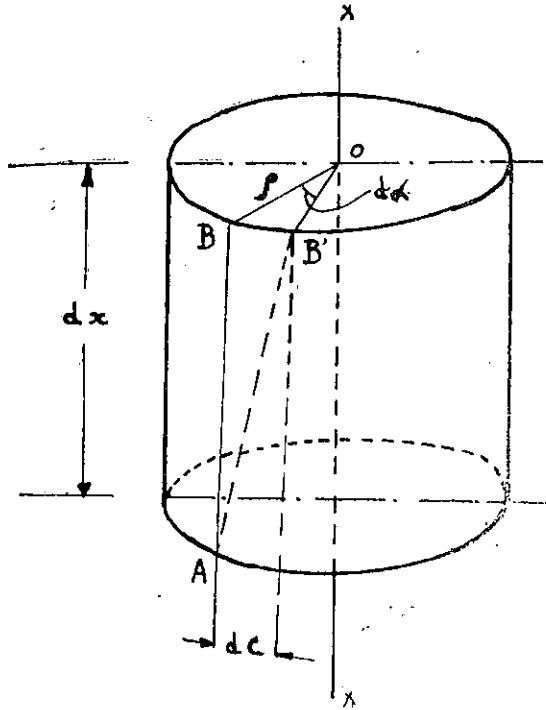
olduğundan yukarıdaki denklem

$$\tau = G \cdot \frac{d\alpha}{dx} \cdot \rho$$

şeklindedir. Buradan

$$\tau t \frac{ds}{t} = G \cdot \frac{d\alpha}{dx} \cdot \rho ds$$

elde edilir.



Şek. — 53

$\frac{d\alpha}{dx}$ ise birim boydaki kessonun torsiyon açısı olduğundan θ ile gösterirsek ve kesit için sabit olduğu nazarı itibara alınırsa ve tek mil kesit boyunca integrasyon yapılırsa

$$\tau t \int_{\Omega} \frac{ds}{t} = G\theta \int \rho ds = 2 F_0 G \theta$$

elde edilir. Buradan

$$\theta = \frac{\tau t \int_{\Omega} \frac{ds}{t}}{2 G F_0}$$

bulunur. (13) denkleminde τt nin kıymeti gözönünde tutularak

$$\theta = \frac{M_0}{4 G F_0^2} \int_{\Omega} \frac{ds}{t} \quad (14)$$

(ikinci Bredt Formülü elde edilir.

$$\int_{\Omega} \frac{ds}{t} = \frac{1}{J_0}$$

ile gösterirsek

$$\theta = \frac{M_0}{G J_0}$$

şeklindedir ne yukarıki denklem gösterilebilir.

9. — İç bölmeli kessonlarda torsiyon :

Tek boru şeklindeki kesson inşaata kok gövdelerde rastlanır. Tek lonjeronlu ve meselâ lonjeronun ön kısmı çalışan kaplamalı kanatlarda tek devreli kesson inşaata nazarı itibara alınabilir. Kanatlar genel olarak çok lonjeronlu olduklarından ve lonjeron gövdeleri de kesson içinde, iç bölmeleri teşkil ettiklerinden böyle bir sistem yukarıda meşgul olduğumuz sisteme benzemez.

Bu maddede iç bölmeli bir kessonun torsiyonile meşgul olacağız. İç bölmeler dış kaplamanın birbirinden farklı iki noktasını birbirine birleştirerek elde edilir. (Şekil — 54) üzerinde böyle iç bölmeli bir kesson görünmektedir. Dış kaplama üzerinde bulunan A ve A' ile B ve B' noktalarının birleştirilmesi ile iki iç bölmeli bir kesson meydana gelmiştir.

8. — Birim torsiyon Açısının Hesabı :

Torsiyon eksenine dik kesit içinde distorsiyon meydana gelmeden ve kesit kendisine benzer olarak torsiyon eksenini etrafında döndürülenden kesit içindeki bütün noktaların dönme açıları aynı olur. Birine dx uzaklığında iki kesit nazarı itibara alalım. Kesitlerden birindeki bir noktanın diğer kesite nazaran torsiyon dolayısıyla olan deplasmanını dc ile gösterelim :

$$\tau = G \cdot \frac{dc}{dx}$$

olacağı âşikârdır. (Şek — 53)

$$dc = \rho \cdot d\alpha$$

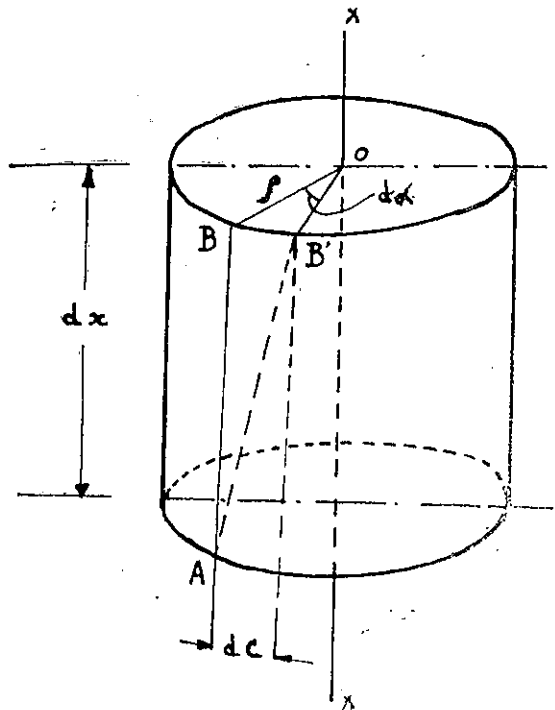
olduğundan yukarıdaki denklem

$$\tau = G \cdot \frac{d\alpha}{dx} \cdot \rho$$

şeklindedir. Buradan

$$\tau t \frac{ds}{t} = G \cdot \frac{d\alpha}{dx} \cdot \rho ds$$

elde edilir



Şek. — 53

İki birim boydaki kessonun torsiyon açısı olduğundan θ ile gösterilebilir ve kesit için sabit olduğu nazarı itibara alınır ve tek mil kesit için birim boydaki kessonun torsiyon açısı θ olarak alınır. Kesitler arasında sadece integrasyon yapılırsa

$$\tau t \int_{\Omega} \frac{ds}{t} = G \theta \int \rho ds = 2 F_0 G \theta$$

elde edilir. Buradan

$$\theta = \frac{\tau t \int_{\Omega} \frac{ds}{t}}{2 G F_0}$$

Şimdi (13) denkleminde τt nin kıymeti gözönünde tutularak

$$\theta = \frac{M_0}{4 G F_0^2} \int_{\Omega} \frac{ds}{t} \tag{14}$$

(ikinci Bredt Formülü elde edilir.

$$\int_{\Omega} \frac{ds}{t} = \frac{1}{J_0}$$

gösterirsek

$$\theta = \frac{M_0}{G J_0}$$

Şimdi ne yukarıki denklem gösterilebilir.

9. — İç bölmeli kessonlarda torsiyon :

Tek boru şeklindeki kesson inşaatta kok gövdelerde rastlanır. Tek bölmeli ve meselâ lonjörünün ön kısmı çalışan kaplamalı kanatlarda iç bölmeli kesson inşaat olarak nazarı itibara alınabilir. Kanatlar genellikle çok lonjörönü olduklarından ve lonjörön gövdeleri de kesson gövdesinde, iç bölmeleri teşkil ettiklerinden böyle bir sistem yukarıda meşgul olduğumuz sisteme benzemez.

Bu maddede iç bölmeli bir kessonun torsiyonile meşgul olacağız. İç bölmeler dış kaplamanın birbirinden farklı iki noktasını birbirine birleştirerek elde edilir. (Şekil — 54) üzerinde böyle iç bölmeli bir kesson görülmektedir. Dış kaplama üzerinde bulunan A ve A' ile B ve B' noktalarının birleştirilmesi ile iki iç bölmeli bir kesson meydana gelmiştir.

Neticede: Her bir devrenin dış çevre kısımlarındaki sabit kayma gerilmeleri akıları, sabit olup birbirine eşittir sonucuna varılır.

Buraya kadar sabit kayma gerilmeleri akılarının değerlerinden belli miktarlar gibi bahsettik. Mütemediyet prensibi denklemlerinde iç bölmelerdeki kayma gerilmeleri akılarının munzam bilinmiyen olmadığı görülür. Filhakika $\bar{f}_1 = f_1 - f_2$ olduğu (15) denkleminde görülmektedir. Şu halde iç bölmeli bir kessonda devre sayısı kadar bilinmiyen dış çevre kayma gerilmesi akısı vardır. Kayma gerilmeleri akılarının değerlerini bulmak için evvelâ kesit içindeki bir noktaya nazaran moment alalım.

$$M_0 = f_1 \int_{AO}^{A'} \rho ds + f_2 \left[\int_{A'}^{B'} \rho ds + \int_B^A \rho ds \right] + f_3 \int_{B'O'}^B \rho ds + (f_1 - f_2) \int_{A'}^A \rho ds + (f_2 - f_3) \int_{B'}^B \rho ds$$

$$= f_1 \int_{AOA'} \rho ds + f_2 \int_{A'B'BAA'} \rho ds + f_3 \int_{B'O'BB'} \rho ds$$

$$M_0 = 2 \Sigma f_2 \cdot F_2. \quad (16)$$

elde edilir.

Şimdi kesitin torsiyon esnasında kendisine benzer kaldığını kabul ederek yalnız torsiyon eksenini etrafında döndüğü kabul edilirse, devreleri birbirinden müstakil farzederek her birinin birim torsiyon açısını hesap edelim. Bu birim boyların birim torsiyon açıları birbirine eşit olması icap eder ki buda deformasyon şartıdır. Deformasyon şartının

$$\tau t \cdot \frac{ds}{t} = G \cdot \theta \cdot \rho ds$$

dan ibaret olduğu yukarıdan biliyoruz.

Bu denklemi her bir devreye ayrı ayrı tatbik edelim. Bu devrelerin muhtelif kısımlarında $\frac{ds}{t}$ miktarının integrallerini a ile gösterelim. İç bölmelerdeki değerlerin \bar{a} ile göstereyim. Hangi devreye ait olduğunu da altına koyduğumuz sayı ile işaretliyelim. Üç devreli bir kessonda:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{F_1} [f_1 a_1 + (f_1 - f_2) \bar{a}_1] &= 2 G \theta \\ \frac{1}{F_2} [-(f_1 - f_2) \bar{a}_1 + f_2 a_2 + (f_2 - f_3) \bar{a}_2] &= 2 G \theta \\ \frac{1}{F_3} [f_3 a_3 - (f_3 - f_2) \bar{a}_2] &= 2 G \theta \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Bilinmiyen θ açısı bu üç denklem arasında ifna edilirse üç bilinmiyen arasında iki denklem elde edilir. (16) moment denklemi de nazarı itibara alınarak üç bilinmiyen arasında üç denklem bulunur ki, bu denklemler yardımı ile f_1, f_2, f_3 kayma gerilmeleri akıları hesap edilir.

10. — İç bölmeli kessonlarda torsiyon açısının hesabı.

(17) denklemlerinin taraf tarafa toplanması ile

$$\Sigma (f_i a_i) = 2 G (\bar{a}_1 + F_2 + F_3) \theta$$

elde edilir.

$$F_1 + F_2 + F_3 = F_0$$

ile gösterilirse buradan

$$\Sigma (f_i a_i) = 2 G \theta F_0$$

$$\theta = \frac{\Sigma f_i a_i}{2 G \cdot F_0} \quad (18)$$

elde edilir.

Birim torsiyon açısı ifadesinde dış çevre kayma gerilmeleri akısı nazarı itibara alınacaktır. İç çevre akıları nazarı itibara alınmayacaktır. Akıların değerleri 17 denklemleri vasıtasile bulunan değerlerdir.

BÖLÜM XIII

Kombine yükler altında boruların kırılması.

1. Kombine mukavemet hallerinde boruların kırılması:

Baskı, Torsiyon, ve eğilme gibi basit mukavemet hallerinin bir kaçının birden aynı eleman üzerinde hasıl olmasına kombine mukavemet hali diyeceğiz.

Tayyare elemanları genel olarak boru şeklinde imal edilmiş olduklarından biz burada yalnız boruların kombine mukavemet halinde kırılmalarından bahs edeceğiz.

Elemanlar üzerinde muhtelif kombine mukavemet hallerinin meydana geleceği yukarıdaki basit mukavemet hallerinin münasip şekilde kombinasyonu ile görülebilir. İşte bütün bu kombine mukavemet hallerine kabili tatbik genel bir teori yoktur.

Biz burada (Shanley) tarafından teklif edilen ve gerilmeler oranı metodu denilen takribi yeni ve pratik bir metodu izah edeceğiz ki elde edilen neticeler hakikaten pratikte kâfidir.

Verilen yük şartları içinde, elemanda meydana gelen kombine mukavemetlerde, caiz gerilmenin kesirlerine tekabül eden, boyutsuz katsayılar, gerilmeler oranından ibaret olur.

Basit mukavemet halinde gerilmeler oranını:

$$R = \frac{\sigma}{\Sigma} \quad (1)$$

ile gösterebiliriz.

Burada σ , nazarı itibara alınan mukavemet halinde yani verilen yük altında parça üzerinde hasıl olan efektif gerilmedir. Σ ise caiz gerilmedir.

Burada görülüyorki, gerilme oranı bize, verilen yük şartları içinde parçanın, caiz gerilmenin % kaçını ile yüklendiğini göstermektedir. ve R katsayısı boyutsuzdur.

Yine basit mukavemet halinde emniyet payı olarak

$$E_p = \frac{1}{R} - 1 \quad (2)$$

değerini tarif edeceğiz. Görülüyorki parça daha ne kadar gerilme ile yüklenmiş ki kırılma hasıl olsun. Emniyet payı işte bu değeri göstermektedir.

Shanley kombine mukavemet halinde parçanın kırılması şartı olarak şu genel bağlantıyı vermektedir:

$$R_1^x + R_2^y + R_3^z + \dots = 1 \quad (3)$$

Burada R_1, R_2, R_3, \dots gerilme oranları, basit baskı eğilme ve torsiyon hallerindeki gerilme oranlarından ibarettir. x, y, z, \dots de müteakiben nazarı itibara alınan kombine mukavemet halindeki bu değerlerin birbirine bağlılığını gösterir.

(3) denkleminde kombine mukavemet halinde, denklemden terimlerin toplamı 1 veya birden büyük olduğu zaman parça üzerinde kırılma meydana geleceğini gösterir.

Yük oranı olarak da

$$R = \frac{P}{P_c}$$

değerini tarif edeceğiz. Burada P efektif yük ve P_c ise caiz yüküdür. Bazı hallerde gerilme oranı yerine yük oranı kullanılabilir.

2. — Kombine Baskı ve Eğilme Yükü Hali:

Boru'arda baskı ve eğilme kombine yükü halinde baskı gerilmesi bütün kesit içinde üniform olup buna mukabil kesit içindeki eğilme gerilmesi üniform değildir.

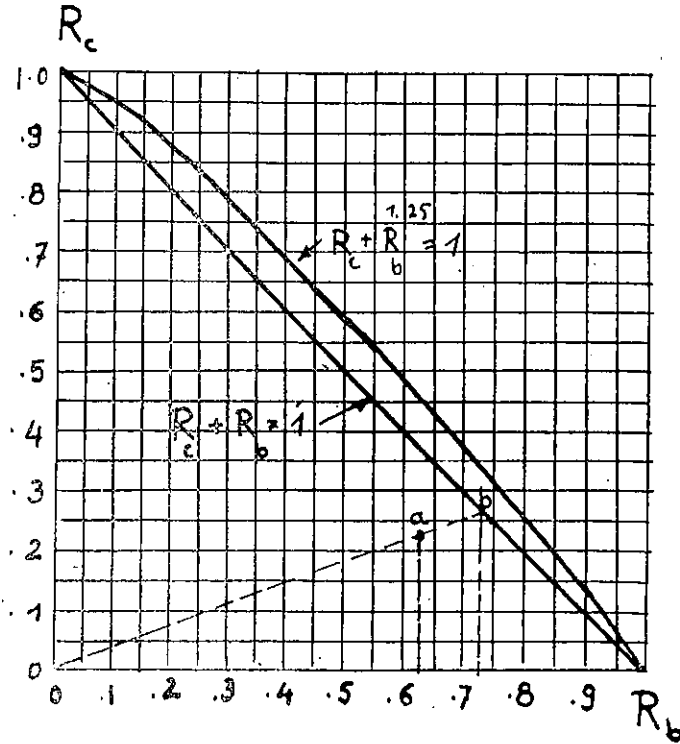
Aşağıdaki gerilme oranı denkleminde biraz ihtiyatlı isede yalnız borular halinde kullanılabilir. Her ne kadar yapılan deney neticeleri eğilme oranı için 1 den büyük üssün kullanılabileceğini göstermişse de bu üssün bir olarak alınmasında pek mahzur yoktur.

$$R_a + R_b = 1 \quad (4)$$

Bu denklem şu şekilde yazılabilir:

$$\frac{\sigma_a}{\Sigma_a} + \frac{\sigma_b}{\Sigma_b} = 1$$

Burada σ_b verilen yük altında parçada meydana gelen maksimum eğilme gerilmesi, Σ_b eğilme caiz gerilmesi, σ_c üniform baskı gerilmesi, Σ_c de caiz baskı gerilmesidir. Şekil—56 üzerinde (4) denkleminin gösterdiği grafikte $R_c + R_b = 1$ bağıntısının grafiği görünmektedir. Görülüyor ki bu iki eğri birbirine oldukça yakındır. Tecrübe neticeleri ikinci eğriyi tahkik ederlensede yukarıda söylediğimiz gibi daha ihtiyatlı olan (1) eğrisinin kullanılması daha muvafıktır.



Şek. 56

Şimdi verilen yük şartları içinde parçada meydana gelen caiz gerilme oranını teşkil edelim. Bu takdirde (Şekil—56) daki (R_c, R_b) düzlemi içinde bir a noktası elde edilecektir. Bu a noktası eksenlerle eğrinin teşkil ettiği üçgenin dışında veya eğri üzerinde bulunması halinde parçada kırılma meydana gelecektir. a noktası şekilde olduğu gibi üçgenin içinde bulunması halinde parçada kırılma hasil olmayacaktır.

a noktasının koordinatlarını (R'_c, R'_b) ile gösterirsek ve oa doğrusunu eğriyi b noktasında kesinceye kadar uzatır ve b noktasının koordinatlarında (R_c, R_b) dersek üçgenlerin benzerliğinden

$$\frac{R'_c}{R_c} = \frac{R'_b}{R_b} = \frac{R'_c + R'_b}{R_c + R_b} = m$$

elde edilir. $R_c + R_b = 1$ olduğundan

$$R'_c + R'_b = m \text{ elde edilir.}$$

E_p emniyet payıda

$$E_p = \frac{1}{R'_c + R'_b} - 1$$

olduğundan buradan

$$E_p = \frac{1}{m} - 1 \quad (5)$$

3. — Emniyet Payının Genel Tanımı:

İki basit mukavemet halinin kombinasyonu ile meydana gelen bir mukavemet hali nazarı itibara alalım. Bu halde kırılmaya tekabül eden gerilme oranlarını R_1 ve R_2 ile gösterelim. Bu oranlar birbirine şu genel münasebetle bağlı olsunlar.

$$R_1^x + R_2^y = 1 \quad (6)$$

R_1 ve R_2 düzlemi içinde bu bağlantıyı grafik olarak gösterelim. Ve Şek. — 57 de görülen grafikte edilsin. Bu grafikte eksenler arasında kalan alandaki bir noktada kırılma tehlikesi yoktur. Eğri üzerinde veya eğrinin dışında bulunan noktalarda parça kırılır.

Şimdi şekilde görüldüğü gibi koordinatları R'_1 ve R'_2 olan bir a noktasını nazarı itibara alalım. a noktasını o noktası ile birleştirerek oa doğrusunu uzatalım. Eğriyi b noktasında kesin. Bu noktanın koordinatları R_1 ve R_2 olsun. $oa = R'$ ve $ob = R$ olsun. Şekildeki dik üçgenlerin benzerliğinden

$$\frac{R'_1}{R_1} = \frac{R'_2}{R_2} = \frac{R'}{R} = m \quad (7)$$

olsun. Şekilden görülür ki parçanın kırılması için daha \overline{ab} doğru parçası kadar emniyet vardır. Emniyet payını:

$$E_p = \frac{\overline{ab}}{\overline{oa}}$$

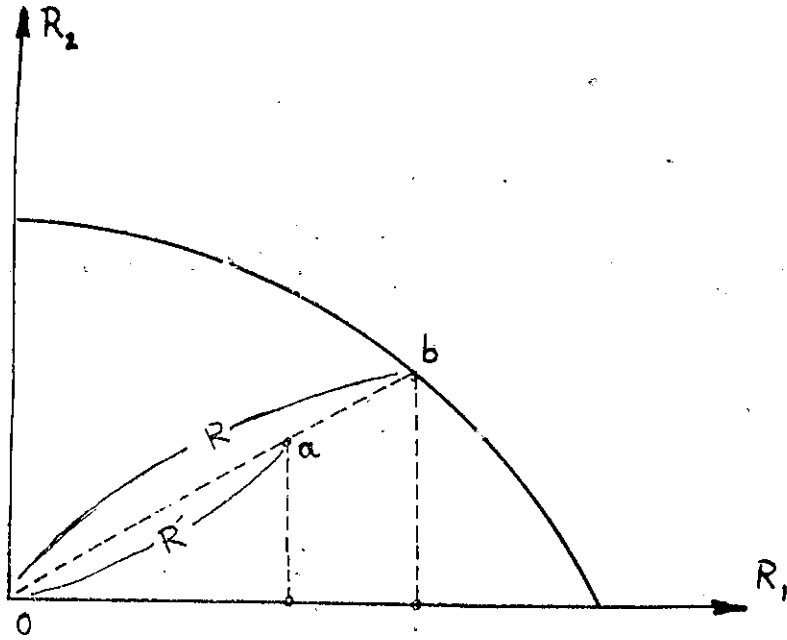
olarak tarif edeceğiz. Buradan

$$E_p = \frac{R-R'}{R'} = \frac{R}{R'} - 1 = \frac{1}{m} - 1 \quad (8)$$

elde edilir. (7) bağıntısından elde edilen R_1 ve R_2 değerleri (6) denkleminde yerine konularak

$$\frac{R_1^x}{m^x} + \frac{R_2^y}{m^y} = 1$$

bulunur. Bu denlemden (m) nin değeri bulunur. m nin bulunan bu değeri ile (8) bağıntısı vasıtasile Emniyet payı hesap edilir.



Şek. 57

Daha genel olarak üç basit mukavemet halinden meydana gelen kombine bir mukavemet halinde gerilme oranları birbirine şu şekilde bağlı olsunlar.

$$R_1^x + R_2^y + R_3^z = 1 \quad (9)$$

Böyle bir bağıntı halindeki emniyet payını hesap etmek için şu şekilde hareket ederiz:

$$\frac{R_1'}{R_1} = \frac{R_2'}{R_2} = m \quad (10)$$

olsun. Bu gerilme oranlarından birisini ve meselâ R_2 çıkarılarak sıfır ile maksimum değer olan 1 kıymeti arasında değerini tesbit edelim. R_2 çün bu değeri (9) denkleminde yerine konursa

$$R_1^x + R_2^y = (1 - R_3^z) = K \quad (11)$$

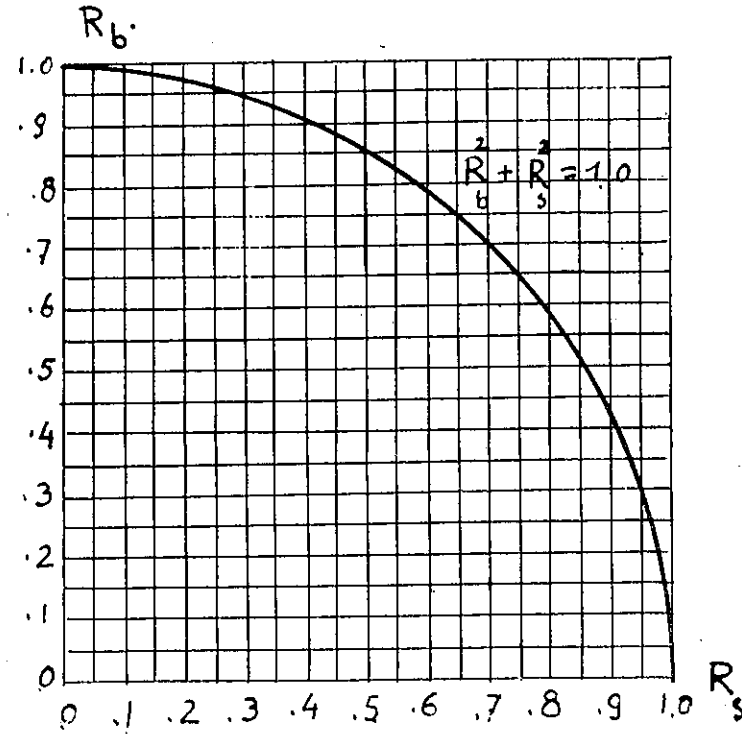
olur. Bu takdirde (10) de elde edilen R_1 ve R_2 nin değerleri (11) de yerine konursa m için R_1 , R_2 ve R_3 bağılı olarak bir değer bulunur ve

$$E_p = \frac{1}{m} - 1$$

denkleminde Emniyet payı hesap edilir.

4. — Kombine Eğilme ve Torsiyon:

Boruların kombine eğilme ve torsiyonu halinde kırılması problemi, tayyare imalinde en fazla rastlanan kombine yük halinden ibarettir.



Şekil - 58

ünde bulu-

tesiri:

için aynı
in bulun-
e hadde-
malzeme-

ayesinde
nuşdurki,
takviye-
kardaki

birim u-
rilmeler
uzanma
uzan-
1) for-

de en
ahede
ydana
gös-
bun-
erine

den

2)

1)
ve
1-

BÖLÜM — XIV

Burulmasız eğilmede kayma gerilmeleri ve kapalı kesitlerde kayma gerilmesi akısı

1 — Bir çok hallerde eğilen kirişlerde eğilme ile beraber torsiyonun meydana gelmemesi için dış kuvvetlerin kesitin hangi noktasına tatbik edilmesi icap ettiğini bilmiye ihtiyaç vardır. Bu bahiste açık kesitli kirişlerin eğilmesi ile beraber iç bölmeli veya bölmesiz kessonların eğilmesi meşgul olunacak, ve kesitlerde meydana gelen eğilmeden ileri gelen kayma gerilmeleri akılarının tayini ile uğraşılacaktır. Problemin çözümü hiç olmazsa nazari olduğu gösterilecektir. Son kısımlarda kapalı kesitlerde genel olarak kayma gerilmesi akısı ile meşgul olunacaktır.

2. — Makaslama merkezi:

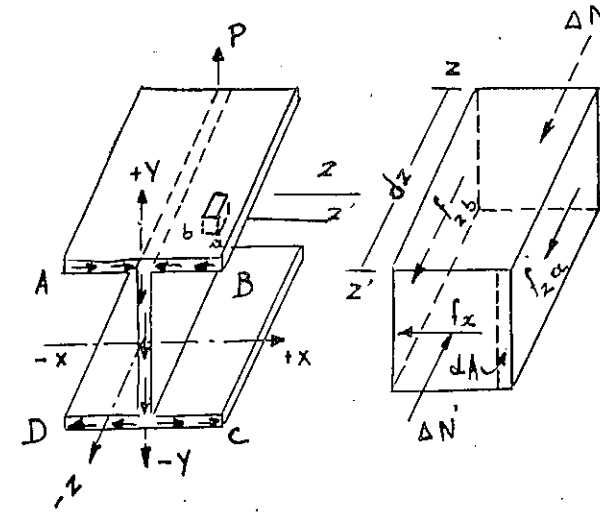
Bir kiriş dış kuvvetler altında burulma yapmadan eğilme yaparsa, dik kesit üzerinde kayma gerilmeleri hasil olduğu malumdur. Bu kayma gerilmelerinden ileri gelen kesme kuvvetinin santroidine bu hususi kesitin makaslama merkezi denir.

Kirişin burulma yapmadan eğilme yapması için dış kuvvetler bileşkesinin kesitin makaslama merkezinden geçmesi lâzımdır. Böylece eğer makaslama merkezi biliniyorsa dış kuvvetler tesirini birisi yalnız eğilmeyi intaç eden ve diğeri de yalnız torsiyonu intaç eden sistem olarak, iki sistem halinde gösterebiliriz.

3. — Prizmatik kirişlerde eğilmeden ileri gelen kayma gerilmeleri:

Yukarıda lojörönlarin eğilmesinde, eğilmeden ileri gelen kayma gerilmelerinin ifadesini vermiş idik. Burada aynı münasebetin ikinci bir bulunuş şeklini izah edeceğiz. (Şekil 60) üzerinde ABCD kesitinde ankastre ve bir P dış yükü ile yüklü sabit kesitli bir kiriş görünmektedir.

Kiriş bu P yükü altında torsiyon yapmada yalnız eğilme yapar. Koordinat eksenlerinin yöleri şekil üzerinde gösterilmiştir. Şekilde üst



Şek. 60

tabandan alınmış elemanter bir parça gösterilmektedir. Bu P dış yükü altında üst tabanın baskıya maruz kalacağı aşikârdır. ΔN' kuvveti z' kesitinde elemanter parça üzerine tesir eden toplam baskı kuvveti olsun. ΔN kuvveti ise z kesitindeki baskı kuvveti olsun. z' kesitindeki eğilme momenti z kesitindekinden daha fazla olduğundan ΔN' kuvveti ΔN kuvvetinden büyük olacağı görülür. Bu elemanter parça üzerine tesir eden ve z yönünde bulunan diğer kuvvetler ise şunlardır: a ve b yan kesit yüzlerine tesir eden ve z yönündeki kesme kuvvetleri bunları da f_xb ve f_xa ile gösterelim. z yönündeki kuvvetlerin dengesi için Σ F_x = 0 olduğundan

$$-f_{xb} dz + f_{xa} dz + (\Delta N' - \Delta N) = 0$$

$$f_{xb} = f_{xa} + \frac{\Delta N' - \Delta N}{dz}$$

$$\Delta N' - \Delta N = \frac{M' - M}{I_x} \int_a^b y \cdot dA$$

oldüğundan bu deger yerine konarsa

$$f_{zb} = f_{za} + \frac{dM}{dz} \cdot \frac{1}{I_x} \int_a^b y \cdot dA$$

olur. $\frac{dM}{dz} = T$ olup buda y-y eksen yönündeki dış kesme kuvveti olduğundan böylece

$$f_{zb} = f_{za} + \frac{T}{I_x} \int_a^b y \cdot dA \quad (1)$$

elde edilir.

Elementer mekanikten bilinir ki bir noktada birbirine dik düzlemler içindeki kayma gerilmeleri birbirine eşit ve dik olduklarından böylece kesitin b noktasında

$$-f_{zb} = -f_{xb}$$

elde edilir. Buradan her hangi bir nokta için

$$f_z = f_x \quad (2)$$

yazılır.

Şekil — 60 deki kirişin gövdesi üzerinde ise aynı düşüncelerle.

$$f_z = f_y$$

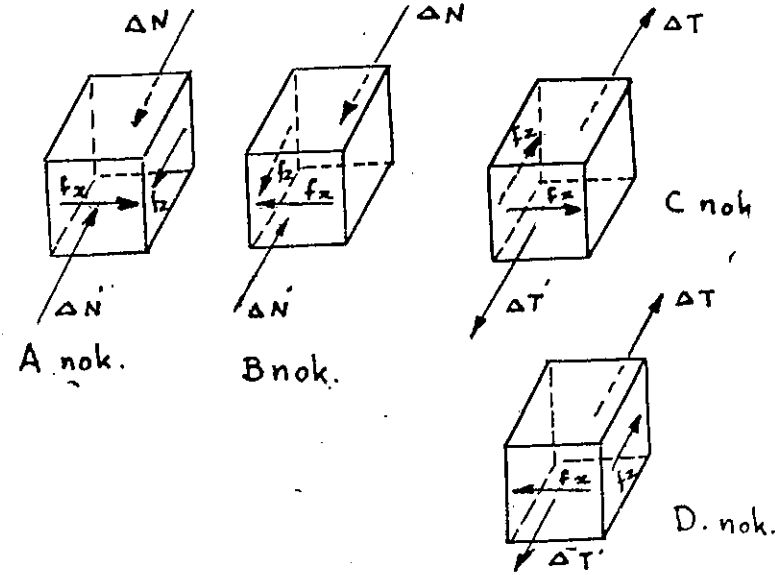
olur.

Görülüyorki oldukça ince farzettiğimiz üst tabanda kalınlık boyunca bu suretle kayma gerilmesini sabit farzetmiş oluyoruz. Ve kayma gerilmesinin taban üzerinde kalınlık yönünde bileşeni olmadığını kabul ediyoruz. Kayma gerilmesi ile t kalınlığının çarpımına torsiyon halinde olduğu gibi kayma gerilmesi akısı diyeceğiz. Şu halde t kalınlığında olan bir tabanda, birim boyda meydana gelen kesme kuvveti bu noktadaki kayma gerilmesi akısından ibaret olur.

4. — Kesit içinde meydana gelen kayma gerilmesi akısının yönü:

Kesit içinde bir noktada kayma gerilmesi akısı hesap edilmiş olduğundan, bunun yönünü bulmak için bu noktada elementer bir küb kesilerek, bunun dengesi gözönünde tutulunca, kayma gerilmesi akısının yönü kolayca tesbit edilebilir. Şekil — 60 üzerindeki kirişin A, B, C, D

noktasındaki f_x ve f_y kayma gerilmeleri akılarının yönleri (Şekil—61) üzerinde gösterilmiştir. f_x kayma gerilmeleri akılarının yönleri (1) denklemi ile bulunur.



Şekil - 61

Verilen yük şartları içinde elementer küb üzerine tesis eden $\Delta N'$ ve $\Delta T'$ baskı veya çekme kuvvetleri ΔN ve ΔT baskı ve çekme kuvvetlerinden büyük oldukları aşikârdır. Bu küb'ün dengesi için f_x ve f_y kayma gerilmeleri akıları şekilde görüldüğü gibi tesir etmelidirler. Ve böylece şekil—60 üzerindeki kirişin kayma gerilmeleri akılarının yönleri bulunur.

Genel olarak bir noktadaki kayma gerilmesi akısının yönü bulduktan sonra akı sürekli olarak aynı yönü (1) denklemi ile işaret değişinceye kadar muhafaza eder. Kayma gerilmeleri akılarının yönlerini tayin etmek için aşağıdaki şu genel kaideler tatbik edilirler.

X—X eksenine nazaran eğilme vaki olduğu zaman

$$f = \frac{T_y}{I_n} \int y \, dA \quad (3)$$

şeklinde, ve Y—Y eksenine nazaran eğilme vaki olduğu zaman

$$f = \frac{T_x}{I_y} \int x \, dA \quad (4)$$

şeklinde kayma gerilmeleri akıları denklemlerini yazalım. Burada

T_y yukarı doğru olduğu zaman pozitiftir:

T_x sağa doğru olduğu zaman pozitiftir.

stünde bulu-

a tesiri:

i için aynı
çin bulun-
se hadde-
malzeme-

ayesinde
uşdurki,
takviye-
kardaki

irim u-
ilmeler
zanma
uzan-
) for-

e en
tede
ana
ös-
un-
ne

y, x ekseninden yukarı ölçüldüğü zaman pozitifdir;
x, y ekseninden sağa doğru ölçüldüğü zaman pozitifdir.

(3) ve (4) bağıntılarındaki integraller saat ibreleri yönünde ya da saat ibreleri yönünde ya da saat ibreleri yönünde ya da saat ibreleri yönünde yapılır. Ve bundan dolayı da saat ibreleri yönündeki kayma gerilmeleri akılları da pozitif olur.

5. — Açık kesitlerin makaslama merkezleri:

Korniyer, U, I ve saire gibi bir simetri eksenini haiz açık kesitlerin makaslama merkezini şu şekilde buluruz. Bu profillerin gövdeleri veya tabanları üzerinde bir noktada kayma gerilmesi akısı belli olunca aynı kısım üzerinde diğer bir noktadaki kayma gerilmesi akısı:

$$f_{xb} = f_{xa} + \int y \, dA \quad (5)$$

formülü ile hesap edilir. ds kayma gerilmesi akısı yönünde olmak üzere profil kısmının ortalama eğrisinin üzerinde alınan kavis parçasından ibaret olmak üzere b noktasındaki elemanter kesme kuvveti f_x ds den ibaret olur. Bunu dT ile gösterelim. dT kuvveti yönünün x—x eksenine yaptığı açığı α ile gösterelim. Şu halde x ve y eksenleri üzerinde düzlem içindeki kuvvetlerin iz düşümleri

$$P_x = \int dT \cdot \cos \alpha = \int f_x \cdot ds \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

$$P_y = \int dT \cdot \sin \alpha = \int f_x \cdot ds \cdot \sin \alpha \quad (7)$$

integraller içindeki f_x yerine (5) bağıntısından alınan değer konularak integrasyonlar yapılır. P_x ve P_y bileşenleri dış kuvvet olan P nin eksenler üzerindeki iz düşümünden ibaret olacağı aşikardır. Şimdi makaslama merkezini bulalım. Elemanter dT kuvvetlerinin bir noktaya nazaran momentini alalım: Meselâ koordinatlar merkezine göre. dT kuvveti üzerine koordinatlar merkezinden inen dikin boyunu ρ ile gösterelim. Şu halde tekil kesit için integrasyon alınırsa:

$$M_x = \int \rho \cdot dT \quad \text{olur.}$$

kesme kuvvetle bileşkesi eğer makaslama merkezinden geçiyorsa, bu moment kesme kuvvetinin yine koordinatlar merkezine nazaran momentinden ibaret olacağından makaslama merkezinin koordinatlar merkezine nazaran uzaklığı (a) ile gösterilirse

$$P \cdot a = \int \rho \cdot dT \quad (9)$$

bulunur. Buradan da (a) bulunur.

6. Gövdelerinde Kayma gerilmesi Akıları sabit olan Lonjörönlere:

Kalın tabanlı ve gövdesi ince bir saç veya kontrplakdan ibaret olan Lonjörönlere kayma gerilmesi akısını veren genel formülü nazaran itibara alalım. Kesme kuvveti taban santroidlerini birleştiren doğruya paralel olsun. Bu yönü y yönü olarak alalım. Buna dik olan yönde x yönü olsun. En yüksek noktada kayma gerilmesi akısı sıfır olacağından her hangi bir noktadaki akı

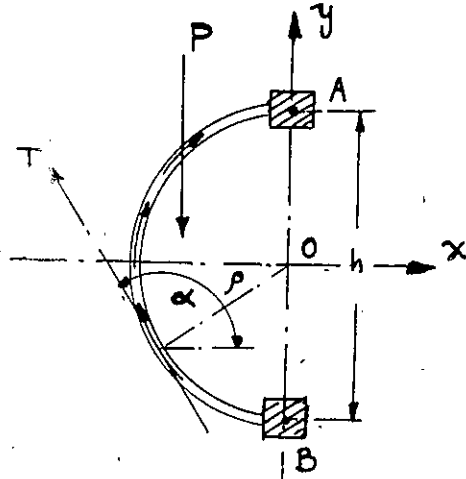
$$f = \frac{T}{Ix} \int y \, dA$$

dir. Hususî olarak nazarı itibara alınan nokta lonjörön gövdesi üzerinde ise pratik olarak integral içindeki değer lonjörön tabanının statik momentinden ibaret olduğundan gövde üzerindeki kayma gerilmesi akısı sabit kabul edilebilir. Esasen x eksenine nazaran eğilme halinde gövde saçının baskı muntakasından flambaj meydana geleceğinden ve bundan dolayı artık gövde saçı daha fazla baskı gerilmesi almıyacağından statik momentin hesabında gövde saçı nazarı itibara alınmaz. Çekme muntakasından ise, her ne kadar bu muntakada saç bir miktar normal çekme gerilmesi alırsada yine gövde saçının statik momente tesiri gerek alanın az olmasından ve gerekse y nin küçük olmasından dolayı pek azdır.

Kontrplak gibi ağaç malzeme ile yapılmış lonjörön gövdelerinde ise kontrplak elyafı normal gerilme yönünde bulunmayacağından ve bunun E elastiklik kat sayısı da düşük olduğundan yine statik momentin hesabında kontrplak kesiti de ihmal edilebilir. Netice olarak gövdesi düz veya eğri saçdan ibaret olup tabanlara nazaran gövdesi pek ince olan lonjörönlere gövde üzerinde kayma gerilmesi akısı sabit farz edilmekle pek büyük hata işlenmez.

7. - Gövdelerinde Sabit Kayma Gerilmesi Akısı bulunan a kesitlerde kesme kuvveti ve makaslama merkezinin tayini:

Şekil-62 üzerinde olduğu gibi dış kuvveti, tabanların santroidinde geçen y eksenine paralel olarak alalım. Gövde üzerinde sabit kayma gerilmesi akısı meydana gelir. Pozitif yön şekil üzerinde işaretlenmiştir.



Şek. 62

Tabanların birbirinden uzaklığı h olsun. Her hangi bir noktadaki kesme kuvveti; $dT = \tau t \cdot ds$ olduğu malumdur. dT nin y eksen üzerindeki iz düşümünü alıp bunların toplamını bulalım:

$$P_x = \int_B^A \tau t \cdot \cos \alpha \cdot ds$$

$$P_y = \int_B^A \tau t \cdot \sin \alpha \cdot ds$$

bu iki integral alınır ve τt nin sabit olduğu göz önünde tutulursa

$$P_x = \tau t \int_B^A \cos \alpha \cdot ds = 0$$

$$P_y = \tau t \int_B^A \sin \alpha \cdot ds = \tau t \cdot h$$

elde edilir.

$$P_x = 0$$

$$P_y = P$$

olduğundan sabit kayma gerilmesi akısı

$$f = \tau t = \frac{P}{h}$$

olur.

(10)

Kesite tesir eden sabit P kesme kuvvetinin bir noktaya nazaran momenti dT kuvvetlerinin aynı noktaya nazaran momentinden ibaret olacağından, moment noktası olarak koordinatlar başlangıç noktası olan O noktası kabul edilirse

$$P \cdot a = \int_{\Omega} \tau t \cdot \rho \cdot ds$$

bulunur. Buradan:

$$P a = \tau t \int_{\Omega} \rho \cdot ds$$

elde edilir.

$\int_{\Omega} \rho \cdot ds$ integrali y eksenini ile gövde arasında kalan alanın iki katı olduğundan bunu F_0 ile gösterelim. Şu halde:

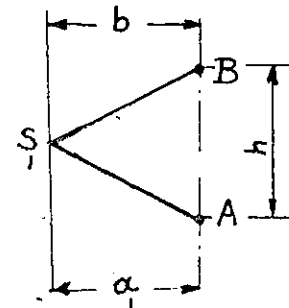
$$P \cdot a_0 = 2 F_0 \cdot \tau t$$

bulunur. Buradan makaslama merkezinin mesafesi

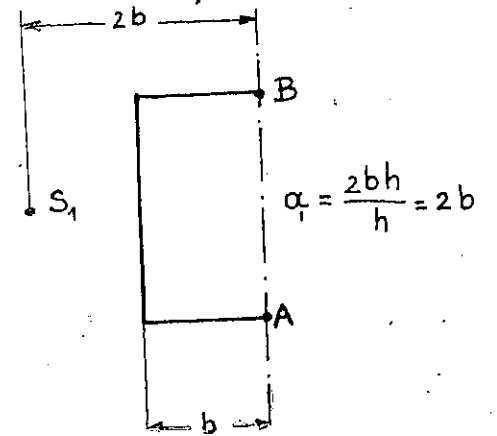
$$a_0 = \frac{2 F_0 \cdot \tau t}{P} = \frac{2 F_0}{h} \quad (11)$$

Profilin bir köşebent şeklinde olması halinde makaslama merkezi şekil — 63 de görüldüğü gibi

$$a_0 = \frac{2 F_0}{h} = \frac{b \cdot h}{h} = b$$



Şek 63



Şek 64

olurki bu da makaslama merkezinin köşenbendin köşe noktasında olduğunu gösterir.

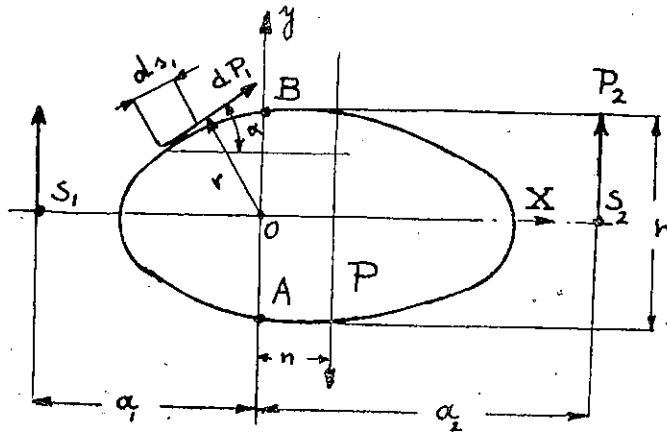
Profilin bir U profili olması halinde (şekil- 64) de olduğu gibi makaslama merkezi

$$a_1 = \frac{2F_0}{h} = \frac{2b \cdot h}{h} = 2b$$

noktasında bulunur.

8. — Sabit Kayma gerilmesi Akılı Kesson:

Kapalı bir kesson nazarı itibara alalım. Eğilme momentine (Şekil- 65) de olduğu gibi iki taban mukavemet etsin. Kesson kaplaması yalnız makaslama gerilmelerini alsın. Bundan evvelki halde olduğu gibi kaplama üzerinde meydana gelen kayma gerilmeleri akılarını sabit farzedelim. Şekilde görüldüğü gibi tabanların sağ ve solunda meydana gelen kayma gerilmeleri akılarını f_1 ve f_2 ile gösterelim. Bu takdirde sağ



Şek. - 65

ve sol kısma tesir eden kesme kuvvetleri :

$$P_1 = f_1 \cdot h$$

$$P_2 = f_2 \cdot h$$

den ibaret olur. Bu kuvvetlerin toplamı kesite tesir eden P kesme kuvvetinden ibaret olacağından:

$$P = (f_1 + f_2) \cdot h \quad (12)$$

bulunur.

$a_1 = \frac{2F_1}{h}$ ve $a_2 = \frac{2F_2}{h}$ olmak üzere koordinatlar mebdesine göre moment

alınırsa ve dış kuvvetin y — y eksenine olan mesafesi n ile gösterilirse

$$P \cdot n = P_2 a_2 - P_1 a_1$$

denklemini elde edilir. Bu son bağıntıda P_1 ve P_2 ile a_1 ve a_2 yerine kayma gerilmesi ve alan cinsinden değerleri kodursa:

$$P \cdot n = 2f_2 F_2 - 2f_1 F_1 \quad (13)$$

bulunur.

(12) ve (13) bağıntıları yardımı ile her iki kısım üzerindeki kayma gerilmeleri hesap edilerek şu değerler elde edilir. $F_1 + F_2 = F$ olmak üzere

$$f_1 = \frac{P}{F} \left(\frac{F_2}{h} - \frac{n}{2} \right) \quad (14)$$

$$f_2 = \frac{P}{F} \left(\frac{F_1}{h} + \frac{n}{2} \right) \quad (15)$$

bulunur.

Kaplaması üzerinde muhtelif kısımlarda sabit kayma gerilmesi akısı meydana gelen bir kessonda tek mil kesitin makaslama merkezini hesap edelim. Yukarıda Torsiyon bahsinde gördük ki kesson kaplaması üzerinde kayma gerilmesi meydana gelince her hangi bir noktadaki birim torsiyon açısı:

$$\tau \cdot \frac{ds}{t} = G \cdot \theta \cdot \rho \cdot ds$$

olduğundan, Kessonun yalnız eğilme yapması halinde θ sıfır olacağından ve dış kuvvetde makaslama merkezinden geçeceğinden saat ibreleri yönünde integrasyon yapılırsa :

$$\int_A^B \tau_1 t_1 \cdot \frac{ds}{t_1} + \int_B^A \tau_2 t_2 \cdot \frac{ds}{t_2} = 0$$

buradan da

$$f_1 \int_A^B \frac{ds}{t_1} - f_2 \int_A^B \frac{ds}{t_2} = 0$$

bulunur

$$f_1 \int_A^B \frac{ds}{t_1} = f_2 \int_A^B \frac{ds}{t_2}$$

$$\int \frac{ds}{t} = R \quad \text{dersek}$$

$$f_1 R_1 = f_2 R_2 \quad (16)$$

elde edilir.

(14) ve (15) denklemlerinden elde edilen kayma gerilmeleri akıları değerleri (16) denkleminde yerine konulursa kessonun yalnız eğilme yapması halinde dış kuvvetin geçmesi icap eden noktayı bu bağıntıdan buluruzki bu suretle (n) hesap edilmiş olur.

9. Kapalı kesitlerde kayma aerilmesi akısı:

Biz bundan sonraki maddelerde sabit veya değişken kesitli, tek veya çok devreli kesson kirişlerde kayma gerilmesi akısı ile meşgul olacağız.

Tayyare inşaatı bakımınban kayma gerilmeleri pek büyük ehemmiyeti haizdir. İleride saçların flambaj bahsinde görüleceği gibi, ince levhaların flambaj kritik gerilmeleri, genel olarak saç kalınlığının karesile orantılı olduğundan ince saçların pek düşük kayma gerilmeleri altında flambaj yaptığı ve bundan dolayı konstrüksiyonun kararlılığı tehlikeye düştüğü görülür. İşte bu sebeptendirki tayyarecilikte kayma gerilmelerine diğer mühendislik branşlardakinden daha fazla önem verilir.

Halen imal edilmekte olan ince saç kaplı tayyarelerde kanat ve gövde esas itibarile tek veya çok devreli kesson bir kirişten ibarettir.

Böyle konstrüksiyonlarda, gerilmelerin hesabında genel olarak kayma gerilmelerinin dağılımını nazarı itibara almak lâzımdır.

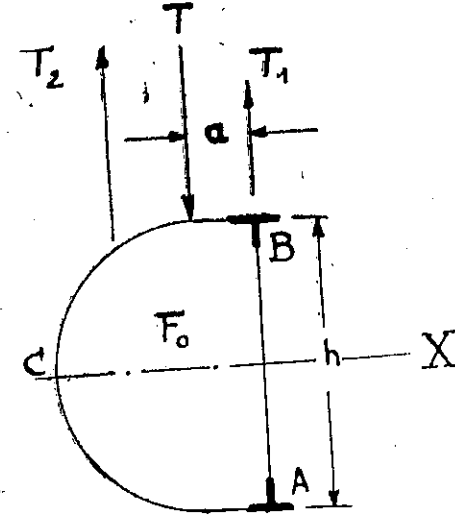
Biz burada çok basit ve elemanter bir şekilde böyle tek veya çok devreli kessonların kayma gerilmesi akısını izah edeceğiz.

10. — İki Flanşlı tek devreli bir kessonda kayma gerilmesi akısı:

Şekil — 66 üzerinde böyle bir kesson görünmektedir. A B kiriş gövde saçının düşey olduğunu ve dış kuvvetinde buna paralel olduğunu kabul edelim. Bu kessonu kanat hücum kenarı ile lonjörün teşkil ettiği bir sistem olarak farz edebiliriz.

Düşey lonjörün gövde saçı ile hücum kenarı normal eğilme gerilmelerini almasın. Bununla eğilme momentine yalnız lonjörün tabanlarının mukavemet ettiğini kabul etmiş oluyoruz. Kesitin normal eğilme gerilmelerine mukavemet edebilmesi için dış kuvvetin lonjörün gövdesine paralel olması lâzımdır. Aksi takdirde, yani, dış kuvvetin meselâ yatay yönde tesir etmesi halinde, tabanların eğilme mukavemeti, atalet momenti çok düşük olduğundan kabili ihmaldir.

Şu noktayıda belirtelim dış kuvvetinin A B gövde düzlemi içinde bulunması da zaruri değildir. Çünkü hücum kenarı ve lonjörün gövde saçından teşekkül eden kesson dış kuvvetten ileri gelen torsiyon momentine mukavemet eder. Madem ki gerek lonjörün gövde saçı ve gerekse hücum kenarı, eğilme normal gerilmesine mukavemetli olmadığından, bu takdirde elemanter Küpün, denge şartı düşünülerek bunların her birinde eğilmeden ileri gelen kayma gerilmesi akısının sabit olacağı aşikârdır. Mamafî sabit olan bu kayma gerilmeleri akıları, açık kesitlerde olduğu gibi doğrudan doğruya bulunmaz, çünkü kayma gerilmesi akısının sıfır olduğu noktalar belli değildir.



Şek. 66

Şekildeki düzlem içindeki kuvvetlerin dengesi için dış ve iç kuvvetlerin x ve y eksenleri üzerindeki iz düşümleri sıfır olmalıdır. Bundan kuvvetlerin şekil düzlemine dik her hangi bir eksene nazaran momentleri toplamı da sıfır etmelidir. Böyle bir kesit de muhtelif elemanlardaki kayma gerilmesi akısını bulmak için üç çözüm şekli vereceğiz.

Çözüm : 1. — Lonjörün tabanları alanlarının taban santroidlerine konsantre bir şekilde tatbik edilmiş olduğunu kabul edeceğiz.

Bundan sonra hücum kenarı üzerinde veya lonjörün gövdesinde bir noktada kayma gerilmesi akısı için farazî bir kıymet kabul edelim. Nazarı itibara alınan bu noktadaki farazi kayma gerilmesinden itibaren kessonun her noktasında bir kayma gerilmesi akısının dağılımını buluruz. Misal olarak hücum kenarının C noktasında farazi kayma gerilmesi olarak sıfır alalım. Bu takdirde A B gövde saçı üzerindeki sabit kayma gerilmesi akısını

$$f_{ab} = 0 + \frac{T}{I} \int y \cdot dF \quad (17)$$

formülü ile buluruz. Burada T kesite tesir eden dış kesme kuvvetidir. I tarafsız x-x eksenine göre atalet momentidir. $\int y \cdot dF$ integralide tabanların her birinin tarafsız eksene nazaran statik momentidir. Buradan kolayca görülür ki dış ve iç kuvvetlerin iz düşüm şartı

olan $\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0$ tahakkuk etmiştir. Bundan sonra kesit için bir noktaya nazaran dış ve iç kuvvetlerin momenti alınır. Bu misalimizde kolaylık için meselâ AB gövde saçı üzerinde bir noktaya nazaran moment alalım. Dış kuvvetin momenti (T. a) dan ibarettir. Bu kuvveti dengelemek için kessonun her tarafına sabit bir f_0 kayma gerilmesi akısı koyalım, o şekildeki bu sabit kayma gerilmesi akısının tekml çevresinde meydana getirdiği, elementer kesme kuvvetlerinin AB üzerindeki moment noktasına nazaran momenti (T. a) ya eşit ve aksi işaret de alsun. (Farazî kayma gerilmesi akısının momenti sıfırdır.) Torsiyon bakiyesinden biliriz ki,

$$f_0 = -\frac{M}{2F_0} = -\frac{T \cdot a}{2F_0} \quad (18)$$

dır. Görüyoruz ki (17 ve (18) formüllerinin verdiği kayma gerilmeleri akılarının süperpozisyonu moment ve iz düşüm şartlarını tahkik eder. Hülâsa Şematik olarak bu çözüm şekli şundan ibarettir.

Statik Farazî kayma gerilmesi Akışı $\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0$ için
+ f_0 Sabit Kayma Gerilmesi Akısı $\Sigma M_x = 0$ için

Hakikî Kayma Gerilmesi Akısı

Çözüm : II. — Şekildeki AB gövde saçı ile, ACB hücum kenarı saçı üzerindeki sabit kayma gerilmeleri akılarından ileri gelen bileşke kesme kuvvetlerini sırası ile T_1 ve T_2 ile gösterelim. T_2 'nin AB doğrularına uzaklığı (madde -- 7) de görüldüğü gibi

$$a_2 = \frac{2F_0}{h}$$

den ibarettir, Buradan T_2 kuvvetinin değeri statik moment denkleminde kolayca bulunur.

$$a_2 \cdot T_2 = -a \cdot T$$

ΣF_x 'nin sifıra eşit olduğu aşikârdır. $\Sigma F_y = 0$ şartı bize T_1 'nin kıymetini verir.

Bu takdirde AB gövde saçı ile hücum kenarı saçları üzerinde meydana gelen sabit kayma gerilmeleri akılarının değerleri

$$f_{AB} = \frac{T_1}{h} \quad (19)$$

$$f_{ACB} = \frac{T_2}{h} \quad (20)$$

dan ibaret olur.

Çözüm III. — (Makaslama Merkezi usulü)

Bu usulde evvelâ burulmasız eğilmenin vaki olabilmesi için, gereken kayma gerilmesi akısı hesap olunur, Bu kayma gerilmelerinin meydana getirdiği kesme kuvvetlerinin santroidi makaslama merkezini tayin eder. Bundan sonra dış kuvvetin makaslama merkezine nazaran momenti, keside tesir eden torsiyon momenti olacağından bu momentede sabit bir kayma gerilmesi akısı mukavemet eder. Bu takdirde sabit olan bu son kayma gerilmesi akısının değeri

$$f = \frac{M}{2F_0}$$

bağıntısı ile bulunur.

Verdiğimiz kesson kapalı bir devre olduğundan, kayma gerilmesi akısı statik gayri muayyendir. Çünkü kayma gerilmesi akısının değeri her hangi bir noktada belli değildir.

Genel olarak böyle bir problemi çözmek için, bu problemin ilk çözümünde yaptığımız gibi, ya bir kayma gerilmesi akısının sifır olduğu bir nokta kabul edilir veyahutta belli bir noktada bir kayma gerilmesi akısı kabul edilir. Ve bu farazî kayma gerilmesinden itibaren de kapalı kessonun diğer noktalarındaki kayma gerilmeleri akıları tayin olunur. Bu farazî kayma gerilmesi akısı dolayısıyla genel olarak kesson bir torsiyon yapacaktır. Mademki biz kessonun burulmasız eğilme yapmasını arzu ediyoruz, burulmaya mani olmak için bir (f) kayma gerilmesi akısı ilâve etmemiz lâzımdır. Bu iki kombine kayma gerilmesi akısı sistemi, yani statik eğilme kayma gerilmesi akısı ile, ilâve edilen sabit kayma gerilmesi akısının kombinezonundan ileri gelen toplam kayma gerilmesi akısı sisteminin santroidi bize makaslama merkezini verir. Bu söylediklerimizi (Şekil— 66) tatbik edelim. Evvelâ farazî statik kayma gerilmesi olarak şekil üzerindeki c noktasında sifır kayma gerilmesi akısını kabul edelim. Bu farazî kayma gerilmesinden itibaren kessonun diğer noktalarındaki kayma gerilmesi akılarını buluruz ki bu da gövde saçı üzerinde formül (17) ile gösterildiği gibi sabit bir kayma gerilmesi akısı verir.

Bundan sonra sistemin burulmasının sifır olması için kessona bir

bir (f) sabit kayma gerilmesi akısı tatbik olunur, ve tek mil çevreye uygulanan bir kuvvetle yüklenen klâsik

$$\int_{\Omega} f \frac{ds}{t} = 2G\theta \cdot F_0$$

förmülü yardımı ile torsiyon açısı hesap edilir. $\theta = 0$ olduğu göz önünde tutularak sabit (f) nin kıymeti son denklemden bulunur. Bu sistem yalnız eğilmeye çalışması için gereken kayma gerilmesi bulunmuş olur.

Kessonda yalnız eğilme meydana getiren kayma gerilmesi akısı, kesitinin santroidi makaslama merkezini tayin eder. Dış kuvvetin santroidine uzaklığından dolayı oluşan zaran momenti munzam bir f_0 sabit kayma gerilmesi akısı verir. Bu akıya, farazî kayma gerilmesi akısı, eğilmenin vaki olması için (f) sabit kayma gerilmesi akısı, ve torsiyon momentinin meydana getirdiği sabit f_0 kayma gerilmesi akısı gibi üç akının kombinezonu, kessonun bileşik kayma gerilmesi akısını verir.

Bu problemde görülür ki, tek devreli bir kessonda gerek kapalı devrenin ve gerekse gövde saçının kalınlığı kayma gerilmesi akısının değerinde tesirleri yoktur. Buna mukabil kalınlığın değişmesi halinde kayma gerilmeleri ve bunun neticesi olarak kaymadan ileri gelen deformasyon değışeceğinden ve verilen bir torsiyon yükünde kalınlığın değışmesinin torsiyon açısının değeriinde tesiri olacaktır.

Bu problemin üç çözüm şeklinden en sonuncusunda kayma gerilmesi akısının ne mikdarı yalnız eğilmeyi ve ne mikdarıda yalnız torsiyonu meydana getirdiği aşikar olarak görünmektedir ki, bu kayfiyet mühimdir.

11. — Tek devreli kesson sisteminin birim torsiyon açısının hesabı

f_0 sistemde torsiyondan ileri gelen kayma gerilmesi akısını göstermek üzere, sistemin birim torsiyon açısının

$$f_0 \int_{\Omega} \frac{ds}{t} = 2G\theta \cdot F_0 \quad (22)$$

formülü ile hesaplanacağı aşikârdır. Burada

F_0 = Kapalı devrenin alanı;

θ = birim torsiyon açısı;

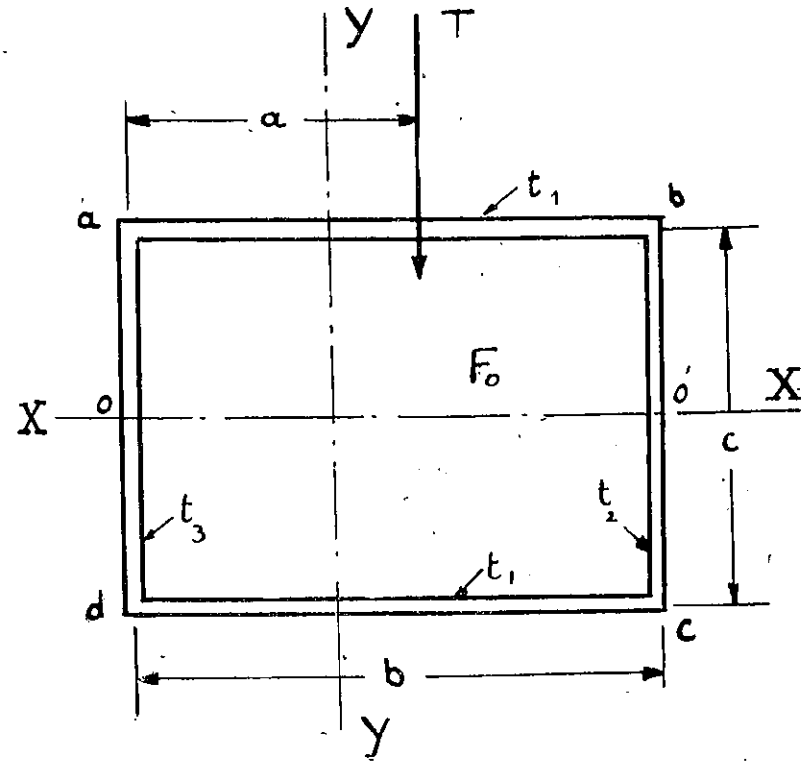
f_0 = torsiyon momentinin meydana getirdiği kessondaki sabit kayma gerilmesi akısıdır.

Buradan görülürki, f_0 yi hesap etmek için makaslama merkezinin bulunmasına ihtiyaç vardır. Hakikatda ise, birinci ve ikinci çözümlerde olduğu gibi, kessonun bileşke kayma gerilmesi akısını bulduktan sonra makaslama merkezini ve torsiyon momentini hesap etmeden birim torsiyon açısını hesap edebiliriz. Çünkü toplam kayma gerilmesi akısı, torsiyonu meydana getiren kayma gerilmesi akısı ile, sırf eğilmeyi meydana getiren kayma gerilmesi akılarının toplamından ibaret olduğundan, şu şekilde toplam kayma gerilmesi akısının meydana getirdiği birim torsiyon açısı, torsiyonu meydana getiren sabit kayma gerilmesi akısının birim torsiyon açısına eşit olur.

Bundan dolayı I inci ve II inci çözümlerde bulunan toplam kayma gerilmesi akısını bulduktan sonra ve her hangi bir noktada f_t ile gösterirsek

$$\int_{\Omega} f_t \frac{ds}{t} = 2G \cdot \theta \cdot F_0$$

Formülü yardımı ile kesitin birim torsiyon açısını hesap ederiz.



ri:
aynı
bulun-
adde-
zeme-
sinde
durki,
viye-
rdaki
n u-
eler
ama
an-
for-
en
de
na
is-
n-
ie

kayma gerilmesi akısını tayin ederiz. Bunun içinde evvela sistemin hangi bir noktasında farazî bir kayma gerilmesi akısı kabul ederiz. Bundan itibaren kayma gerilmesi akısının dağılımını bütün kesson boyunca buluruz. Bundan sonra

$$\int_{\Omega} f \frac{ds}{t} = 2G \theta F_0$$

formülü yardımı ile bu farazî sistemin kessonda meydana getireceği birim torsiyon açısını hesap ederiz. Hakikatda sistem yalnız eğilme yapılarından θ nın sıfır olması için mukabil yönde bir torsiyon momenti taşıyacak şekilde icap eder. Bu torsiyon momentinin değeri torsiyon bahsinden biliyoruz

$$\theta = \frac{M_0 \int_{\Omega} \frac{ds}{t}}{4G F_0^2}$$

den ibarettir.

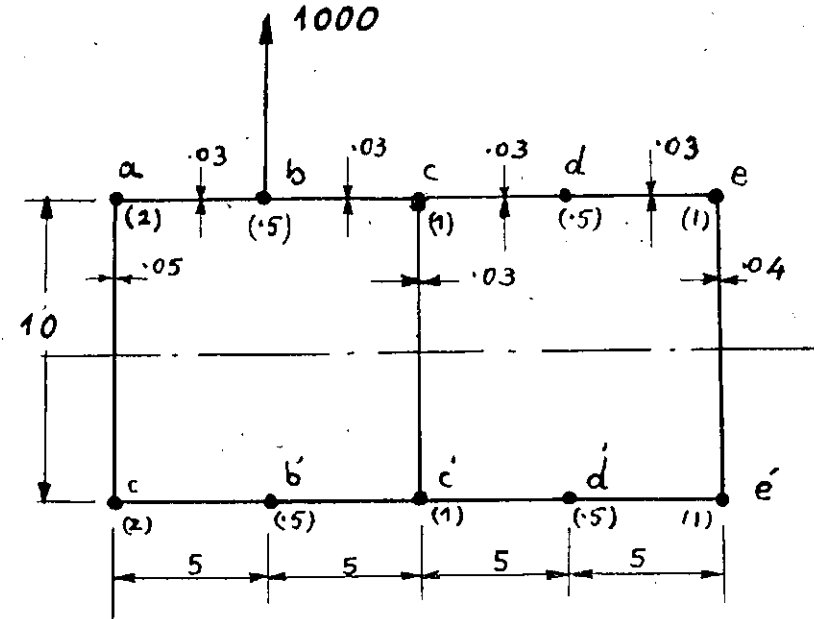
Bu M_0 momentini meydana getiren sabit bir kayma gerilmesi akısını hesap ederiz. Böylece sırf eğilme kayma gerilmesi akısı bu iki kayma gerilmeleri akılarının süperpozisyonundan ibaret olur. Bu hakiki eğilme kayma gerilmesi akısı tayin olunduktan sonra, bu kayma gerilmeleri akısından ileri gelen kesme kuvvetlerinin santroidi bize sistemin makaslama merkezini verir. Dış kesme kuvvetinin bu santroid noktasına nazaran momenti, kessonun torsiyon momentini verir, bu son torsiyon momentinden dolayı kessonda sabit bir kayma gerilmesi akısı ilâve olunur, toplam kayma gerilmesi akısı bu üç kayma gerilmesi akısının süperpozisyonundan ibaret olur.

Kessonun torsiyon açısını bundan evvelki problemde olduğu gibi ya toplam kayma gerilmesi akısından itibaren makaslama merkezinin hesabına lüzum kalmadan veyahutda, makaslama merkezine nazaran dış kuvvetin meydana getirdiği torsiyon momenti belli olduktan sonra belli formüller vasıtasıyla hesap ederiz.

13. İki devreli ve çok flanşlı kessonlarda kayma gerilmesi akısı:

(Şekil — 69)de iki devreli ve 10 adet boylamasına takviye çatalı, yani flanşlı bir kessonun kesiti görünmektedir. Kesson boylama eksenine boyunca sabit kesitli olsun. Takviye çatalı arasındaki mesafeyi eşit kabul ediyoruz. Diğer boyutlar ve alanlar şekil üzerinde görülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi 1000 kilogramlık bir kuvvet altında kesitteki kayma gerilmeleri akılarını bulmak matlup olsun.

Problemi basitleştirmek maksadı ile alt ve üst kaplama saçları ile, düşey gövde saçlarının eğilme gerilmesi almadığını kabul edelim. Bunun



Şek.—69

neticesi olarak muhtelif boylamasına takviye çatalı arasında kalan kaplama saçındaki kayma gerilmeleri akıları sabitdir. Kesit x mihrine nazaran simetrik olduğundan verilen 1000 kg.lık yüke mukavemetde x eksenine nazaran eğilme yapacaktır. Verilen kesitin x—x eksenine nazaran atalet momenti 250 cm⁴ olsun.

Çözüm I — Her iki devrenin her hangi birer noktasındaki kayma gerilmesi akıları belli olmadığından, problem ikinci dereceden statik gayri muayyendir. Bundan dolayı eğilme kayma gerilmesi akısını statik muayyen hale sokmak için her devrenin belli bir noktasında bir (f) kayma gerilmesi akısı kabul edilecektir. Bundan sonra da kabul edilen akıya uygun olacak şekilde devrelerin her birinde kayma gerilmesi akısı hesap edilecektir. Her bir devrenin kayma gerilmeleri akıları sistemi her bir devre için genel olarak başka başka torsiyon deformasyonu meydana getirecektir.

Halbuki devreler arasında süreklilik bulunduğundan, yani her devrenin birim torsiyon açıları birbirine eşit olması icap ettiğinden bu iki devrenin de birim torsiyon açılarını aynı yapmak için birinci devreye

u-

ni
n-
le-
e-

de
ki,
ye-
aki

u-
ler
ma
an-
or-

en
ede
ana
ös-
un-
ine

den

(2)

(11)
viye
ilin-

f_1 ve f_2 Kayma gerilmeleri akılarının yönleri saat ibreleri yönünde yani pozitif olduğu farz edildi. Şimdi her hangi bir devredeki birim torsiyon açısını hesap edelim. Kalınlıklar sabit olduğundan bu açı

$$\theta = \frac{1}{2FG} \sum \left(f \cdot \frac{1}{t} \right)$$

formülü ile hesap edilir.

Birinci devrede:

$$2F_1G\theta_1 = \frac{-10 \times 5}{0.03} - \frac{50 \times 10}{0.05} - \frac{10 \times 5}{0.03} + \frac{20 \times 10}{0.03} + \frac{10}{0.05} f_1 + \frac{3 \times 10}{0.03} f_1 - \frac{10}{0.03} f_2$$

Buradan

$$2F_1G\theta_1 = 1200f_1 - 333f_2 - 6670$$

Aynı şekilde ikinci devre için de

$$2F_2G\theta_2 = -333f_1 + 1250f_2 + 4170$$

elde edilir. Birinci ve ikinci devreler arasındaki süreklilik şartından dolayı

$$\theta_1 = \theta_2$$

diğer taraftan şeklin seçilme şartlarından dolayı:

$$F_1 = F_2$$

olduğundan yukarıdaki iki denklemden

$$1533f_1 - 1583f_2 - 10840 = 0$$

bulunur.

f_1 ve f_2 arasındaki ikinci bağıntıyı moment denklemi verecektir. İç kuvvetler (Şekil — 70) ve (Şekil — 71) deki kayma gerilmeleri akılarından ileri geçen iç kesme kuvvetleridir. Bunların b noktasına nazaran momentini alalım. Dış kuvvetin b noktasına nazaran momenti sıfır ettiğinden iç kuvvetlerinde bu noktaya nazaran momenti sıfır etmesi icap eder. Böylece :

$$\sum M_b = -50 \times 10 \times 5 + 20 \times 10 \times 5 + 10 \times 30 \times 15 + 200f_1 + 200f_2 = 0$$

Böylece

$$200f_1 + 200f_2 + 3000 = 0$$

bu suretle bulunan iki bağıntıdan f_1 ve f_2 çözülürse:

$$f_1 = -4.07 \text{ kg/cm}$$

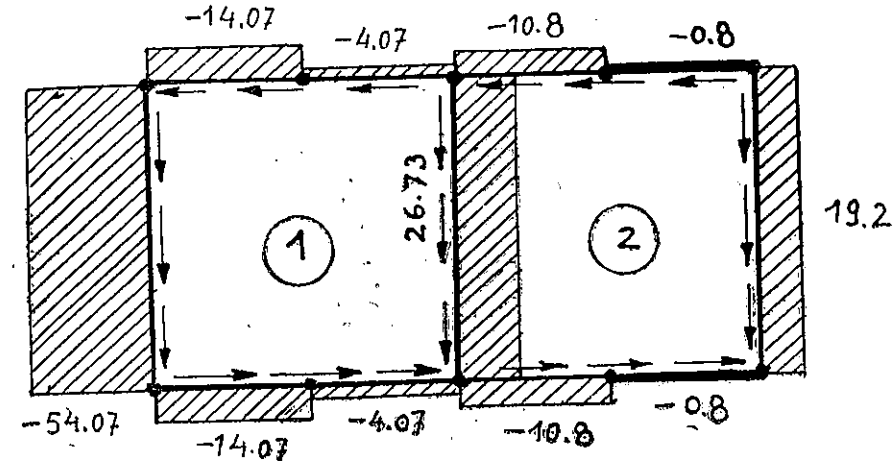
$$f_2 = -10.70 \text{ "}$$

elde edilir.

Bu şartlar içinde hakiki kayma gerilmesi akısı diyagramı bundan evvelki iki kayma gerilmesi akısının süperpozisyonu olduğundan bu diyagram şekil — 72 üzerinde gösterilmiştir.

Çözüm: II — (Makaslama merkezi usulü)

Bu çözümde evvela x eksenine nazaran eğilme meydana getiren eğilme kayma gerilmesi akısını buluruz. Bu iç kesme kuvveti sisteminin



Şek. 72

santroidi makaslama merkezinin yerinin bulunmasına yarar. Dış kesme kuvvetinin makaslama merkezine nazaran momenti iki devreli kessonun torsiyonunu intaç eder. Bu suretle sırf eğilme kayma gerilmesi akısına bu sırf torsiyon kayma gerilmesi akısı ilâve edilirse, kessonun toplam kayma gerilmesi akısı elde edilir. Birinci çözümde kayma gerilmesi akısı için kabul ettiğimiz faraziyyeyi burada da kabul ederek θ_1 ve θ_2 için bulduğumuz iki denklemi, bu açılar eğilmeden dolayı sıfır olduğundan, sıfır yaparsak

$$1200f_1 - 333f_2 - 6670 = 0$$

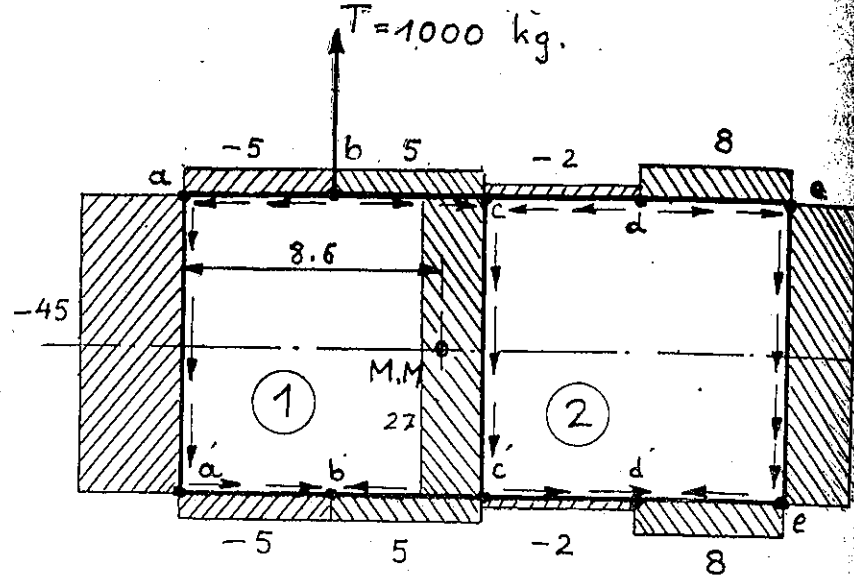
$$-333f_1 + 1250f_2 + 4170 = 0$$

elde edilir. Buradan f_1 ve f_2 için şu değerler bulunur:

$$f_1 = 5,00 \text{ kg/cm}$$

$$f_2 = -2,0 \text{ kg/cm}$$

Sabit olan bu değerleri (Şekil — 70) deki değerlere ilâve aşağıdaki (Şekil — 73) deki kayma gerilmesi akışı diyagramı elde



Şek. 73

birki bu da x eksenine göre burulmasız eğilme için gereken kayma gerilmesi akışının santroidi makaslama merkezinin yerini tayin eder.

Şimdi $\Sigma F_x = 0$ denklemleri ile $\Sigma F_y = 0$ denklemlerini tahakkuk etmesini gösterelim:

$$\Sigma F_x = 0 ; -10 \times 45 - 10 \times 28 - 10 \times 27 = -1000 \text{ kg}$$

Şekle bakılınca $\Sigma F_y = 0$ olduğu görülür.

Şekil simetrik olduğundan makaslama merkezinin yalnız x ni bulmak kâfidir. Bunun için de iç ve dış kuvvetlerin a noktasına nazaran momentini alalım:

$$\Sigma M_a = 10 \times 27 \times 10 + 10 \times 28 \times 20 + 5 \times 8 \times 10 - 5 \times 2 \times 10 = 7600 \text{ kg}$$

Buradan:

$$\bar{x} = \frac{7600}{1000} = 7,6 \text{ cm.}$$

bulunur.

Şu halde makaslama merkezi x simetri eksenini üzerinde a a' gövde merkezinden itibaren 7,6 santimetre uzaklıktadır.

Dış kuvvet bu a a' gövde sağından 5 santimetre uzaklıkta olduğundan sebebden dolayı, dış kuvvet makaslama merkezine nazaran momenti

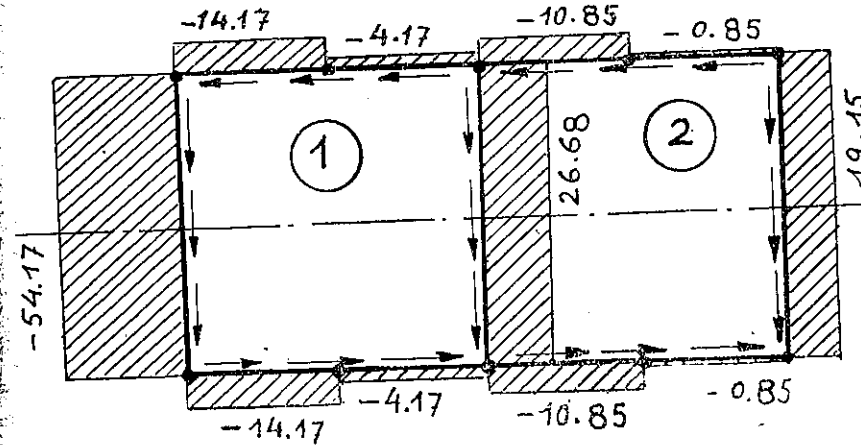
$$(8,6 - 5) 1000 = 3600 \text{ kg.cm}$$

torsiyon momentini verir. Bu torsiyon momentine mukavemet etmek için birinci devreye bir f_{t1} ve ikinci devreye de bir f_{t2} kayma gerilmesi akışı girilmelidir. f_{t1} ve f_{t2} sabit kayma gerilmeleri akışları torsiyon kısmına gördüğümüz genel formüller yardımı ile bulunur. Böylece bütün hesaplar yapılmış bu kayma gerilmeleri akışları için şu değerler bulunur:

$$f_{t1} = -9,17 \text{ kg/cm}$$

$$f_{t2} = -8,85 \text{ kg/cm.}$$

Bu sabit kayma gerilmeleri akışlarını, sırf eğilme halinde bulunan kâfi (Şekil — 73) de gösterilen kayma gerilmeleri akışları sistemine katılarak iki devreli kessonun kayma gerilmesi akışı sistemi elde edilir ki bundan evvelki çözümde bulduğumuz kayma gerilmeleri akışı sisteminin aynı elde edilmiş olur. (Şekil — 74)



Şek. 74

Kessonun torsiyon deformasyonu:

Her iki devrenin burulma açıları aynıdır. Kessonun birim torsiyon momentine karşı açılarını ya (Şekil — 74) deki toplam kayma gerilmesi diyagramından itibaren veyahut da sabit $f_{t1} = -9,17 \text{ kg/cm}$ ve $f_{t2} = -8,85 \text{ kg/cm}$ kayma gerilmeleri akışları ile bulunabilir.

bulu-

iri:

n aynı bulun- hadde- lizeme-

esinde şdurki, kviye- ardaki

rim u- llmeler zanma uzan- 1) for-

de en jahede ydana e gös- n bun- zerine

inden

(12)

ü (11)

kviye bilin-

gerilmelerinden itibaren hesap edebiliriz. Bu suretle elde edilecek olan neticelerin tabiatile birbirinin aynı olacağı aşikârdır. Meselâ birinci devrede f_1 ve f_2 den itibaren birim torsiyon açısını hesap edelim:

$$2G\theta F_1 = \sum \left(\frac{fl}{t} \right) = \left(\frac{9.17 \times 10}{0.03} \right) 3 + \frac{9.17 \times 10}{0.05} - \frac{8.85 \times 10}{0.03} = 8000$$

İkinci devrede:

$$2G\theta F_2 = \sum \left(\frac{fl}{t} \right) = \left(\frac{8.85 \times 10}{0.03} \right) 3 + \frac{8.85 \times 10}{0.04} - \frac{9.17 \times 10}{0.03} = 8000$$

Toplam kayma gerilmesi akısına göre birinci ve ikinci devrenin birim torsiyon açısı:

$$2G\theta F_1 = \sum \left(\frac{fl}{t} \right) = \left(\frac{14.17 \times 5}{0.03} \right) 2 + \left(\frac{4.17 \times 5}{0.03} \right) 2 + \frac{54.17 \times 10}{0.05} - \frac{26.68 \times 10}{0.03} = 8000$$

$$2G\theta F_2 = \left(\frac{10.85 \times 5}{0.03} \right) 2 + \left(\frac{0.85 \times 5}{0.03} \right) 2 + \frac{26.68 \times 10}{0.03} - \frac{19.15 \times 10}{0.04} = 8000$$

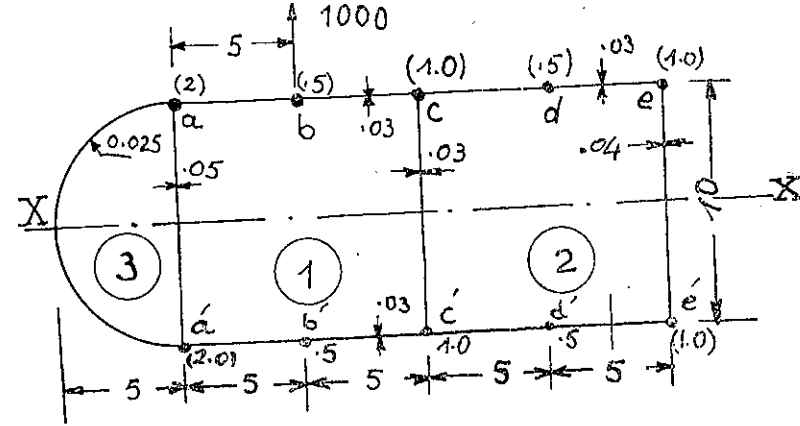
Bu suretle görülüyorki gerek toplam kayma gerilmesi akısından itibaren ve gerekse sırf torsiyon kayma gerilmesi akısından itibaren elde edilen neticeler birbirinin aynı olur.

14. — Üç devreli ve Çok Flanşlı Kessonlarda Kayma Gerilmesi akısı:

(Şekil — 75) da üç devreli ve dış 1000 kiloluk kesme kuvvetine maruz bir kesson giriş görünmektedir, Kesit X eksenine nazaran simetrikdir. Boylamasına takviye çitalarının alanları şekil üzerinde gösterilmiştir.

Verilen bu bilgilerle kessondaki kayma gerilmeleri akıları hesap edilecektir. Burada gerek kaplamanın ve gerekse gövde saçlarının eğilme yükü almadığı kabul edilecektir. Yani eğilme yükünü yalnız boylamasına çatılar taşıyacaktır. Kesitin X eksenine nazaran atalet momenti 250 cm^4 olsun,

Bu kesson bundan evvelki maddedeki kessonun aynı olup, yalnız ön kısma hücum kenarı saçı ilâve edilmiştir. Ve bu suretle hücum kenarının teşkil ettiği devre üçüncü devre olarak alınmıştır.



Şekil - 75

Çözüm I -- Bu sistemde devrelerin her hangi birer noktalarında kayma gerilmeleri akıları bilinmediğinden Problem üçüncü dereceden statik gayri muayyendir. Bu üç devrenin her birinde bir noktada bir kayma gerilmesi akısı kabul edilecektir. Bu farazî kayma gerilmeleri akılarından itibaren X eksenine nazaran eğilme olduğu kabul edilerek eğilme kayma gerilmesi akısı bulunacaktır.

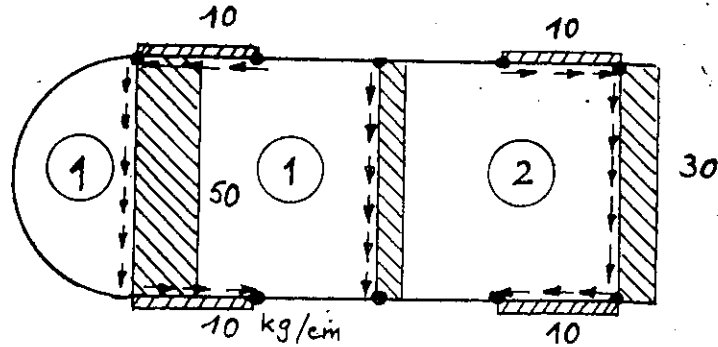
Bulunan bu farazî kayma gerilmelerinden itibaren 1, 2, 3 devrelerinin aynı birim torsiyon açısı kadar burulmaları için sırası ile f_1 , f_2 , f_3 sabit kayma gerilmeleri akıları ilâve edilecektir. Çünkü kesit sürekli olduğundan devrelerin burulma açılarının da aynı olması lazımdır.

Bundan sonra iç kuvvetlerin kesit içindeki bir noktaya nazaran momentlerinin toplamı sıfır etmesi şartı bize başka bir denklem verir. Böylece f_1 , f_2 , f_3 ve θ dan ibaret olan dört bilinmeyen bulunması için dört denklem elde edilir.

X eksenine nazaran eğilme de (3) üncü devrenin a çitasının hemen solunda farazî kayma gerilmesi akısı sıfır, ve I inci ve II inci devrelerde c çitasının hemen sağında ve solunda mütakabilen farazî kayma gerilmeleri akıları sıfır kabul edilecektir. Bu şartlar içinde üç devrede kayma gerilmeleri akılarının dağılımı (Şekil — 76) üzerinde görülmektedir.

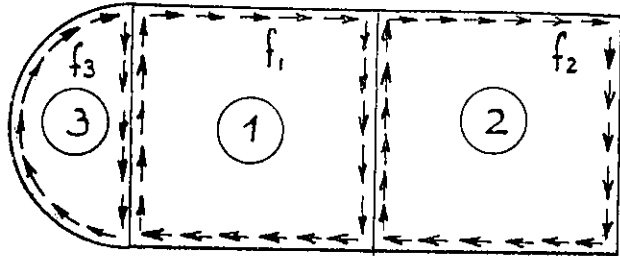
Hücum kenarı saçı üzerinde takviye çitası bulunmadığından ve kaplama saçı eğilme gerilmesi almadığı kabul edildiğinden, ve a çitasının

hemen solunda kayma gerilmesi akışı sıfır olduğu farz edildiğinden devrenin her noktasında kayma eğrilmesi akışı sıfır olur. Bu kabul sonunda bu üç devreli kessonda eğilme kayma gerilmesi akışı dağılımı (Şekil 70) üzerinde görüldüğü gibidir. Bundan dolayı eğilme kayma gerilmesi akışının hesabı da bundan evvelki maddede olduğu gibidir.



Şekil - 76

(Şekil - 77) üzerinde üç bilinmeyen f_1, f_2, f_3 sabit kayma gerilmeleri akışlarının ne şekilde alındığı görünmektedir. Bu değerler her üç devrenin torsiyon deformasyonlarını aynı yapmak için, kabul edilen eğilme kayma gerilmesi akışına ilâve edilmesi gereken değerlerdir. Bu üç sabit kayma gerilmesi akışının yönü pozitif olarak kabul edilmiştir.



Şekil - 77

Şimdi her bir devre için birim burulması açılarını hesap edelim:
Birinci devrede

$$\theta G = 6 f_1 - f_3 - 1,67 f_2 - 33,34$$

İkinci devrede

$$\theta G = 6,25 f_2 - 1,67 f_1 + 20,83$$

Üçüncü devrede

$$\theta G = 10,5 f_3 - 2,55 f_1 + 127$$

Dış ve iç kuvvetlerin momentinin sıfır olması şartını a takviye çitası noktasına nazaran moment olarak tatbik edelim:

$$\Sigma M_a = 10 \times 20 \times 10 + 10 \times 30 \times 20 - 5 \times 1000 + 78,5 f_3 + 200 f_1 + 200 f_2 = 0$$

Buda

$$78,6 f_3 + 200 f_1 + 200 f_2 + 3000 = 0$$

Bu dört denklem çözülerek f_1, f_2, f_3 ve $G\theta$ için şu değerler bulunur:

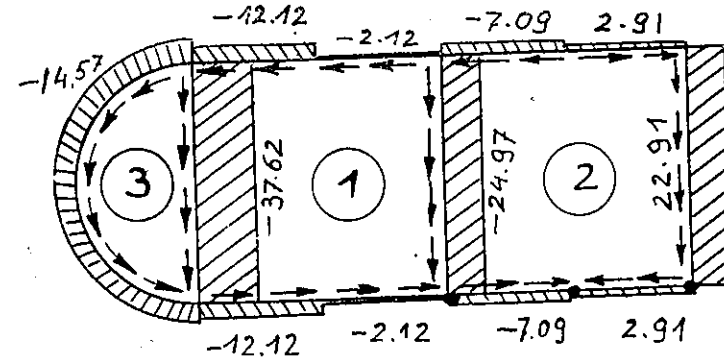
$$f_1 = -2,12 \quad \text{kg/cm}$$

$$f_2 = -7,09 \quad \text{''}$$

$$f_3 = -14,5 \quad \text{''}$$

$$G\theta = -19,9$$

Bu sabit kayma gerilmeleri akışları (Şekil - 76) daki kayma gerilmeleri akışlarına ilâve edilince (Şekil - 78) de görüldüğü gibi bu üç devrenin hakiki kayma gerilmeleri akışı diyagramı bulunur.



Şek. 78

Çözüm II - (Makaslama Merkezi Usulü).

Bu çözüm tarzında evvelâ burulmasız olarak x eksenine nazaran eğilme meydana getiren kayma gerilmesi akışı bulunur. Bu kayma gerilmesi sisteminin santroidi makaslama merkezinin düşey yöndeki vaziyetini tesbit eder. Verilen dış kuvvet bu makaslama merkezi etrafında bir torsiyon momenti meydana getirir.

İç kuvvetlerden ileri gelen torsiyon momenti de gördüğümüz gibi hesap edilir.

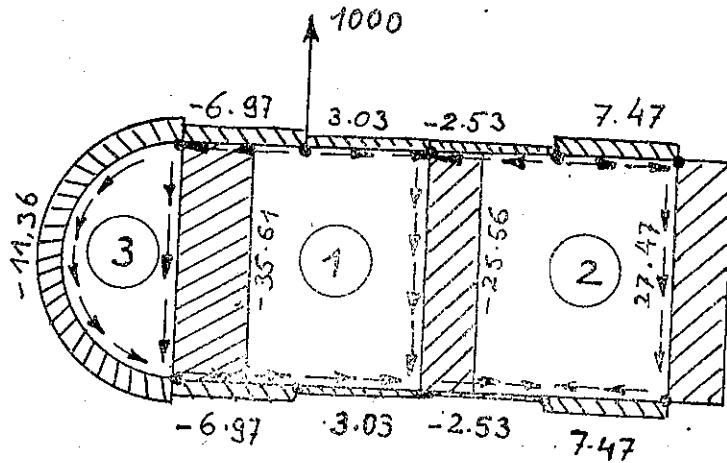
Kesson burulmasız olarak x eksenine göre eğilme yaparsa her bir devre için yukarıda bulduğumuz θG değerleri sıfır olur. Böylece bu denklemleri sıfıra eşit kılırsak

$$\begin{aligned} 10,5 f_3 - 2,55 f_1 + 127 &= 0 \\ -f_3 + 6 f_1 - 1,67 f_2 - 33,34 &= 0 \\ -1,67 f_1 + 6,25 f_2 + 20,83 &= 0 \end{aligned}$$

Buradan bu üç denklem çözülerek f_1, f_2, f_3 için şu değerler bulunur:

$$\begin{aligned} f_1 &= 3,03 \quad \text{kg/cm} \\ f_2 &= -2,53 \quad \text{,,} \\ f_3 &= -11,36 \quad \text{,,} \end{aligned}$$

Bu sabit kayma gerilmeleri akıları değerleri (Şekil - 76) daki kabul edilen kayma gerilmesi akısı değerlerine ilâve edilince (Şekil - 79) daki burulmasız eğilme için kessondaki kayma gerilmesi akısı sistemi bulunur.



Ş-kil - 79

Makaslama merkezinin vaziyetini tayin etmek için kesit düzleminde her hangi bir noktaya nazaran moment alınır. Meselâ a takviye çitasına göre buradan :

$$\begin{aligned} \Sigma M_a &= 25,56 \times 10 \times 10 + 27,47 \times 10 \times 20 + (3,03 + 7,47) 5 \times 10 \\ &- (6,99 + 2,53) \times 5 \times 10 - 10 \times 11,36 \times 7,88 = 7205. \text{ kg/cm.} \end{aligned}$$

ve

$$\bar{X} = \frac{7205}{1000} = 7,205 \text{ cm.}$$

bulunur ki a a' düşey doğrusuna makaslama merkezinin uzaklığıdır. Şekil simetrik olduğundan makaslama merkezi X eksenindedir. Dış kuvvetin makaslama merkezine nazaran momenti kesite tesir eden torsiyon momentidir değeri de şundan ibaretdir:

$$(7,205 - 5) 1000 = 2205 \text{ kg.cm.}$$

bu torsiyon momentine üç devrenin her birinde meydana gelen f_{t1}, f_{t2}, f_{t3} sabit kayma gerilmeleri akıları mukavemet edecektir.

Herbir devredeki torsiyon açılarının birbirine eşitliği şartından bütün operasyonlar yapıldıktan sonra bu sabit kayma gerilmeleri akıları için şu değerler bulunur :

$$\begin{aligned} f_{t1} &= -5,16 \quad \text{kg/cm} \\ f_{t2} &= -4,60 \quad \text{,,} \\ f_{t3} &= -3,16 \quad \text{,,} \end{aligned}$$

bu değerler, kessondaki burulmasız eğilmede meydana gelen ve (şekil-79) da gösterilen kayma gerilmesi akısı sistemine ilâve edilince kessonun hakiki kayma gerilmesi akısı sistemi elde edilir ki, bu da (şekil - 78) de gösterilen kayma gerilmesi akısı sisteminin aynı olur.

15. — Hülâsa: Yukarıdaki misallerde izah ettiğimiz gibi çok devreli kessonlarda kayma gerilmeleri akılarını bulmak için şu iki usul takip olunur:

- Makaslama merkezini bulmadan doğrudan doğruya kayma gerilmeleri akılarının bulunması;
- Makaslama merkezi usulü ile kayma gerilmeleri akılarının bulunması.

Biz bu maddede sistematik olarak bu usullerin ne şekiide tatbik edileceğini izah edeceğiz.

A. Kessonlarda makaslama merkezini bulmadan doğrudan doğruya kayma gerilmeleri akılarının bulunması :

Kesaonda kaç devre varsa kessonadaki kayma gerilmeleri akıları o dereceden statik gayri muayyen olduğundan bu usulde devrelerin her birindeki kayma gerilmeleri akılarını bulmak için şu şekilde hareket edilir:

1. — Evvelâ kesson devrelere ayrılır. Ve her devrenin belirli bir noktasında farazî bir kayma gerilmesi akısı kabul edilir.

2. — Bu farazî kayma gerilmesinden itibaren kabul edilen şartlara göre her bir devre kayma gerilmesi akısının dağılımı bulunur.

3. — Bu farazî kayma gerilmeleri akısı ile devrelerin her birinin bulunmaları birbirinden farklı olacaklarından, devrelerin birim torsiyon açılarının aynı olması için her birine sabit f_1, f_2, f_3, \dots gibi sabit kayma gerilmeleri akıları ilâve edilir. O şekildeki süreklilik şartından dolayı θ birim torsiyon açıları aynı olsun.

Her bir devre için bu suretle f_1, f_2, f_3, \dots ile θ ya bağlı ve devrelerin sayısı kadar lineer denklemler elde edilir.

4. — Bilinmeyenlerin sayısı θ nin da bilinmeyen olmasından dolayı bir fazla olduğundan moment denklemi bize bu denklemi verir. Bunun için f_1, f_2, f_3, \dots bilinmeyen sabit kayma gerilmeleri akılarını devrelerin kabul edilen kayma gerilmeleri akılarına ilâve ettikten sonra kesit düzlemi içindeki bir noktaya nazaran dış ve iç kesme kuvvetlerinin momentini alır ve bunu sıfıra eşit kılırsak f_1, f_2, f_3, \dots bilinmeyenleri arasında sonuncu bir bağıntı daha bulunmuş olur.

5. — Bu suretle bulunan denklemler çözülerek f_1, f_2, f_3, \dots ile θ nin değerleri bulunmuş olur.

6. — Çözülen f_1, f_2, f_3, \dots değerleri, mütakabilen her bir devreye ilâve edilince, her bir devrenin kayma gerilmesi akısının dağılımı elde edilir.

B. — Makaslama merkezi usulü ile kessonlarda kayma gerilmemesinin bulunması:

Bu usulde yukardaki usul gibidir. Bu usulde bundan evvelki usulden fazla olarak, sırf eğilmeyi meydana getiren kayma gerilmesi akısı ile, sırf torsiyonu meydana getiren kayma gerilmeleri akılarının hesabı mümkündür.

Bu usul şu şekilde tatbik olunur :

1. — Evvelâ kesson devrelere ayrılır. Bundan evvelki usulde olduğu gibi her bir devrenin belirli bir noktasında farazî bir kayma gerilmesi akısı kabul edilir.

2. — Kabul edilen bu farazî kayma gerilmesinden itibaren devrelerin her birinde kayma gerilmeleri akılarının kabul edilen şartlara uygun olacak şekilde dağılımı bulunur.

3. — Bu farazî kayma gerilmesi akısı ile devrelerin her birinin bulunmaları birbirinden farklı olacağından halbuki devrelerin sırf eğilme yapması için kayma gerilmeleri akıları hesap edileceğinden devrelerin her birine birer f_1, f_2, f_3, \dots gibi sabit ve bilinmeyen birer kayma gerilmeleri akıları ilâve edilir. O şekildeki kessonun sırf eğilme yapması için devrelerin her birinde birim torsiyon açıları sıfır olsun. Bu suretle her bir devre için f_1, f_2, f_3, \dots ye bağlı ve devrelerin sayısı kadar lineer denklemler elde edilir.

4. — Bu lineer denklemlerden bulunan f_1, f_2, f_3, \dots nin değerleri evvelce bulunan her bir devrenin farazî kayma gerilmesi akısına ilâve edilince kessonun yalnız eğilme yapması halindeki, devrelerin eğilme kayma gerilmesi akısı elde edilir.

5. — Kontrol maksadı ile iç ve dış kuvvetlerin denge şartlarından olan $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$, bağıntıları tahkik olunur.

6. — Sırf eğilmeyi meydana getiren kayma gerilmeleri akılarından itibaren sistemin makaslama merkezi bulunur. Makaslama merkezi sırf eğilmeyi meydana getiren kesme kuvvetlerinin santroididir.

7. — Kesite tesir eden dış kesme kuvvetinin makaslama merkezine nazaran momenti kesite tesir eden torsiyon momentidir. Bu hesap edilir.

8. — Bundan sonra devrelerin her birine $f_{11}, f_{12}, f_{13}, \dots$ gibi sabit kayma gerilmeleri akıları katılır. O şekildeki bu sabit kayma gerilmeleri akıları makaslama merkezine nazaran dış kuvvetle aynı torsiyon momentini versin.

9. — Kessonunda süreklilik olduğundan bu bilinmeyen $f_{11}, f_{12}, f_{13}, \dots$ kayma gerilmeleri akılarının meydana getireceği birim torsiyon açıları birbirine eşit olacağından bu suretle $f_{11}, f_{12}, f_{13}, \dots$ ile θ arasında devrelerin sayısı kadar lineer denklem elde edilir. Bu usulün sekizinci maddesinde bulunan moment denkleminde göz önünde tutulunca bilinmeyenlerin sayısı kadar lineer denklem elde edileceğinden bu denklemlerden bilinmeyenlerin değerleri bulunur.

10. — Farazî kayma gerilmeleri akıları ile, f_1, f_2, f_3, \dots kayma gerilmeleri ve $f_{11}, f_{12}, f_{13}, \dots$ kayma gerilmeleri mütakabilen her devrede

İç kuvvetlerden ileri gelen torsiyon momenti de gördüğümüz gibi hesap edilir.

Kesson burulmasız olarak x eksenine göre eğilme yaparsa her bir devre için yukarıda bulduğumuz θG değerleri sıfır olur. Böylece bu denklemleri sıfıra eşit kılırsak

$$10,5 f_3 - 2,55 f_1 + 127 = 0$$

$$- f_3 + 6 f_1 - 1,67 f_2 - 33,34 = 0$$

$$- 1,67 f_1 + 6,25 f_2 + 20,83 = 0$$

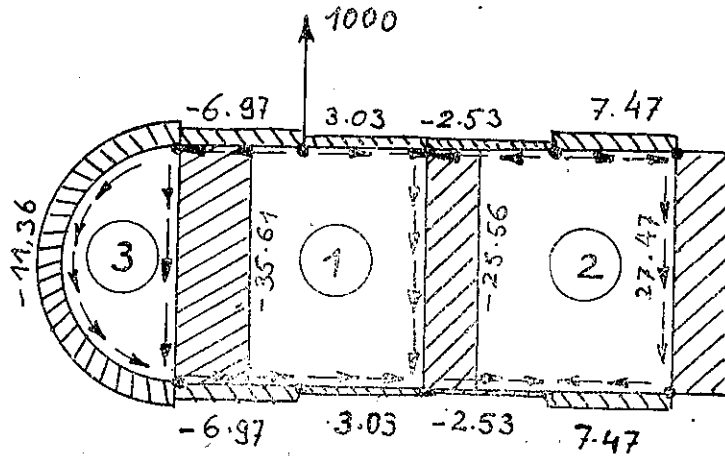
Buradan bu üç denklem çözülerek f_1, f_2, f_3 için şu değerler bulunur:

$$f_1 = 3,03 \quad \text{kg/cm}$$

$$f_2 = - 2,53 \quad \text{''}$$

$$f_3 = - 11,36 \quad \text{''}$$

Bu sabit kayma gerilmeleri akıları değerleri (Şekil - 76) daki kabul edilen kayma gerilmesi akısı değerlerine ilâve edilince (Şekil - 79) daki burulmasız eğilme için kesson daki kayma gerilmesi akısı sistemi bulunur.



Şekil - 79

Makaslama merkezinin vaziyetini tayin etmek için kesit düzleminde her hangi bir noktaya nazaran moment alınır. Meselâ a takviye çitasına göre buradan :

$$\Sigma M_a = 25,56 \times 10 \times 10 + 27,47 \times 10 \times 20 + (3,03 + 7,47) 5 \times 10$$

$$- (6,99 + 2,53) \times 5 \times 10 - 10 \times 11,36 \times 7,88 = 7205. \text{ kg/cm.}$$

ve

$$\bar{X} = \frac{7205}{1000} = 7,205 \text{ cm.}$$

bulunur ki a a' düşey doğrusuna makaslama merkezinin uzaklığıdır.

Şekil simetrik olduğundan makaslama merkezi X eksenini üzerindedir. Dış kuvvetin makaslama merkezine nazaran momenti kesite tesir eden torsiyon momentidir değeri de şundan ibarettir:

$$(7,205 - 5) 1000 = 2205 \text{ kg.cm.}$$

bu torsiyon momentine üç devrenin her birinde meydana gelen f_{t1}, f_{t2}, f_{t3} sabit kayma gerilmeleri akıları mukavemet edecektir.

Herbir devredeki torsiyon açılarının birbirine eşitliği şartından bütün operasyonlar yapıldıktan sonra bu sabit kayma gerilmeleri akıları için şu değerler bulunur :

$$f_{t1} = - 5,16 \text{ kg/cm}$$

$$f_{t2} = - 4,60 \quad \text{''}$$

$$f_{t3} = - 3,16 \quad \text{''}$$

bu değerler, kesson daki burulmasız eğilmede meydana gelen ve (şekil - 79) da gösterilen kayma gerilmesi akısı sistemine ilâve edilince kessonun hakiki kayma gerilmesi akısı sistemi elde edilir ki, bu da (şekil - 78) de gösterilen kayma gerilmesi akısı sisteminin aynı olur.

15. — Hülâsa: Yukarıdaki misallerde izah ettiğimiz gibi çok devreli kessonlarda kayma gerilmeleri akılarını bulmak için şu iki usul takip olunur:

A. — Makaslama merkezini bulmadan doğrudan doğruya kayma gerilmeleri akılarının bulunması;

B. — Makaslama merkezi usulü ile kayma gerilmeleri akılarının bulunması.

Biz bu maddede sistematik olarak bu usullerin ne şekiide tatbik edileceğini izah edeceğiz.

toplanınca devrelerin her birindeki hakiki kayma gerimeleri akıları edilir.

Bu iki usulün mukayesesinde görülür ki birinci metod daha kısa ve daha pratiktir. Bununla beraber ikinci usulde her bir devrede ne kaçınılmaz olarak ileri gelen kayma gerilmesi akısı ve ne kadar torsiyonun ileri gelen kayma gerilmesi akısı bilinmek istenildiği zaman ikinci usulün tatbiki zarureti vardır ki bu usulde fazladan makaslama merkezleri bulunur.

BÖLÜM — XV

Çubuklarda flambaj teorisi

1. — Halihazırda tayyare inşaatı, en fazla takviye edilmiş veya edilmemiş saçlarla yapılmaktadır. Bu genel tip konstrüksiyon tarzı gerek elastik ve gerekse plastik alanda bir çok kararlılık problemlerinin göz önünde tutulmasını icap ettirir. Kararlılık problemlerinin etüdü için gerek teorik ve gerekse tecrübî alanda bir çok etüdler yapılmıştır. Daha evvelce gerek kaplaması çalışan kanatlar için ve gerekse kok gövdeler için, düz ve eğri saçların kararlılığı ile, takviyeli saçların kararlılığı etüd edildiğinden biz bu bölümde bilhassa kafes gövdelerin kararlılığı ile alakalı olarak çubukların flambajı ile meşgul olacağız. Bu bahisde çubuk ve kolon tabirlerinin her ikisini de aynı şeye delalet edecek şekilde fark etmeksizin kullandık.

2. — Çubukların kırılması:

Genel olarak çubuklarda kırılma şu iki şekilde vaki olur:

a — Asal veya çubukların bir bütün olarak kırılması;

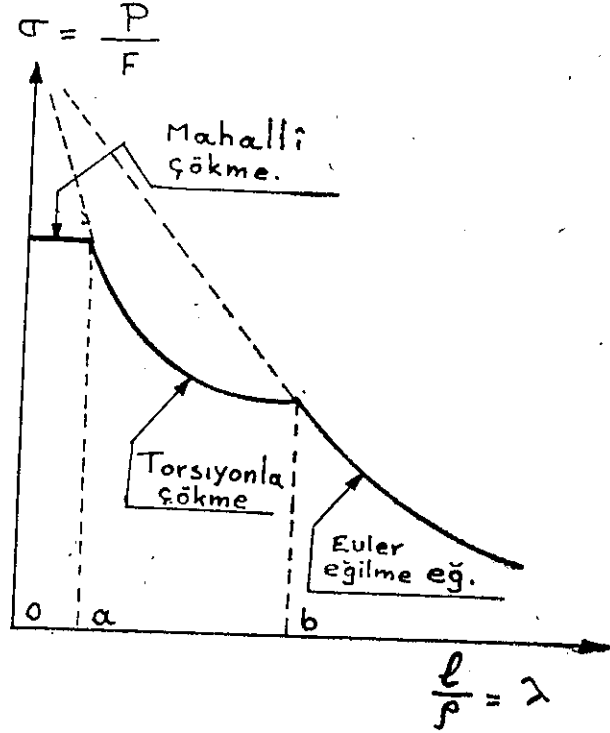
b — Sökonder veya mahallî olarak kırılma.

Çubuğun bir bütün olarak kırılmasında, her çeşit çubuğun kesiti ya bir translasyon hareketi veya bir dönme hareketi, veyahut da her iki hareketi birden yapar. Fakat hiç bir suretle bu kesit kendi içinde bir distorsiyon yapmaz. Çubukların mahallî olarak kırılmasında ise, kesit içinde distorsiyon meydana gelir. Böyle kırılmada kesit içinde ne bir translasyon ve ne de bir dönme hasil olmaz.

Böylece bir komple olarak, uzun ve kısa çubukların kırıtık gerilmelerini veya yüklerini etüd edebilmek için, çubuğun kritik eğilme gerilmesi ile, kritik torsiyon gerilmesi ve mahallî çökme gerilmesinin her üçünün birden nazarı itibarâ alınması lâzımdır. (Şekil — 80) üzerinde $\frac{l}{p}$ ye bağlı olarak çubuğun kırılma mukavemetinin ne şekilde değiştiği görünmektedir.

$\frac{l}{p}$ Narınlık derecesinin O noktası ile a noktası arasındaki değerlerinde çubuk mukavemeti, mahallî kırılma mukavemeti ile tayin edilir.

a ve b noktası arasındaki narinlik değerlerinde çubuğun torsiyondan ileri gelir, Narinlik derecesinin b ve c noktaları ar



Şek. 80

değerlerinde ise, kırılma eğilmeden veya translasyondan ileri gelen bölüme biz bilhassa çubukların eğilmeden ileri gelen Flambaja ilgileneceğiz. İleride bir maddede Torsiyon kritik gerilmesinin hesaplanacağını vereceğiz.

Flambaj problemleri etüd edilirken baskı kuvveti pozitif ve çubuğun kuvveti negatif olarak göz önünde tutulacaktır.

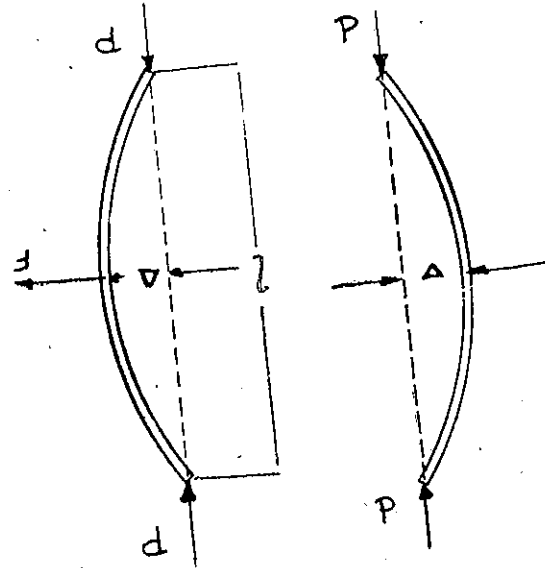
Çubukların Flambaj mukavemeti, çubuğun küçük atalet momenti olan (I)nin, Elastik modül ile çarpımı olan (E.I) eğilme rijitliği ile, çubuğun boyunun karesi olan l² ye bağlıdır. (ρ) atalet yarı çapını göstermek için, küçük atalet momentini, Fρ² ile göstereceğiz. F burada çubuğun kesit alanıdır. $\frac{l}{\rho}$ oranına narinlik diyeceğiz ve bunu λ ile göstereceğiz.

Elastik sınır gerilmesini σ_e ile akma hududu gerilmesini σ_a işaret edeceğiz. Euler formülü ile bulunan hesap elemanlarını göstermek için

çubukların altına bir E işareti koymak adettir. Bizde öyle yapacağız. Çubuk gerilmeyide σ_{cr} ile işaretlendireceğiz.

3. — Çubuk flambajı:

(Şekil — 81) üzerinde aksenal P baskı yükü ile F yenal yüküne maruz bir çubuk görünmektedir. Eğer P kuvveti küçük ise çubuğu küçük bir Δ miktarı kadar eğebilmek için bir F kuvvetine ihtiyaç vardır. Eğer P kuvveti ziyadeleşirse aynı bir miktar Δ kadar çubuğu eğmek için daha küçük bir F kuvvetine ihtiyaç olacaktır. Böylece P kuvvetini ziyadeleştirdikçe aynı bir sehim kadar kolonu eğmek için sonuna kadar küçük bir F kuvvetine ihtiyaç hasıl olacaktır.



Şek. 81

Çubuğu Δ kadar eğmek için lazım olacak olan maksimum aksenal P kuvvetine Kritik yük diyeceğiz. Ve P_{cr} ile göstereceğiz. Bu P_{cr} kuvveti biraz fazlaştırılsa çubuk yana doğru daha fazla flambaj yapacak ve eğilecektir. Bu keyfiyyet gösterirki Flambaj mukavemeti çubuğun eğilmesinin bir fonksiyonudur.

Böylece her bir P_{cr} 'e mukabil bir Δ defleksiyonu mevcut olup çubuğa başlanğıçta bu Δ defleksiyonu verilirse ve P kuvvetide P_{cr} den küçük ise bu suretle dengede kalmıyacağından, yeni denge şartlarına uygun bir defleksiyon alıncıya kadar çubuk vaziyetini değiştirecektir.

inin üstünde bul

iminin tesiri:

çubukları için aynı altı için bulunmaları ise hadde-bu iki malzeme-

sayesinde olmuşturki, olayı takviye-yukardaki

ynı birim u-gerilmeler e - uzanma n bir uzan- (11) for-

esinde en müşahede neydana ile gös-an bun- üzerine

nden

)

)

e

4. — Kritik çubuk yüklerini veren Euler Denklemi :

Sabit kesitli iki ucu mafsallı çubuklarda maksimum çubuk yükü :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

Formülü ile bulunur ki bu formüle Euler formülü dendiği bellidir. Burada P_{cr} = çubuğun maksimum kritik flambaj yüküdür.

E = Malzemenin elastiklik modülüdür.

I = Kesitin küçük atalet momentidir.

l = Çubuk boyudur.

Çubuğun nihayet uçlarının tesbit şeklinide göz önünde tutarak iki ucu mafsallı çubuklar halindeki kritik yük formülünü şu şekilde yazabiliriz :

$$P_{cr} = \frac{C\pi^2 EI}{l^2}$$

Bu formüldeki l^2 miktarını l_E^2 ile gösterirsek bu l_E boyuna çubukta irca edilmiş, veya efektif boyu denir. Bu takdirde en genel şekilde Euler kritik yük formülü

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_E^2}$$

şeklini alır.

(Şekil — 82) üzerinde, nihayet ucun tesbit şekline göre l_E boyunun nelerden ibaret olacağı görülmektedir.

Bu takdirde çubuğun :

1. — İki ucu mafsallı olunca

$$C = 1 \quad ; \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

2 — Bir ucu mafsallı diğer ucu ankastre olunca :

$$C = \frac{9}{4} \quad ; \quad P_{cr} = \frac{9\pi^2 EI}{4l^2}$$

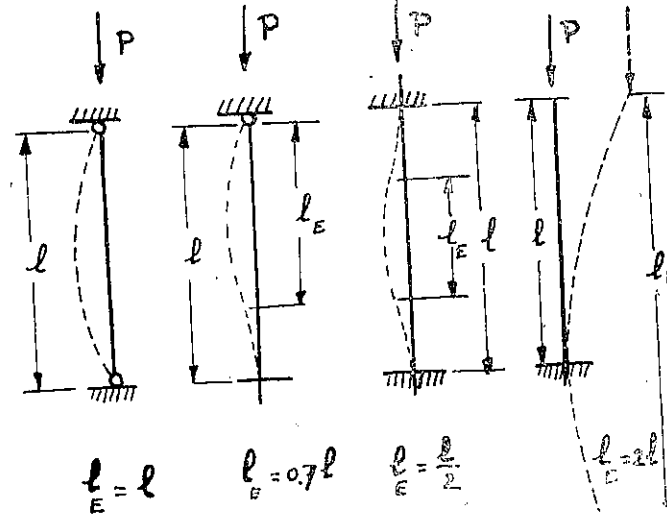
3. — İki ucu ankastre olunca

$$C = 4 \quad ; \quad P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{l^2}$$

4. — Bir ucu serbest diğer ucu ankastre olunca

$$C = \frac{1}{4} \quad ; \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2}$$

Yıllarca evvel bu formül ilk defa Euler tarafından bulunmuştu. Bu eser mukavemet kitabında ya eğilmenin diferansiyel denkleminde hareket eder.



Şekli — 82

Ederek veya dış ve iç kuvvetlerin enerjisi prensibinden hareket ederek elde edilmektedir.

Eğilen çubuğun elastik eğrisinin şekli bilinirse, bu eğilme vaziyetinde çubuk denge halinde bulunacağından, bu noktadan itibaren kritik yükün hesabı kolay olur.

Biz burada elastik eğrinin bir sinus eğrisi olduğunu ve maksimum sehmin meydana geldiği orta noktada bu sehmin (1) re eşit olduğunu kabul ederek kirit yükü hesap edeceğiz. Bu takdirde elastik eğrinin denklemini

$$y = \sin \frac{\pi x}{l}$$

olur. Aksenal baskı yükü P ise her hangi bir noktadaki eğilme momenti

$$P \cdot y = P \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$$

olur. Çubuğun nihayet uçunun orta noktasına nazaran defleksiyon bulmak için moment alanı teoremini tatbik edelim. Bildiğimiz gibi elastik eğri üzerinde bir A noktasının, yine elastik eğri üzerindeki bir noktasının tegetinden defleksiyonu A ve P noktaları arasındaki moment alanının A noktasına nazaran momentinden ibarettir.

Evvelâ sinus eğrisi altındaki moment alanı

$$= \int_0^l \frac{P}{EI} \sin \frac{\pi x}{l} \cdot dx$$

olduğundan integrasyon yapılırsa

$$= \frac{2 P \cdot l}{\pi EI}$$

bulunur. Yarım moment alanı

$$A = \frac{Pl}{\pi EI}$$

dır. Bu yarım alanın ağırlık noktasını bulalım. Buda şu şekilde yazılır:

$$A \cdot x_0 = \int_0^{l/2} \left(\frac{P}{EI} \cdot \sin \frac{\pi x}{l} \cdot dx \right) \cdot x$$

Bu basit integralden ise

$$x_0 = \frac{l}{\pi}$$

bulunur. Şimdi moment alanı teoremini tatbik edelim

$$y=1 = \frac{P \cdot l}{\pi EI} \cdot \frac{l}{\pi} = \frac{P \cdot l^2}{\pi^2 EI} ; P = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

elde edilir ki buda Euler denkleminde ibarettir.

Şimdi yine tatbikat olarak elastik eğri denklemini, orta noktasında ki sehmi bir olan bir parabol farzedelim. Bu şartlar içinde yine kiritik yükü hesap etmek için moment alanı teoremini tatbik edelim.

$$A = \frac{1}{2} \left[\frac{2}{2} l \times \frac{P}{EI} \right] = \frac{Pl}{3EI}$$

Yarım alanın ağırlık noktası mesafesi $5/16 l$ uzaklığında olduğundan

$$1 = \frac{P \cdot l}{3EI} \cdot \frac{5}{16} l = \frac{5 Pl^2}{48 EI}$$

Buradan da

$$P = \frac{48 EI}{5 l^2} = \frac{9,6 \times EI}{l^2}$$

bulunur. Bu son formül Eulerin $P = \frac{9,9 EI}{l^2}$ formülü ile karşılaştırıldığı zaman görülür ki % 3 takribiyetle aynı netice elde edilir.

Anlattığımız bu genel metod değişken atalet momentli ve değişken elastik modüllü çubuklar için tatbik edilebilen bir methoddur. Bu usulde çubuğun kabul edilen elastik eğrisi bize bir $M/E \cdot I$ diyagramını verir. Bu $M/E \cdot I$ diyagramının intaç ettiği elastik eğri kabul edilen elastik eğriye uyarsa problem hal edilmiş olur. Böylece Matematik yolla çözülmesi pek zor olan problemler, müteakip takribiyetler usulü ile kolayca hal edilir. Mamafi bu şekilde problem çözümü çok fazla miktarda hesapların yapılmasını icap ettirdiğinden pek zahmetli olur.

5. — Uzun ve kısa çubuklar:

Tecrübe göstermişdirki, çubukların flambaj mukavemeti, malzemenin elastik sınır gerilmesinin altında olduğu zaman bu mukavemetler Euler formülü kullanılarak sıhhatla hesap edilebilir. Buna mukabil çubukların flambaj gerilmeleri elastik sınır gerilmelerini aşmaya başlar başlamaz, Euler formülünün vermiş olduğu neticeler tecrübenin verdiği neticelerden daha büyük olarak bulunur. Bu olayın sebebi şudurki: Elastik sınır gerilmesinin üstünde malzemenin rijitliği daha azdır. Yani plastik sahadaki elastik modülü, gerilme yükseldikçe sabit olmayıp azalarak gider.

Euler formülünün tatbik olduğu sahadaki çubuk boylarına (Uzun Çubuklar) denir. Buna mukabil Euler eğrisini takip etmeyen çubuklarada (Kısa Çubuklar) denir. Bu takdirde Euler eğrisi yerine Amirik ve tecrübi eğriler ikame edilir. Meselâ tayyarecilikte en fazla kullanılan (Johnson) nun parabolik amirik eğrisile, doğrusal eğriler gibi, eğriler ikame olunur ki biz bu hususda aşağıda gerekli bilgiyi vereceğiz.

6. — Orantılık sınırı üstünde Euler formülünün kullanılması:

Bir çubukdaki mukavemetler orantılık sınırını aşdığı zaman, E elastik modülü sabit olmadığından ve gerilme ile beraber değiştiğinden, orantı sınırı üstünde sabit elastik modülü Euler formülleri tatbik edilemezler. Bu formüllerin tatbik edilebilmesi için. Hooke kanununun yer-

diği elastik modülünden farklı olmak üzere bir E_0 elastik modülü alınır ve bu takdirde Euler formülü eski şekline benzer. Yani

$$P = \frac{C \pi^2 E_0 \cdot I}{l^2}$$

olur. Burada: E_0 efektif elastik modülüdür. Bu efektif elastik modülünü tayin etmek için, belli iki teori kullanılır:

- a. — İndirgenmiş modül teorisi;
- b. — Teget modülü teorisi.

7. — İndirgenmiş modül teorisi:

Çubuk mukavemeti oranı sınırının üstüne geçince ve çubukta kendi kritik yükü ile yüklenince, eğilmeye başlar. Bu suretle eğilme neticesinde bir taraftaki elyaf uzar ve diğer taraftaki elyafda kısalır. Bu eğilmeden ileri gelen gerilmelere çubuğun baskı yükünden ileri gelen direkt baskı gerilmeleri de inzimam eder. Orantı sınırının üstünde elastiklik modülü gerilme ile değiştiğinden bu takdirde çubuk kesitinde değişken bir elastik modül nazarı itibara alınmak lazımdır. (Şekil — 83) üzerinde görüldüğü gibi elastik sınırına kadar $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E$ sabittir. σ_p nin üstündeki gerilmelerde $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ nin kıymeti sürekli olarak azalır. Bu keyfiyet şekil üzerindeki gerilme - uzanma diyagramından kolayca görülebilir. Bundan şu neticeye varılırki: orantı sınırı geçilince, flambaj yapan parçanın elastik eğrisinin iç kısmında yani baskı mntakasındaki, gerilmelerin çoğalması, çekme mntakasındaki gerilmelerin çoğalmasına nazaran daha azdır. Çünkü çekme mntakasındaki gerilmelerin elastik modülleri baskı mntakasındaki gerilmelerin elastik modüllerine nazaran daha büyüktür.

Bunun neticesi olarak, yani, baskı mntakasındaki gerilmeler orantı sınırı gerilmesini geçtiği takdirde eski tarafsız eksen bir miktar çekme mntakasına doğru yer değiştirmiştir. Filhakika tarafsız eksen eğilmeden ileri gelen kuvvetlerin momentlerinin denk olduğu nokta olduğundan ve çekme mntakasındaki bu eğilmeden ileri gelen kuvvet baskı mntakasındaki eğilmeden ileri gelen kuvvete nazaran elastik modüllerinin farklı olması dolayısı ile daha büyük olduğundan bunun neticesi olarak tarafsız eksen bir miktar çekme mntakasına doğru yer değiştirecektir. Bu söylediklerimiz şekil üzerinde kolayca görünmektedir.

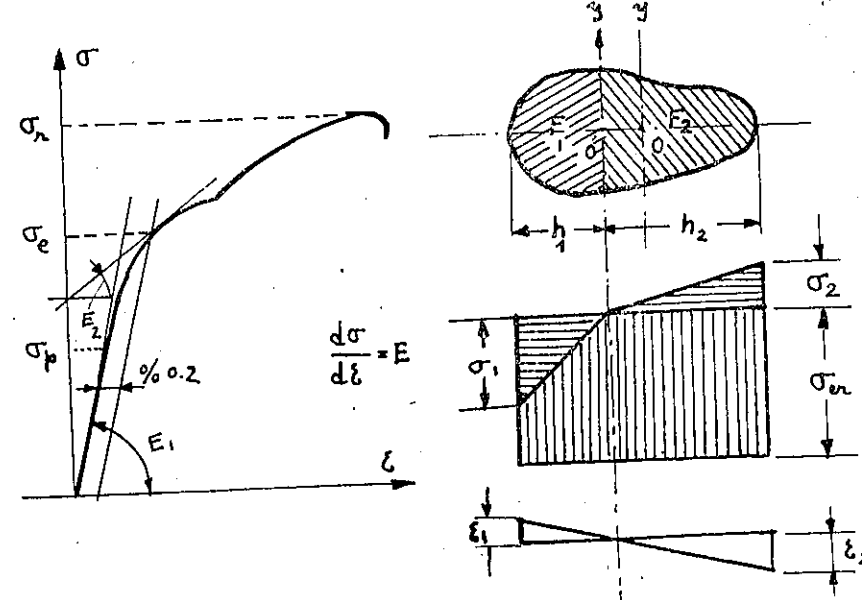
Şu noktayı da göz önünde tutmak lazımdırki, çubuğun flambajı esnasında düzlem kesitler deformasyondan sonra yine düzlem kalmıştır, Bu ise:

$$\frac{\varepsilon_1}{h_1} = \frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_2}{h_2}$$

dır.

ρ yeni tarafsız eksen üzerindeki eğrilik yarı çapıdır.

Bu esasları söyledikten sonra, çekme ve baskı mntakasındaki elastik modüllerini sabit kabul edip bunları sırasile E ve E' ile gösterelim.



Şek. 83

Yeni tarafsız eksene nazaran eğilme gerilmeleri uzanmalarıyla orantılı olacaklarından bunlar da

$$\sigma_1 = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{\varepsilon_1}{h_1} \cdot z_1$$

$$\sigma_2 = E' \cdot \varepsilon = E' \cdot \frac{\varepsilon_2}{h_2} \cdot z_2$$

olur. Bu eğilme gerilmelerinden itibaren yeni tarafsız eksene nazaran eğilme momentini hesap edelim.

$$M = \int \sigma_1 \cdot dF_1 \cdot z_1 + \int \sigma_2 \cdot dF_2 \cdot z_2$$

u-

ni
n-
de-
ne-

de
ki,
ye-
aki

u-
ler
ma
an-
for-

en
ede
ana
şö-
sun-
rine

den

12)

(11)
viye
bilin-

σ_1 ve σ_2 yerine yukarıdaki değerleri konursa

$$M = \frac{E \cdot \varepsilon_1}{h_1} \int z_1^2 \cdot dF_1 + E' \frac{\varepsilon_1}{h_2} \int z_2^2 \cdot dF_2$$

elde edilir. İntegral içindeki değer yeni tarafsız eksene nazaran atalet momentleri olduklarından I_1 ve I_2 ile gösterilirse. Eski tarafsız eksene nazaran tekmil kesitin atalet momentini I_0 ile gösterirsek: Ve indirgenmiş elastik modülünde \bar{E} ile gösterirsek:

$$M = \frac{\varepsilon_1}{h_1} (E I_1 + E' I_2) = \frac{1}{\rho} (E I_1 + E' I_2)$$

elde edilir. Bu takdirde indirgenmiş elastik modülünü şu şekilde tarif ederiz.

$$\frac{1}{\rho} (E I_1 + E' I_2) = \frac{\bar{E} \cdot I_0}{\rho}$$

Buradan

$$\bar{E} = E \frac{I_1}{I_0} + E' \frac{I_2}{I_0}$$

elde edilir.

Bu ifade indirgenmiş elastik modülünün genel ifadesidir.

Bususu hal olarak dik dörtgen kesitlerde indirgenmiş elastik modülünü hesap edelim. Yeni tarafsız eksenden itibaren en uzak liflerin mesafelerini h_1 ve h_2 ile gösterirsek:

$$h = h_1 + h_2 \text{ dir.}$$

Gerilmeleri uzanmalar cinsinden ifade ederek yeni tarafsız eksene nazaran

$$\int \sigma_1 \cdot dF_1 = \int \sigma_2 \cdot dF_2$$

mikdarları nazarı itibara alırsa yukarıdaki integral

$$E h_1^2 = E' h_2^2$$

şekline girer.

$$E' (h_1 - h)^2 = E h_1^2$$

$$E (h_2 - h)^2 = E' h_2^2$$

bulunur. Bu iki denklem yardımı ile çözülen h_1 ve h_2 değerleri şunlardır.

$$h_1 = h \frac{\sqrt{E'}}{\sqrt{E} + \sqrt{E'}}$$

$$h_2 = h \frac{\sqrt{E}}{\sqrt{E} + \sqrt{E'}}$$

İndirgenmiş modül denkleminde I_1 ve I_2 atalet momentleri hesap edilirse

$$\bar{E} = \frac{4 E E'}{(\sqrt{E} + \sqrt{E'})^2}$$

elde edilir. Burada E Hook kanunu sınırı içindeki sabit elastik modülüdür. E' ise P/F ye tekabül eden teget modülüdür. \bar{E} indirgenmiş modüldür.

Dik dörtgen kesitler için doğru olan bu formül diğer kesitler için de takriben doğrudur.

Şimdi de Dubl T kesitli kirişlerdeki indirgenmiş elastik modülünü hesap edelim. Gövdenin alanı ihmal edilerek ve tabanların atalet momentlerininide, alanlarla, bunların tarafsız eksene olan mesafelerinin karelerinin çarpımı olarak alırsak,

$$\int \sigma_1 dF_1 = \int \sigma_2 \cdot dF_2$$

integralı, dubl T kirişlerde

$$E h_1 = E' h_2$$

bağıntısını verir. $h = h_1 + h_2$ olduğundan bu değer göz önünde tutularak söylediğimiz takribiyyetle indirgenmiş modül için

$$\bar{E} = \frac{2 E E'}{E + E'}$$

elde edilir.

8. — Teget Modülü Teorisi:

Engesser orantı sınırının üstündeki gerilmelerde, çubuk kritik gerilmesinin hesabında Hook kanunu hududu içindeki elastik modül yerine

değeri ile $\frac{l}{\rho} > 20$ fasılasında teğet modülünün değerlerine iyice yaklaşmakta ve indirgenmiş modül teorisinden daha küçük değerler vermektedir. Tecrübeden elde edilen neticeler daha büyük olmasına rağmen Johnson formülünde ezilme mukavemeti olarak akma hududu mukavemeti alınabilir.

10. Doğrusal Denklem:

Kısa çubuklar aralığında çubuk mukavemetlerini hesap etmek için kullanılan diğer yaklaşık bir usulde doğru denklemi ile çubuk mukavemetini göstermekden ibarettir. Doğru genel olarak Euler eğrisine teğet çizilir. ve doğru denklemi

$$\sigma = \sigma' \cdot \left(1 - \frac{k \cdot \frac{l}{\rho}}{\sqrt{C}} \right)$$

şeklinde verilir. σ' ve (k) nin değerleri tecrübeye en iyi uyacak şekilde seçilir. C nin değeri bu doğrunun Euler eğrisine teğet olduğu göz önünde bulundurularak tayin olunur. σ' ve k nin değerleri tecrübelerin verdiği sonuçlarla belli olur. Doğrunun Euler eğrisine teğet olması şartı bize

$$C = \frac{27 \pi^2 E}{4 \sigma_c} k^2$$

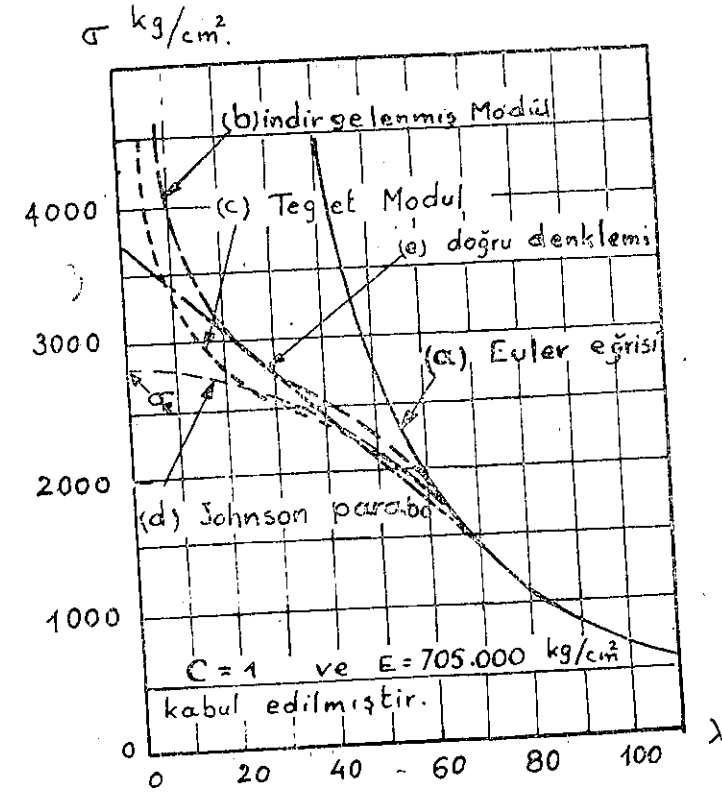
münasebetini verir. C nin bu değeri doğru denklemde yerine konulursa doğru denklemi yalnız σ' ve k ye bağlı bir denklem şekline girer. Tecrübeden bulunan iki değer de σ' ve k nin değerlerini bize verirken bu suretle yukarıdaki denklemde hiç bilinmeyen kalmaz.

Yukarıdaki maddelerde söylediğimiz, ve kiritik gerilmeleri veren Euler eğrisi Teğet modülü eğrisi. İndirgenmiş modül eğrisi, Johnsonun parabolik eğrisi, ve doğrusal gösterme grafikleri (Şekil — 84) üzerinde görülmektedir:

11. — Kolouların torsiyon kararsızlığı:

Yukarıdaki maddelerde çubukların Flambajının, eğilme kararsızlığından olduğunu, yani eğilmiş çubuk ekseninin kesitin tarafsız ekseninden geçen düzlemden bulunduğu, kabul edilmiştir. Bazı kesitlerde Flambaj çubuğun orta kısmının, uçlara nazaran burulması şeklinde vaki olur.

Buna torsiyon kararsızlığı denir. Çünkü bu çeşit Flambaj torsiyon rijitliği az olan kesitlerde meydana gelir.



Şek. 84

Bu çeşit Flambajı ilk defa Wagner incelemiş ve hesaplar Kappus tarafından geliştirmiştir. Lundquist ve Fligg bu problemi incelediler ve muhtelif özel kesit tipleri için etraflı hesaplar verdiler. Torsiyon Flambajına maruz ve konsantrik yüklenmiş çubuğun torsiyon flambaj gerilmesinin genel denklemi (Lundquist ve fligg'e göre şundan ibarettir:

$$\sigma_{BT} = \frac{1}{I_p} \left(GJ + \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{E \cdot C_{BT}}{l} \right)$$

$$w = \int_0^s r_t \cdot ds$$

Yukarıdaki bağıntıda (r_n, n) terimi ihmal edilmiştir. Fakat n en fazla, t saç kalınlığını göstermek üzere, $t/2$ ye eşit olduğundan (r_n, n), w ye nazaran pek küçük olduğundan ihmal edilmiştir.

w nin hesaplanmasında aşağıdaki işaret kabulları yapılmıştır. Keyfi bir dönme yönü seçilip, (s) çevresel koordinatı bu yönde pozitif kabul edilmiştir. Pozitif dönme yönü (s) çevresel koordinatına çizilen pozitif tegetin yönüdür. Pozitif teget doğrultusunda bakarsak, pozitif normal sağ tarafa doğrudur.

O dan pozitif n doğrultusuna çizilen doğru, pozitif r_t doğrultusunu verir. α açısı pozitif dönme yönüne göre yani $+X$ dan $+Y$ ye doğru ölçülür. Misal olarak (Şekil - 85b) deki U kesitini alalım. Önce O noktasına göre C_{BT} yi hesaplayalım.

s nin başlangıcı O da olsun.

1 den 2 ye kadar $r_t = 0$

2 den 3 e kadar $r_t = +a/2$ ve ds negatif ve $w = -as/2$

1 den 4 e kadar $r_t = 0$

4 den 5 e kadar $r_t = +a/2$, ve ds pozitif olup $w = as/2$

Buradan:

$$\int_F w \cdot dF = -\frac{at}{2} \int_0^b s \cdot ds + \frac{at}{2} \int_0^b s \cdot ds = 0$$

O halde

$$C_{BT} = \frac{a^2 t}{4} \int_0^b s^2 ds + \frac{a^2 t}{4} \int_0^b s^2 ds = \frac{a^2 b^3 t}{6}$$

olur.

Şimdi C_{BT} yi O_1 noktasına göre hesaplayalım. s lerin başlangıcı yine O olsun.

1 den 2 ye kadar $r_t = c$, ds negatif ve $w = -cs$

2 den 3 e kadar $r_t = +a/2$, ds negatif ve $w = -as/2 - ac/2$

1 den 4 e kadar $r_t = +c$, ds pozitif ve $w = as/2 + ac/2$ buradan

$$\int_F w \cdot dF = 0$$

ve

$$C_{BT} = 2 \left[c^2 t \int_0^b s^2 ds + \frac{a^2 t}{4} \int_0^b (s+c)^2 ds \right]$$

$$C_{BT} = \frac{a^2 t}{12} [c^2 (a+6b) + 2b^2 (b+3c)]$$

s nin başlangıcı 2 noktasında alınsaydı $\int_F w \cdot dF$ integrali sıfır olmayacaktı.

Verilmiş bir dönme eksenini için C_{BT} yi veren denklemin iki integralinin cebirsel toplamı sabittir. Mesela C_{BT} yi veren denklemin değeri s çevresel koordinatların başlangıç noktasına nazaran sabittir. Bu sebepten dolayı dik XY eksenlerinin başlangıç noktası, dönme eksenini noktası alınmalıdır. (Şekil - 85 c) deki kesitin dönme ekseninin O noktasında olduğunu kabul edelim. Bu halde C_{BT} nin değeri şu şekilde hesaplanır:

s nin başlangıç noktasını 4 noktasında alırsak 4 den 3 e kadar

$$r_t = r + d \cos \theta + b \sin \theta$$

ve

$$w_{4-3} = \int_0^s r_t \cdot ds = r \int_0^\theta (r + d \cos \theta + b \sin \theta) d\theta$$

$$= r (r\theta + d \sin \theta - b \cos \theta + b)$$

elde ederiz. 3 den 2 ye kadar

$$r_t = r - d$$

ve

$$w_{3-2} = w_{4-3} \Big|_{\theta=\pi} + \int_0^s (r-d) ds = \pi r^2 + 2rb + (r-d)s$$

üstünde bulu-

inin tesiri:

aları için aynı
tı için bulun-
ı ise hadde-
iki malzeme-

u sayesinde
olmuşdurki,
ayı takviye-
yukardaki

ni birim u-
gerilmeler
e - uzanma
u bir uzan-
(11) for-

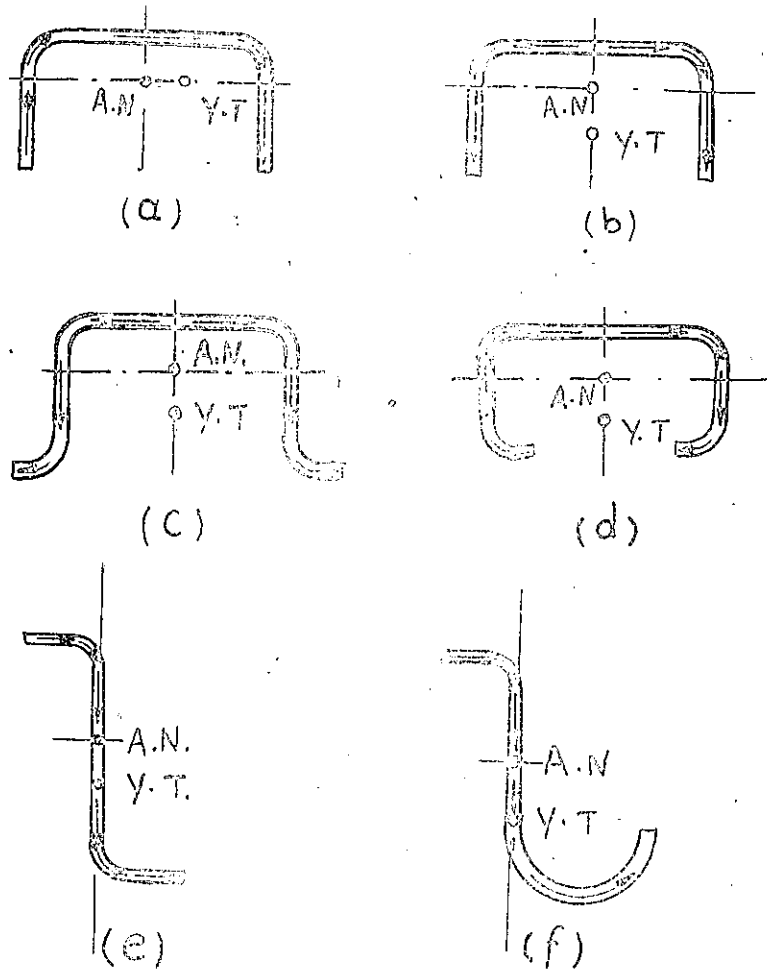
esinde en
müşahede
meydana
ile gös-
nan bun-
üzerine

sinde

(12)

(11)
viye
ilin-

Yukarıda söylenilenlerden açık kesitli takviyelerin, yüklemenin ekzantrikliği veya takviye ve bağlandığı malzemenin eğilmesinden ileri



Şek. — 86

gelen ikinci dereceden momentler ve kesme kuvvetleri sebebiyle göçecekleri anlaşılır. Bazı takviyelerde asal eksenler takviyenin bağlı olduğu saça paralel veya dik olmadıklarından bu kesitler saça paralel olmıyan bir eksen etrafında flambaj yapacaklardır. Kaplama bu temayülü azaltır. Ve efektif l/ρ yu, mimimum l/ρ nun üstünde tutar, fakat hakiki tesirin hesabı zordur. Düz levhalar üzerinde yapılan takviye sistemi tecrübelerinin, bu gibi tertiplerin kanat veya gövdedeki hakiki mukavemetini vermeyeceği göz önünde tutulmalıdır. Çünkü kanat veya gövdede yapının

eğilmesinin levhada husule getirdiği eğrilik simetrik olmıyan kesitlerde dönme yaparak, ikinci dereceden eğilme ve burulma tesirleri doğurur. Ve göçmeyi, düz levha ile yapılan tecrübelerde elde edilen gerilmelerin altında vukua getirebilir.

Takviye tipleri yapılırken bu da düşünölmelidir. Çünkü böyle kaçınılmaz ekzantrikliklerden gelen ikinci derecede moment ve kesme kuvvetlerinin büyüklüğünün hesabı daima mümkün değildir. Dolayısı ile bunların takviyede doğurdıkları gerilmeler bilinmez. Kararsız kesit şekillerinden imkân derecesinde kaçınılmalıdır.

Takviyelerde düz elemanlar yerine eğri elemanların kullanılması bunları kararlı kı'ar. Ve ezilme gerilmelerini yükseltir. Eğer elemanların düz levhanın bir doğrultudaki Flambajına mani oldukları yani eğri levhanın yarı çapını azaltacak şekilde Flambaj yapacağı ve dolayısı ile göçmeden daha yüksek gerilmelere dayanacağı muhtemeldir.

Kapalı takviye kesitleri, büyük yükler altında veya tesbit edildikleri levha veya yapının deformasyonu sebebiyle eğildikleri zamanki kararlılıkları dolayısı ile, açık kesitlerden daha çok faydalar arz ederler. Bu cins kesitler korozyon bakımından zorluklara maruzsa da mukavemet bakımından bir defa eğilince eğilmeyi devam ettiren iç kayma veya baskı kuvvetleri doğuran açık kesitlerden üstündür.

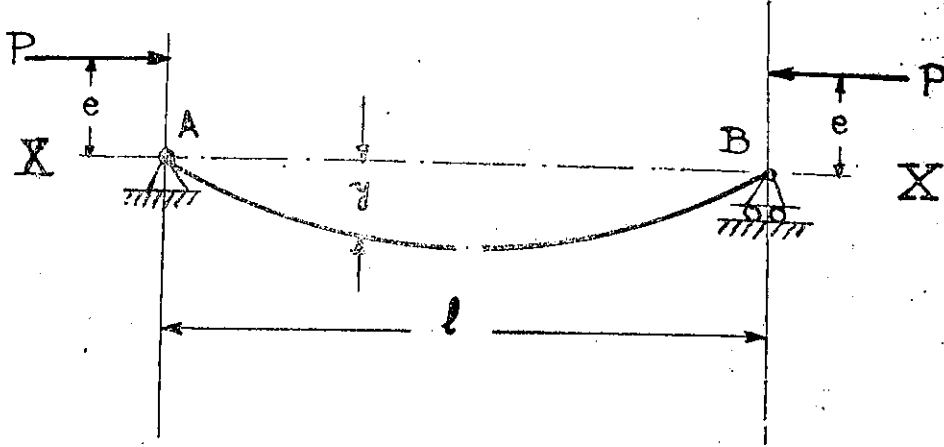
Mühendisler bu kesitlerdeki emniyet gerilmelerini tesbit ederken bütün yukarıdaki tesirleri göz önünde tutmalıdır. Çünkü yalnız takviye veya takviye edilmiş levhalar üzerindeki tecrübeler, kesit elemanlarının kararsızlığından dolayı takviyenin yapı ile beraber çalıştığı zaman vereceği özelliklerden düşük neticeler verir. Tesbit metodunun, kritik elemanları kararlı kılmaya mütemayıl olduğu kabul ediliyor. Diğer taraftan simetrik olmıyan takviye kesitleri yapıda, tecrübelerin verdiği neticelerden daha düşük gerilmelerde geçebilir. Böylece bunlar tesbit edildikleri malzeme vasıtasile kesitin asal eksenlerinden birini havi olmayan bir düzlemde bulunmaya ve o düzelme dik olarak eğilme mecbur kılınmıştır. Böyle takviyeler hemen döner ve yapının bir kısmını ikinci dereceden deformasyona maruz kılar. Bu takdirde bir levha ile beraber tecrübe edildikleri zaman taşıdıkları yüklere bile dayanmazlar.

12. — Ekzantrik Baskı Yüğü altında Flambaj:

(Şekil — 87) da göröldüğü gibi ekzantrik baskı yüküne maruz ve sabit kesitli bir çubuğun flambajını etüd edelim.

Ekzantrik kuvvetin çubuğun tarafısız ekssesine olan uzaklığını yani

ekzantrikliğini (e) ile gösterelim. Her hangi bir noktadaki eğilme momenti :



(Şekil - 87)

$$M = P (y + e)$$

dır. Buradan eğilmenin diferansiyel denklemini yazalım :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M}{EI} = - \frac{P}{EI} (y + e)$$

olduğunu ve

$$\frac{P}{EI} = k^2$$

ile gösterilirse

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = - k^2 e.$$

elde edilir. Bu denklemin hususî çözümü

$$y = - e$$

olduğundan genel çözüm

$$y = A \sin kx + B \cos kx - e$$

dır. Mesnet şartları düşünülürse

$x = 0$ ve $x = l$ için $y = 0$ olduğundan A ve B sabit değerleri için şunlar elde edilir.

$$A = e \frac{1 - \cos kl}{\sin kl}$$

$$B = e$$

Buradan elastik eğri denkleminin

$$y = e \left[\frac{1 - \cos kl}{\sin kl} \sin kx + \cos kx - 1 \right]$$

olacağı görülür.

$$kl = 2u$$

olduğu hatırlanarak, yukarıdaki elastik eğri denklemini

$$y = e [\operatorname{tg} u \sin kx + \cos kx - 1]$$

olur.

Eğilme halindeki maksimum eğilme gerilmesi, eğilme momentinin maksimum olduğu kesit de meydana geleceğinden ve moment denkleminde de görüleceği gibi moment y ile beraber maksimum olduğundan, maksimum y yi bulmak için elastik eğrinin x nazaran türevini alıp sıfıra eşit kılalım :

$$y' = ek [\operatorname{tg} u \cdot \cos kx - \sin kx] = 0$$

buradan

$$\operatorname{tg} u = \operatorname{tg} kx$$

bulunur ve neticede

$$kx = u + n\pi$$

elde edilir. (kx) ın en küçük kıymeti $n = 0$ olduğu zamandır. Buradan da

$$kx = \frac{kl}{2} = u$$

elde edilir. Ve en sonunda moment $x = l/2$ için maksimum olacağı görülür. Esasen şekil simetrik olduğundan ve maksimum sehimde çubuğun tam orta noktasında meydana geldiğinden momentinde bu noktada maksimum olacağı aşikâr idi.

Şu halde sabit kesitli iki ucu mafsallı bir çubukta ekzantrik baskı

kuvveti altında maksimum eğilme gerilmesi çubuğun tam orta kesidinde tarafsız eksenden en uzak lif üzerinde meydana gelir.

$$y_{max} = e [tg u \sin u + \cos u - 1]$$

ifadesinden

$$y_{max} = e [\sec u - 1]$$

bulunur. Buna nazaran maksimum momentin değeri ise

$$M_{max} = P \cdot e \cdot \sec u$$

dır. Kirişin ortasında eğilmeden ileri gelen maksimum baskı gerilmesine eksenel yükten ileri gelen P/F baskı gerilmesi de katılırsa, çubukdaki maksimum gerilme elde edilir. Bu suretle:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} + \frac{P e \sec u \cdot h}{F \cdot \rho^2}$$

Burada:

h - Tarafsız eksene en uzak lifin bu eksene mesafesi;

F = Kesit alanı;

ρ = Kesitin küçük atalet yarı çapıdır.

Neticede:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{eh}{\rho^2} \sec u \right)$$

bulunur. $\sigma = \frac{P}{F}$ ile, kesitin geometrik boyutlarına ve kuvvetin ekzantrik

liğine bağlı olan $\frac{eh}{\rho^2}$ değerini (m) ile gösterelim. Buradan:

$$\sigma_{max} = \sigma (1 + m \sec u)$$

elde edilir. Çubukta müsaade edilen maksimum gerilmeyi akma noktası gerilmesi olarak alırsak ve bununda σ_c ile gösterirsek, çubuğun eksenel kuvvete maruz kalması halinde ve Euler formülü ile bulunan kritik (P_{cr}) ile gösterirsek, kritik gerilmeye σ_{cr} ise

$$u = \frac{kl}{2} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}}$$

bağıntısından dolayı

$$\sigma_c = \sigma (1 + m \sec u)$$

elde edilir ve Denklemin iki tarafını σ_{cr} ile bölerek

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{cr}} = \frac{\sigma}{\sigma_{cr}} \left(1 + m \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}} \right)$$

bulunur. Şimdi

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{cr}} = \beta$$

$$\frac{\sigma}{\sigma_{cr}} = \chi$$

ile gösterelim. Buradan

$$\beta = \chi \left(1 + m \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\chi} \right)$$

neticesine varılır.

P_{cr} gi P den büyük olacak şekilde Euler formülü yardımı ile bir boru seçeriz. Yani

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

formülünde kullanılacak borunun malzemesi ve boyu belli olduğundan ve dış kuvvet de verilmiş olduğundan, borunun et kalınlığını o şekilde seçeriz ki, yukarıdaki formül ile bulunan P_{cr} kuvveti

$$P_{cr} > P$$

eşitsizliğini tahkik etsin. Verilen bir malzeme için σ_c belli olduğundan buradan β elde edilir, Borunun kabul edilmiş olmasından dolayı, aşağıda izah edeceğimiz gibi (m) de belli olur. (Şekil - 88) de görülen abak yardımı ile belli bir (m) ve β için χ bulunur.

Bu abak şu şekilde çizilmiştir:

Absis eskeni üzerinde χ lar alınmıştır. Ordinat ekseni üzerinde de β/m lar alınmıştır,

$$\chi \cdot \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\chi}$$

foksiyonu χ ye tabi olarak aynı ölçeklerle, düzlem üzerine çizilmiştir.

$$\lambda = \frac{p}{f}$$

$$\sigma_s = \pi \frac{E}{\lambda^2}$$

$\sigma_s =$ Akma noktesi ge.

$$\beta = \frac{\sigma_s}{\sigma_{cr}}$$

$$m = 0,1 + 0,0025 \lambda$$

$$\sigma = \chi \cdot \sigma_{cr}$$

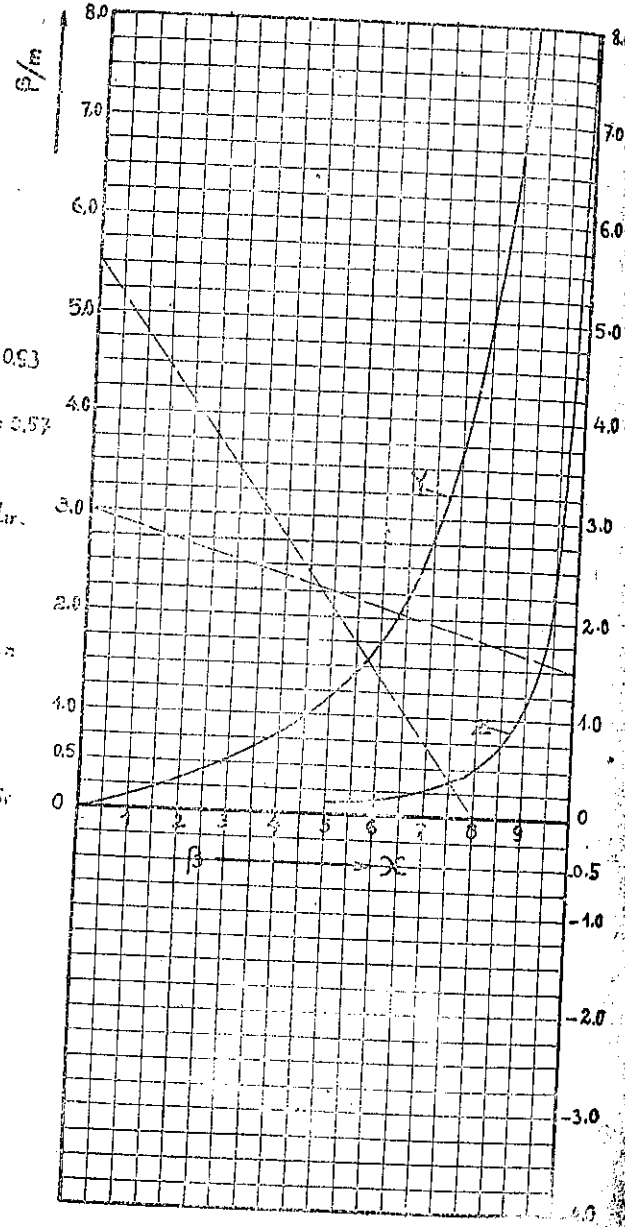
Misaller:

$$\frac{\beta}{m} = 30 \text{ ve } \frac{\beta-1}{m} = 15 \text{ için } \chi = 0,53$$

$$\beta = 0,8 \text{ ve } \frac{\beta}{m} = 5,5 \text{ için } \chi = 0,57$$

Z eğrisinde $\frac{\beta}{m}$ ve $\frac{\beta-1}{m}$ değerleri (10) ile karşılanmalıdır.

β , $\frac{\beta}{m}$, $\frac{\beta-1}{m}$ değerlerinden en münasip ikisini birleştiren doğrunun Y veya Z eğrisini kestiği noktanın apsisi χ dir.



(Şekil - 88)

χ ve β/m düzlemi içinde $(0, \beta/m)$ noktası ile $(\chi, \chi \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\chi})$ noktasından geçen doğrunun $\chi = 1$ doğrusunu kestiği noktanın ordinatının

$$\frac{\beta-1}{m}$$

dan ibaret olacağı aşikâr olarak görülür. Buradan şu sonuç çıkarılır. Verilen bir β , ve (m) ile β/m , ve $\frac{\beta-1}{m}$ değerleri bulunur. Bu değerler simetrik olarak $\chi = 0$ ve $\chi = 1$ doğruları üzerinde şekilde görüldüğü gibi işaretlendikten sonra bu iki nokta bir doğru ile birleştirilir. Bu son çizilen doğrunun

$$\chi \cdot \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\chi}$$

eğrisiyle kesiştiği noktanın apsisi arandılan χ miktarını bize verir. χ nin pratikte ne şekilde bulunduğunu grafik üzerinde iki misal ile gösterdik. χ nin değeri bulunduktan sonra

$$\chi = \frac{\sigma}{\sigma_{cr}} = \frac{P}{P_{cr}}$$

bağıntısından

$$P \leq \chi P_{cr}$$

olduğu tahkik olunmalıdır.

m nin bulunması : m nin bulunmasında tecrübeden istifade edilir.

$$m = \frac{eh}{p^2}$$

olduğundan boru seçilince h ve p değerleri belli olur.

(e) ekzantrikliği ise (Şekil - 89) da görüldüğü gibi şu iki değer toplamından ibarettir:

1. — Boruların eksenleri hiç bir zaman doğru olmayıp, imalâtdan dolayı bunların daima bir eğrilikleri mevcuttur. Bu sebep borularda bir (e') ekzantrikliği meydana getirir.

2. — Yine borulardaki imalât toleranslarından dolayı, daima et kalınlıkları her yerde hiç bir zaman aynı olamaz. Bu sebep de ikinci bir (e'') ekzantrikliği meydana getirir.

Borunun ortasında meydana gelebilecek olan maksimum ekzantriklik bu iki ekzantrikliğin toplamından ibaret olduğundan

$$e + e' + e''$$

olur. Alman normunda $d \geq 20$ mm. olan borularda

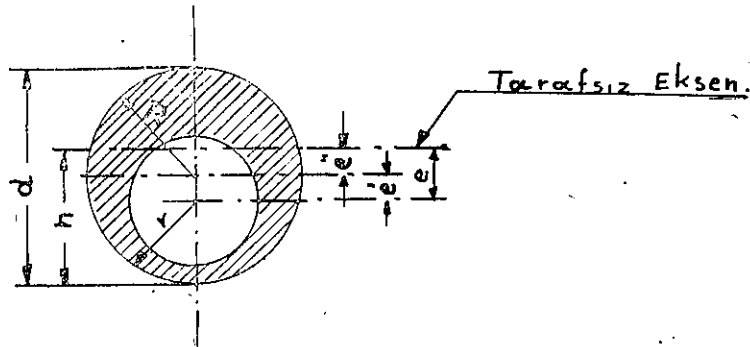
$$e = e' + e'' = \frac{l}{600} + \frac{d}{40}$$

ile, ve $b < 20$ mm. borularda ise

$$e = \frac{l}{300} + \frac{d}{40}$$

şeklinde alınır ve m buradan (m) hesap edilir. İngiliz normunda (m) şu formül ile bulunur.

$$m = \frac{e \cdot h}{\rho^2} \approx \frac{1}{10} + \frac{1}{400} \cdot \frac{l}{\rho}$$



(Şekil - 89)

13. — Yüğü sabit ve atalet momenti değışken bir çubuğun flambajı:

Biz burada sabit iki atalet momentli çubukların flambajından bahsedeceğiz (Timoshenko Theory of elastic stability sahife—131) (Şekil — 90) da görüldüğü gibi muhtelif iki rijitlikteki bir çubuğun rijitlikleri

$$EI_1 \text{ ve } EI_2$$

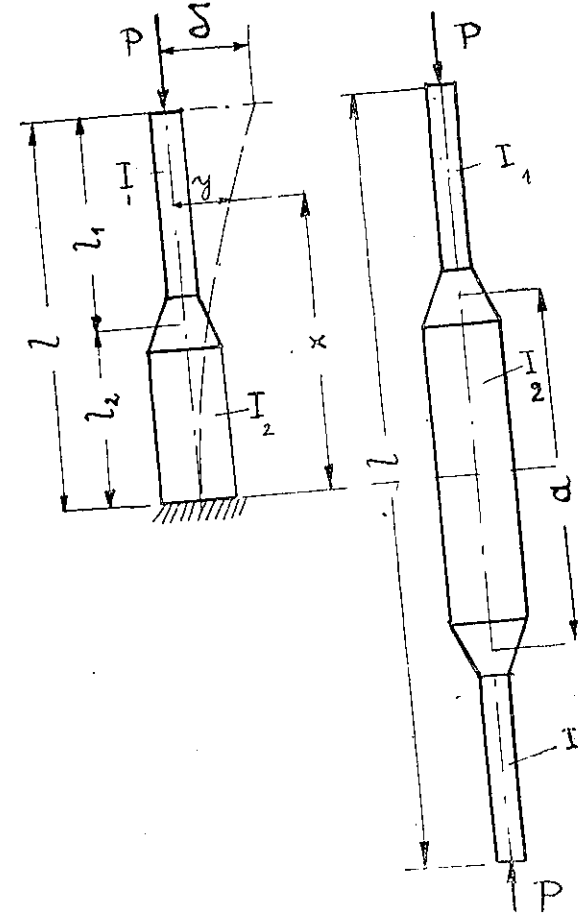
olsun diğerk taraftan şunları kabul edelim

$$\frac{P}{EI_1} = k_1^2 ; \frac{P}{EI_2} = k_2^2$$

çubuğun iki kısmının elastik eğrilerinin süreksizlik noktasında, tegetlerin aynı olacağı göz önünde bulundurulunca

$$\frac{k_1}{k_2} = \text{tg } k_1 l_1 \cdot \text{tg } k_2 l_2$$

şartının tahakkuk etmesi lazımdır.



Şek. - 90

Bir ucu serbest diğerk ucu ankastre bir çubuğun flambajında kritik yüğü bulmak için şu şekilde hareket ederiz elastik eğrinin denklemini

$$y = \delta \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l} \right)$$

dan ibaret olsun. Kritik yük halinde dış kuvvetlerin işi ile iç kuvvetlerin işinin bir birine eşit olması şartından

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_2}{4 l^2} \cdot \frac{1}{\frac{l_2}{l} + \frac{l_1}{l} \frac{I_2}{I_1} - \frac{1}{\pi} \left(\frac{I_2}{I_1} - 1 \right) \sin \frac{\pi l_2}{l}}$$

elde edilir.

Çubugun iki ucu mafsalı olması halinde yine şekilde görüldüğü gibi

$$\frac{l_2}{l} = \frac{a}{l} \quad \frac{l_1}{l} = \frac{l-a}{l}$$

değerleri nazarı itibara alınıp denklemde yerlerine konursa

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I_2}{l^2} \cdot \frac{1}{\frac{a}{l} + \frac{l-a}{l} \cdot \frac{I_2}{I_1} - \frac{1}{\pi} \left(\frac{I_2}{I_1} - 1 \right) \sin \frac{\pi a}{l}}$$

şeklinde kritik yük bağıntısı elde edilir.

BÖLÜM — XVI

Düz ve eğri levhalarda flambaj kritik gerilmeleri

1 — Modern Madeni kaplamalı tayyarelerde, Kanatlar, Dümenler ve gövde gibi elemanlar ince saçlarla kaplanmış olduğunda, kaplama saçı büyük bir önemi haizdir. Mukavemetçi bu saç elemanlarında hangi gerilmelerde saçın flambaj yapacağını daimî deformasyonun nerede meydana geleceğini ve saçın kırılma mukavemetinin neden ibaret olacağını bilmelidir.

İşte biz bu bölümde düz saçların flambaj mukavemetiyle, dairesel silindirik saçların, ve eğri ve takviyesiz saçların flambaj mukavemetinden bahsedeceğiz. Bundan sonraki bahislerde de sırasıyla takviyeli düz ve eğri saçların baskı kırılma mukavemetinden ve sırasıyla açık ve kapalı kesitli, ince cidarlı kolonların göçme mukavemetlerinden bahsedeceğiz. Aynı karakterde olan bu üç bahiste vereceğimiz formüllerin bir çoğu amprik olacak ve formüllerinin verdiği neticelerle, esas gerilmeler arasında pratik için kâfi bir takribiyet daima bulunacaktır.

2. — İzotrop Düz Levhalarda Flambaj Baskı Mukavemetleri:

Çubukların flambajında, Kritik flambaj yükünü veren Euler denkleminin $P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{l^2}$ ibaret olacağı malumdur. Bu denklemdeki (EI) terimi Çubuğun eğilme rijitliğidir.

Pozitif bir momentle eğilme yapan bir çubukta üst elyafda eğilme-den ileri gelen baskı gerilmeleri dolayısıyla yanıl yönde bir genişleme meydana gelir. Buna mukabil alt taraftaki elyaf üzerinde hasıl olan çekme gerilmeleri dolayısı ile bu kısımdaki kiriş genişliğinde bir daralma hasıl olur. Kesit içinde hasıl olan bu daralma ve genişlemenin kirisin yapılmış olduğu malzemenin Poisson kat sayısına bağlı olduğu aşikârdır.

Normal kiriş teorisinde bu kiriş içinde meydana gelen daralma ve genişleme ihmal edilirse, genişliği kalınlığına nazaran çok büyük

olan saç kesitlerinde bu deformasyon bilhassa saç kenarlarında bariz bir şekilde kendini gösterir.

Saçlar halinde EI eğilme rijitliği yerine, rijitik olarak $(1 - \nu^2) EI$ alınır. Burada ν Poisson kat sayısıdır. Şu halde saçların flambajında Euler formülü şu şekle girer :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(1-\nu^2) l^2} \quad (1)$$

Bu formülü gerilme cinsinden yazarsak :

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(1-\nu^2) \left(\frac{l}{\rho}\right)^2}$$

elde edilir.

(t) kalınlığındaki bir saçda atalet yarı çapı

$$\rho = \frac{t}{\sqrt{12}}$$

olduğundan gerilmeyi veren formül şu şekle girer :

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 (1-\nu^2)} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \quad (2)$$

(2) denklemi, dik dörtgen şeklinde ve baskı yükü ile yüklü ve kenarları serbest bir saçın, flambaj kritik gerilmesini vermektedir. Burada (l) dik dörtgen baskı kuvvetine paralel kenarının uzunluğudur.

Kenarları serbest düz levhalara pek nadir tesadüf edilir. Pratikte saç kenarları serbest ve ankastre vaziyetler arasında bir noktadadır. Saçın yüklemeye yönüne paralel olan kenarları flambaja karşı tesbit edilmiş olurlarsa saç kesidi bu tesbitten dolayı daha mukavemetli bir hal alacağından bir kenara yüklenen kritik yük altında saçı iki yönde flambaj yapacaktır.

Görünüş veya uzunluk oranı diye tarif edeceğimiz ve saçın uzunluğunun genişliğine oranından ibaret olan bir değer, kenarların tesbit edilmiş olması halinde, saçın flambaj mukavemeti üzerine tesiri büyük olur. Meselâ l boyunda bulunan bir saçı levhanın bu uzunluk yönündeki yan kenarları bir yiv içinde kalacak şekilde diğer kenarlarına baskı yükü tatbik edilirse, (Şekil-91) de görüldüğü gibi, yan kenarların yivlere normal yönde eğilmesine mani olunduğundan bu takdirde dik dörtgen şeklindeki levha bir seri, karelerden ibaret gibi olacak ve levhanın bir tek

dalğa halinde flambajına mani olunduğundan bu karelerin her biri ayrı ayrı flambaj yapacaktır.

Bu suretle (2) denkleminde levhanın (l) uzunluğu yerine b genişliğini koyabiliriz. Böylece levhanın flambaj kritik gerilmesi olarak şu ifadeyi yazabiliriz :

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12 (1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (3)$$

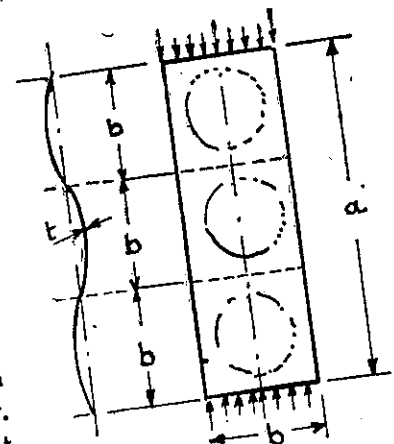
Bu bağıntıdaki $\frac{k \pi^2}{12 (1-\nu^2)}$ değerini (K) ile gösterelim, buradan

$$\sigma_{cr} = K \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (3a)$$

elde edilir.

Saçın a/b görünüş oranına bağlı olarak ve kenarlarına muhtelif tesbit şekillerine göre K kat sayısının değerleri (Şekil - 92) daki grafiklerden bulunabilir.

Madenî saçı kaplı tayyarelerde levhaların kenarlara tesbiti için bazı kimşeler tarafından etüdler yapılmıştır. Saç kenarlarının tesbit edilmiş olduğu takviyelerin eğilme ve torsiyon rijitliklerinin bu tesbit katsayısı üzerinde tesiri vardır. Saçın hafif çita ve kaburgalara tesbit edilmiş olması halinde saçın dört kenarının serbest olduğu farzedilebilir.



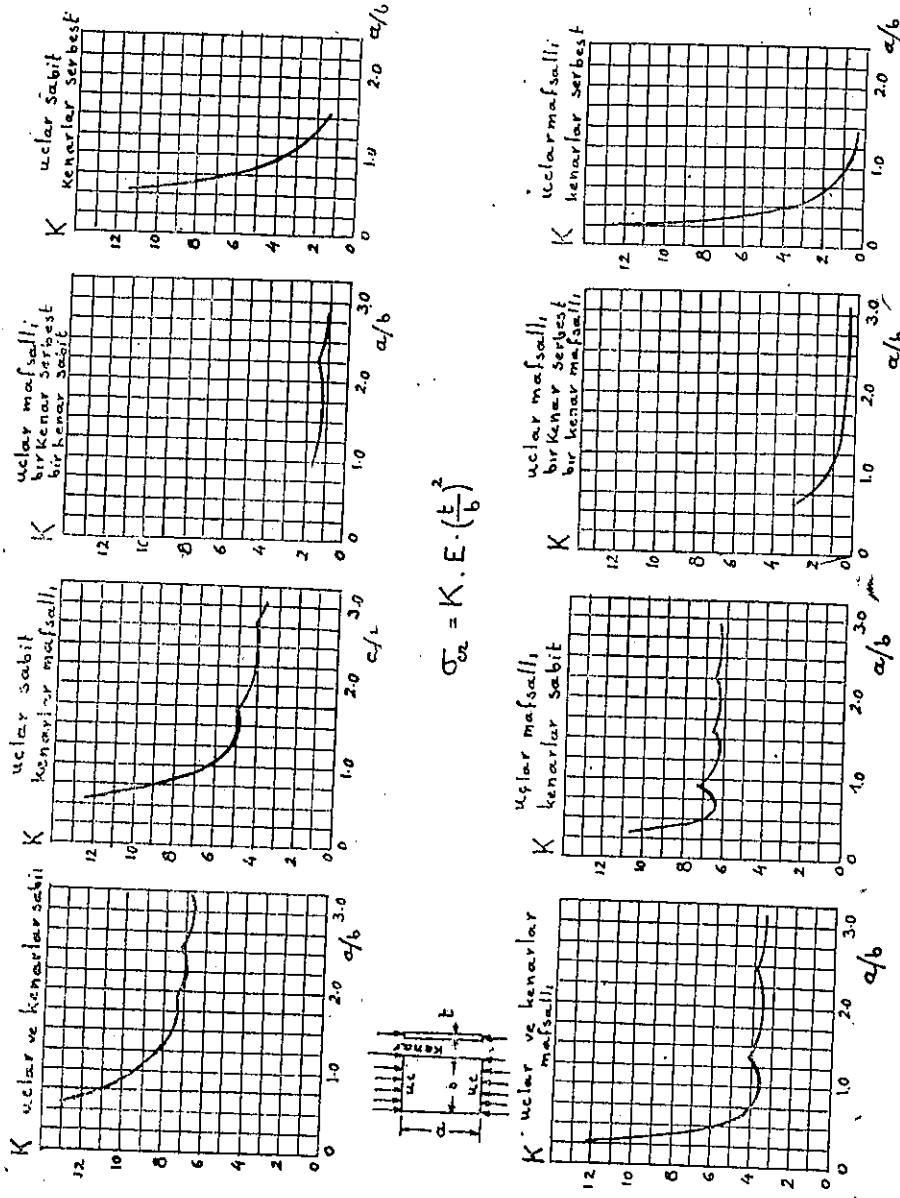
(Şekil - 91)

3. - İzotrop Düz Saçların Flambaj Kayma Gerilmeleri :

Alemanter mekanikten biliriz ki, yalnız kayma gerilmesine maruz bir saçta bu kayma gerilmesi yönü ile 45° yapan iki yönde çekme ve baskı gerilmeleri meydana gelir. Bu çekme ve baskı gerilmelerinin değerleri kayma gerilmesi değerine eşittir. Bu suretle sırf bir kesme kuvvetine maruz bir saçta bilvasıta kesme kuvvetinin diyagonal yönünde baskı gerilmeleri hasıl olur. Diğer diyagonal yönde meydana gelen çekme gerilmeleri ise saçta meydana gelen baskıdan dolayı dalgalanmayı azaltmaya çalışır.

Pek büyük önemi haiz olan bu nokta bize ince saç levhalardan ibaret olan tayyare inşaatında kayma gerilmesi dolayısıyla flambajın ne şekilde hasıl olacağını gösterir. İşte bu sebepten dolayıdır ki tayyare

Düz saçların Flambaj Mukavemetleri



(Şekil - 92)

inşaatında diğer konstrüksiyonlara nazaran, kayma gerilmelerine daha büyük önem verilir.

İzotrop düz saçların kritik flambaj kayma gerilmelerinin ifadesini yukarıda bildirdiğimiz sebepten dolayı şu şekilde yazabiliriz :

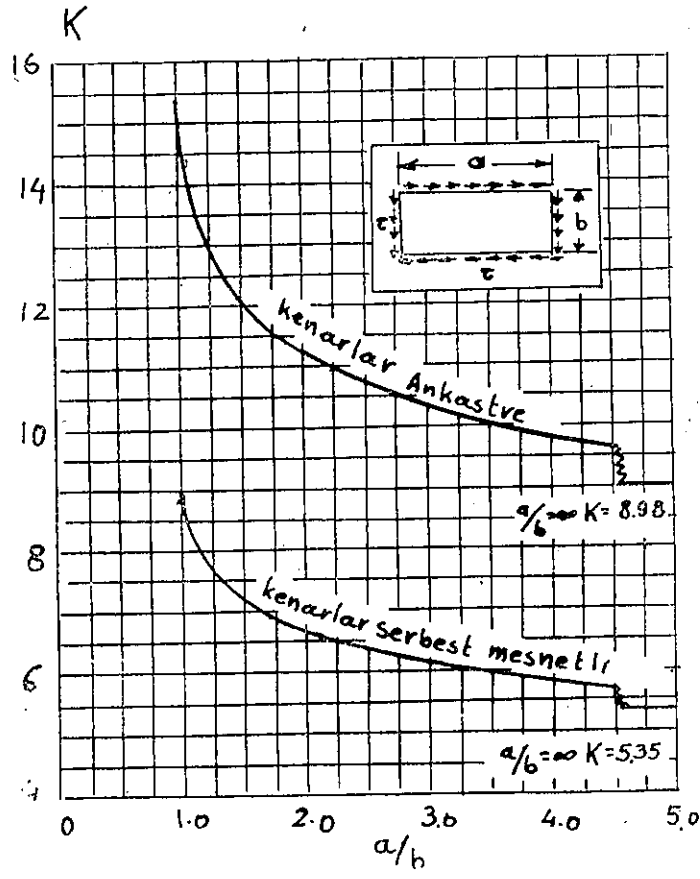
$$\tau_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (4)$$

Burada :

τ_{cr} flambaj başlangıcında saçta meydana gelen üniform kayma gerilmesi;

ν = Poisson katsayısı olup madenler için genel olarak 0,3 alınabilir;

b = saç genişliği;



Şek. - 93

t = saç kalınlığı;

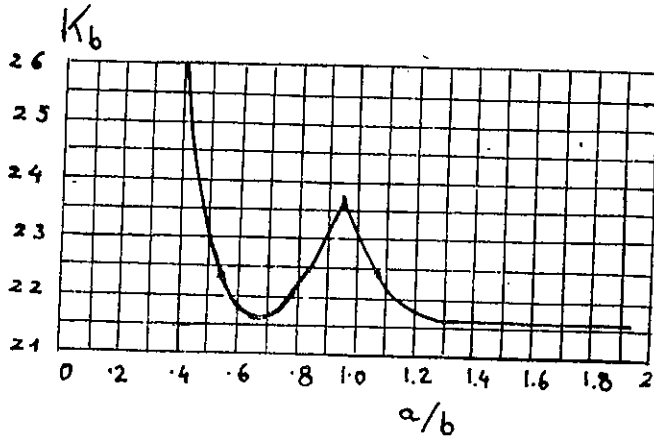
k = boyutsuz bir katsayı olup saçın kenarlarının tesbit şekline ve a/b görünüş oranına bağlıdır. Aşağıdaki (Şekil - 93) üzerindeki grafik k'nin değerini a/b ye bağlı olarak bize vermektedir.

4. - İzotrop saçların eğilmeden ileri gelen flambaj mukavemetleri:

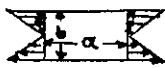
İzotrop saçların eğilmeden ileri gelen flambaj mukavemetleri de teorik olarak tayin edilmiş olup, bu halde kritik flambaj gerilmesi

$$\sigma_{crb} = K_b \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (5)$$

bağıntısı ile bulunabilir.



eğilme.



$$\sigma_b = K_b \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

b saçın yüklü kenarı

Şek. - 94

(Şekil - 94)daki grafik saçın dört kenarının serbest olması halinde K_b nin değerlerini vermektedir.

5. - İzotrop düz saçların kombine yükler altındaki flambaj mukavemeti:

Böyle saçların flambaj mukavemeti ANC - 5 nin 1940 rövizyonuna nazaran şu şekilde hesap edilirler:

a - Baskı ve eğilme kombine yükü halindeki interaksiyon eğrisi:

$$R_b^{1.75} + R_s = 1 \quad (6)$$

bağıntısı ile gösterilir.

b - Baskı ve makaslama kombine yükü halindeki interaksiyon eğrisi

$$R_b^{1.5} + R_c = 1 \quad (7)$$

bağıntısı ile gösterilir.

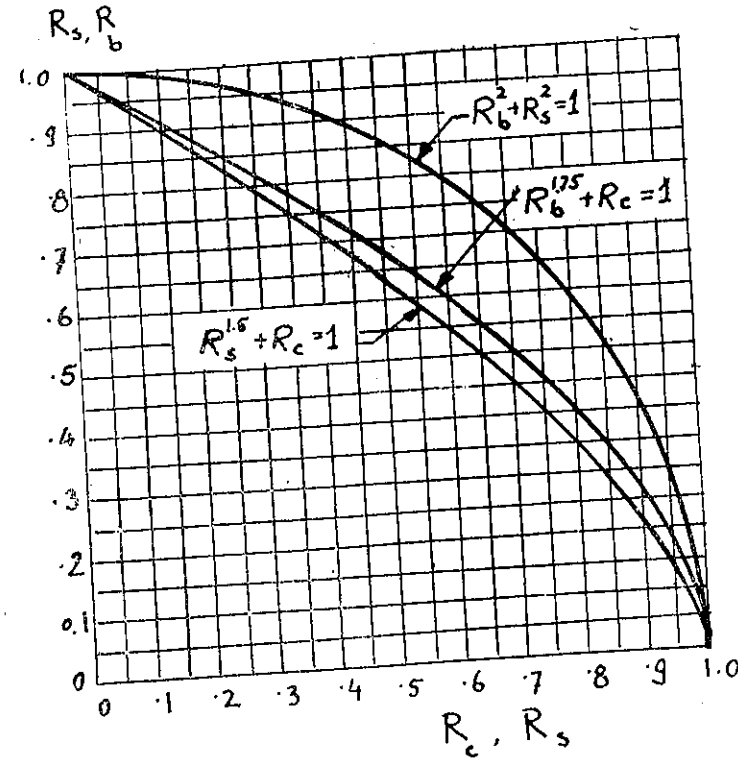
c - Makaslama ve eğilme kombine yükü halindeki interaksiyon eğrisi

$$R_b^2 + R_s^2 = 1 \quad (8)$$

bağıntısı ile gösterilir. Buradaki R_b, R_s, R_c nin değerleri şunlardan ibarettir.

$$R_b = \frac{\sigma_b}{\sigma_{ber}}; R_c = \frac{\sigma_c}{\sigma_{er}}; R_s = \frac{\tau}{\tau_{er}}$$

Bu bağıntılara ait interaksiyon eğrileri (Şekil - 95) üzerinde gösterilmişlerdir.



Şek. - 95

Yukarıda simetrik olmayan eğilmeler bahsinde söylediğimiz gibi 6,7, 8 bağıntılarından itibaren emniyet payları kolayca hesap edilebilirler.

6. — Dairesel silindirik saçların flambaj mukavemeti:

Dairesel silindirik saçlarla, eğri levhaların flambaj kritik mukavemetleri tayyare inşaatında pek büyük önemi haizdir. Filhakika tecrübe göstermiştir ki bunların kırılma gerilmeleri flambaj kritik gerilmelerine yakındır. İnce saç silindirlerin, baskı flambaj mukavemetleri hakkında verilen bir çok deneysel neticeler mevcuttur. Teorik etüdlerin hulasesi şu genel formülde toplanır:

$$\sigma_{c,cr} = K_c \cdot E \cdot \frac{t}{r} \quad (9)$$

Burada:

t = silindir cidar kalınlığı;

r = silindir yarı çapı;

E = Young modülü

$\sigma_{c,cr}$ = de kritik flambaj baskı gerilmesi, K_c ise verilen bir dalgalanma şekli için sabit bir değerdir. K_c nin değeri bazılarında göre 0.643 ile 0.414 arasında değişir. K_c nin değeri için tecrübeler yapılmış olup, elde edilen neticelere göre bu değer r/t nin karışık bir fonksiyonudur.

(Kanenutsu) ve (Nojima) dairesele silindirik saçların baskı flambaj gerilmelerinin hesabı için tamamen amprik olan ve tecrübe neticeleri ile oldukça iyi bir şekilde tevafuk eden şu formülü vermektedirler:

$$\frac{\sigma_{c,cr}}{E} = 9 \left(\frac{t}{r} \right)^{1.6} + 0.16 \left(\frac{t}{r} \right)^{1.3} \quad (10)$$

Burada l silindir boyudur. r/t nin 500 ile 3000 ve l/r nin 0.10 ile 2.5 değerleri arasında pirinç ve çelik silindirlerde iyi neticeler elde edilmiştir.

— Donnell — Baskıya maruz dairesele silindirlerde kırılma gerilmesi için şu formülü vermektedir:

$$\sigma_{c,max} = E \left[\frac{0.6 \frac{t}{r} - 10^{-7} \frac{r}{t}}{1 + 0.004 \frac{E}{\sigma_c}} \right] \quad (11)$$

Burada çelik için $\frac{E}{\sigma_c} = 544$ ve alüminyum alaşımları için de $\frac{E}{\sigma_c} = 265$ alınmalıdır.

Bu denklem takriben şu şekilde de yazılabilir:

$$\sigma_{c,max} = 0.3 E \frac{t}{r} \quad (11 a)$$

Bu son bağıntı ince cidarlı silindirlerin baskı mukavemetinin ilk hesaplarında pek fazla kullanılmaktadır, bununla beraber bu formülde l/r bulunmadığından kullanılmasına çok dikkat etmek lâzımdır.

7. — İnce cidarlı dairesele silindirlerde eğilmeden ileri gelen flambaj mukavemeti:

Flambaj mukavemetine kadar, ince cidarlı dairesele silindirlerde, sırf eğilme gerilmesi adı kirış eğilme formülü ile hesap edilir.

$$\sigma_b = \frac{M \cdot r}{I}$$

burada $I = \pi r^3 \cdot t$ dir.

Alüminyum alaşımı dairesele silindirler üzerinde yapılan bir çok tecrübelerin neticelerine göre, eğilme halinde flambaj kritik gerilmesi şu formül ile hesap edilir:

$$\sigma_b = K_b \cdot E \quad (12)$$

(12) denklemindeki K_b katsayısı r/t nin değerine bağlı olup, bununla değişim şekil — 96 üzerinde gösterilmiştir. Alüminyum halitalarında r/t nin 40 dan küçük değerlerinde σ_b yerine caiz gerilme alınmalıdır.

Bu eğri çelik silindirlere yaklaşık olarak kabili tatbikdir. Onlar da yalnız ilk hesaplarda kullanılmalıdır.

8. — İnce cidarlı eliptik silindirlerde eğilmeden ileri gelen flambaj mukavemeti:

Bu çeşit silindirlerde flambaj kritik gerilmesi eğilme halinde şu formül ile bulunur:

$$\sigma_b = \frac{M}{K_b \cdot a^2 \cdot t} \quad (13)$$

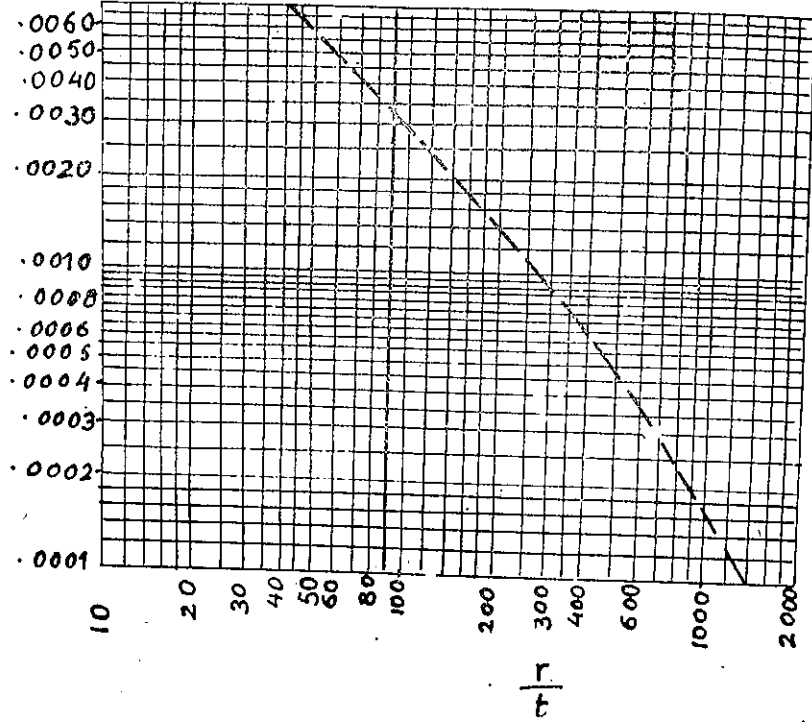
Burada:

M = Büyük Esen düzlemi içinde bulunan eğilme momentidir;

a = ellipsin büyük yarım ekseni boyu;

K_b ise boyutsuz bir katsayı olup elipsin ekzantrikliğine bağlı olarak değişir. (Şekil — 97) de K_b nin değerleri a/b ye bağlı olarak grafik üzerinde gösterilmiştir.

$$K_b = \sigma_b / E$$



N.A.C.A. 479

Şek. — 96

9. — İnce cidarlı dairesel silindirlere torsiyondan ileri gelen flambaj mukavemeti:

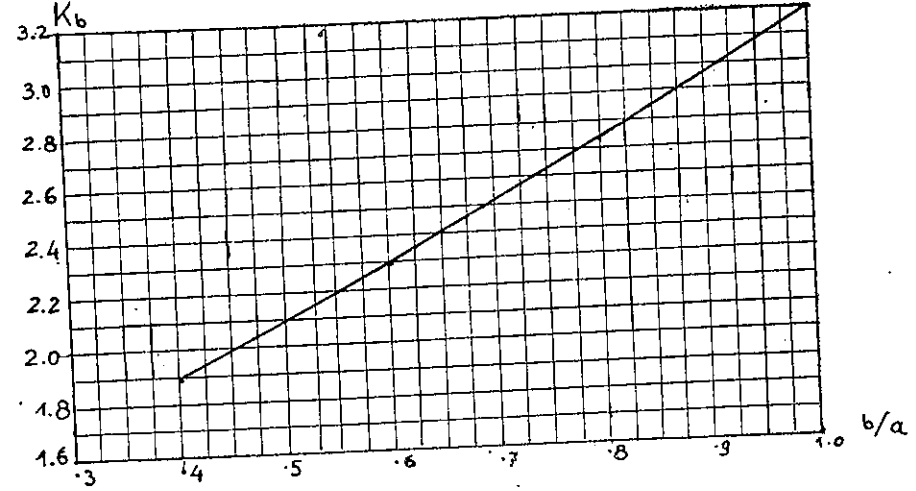
İnce cidarlı bir silindirin torsiyona maruz bulunması halinde kesit içinde meydana gelen kayma gerilmesi:

$$\tau = \frac{M_0}{2 F_0 t}$$

formülü ile bulunuyordu. F_0 r'ın kesit alanı ve t niinde kalınlık olduğu bellidir. Sıf kayma gerilmesi halinde bununla 45° yapan yönlerde eşit

baskı ve çekme gerilmeleri meydana geleceğinden, bu baskı gerilmeleri dolayısıyla ince cidarlı silindir üzerinde mahalli flambajlar hasıl olabilir.

Boyları çok uzun olan silindirlere (akma sınırını geçmeden evvel) torsiyon kritik gerilmesi



Şek. — 97

$$M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{2} E}{3 (1-\nu^2)^{3/4}} \cdot \sqrt{R} t^5 \quad (14)$$

olmak üzere,

$$\tau_{cr} = \frac{3}{3 \sqrt{2} (1-\nu^2)^{3/4}} \cdot \left(\frac{t}{R}\right)^{3/2} = \frac{M_{cr}}{2 \pi R^2 t} \quad (15)$$

formülü ile verilmiştir.

Donnell dairesel silindirlere kritik kayma gerilmesi olarak saçın kenarlarının tesbit şekline göre şu ifadeleri vermektedir:

a — Dört kenarının ankastre olması halinde:

$$\tau_{cr} = \frac{E \cdot t^2}{(1-\nu^2) \cdot l^2} \left[4,6 + \sqrt{7,8 + 1,67 \left(\sqrt{1-\nu^2} \cdot \frac{l^2}{t \cdot d} \right)^{3/2}} \right] \quad (16)$$

b — Kenarlarının serbest olması halinde:

$$\tau_{cr} = \frac{E \cdot t^2}{(1-\nu^2) \cdot l^2} \left[2,8 + \sqrt{2,6 + 1,40 \left(\sqrt{1-\nu^2} \frac{l^2}{t \cdot d} \right)^{3/2}} \right] \quad (17)$$

burada:

τ_{cr} = Kritik kayma gerilmesi;

t = cidar kalınlığı;

l = silindir uzunluğu;

d = silindir çapı.

Tecrübe neticeleri teorik değerlerle mukayese edilirse, madeni silindirlerde % 60 minium bir değer olmak üzere, tecrübe neticeleri teorik değerlerin % (75—80) ni raddesindedir.

Bu da tecrübe epruvetlerinde evvelden bulunması muhtemel olan intizamsızlıklardan ileri gelmektedir. Hesaplarda Donnell % 60 raddesinde bir değer alınmasını tavsiye etmektedir. Bu suretle dairesel silindirlerde kritik kayma gerilmesi (16) ve (17) denklemlerinin % 60'ndan ibaret olan şu denklemlere göre hesap edilirler:

a — Ankastra olanlarda

$$\tau_{cr} = E \cdot \left(\frac{t}{l}\right)^2 \left[3.0 + \sqrt{3.5 + 0.68 \left(\frac{l^2}{td}\right)^{3/2}} \right] \quad (16a)$$

b — Serbest kenarlılarda:

$$\tau_{cr} = E \cdot \left(\frac{t}{l}\right)^2 \left[1.8 + \sqrt{1.2 + 0.57 \left(\frac{l^2}{td}\right)^{3/2}} \right] \quad (17a)$$

10. — İnce cidarlı eliptik silindirlerde torsiyondan ileri gelen flambaj mukavemeti:

İnce cidarlı eliptik bir silindirde torsiyondan ileri gelen kayma gerilmesinin Bredt formülü ile hesap edileceği aşikardır. Tecrübe göstermiştir ki eliptik silindirlerin torsiyona maruz bulunması halinde bunlarda meydana gelen kritik kayma gerilmeleri değerleri, bu elipsin dışına teget olarak çizilen ve aynı cidar kalınlığını haiz dairenin Donnell formülü ile bulunan teorik kritik gerilmelerinden küçük ve fakat (16a) ve (16b) formülleri ile hesap edilen kritik kayma gerilmeleri değerlerinden büyük olduğu görülmüştür.

Bundan dolayı eliptik bir silindirde torsiyondan ileri gelen kritik kayma gerilmeleri dairesel silindirlerde tatbik edilen (16 a) ve (17 a) formülleri ile hesap edilir. Burada silindirin d çapı yerine elipsin büyük ekseninin boyu olan (2 a) alınmalıdır.

11. — İnce Cidarlı Dairesel Silindirlerin Kombine Kesme ve Eğilme Yükları altındaki Mukavemeti:

Dairesel silindirlerde eğilme gerilmesi ile kayma gerilmesi

$$\sigma_b = \frac{M}{\pi \cdot r^2 \cdot t} ; \quad \tau_s = \frac{T}{\pi \cdot r \cdot t}$$

formülleri ile hesap edileceği aşikardır. Alüminyum alaşımı silindirler üzerinde eğilme ve kesmenin aynı zamanda vukubulması şartıyla, yapılan tecrübeler göstermiştir ki:

a — Ya eğilme hâkim durumdadır;

b — Ya makaslama hâkim durumdadır;

c — Veyahut ortalama bir durum mevcuttur.

(a) halindeki kırılma sırf eğilme şartları içinde vaki olacaktır ve kırılma gerilmesi madde — 7 de söylediğimiz gibi hesap edilecektir.

(b) halinde yani kesitin makaslama dolayısı hâkim üniform kayma gerilmesi tesirinde bulunması halinde sırf torsiyon halindeki kayma gerilmesinden % 20 kadar fazla bir gerilmeye kırılma vaki olur.

(c) hali vaki olduğu zaman yani ne eğilme gerilmesi ve ne de kayma gerilmesi ihmal edilebilir bir durumda olmadığı zaman bunların interaksiyon eğrisi şu bağıntı ile verilir:

$$R_b^2 + R_s^2 = 1.$$

verilen bir yük halindeki emniyet payı da

$$E_p = \frac{1}{\sqrt{R_b^2 + R_s^2}} - 1$$

ile hesap edilir.

12. — İnce Cidarlı Eliptik Silindirlerin Kombine Kesme ve Eğilme Yükları altında mukavemeti:

Eliptik silindirlerin bu kombine mukavemeti dairesel silindirlerde olduğu gibi hesap edilir. Gerilmelerde şu formüllerle bulunur:

$$\sigma_b = \frac{M}{k_b \cdot a^2 \cdot t} ; \quad \tau_s = \frac{T}{k_v \cdot a \cdot t}$$

Burada k_b ve k_v boyutsuz katsayılar olup b/a ekzentrikliğine bağlı olarak (Şekil — 98) deki grafiklerden bulunabilirler.

Bu değerler bulunduktan sonra, kombine yük altındaki mukavemetleri ince cidarlı dairesel silindirler halinde olduğu gibi hesap edilirler.

13. — İnce Cidarlı Dairesel ve Eliptik Silindirlerin Kombine Eğilme ve Torsiyon halindeki Mukavemetleri:

R_b sırf eğilme halindeki gerilme oranı ve R_s de sırf torsiyon halindeki gerilme oranını göstermek üzere,

$$\tau_{cr} = 0,06 \cdot E \cdot \frac{t}{b} \quad (20)$$

Wagner ve Ballerstedt serbest kenarlı saçlarda şu formülü vermektedirler :

$$\tau_{cr} = 0,1 E \cdot \frac{t}{r} + 5,3 E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (21)$$

17. — İnce cidarlı Eğri Levhaların Kombine Kesme ve Baskı altındaki mukavemeti :

Ebner, The Strenght of Shell Bodies, de ince cidarlı silindirlerin kombine mukavemeti için interaksiyon eğrilerini şu şekilde vermektedir :

a — Makaslama ve Baskı halinde :

$$(R_s)^n + R_c = 1 \quad (22)$$

b — Makaslama ve çekme halinde :

$$R_s + \frac{1}{2} R_c = 1 \quad (23)$$

Wagner ve Ballerstedt'e göre (22) formülündeki $n=2$ olmalıdır. Halbuki Lundquist'e nazaran $(n)=3$ civarındadır. İhtiyatlı olmak bakımından n nin 2 olarak alınması daha muvafıktır.

BÖLÜM — XVII

Takviyeli Düz ve Eğri Saçların Baskı Kırılma Mukavemetleri ve Efektif Genişlikler

1. — Saç kaplamalı kanatlar ve gövdelerde, kaplama nisbeten ince olduğundan ve flâmbaj baskı gerilmesi de saçın kalınlığının karesile artacağından, pek küçük yükler altında bu elemanlarda flâmbaj meydana gelir. İşte bundan dolayı madeni kaplamalı tayyarelerde, kaplama saçları, takviye çitaları ile teçhiz edilirler. Bu takviye çitaları ile mukavemeti artan saçlar genel olarak daha yüksek baskı yükü taşırlar.

Çitalar saçla perçinleşmiş olduklarından, ve saç flâmbaj yapmış halde taşıyacağı flâmbaj yükünden fazla yük taşıyacağından bu keyfiyet büyük önemi haiz olur. Bu şekilde teçhiz edilmiş bir saçın çalışması hakkında yapılmış teorik ve deneysel birçok etüdler mevcut olup, biz burada yalnız böyle takviye edilmiş saçın taşıyacağı yükten bahsedeceğiz. İleride takviye ile beraber saçın ne kadar yük taşıyacağını belirteceğiz.

2. — Takviyeli İzotrop Düz Saçların Baskı Kırılma Mukavemetleri:

(Şekil — 99) üzerinde mütemadi ve çitalarla takviye edilmiş, ve heyeti umumiyesi üniform bir baskı yükü ile yüklenmiş düz bir saç levha görünmektedir.

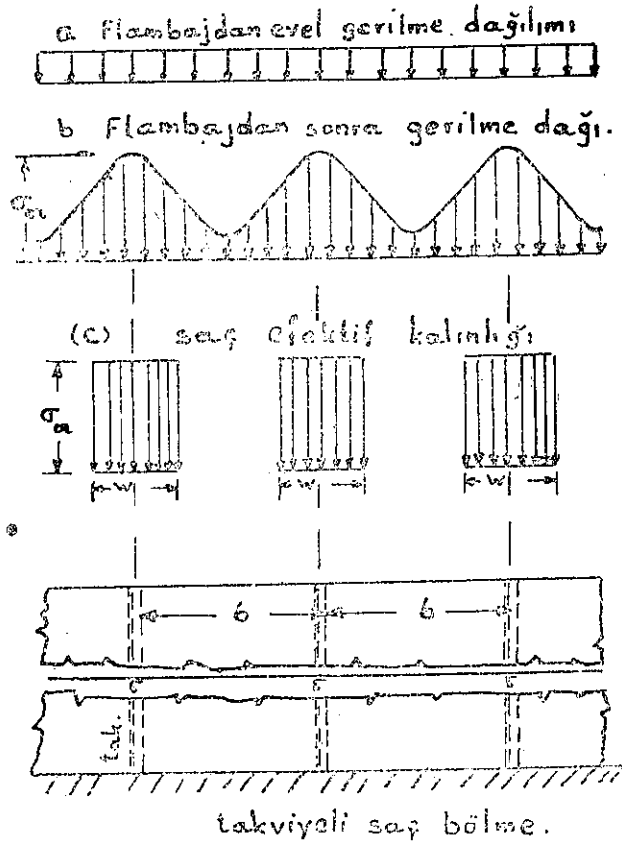
Takviye çitaları ile saçın aynı malzemeden yapılmış olduğunu kabul edersek saçın flambaj mukavemetine kadar baskı gerilmelerinin saç üzerinde dağılımı üniformdur (Şekil a).

Yükün ziyadeleştirilmesi halinde, çitalar arasındaki saç flambaj yapmış olduğundan ve flâmbaj yükünden daha yüksek bir gerilme taşıyacağından, çitalar arasındaki saçta gerilme artmaz. Bununla beraber çitalar birbirine oldukça yaklaşık olur ve saçta bunlara tesbit edilerek kararlılık temin olunursa, çitalar civarındaki saç mntakalarında, saç daha büyük gerilmeler alabilir. Şekil — b üzerinde saçın flambajından sonra

genel olarak gerilmelerin dağılımı görünmektedir. Bu dağılım saçın çatalara tesbit derecesine ve bölmelerin boyutlarına tabidir.

Saçın flambajından sonra saç üzerinde meydana gelen gerilme dağılımının şeklini bulmak için birçok etüdler yapılmıştır. Bulunan neticelere göre formüller pek karışıktır.

Bizim burada bahsedeceğimiz usul, hesapları kolaylaştırmak maksadıyla kullanılan ve gerilmenin burada üniform olarak dağıldığını kabul eden efektif genişlik teorisidir ki, gerilmelerin hakiki dağılımı ile toplam aynı mukavemeti verir. Efektif genişlik teorisindeki gerilme dağılımı, şekil — c üzerinde görülmektedir.



(Şekil - 99)

3. — Saç Efektif Genişliği Denklemleri :

Saçların efektif genişlikleri, Von Karman, Sechler, Timoshenko, Ne-

elde edilir. Bu (11) denklemleri flambaj baskı gerilmesinin üstünde bulunan gerilmelerde saçın efektif w genişliğini verir.

5. Efektif genişlik üzerinde elastik modülü değişiminin tesiri:

(11) formülü gerek saç için ve gerekse takviye çataları için aynı malzemenin kullanıldığını kabul ederek orantı sınırının altı için bulunmuştur. Pratikte saçlar 24 SRT den olup takviye çataları ise hadde lenmiş 24 ST saçından yapılır. Orantı sınırının üstünde bu iki malzemenin gerilme - uzanma eğrileri tamamen birbirinden farklıdır.

Açık kesitli ve oluklu takviye çatalarının kullanılması sayesinde orantı sınırının üstünde malzemeyi kullanmak zarureti hasıl olmuşturki, bu plastik sahada young modülü sabit değildir. Bundan dolayı takviyelerin mukavemeti orantı sınırının üstünde bulunduğu zaman yukardaki (11) dekleminde teget modülü kullanılmalıdır.

Gerek efektif genişlikteki saç ve gerekse takviyeler aynı birim uzanmayı haiz olmalarına mukabil orantı sınırının üstündeki gerilmeler birbirinden farklı olabilir. Bu keyfiyet iki malzemenin gerilme - uzanma diyagramlarının mukayesesile daha iyi şekilde görülür. İşte aynı bir uzanmaya mukabil gerilmelerin farklı olması göz önünde tutularak (11) formülü tashih olunmalıdır.

Sechler bölmeler üzerinde yaptığı uzanma ölçüleri neticesinde en yüksek gerilmelerin takviyeler civarında meydana geldiğini müşahede etmiştir. Takviye civarında saç üzerinde üniform bir gerilmenin meydana geldiğini kabul ederek üniform gerilmenin tesir ettiği genişlik w_1 ile gösterilir, ve takviyenin haiz olduğu uzanmayı saç haiz olduğu zaman bunda meydana gelen gerilmede σ_{sh} ile gösterilirse bu takdirde saç üzerine gelen yük

$$w_1 \cdot t \cdot \sigma_{sh}$$

den ibaret olur. Bu (w) efektif genişliği ve takviye gerilmesi cinsinden ifade edilirse

$$P = w_1 \cdot t \cdot \sigma_{sh} = w \cdot t \cdot \sigma_{ta}$$

bulunur. Buradan

$$w = \frac{\sigma_{sh}}{\sigma_{ta}} \cdot w_1 = 2,52 \times t \times \sqrt{\frac{E}{\sigma_{ta}}} \quad (12)$$

elde edilir.

Saç ve takviyenin aynı malzemedan olması halinde (12) formülü (11) formülünün aynı olur. (12) formülünün kullanılabilmesi için gerek takviye ve gerekse saç malzemelerinin uzanma - gerilme diyagramlarının bilin-

mesi lâzımdır. Mamafî (12) formülü oldukça yüksek değerler verdiğinden, pratik de ihtiyatla tatbik edilmelidir.

6. — Takviyeli eğri ince saç levhaların baskı kırılma mukavemetleri:

Ankastre eğri ince saçların baskı kırılma mukavemetleri hakkında istifade edilebilir pek az, deneysel veya teorik bilgi vardır.

Sechler kenarları serbest eğri saçlar kırılma mukavemetlerinin takdirinde şu usulü teklif etmiştir:

1. — w efektif genişliği boyunca, kenarların malzemenin akma noktası gerilmesine eşit bir gerilme taşıdığı kabul edilir. Bu efektif genişlik

$$w = 1,90 \times t \times \sqrt{\frac{E}{\sigma_a}}$$

formülü ile bulunur.

2. — Takviyeler arasındaki uzaklık (b) olmak üzere ve efektif genişlikde (w) olmak üzere ($b - w$) geriye kalan saç kenarı, kalınlığı aynı ve yarı çapıda saçın yarı çapına eşit dairesel bir silindirin kritik fambaj gerilmesine eşit bir gerilme taşır.

Efektif genişliğin taşıyacağı yük:

$$P_1 = w \cdot t \cdot \sigma_a \quad (13)$$

formülü ile bulunur. Geriye kalan ($b - w$) üzerindeki gerilme

$$\sigma_{cr} = E \left[9 \left(\frac{t}{r} \right)^{1,6} + 0,16 \left(\frac{t}{r} \right)^{1,8} \right]$$

formülü ile bulunur. Veyahut daha basit olarak şu bağıntı ile bulunur:

$$\sigma_{cr} = 0,3 E \cdot \frac{t}{r}$$

Bu takdirde geriye kalan saç üzerindeki yükte,

$$P_2 = \sigma_{cr} (b - w) \cdot t \quad (14)$$

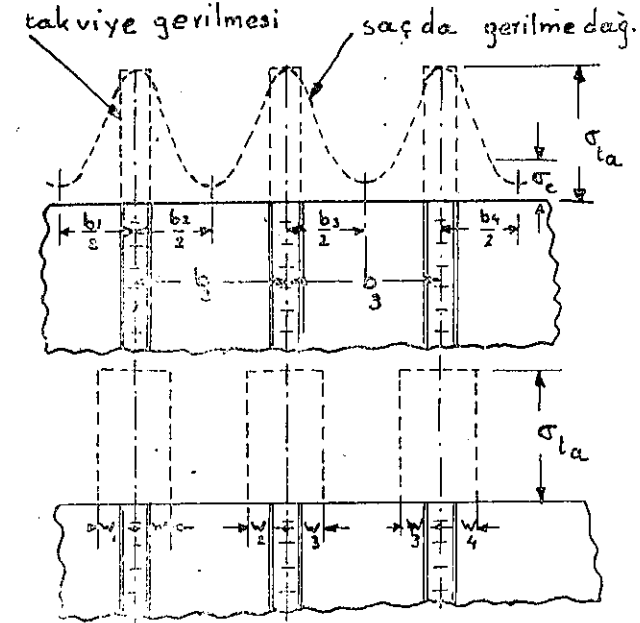
ile bulunur, 13 ve 14 formüllerinin verdiği yükler toplamı takviyeli eğri ince saçın kırılma yükünden ibaret olur.

7. — Takviyeli Saç Bölmelerin Baskı Mukavemeti:

Bundan evvelki maddelerde takviyeli, düz veya eğri saçların, ken-

dilerinin taşıyacağı yüklerden ve yüklerin üniform olarak tatbik edildiği saç genişliğinden bahsedilmiştir.

Tayyare inşaatında satırlar, düz veya eğri saçlarla kaplanmış olup bu saçlar eğilme gerilmeleri yönünde çitalarla takviye edildiklerinden çekme gerilmelerinin hasil olduğu yerlerde, gerek takviyeler ve gerekse saç aynı gerilmeyi alırlarsa da, baskı gerilmesi karşısında saçta ve takviyede meydana gelen gerilme şiddetleri birbirinden farklı olurlar. İşte bundan dolayı saç - takviye birliğinin efektif gerilmesini hesaplarda göz önünde tutmak icap eder.



(Şekil - 100)

Biz bu maddede saç - Takviye birliğinin baskı mukavemetiyle meşgul olacağız. (Şekil - 100 a) üzerinde baskı yükü yönünde, takviyelerle teçhiz edilmiş takviyeli bir saç bölmede, baskı gerilmesinin dağılımı görülmektedir. Takviyelerin bulunduğu noktalarda gerek saç ve gerekse takviyenin gerilmeleri aynıdır.

Fakat takviye aralarındaki saç muntıklarında ise gerilme şekilde görüldüğü gibi genel olarak azalır. (Şekil - 100 b) de ise takviye civarında alınan w_1, w_2, w_3, \dots gibi efektif genişliklere üniform bir gerilmenin tesir ettiği görülmektedir ki bu hal tamamen farazidir. Saçta efek-

tif genişlik boyunca tesir eden bu üniform gerilmenin şiddeti takviyede meydana gelen gerilmenin şiddetine eşit olarak kabul edilir.

Bu suretle takviyeye, ve takviyeye ait efektif saç genişliğine tesir eden toplam P baskı, yükü şundan ibaret olur.

$$P = \sigma_{ta} (A_{ta} + w \cdot t) \quad (15)$$

Burada :

σ_{ta} = Takviyede meydana gelen baskı gerilmesi;

A_{ta} = Takviye alanı;

t = Saç kalınlığı;

w = Takviye ile beraber çalışan saçın efektif genişliğidir.

BÖLÜM XVIII

Açık ve Kapalı Kesitli Kolonların Göçme Mukavemetleri

1. — Tayyare inşaatında baskı yüklerini taşımak üzere Köşebend Z, U, T, dört köşe boru ve saire gibi ince cidarlı profiller kullanılır. Bu profillerden yapılan çubuklar bazı ahvalde kararlı kesitler olarak çalışırlarsada, diğer ahvalde de, bunlar üzerinde meydana gelen mahalli çökmelerden flâmbaj hasil olur. Bu profillerin mukavemetini hesap için kullanılan usullerin büyük bir kısmı Amprik usuller olmalarına rağmen bugünkü şartlar dahilinde tecrübe neticelerine oldukça iyi bir şekilde tavafuk ederler.

Bu bahiste vereceğimiz genel metodlar, birçok tecrübe neticeleri ile tahkik edilmiş olup, $0/0$ 10 takribiyetle elemanların mukavemetlerini doğru olarak verirler. İşte bundan dolayıdır ki burada vereceğimiz formüller ilk hesapların tahkikinde kullanılmalıdır.

2. — Bükülmüş veya Haddelenmiş Köşebendlerin Kritik Flambaj Mukavemetleri:

Baskı yüklerini taşımak için köşebentler tayyare inşaatında fazla miktarda kullanılmaktadır. Köşebentler ya saç levhaların bükülmesi ile yahut kalınlığın 1,6 milimetreden daha az olmaması halinde haddelenerek yapılırlar. Gerek bükülmüş ve gerekse haddelenmiş, kanatları kısa kalınlığı fazla olan köşebentler, kararlı çubuklar gibi çalışırlar ki bunlardan çubukların flâmbajında bahsolunmuştu.

Buna mukabil köşebentin kanatlarının uzun, ve kalınlığının az olması halinde Euler formülü ile bulunan kritik gerilmeden daha önce, kanatlar üzerinde dalgalanma ve flâmbaj hasil olacaktır. Kısa kolonlar mıntikasında bulunan köşebend kesitleri bacakların flâmbaj yapmasından sonra daha yüksek yüklere mukavemet eder.

Uzun kanatlı ve ince cidarlı köşebentlerde iki kanattan her biri üç kenarı serbest mesnetli ve yalnız bir kenarı serbest bir saç olarak nazarı itibara alınır ve hesaplar yapılır.

Bu halde flâmbaj gerilmesi şu bağıntı ile hesaplanır :

$$\sigma_{cr} = 0,452 \cdot E \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (1)$$

Burada E elâstik modülü olup, plâstik alanda E yerine teget modülü olan E' alınmalıdır.

3. — U. dubl T. ve Z profillerinde Mahallî Kritik Flâmbaj Mukavemetleri

Lundquist, U, Dubl T, Z profillerinde mahallî kritik flâmbaj mukavemetlerini veren teorik bir etüd yapmıştır, Bu metotta teorik neticeler tecrübe neticelerini tahkik etmekle beraber biraz ihtiyatlıdır.

Bu usulde genel olarak profillerin muhtelif kısımlarının birbiri üzerine olan kararlayıcı tesiri nazarı itibara alınır, ve bundan sonra her bir eleman bir düz levha gibi göz önünde bulundurulur, ve ona göre hesap edilir.

Dik dörtgen levhada flambaj kritik gerilmesinin,

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 \cdot E \cdot t^2}{12 (1 - \nu^2) b^2}$$

formülü ile hesap edildiği bellidir.

Lundquist U, dubl T, ve Z porfillerinde bu denklemin şu şekilde tatbik etmektedir :

$$\sigma_{cr} = \frac{K_F \pi^2 E \cdot t_F^2}{12 (1 - \nu^2) b_F^2} \quad (2)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{k_W \pi^2 E \cdot t_W^2}{12 (1 - \nu^2) b_W^2} \quad (3)$$

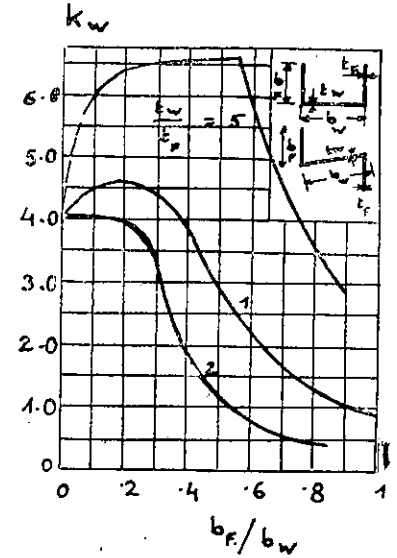
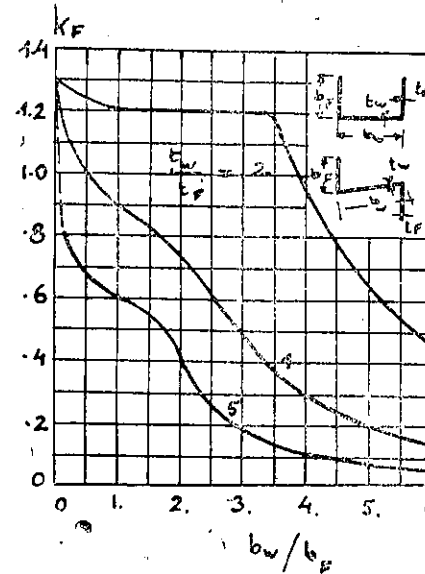
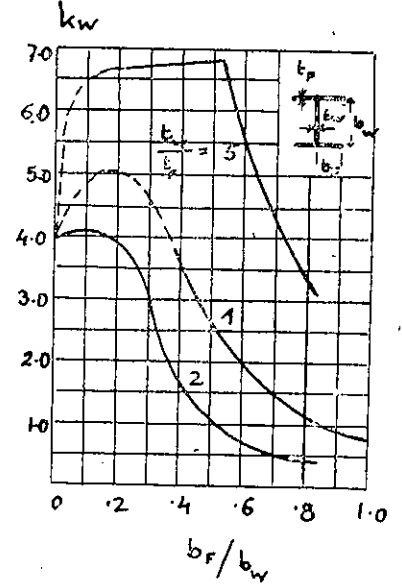
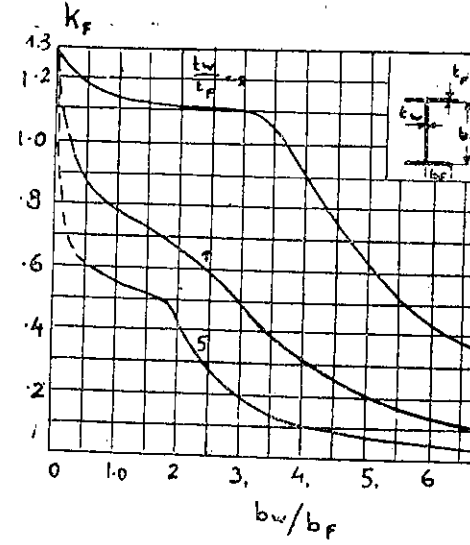
Bu formüllerde t_F, t_W profillerin flâns ve gövde kalınlıklarını ve b_F, b_W de, flâns ve gövdenin genişliklerini gösterir.

K_F, K_W Boyutsuz katsayıları da kesitin şekline bağlı olup, bunların değerleri (Şekil-101) üzerinde gösterilmektedir. Bu değerler enerji metodu ile bulunmuşlardır.

4. Açık Kesitlerin Kırılma Çökme Mukavemeti:

Düz ve eğri saç parçaların bükülmesi ve haddelenmesi ile teşkil olunacak olan kesitlerde kırılma çökme mukavemeti için teorik bilgi yoktur. Bu problemin aşağıda vereceğimiz çözümü yarı amprik bir usul

olup tecrübe neticelerini oldukça iyi tahkik etmektedir. Açık kesidi teşkil eden saç elemanlarının her birinin evvela ayrı ayrı flambaj mukave-



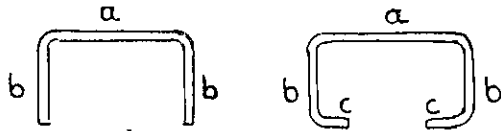
(Şekil - 101)

meti bulunur. Bundan sonra tekil kesidin kırılma mukvemetini bulmak için hepsi birden aşağıda görüleceği vechile nazarı itibara alınır. Böy-

lece (Şekil — 102) üzerindeki açık profilde (a) profil elemanı olan saç dört kenarı serbest olarak nazarı itibara alınır. Halbuki (b) elemanında ise 3 kenar serbest mesnetli ve dördüncü kenarda serbest olarak nazarı itibara alınır. Böylece belli olan

$$\sigma_{cr} = K \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

formülü yardımı ile saç elemanlarının flambaj baskı gerilmesi hesap edilir. Kenarların tesbit derecesine göre bu formül şu şekillerde kullanılır:



Şek. — 102

a — Üç kenarın serbest mesnetli ve bir kenarın serbest olması halinde:

$$\sigma_{cr} = 0.452 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (a)$$

b — Dört kenarın serbest mesnetli olması halinde:

$$\sigma_{cr} = 3.62 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (5)$$

(4) ve (5) denklemleri malzemenin orantı sınırı altındaki flambaj kritik gerilmeleridir. b/t nin değeri küçüldükçe, bu kritik flambaj gerilmeleri orantı sınırının üstüne çıkacağından plastik alanda bu formüllerde E' Teget modülü konulur. Belli olduğu gibi teget modülü, gerilme-uzanma diyagramınının tegetinin meylinde ibarettir.

Bundan sonra tekml kesitin çökme gerilmesini şu şekilde hesap ederiz:

$$\sigma_c = \frac{\sum (\sigma_{cr} \cdot b \cdot t)}{\sum (b \cdot t)} = \frac{\sigma_1 \cdot b_1 \cdot t_1 + \sigma_2 \cdot b_2 \cdot t_2 + \dots}{b_1 \cdot t_1 + b_2 \cdot t_2 + \dots} \quad (6)$$

Kesitin her tarafında kalınlığın aynı olması halinde kesitin çökme gerilmesini veren formül şu şekle girer:

$$\sigma_c = \frac{\sigma_1 \cdot b_1 + \sigma_2 \cdot b_2 + \sigma_3 \cdot b_3 + \dots}{b_1 + b_2 + b_3 + \dots} \quad (7)$$

Burada $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ kesit elemanlarının flambaj kritik gerilmesi, b_1, b_2, b_3, \dots de aynı elemanların efektif genişlikleri, t_1, t_2, t_3, \dots de elemanların kalınlıklarıdır.

5. — Kapalı Kesitlerin Kırılma Çökme Mukavemeti:

Bundan evvel gördük ki açık bir kesidin çökme gerilmesini, bu kesidi teşkil eden elemanların flambaj kritik gerilmeleri cinsinden ifade ediyorduk. Kapalı kesitlerde bu metod pek ihtiyatlıdır. Kapalı kesidin yan saçları flambaj yapabilirse, tekml kesit nazarı itibara alınınca yan saç elemanlarının birbiri üzerine olan kararlayıcı tesiri dolayısı ile, kesitin köşeleri orta kısımlarının flambajından sonrada bir miktar yük almıya devam eder. Oldukça yaklaşık bir şekilde, dört köşe ve kapalı bir kesitte çökme gerilmesi, efektif genişlik teorisi ile bulunur. Evvelce Newell formülünü

$$w = 1,70 t \sqrt{\frac{E}{\sigma_c}}$$

şeklinde vermiştik. Bu takdirde efektif w genişliğine tesir eden toplam P yükü:

$$P = \sigma_c \cdot t \cdot w$$

ile bulunacağı aşikârdır. Diğer taraftan b genişliğindeki saça σ_c çökme gerilmesi tesir ettiğinden

$$P = \sigma_c \cdot b \cdot t$$

bulunur. Son üç denklemden, kapalı kesidin kırılma çökme gerilmesi için

$$\sigma_c = \frac{1,7 \sqrt{E \cdot \sigma_c}}{b/t} \quad (8)$$

elde edilir. Plastik alanda E young modülü yerine E' teget modülü alınmalıdır. Böylece

$$\sigma_c = \frac{1,7 \sqrt{E' \cdot \sigma_c}}{b/t} \quad (9)$$

bulunur.

Tayyare statığı

KISIM — II

BÜLÜM XIX

GÖVDE

1. Gövdenin yükü

Gövde, alışılan şekildeki tayyarelerde, taşıyıcı olan kanatlarla iniş takımları ve dümenlerin bağlanmasını temin eder. Tek motörlü tayyarelerde gövde, motör sehbası vasıtasıyla motör grubu ile de irtibat halindedir. Bundan başka gövde (mürettebat, eşya, teçhizat ve mahrukat gibi) nafi hamuleleri de taşır. Mamafî kanatlarda bazı hallerde bu yükün bir kısmı ile yüklü bulunur.

Gövde, taşıyıcı kanatlardan ve dümenlerden ileri gelen Aerodinamik kuvvetlerle, uçuşta ve inişteki atalet kuvvetlerine mukavemet eder.

Atalet kuvvetleri müstesna olmak üzere, gövde doğrudan doğruya yüklenmemiş olup yalnız tayyarenin diğer kısımlarından başka kısımlarına kuvvetlerin geçmesine vasıta olmaktadır. Binaenaleyh kanat, kontrolif, motör sehbası, dümenler, iniş takımı bacakları gibi birçok kısımların tepkileri gövde üzerine tesir eden dış kuvvetler sistemini teşkil ederler.

Tayyare dinamik kanunlara tabi bir sulb cisim gibi nazarı itibara alınması halinde, gerek Aerodinamik kuvvetlerin bileşkesinin ve gerekse yerin tepkisinin (veyahut suyun tepkisinin) dışardan izostatik bir kuvvet sistemi teşkil etmesine karşılık tayyarenin orta kısmını teşkil eden gövdenin taşıdığı kuvvetler hiperstatik bir sistem teşkil ederler.

Çünkü gerek kanatların ve gerekse iniş takımları ve dümenlerin tepkilerinin presizyonla tayininin mümkün olmaması bu sistemi yanı gövde üzerine tesir eden dış kuvvetler sistemini hiperstatik bir sistem kılar.

Gövdenin yüklendiği kuvvetler sistemi gövdeyi şu mukavemet hallerinde çalıştırır:

1. - Basit eğilme;
2. - Torsiyon.

Torsiyona karşı gövde de münasip olan torsiyon rijidliğinin bulunması lazımdır. Bu rijidlik bulunuyorsa torsiyona mukavemet temin edilmiş olacağından gövdenin torsiyonu ehemmiyetini kaybeder. Aksi halde yani gövde kâfi derecede torsiyon rijidliği bulunmadığı takdirde gövde üzerinde tehlikeli titreşimler meydana gelebilir.

Gerek kanatların inşasında ve gerekse gövde ve dümenlerin inşasında torsiyon rijidliğinin oynadığı mühim rolden dolayı torsiyon ekseinin (veyahut daha doğru deyimle makaslama merkezinin) yerine büyük önem verilir. Yanal bileşke kuvveti bu merkezden geçtiği takdirde sistemde yalnız eğilme meydana gelir ve torsiyon olmaz.

Torsiyon ve bunun neticesi olarak kesitlerde meydana gelen kayma gerilmeleri havacılıkta mühim rol oynamaktadır. Ve bu sebepten dolayı diğer mühendislik alanlarına nazaran, bununla, havacılıkta daha fazla meşgul olunmaktadır. (Makaslama gerilmeleri).

Gövdenin eğilmesi şu sebeplerden ileri gelir:

Dümenlerin taşıdığı aerodinamik kuvvetler, veyahut da inişte bekini tepkisi ve nihayet gövdedeki kitlelerden ileri gelen atalet kuvvetleri bu kuvvetler gövdede eğilme meydana getirirler.

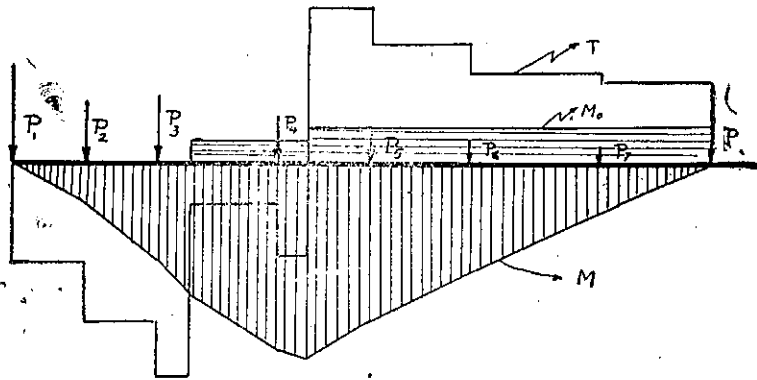
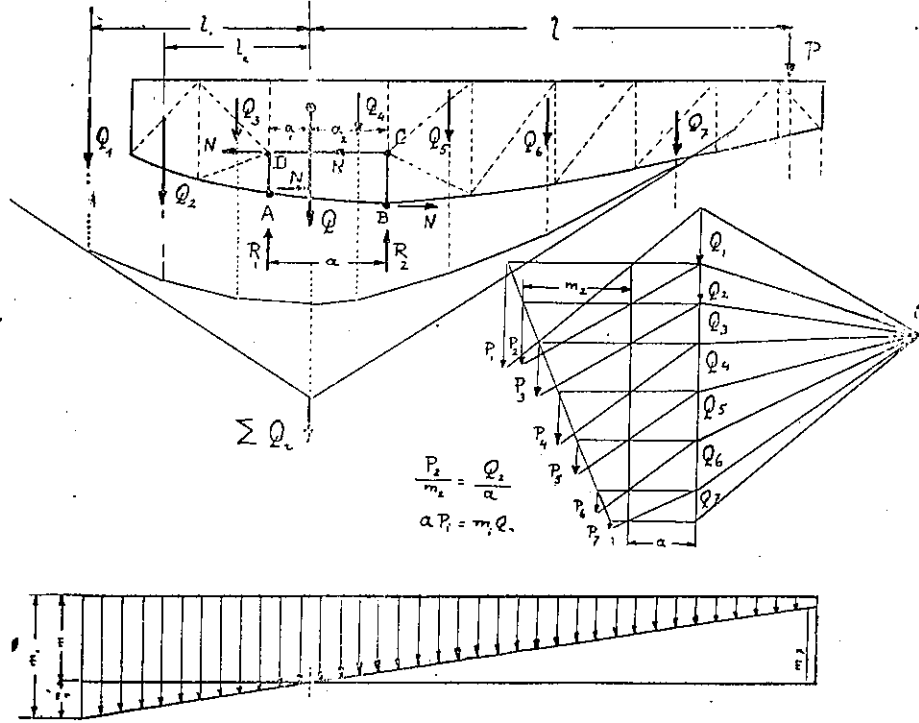
Gövdenin ön kısmı da, bu kısımdaki kitlelerden ileri gelen atalet kuvvetleri tesirile eğilmeye çalışır. Yalnız üç tekerlekli tayyarelerde ön tekerleğin mevcut bulunması halinde bu tekerleğin inişteki tepkisi de gövdeyi eğilmeye çalıştırır.

Gövdenin eğilmeye çalışması şu iki yönde olur: Ya gövdenin simetri düzlemine paralel bir düzlem içinde. istikamet dümeninden ileri gelen eğilmeye, yükler simetri düzlemine diktirler. Bunun gibi de tayyarenin hızı simetri düzlemi içinde bulunmazsa bu şekilde inişte iniş takımlarının ve bekini tepkisinden dolayı yukarıda bildirilen ikinci şekildeki bir eğilme meydana gelir.

Gövdenin torsiyona çalışması simetrik olmayan yükten ileri gelir. Gövdenin üzerine tesir eden dış kuvvetler tayin edildikten sonra gövde eğilme ve torsiyona bırakılmış bir kiriş gibi tasavvur edilebilir.

Gövdenin taşıdığı dış kuvvetleri ve tepkileri tayin ettikten sonra eğilme momenti, kesme kuvveti ve torsiyon momenti diyagramlarını, nizamnamelerle tesbit edilen muhtelif uçuş hallerinde nazarı itibara alırız. (Şekil — 103)

Bu muhtelif eğrilerin zarfı gövdenin her kesiti için nazarı itibara alınması lâzım gelen maksimum yük kıymetlerini verir.



Şek. - 103

Yükler bu şekilde tayin olunduktan sonra gerilmelerin analizine, konstrüksiyonun rijitliğine ve stabilitesine geçebiliriz. Genel olarak bazı

well, Frankland, Margurre, Fischel... gibi pekçok şahıslar tarafından etüf edilmiştir.

t kalınlığı ve b genişliğinde bir saçın baskıya maruz kalması halinde kritik baskı gerilmesinin :

$$\sigma_{cr} = K \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

den ibaret olduğu malumdur.

Saçın dört kenarı serbest olursa, $K=3,60$ alınabilir. Buradan:

$$\sigma_{cr} = 3,60 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (1)$$

elde edilir.

Von Karman - Sechler metodunda kritik flambaj baskı gerilmesi olarak akma noktası gerilmesi alınır, ve bu takdirde b yerine de efektif genişlik olan w konursa:

$$\sigma_c = 3,60 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{w}\right)^2 \quad (2)$$

elde edilir. Buradan w çözümlenerek:

$$w = 1,90 \cdot t \sqrt{\frac{E}{\sigma_c}} \quad (3)$$

bulunur. Bil'ahara akma noktası gerilmesi yerine, çitanın flambaj kritik gerilmesi göz önünde bulundurulmuş olup bu takdirde (3) formülü

$$w = 1,90 \cdot t \sqrt{\frac{E}{\sigma_{ta}}} \quad (4)$$

şekline girer. Burada σ_{ta} çitanın flambaj kritik gerilmesidir.

Newell tarafından yapılan tecrübelerde 1,90 değerinin fazla olduğu görülmüş ve deney ortalaması olan 1,70 sayısının daha muvafık olduğu neticesine varılmıştır. Bu takdirde:

$$w = 1,70 \cdot t \sqrt{\frac{E}{\sigma_{ta}}} \quad (5)$$

bulunur.

Bu son formül pek fazla kullanılmış olup ANC - 5 tarafından da tavsiye olunmaktadır.

Efektik saç genişliğinin bulunmasında kullanılan diğer bir usulde şöyledir: b hak... şlik olmak üzere takviyesiz saçda kritik gerilme

$$\sigma_{cr} = K \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (6)$$

dir. (4) formülünde 1,90 yerine koyarak

$$\sigma_{ta} = K \cdot E \cdot \left(\frac{t}{w}\right)^2 \quad (7)$$

elde edilir.

(6) ve (7) denklemlerinden:

$$\frac{w}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{ta}}} \quad (8)$$

elde edilir.

w/b oranı saçın hakikaten müessir genişliği gibi nazarı itibara alınabilir. Saçın takviye ile aynı gerilmeyi taşıdığı kabul edilerek, w genişliği boyunca saçın bu yük ile yüklenmiş olduğu tasavvur edilebilir.

Margurre tarafından yapılan daha yeni tecrübe neticelerine göre, şu denklem daha uygun neticeler verir:

$$\frac{w}{b} = \sqrt[3]{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{ta}}} \quad (9)$$

4. — (Fischel)in Efektif genişlik hesabı:

Fischel tarafından verilen usul tecrübe neticelerini daha iyi tahkik ettiğinden ve elastiklik modülünün değişimi ile, perçinler arasındaki flambajı da göz önünde bulundurduğundan, daha mükemmel olarak Fischel usulü tezahür eder.

Fischel monokok gövde inşaatında kullanılan çitalarla tecrübelerde şu neticeye varmışdırki, saçların çitalarla bağlantısı Von Karman formülünde olduğu gibi serbest kenarlı şekilde olmayıp, bu saçlar bir dereceye kadar çitalara ankastre bir haldedirler. Bundan dolayı saçın flambaj gerilmesini veren formülde K yerine 3,60 değil ankaströman şartından dolayı 6,35 almak lazımdır. Böylece:

$$\sigma_{cr} = K \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 6,35 \cdot E \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (10)$$

Buradan da σ_{cr} yerine σ_{ta} ve b yerine w konursa

$$w = 2,52 \times t \sqrt{\frac{E}{\sigma_{ta}}} \quad (11)$$

boyutlar evvelden kabul olunur. Ve sonradan bu kesitlerin mukavemeti tahkik olunur. Simetrik ve simetrik olmayan yükleri gövde hesabında ayrı ayrı nazarı itibara almak muvafıktır. Biz de öyle yapacağız.

2. — Simetrik yükler:

Bu takdirde dış kuvvetlerin bileşkesi tayyarenin simetri düzlemi için de bulunur. Böyle olan dış kuvvetler sistemine simetrik yük hali denir. Bu takdirde gövde yalnız eğilmeye çalışır.

Genel olarak gövdenin arka kısmı torsiyona mukavemet edecek şekilde hesaplanır. Filhakika gövde kesiti arkaya doğru azalmakla beraber yassılaştır. Bu halin mukavemet bakımından ehemmiyetle nazarı itibara alınması gerekir. Halbuki torsiyon momenti ise bütün gövde boyunca sabit olduğundan en küçük kesitin gövde arkası olması burada torsiyon momentinin tesirinde maksimum olmasını gerçekleştirir.

Eğilme de simetrik kuvvetler olarak irtifa dümeninin etkisiyle bek veya arka tekerleğin etkisinin bileşkesini koyabiliriz. Çünkü bunlar simetrik yüklerdir. Böyle bir faraziye hesapları basitleştirir. İrtifa dümeninin tesbit noktası ile, bekin tesbit noktasından gayri kesitlerde kesme kuvvetleri eğilme momentini hiçbir suretle değiştirmez.

3. — Simetrik olmayan yükler:

Gövde üzerine tesir eden simetrik yük, basit şekilde bulunursada, Simetrik olmayan yükler, simetrik yüklerle beraber kombine bir halde bulunurlar.

Simetrik olmayan yükler tayyarenin simetri düzlemine dik olan yükler olup, bunlar istikamet dümeni tesirinden, inişte hasıl olan yan kuvvetlerden, dönüşlerdeki atalet kuvvetlerinden vesairenden ileri gelirler.

Bu simetrik olmayan yükler gövdeyi kombine bir halde eğilme ve torsiyona çalışdırırlar. Deformasyonların müsaade ettiği kadar, süperpozisyon kanununu tatbik ederek bu kombine yük halleri basit şekil mukavemet halleri gibi ayrı ayrı nazarı itibara alınabilir. Onun için biz aşağıda gövdelerin yalnız eğilmesinden veyahut yalnız torsiyonundan bahsedeceğiz.

4. — Gövde şekilleri:

Gövdeleri, çalışan ve çalışmayan kaplamalı almak üzere iki büyük kategoriye ayırıyoruz.

Modern inşaatda, gövdelerin hemen hepsi çalışan kaplamalı olup, bu gövdelerde, kanatlarda olduğu gibi, kaplama alüminyum alaşımı, ve saire gibi, ince hafif saçlardan, ve ahşap inşaatda ise ince kontrplaktan ibarettir. Bu tip gövdeler genel olarak eğilme normal gerilmeleri yönünde, yani gövdenin boyu yönünde takviye çitaları ile teçhiz edilmiş olup, bu çitalarda ince saçdan yapılmış profillerden teşekkül ederler.

Bu tip gövdelerde, gövdeye gereken Aerodinamik şekli vermek ve yahut bazı ahvalde de, eğilme momentine mukavemet etmek üzere arzani kaburgalar bulunur. Gövde iskeletini teşkil eden boylamasına çitalarla, enine kaburgalara, bugünkü inşaat şartları içinde, kaplama saçı perçinlerle tesbit edilir.

Bu çeşit gövdelere KOK gövdeler diyeceğiz.

Kok gövdeler ince saçlarla kaplı olduğundan, eğilme momenti dolayısıyla bunlar üzerinde bilhassa baskı mntikasında yüksek baskı gerilmeleri meydana gelir. Bu da gövde saçı üzerinde dalgalanma ve flambajın meydana gelmesine sebep olur.

Artık bu flambaj kritik gerilmesinden itibaren kaplama saçı daha yüksek baskı gerilmesi almaz.

Bu çeşit gövdelerde, saç flambaj kritik gerilmesinden itibaren yarım çekme alaamlı kiriş gövdesi gibi, yani Wagner kirişi gövdesi gibi çalışır ki, bundan dolayı da boylamasına çitalar üzerine eğilme yüküne ilâve olarak aksenal yükler gelir.

Kok gövdelerin torsiyona maruz kalması halinde, torsiyon momenti dolayısıyla, gövde kaplama saçıında meydana gelen büyük kayma gerilmelerinden dolayı yine flambaj hasil olurki, bu kritik flambaj kayma gerilmesinden itibaren saç artık daha yüksek gerilme almaz. Bunun neticesi olarak da, yine çitalarda munzam yükler hasil olur.

Kaplaması çalışmayan gövdelere gelince: daha fazla eski tip ve küçük tayyarelerde rastlanan bu tip konstrüksiyonda, yapının iskeleti, uzayda bir kafes sistemden ibaret olup, harici kuvvetlere bu kafes sistemi mukavemet eder.

Madeni kafes gövdelerin çubukları, krom-Molibdenli hususî çelik borulardan yapılmıştır. Bu çubuklar düğüm noktalarında birbirleri ile kaynak edilerek kafes sistem uzayda rijit bir sistem haline gelir. Bu gövdelerin kaplaması genel olarak bezdir.

Kafes gövdelerin hesabında gövdeyi teşkil eden çubuk elemanları, düğüm noktalarında mafsalı olarak tasavvur edilirler. Ve bundan dolayı da aksenal yüke göre hesap edilirler. Mafsalı düğüm noktalarının kaynaklı olması dolayısıyla uzayda hiperstatik bir sistem teşkil eden kafes gövdelerin düğüm noktalarındaki eğilme momentinin dağılımı ile ileride meşgul olunacaktır.

Biz bu kısımda evvela kok gövdelerin genel tasnifinden, ve hesap usulünden kısaca bahs ettikten sonra, kafes gövdeleri bütün tafsilatle anlatacağız. Daha sonra çerçeve ve kaburgalardaki eğilme momentinden bahsedeceğiz. Ondan sonra Cross metodile moment dağıtım usulünü anlatacağız ve en nihayet de bağlantı paraçlarının hesabına meşgul olacağız.

BÖLÜM — XX

Kok Gövdelerin Hesabı

1. — Kaplaması çalışan gövdelerin hesabı, Çalışan kaplamalı kanatların hesabının aynıdır. Böyle gövdeler iç bölmesiz bir sistem olup, tek bir devre teşkil ettiklerinden. ve çok defada düşey gövde düzlemine nazaran simetrik olduklarından, iki veya daha fazla devreli çalışan kaplamalı kanatlara nazaran daha basit bir problem olurlar.

Bu bahiste anlatılacak olan hesap usulleri daha evvelce kanatlar kısmında gördüğümüz, genel eğilme, torsiyon ve kayma gerilmeleri teorilerine dayanmaktadır. Orada bulunan neticeler kaplaması çalışan kanatlarda kabili tatbiktir.

2. — Kaplaması Çalışan Gövdelerin Genel Tipleri :

Çalışan kaplamalı gövdeler şu iki sınıfa ayrılırlar :

- a. — Mono — Kok gövdeler ;
- b. — Sömi - Mono kok gövdeler.

3. — Mono - Kok tip Gövdeler :

Mono - Kok tip gövdelerde iki sınıfa ayrılırlar ;

- a — Tam Mono - Kok tipler ;
- b — Tadil edilmiş Mono - Kok tipler,

Tam Mono - Kok tip gövde yalnız bir kaplamadan ibaret olup, bunun içinde kaburga, boylamasına çıta, takviye ve saire gibi kaplamaya tesbit edilmiş mukavemet parçaları yoktur,

Hali hazırda tayyare inşaatında kullanılmakta olan alüminyum alaşımları ile, paslanmaz çelikten yapılmış ince saçların, eğri bir halde flâmbaj mukavemetleri, nisbeten düşük olduğundan Mukavemet - Ağırlık bakımından bu şekil konstrüksiyon iyi netice vermediğinden tam mono - kok konstrüksiyona pek nadir olarak rastlanır.

Buna mukabil gövde konstrüksiyonuna, magnezyom alaşımları veya Plâstik Kõntrplâk malzemelerinin idhalile, paslanmaz, çelik, alüminyum alaşımı saçların ağırlıklarında ve fakat daha kalın saçlarla konstrüksiyon mümkün olmuş olup, kalınlıkla flâmbaj mukavemeti artacağından, yukarıda bildirilen mahzurda bu malzemelerle bertaraf edilmiş olur.

Ağırlığı düşük malzemenin inkişafı ile, bazı küçük tayyarelerin gövdelerinin bir kısmının tamamen Mono - Kok olarak imali mümkün olmuştur.

4. — Tadil edilmiş Mono - Kok Gövde :

Tam Mono - Kok gövde, mesafeleri oldukça yakın, enine kaburgalarla takviye edilirse, tadil edilmiş Mono -Kok meydana gelir. Bunlarda boylamasına çıtalar kullanılmaz. Enine kaburgalar, tam Mono - Kok gövdeye nazaran tadil edilmiş Mono - Kok gövdelerin flâmbaj mukavemetini yükseltir. Gövde üzerinde pencere ve kapı gibi boşluk bulunmayan yerlerde bu şekil konstrüksiyonun kullanılması muvafıktır.

5. — Sömi - Mono - Kok tip Gövdeler :

Bu çeşit konstrüksiyon şeklide şu iki gruba ayrılabilir :

- a. — Konsantre takviyeli tipler ;
- b. — Dağınık takviyeli tipler.

a. — Konsantre Takviyeli Tipler :

Bu tip gövde konstrüksiyonunda boylamasına olan takviyelerin sayısı 3 veya 4 dane olup çıtalar gövde saçına tesbit edilirler. Bu tip gövdelerdeki kaburgaların mesafeleri dağınık takviyeli tiplere nazaran pek ziyade birbirlerine yaklaşmıştır.

b. — Dağınık Takviyeli Tipler :

Bu tip gövdelerdeki boylamasına olan takviyelerin sayısı nisbeten fazla olup, gövde kesitinin her tarafına dağılmış bir halde bulunmaktadır. Bundaki gövde kaburgaları birbirinden oldukça uzak olmak üzere gövde boyunca dağılmıştır.

6. — Muhtelif Mono - Kok Tiplerde Genel Olarak Mukavemet Hesapları : Tadil Edilmiş Mono - Kok Gövdelerin hesabı :

Evvelce izah ettiğimiz gibi, bu çeşit konstrüksiyon, silindirel bir kabuktan ibaret olup enine kaburgalarla teçhiz edilmiştir. Bu tipte boylamasına takviyelerin bulunmadığı malumdur.

Alüminyum alaşımı ve çelik saçlarla imal edilen bu tip gövdede ki, flambaj mukavemeti yerine bu malzemelerin kırılma mukavemeti alınabilir.

Evvelce kanat kısmında, takviye edilmemiş ince cidarlı silindirsels levhaların, baskı, eğilme ve torsiyonda flambaj ve kırılma mukavemetlerinin ne şekilde hesap edileceğini göstermiş idik.

7. — Konsantre takviyeli Sömi - Mono kök gövdelerin hesabı:

Gövde içinde nafi hamule ile mürettebat bulunacağından, gövde kesitinin yüksekliği kanat kesitinininkine nazaran fazladır. Aerodinamik düşüncelerle gövde kesiti kısmen veya tamamen eğri elemanlarla teşkil olunur.

Gövdenin arka kısmı nisbeten hafif olarak yüklenmiştir. Böylece gövdeyi teşkil eden eğri levhaların flâmbaja mukavemeti dolayısıyla, proje yükü iyi bir şekilde taşınabilir. Fazla eğri olan saçların flâmbajdaki deformasyonları da fazla olduğundan bu fazla deformasyon, daimî deformasyon şekline gelebilir. Bundan dolayı gövde hesapları caiz yük altında gövde de deformasyon hasil olmayacak şekilde yapılmalıdır.

Eğri saç levhaların flâmbaj mukavemetine kadar eğilme halinde saç üzerinde meydana gelen gerilmelerin dağılımı şu eğilme,

$$\sigma_b = \frac{M \cdot y}{I}$$

formülünün verdiği gerilmelerden ibaret olarak tasavvur edilebilir.

Bu çeşit konstrüksiyon tipindeki levhalar, gerilmeler artarken birdenbire flâmbaj yaparlar. Bu olay gerilme dağılımının değiştiğini ve yapının başka bir denge haline geçtiğini gösterir. İlk denge halinden farklı olan bu denge halinde, eğri saç flâmbaj yapmış bir halde bulunmasına rağmen yapı daha büyük bir yük taşıyabilir.

Bu yeni halde eğilmeden ileri gelen kuvvetleri, baskı mıntakasında gövdenin boylamasına takviyeleri alırlar. Çekme mıntakasında ise eğri saç, gerilmeleri almaya devam eder. Wagner lonjörönları bahsinde gördüğümüz gibi flâmbaj yapmış bir halde bulunan saç levha bu halde iken kayma gerilmeleri almaya devam edebilir. Bu kayma gerilmeleri dolayısıyla, diyagonal yönde çeki alanı meydana gelir. Yine bu çeki alanının meydana gelmesi dolayısıyla boylamasına takviyeler üzerinde muazzam kuvvetler hasil olur.

Bu çeşit gövdelerin hesabında kullanılacak olan formüller hulasaten şunlardır.

Kesit içindeki düşey ve yatay eksenlere nazaran simetrik olan gövdelerde gerilmeler şunlarla bulunur.

a. — Eksenel Baskı ve Çekme:

$$\sigma_s = \frac{P}{A} \quad (1)$$

Burada:

P=Kesite tesir eden eksenel yük olup, Bu yük kesilin ağırlık noktasına irca edilmiş bulunmaktadır.

A=Efektif Kesit Alanı.

b. — Eğilme Gerilmeleri:

$$\sigma = - \frac{M_y \cdot x}{I_y} - \frac{M_x \cdot y}{I_x} \quad (2)$$

I_x, I_y kesitin ağırlık noktasından geçen eksenlere nazaran atalet momenti

c. — Eğilmeden ileri gelen kayma gerilmesi akısı:

Kesitin santroidinden geçen $y-y$ eksenine nazaran eğilme vaki olursa

$$f = f_0 - \frac{T_x}{I_y} \int_0^x t \cdot x \cdot ds \quad (3)$$

Kesitin santroidinden geçen $x-x$ eksenine nazaran eğilme vaki olursa

$$f' = f_0 - \frac{T_y}{I_x} \int_0^y t \cdot y \cdot ds \quad (4)$$

d. — Torsiyondan ileri gelen kayma gerilmesi akısı:

$$f = \frac{M_0}{2A} \quad (5)$$

formülü ile bulunur.

e. — Eğri levhaların flambaj mukavemetinin takdiri:

Aşağıdaki denklemler Eğri saç levhaların flambaj mukavemeti için verdiğimiz formüllerden ibaretdir:

$$\sigma_{cr} = 0.6 E \cdot \frac{t}{r}$$

formülünün %75 şii olan

$$\sigma_{cr} = 0.450 \cdot E \cdot \frac{t}{r} \quad (6)$$

denklemleri baskı flambaj mukavemetinin takdirinde kullanılabilir. Burada

E = Elastiklik modülü;

t = saç kalınlığı;

r = eğri saçın eğrilik yarı çapıdır.

f. — Eğri levhanın flambaj kayma gerilmesi

İlk hesaplarda kritik flambaj kayma gerilmesi

$$\tau_{cr} = \frac{E t^2}{(1-\nu^2)^{1/2}} \left[1,8 + \sqrt{1,2 + 0,57 \left(\frac{l^2}{t \cdot d} \right)^{3/2}} \right] \quad (7)$$

formülü ile hesap edilir.

g. — Kombine eğilme ve kayma flambaj mukavemeti:

Kombine eğilme ve kayma flambaj gerilmesi, şu interaksiyon denklemi ile takdir olunur.

$$\left(\frac{\tau_s}{\tau_{cr}} \right)^2 + \frac{\sigma_s}{\sigma_{cr}} = 1$$

(Baskı ve kayma halinde)

Buradan emniyet payı:

$$E_p = \frac{2}{R_o + \sqrt{R_o^2 + 4R_s^2}} - 1$$

Burada

$$R_o = \frac{\sigma_s}{\sigma_{cr}} \quad \text{ve} \quad R_s = \frac{\tau_s}{\tau_{cr}}$$

dır. Burada σ_s Eğilme ve aksenal baskıdan ileri gelen toplam baskı gerilmesidir.

8. — Dağınık takviyeli sömi monokok gövdelerin hesabı:

Dağınık takviyeli sömi mono kok bir gövdenin dış kuvvetlere

maruz kaldığını ve bu kuvvetler altında eğilmeye çalışıldığını tasavvur edelim. Kolaylık olmak üzere kesitin üst kısmında baskı gerilmelerinin meydana geldiğini kabul edelim.

Takviyeler arasındaki saçın flambaj mukavemetine kadar gövdedeki bütün malzeme eğilme gerilmelerine mukavemet bakımından aynı şekilde müessiridir. Bundan dolayı gerilmeler klasik eğilme formülü ile hesap edilirler.

Eğilmeden ileri gelen baskı gerilmesi takviyeler arasındaki saçın flambaj gerilmesine varınca, artık gerilmelerin dağılımı için başka bir dağılım şekli meydana gelir.

Yukarıdaki bahislerde anlattığımız gibi, Teori ve tecrübe göstermiş tirkni boylamasına takviyeler arasında bulunan saç levha flambaj mukavemetinden itibaren şu şekilde çalışır:

1. — Takviyenin iki tarafında genişliği w_1 olan bir saç elemanı elemanı takviyenin taşıdığı baskı mukavemetinin aynısını taşır. w_1 efektif genişliği takviyenin iki tarafında bulunup belli olan ve meselâ şu formül ile hesap edilir:

$$w = 2 w_1 = 1,7 \times t \sqrt{\frac{E}{\sigma_{ta}}} \quad (8)$$

2. — (1) ve (2) takviyeleri arasında kalan ve genişliği

$$b - (w_1 + w_2)$$

olan saç ise yalnız maksimum baskı gerilmesini taşır. Bu baskı gerilmesi de evvelce verdiğimiz

$$\sigma_{cr} = 0,3 \cdot E \cdot \frac{t}{r} \quad (9)$$

bağıntısı ile takdir olunabilir.

Bu iki faraziye kesitin atalet karakteristiklerinin hesabına yarar.

9. — Boylamasına takviyeli bir kessonda efektif atalet karakteristiklerinin hesabı:

Boylamasına takviyeli bir keson veya bir gövde de efektif atalet karakteristiklerinin hesap edilebilmesi için, bu değerlerin hesabına yarayan satih elemanlarının bulunması lâzımdır. Gövde takviyelerine tesbit edilen kaplama saçının takviyeler arasında kalan kısmı, takviyelerin kırılma mukavemetinden çok daha evvel flambaj yapacağından bu saç atalet momentlerinin hesabında değişken kalınlıklı bir eleman olarak nazarı itibara alınır. Bu kalınlık, eğri saçın flambaj gerilmesi olan σ_{cr} ile,

σ_b gerilmesine bağlı olup, kesson bir bütün olarak nazarı itibara alınca kessonun o noktasında meydana gelen eğilme gerilmesi σ_b den ibarettir.

Bu suretle eğri saçın efektif kalınlığı şu bağıntı ile hesap edilir:

$$t_e = t \cdot \frac{\sigma_{er}}{\sigma_b} \quad (10)$$

Bu saçın efektif alanını da şu şekilde hesap ederiz. Burada b' takviyeler arasında bulunan ve takviyelere ait efektif genişlik çıkdıktan sonra geriye kalan saç genişliğidir.

$$A_e = b' \cdot t \cdot \frac{\sigma_{rr}}{\sigma_b} \quad (11)$$

Kalınlık, genişlik ve alanlar hesap edildikten sonra klasik formüller ile atalet karakteristiklerini hesap ederiz.

BÖLÜM. XXI.

Kafes Gövde

1. Genel olarak kafesler

Kafes gövdelerin inşaatına geçmeden evvel genel olarak kafesler hakkında bazı bilgileri tekrarlıyalım. Çünkü bu bilgiler ileride bize lâzım olacaktır.

Bir kafes kirişin bütün çubukları aynı düzlem içinde ise böyle bir kafes sistemine düzlem kafes sistemi denir. Bu şekilde bir sistemin kendi düzlemi içinde rijit olması için w adet düğüm noktasına mukabil p adet çubuğu ihtiva etmesi lâzımdır. (Bundan şu anlaşılmalıdır ki kendi düzlemi içinde bir kafes sisteminin rijit olması için minimum lâzım olan çubuk sayısı p den ibarettir.) Böyle bir sistem üçgenlerden ibaret olacağından n sayıda üçgene mukabil $(2n+1)$ adet çubuk ve $n+2$ adet düğüm noktası vardır. Yani:

$$p = 2n + 1$$

$$w = n + 2$$

Bu iki bağlantı arasında n yok edilirse ve neticede w ye tabi olarak

$$p = 2w - 3$$

bağlantısı bulunur.

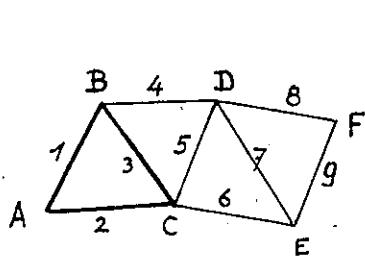
Yani düzlem bir kafes sisteminde düğüm noktaları adedi w ise bu kafes sisteminin kendi düzlemi içinde rijit olması için lâzım olacak olan minimum çubuk adedi yukarıki formül ile belli olan p den ibaret olur. (Şekil — 104)

Yukarıki formülde gösterilen adetten daha fazla miktarda ki bir çubuk, sistemi içden HİPERSTATİK kılar.

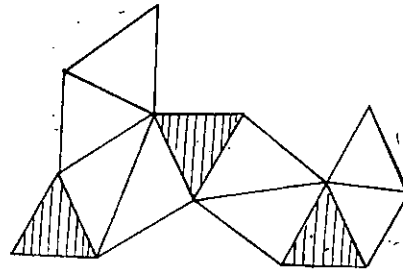
Her kafes düğüm noktalarında mafsallı bir sistem olacağından, çubukların eksenleri, diğer tabirle iç kuvvetler düğüm noktasında kesiş-

melidirler. Aksi halde düğüm noktası etrafında bir moment meydana gelir. Sistemin dengede bulunması için düğüm noktası etrafındaki kuvvetler aralarında denge yapması lâzımdır. Bir noktada birleşen düzlem bir kuvvet sistemi için iki adet denge denkleminde malikiz. Bunlarda iki adet izdüşüm denklemdir. malumdur ki bir noktada birleşen kuvvetlerin kesişme noktasına nazaran momenti sıfır olduğundan, moment denklemleri kendiliğinden tahakkük eder. Binaenaleyh her bir düğüm noktasında iki adet bilinmeyen tayin olunur. Neticede w adet düğüm noktasında $2w$ adet bilinmeyen bulunur.

Diğer taraftan dış kuvvetlerinde aralarında denge yapması icap et-



Şek. — 104.



Şek. — 105.

tiğinden ve bu dış kuvvetler içinde 3 denkleme ihtiyaç olduğundan p adet çubuk kuvveti ile üç adet dış kuvvetlerin tahkik edeceği denklemlerin sayısı:

$$p+3=2w$$

Bu son denklemde yukarıda bulduğumuz $p=2w-3$ denkleminde ibarettir.

Üçgenlerden ibaret olan kafes sistemine kendi düzlemi içinde rijit s adet üçgen levha ilâve edelim. Bu levhalar (şekil — 105) de görüldüğü gibi birbirinden ayrı olarak konulsular. Bunlar şekilde taranmış olarak gözükmektedirler; bu üçgenleri ilâve etmeden evvel düğüm noktaları adedi w' ve çubuk adedi de p' olsun.

Bu w', p' sisteminin izostatik olması için $p'=2w'-3$ bağlantısının mevcut olması lâzımdır. Şimdi s adet rijit üçgen levha ilave edersek çubuklar ve düğümler $3s$ kadar azalacaktır. Yani w p yeni çubuk ve düğüm noktaları adedi ise:

$$w'=w+3s$$

$$p'=p+3s$$

olacaktır.

w' ve p' nin bu kıymetleri yukarıdaki bağlantıda yerine konursa

$$p+3s = 2w+3s+3(s-1)$$

$$p=2w+3(s-1)$$

denklemini bulunur. Bu denklem bize rijit plâkların dışında kalan ve bunlarla münasebeti olmayan düğüm noktaları ile bunlara karşılık minimum çubuk sayısını verir.

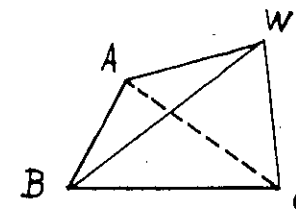
Yukarıda verilen bağlantı rijit bir sistemde çubuk sayıları ile düğüm noktaları sayıları arasındaki münasebeti veren gereken şart ise de bu şart yeter-değildir. Bu çubuk ve düğüm noktalarının münasip şekilde bulunması icap eder. Aksi halde yani çubuklar münasip şekilde konulmazlarsa (Şekil — 106) da olduğu gibi bazı hallerde de sistem rijit olmayabilir, veyahutta diğer bazı hallerde hipersitatiklik zuhur eder.

Üç boyutlu kafes diye uzayda rijit olan ve esasını basit bir dört yüzlü teşkil eden kafese demir (Şekil—107). Bundan sonra uzayda ki herhangi bir noktayı rijit olarak basit dört yüzlüye tesbit etmek için aynı düzlem içinde olmayan ve bu noktadan geçen üç çubuğu dört yüzlünün düğüm noktalarına birleştirerek elde ederiz. Ve bu suretle minimum sayıda çubuk konulmakla bu nokta sisteme rijit olarak bağlanmış olur.

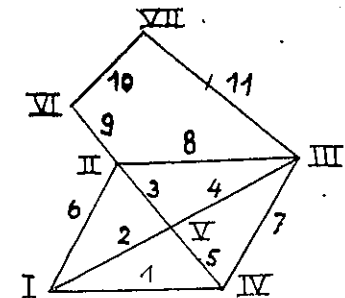
Böyle bir sistemin rijid olması için düğüm noktaları ile çubuk sayıları arasında bulunması lâzım olan şart:

$$p = 3w - 6$$

bağlantısından ibarettir. Filhakika:



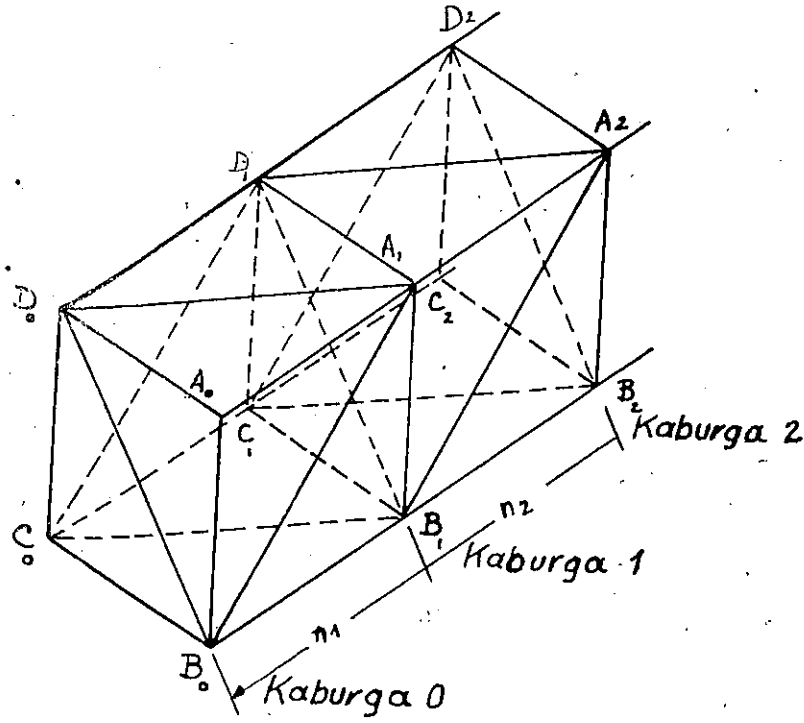
Şek. — 107



Şek. — 106

n adet dört yüzlüye mukabil $w=n+3$ adet düğüm noktası vardır. n adet dört yüzlüye mukabil $p=3(n+1)$ adet çubuk bulunur. Bu iki denklem arasında n yok edilirse

(Şekil—109 da görüldüğü gibi) genel olarak A B C D enlem çerçeveleri birer rijit bölmedir. Fakat burada rijitlik muhakkak lâzım değildir. Ve rijitlik takviyeleri hemen hemen çalışmazlar. Kurbağa diyeceğimiz bu yanal bölmelerde rijitliği temin maksadiyle diyagonal rijit çubuklar konulacağı yerde, yine diyagonal yönünde iki adet geri teli konur, bu iki gergi telinden çekme kuvvetine maruz olan çalışır. Ve diğeri yani baskıya çalışması çalışmaz.



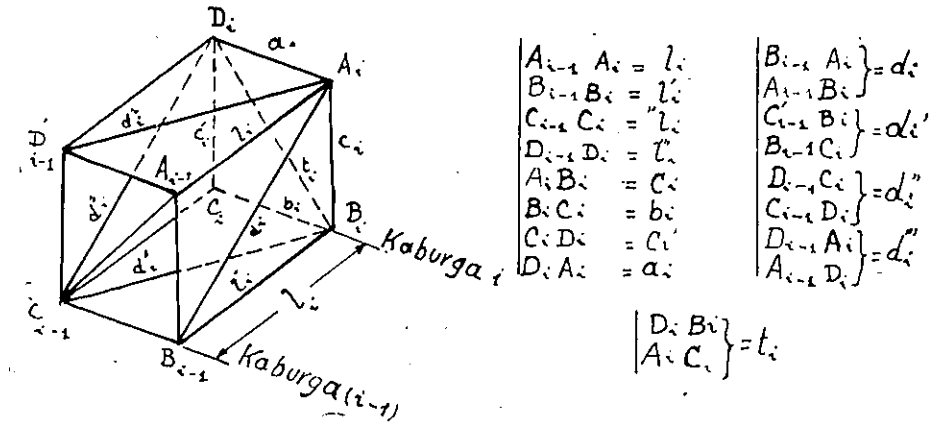
(Şekil - 109)

(Şekil — 109) üzerinde görüldüğü gibi, A₀ A₁ ve B₁B₂ gibi çubuklara LONJÖRON denir; A₁ B₁ ve C₂ D₂ gibi çubuklara DİKME denir; A₀ D₀ ve B₂ C₂ gibi çubuklara YANAL ÇUBUK denir; A₀ B₁ ve D₁ A₂ gibi çubuklara DİYAGONAL denir; Ve keza D₂ B₂ veya D₀ B₀ gibi çubuklara da ÇAPRASLAMA denir. Dikme ve yanal çubuklarının teşkil ettiği çerçevelere kaburga denir. Kaburgalar çaprast telleriyle rijid kılınmışlardır.

Müteakip iki bölme arasındaki gövde parçasına (kısmî açıklık) denir.

$p = 3w - 6$ formülüne göre iki kısım açıklığın rijid olması için: $p = 3 \times 12 - 6 = 30$ çubuk lazımdır ki bunlarda 12 adet çerçeve çubuğu, 8 adet lonjeron parçası, ve 10 adet diyagonaldır.

Her kısmı açıklık (i-1) ve (i) kaburgaları arasında bulunur, ilk ve son bölmede 13 çubuk bulunur, eğer kaburga takviyeli değilse, yani çaprast konmamış ise bu takdirde 12 adet çubuk bir kısmı açıklıkta bulunur. Çubukların uzunlukları (Şekil - 110) üzerinde görülmektedir. Çubuk kuvvetleri bundan sonra L_i, D_i, N_i, B_i, C_i, ve T_i,... gibi majüskül harflerle gösterilecektir.



Şek. - 110

Çubuk boyları üzerinde yapılan resimdeki tarife göre meselâ, iki çerçevenin çubuk boyları şu işaretlerle gösterilirler:

a_i, b_i, c_i, c_i', t_i

Son açıklığı ve son kaburgayı "K_i" harfile göstereceğiz.

Kremona diyagramı çizilirken çubukların numaralarla gösterilmesi daha muvafıktır. Çubuk kuvvetleri P_i işaretile gösterilecektir.

Kafes zarf genel olarak düzlem yüzlü olduğundan bizde evvelâ düzlem bir kafes girişin çubuklarında meydana gelen çubuk kuvvetleri ile meşgul olacağız.

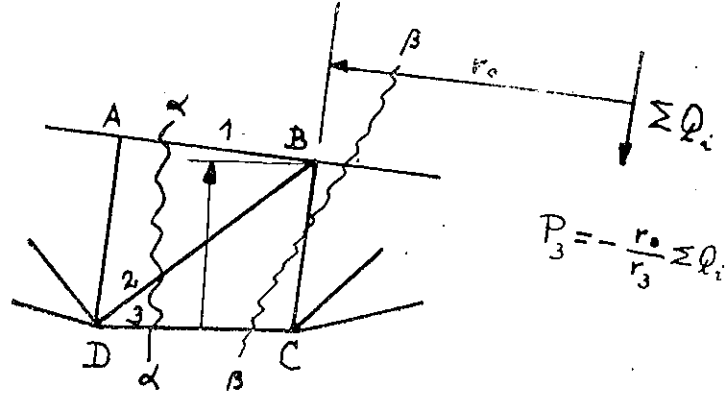
2. - Düzlem kafesler.

Her düzlem kafes öyle $\alpha-\alpha$ veya $\beta-\beta$ gibi kesitleri havi olmalı-

dir ki bunlarda yalnız üç çubuk bulunsun. Bu şart İzostatik olan kafeslerde gerekli şarttır. (Şekil — 111)
 Kesitin bir tarafında kalan dış kuvvetlerin bileşkesi ΣQ_i ise kesitteki iç kuvvetlerin bileşkesi ile ΣQ_i kuvvetleri denge de bulunması lâzımdır.

3. Ritter usulü:

Çubuk kuvvetlerini tayin için kullanılan birinci usul Ritter usulü olup, bu usul aşağıda izah edildiği gibidir:



Şek. — 111

Üçüncü çubuktaki çubuk kuvvetini hesaplamak için moment şartından istifade edilir. Üç çubukdan ikisinin kesişme noktasına nazaran moment alınır (Şekil—112) de olduğu gibi bu noktada kesişen kuvvetlerin bu noktaya nazaran momentleri üçüncü çubuk kuvvetinin aynı noktaya nazaran momentine eşit ve aksi işaretli olur. Şekilde görüldüğü gibi 1 ve 2 çubuklarının kesiştiği B noktasına nazaran α -a kesiti ile meydana gelen 1, 2, 3 çubuklarının çubuk kuvvetlerinin momentleri alınır P_1 ve P_2 momentleri sıfırdır.

ΣQ_i kuvvetinin manivela kolu r_0 ise ve P_3 kuvvetiminki de r_3 ise

$$P_3 = \frac{r_0}{r_3} \Sigma Q_i$$

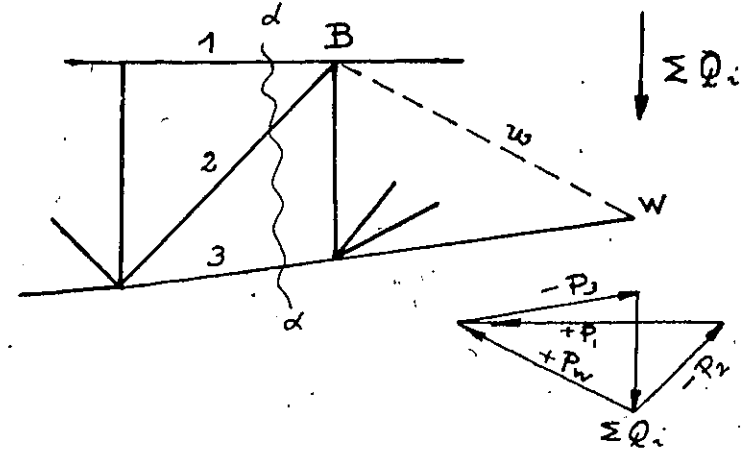
bulunur.

Bu kuvvetin cihetini gösteren ok işareti düğüm noktasına doğru ise bu takdirde bu kuvvet bir baskı kuvvetidir. Ve negatif olarak işaretlenir. Ve eğer kesilen kısımdaki düğüm noktasından bu ok işareti uzaklaşırsa bu takdirde sözü geçen kuvvet çekme kuvveti olup pozitif olarak işaretlenir.

4. — Culman usulü:

Bu usul yukarıda, yani Ritter usulünde yapılan çözüm şeklinin yerine grafik usulün tatbikinden ibarettir. Bu metod şu teoreme dayanmaktadır:

Bir düzlem içinde verilen bir kuvvet aynı noktada kesilmeyen, ve düzlem içinde bulunan üç doğru yönünde bileşkenlere ayrılabilir. Ve bu ayrılma yalnız bir şekilde olur. İşte bu söylediğimiz teoreme dayanılarak (şekil—112) deki ΣQ_i kuvveti P_3 çubuğunu w noktasında keser ve ΣQ_i



Şek. — 112

kuvveti ile P_3 kuvvetinin bileşkesi bu kesişme noktasından geçer. Ve bundan başka bu bileşke P_1 ve P_2 çubuklarının (kuvvetlerinin) kesişme noktasından da geçeceğinden bu takdirde ΣQ_i kuvvetini P_3 ve P_w kuvvetlerine ayırabiliriz. Bu sonuncu P_w kuvvetini de, P_1 ve P_2 bileşkenlerine ayırırız.

Buradaki işaret meselesi de, yukarıda Ritter usulünde söylediğimiz işaret şekli nazarı itibara alınarak bulunur.

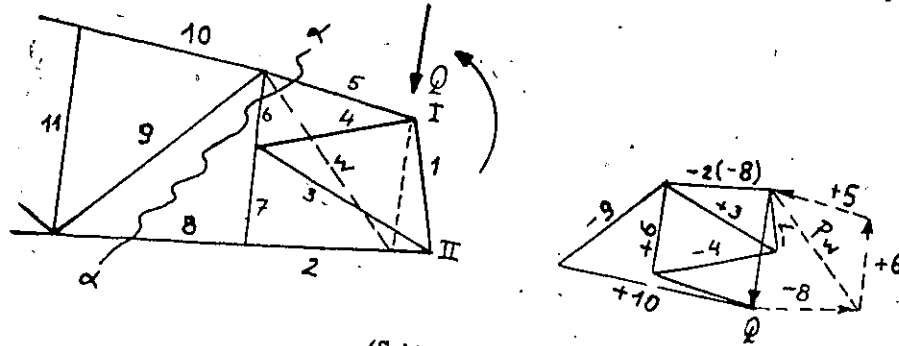
Gerek Ritter ve gerekse Culmann usullerinin yegane mühim mahsuru her kesitte, kesitin bir tarafında kalan dış kuvvetlerin bileşkesinin her vakit ve mevkien tayinidir.

5. Cremona usulü:

Bu usul Bow kaidesine istinat etmektedir. Bu usulü tatbik etmek için evvel emirde verilen yükler için mesnet tepkileri bulunur. Bundan sonra her bir düğüm noktası için kuvvetler poligonu, çizilir. Madem ki

ası ile mütakabili arasında bir çubuk vardır, yani her noktasını birbirine birleştirir, binaenaleyh her P çubukunu zari itibara almak zorundayız. Ve her çubuk ayrı ayrı olduğu nazari itibara alınırsa bu P kuvvetlerinin aksi yönünde olmaları icap eder.

çizmeyi kolaylaştırmak maksadı ile her bir kuvveti yalnız bir defa çizeriz ve bunun işaretini de Culmanın kaidesinde olduğu gibi tayin ederiz. Bir kuvvet kendi düzlemi içinde verilen iki yönde ancak bir şekilde iki kuvvete ayrılacağından, kremonaya yalnız iki çubuğun kesiştiği bir noktadan başlamak lâzımdır. Böyle bir nokta mevcut olmazsa (113 numaralı şekilde olduğu gibi) kuvvetlerden bir tanesini meselâ P_5 kuvvetini Ritter veya Culmann usullerinden birisiyle tayin ederiz. (Şekil-113) misali halinde Culmann usulü tatbik olundu. P_5 doğrusu Q, P_6 veyahut P_6 , P_6 kuvvetlerinin bileşke doğrusudur.



(Şekil - 113)

P_5 kuvveti belli olduktan sonra P_4 ve P_1 kuvvetlerini kremona usulü ile tayin edebiliriz.

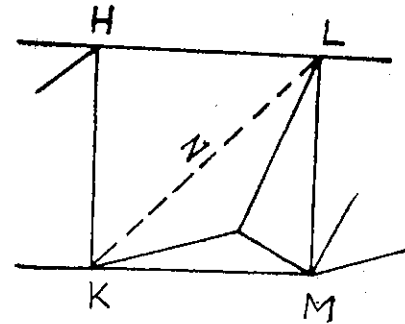
Kremona diyagramını çizerken her bir düğüm noktasında dönme cihetinin aynı olması lâzımdır. (Meselâ saat ibrelerinin hareket cihetinin aksi gibi). İlk defa belli kuvvetlerden başlanır. Meselâ I numaralı düğüm noktasında poligonu şu kuvvet sıra ile kapatırız :

$$Q, P_5, P_4, P_1$$

kuvvetler poligonunun kapanması icap ettiğinden Q kuvvetinin başladığı noktaya dönmemiz lâzımdır. Ve bu suretle P_4 ve P_1 kuvvetlerini elde ederiz.

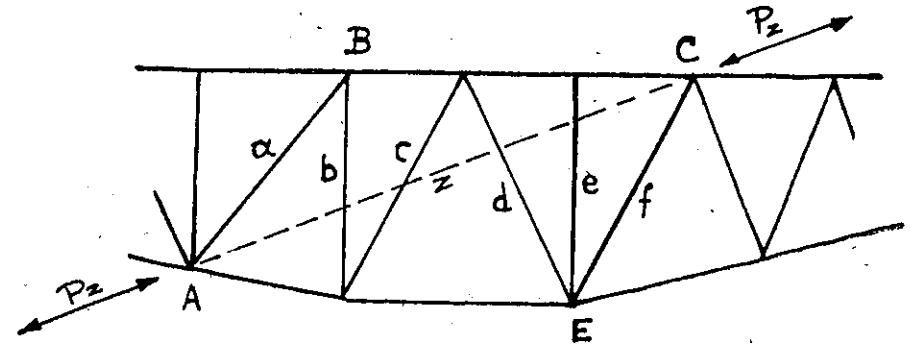
II numaralı noktadaki kuvvetler poligonunu çizmek için de, P_1 kuvveti aksi cihette alınır. Ve bu suretle bu noktadaki P_2 ve P_3 kuvvetleri elde buluruz.

Aynı işi bütün düğüm noktaları için aynı şekilde tekrarlandıktan sonra bütün kefesin bütün çubuklarının eksenel kuvvetleri olan P ler bulunur: Bazaa meselâ (Şekil - 114) de görüldüğü gibi L ve M noktalarında 3 tane bilinmeyen olabilir, bu şekilde bir sistem HLMK da yük için bir boşluk bırakmak maksadı ile bazı ahvalda tatbik olunan usuldür. Bu takdirde WM, WK, WL çubuklarının yerine bir tek Z çubuğu koyalım. Bu koyma KML olsun. Dışında hiç bir suretle iç kuvvetlerin kıymetini değıştirmez. Yeni sistemde Z ve LH çubuklarındaki iç kuvvet-



Şek. - 114

atlarında 3 tane bilinmeyen olabilir, bu şekilde bir sistem HLMK da yük için bir boşluk bırakmak maksadı ile bazı ahvalda tatbik olunan usuldür. Bu takdirde WM, WK, WL çubuklarının yerine bir tek Z çubuğu koyalım. Bu koyma KML olsun. Dışında hiç bir suretle iç kuvvetlerin kıymetini değıştirmez. Yeni sistemde Z ve LH çubuklarındaki iç kuvvet-



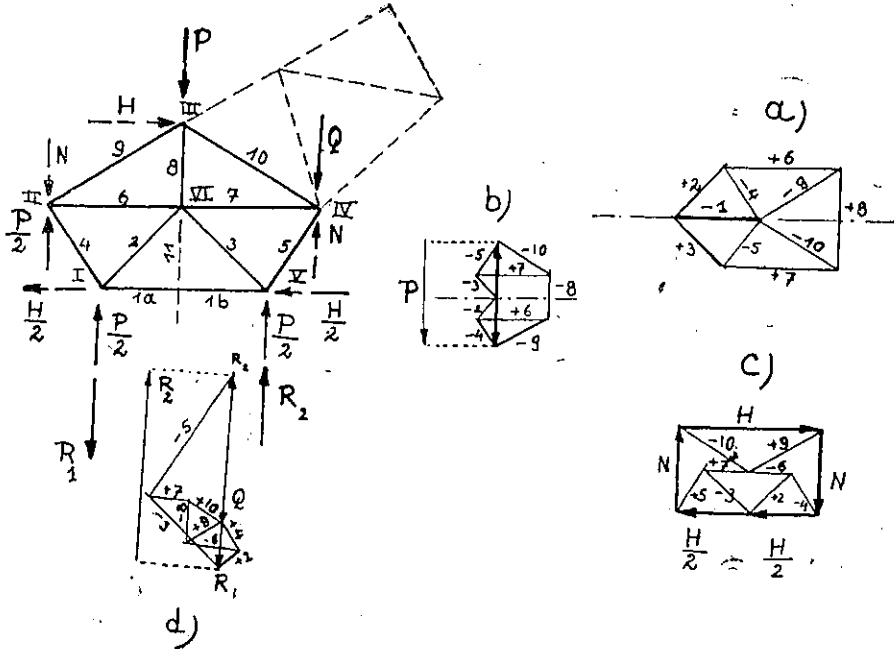
Şek. - 115

ler tayin edildikten sonra L noktasına kremona yeniden tatbik edilir. Çünkü LH çubuğu kuvveti belittir. Ve L noktasındaki bilinmeyenlerin sayısı ikidir. Bunlarda LM ve LW dir. Bu çubuk kuvvetleri belli olduktan sonra kremonayı M noktasına tatbik ederek WM ve MK bilinmeyenleri bulunur.

Hatta bazı çubukların, bazı hallerde bir tek çubukla da değıştirilmesi mümkündür. Meselâ (Şekil - 115) de görüldüğü gibi, a, b, c, d, e, f çubukları Z çubuğu ile değıştirilebilir. Bu takdirde bu değıştirme ile AB CE çerçevesinin dışında hiç bir değışiklik meydana gelmez.

6. — Simetri ve Hiperstatiklik :

Bir düzlem kafes bazan bir veya iki adet simetri eksenini haiz olabilir. Düzlem ve simetrik bir kafeste simetri eksenini üzerinde veyahut simetri eksenine dik çubuklar bulunabilir. Bu sonuncu şekil simetrik iki düğüm noktasını birbirine birleştiren bir çubukta vaki olur. (Şekil — 116) daki 1 ve 8 çubukları bu söylediğimiz haller için birer misaldir. Böyle olan çubuklara "ortak çubuklar" diyeceğiz.



(Şekil — 116)

Bütün hassalarını nazarı itibara almak maksadiyle, misal olarak bir defa hiperstatik ve içinde ortak bir (VI) düğüm noktası bulunan bir kafes seçtik. Hiperstatikliği meydana getiren fazla çubuk olarak da ortak çubuklardan birisini ve meselâ 1 numaralı çubuğu seçtik.

$P = -1$ için kremona diyagramını çizeriz. (a diyagramı). Bu diyagramın simetri eksenini kafesin simetri eksenine diktir. Bundan dolayı da diyagramın yarısını çizmek kâfidir.

B O W kaidesine göre kafesin her bir düğüm noktasına kuvvetler diyagramında bir alan vardır. Meselâ VI numaralı düğüm noktasına P_2, P_6, P_8, P_7, P_3 kuvvetleri ile çevrili alan tekabül eder, karşılık olarak kremonada kuvvetlerle çevrilmiş bir alana kafeste bir düğüm noktası te-

kabül eder. Bundan şu netice çıkarki (a diyagramından anlaşılacağı veçhile hiperstatiklik hali (şekil—116) da kesit doğrularla gösterilen ve ilâve edeceğimiz çubuklara sirayet etmez. Çünkü bu çubuklarda P_i iç kuvvetlerinin hepsi sıfırdır.

(b) işaretli kremona simetri eksenini üzerinde tesir eden P kuvvetine göre çizilmiştir. Burada da kremonanın simetri eksenini kafesin simetri eksenine diktir.

8 numaralı çubukta (P_8) kuvveti iki defa vardır, bunun yarısı sağa ve yarısı da sola aittir. Ve simetri eksenine nazaran mütakabil olan çubuklardaki çubuk kuvvetleri aynıdır.

(c) Diyagramı ise aynı kafeste aksi simetri N N ve H A kuvvet vet sistemi için çizilmiştir. Buradaki P_8 kuvveti sıfırdır. Çünkü simetrik çubuklardaki kuvvetler birbirine eşit ve aksi işaretde olduklarından iki kısma dahil olan 8 numaralı çubuk da kuvvet hem pozitif ve hem de negatiftir. Bu da bu kuvvetin sıfır olması demektir.

Çok daha genel olarak şu neticeyi söyleyebiliriz: n defa hiperstatik olan bir kafeste eğer simetri dolayısıyla k adet "ortak" çubuk varsa aksi simetrik yük halinde, a adet hiperstatiklik k kadar azalacağından sistem n - k defa hiperstatik bir hale gelir. Bu halde de görülüyor ki (c) kremona diyagramının simetri eksenini kafesin simetri eksenine paraleldir.

(d) diyagramı da simetrik olmayan yük hali için çizilmiştir. Bu halde sistemde simetri yoktur. Ve kuvvetlerin kıymetlerinde benzerlik yoktur. Yük simetrik olmasa bu takdirde kremonayı kafesin bütün çubukları için çizmek lâzımdır. Aksi simetrik yük kafesin moment ile yüklü olması haline tekabül eder.

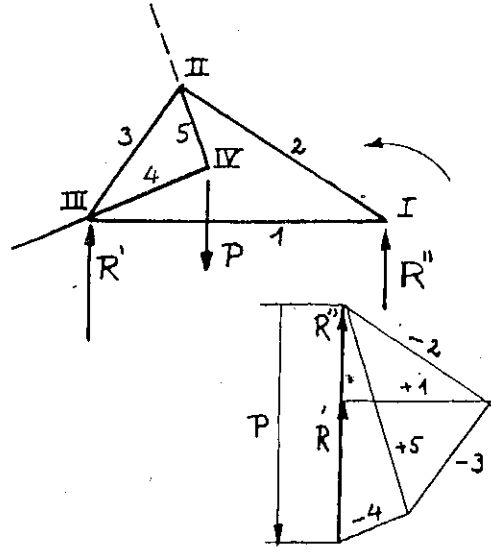
Mamafî simetrik olmayan bir yük simetrik bir yük ile aksi simetrik bir yüke ayrılabilirliğinden neticede P_i çubuk kuvveti simetrik yükten ileri gelen çubuk kuvveti ile simetrik momentten ileri gelen çubuk kuvvetlerden ileri gelen kuvvetlerin cebriyel toplamından ibarettir. Yani $P = P' + P''$ dir. Şurasını da nazara itibara almak lâzımdır ki (c) kremonasında (NH, NH) kuvvetleri ile çevrilmiş olan alan, kafes kirişin taşıdığı momenti göstermektedir. Dış kuvvetler dengede iseler, kremona kapanmalıdır. Yani netice olarak hareket noktamıza en sonunda dönmemiz lâzımdır.

İçinde bir düğüm noktası dış bir kuvvetle yüklü bulunan bir kafeste de kremona poligonunun kapanması şarttı. Yerine gelebilmesi için dış kuvvetler, kuvvetler poligonunun, B O W kaidesine göre çevresini teşkil etmesi lâzım olduğundan, burada da bu şartın yerine gelmesi lâzımdır. (Şekil—117) de görüldüğü gibi II numaralı düğüm noktasında

R'' , $(-P_2)$, (P_1) kuvvetler poligonunu çizdikden sonra, 5 numaralı çubuk dışa çıkıyormuş gibi kabul edilir.

Bu takdirde kuvvetlerin sırasını $-P_2$, P_5 , $-P_3$ gibi almak lâzımdır. 5 numaralı çubuktaki kuvvet çekme kuvvetidir. Çünkü bu kuvvet düğüm noktasından uzaklaşıyor.

Aynı kuralı III numaralı düğüm noktasına da tatbik ederiz. Yani 4 numaralı çubuğu da dışarıya doğru uzatarak çubukları 3,4,R' ve 1 sıra-



Şek. - 117

sile nazarı itibara almak lâzımdır. Buna mukabil de IV noktasında kuvvetleri ters olarak almak lâzımdır. Yani P_4 , P_5 , ve P sırasında almak icap eder.

Eğer diyagram doğru olarak çizildi ise $P=R'+R''$ münasebetinin gerçekleşmesi lâzımdır.

116 numaralı şekildeki misalde 1 numaralı çubuk kaldırılırsa (bu çubuk fazla olan bir çubuktur) bu takdirde VI numaralı nokta dış bir nokta vaziyetine gelir. Ve bu takdirde de bu hale hareket yönü için kabul olunan genel kural tatbik olunabilir.

Hiperstatik kafes girişlerde çubuk kuvvetlerini hesap etmek için evvelâ aşağıdaki teoremi ispat edelim:

"Mafsal kuvvetleri deformasyon işini minimum yapar,

Bu teoremi ispat etmek için birbirine m mafsalı ile bağlı iki cisim tasavvur edelim. Bu kısımları I ve II işareti ile gösterelim. Hey'eti umumiye dış kuvvetlere maruz bulunsun, Bu dış kuvvetler altında deforma-

$$P = R' + R''$$

yon işini A ile, ve bunun I kısmına ait olan miktarını A_1 ve II kısmına ait olan miktarını A_{11} ile gösterelim. Derhal;

$$A = A_1 + A_{11}$$

bağlantısı yazılabilir.

II kısmının n mafsalı yardımı ile I kısmı üzerine olan etkisini U ile gösterelim. I kısmına doğrudan doğruya tesir eden kuvvetler arasında U kuvvetini de sokarak I kısmını müstakil olarak nazarı itibara almak kabildir. Şu halde U kuvvetinin tatbik noktasında meydana gelen deplasmanın U yönündeki iz düşümü u ile gösterilirse Kastigliano teoreminin U kuvveti için tatbiki ile

$$u = \frac{dA_1}{dU}$$

yazılabilir.

Şimdi II kısmını müstakil olarak nazarı itibara alalım. Bunun için bu kısma doğrudan doğruya tesir eden kuvvetler arasında I kısmının m mafsalı yardımı ile II kısmı üzerine yaptığı etki olan $(-U)$ kuvvetinin sokulması kâfidir. Bu halde Kastigliano teoremi II kısmına tesir eden $-U$ kuvveti içinde tatbik edilirse:

$$u = \frac{dA_{11}}{d(-U)} = -\frac{dA_{11}}{dU}$$

olacağı görülür.

u nun bu iki kıymeti yekdiğerine eşit kılınarak

$$\frac{dA_1}{dU} = -\frac{dA_{11}}{dU}$$

yahut:

$$\frac{dA_1}{dU} + \frac{dA_{11}}{dU} = 0$$

bulunur.

diğer taraftan $A = A_1 + A_{11}$ olduğundan türevi alınarak:

$$\frac{dA_1}{dU} + \frac{dA_{11}}{dU} = \frac{dA}{dU} = 0$$

şeklinde yazılabilir.

Bundan şu netice çıkar ki mafsal kuvvetleri de dış kuvvetler gibidir ve bu mafsal kuvvetleri mesnet tepkileri gibi deformasyon işini minimum yapar.

Bu esas konulduktan sonra hiperstatik kafeslerdeki çubuk kuvvetlerini hesaplamak için, çubuk kuvvetleri mafsal noktalarına da tesir et-

tiklerinden bu kuvvetler mafsalsal kuvveti olarak da nazarı itibara alınabilirler ve bu takdirde çubuk kuvvetlerinin hesabında aşağıdaki metodu tatbik olunur:

Hiperstatikliği meydana getiren fazla olan bütün çubuklar kaldırılır. Bu fazla çubukların seçilmesinde en uygunları aranır. Fazla olan çubuklardan maksat $p=2w-3$ formülü ile belli olan çubuk adedinden fazla olan çubuklardır. Bu fazla olanlar arasında meselâ simetrik olanlar gibileri kaldırılır; evvelâ fazla olan çubukların kaldırılmasından sonra geriye kalan çubuklar üzerinde dış kuvvetlerle çubuk kuvvetleri tayin olunur. i çubuğunda isostiklik halinde çubuk kuvvetini P_{oi} ile gösterelim.

Bundan sonra kaldırdığımız fazla olan çubukların her birine ayrı ayrı kıymetleri bire eşit $X=Y=Z=-1$ kuvvetlerini tatbik ederiz ve bunların her birisi için ayrı ayrı kremonları çizeriz. Bu takdirde aynı i çubuğu üzerinde bu birim kuvvetlerden dolayı meydana gelen çubuk kuvvetleri P_{xi}, P_{yi}, P_{zi} olsunlar hakikati halde hiperstatikliği meydana getiren ve fazla olan çubuklardaki çubuk kuvvetleri (-1) olmayıp bu kıymetler x, y, z den ibaret olduklarından (deformasyonların müsaade ettiği kadar) süperpozisyon kanununu tatbik ederek i çubuğundaki kuvvetlerin hakiki kıymetleri elde edilir: yani

$$P_i = P_{oi} - x P_{xi} - y P_{yi} - z P_{zi}$$

x, y, z bilinmeyenlerini bulmak için yukarıdaki teoreme bahis ettiğimiz deformasyon işinin minimum olması şartından istifade ederiz.

Çekme veya baskıya çalışan bir çubuğun deformasyon işi:

$$U_i = \frac{1}{2} P_i^2 \cdot \frac{l_i}{E \cdot S_i}$$

olduğunu biliriz. Şimdi her çubuk için sabit olan $\frac{l_i}{E \cdot S_i}$ yi A_i ile gösterirsek yukarıdaki son formül:

$$2 U_i = P_i^2 \cdot A_i$$

şekline gelir.

Fazla olan çubukların kaldırılmasından sonra meydana gelen izostatik sistemindeki P_{oi} kuvvetleri ile hesap edilen S_i kesitleri kabul edildiğinden x, y, z kuvvetlerinin hesabından sonra kesitlerimizin kafi olup olmadıklarını deneyebiliriz. Genel olarak çubukların fazla olması çubuklardaki kuvvetleri azaltırsa da bazı hallerde çoğaltır. Şimdi toplam işi

$$U = \Sigma (U_i)$$

ile gösterirsek sistemin deformasyon işi bu U dan ibaret olmuş olur.

Deformasyon işinin minimum olması için, bunun x, y, z, \dots gibi bilinmeyenlere nazaran türevlerinin sıfır olması icap edeceğinden:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial z} = \dots = 0$$

olur.

$$U = \Sigma (U_i) = \Sigma \left(\frac{1}{2} P_i^2 \cdot A_i \right)$$

olduğu nazarı itibara alınırız

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \Sigma \left(A_i P_i \frac{\partial P_i}{\partial x} \right)$$

bulunur. Halbuki

$$\frac{\partial P_i}{\partial x} = -P_{ix}$$

olduğundan aynı şekilde y ve $z \dots$ ye nazaran kısmi türevler alınarak

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \Sigma (A_i \cdot P_i \cdot P_{xi})$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \Sigma (A_i \cdot P_i \cdot P_{yi})$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \Sigma (A_i \cdot P_i \cdot P_{zi})$$

bulunur.

Başka bilinmeyenler varsa onlara nazaranda türevler alınır ve böylece n adet bilinmeyen varsa n adet denklem elde edilir. Ve bu türev denklemleride şunlardan ibaret olur:

$$\Sigma (A_i \cdot P_i \cdot P_{xi}) = 0$$

$$\Sigma (A_i \cdot P_i \cdot P_{yi}) = 0$$

$$\Sigma (A_i \cdot P_i \cdot P_{zi}) = 0$$

Bu denklemler açılırsa ve gereken operasyonlar yapılırsa:

$$x \sum (A_i P_{xi}^2) + y \sum (A_i P_{xi} P_{yi}) + z \sum (A_i P_{xi} P_{zi}) = \sum (A_i P_{oi} P_{xi})$$

$$x \sum (A_i P_{xi} P_{yi}) + y \sum (A_i P_{yi}^2) + z \sum (A_i P_{yi} P_{zi}) = \sum (A_i P_{oi} P_{yi})$$

$$x \sum (A_i P_{xi} P_{zi}) + y \sum (A_i P_{yi} P_{zi}) + z \sum (A_i P_{zi}^2) = \sum (A_i P_{oi} P_{zi})$$

Yukarıdaki toplamlarda bütün çubukların hepsini birden nazarı itibara almak lâzımdır.

Yukarıdaki denklemlerde bulunan katsayılar bellidirler çünkü A_i katsayıları S_i kesitlerinin kabul edilmiş olmasından dolayı bellidir diğer taraftan P_{ik} gibi birim kuvvetlerden ileri gelen katsayılar ise kremonalar ile bulunmuştur. Meselâ bir defa hiperstatik olan bir kafeste

$$P_{ix} = 0 ; P_{iy} = 0$$

olduğundan böyle bir kafeste

$$x = \frac{\sum (A_i \cdot P_{oi} P_{xi})}{\sum (A_i \cdot P_{xi}^2)}$$

bulunur.

Eğer hiperstatiklik birden fazla olursa yukarıdaki denklemleri çözmemiz lâzımdır. Bilinmeyen adedi fazlalaştıkça hesaplar çok zahmetlidir.

7. — Williot Poligonu :

Williot poligonu yüklü bir kafesin düğüm noktalarının deplasman miktarını verir. Yani yük altında meydana gelen şekil değişikliklerini verir.

Bu maksatla evvelâ kremona poligonu ile çubuklardaki P_i çubuk kuvvetleri bulunur. Bu iç ve aksenal kuvvetlerle çubuk kesitleri tayin olunduktan sonra bu kuvvetler etkisile çubuk boylarının uzanma ve kısalmaları

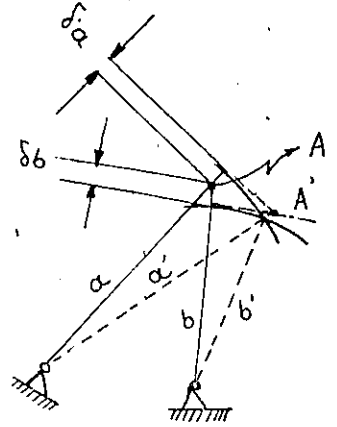
$$\mp \delta = \mp \frac{P_i l_i}{E \cdot S_i}$$

formülü ile bulunur. Bu formüldeki işaretlerin manaları açıktır. Boy uzanmaları yani çubuk kuvvetinin çekme olması halinde pozitif ve çubuk kuvvetlerinin baskı olması halinde negatif itibar olunur.

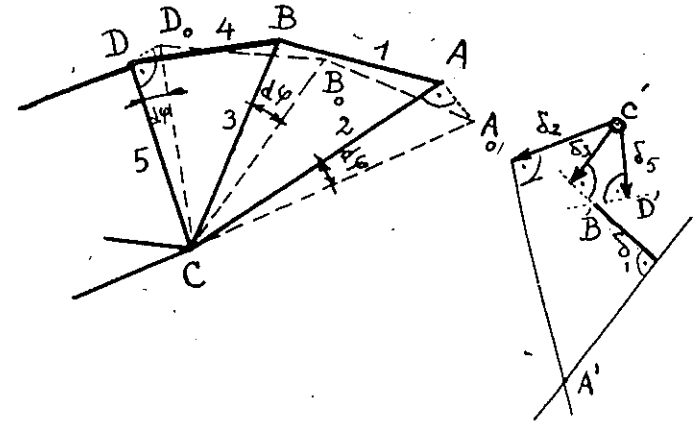
(Şekil — 118) deki A düğüm noktasının şekil değiştirmeden sonra geldiği noktayı bulmak için, a ve b çubukları $(+ \delta_a)$ ve $(- \delta_b)$ kadar uzanıp kıaldıklarından, bu takdirde $(a + \delta_a)$ ve $(b - \delta_b)$ yarı çapları

iki daire çizilir. Bu iki dairenin kesiştiği A' noktası A noktasının şekil değişmeden sonra bulunacağı noktayı bize verir, Çubukların ilk vaziyetleri ile son vaziyetleri arasında yaptığı açılar çok küçük olduğundan bu daire yayları yerine çubukların ilk vaziyetlerinden $(a + \delta_a)$ ve $(b - \delta_b)$ uzaklığında bulunan noktalardan bu çubuklara birer dik çizebiliriz. Yalnız şurasını da unutmayalım ki uzamalar çubukların esas uzunluklarına nazaran gayet küçük olduklarından gerek şekil değiştirmelerini ve gerekse çubukların uzamalarını kâfi derecede büyük ölçekle çizmek lâzımdır.

Epürü yapmak maksadiyle kafesin çubuklarından birisi Baz olarak alınır meselâ (Şekil — 119) de olduğu gibi C D çubuğunun Baz seçelim ve bu çubuğun C noktasını da P O L olarak seçelim. Çubukların $(+ \delta_1)$, $(- \delta_2)$, $(- \delta_3)$, $(- \delta_4)$ ve $(- \delta_5)$ uzamalarını hesap ettikten sonra çubukların hakiki translasyonları yönünde çubuklara



(Şekil — 118)



(Şekil — 119)

paralel uzanmaları çizerek öteleme diyagramını çizeriz. Bu maksatla da baz çubuğundan başlarız. (δ_5) negatif olduğundan D noktası aşağıya doğru öteleme yapar. Ve D' mevkiini alır. B' noktasında δ_3 ve δ_5 uzama vektörlerinin nihayet uçlarından çıkan diklerin kesiştiği noktadan ibaret olacaktır, benzer olarak δ_1 ve δ_2 vektörlerinin nihayet uçlarından çıkan

diklerin kesiştiği noktada A' noktasını verecektir. Ve böylece bütün düğüm noktalarının vaziyetleri tayin olunur.

Buraya kadar şu esas göz önünde tuttuk. Buda C D çubuğunun deplesman yapmadığını farzettik. Halbuki bu çubukta bir mukayese hareketine nazaran hareket edebilir. (Meselâ mesnetlere nazaran) bu takdirde bu C D çubuğunun bu hareketinin de göz önünde tutulması lâzımdır. C D çubuğunun paralel olarak translasyon hareketinin ehemmiyeti yoktur. Çünkü relatif translasyonlar nazarı itibara alınıyor. Buna mukabil de C D çubuğunun dönme hareketinin göz önünde tutulması gerektir.

Kafesin şekil değiştirmesi esnasında C D çubuğu devir yaptı ise yukarıda çizdiğimiz diyagram yanlış olur. Ve bu sebepten dolayı da ikinci bir diyagram daha çizmemiz zarureti meydana çıkar. Buda dönme hareketlerinden meydana gelen yer değiştirmelere ait diyagramdır.

Dönme açısı (Şekil — 119) meselâ c noktasına göre dφ den ibaret ise AA₀, BB₀, DD₀ gibi yer değiştirmeler CA, CB, CD uzaklıkları ile orantılı olduklarından ve dφ açısında çok küçük olduğundan bu yer değiştirmeler de ilk çubuk yönlerine dik olacaktır.

Eğer yalnız dönemlerden ileri gelen yer değiştirmelerini çizsek bu yer değiştirmeler evvelki kafes şekline benzer ve 90° derece dönmüş bir şekil hasil edeceklerdir. Çünkü (Şekil — 121) de görüleceği gibi dönmenin o noktası etrafında olduğu kabul edilirse OC, OB, OA doğru demeti üzerine benzer iki üçgen çizelim ve A''B''C'' = A'B'C' üçgenlerini alalım.

A B C üçgeni A'B'C' üçgenine benzer olduğundan bu A B C üçgeni de A''B''C'' üçgenine benzer olur. OA' ⊥ OA ve OB ⊥ OB ve OC' ⊥ OC olarak alırsak benzer olan kenarlardan dolayı:

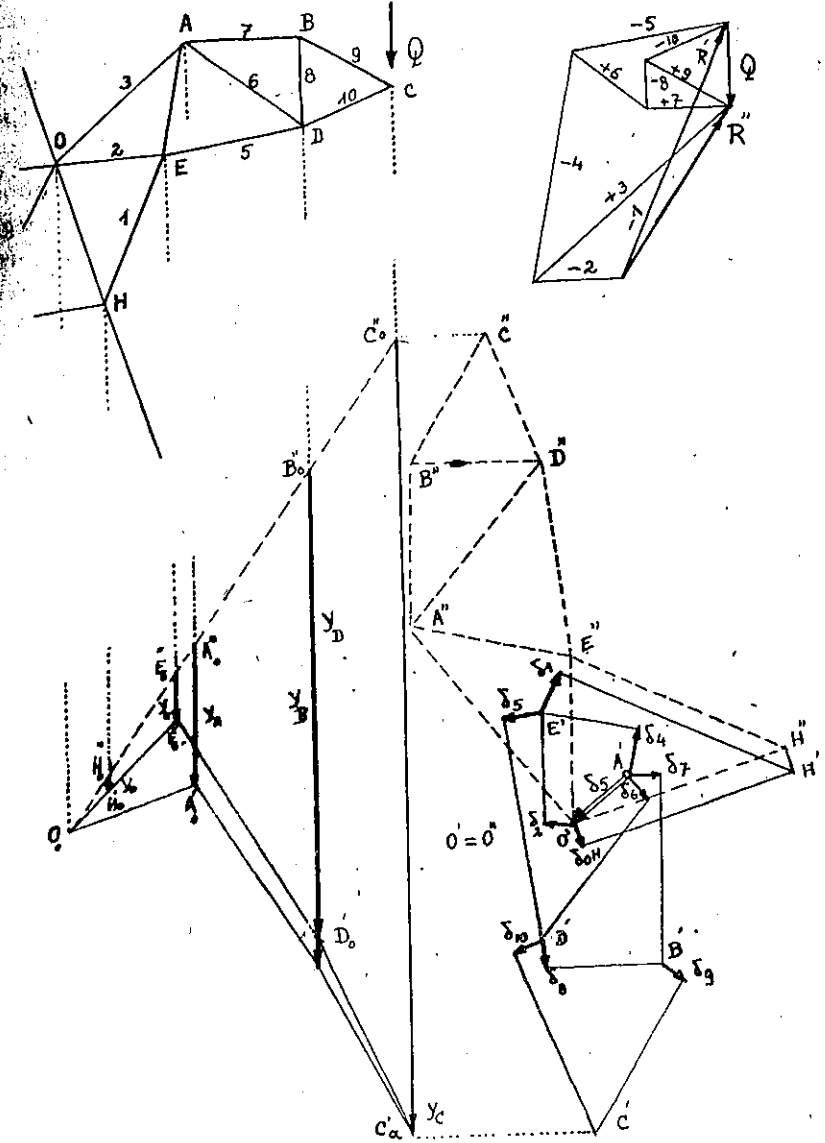
$$\frac{OA''}{OA} = \frac{OB''}{OB} = \frac{OC''}{OC} = \text{sabit}$$

Buradan şu neticeye varılırki A''B''C'' şeklinin kenarlarından birisi (dik olmak şartıyla) belli olursa A''B''C'' şekli tamamen çizilebilir.

Hülasa kafesin bir dönme bir de traslasyon olmak üzere iki devimi vardır. Translasyon hareketlerindeki yer değiştirmeler yukarıda olduğu şekilde çizilir. Dönme hareketlerindeki yer değiştirmeler yukarıda bahs ettiğimiz prensipe dayanarak çizilir. (Şekil — 120) deki diyagram işte bu esaslar göz önünde tutularak çizilmiştir.

Resim üzerinde gösterilen kafes Q kuvvetile yüklenmiştir. O H hattı kafesin bir çubuğu ve kafesin tesbit yüzündedir. O noktası sabittir. Biz

tesbit yüzünün dömediğini kabul edeceğiz. H noktasında 1 çubuğun çubuk kuvvetine eşit R' tepkisi tesir etmektedir. Ve O noktasında da



Şek. — 120

P₂ ve P₃ çubuk kuvvetlerinin bileşkesine eşit R' tepkisi tesir eder. Bu takdirde O noktası sabit olacak ve H noktası da O H yüzü üzerinde hareket edecektir.

O A çubuğunu evvela B A Z çubuğu olarak kabul edelim. Ve O noktasını da POL noktası olarak nazarı itibara alırsak 1 numaralı yer değiştirme diyagramı yukarıda izah edilen uzanma ve kısalmalara nazaran, belli olduğu şekilde çizilir. Çizme yapılırken görülürki O' H' noktaları O H doğrusuna dik bir doğru üzerinde bulunmamaktadır. Bildiğimiz gibi O H doğrusu dönmez. Buradan da şu anlaşılırki O A çubuğu Şekil 119 deki ok cihetinde $d\phi$ açısı kadar dönmüş olur.

O noktasının yer değiştirmedeği kabul edilirse H noktası dönme hareketi neticesinde O H doğrusuna dik bir yönde yer değiştireceğinden, yani diyagram üzerinde H' yerinde bulunacaktır. Neticede O' noktası sabit ve H' noktası da belli olduğundan buna benzer ve 90° derece dönmüş olan şekli derhal çizeriz. Ve bu suretle Epür üzerinde A' A', B' B', C' C' gibi vektörleri buluruz ki bu vektörler A, B, C, ... gibi noktaların yer değiştirme noktalarını bize verir.

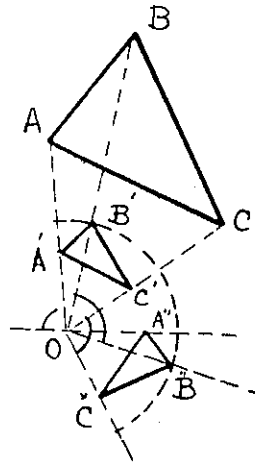
8. Yer eğiştirmelerin düşey bileşkeni:

Yer değiştirmelerin düşey iz düşümlerini bulmak için düğüm noktasından geçen düşey eksen üzerine A' A', B' B', C' C' ... vektörlerinin iz düşümleri bu vektörlerin düşey bileşkenlerini yani yer değiştirmelerin düşey bileşkenlerini bize verir.

Williot Poligonunu çizerken şu iki noktayı daima göz önünde tutulması lazımdır:

a) Uzanma ve kısalmalardan ileri gelen yer değiştirme miktarlarını tesbit edecek olan "ölçek",in en münasip şekilde seçilmesi lazımdır, küçük ölçek seçilmesi halinde şekil çok küçük olacağı gibi, büyük ölçek seçilmesi halinde ise, yer değiştirme miktarları Epür dışına çıkabilir.

b) Baz çubuğunu o şekilde seçmek lazımdır ki, bu B A Z çubuğu en az devir yapan çubuk olsun aksi takdirde, (III) diyagramı şekil dışına çıkabilir. Meselâ şekil — 120 deki misal halinde B A Z çubuğu olarak biz OA çubuğunu seçtik, ve yine söylediğimiz sebeplerden ötürü A B çubuğunu seçmedik.

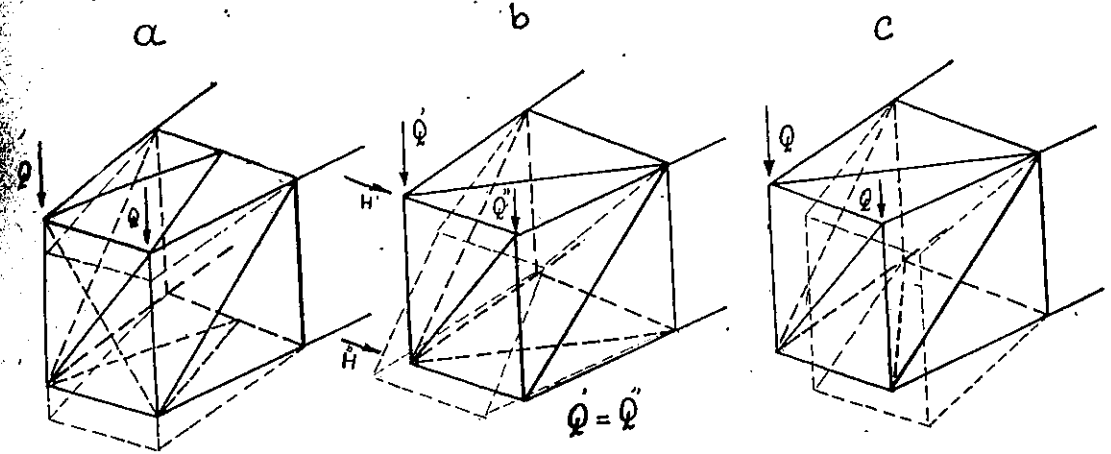


Şek. — 121

9. — Kafes zarflarda eğilme:

Gövdenin simetri düzleminde bahsedilmiş olmasına rağmen bu düz-

leme nazaran simetrik gövde pek nadirdir. Mükemmel simetri yan yüzler tamamen birbirinin aynı şekilde inşa edilir ve gövdenin sırt ve karnı K şeklinde inşa edilse idi elde edilirdi. Bu şekilde bir konstrüksiyon (Şekil — 122 a) da görülmektedir.



Şek. — 122

Böyle bir gövde yani tam simetrik bir gövde simetrik bir yükle yüklendiği zaman şekil değiştirme simetri düzleminde paralel olurdu. (Şekil—122 b) deki gövde konstrüksiyonu yarım simetrik gövde inşaatıdır.

Şekilde görüldüğü gibi $Q' = Q''$ simetrik yükünü böyle bir gövdenin taşıması halinde, gövde eğilmeden maada bir de torsiyon yapar. Çünkü gövdenin üst lonjörönleri bu $Q' = Q''$ kuvvetlerinin etkisiyle eğilmeden ötürü uzarlar. Halbuki bu üst yüz diyagonali hiç bir kuvvet taşımadığından uzunluğunu değiştirmez. Bu kısımda yani üst lonjörönler uzamış ve diyagonalde uzunluk değiştirmemiş bir halde yeni bir şekil almak için üst kısım sağa doğru yer değiştirir. Aynı şekilde bir muhaleme ile alt kısımdaki lonjörönler baskı dolayısıyla kısılacığından alt kısımda sola doğru yer değiştirir.

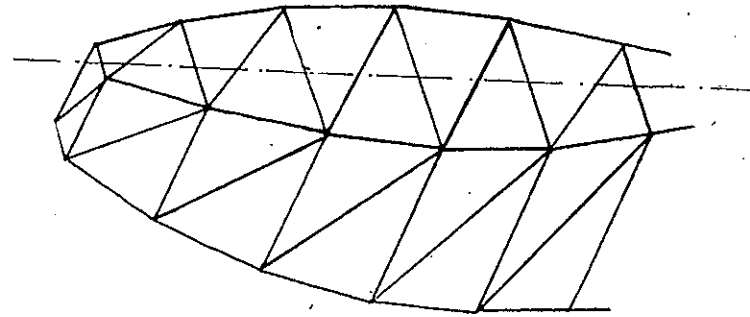
Traversler de uzunluklarını değiştirmeyeceklerinden bunun neticesi olarak da gövdenin simetrik kuvvetler etkisiyle eğilme ile beraber torsiyona da çalışacağı görülür.

Eğer son çerçive rijid olursa, bu rijidlik torsiyona mani olur. Şurasını da göz önünde tutmak lazımdır ki ortaldaki çerçivelerin rijit olmamasına karşılık, gövde (deformasyon yaptığı halde bile) rijid olarak kalır.

Bu düşüncelerden şu neticeye varılırki ki: bileşke kesme kuvveti yalnız eğilme hasil edip torsiyon hasil etmemesi için etki yapması gereken nokta simetri düzlemi üzerinde değil; bilakis bu türlü gövdelerde simetri düzleminin dışında başka bir noktadır.

Yanlış olarak torsiyon merkezi denilen bu noktaya bundan sonra kayma merkezi diyeceğiz. Bunun sebebi de kabuklarda anlatıldığı gibidir.

(Şekil - 122c) deki sistem aksi simetrik bir sistemdir. Üst ve alt diyagonallar zıt yönlere yöneltilmişlerdir. Böyle bir sistem simetrik yük taşıdığı zaman eğilme ile beraber yan istikamette yer değiştirmede yarar. Çünkü üst lonjörönlere uzamış olduklarından diyagonale göre üst lonjörönlere bir tarafa doğru döner. Aşağı lonjörönlere kısalmış olduklarından ve diyagonalde mukabil cihette olduğundan aşağıdaki lonjörönlere de aynı cihete döner. Şu halde tek mil gövde yanıl yönde bir yer değiştirme yapar. Çerçvelerin rijitliği buna mani olamaz. Kesme kuvvetine dik yönde yer değiştirme olduğundan sistemin bu yönde işi



(Şekil - 123)

fırdır. Yukarıda bildirilen üç sistemden her hangi birisi H yatay kuvvetleriyle yüklenirse şekil değiştirme meselesi daha karışık bir hal alır.

10. — Farazi gövde :

Kafes gövdeye Aerodinamik şekil verilmek maksadiyle üst ve alt lonjörönlere, bölmeler arasında doğru kalmakla beraber, bir kırık çizgiden ibarettir.

Bundan başka gövdenin bazı yerlerine bagaj ve mürettebat için boşluk bırakmak maksadiyle üst ve alt yüzlerinde diyagonaller kaldırılmıştır.

Kafes gövdelerin hesabında kullanılan bütün metodlarda bölmelerin aralarında paralel kaldığı kabul edilmektedir. (Şekil - 123)

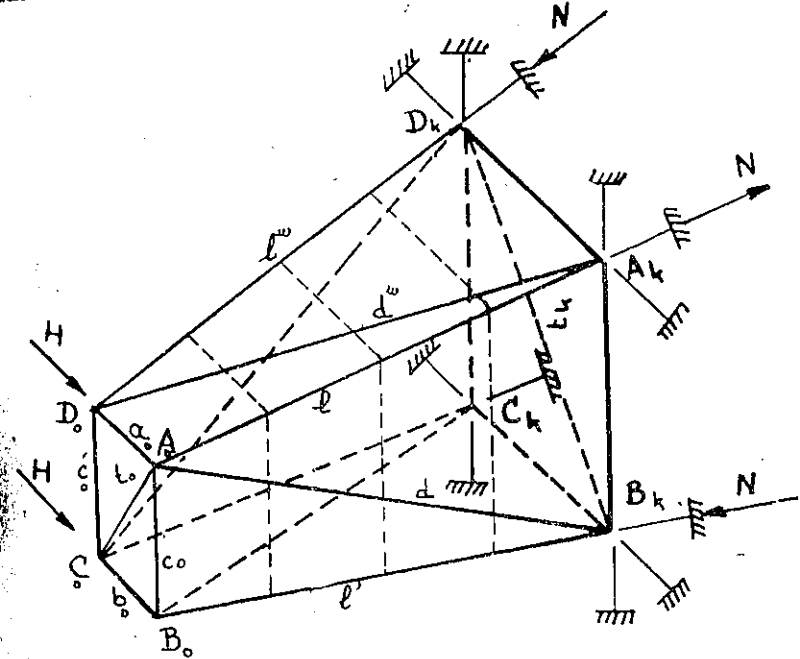
Hakiki kafes gövde yerine hesapları kolaylaştırmak düşüncesiyle, şaki şartları gerçekliye gövdeyi alacağız:

a) Gövdenin yüzlerini düzlem olarak kabul edeceğiz, yani tek mil bir kesik pramit olarak nazarı itibara alınacaktır;

b) Bütün açıklıkların (iki bölme arasında kalan gövde kısmının) yüzleri rijittir.

Şöyle böyle bir gövdeye biz "farazi gövde," diyeceğiz. Farazi gövde bir yüzeyi kesik piramitin yan yüzünü teşkil eden, bir dörtgen ibarettir. Bu dörtgen üzerinde bir tek diyagonal vardır. Bu genel açıklıkların yükleneneği eğilme ve torsiyon yüklerinde hiç bir kırıklık yapmaz.

Farazi gövdenin hesabı bizce belli olursa, boşlukların tesiri ve lonjörönlere kırıklığı göz önünde tutularak hesaplar tashih olunabilir. Ma-



Şek. - 124

şaki çubukların kırıklığı, yüzey etkisinden ötürü hesapları biraz zorlaşır. Şurasında göz önünde tutmak lâzımdır ki: bir yüzey düzlemi için bulunan birbirine zıt kuvvetler diğer yüzey düzlemlerini yüklenmezler; müstesna olarak bu kuvvetler hiperstatikliği meydana getiren çubuklar üzerine tesir ederse ve yahutta nazarı itibara alınan yüzeyin rijitliği diğer yüzeyler yardımı ile temin edildi ise bu takdirde bu kuvvet-

dedeki P_{si} çubuk kuvvetlerini Cremonalar yardımı ile bulalım. Hakiki olarak ilk bölmenin çaprazlamasında tesir eden kuvvet -1 olmayıp $T_0 = x$ dan ibaret olacağından, Süperpozisyon kanunu tatik olunarak, çubuklardaki çubuk kuvvetlerini aşağıdaki şu formül ile buluruz:

$$P_i = P_{si} - x P_{si}$$

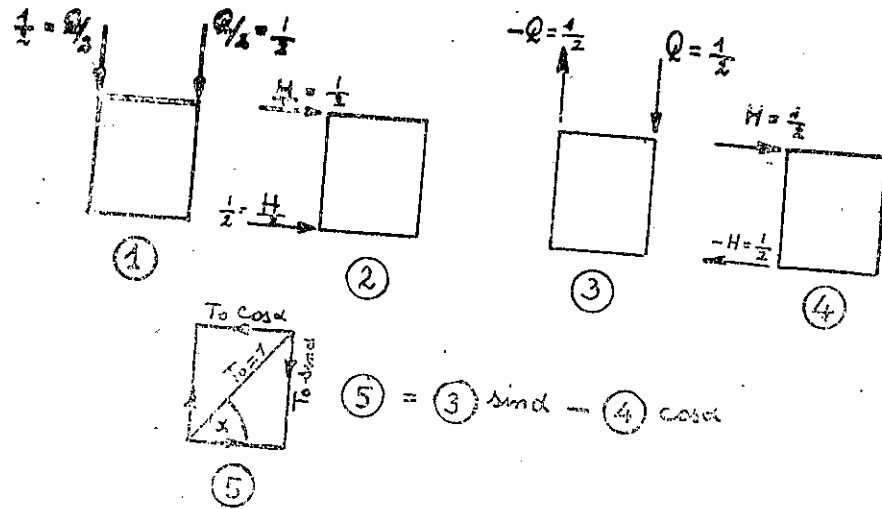
sistemi hiperstatik kılan fazla çubuklardaki kuvvetler deformasyon işini minimum kalacağı teoreminden istifade ederek:

$$x = \frac{\sum A_i \cdot P_{si} \cdot P_{si}}{\sum A_i P_{si}^2}$$

bulunur.

Şurasını da gözden uzak tutmamak lazımdır ki eğilme düzlemine dik kafes gövde yüzeylerindeki P_{oi} kuvvetleri sıfırdır.

Süperpozisyon kanununa göre kuvvet n defa artınca çubuklardaki kuvvet de n defa artacağından birçok defa Cremona çizmemek için birim yükler için çizilmiş Cremonalardan istifade etmek kâfidir.



(Şekil - 125)

(Şekil - 125) de çizilmesi lazım gelen haller gösterilmiştir. Bu suretle çubuklardaki birim yüklerle çubuk kuvvetleri bulunduktan sonra her hangi bir yük halindeki çubuk kuvveti bu yükün kıymeti ile birim

yük için bulunan çubuk kuvvetini çarpmakla bulunur. Sözü geçen resimdeki (1) hali birim düşey yük hali içindir. (2) hali birim yatay yük hali içindir. Bu iki hal eğilme halini karşılarlar.

(3) Hali ise düşey $Q/2$ ve $-Q/2$ kuvvetlerine eşit bir torsiyon momentine karşılık bir yüküdür. (4) hali ise torsiyon eşleniğinin yatay olması halidir.

(5) Hali ise ilk bölme çapraz diyagonali yönünde $T_0 = 1$ kuvvetinin tesir etmesi halini göstermektedir ki bu halde T_0 kuvveti yatay ve düşey çukurlar yönünde bileşenlere ayrılınca (3) ve (4) hallerinin kombinasyonu olan sistem meydana gelin. Demek oluyor ki bu beşinci hal sözü geçen hallerin bir kombinasyonundan ibaret olur.

İlk iki hal dış birim yüke karşılık olan haldir. Meselâ ivme katsayısının $m = 1$ olması halinde bu iki hal nazarı itibara alınabilir.

(3) ve (4) halleri ise birim torsiyon momenti için haller olabilirler. Bu iki hal torsiyon hali içindir.

12. Farazî gövdede Torsiyon :

Yine bundan evvelki eğilme halinde belirtildiği gibi sistem hiperstatik olduğundan hiperstatikliği doğuran şart olarak da son bölmenin tesbit edilmiş olması nazarı itibara alınacaktır.

Son bölmenin tamamen serbest farzedilmesi ile hiperstatiklik giderilmiş olduğundan sistem izostatik bir hale gelir. Ve bu suretle sistem iki uç bölmeler düzlemleri içinde bulunan iki kuvvetler eşlenigile yüklenmiş bulunduğu görülür. Bu iki moment kıymetce eşit ve işaretce birbirinin aksi olacakları aşikârdır.

Şurasını da hatırlatalım ki uç bölme düzlemleri paraleldir. (18) çubukla böyle bir sistemin izostatik olduğu aşikârdır.

Burada Hiperstatikliği doğuran sebep olarak T_0 kuvvetini almayıp N_k kuvvetlerini alamaz, daha evvelde izah ettiğimiz gibi, T_0 kuvveti çok büyük olup buna mukabil N_k kuvvetlerinin çok küçük olmasıdır.

A_0, B_0, C_0, D_0 Düzlemi içinde tesir eden torsiyon momenti bölmenin köşelerine tesir eden ve kafes gövdenin düzlemleri içinde bulunan kuvvetlere ayrılabilir. Bu kuvvetlere bundan böyle "Köşe kuvvetleri," diyeceğiz.

A_k, B_k, C_k, D_k bölmesi içinde tesir eden ve aksi yönde olan torsiyon momenti tepki momenti olarak göz önünde tutulabilir.

Problemi genelleştirmek amacıyla farazî gövdenin kesit piramit şeklinde olduğunu ve uç bölmelerin birbirine benzer olmadığını, ve fakat bununla beraber birbirine paralel kaldığını göz önünde tutalım. Yan

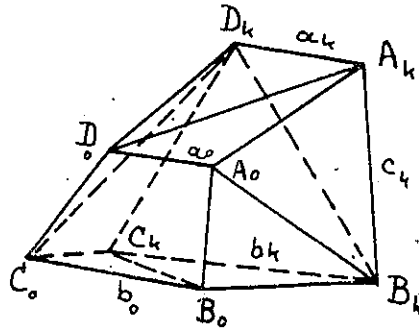
yüzeyler birer düzlemden ibaret olduğundan uç bölmelerin karşılıklı kenarlarının birbirine paralel olduğu aşikârdır. Çünkü bölme düzlemleri birbirine paraleldir. (Şekil — 126)

Zarf yüzeylerinin diyagonalleri o şekildedir ki bir düğüm noktasından yalnız bir tek zarf yüzey diyagonali başlar.

Bu hal yüzeylerdeki kuvvetlerin dağılışında hiç bir değişiklik meydana getirmez. Evvelce bu hal şekil — 115 üzerinde açıklanmıştı. Bu şekilde bir farz bizim hesaplarımızı kolaylaştırır. Çünkü aksi halde daha aşağıda izah edileceği gibi, bu takdirde çalışan çubuklar bizim gövdemize benzemez.

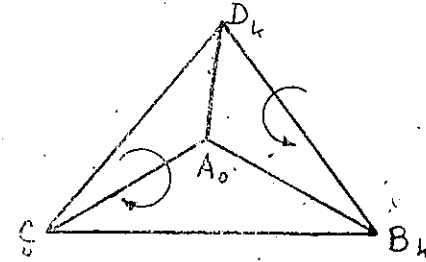
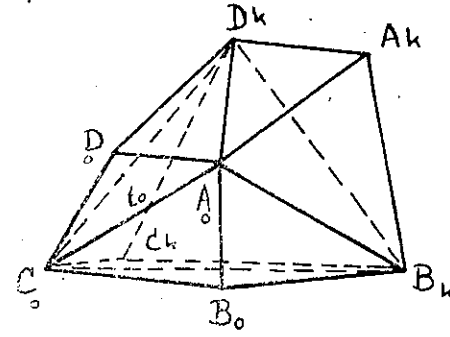
Yukarıda açıkladığımız gibi torsiyon momenti köşe kuvvetlerine ayrılabilir. Bu takdirde köşe kuvveti ile, lonjörön ve diyagonal yönünde tesir eden kuvvetlerin bileşkesinin dengede bulunması lâzımdır. Bu halde ise köşe kuvvetinin denge yapacağı kuvvetin mevcut olması için bu noktadan diyagonal ve lonjörönün geçmesi lâzımdır. Eğer diyagonal bulunmazsa köşe kuvveti lonjörön kuvveti ile denge yapamaz; meğerki köşe kuvveti sıfır olsun. Bunun neticesi de lonjörön kuvveti sıfır olur. Çünkü köşe kuvvetinin tesir ettiği bu noktada yalnız iki çubuk vardır. Bunlardan birisi lonjörön diğeri de bölme çubuğudur. Köşe kuvveti bölme çubuğu yönünde olduğundan ve diyagonalde bulunmadığından, bu takdirde lonjörön kuvveti sıfır olur.

Diğer taraftan sistem izostatik olduğundan her yüzeyde bir ve bir tek diyagonal bulunması lâzımdır, bölmenin köşelerinin adedi yüzeylerin adedi kadar olduğundan, buradan da şu neticeye varılır ki meselâ (Şekil — 127) deki D_0 köşesinde hiç bir diyagonal yoksa, buna mukabil A_0 da iki diyagonal olması lâzım gelir. Bu diyagonallar yüzeylere ait olup bölmedeki rijitlik çapraştları değildir. A_0 da iki diyagonal olması neticesi A_0 rın karşılığı olan ve son bölme üzerinde bulunan A_k köşesinde hiç bir diyagonalın bulunmamasını gerektirir. A_0 da diyagonal bulunduğu için A_0 A_k lonjörönünde çubuk kuvvetli bulunabilir. Halbuki diğer taraftan A_k köşesinde diyagonal bulunmadığı için yine aynı lonjörönünde çubuk kuvveti bulunmaz neticesine varılır. Bu da faraziye aykırıdır yine şekil — 127 üzerinde görüleceği gibi bizim kabul ettiğimiz kesik piramit bu takdirde basit bir dört yüzlü şekline gelir. Bu olmayacağından her köşeden bir tek diyagonal çıkar.



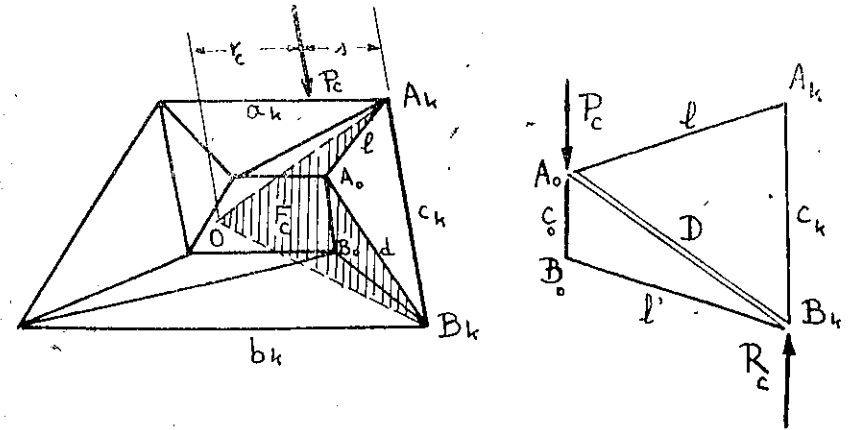
Şek. — 126

Şimdi de köşe kuvvetlerini hesap edelim: Biliriz ki bu köşe kuvvetlerinin teşkil ettiği eşlenikler torsiyon momenti yerine konulacaklardır.



Şek. — 127

(Şekil — 128) de görüldüğü gibi her hangi bir yüze ve mesela A_0 B_0



Şek. — 128

B_k yüzüne ait denge halini göz önünde tutalım. P_0 kuvveti L , D çubuk kuvvetleri ile denge yapar. Bunun gibi de R_0 tepkisinin B_k nokta-

13. — Nihayet ucun bağlanmış olması hali :

Yukarıdan beri bildirdiğimiz gibi gövde 6 ncı dereceden hiperstatik bir mesele idi. Nihayet bölmenin bağlantı düzlemi ile birleşmesi halinde bu mesele birinci dereceden hiperstatik bir mesele halini alıyordu.

Torsiyonu etüd edebilmek için hiperstatikliği meydana getiren sebeb olarak, çubuk kuvvetleri üzerinde etkisi az olan, bu nihayet ucun bağlantısını göz önüne almış idik. Sistemi serbest farz etdik ve çubuk kuvvetlerini torsiyon momentine denk, moment meydana getiren köşe kuvvetleri yardımı ile bulduk.

Gövde serbestken bulduğumuz çubuk kuvvetlerine hiperstatikliğin etkisini de katmamız lâzımdır. Niyet ucun bağlantı tepkileri, normal N_k kuvvetlerinden ibarettir. Belli olmayan bu normal N_k kuvvetlerini hesaplamak için iki usul vardır: Birincisi Alman usulü, ikincisi İngiliz usulü.

a. Alman usulü:

Alman usulünde iki hal nazarı itibara alınır:

(O) hali ve (S) hali; bu iki halin kombinezonu bize tepkileri verir.

Bunun için evvela (O) hali nazarı itibara alınır. Burada son bölmenin bağlantısıyla uğraşılmaz, yani iki nihayet uç serbest olarak kabul edilir, ve N_k normal kuvvetleri sıfır olarak alınır. Gövde torsiyon momentile yüklenir. Bundan evvel izah edildiği gibi çubuklarda P_{oi} kuvvetleri Cremonalar yardımı bulunur.

Bundan sonra (S) hali nazarı itibara alınır. Bu S halinde ilk bölmenin çapraz diyagonalı öyle bir kuvvet ile yüklenir ki son bölmedeki N_k kuvvetleri (1) re eşit olsun yani $N_k=1$ olsun.

Meseleyi tersinden çözeriz. Bunun için son bölmeye dik olarak $N_k=1$ kuvvetlerini koyarız. $N_k=1$ kuvvetlerini korken A_k ve C_k noktalarına aynı yönde ve B_k D_k noktalarında bunlarla aksi yönde kuvvet koymak lâzımdır ve sonra çubuklardaki P_{si} kuvvetleri bulunur.

Bu takdirde herhangi bir çubuk üzerinde ki toplam kuvvet

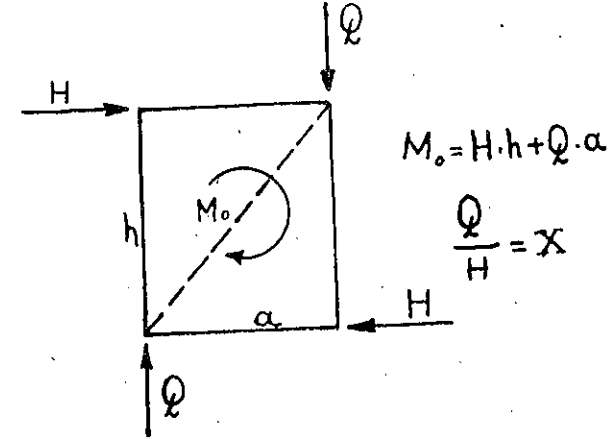
$$P_i = P_{oi} + xP_{si}$$

den ibaret olur. Ve buradanda minimum iş prensipi şartından x miktarı şu formül ile bulunur :

$$x = - \frac{P_{oi} A_i P_{si}}{A_i P_{si}^2}$$

b. İngiliz usulü:

Bu usul daha basit bir usuldur. Bu usulde M_0 torsiyon momentinin iki kuvvet eşleniğine ayrıldığı kabul edilir. (Şekil—132) de görüldüğü gibi :



Şek. — 132

$$M_0 = H \cdot h + Q \cdot a$$

yani M_0 torsiyon momenti $H \cdot h$ ve $Q \cdot a$ gibi iki kuvvet eşleniğine ayrılır. Burada kuvvetler arasındaki orantıyı x ile gösterelim.

$$\frac{Q}{H} = x$$

olsun.

Bu takdirde M_0 torsiyon momentini $M_0 = H(h + x \cdot a)$ olur.

Bu denklemdaki x miktarı belli olursa H miktarı da yukarıki moment denkleminde belli olur. Bunun için evvela $H=1$ ve $Q=1$ kuvvetlerini tatbik ederiz. Her hangi bir çubukta bu birim kuvvetlerini P_{hi} , P_{qi} ile gösterirsek. H ve Q kuvvetleri tatbik edildikten sonra süper pozisyon kanununa göre i çubuğunda meydana gelecek olan çubuk kuvveti:

$$P_i = P_{hi} + Q_{qi}$$

den ibaret olur.

$$U_i = 1/2 \cdot P_i^2 \cdot A_i$$

olduğu hatırlanarak ve mesela Q ye nazaran kısmi türev alınırsa:

$$\frac{\partial U_i}{\partial Q} = P_i, A_i \frac{\partial P_i}{\partial Q} = A_i, P_i, P_{qi} = 0$$

$$\Sigma \frac{\partial U_i}{\partial Q} = \Sigma (P_i \cdot A_i \cdot P_{qi}) = 0$$

$$\Sigma (A_i \cdot P_i \cdot P_{qi}) = \Sigma A_i (HP_{hi} + QP_{qi}) P_{qi} = 0$$

$$H \Sigma (A_i \cdot P_{hi} \cdot P_{qi}) + Q \Sigma (A_i \cdot P_{qi})^2 = 0$$

Q/H = konursa

$$H \Sigma (A_i \cdot P_{hi} \cdot P_{qi}) + x \Sigma (A_i \cdot P_{qi})^2 = 0$$

buradan da

$$x = - \frac{\Sigma A_i \cdot P_{hi} \cdot P_{qi}}{\Sigma A_i \cdot P_{qi}^2}$$

bulunur.

Bu bağlantıdan da H ve Q miktarları yukarıda tarif edildiği gibi bulunur.

14. — Gövdedeki boşluk tesiri :

Boşluk diye iki bölme arasında kalan ve bir yüzündeki diyagonalın kaldırılması neticesinde hasil olan şekle deriz. Bu şekilde diyagonallar eşya ve saire koymak maksadile gövde yüzeylerinde kaldırılınca, tabii bu diyagonalın kaldırılması neticesinde yeri boş kalır.

Her açıklıkta yalnız bir diyagonal kaldırılırsa, açıklıkların sayısı kaldırılan diyagonalların sayısına eşit olur.

Bir diyagonalın kaldırılması ile bunun bulunduğu yüzde rijitlik kalmıyacağından, rijitliği temin maksadile, kaldırılan diyagonaller kadar bölmenin takviye olunması lazımdır. Yani bir yüz diyagonalı kaldırılırsa bunun yerine bir bölme çapraz diyagonalinin konması gerekir.

Burada bir yüzdedi diyagonalin kaldırılması ve yerine bir çapraz diyagonalin konması sonunda çubuklarda meydana gelen çubuk kuvvetleri şu usul ile hesap edilir evvela gövdeyi boşluksuz farz ederiz. Ve serbest olarak mesnetlere oturduğunu kabul ederiz. Bundan başka ilk bölmede çapraz diyagonalin bulunmadığını yani $T_0 = 0$ olduğunu kabul ederiz. (Torsiyon halinde son bölmedeki N_k normal kuvvetleri sıfır olur).

Bundan sonra dış kuvvetler etkisile çubuklarda meydana gelen P_{oi} çubuk kuvvetlerini de Cremona ile belli ederiz. Yine gövde serbest iken

diyagonalı yönünde takviye edilmiş bölmeye, $T=1$ kuvvetini tatbik ederek P'_i çubuk kuvvetlerini hesap ederiz.

Bu $T=1$ kuvveti kaldırılan yüz diyagonalı üzerinde bu son diyagonal kaldırılmadan evvel D' kuvveti meydana getirir. Bu takdirde her hangi bir çubukta meydana bulan çubuk kuvveti P_i ise

$$P_i = P_{oi} + T \cdot P'_i$$

olur.

Aynı bağlantı kaldırılması düşünülen yüz diyagonaline tatbik olunursa :

$$D = D_0 + T \cdot D'$$

bulunur.

D_0 dış kuvvetler sisteminden dolayı, kaldırılması düşünülen diyagonaldeki kuvvettir. D' ise takviye edilen bölmenin çaprazına tatbik edilen $T=1$ de ileri gelen kuvvettir.

Hakikat halde bu yüzey diyagonalı kaldırılacağından bunda kuvvet olmaması lazımdır. Bu da:

$$D = 0$$

veyahut

$$T = - \frac{D_0}{D'}$$

demektir.

P'_i kuvvetini hesaplamak için aşağıdaki metod uygulanır. Dış yükleri nazarı itibara almayız. Neticede tepkiler sıfır olur. Gövde serbest olarak nazarı itibara alınır. Bundan sonra gövdenin ilk bölmesinin çapraz diyagonaline $T_0=1$ kuvvetini tatbik ederiz. Bu suretle çubuklardaki P'_i kuvvetlerini buluruz. Bundan sonra takviye edilen bölmeye $T=1$ kuvveti tatbik ederek bu bölme ile son bölme arasındaki çubuklarda meydana gelen kuvvetleri de P'_i olsun. Şurasını da hatırlayalım ki ilk bölme ile takviye edilen bölme arasında bulunan çubuklardaki P'_i kuvvetleri sıfırdır.

Mühim olan şu noktayı da belirtelim ki kaldırılan d diyagonalinin yerine takviye edilen bölmenin konulması demek D kuvveti yerine T kuvvetinin konması demek olacağından, bu değiştirmede mesnet şartlarının değişmemesini şart koşarsak $T_0=1$ kuvveti yerine hangi T_0 kuvvetini koyalım ki takviye edilen $T=1$ kuvvetile mesnetlerde aynı tepkiler

meydana getirsin. $T=1$ kuvvetinin mesnetdeki tepkilerini de N_k' ile gösterelim, ve $T_0=1$ kuvvetinin mesnetteki tepkilerini de N_k' ile gösterirsek $T_0=1$ kuvveti $T_0 \cdot x$ olunca mesnet şartı

$$T_0 \cdot x \cdot N_k' = N_k'$$

dan ibaret olacağı, meydana çıkar.

Bu son formül yardımı ile $T=1$ takviyeli bölmeye tatbik edilen kuvvet yerine ilk bölmeye tatbik edilmesi lâzım gelen $T_0 \cdot x$ kuvveti hesap edilir. Aynı şekilde $P_i' = T_0 \cdot x \cdot P_i$ dir.

Buradan

$$\begin{aligned} P_i &= P_{oi} + TP_i' \\ &= P_{oi} - \frac{D_o}{D''} \cdot P_i' \\ &= P_{oi} - \frac{D_o}{D''} \cdot T_0 \cdot x \cdot P_i' \\ &= P_{oi} - \frac{D_o}{D''} \cdot \frac{N_k'}{N_k'} \cdot P_i' \end{aligned}$$

İşte böylece her hangi bir (i) çubuğundaki çubuk kuvvetini bir yüzdeki diyagonalin kaldırılması halinde yukarıdaki formül yardımı ile hesap ederiz. Yalnız şu noktayı da unutmuyalım ki bu hal izostatik hali içindir.

Mesnetlerin serbest olmaması halinde Hiperstatikliği göz önünde tutarak $N_k=1$ kuvvetleri tatbik olunur. Yani yukarıdaki formül ile bulunan kuvvetleri (O) hali olarak göz önünde tutarız, $N_k=1$ yükünü de (S) yükü olarak tasavvur ederiz ve P_{si} kuvvetlerini de Alman usulü ile buluruz. Bu takdirde çubuklardaki kuvvetler de:

$$\bar{P}_i = P_i + x \cdot P_{si}$$

den ibaret olur. Ve buradaki x ise şu formül ile

$$x = \frac{\sum (A_i \cdot P_i \cdot P_{si})}{\sum (A_i \cdot P_{si}^2)}$$

bulunur.

Bundan şu netice çıkarki birim yük için çizilen kremonalar çok pratik olup, çubuk kuvvetlerinin bulunmasında bir çok defa kullanılabilir.

15. Yüzlerin düzlem olmamasının etkisi (Yüz etkisi):

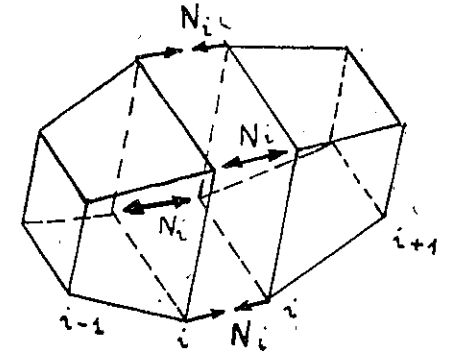
Eğer gövdenin yan, üst ve alt yüzleri birer düzlemden ibaret değilse bu takdirde muhtelif açıklıklardaki gövde lonjeronları doğru kalmakla beraber, iki bitişik açıklıkdaki lonjeron parçaları kırık doğrulardan ibaret olabilir.

Bu takdirde her yüz bitişik yüz üzerine fazladan bir yük yükler. Netice olarak her bir yüz için ayrı ayrı Cremona çizmiyeceğimiz bu suretle meydana çıkar.

(Ebner) ve (Seydel) bu halde yüzey çubuklarında meydana gelen çubuk kuvvetlerini hesaplamak için analitik bir metod vermişlerdir.

Analitik usulde her bir açıklığın çabuk kuvvetlerinin hesap edilmesi için bir çok faktörlerin göz önünde tutulmasına ihtiyaç vardır. Bu hususta bir çok cetvellerin hesabı kolaylaştırmak maksadile hazırlanmış olmasına rağmen hesap yapılırken bir çok hatalar yapılabilir.

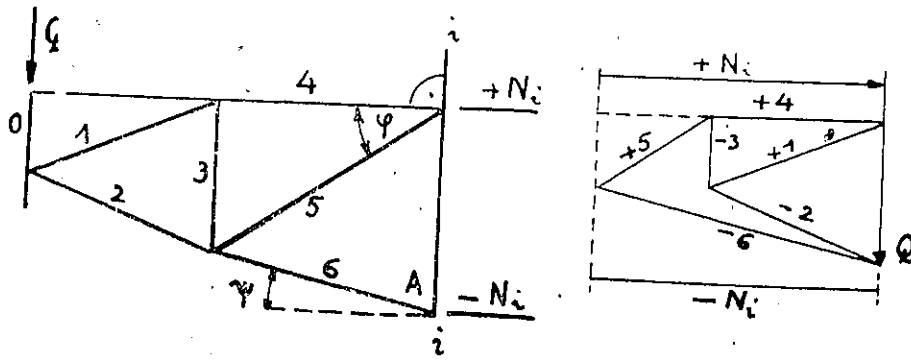
Pratik bakımdan biz burada grafik bir usulün genel hatalarını tarif edeceğiz. Bu usul bütün yüzler için aynı zamanda, karşılıklı etkileri göz önünde tutarak, Cremonaların çizilmesinden ibarettir. Bölmelerin birbiri üzerine olan etkisini N_i ile gösterirsek (Şekil—133) son bölmenin tepkileri gibi olan bu N_i kuvvetleri burada yani yüz etkilerinde esas rolü oynar. Bölme yüzlerine dik olan bu kuvvetler çerçevelerin karşılıklı etkilerinden ibarettir. Cu N_i kuvvetleri burada yani yüz etkilerinde esas rolü oynar. Bölme yüzlerine dik olan bu kuvvetler çerçevelerin karşılıklı etkilerinden ibarettir. Bu N_i kuvvetlerini Cremona diyagramlarından buluruz; o şekildedeki bu Cremonalar yüzlerin bölme düzlemlerine dik düzlemler içindeki iz düşümleri üzerine çizilmiş Cremonalardan ibarettir (Şekil — 134).



Şekil — 133

Hülâsa: İz düşüm düzlem kafes üzerine Cremona diyagramlarını çizeriz. (Şekil — 134) üzerinde görüldüğü gibi bu Cremonalar tetkik edilirse görülürki N_i kuvvetleri eşit ve birbirinin aksi olacaktır. (Meselâ şekil — 134) deki A noktasında olduğu gibi bölmeye yalnız bir kuvvet gelirse, diğer deyimle bir çubuk gelirse; bu çubuk lonjeron olaca-

ğından, lonjörön yönünde tesir eden kuvvetin bölme yönüne dik bir yöndeki iz düşümü doğrudan doğruya N_i kuvvetini verir.



Şek. - 134

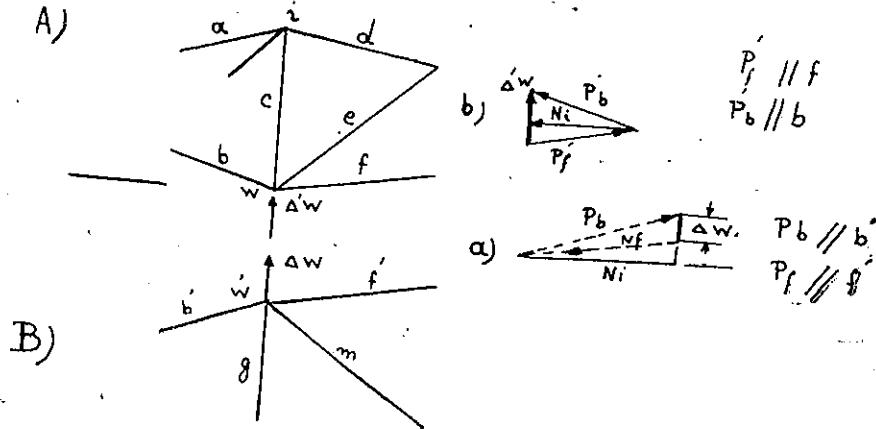
Halbuki (Şekil - 134) de B noktasında görüldüğü gibi lonjörondan başka bu noktaya bir de diyagonal gelirse bu takdirde lonjörön ve diyagonal yönündeki kuvvetlerin aynı yöndeki iz düşümlerinin toplamı, bölme yönüne dik olan yöndeki N_i kuvvetini verir.

Cremona şeklinin incelenmesinden görüleceği gibi:

$$- N_i = -P_s \cdot \cos \psi$$

$$N_i = P_s + P_s \cos \varphi$$

olduğu aşikârdır.



Şekil - 135

(Şekil-135) de görüldüğü gibi A iz düşüm düzlemi içinde yukarıki formüllerle N_i kuvveti tayin olunur. b ve f çubuklarına tesir eden P_b ve

P_f kuvvetleri her ne kadar A iz düşüm içinde dengede iselerde B iz düşüm düzlemi içinde dengede olmayacaklarından, P_b ve P_f kuvvetleri B iz düşüm düzlemi içinde Δw bileşkenini veririrlerki bu Δw kuvveti B düzlemi içindedir. Ve bu P düzlemine paralel olarak w' düğüm noktasını yüklerler.

Bu Δw tesir kuvvetinin miktarı ve yönü (şekil-135) deki a grafiği yardımı ile bulunur.

Etki ve karşı etki düşüncesi ile B iz düşüm düzlemine paralel olarak nazarı itibara alınan, b ve f lonjörönlerinin kesiştiği noktadan geçen gövdenin yüzü göz önünde tutulursa bünüm üzerinde de w' noktasına ait bir N_i' normal kuvveti tayin olunur.

Yine B düzlemi içinde denge yapan P_b' ve P_f' kuvvetleri A iz düşüm düzlemi içinde denge yapamayacaklarından (Şekil-135 b) diyagramında görüleceği gibi $\Delta w'$ gibi bir bileşken veririrlerki bu bileşken A iz düşüm düzlemi içindeki w noktasını yüklerler.

b' çubuğu mesela çekmeye çalışırsa $\Delta w'$ kuvveti yakarı doğru yönlüdür.

Hulasa her i çerçevesinde N_i ve N_i' kuvvetlerini buluruz. Ve bunlara dayanarak da Δw ve $\Delta w'$ gibi yüz etki kuvvetlerini buluruz. Bu etki kuvvetlerini de verilen dış yüklere kattıktan sonra kremonayı bu bölme için yapar ve sonraki (i + 1) bölmesine geçeriz.

Bu iş her çerçeve ve her yüz için tekrar edilmelidir. Ancak simetrisinin bulunması gibi hallerde mesele basitleşebilir.

Δw ve $\Delta w'$ gibi kuvvetlerin bulunması hiç bir zorluk göstermez. Kuvvetlerin üzerine ok işareti konularak bunların yönü belirtilir.

P_b ve P_f kuvvetleri çekme iseler Δw kuvvetinin iç tarafa doğru yönlendiği görülür.

Fakat şurasını unutmamak lazımdırki: gövde üzerinde hiç bir konkavlık yoktur. Gövde daima konvksdir; yani gövdenin dışında çukur olmadığından çekmeye çalışan çubuklar daima gövdedin içine doğru bir etki yaparlar.

Bunun aksine olarak da baskıya çalışan lonjörönlerde, bölmeleri dışa doğru yönelen bir fazla yükle yüklerler.

En genel halde, bilhassa lonjörön yüklerinin değişmesi halinde ve yüzler üzerinde açıklıkların bulunması halinde aşağıda gösterilen şu Cremonaları çıkarız:

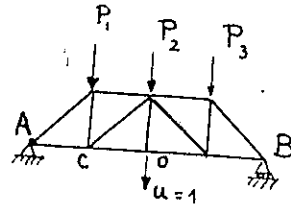
- 1) Q_i Düşey simetrik dış yükleri için Cremona çizilir;
- 2) H_i Yatay dış yükleri için Cremona çizilir;

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{A \cdot E}$$

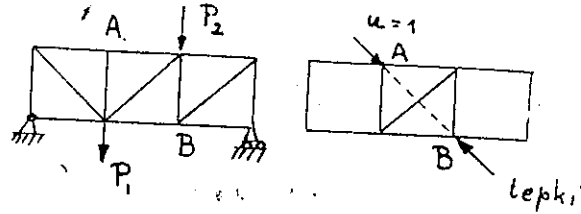
olur. Burada

P = Eksenel Çubuk Kuvveti;

l = Çubuk boyu;



(a)



(b)

Şekil - 137

A.E = Çubuk alanı ve elastik modül çarpımıdır.
Buradan da Deplasman formülü şu şekle girer;

$$\delta = \sum \left(\frac{P \cdot u \cdot l}{A \cdot E} \right)$$

Şimdi verilen bir kuvvet sistemi tesiri altında kafes sistemin her hangi bir düğüm noktasının verilen bir yöndeki deplasmanını bulmak için şu şekilde hareket ederiz:

1) Verilen kafes sisteminde verilen yük şartları altında çubuklardaki eksenel kuvvetleri buluruz. Çekme kuvvetlerini pozitif ve baskı kuvvetlerini de negatif itibar ederiz.

2) Deplasmanı istenilen düğüm noktasına, Deplasmanın bulunması arzu edilen yönde yardımcı, farazi birim kuvvet tatbik ederiz.

3) Kafes sistemin her çubuğunda bu birim farazi yükden ileri gelen u aksenal kuvvetleri bulunur. Bu kuvvetin tepkisi bulunması arzu edilen deplasmanın referans doğrusunu tesbit eder.

4) Sistemin her bir çubuğu için A kesit alanı ile l boyu bulunur.

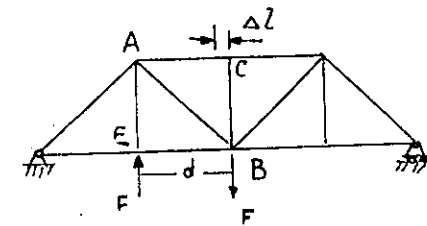
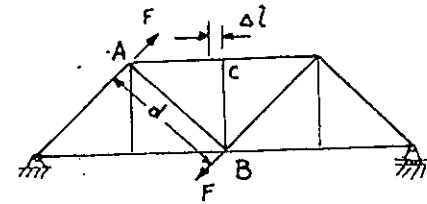
5) Arzu edilen deplasman

$$\delta = \sum \left(\frac{P \cdot u \cdot l}{A \cdot E} \right)$$

ifadesile elde edilir. Pratikte bu söylediklerimiz bir cetvel halinde hazırlanır, hesapların yapılmasını kolaylaştırır.

Eğer bulunan netice negatif ise düğüm noktasının deplasmanının farazi birim kuvvet için kabul edilen yönün aksinde olacağı anlaşılır. Her hangi bir düğüm noktasının hakiki deplasmanını bulmak için bir birine dik iki yönde bu düğüm noktasının iki deplasmanının hesap edilmesi lazımdır. Bu suretle bulunan iki deplasmanın geometrik toplamı o noktanın hakiki deplasmanını verir.

17. — Virtüel iş prensibi ile kafes sistemlerinde çubuk açılmal deplasmanlarının hesabı: Bazı problemlerde kafes sisteminin bir doğrusunun veya bir çubuğunun açılmal deplasmanının bilinmesine ihtiyaç



Şekil - 138

vardır. Virtüel iş prensibi bu şekilde bir problemin çözülmesinde kolayca tatbik olunabilir. Mesejâ (Şekil - 138) de görülen kafes sistemin AC çubuğunun kışalmasından dolayı AB çubuğunun açılmal deplasmanının bulunması istensin.

AC çubuğunun kısılmasından evvel AB çubuğunun nihayet uçları birim farazi bir ikiz tatbik edelim. Bu birim farazi ikiz AC çubuğunun eksenel bir u kuvveti hasil edecektir. Şimdi AC çubuğunun bir Δl mikdar kadar kısaldığını farz edelim. Ve diğer çubukların hepsinin de rijit olduğunu kabul edelim. AC çubuğunun Δl kadar kısılması neticesinde AB çubuğu bir α açısı kadar dönecektir. Bu farazi birim ikizin dış ve iç işlerinin bir birine eşit olduğu göz önünde tutularak

$$1 \times \alpha = u \cdot \Delta l$$

elde edilir. Kafes sisteminin diğer çubuklarının da elastik olduğu göz önünde bulundurulursa toplam açısal deplasman olan α şu şekle girer:

$$\alpha = \sum (u \cdot \Delta l)$$

Δl yerine değeri konursa

$$\alpha = \sum \left(\frac{P \cdot u \cdot l}{A \cdot E} \right)$$

elde edilir.

Her hanhi bir $\sum P$ kuvveti altında AB çubuğunun, EB çubuğuna nazaran açısal deplasmanı istenilirse, farazi birim, ikizin tepkisi olan ikizin kuvvetleri EB çubuğunun nihayet uçlarına tatbik edilirler.

Hülâsa: Bir kafes sistemin bir çubuğunun açısal deplasmanını tayin etmek için şu şekilde hareket ederiz:

- 1) Verilen yük şartları içinde çubuklardaki P eksenel kuvvetleri bulunur. Çekme kuvvetleri pozitif itibar edilir.
- 2) Açısal deplasmanı istenilen çubuğun nihayet uçlarına birim farazi ikiz tatbik edilir.
- 3) Kafes sistemin her bir çubuğunda bu birim farazi ikizden ileri gelen u eksenel kuvvetleri bulunur. Bu ikizin tepkisi olan ikiz bulunması arzu edilen çubuk açısal deplasmanının referans doğrusunu tesbit eder.
- 4) Sistemin her bir çubuğu için kesit alanı ile l boyu bulunur.
- 5) Bulunması arzu edilen açısal deplasman

$$\alpha = \sum \left(\frac{P \cdot u \cdot l}{A \cdot E} \right)$$

ifadesi ile hesap edilir. Eğer bulunan netice negatif ise, elemanın açısal deplasmanı farazi birim ikiz için kabul edilen yönün aksinde olacağı anlaşılır.

Çerçeve ve Kaburgalarda Eğilme Momenti

1. — Çerçeve ve Kaburgalar:

Madenî kaplamalı gövdelerdeki kaburgalarla, kafes gövdelerdeki kapalı çerçeveler eğilme momentine maruz sistemler olup, bunlar hiperstatik birer sistem teşkil ederler. Kaburgaların ve çerçevelerin hesabı için birçok metodlar mevcut isede, biz burada Müller Breslav usulünü ittihaz edeceğiz ve aşağıda görüleceği gibi bu usulde hiperstatik kuvvetler elâstik merkez diyeceğimiz bir noktaya irca edilirler. Bu noktaya irca edilen hiperstatik kuvvetleri birbirinden müstakil ve gayet basit denklemlerle değerleri bulunur. Bu hiperstatik kuvvetler ile, dış kuvvetler sistemi belli olduğundan, kaburga veya çerçevenin her hangi bir noktasındaki eğilme momenti, kesme kuvveti, ve kesite tesir eden eksenel kuvvet, kolayca hesap edilir. Bütün mesele hiperstatik kuvvetlerin bulunmasından ibarettir. Bizde bu bölümde, yalnız hiperstatik kuvvetlerin bulunması ile meşgul olacağız ve bu hususta göstereceğimiz misal problemlerle meselenin pratikte ne şekilde çözüldüğünü göreceğiz.

Bundan sonraki bölümde yine doğru çubuklardan ibaret, çerçevelerle mütemadi yapılarda moment dağılma metodu ismile anılan (Hardy Cross) metodunu izah edeceğiz.

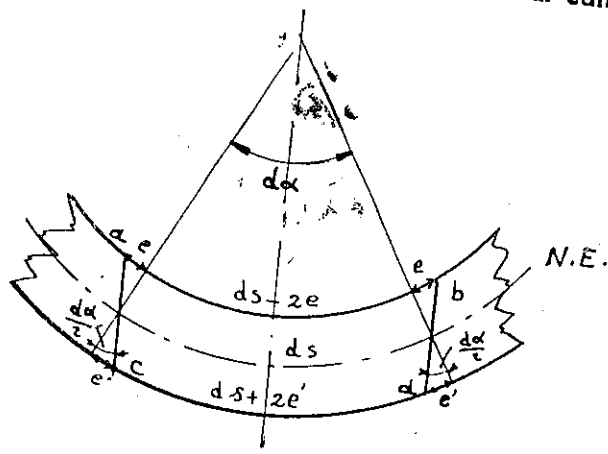
Şimdi çerçeve ve kaburgalarda, takip edeceğimiz metod hakkında genel bilgi verelim. Bir tayyare gövdesinin içine bakıldığı zaman kapalı çerçeveler veya kaburgalar görünür. Bu kaburga veya çerçevelerin bir kısmı pek hafif olup, bunlar gövde kaplamasının şeklini muhafaza etmesine ve boylamasına olan çatalara mesnetlik yapmağa yararlar.

Kanatların, Dümen takımlarının, iniş takımlarının, motor grubunun gövdeye bağlandığı noktalardaki kaburgalar nisbeten daha ağır, ve büyük olup bunlar çalışan elemanları teşkil ederler. Genel olarak çerçeve ve kaburgalar taşıdıkları yükleri gövdenin diğer mukavemet eden kısımlarına naklederler.

Böyle dış yükler altında eğilme yapan çerçeve ve kaburgalar hiperstatik bir sistem teşkil ederler.

Çerçeve ve kaburgaların hesabında tatbik edilen birçok metodlar varsada biz tayyarede ötedenberi tatbik edilen ve "elastik merkez," usulü denilen ve ilk defa olarak "Müller Breslav," ın kullandığı, usulü kullanacağınız "elastik merkez," usulünde hiperstatiklik yüklerinin elastik merkeze tatbik edilmiş olduğu farzedilir. Bundan başka bu hesaplarda şu farzları kabul edeceğiz.

- 1) Gerek aksenal kuvvetlerden ve gerekse kesme kuvvetlerinden ileri gelen deformasyonlar eğilme deformasyonlarına nazaran pek küçük olduklarından bu deformasyonlar ihmal edilecektir.
- 2) Düzlem kesitlerin eğilmeden sonrada düzlem kaldığı kabul edilecektir.
- 3) Uzanmaların gerimelerle orantılı olduğu kabul edilecektir.



(Şekil — 139)

2. Elastik Ağırlık, Moment Ağırlığı:

(Şekil—139) da kısa homogen elastik bir çubuk görünmekte olup bu çubuk dış bir etki ile eğilme yapsın. Düzlem kesitler eğilmeden sonra düzlem kalacağı farzedilmiş olduğundan tarafsız eksenin üstündeki liflerde baskı gerilmeleri ve kısalma meydana geleceği gibi, tarafsız eksenin altında uzanma ve çekme gerilmeleri hasıl olur.

Meselâ ds uzunluğundaki a b lifi 2e kadar kısalmıştır. Bu kısalmanın

$$2e = \frac{\sigma}{E} \cdot ds$$

dan ibaref olduğunu biliriz, yine şekilden görüleceği gibi:

$$d\alpha = \frac{2e}{y} = \frac{\sigma \cdot ds}{E \cdot y}$$

Burada y uzunluğu, a b lifinin nötür eksenden olan uzaklığıdır. Eğilmedeki gerilmeyi veren formülden

$$d\alpha = \frac{\sigma ds}{E \cdot y} = \frac{M ds}{EI} \quad (1)$$

bulunur.

Şekilden görüleceği gibi $\frac{M ds}{EI}$ miktarı a c yüzünü a b c d elemanter çubuğunda b d yüzüne nazaran açısız deformasyonu verir. Bu elemanter mikdar radyon cinsindedir. Basitlik maksadile, ds uzunluğundaki elastik bir çubuğun bu elemanter açısız deformasyonuna bu elemanın moment ağırlığı denilecek ve aşağıdaki formüllerde ϕ ile gösterilecektir.

$$\phi = \text{moment ağırlığı} = \frac{M ds}{EI} \quad (2)$$

M momentinin birim moment olması halinde

$$\phi = \frac{ds}{EI}$$

dır. $\frac{ds}{EI}$ miktarına ds uzunluğunda elastik bir çubuğun "elastik ağırlığı" denilecektir. Bu miktar, birim momentin tesir etmesi halinde dönme karakterini gösterir.

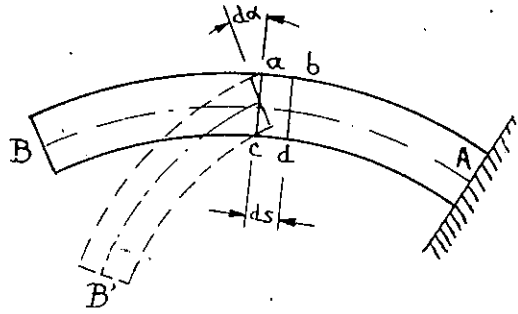
Yine yukarıda olduğu gibi, aşağıdaki denklemlerin yazılmasını kolaylaştırmak maksadıyla ds uzunluğundaki elastik bir çubuk elemanın elastik ağırlığını w ile göstereceğiz yani:

$$w = \text{elastik ağırlık} = \frac{ds}{EI} \quad (3)$$

3 Kantilever bir çubuğun defleksiyonları:

(Şekil — 140) de eğri ve kantilever bir kiriş görülmektedir. Farz edelimki abcd gibi küçük bir eleman üzerine bir eğilme momenti tesir etsin bu küçük elemanın eğilmesi dolayısıyla ac yüzü bd yüzüne nazaran da açısı kadar dönecek ve kirişin serbest ucu olan B uçunda bu dön-

me neticesinde B vaziyetinden B' vaziyetine gelecektir. B noktasının defleksiyonlarını tayin edelim: Şekli karıştırmamak için kirişin yalnız tarafsız eksenini çizelim (Şekil — 141) üzerinde yalnız tarafsız eksenin defleksiyonu görülmektedir. BB' bir daire parçası olup burada yarıçap OB=r dir. buradan

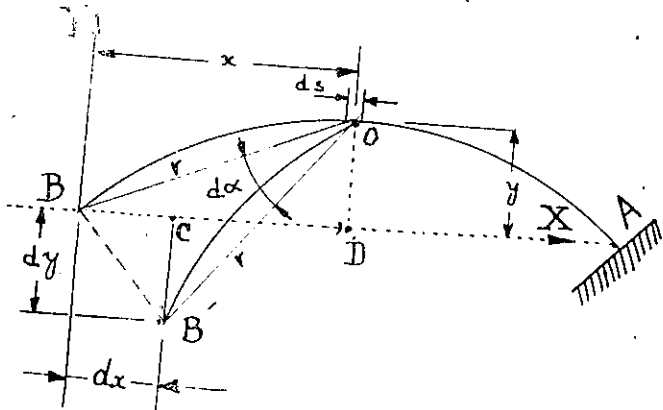


Şekil - 140

$$BB' = r \cdot da$$

$$dx = BB' \cdot \cos(CBB') = r \cdot da \cdot \cos(BOD) = r \cdot da \cdot \frac{y}{r} = da \cdot y$$

da yerine kıymeti konursa,



Şekil - 141

$$dx = \frac{M ds}{EI} \cdot y$$

diğer elemanlarında eğilme yapması halinde

$$\Delta x = \int \frac{M ds \cdot y}{EI}$$

$\frac{M ds}{EI}$ nin moment ağırlığı olduğu hatırlanarak

$$\Delta x = \Sigma \phi \cdot y \dots$$

(5)

olur. benzer şekilde

$$dy = BB' \sin(CBB') = r \cdot da \sin(BOD)$$

$$= r \cdot da \cdot \frac{x}{r} = da \cdot x$$

ve buradan

$$\Delta y = \int \frac{M ds}{EI} \cdot x = \Sigma \phi \cdot x$$

(6)

(5) ve (6) denklemlerinin gösterdiği aşıkardır. Daha umumi olarak B ucunun her hangi bir yöndeki deplasmanı bulmak için çubuk elemanlarına moment ağırlığına eşit, yönüde verilen yöne paralel ağırlıklar koyarak bu ağırlıkların B noktasına nazaran momentini almakla verilen yöne paralel B ucunun deplasmanı elde olunur.

(5) ve (6) denklemleri B ucunun iki yöndeki deplasmanlarını verir. Bundan başka çubuk elemanınin açısai deformasyonundan dolayı B ucu da açısai deformasyon yapar. abcd elemanından dolayı B ucunun açısai deformasyonunun $da = \frac{M ds}{EI}$ olacağı aşıkardır. ucunun toplam açısai deformasyonu olan

$$\Delta \alpha = \int da = \int \frac{M ds}{EI}$$

olacağından $\frac{M ds}{EI}$ de elemanın moment ağırlığı olduğundan:

$$\Delta \alpha = \Sigma \phi$$

(7)

olur.

Bu denklemlerdeki işaret için (şekil — 141) deki gibi negatif bir moment tatbik edilsin (üst tarafta çekme) bu takdirde dx ve dy pozitif ve dy negatifdir.

Buradan da işaretlerin şunlardan:

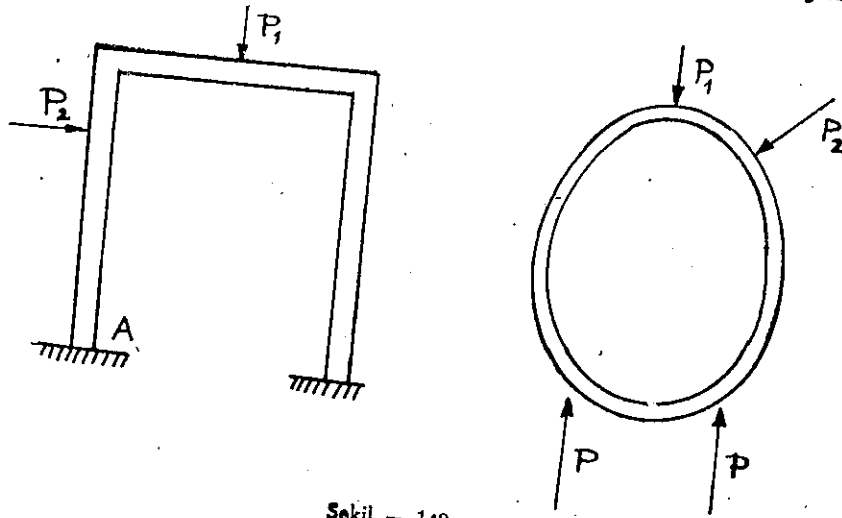
$$\Delta \alpha = - \Sigma \phi$$

$$\Delta y = + \Sigma \phi \cdot x$$

$$\Delta x = - \Sigma \phi \cdot y$$

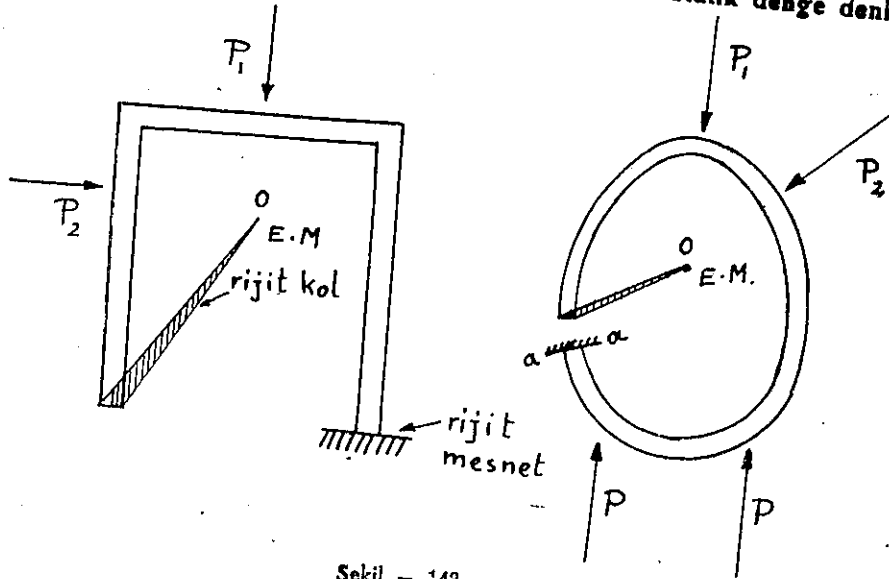
ibaret olacağı görülür.

4. Kapalı çerçevelerle kaburgalardaki hiperstatiklik yükleri
Denklemleri:



Şekil - 142

(Şekil - 142) de genel iki çerçeve şekli görülmektedir. Tepkilerin belli olması için altı denkleme ihtiyaç olduğundan ve statik denge denk-



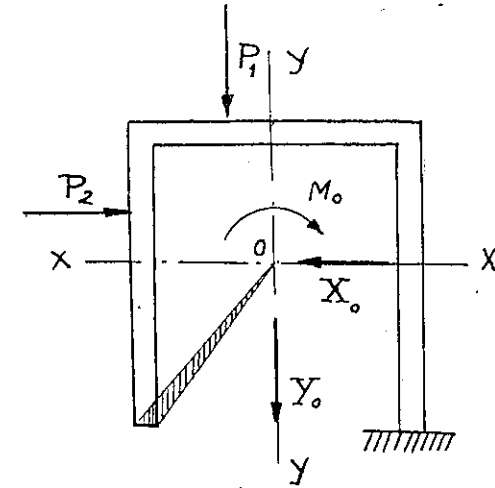
Şekil - 143

lemleri de üç denklemden ibaret olduğundan böyle bir çerçeve hiperstatik bir sistem olur.

Böyle sistemleri etüd edebilmek için, verilen sistemi değiştirerek statik muayyen bir sistem haline sokulur. Elastik merkez usulünde verilen çerçeveyi statik muayyen hale sokmak için (Şekil - 143) de görüleceği gibi bir noktasından keser ve bu kesitin bir tarafını serbest hale sokarız. Ve serbest ucu elastik merkez dediğimiz ve aşağıda tarif edeceğimiz noktaya rijit bir kolla bağlarız ve çerçeve veya kaburgayı diğer ucunda Ankastrale hale sokarız. Yalnız serbest ucu elastik merkezi birleştirdiğimiz rijit kolun elastik ağırlığının sıfır olduğunu kabul ederiz. Bu da Rijit olan kolun elastik olmadığını kabul etmekle birdir (Elastik olmayan kolda $E = \infty$ dır)

Bu esaslardan sonra $\frac{ds}{EI}$ elastik ağırlıklarının santroidi olan O noktasında elastik merkez deriz.

Bu suretle değiştirilerek hakiki çerçeve yerine konulan bu farazi çerçeve izostatik olmakla beraber esas çerçevenin sürekliliği değişmiştir. Sistemin mucavir kısımlarının deformasyonu için hakiki süreklilik şartını



Şekil - 144

meydana getirmek maksadiyle elastik merkeze şimdilik bizce bilinmeyen M_0 momenti ile X_0 ve Y_0 kuvvetlerini tatbik edelim; bu M_0, X_0, Y_0 sistemi statik gayri muayyenliği meydana getiren yük sistemidir.

5. $M_0, X_0,$ ve Y_0 miktarlarının bulunması:

(Şekil - 144) de görüldüğü gibi düşey eksene nazaran simetrik olan farazi çerçeveyi göz önünde tutalım. Elastik merkez olan O nok-

tasının çerçevenin elastik ağırlıklarının santroidi olduğunu biliyoruz. Koordinat eksenleri düşey yy eksenile buna dik xx ekseninden ibarettir. O noktasına konan statik gayri muayyenlik kuvvetlerinin etkisini gözönünde bulundurmak için, O noktasının öteleme hareketile açısai deplasmanlarını bulalım.

O noktasının açısai deplasmanı:

$$\Delta\alpha_0 = -\Sigma\phi_s \dots \quad (7)$$

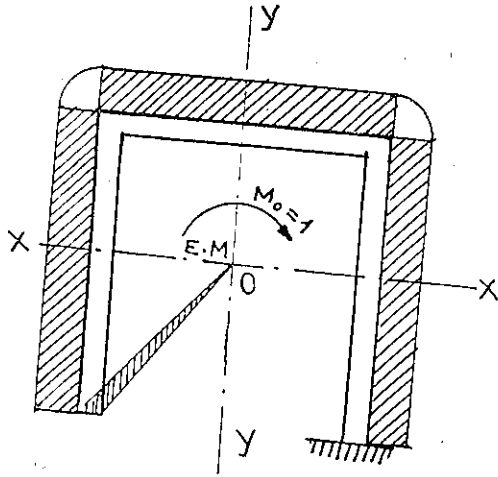
olduğunu yukarıdan biliyoruz. yy yönünde ve xx yönündeki öteleme hareketleri ise

$$\Delta y_0 = \Sigma(\phi_s \cdot x) \quad (8)$$

$$\Delta x_0 = -\Sigma(\phi_s \cdot y) \quad (9)$$

dir. Bunlara ilave edilen s işaretinden maksat statik şartlar içinde meydana gelen elastik ve moment ağırlıklarını göstermek içindir.

Şimdi (Şekil — 145) de görüldüğü gibi elastik merkeze M_0 momentini tatbik edilmiş olması halinde deplasmanları bulalım M_0 momentinin



Şekil — 145

1 re eşit olduğunu evvelâ farz ederek tek mil çerçeve boyunca moment diyagramını çizelim. Şekilde görüleceği gibi buda her noktada aynıdır. Birim momentten dolayı O noktasındaki açısai deplasman:

$$\Delta\alpha_0 = -\Sigma\phi_s = -\int \frac{M ds}{EI}$$

$$= -\int 1 \times \frac{ds}{EI} = -\Sigma w$$

buradan O noktasındaki açısai deplasmanın sisteminin tek mil elastik ağırlığından ibaret olacağı meydana çıkar.

Sıfırdan farklı ve O noktasında bulunan bir momentin O noktasında bu çerçivede meydana getireceği açısai deplasman:

$$\Delta\alpha_0 = -M_0 \Sigma w \quad (10)$$

olur. Şimdi $M_0 = 1$ momentinden ileri gelen, o noktasının deplasman miktarlarını hesap edelim.

XX eksenini boyunca olan deplasman

$$\Delta x_0 = -\Sigma\phi_s \cdot y$$

dir.

Yukarıdaki şekildeki moment dağılım diyagramına bakılınca görülmürki xx eksenini ağırlıklarının santroidi olduğundan M momenti sabittir, buradan moment ağırlıklarının xx eksenine nazaran momentini sıfır olur. Yani

$$\Delta x_0 = -\Sigma\phi_s \cdot y = 0$$

aynı sebepten dolayı

$$\Delta y_0 = \Sigma\phi_s \cdot x = 0$$

mademki moment ağırlığının y y eksenine nazaran momentini sıfırdır. Bunun neticesi olarak, elastik merkeze tatbik olunan bir moment bu noktada yalnız dönme meydana getirir, öteleme hasil etmez neticesine varılır.

Şimdi $X=1$ kuvvetinin elastik merkeze tatbik edildiğini farzederek bu kuvvetin sebep olduğu deplasman ve dönemleri hesap edelim. Moment dağılım diyagramı (Şekil — 146) da görüldüğü gibidir.

Her hangi bir noktadaki eğilme momentini $a = 1 \cdot y = y$ den ibarettir. Elemanın moment ağırlığı ise

$$\frac{y ds}{EI} = wy$$

dir.

O noktasının bu moment ağırlıkları altında xx eksenine nazaran deplasmanı bu moment ağırlıklarının x x eksenine nazaran momentinden ibarettir. Buda

$$\frac{\text{xx eksenine göre statik moment}}{\text{ağırlığının momenti}} = \frac{\text{xx eksenine göre elastik ağırlıkların atalet momenti.}}{\text{xx eksenine göre elastik ağırlıkların atalet momenti.}}$$

yy eksenini yöündeki deplasman için (8) ve (12) No. lu denklemlerden

$$\Delta y_0 = \sum \phi_{.x} + Y_0 \cdot I_{yy}$$

$$Y_0 = \frac{-\sum \phi_{.x}}{I_{yy}} = - \frac{\text{statik momentten ileri gelen O noktasının yy yönü deki deplasmanı}}{Y_0=1 \text{ den ileri gelen O noktasının yy yönündeki deplasmanı}}$$

$$\frac{\text{yy eksenine göre statik moment ağırlığının momenti}}{\text{yy eksenine göre elastik ağırlıkların atalet momenti}} \quad (C)$$

Yukarıdaki (A), (B), (C) birbirinden müstakil üç denklemler elastik süreklilik kanunundan itibaren elde edilmiş olup, statik denklemlerle beraber kullanılmak şartıyla, kapalı çerçevelerle, nihayet tesbitleri şartlı olan çerçevelerde gerilmelerin bulunmasında kullanılırlar. Elastik merkezin seçilmesi sebebi, denklemlerden de görüleceği gibi, statik gayrı muayyenlik kuvvetlerinden müstakil olarak bulunmuş olmasındandır. Bu denklemler basit olup, bir çok denklemlerin aynı zamanda çözümlenmesinden bizi kurtarmıştır. Elastik merkezden geçen eksenler arasında, atalet çarpımının sıfır olması için müzdeviç eksenlerin alınması lazımdır.

Çerçivenin simetrik olması halinde asal eksenler simetri eksenlerinden ibaret olacağından ve uçakda da çerçeveler daima simetrik olduklarından müzdeviç eksenlerin bulunması hiç bir zorluk göstermez.

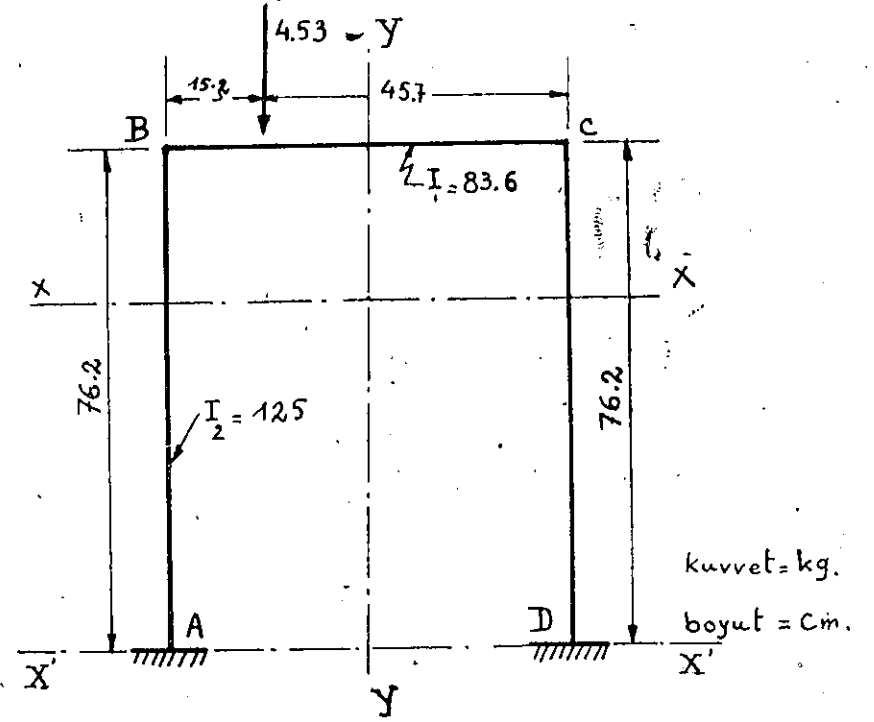
(A), (B), (C) denklemleri yalnız eğilmeden ileri gelen deformasyonları nazarı itibara almıştır. Kesme kuvveti ve eksenel kuvvet deformasyonu göz önünde tutulmamıştır.

Aşağıdaki misaller, simetrik ve simetrik olmayan çerçevelerde yukarıdaki denklemlerin bize tatbikini verecektir.

6. Denklemlerin misal Problemlere tatbiki:

✗ Misal: 1 Yukarıki, A,B ve C denklemlerinin tatbikini göstermek maksadı ile, nihayet uçları Ankastre ve bir tek yük taşıyan, şekil üzere-

rindeki dönelerle (Şekil — 147) deki çerçiveyi hesap edelim. Üst ve yan çubukların relatif atalet momentleri 2/3 oranında olsun. Verilen şartlar içinde bu çerçevede eğilme momentini arayalım. Meselede yapacak ilk iş elastik merkezin bulunması ile, bu noktadan geçen asal eksenlere nazaran, elastik atalet momentlerinin bulunmasıdır. Aşağıdaki cetvel gereken hesapların nasıl yapılacağını göstermektedir. Çerçivenin düşey simetri eksenini, eksenlerden birisi olacağından, elastik merkez bunun üzerindedir. Elastik merkezin düşey eksen üzerindeki yeri şekilden



Şekil — 147

aşikâr olarak belli olmayacağından, bunun bulunması için referans eksenleri olarak x'x' eksenini kabul edelim.

$$\sum w = \frac{\Delta s_1}{I_1} + \frac{2 \Delta s_2}{I_2} = \frac{61}{83.6} + \frac{152.5}{125} = 1.95$$

dir.

$$\sum w \cdot y = \frac{61}{83.6} \times 76.2 + \frac{152.5}{125} \times 38.1 = 102.1$$

$$\bar{y} = \frac{\sum wy}{\sum w} = \frac{102.1}{1.95} = 52,5 \text{ cm.}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{0}{1.95} = 0$$

olur.

Şimdi elastik ağırlıkların elastik merkezden geçen asal eksenlere nazaran atalet momentlerini hesap edelim:

Bunun için evvela cetvelde görüldüğü gibi x'x' ve yy eksenlerine göre hesap edelim ve sonrada, bu bulunan atalet momentlerini yeni eksenler takımına göre düzeltelim:

CETVEL — 1

Kısım	elastik ağırlık $w = \sum \frac{ds}{I}$	x'x' mesafesi y cm.	yy mesafesi x cm.	w.x	w.y	$I_{x'x'}$	I_{yy}
AB	0.61	38.1	- 30.5	-18.60	23.24	1185	567
BC	0.73	76.2	0	0	55.63	4250	227
CD	0.61	38.1	30.5	18.60	23.24	1185	567
Toplam	1,95	—	—	0	102.11	6620	1351

Not: Boyutlar cm olarak alınmıştır.

Şimdi elastik merkezden geçen eksenlere göre, elastik atalet momentlerini hesap edelim.

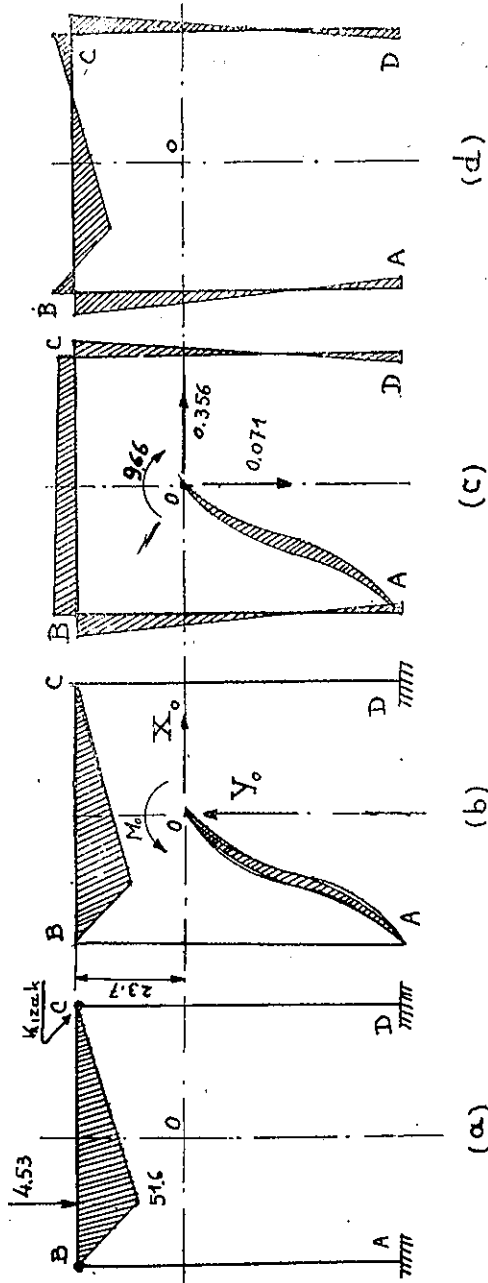
$$I_{xx} = 6620 - 1,95 \times (52,5)^2 = 1255$$

$$I_{yy} = 1351$$

bu hesapları yaptıktan sonra şimdi çözüme geçelim,

Çözüm: 1.

Meseleyi çözmek için evvelâ çerçiveyi statik muayyen farz ederiz.



Şekil — 148

(Şekil — 148 a) bu çözüm için seçilen statik belli olma şartını göstermektedir. Burada BC çubuğu B ve C noktalarında yan çubuklara mafsallı olarak bağlanmıştır. Statik belli moment diyagramı serbest mesnetli basit bir kiriş eğilme momentinden ibaret olup yan çubuklarda moment sıfırdır.

BC çubuğunun eğilmesinden dolayı elastik merkez yer değiştirecektir. Hakikat halde elastik merkezin yer değiştirmemesi lazımdır. Bundan dolayıda elastik merkeze M_0, X_0, Y_0 kuvvet takımı konulsun ki elastik merkez yer değiştirmesin. Bu kuvvetlerin kıymetlerini veren denklemler şunlardır:

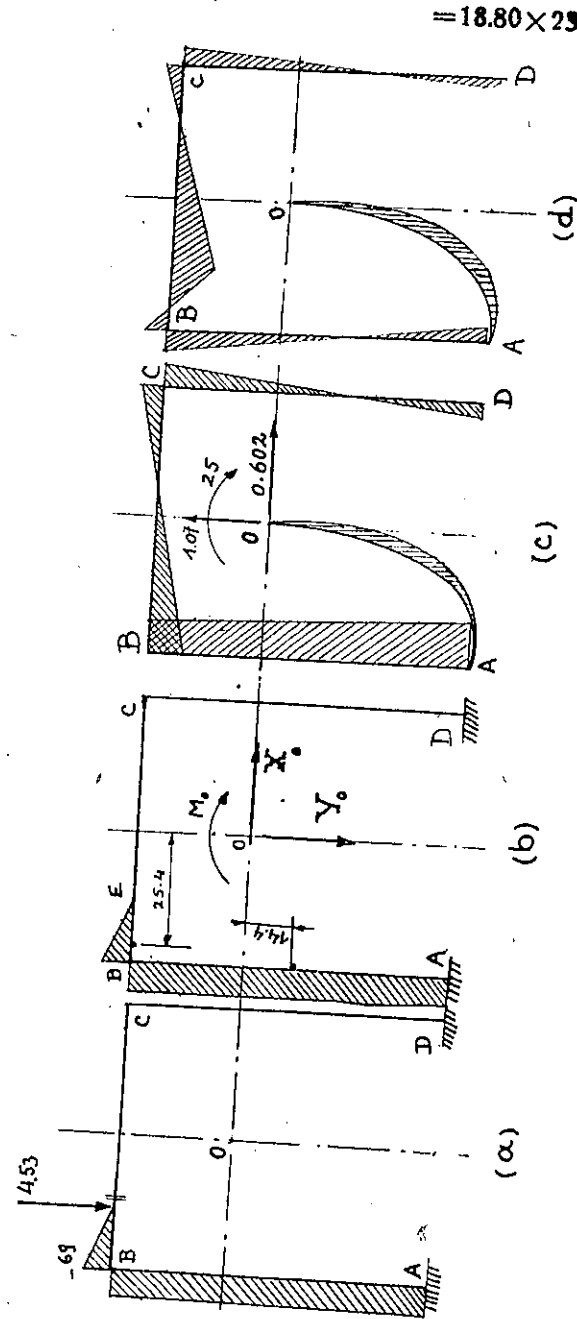
$$M_0 = - \frac{\sum \phi_s}{\sum w}; X_0 = \frac{\sum \phi_s \cdot y}{I_{xx}}$$

$$Y_0 = \frac{\sum \phi_s \cdot x}{I_{yy}}$$

Burada $\sum \phi_s$ statik moment ağırlığı $= \frac{M}{I}$ eğrisinin alanı

$$\phi_s = \frac{51.6 \times 61}{2 \times 83.6} = 18.80$$

$\sum \phi_s \cdot y$ moment ağırlığının xx eksenine göre momenti



$$=18.80 \times 23,7 = 446$$

Şekil — 149

Çerçivenin iç kısmında çekme gerilmeleri meydana getiren moment pozitif olmak üzere, x ve y eksenlerine göre ϕ_s moment ağırlığının momentinin hesabında moment diyagramının kaadüzlemine dik olarak konulmuş olduğunu kabul edebiliriz.

$\Sigma \phi_s \cdot x =$ statik moment ağırlığının yy eksenine göre momenti,

$$\Sigma \phi_s \cdot x = 18.80 \times 5,08 = 95.5$$

genel denklemlerde bu kıymetler yerlerine konularsa:

$$M_0 = -\frac{18.80}{1.95} = -9.66 \text{ kg} \times \text{cm.}$$

$$X_0 = \frac{\Sigma \phi_s \cdot y}{I_{xx}} = \frac{446}{1255} = 0.356 \text{ kg.}$$

$$Y_0 = \frac{-\Sigma \phi_s \cdot x}{I_{yy}} = \frac{95.5}{1351} = -0.0707 \text{ kg.}$$

(Şekil — 148 c) de bu kuvvetlerden ileri gelen eğilme momenti görülmektedir. (Şekil 148 d), a ve c şekillerindeki momentlerin toplamı olan ve sisteme tesir eden toplam momentini göstermektedir. Eğilme momenti belli olunca kesme ve eksenel yükler, statik denklemler yardımı ile kolayca bulunabilir.

Çözüm: II.

Bu çözüm (şekil — 149 a) da görüleceği gibi, sistemin statik belli olması iki ankastre kısma ayrılmakla sağlanmıştır. Çerçive tek yükün bulunduğu noktada kesilmiş olup, yükün çerçivenin sol kısmına tesir ettiği kabul edilmiştir. Statik moment dağılımı aynı şekil üzerinde görülmektedir.

(Şekil — 149 b) üzerinde statik moment diyagramı ile, çerçivenin hakiki elastik tesirini veren statik gayri muayyen kuvvetler görülmektedir; (Şekil — 149 c) üzerinde statik gayri muayyenlik kuvvetlerinin verdiği moment diyagramı görülmektedir. (Şekil — 149 d) üzerinde de a ve c momentlerinin toplamı olan, netice moment diyagramı görülmektedir.

(cetvel — 2) üzerinde hesapların ne şekilde yapılacağı görülmektedir.

CETVEL — 2

Kısım	Statik moment ağırlığı $\phi_s = \frac{M ds}{I}$	yy eksenine uzaklık x	xx eksenine uzaklık y	$\phi_s \cdot x$	$\phi_s \cdot y$
AB	-42.40	30.5	14.4	1288	608
BE	-6.30	25.4	23.7	160	149
EC	0	—	—	0	0
CD	0	—	—	0	0
Toplam	-48.70			1448	757

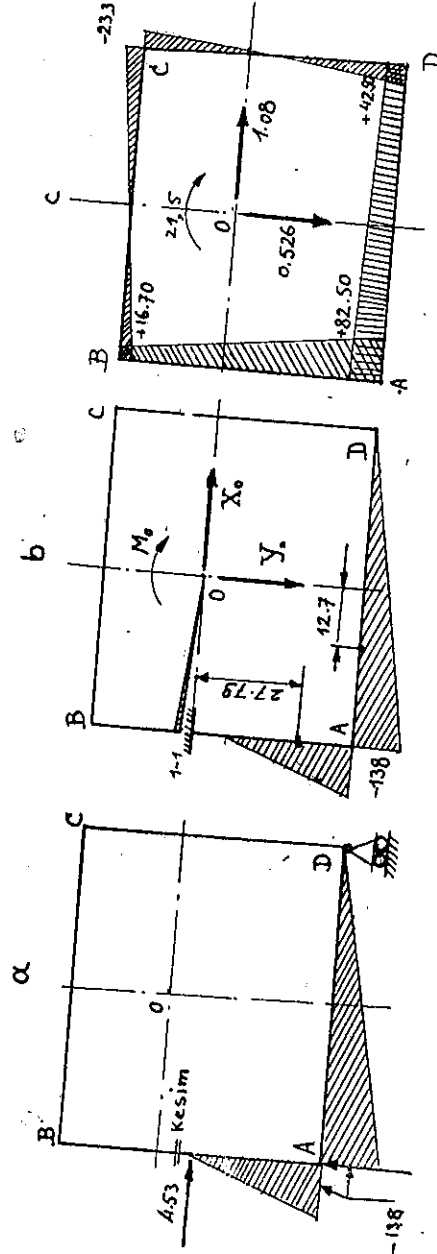
Bu kıymetlerden itibaren statik gayri muayyen kıymetler

$$M_0 = -\frac{\Sigma \phi_s}{\Sigma w} = \frac{48.70}{1.95} = 26 \text{ kg.cm}$$

$$X_0 = \frac{\Sigma \phi_s \cdot y}{I_{xx}} = \frac{757}{1255} = 0.602 \text{ kg}$$

$$Y_0 = \frac{\Sigma \phi_s \cdot x}{I_{yy}} = \frac{1448}{1351} = 1.07 \text{ kg}$$

(Şekil - 150 d), X_0 kuvvetinden ileri gelen moment dağılımını göstermektedir. Bu şeklin gösterdiği momenti 150 b deki statik momente ilâve edilirse (Şekil - 150 e) deki toplam moment elde edilir.



Şekil - 152

8. Misal Problem : 3.

Kapalı Çerçeve : (Şekil-151)
de verilen kapalı dik dörtgen çerçevenin eğilme moment diyagramı bulunacak (cetvel-3) elastik merkez yerinin bulunması ile, bu noktadan geçen asal xx , yy eksenlerine göre elastik atalet momentinin hesabını vermektedir. Düşey eksene nazaran simetriden dolayı elastik merkez bunun üzerinde bulunacaktır. (Şekil-151) de görüldüğü gibi referans eksenleri olarak $x'x'$ ve yy alınıp cetvel -3 deki hesaplar ona göre yapılmıştır.

(Şekil 152 a) da farz edilen statik şartlar görünmektedir. Çerçeve yanal kuvvetin hemen üstünden kesilmiştir. Yan kuvvet bu kesim noktasının altından tesir etmektedir. farz edilen bu şartlar içinde statik moment diyagramı aynı şekil üzerinde görünmektedir.

(Şekil - 152 b) de kalan çerçeve görünüyor. Kapalı çerçeve 1-1 kesitinde kesilmiştir ve bunun bir tarafı sabit farz edilmiştir. Kesitin diğer tarafı elastik olmayan bir kolla elastik merkeze bağlanmıştır. Kalan çerçeve üzerindeki statik moment ağırlığı, elastik merkezin 1-1 kesitine nazaran hareket etme-

sini sonuçlar. Halbuki çerçeve 1-1 kesiti'nde sürekli olduğundan, kesitin iki tarafının birbirine göre relatif hareketi olmaması icap eder. Bu suretle; bu sürekliliği temin etmek için elastik merkeze X_0 , Y_0 ve M_0 kuvvetlerini koymamız lazımdır. (cetvel - 3) Bu kuvvetlerin hesabı için lazım gelen sonuçları verir. (Şekil- 152 c), M_0 , X_0 ve Y_0 dan ileri

Şekil - 153: Moment distribution diagram for a closed rectangular frame. The diagram shows moments at corners A, B, C, and D. Values are: A: -138, B: +16.65, C: -23.3, D: +42.5. The center of mass is marked as 0.

Şek. - 153
CETVEL - 3

Kısım	Elastik ağırlık $w = \frac{ds}{I}$	xx den uzaklık y	yy den uzaklık x	wy	wx	$Ix'x'$	Iyy
AB	0,484	30,5	- 38,1	14,70	-18,35	600	703
BC	1,815	61	0	110,50	0	6750	878
CD	0,484	30,5	38,1	14,70	18,35	600	703
DA	0,906	0	0	0	0	0	439
Toplam	3,689	-	-	139,90	0	7950	2728

gelen moment diyagramını verir. Hakiki momenti elde etmek için statik momentlerle bu son momentlerin toplamını almak lazımdır. Toplam moment diyagramı (Şekil — 153) üzerinde görülmektedir. Buradan statik merkez:

$$y = \frac{\sum wy}{\sum w} = \frac{139.90}{3.689} = 37.95 \text{ cm.}$$

$$I_{xx} = 7950 - 3,689 \times (37.95)^2 = 2650$$

$$I_{yy} = 2728$$

Statik moment ağırlığı $\phi_s = \frac{M}{I}$ statik moment eğrisi alanı

$$AB \text{ de } \phi_s = -\frac{138 \times 30.5}{2 \times 126} = -16.70$$

$$AD \text{ ,, } \phi_s = -\frac{138 \times 76.2}{2 \times 84} = -62.50$$

$$\sum \phi_s = -79.20$$

Şekil — 152 b üzerinde her bir $\frac{M}{I}$ diyagramlarının ağırlık noktaları işaret edilmiş olduğundan

$$\sum \phi_s \cdot x = -16.70 \times -38.1 + [-62.50 \times -12.70] = -1431$$

$$\sum \phi_s \cdot y = -16.70 \times -27.79 - 62.50 \times (37.95) = 2775$$

elastik merkezdeki kuvvetleri bulmak için bulunan bu kıymetler yerlerine konulursa:

$$M_0 = \frac{-\sum \phi_s}{\sum W} = \frac{79.20}{3.689} = 21.50 \text{ kg. cm.}$$

$$Y_0 = \frac{-\sum \phi_s \cdot x}{I_{yy}} = \frac{1431}{2728} = -0.526 \text{ kg.}$$

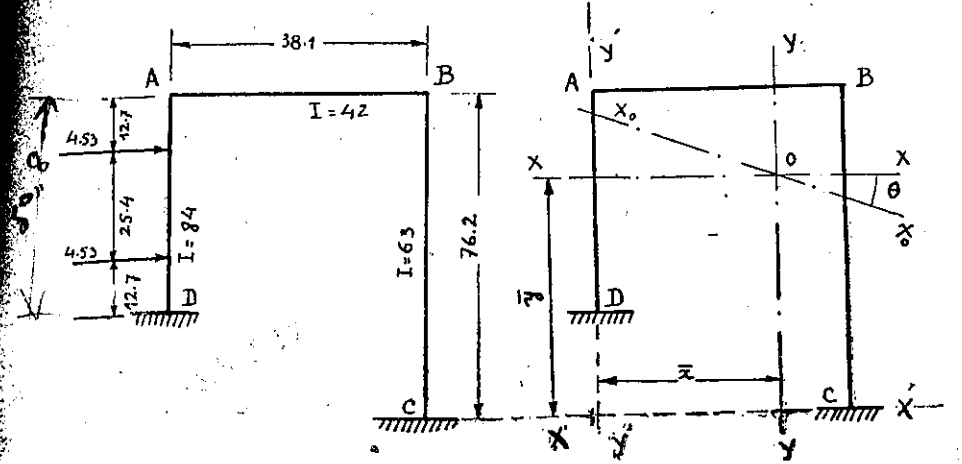
$$X_0 = \frac{\sum \phi_s \cdot y}{I_{xx}} = \frac{2775}{2650} = 1.08 \text{ kg.}$$

9. Misal Problem 4 — Simetrik olmayan çerçeve:

(Şekil—154) mesnetleri kantilever olan, ve kendisi simetrik olmayan ve yan çubuğundan yanal kuvvetle yüklenmiş bir çerçeveyi göstermektedir; çerçeveye tesir eden eğilme momentinin bulunması, bir istisna ile yukarıda gittiğimiz yolun aynıdır. Çerçeve x ve y eksenlerine göre simetrik olmadığından, bu eksenlerin elastik merkezden geçmesine rağmen asal eksenler değildir.

Yukarıda bulduğumuz A, B, ve C denkleminin takibinde eksenlerin elastik merkezden geçmesi ve konjuge olması lazımdır.

Aşağıdaki (cetvel — 4) konjuge eksenlerin bulunması için gereken hesapların, ve bu eksenlere nazaran karakteristiklerin bulunmasını göstermektedir. İlk defa kabul edilen x'x' ve y'y' eksenleridir. Çerçevenin



Şekil — 154

elastik karakteristikleri bu eksenlere göre bulunmuş olup bundan sonra elastik merkezden geçen paralel eksenlere tahvil edilmişlerdir. O noktasından geçen yy eksen Konjuge eksenlerden birisi olarak alınmış olup diğeri buna nazaran bulunmuştur. Konjuge eksen takımı atalet çarpımı sıfır olan eksen takımıdır.

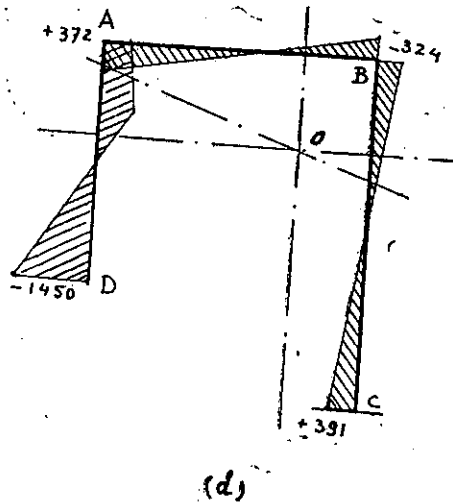
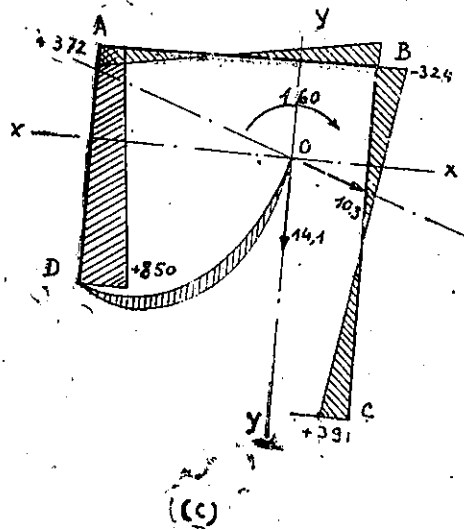
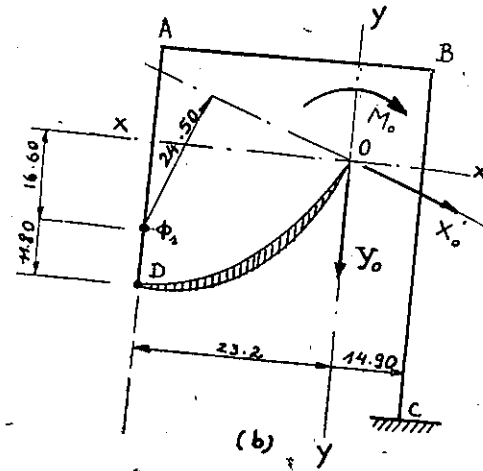
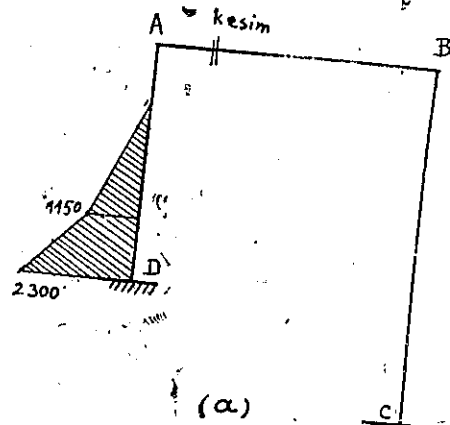
CETVEL — 4

Kısım	Elastik ağırlık $w = \frac{ds}{I}$	x'x' olan mesafe y	y'y' olan mesafe x	wx	wy	I_{yy}'	I_{xx}'	I_{xy}'
AB	0,908	76.2	19.0	17.25	69.20	439	5260	1315
BC	1,210	38.1	38.1	46.20	46.20	1760	2340	1760
AD	0,605	50.8	0	0	30.70	0	1695	0
Σ	2,723	—	—	63.45	146.10	2199	9295	3075

referans eksenlerine nazaran elastik merkezin koordinatları

$$y = \frac{\sum wy}{\sum w} = \frac{146.10}{2.723} = 53.8 \text{ cm}$$

$$x = \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{63.45}{2.723} = 23.2 \text{ cm}$$



Şekil — 154

elastik merkezden geçen paralel xx, yy eksenlerine göre elastik atalet momentlerini bulalım:

$$I_{xx} = 9295 - 2,723 \times (53,8)^2 = 1490$$

$$I_{yy} = 2199 - 2,723 \times (23,2)^2 = 727$$

$$I_{xy} = 3075 - 2,723 \times 55,8 \times 23,2 = -328$$

şimdi O elastik merkezinden geçen ve y ekseninin Konjugesi olan x_0x_0 ekseninin xx eksenine yaptığı θ açısını bulalım. yy eksenine nazaran atalet çarpımı

$$I_{y_0} = \cos^2 \theta \cdot I_{yy} - \sin^2 \theta \cdot I_{xx}$$

olduğu aşıkâr olduğundan x_0x_0 ve yy eksenlerinin konjüge olması için

$$I_{y_0} = 0$$

olmalıdır. Buradan

$$\text{tg} \theta = \frac{I_{xy}}{I_{yy}}$$

bulunur.

Bu son formüldeki kıymetler bizce belli olduğundan

$$\text{tg} \theta = -\frac{328}{727} \quad \theta = 24^\circ, 17'$$

bulunur.

$$I_{x_0x_0} = I_{xx} \cos^2 \theta + I_{yy} \sin^2 \theta - 2 I_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

kıymetleri yerlerine konursa

$$I_{x_0x_0} = 1045$$

bulunur. Bu noktadan itibaren gidilecek yol bundan evvelki misal problemlerdeki gibi aynıdır.

(Şekil — 155 a) farz edilen statik şartlarla A noktasında kesildiğine göre statik moment dağılımını göstermektedir.

(155 b) şekli statik gayri muayyen kuvvetlerin konulması halinde çerçiveyi göstermektedir. X_0 kuvveti x_0x_0 eksenine yöneliktir. Statik moment ağırlığı olan $\phi_s, \frac{M}{I}$ diyagramının alanından ibarettir: oda

$$\phi_s = - \left[\frac{1150 \times 12,7 \times 2}{2} + \frac{1150 + 2300}{2} \times 12,7 \right] \frac{1}{84} = -434$$

Bu statik moment ağırlığı AD nin tarafsız eksenine üzerindedir. Elemanter

$$= 22.7 \times (45 - 45 \cos 45^\circ) = 300 \text{ kg cm}$$

(içeride uzanma olduğundan bu moment pozitif momenttir)

a,b noktaları ile (c,d) noktaları arasında moment sabittir. Bundan sonra toplam statik moment olan $\phi_s = \int M \frac{ds}{I}$ yi bulmak lazımdır. $I=1$ olduğundan ϕ_s moment alanı olur. Mafsal noktasile (a) noktası arasındaki moment alanının $= P \cdot r^2 (\alpha - \sin \alpha)$ olacağı kolayca görülür. $P=22.7 \text{ kg}$ ve $\alpha=45^\circ$ olduğundan (1) kısmındaki statik moment ağırlığı

$$\phi_{s1} = 4 \times 22.7 \times (45)^2 (0.787 - 0.707) = 14700$$

2 ile işaretlenen iki kısmının statik moment ağırlıkları toplamı

$$\phi_{s2} = 2 P \cdot r^2 (1 - \cos \alpha) \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$= 2 [22.7 \times (45)^2 \cdot 0.293] \times \frac{\pi}{2} = 42400$$

buradan $\phi_{s1} + \phi_{s2} = \phi_s = 57100$ bulunur.

1 ve 2 kısımlarındaki statik moment ağırlıkları simetrik olduklarından bunların ağırlık noktası da dairenin merkezi olur. Ve buradan da

$$\Sigma \phi_s \cdot x = 0$$

$$\Sigma \phi_s \cdot y = 0$$

bulunur.

(Şekil - 156 c) de M_0, X_0, Y_0 elastik merkeze konulmuşlardır. Şimdi bunları hesap edelim.

$$M_0 = - \frac{\Sigma \phi_s}{\Sigma w} = - \frac{57100}{273} = -209 \text{ kg. cm.}$$

$$Y_0 = - \frac{\Sigma \phi_s \cdot x}{I_{yy}} = 0$$

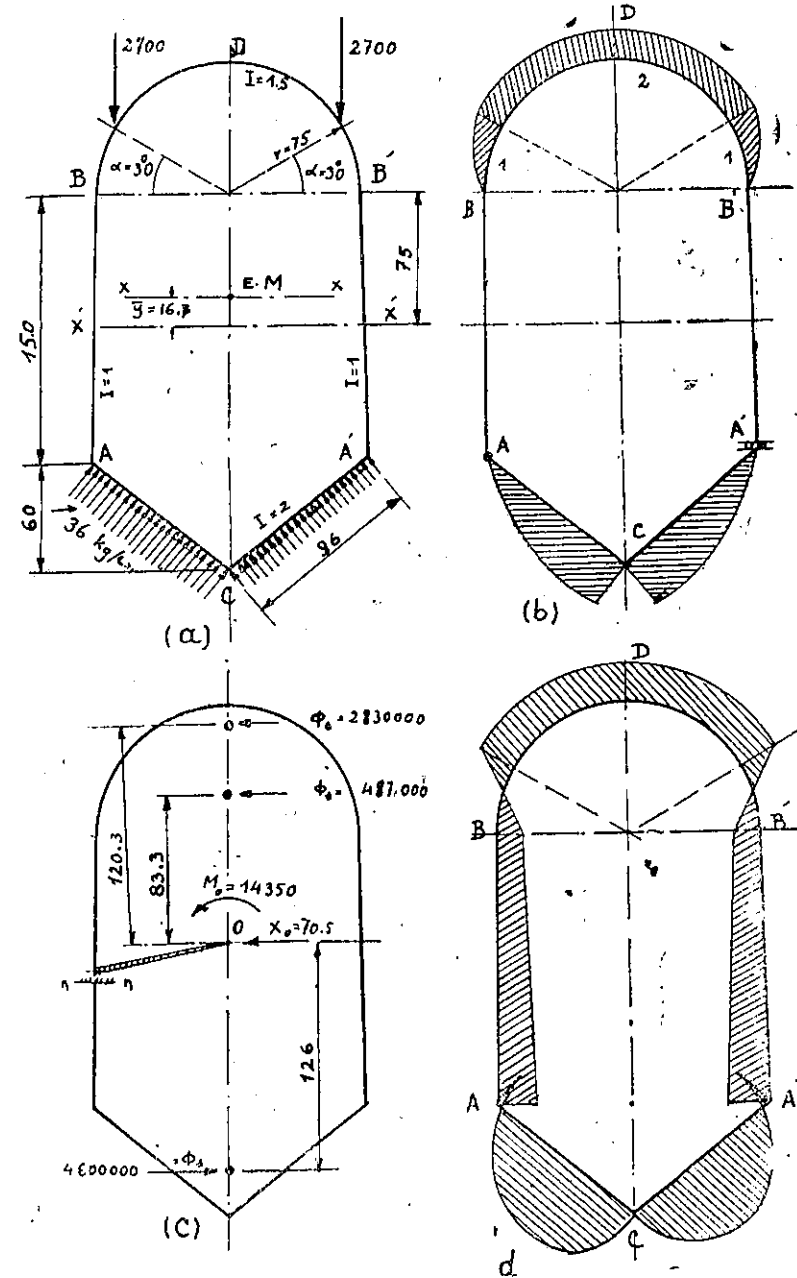
$$X_0 = \frac{\Sigma \phi_s \cdot y}{I_{xx}} = 0$$

(Şekil - 156 d) üzerinde toplam moment diyagramı görünür.

12. Misal Problem 6:

Şekil - 157 a) daki donnede basitleştirilmiş bir tayyare gövde ka-

bürgası verilmiştir. Verilen yük şartları içinde bu kaburgadaki eğilme momentini bulacağız.



Şekil - 157.

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{96} (2150x - 18x^2) x dx}{2.300.000} = 54,80$$

Bu moment ağırlığının AA' doğrusuna olan uzaklığı $x = \frac{50}{96} \times 54,80 = 34,8$ olacağı görülür. A'C kısmında statik ağırlığın aynı olduğu göz önünde tutularak:

$$\phi_{AC+C'A} = 2 \times 2.300.000 = 4.600.000$$

Bu hesaplardan sonra :

$$M_0 = - \frac{\Sigma \phi_s}{\Sigma w} = - \frac{487.000 + 2.830.000 + 4600000}{552} = - 14350 \text{ kg.cm.}$$

$$X_0 = \frac{\Sigma \phi_s \cdot y}{I_{xx}} = \frac{2830000 \times 120,3 + 487000 \times 83,3 - 4600000 \times 126}{2820000} = - 70,5 \text{ kg.}$$

Yük ve çerçeve simetrik olduğundan $Y_0 = 0$ dir. Her hangi bir noktadaki moment kıymeti

$$M = M_s + M_0 - X_0 y$$

$$\text{olup B noktasında } M_B = 0 - 14350 - 70,5 \times 58,30 = 0 - 10240$$

$$\text{C noktasında } M_C = 2150 \times 96 - 18 \times (96)^2 = 42.000$$

$$\text{Buradan } M_C = 42.000 - 14350 + 70,5 \times 121,7 = 36230$$

(Şekil 157— d) üzerinde hakiki eğilme momenti diyagramı görünür.

BÖLÜM — XXIII

Moment Dağılımı Metodu İle Müttemadi Yapıların Hesabı

1 — Moment dağılımı metodu ile müttemadi yapıların hesabını ilk defa Profesör "Hardy Cross," tatbik ettiğinden buna "Cross metodu," da denilmekte olup, en fazla Amerikada tatbik edilen bir usuldür.

Bu usul, basit, süratli, pratik olup, bilhassa yüksek dereceden hiperstatik meselelerde, yorucu birçok denklemlerin çözülmesi zorluğundan, bu usul sayesinde kaçınmak mümkündür. Bundan başka yapının kendi yükünü taşıırken maruz kalacağı fiziksel durum hakkında bizi daha iyi aydınlatması bakımından bu usul takdire lâyık olup, bu nokta bazı çözüm metodlarında tamamen karanlıktır.

Cross metodunda takip edilen yol diğer usullerde takip edilen yolun aksidir.

Malum olduğu gibi, diğer usullerde, müttemadi yapı evvelâ, yapının sürekliliğini ve hiperstatik kuvvetlerini kaldırarak, statik muayyen hale sokulur, bundan sonra ilk sürekliliği göz önünde tutarak, hiperstatiklik kuvvetleri bulunur. Cross metodunda ise her bir açıklığın belirli ve istenilen durumda bulunduğu kabul olunur, Yapının müttemadiliği böylece başlangıçta temin edilmiş olmakla beraber, yapının dengesi temin edilmiş değildir. Yapının hakiki sürekliliği ile, kuvvetlerin dengesi Cross metodunda tedricen temin edilir.

Cross metodunun ne şekilde tatbik edildiği misallerle daha iyi anlaşılır.

(Şekil — 159 a) daki iki açıklıklı ve müttemadi kirişi alalım : Bu kirişin verilen şartlar içinde eğilme momenti diyagramını tayin etmek isteyelim : İlk defa bu iki açıklığın her birinin nihayet uçlarının keyfi olarak dönmeye karşı mukavim olduğunu kabul ederiz. Seçilen misalde A ve C uçları zaten dönmeye karşı mukavim olduklarından, bu şart kendiliğinden bu noktalar için gerçekleşmiştir. Yalnız B noktası böyle de-

kil—159d) de moment iletme katsayısı olarak $\frac{1}{2}$ alınmış olup buda— 62, ve — 94 moment, mütakabilen A ve B noktaları için vermiştir.

Netice : Momentleri elde etmek için, ilk moment tesbit momentlerine dağılmış momentlerle, iletilmiş momentleri ilâve ederiz, Böylece bilinmiyen mesnet momentleri bulduktan sonra kesme kuvvetleri, mesnet tepkileri, ve açıklık momentleri bir statik meselesi olduklarından kolayca bulunabilirler.

Tarifeler :

2. — Uç tesbit momentleri.

Uç tesbit momenti uç dönmeye karşı tesbit edilirse bu uçta meydana gelecek olan momentdir.

3. — Moment karşılama katsayısı.

Moment karşılama katsayısı, kirişin göz önünde tutulan ucunda birim dönme açısı meydana getirecek olan Eşleneğin değeridir. Burada kirişin iki ucunun öteleme hareketi yapmadığı kabul edilir.

Moment karşılama katsayısı, kısmen, momentin tatbik edileceği noktaya mukabil mesnedin, şartlarına yani bu mesnedin tesbit derecesine bağlıdır. Moment karşılama katsayısı *k* harfile gösterilecektir.

4. Moment iletme katsayısı:

Bir kirişin bir ucu basit mesnetli ise, ve diğer ucuda bazı şartlara bağlı ise, ve basit mesnede bir moment tatbik edilir, şarta bağlı diğer uçta bir moment hasıl olur. Moment iletme katsayısı, şarta bağlı uçtaki momentin basit mesnetteki momente oranıdır. Eksenel yükü olmıyan prizmatik kirişlerde, uzak ucun tesbit edilmiş olması halinde moment iletme katsayısı 0,5 dir. Moment iletme katsayısı *C* harfile gösterilecektir.

5. Mement dağıtma katsayısı:

Bir noktaya bir moment tatbik edilsin. Bu noktada iki veya daha fazla elemanın uçları nihayetlensin her bir elemanın moment dağıtma katsayısı, bu elemanın mukavemet ettiği moment ile, düğüm noktasına tatbik edilen toplam moment arasındaki orandır. Moment dağıtma katsayısı *D* harfi ile gösterilecektir. $D = \frac{k}{\Sigma k}$ formülü ile ifade olunur.

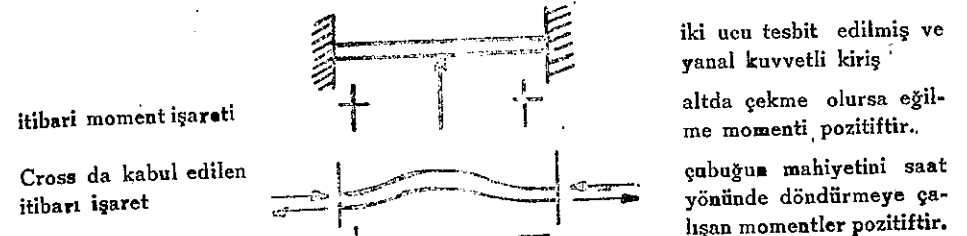
Burada *k* elemanın moment karşılama katsayısıdır. Σk bu

noktaya gelen bütün elemanların moment karşılama katsayıları toplamıdır. Kolayca anlaşılır ki bir noktadaki *D* lerin toplamı 1 re eşittir.

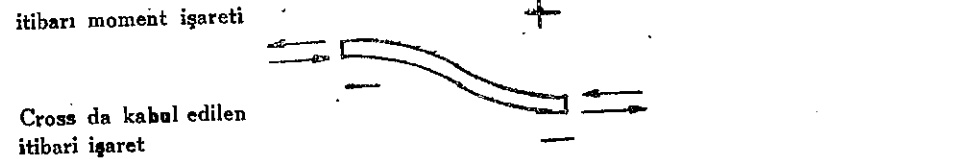
6. İtibari işaretler:

Bilhassa uçak yapısında olduğu gibi, bir çok yönlerden gelip bir noktada birleşen çubuklarda, alışılan moment işaretleri moment dağılımı

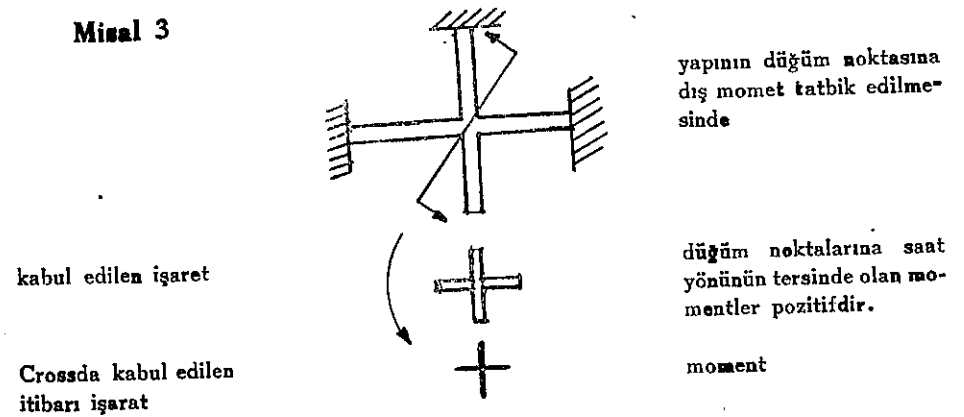
Misal 1



Misal 2



Misal 3



metodunun tatbikinde karışıklıklara sebep olduğundan burada yukarıda gösterilen moment işaretleri kullanılacaktır. Bir çubuğun nihayet ucun-

daki saat ibresi yönündeki moment pozitifdir. Saat ibresinin aksi yönündeki moment negatiftir.

Bu itibarlardan sonra muayyen olmıyan momentler moment dağılımı ile bulunduktan sonra, alışılan şekilde işaretlenecek ve ondan sonra bu çubuğun statik hesapları yapılacaktır.

7. Uç tesbit momentlerinin Hesabı:

Mademki uç sabit momentleri hiperstatik miktarlardır. Bu hiperstatik miktarların bulunması için süreklilik kanunlarından ilâve denklemler bulup bunların hal edilmesi lâzımdır. Biz burada uç tesbit momentlerini hesabında moment alanı teoreminden istifade edeceğiz.

Moment alanı teoremi diye anılan şu iki teoremi tekrarlıyalım:

1. — Elastik eğri üzerinde bulunan iki A ve B noktaları arasında, bu noktalarındaki teğetlerin meyil-değişimi A ve B arasındaki $\frac{M}{EI}$ diyagramının alan ölçüsünden ibarettir.

Kirişin genel eğilme denklemi:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx} = \frac{M}{EI}$$

dir. A dan B ye kadar integrali alınırsa

$$\int_A^B d\left(\frac{dy}{dx}\right) = \int_A^B \frac{Mdx}{EI}$$

olur.

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_B - \left(\frac{dy}{dx}\right)_A = \int_A^B \frac{Mdx}{EI}$$

bulunur.

Bu son denklemin ilk tarafı A ve B deki meyillerin farkını verir, ikinci taraf ise A ve B noktaları arasındaki moment alanının yüz ölçüsüdür.

2.— Tarafsız eksenin A, ve B noktaları arasında, B noktasının, A noktasındaki teğetden defleksiyonu, A ile B noktası arasındaki $\frac{M}{EI}$ alanının B

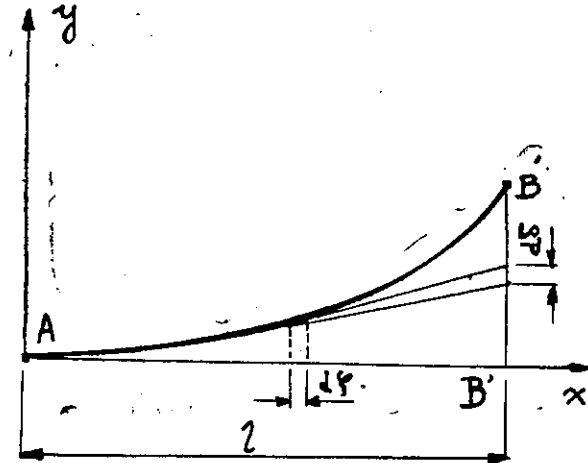
na nazaran momentine eşit olur. Şekil-160 da olduğu gibi A noktasının tegetini x eksenini olarak alalım. Tarafsız eksen üzerinde ξ ab- de bir noktadaki elemanter meyil değişimini yazalım.

$$d\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{M}{EI} d\xi$$

Birbirine $d\xi$ kadar yakın ve elastik eğri üzerindeki üzerindeki iki noktanın tegetlerinin BB' doğrusu üzerinde ayırdığı doğru parçasının

$$d\left(\frac{dy}{dx}\right)(1-\xi) = \frac{Md\xi}{EI}(1-\xi)$$

dan ibaret olacağı görülür, bu denklemin AB arasındaki integrali alınırsa

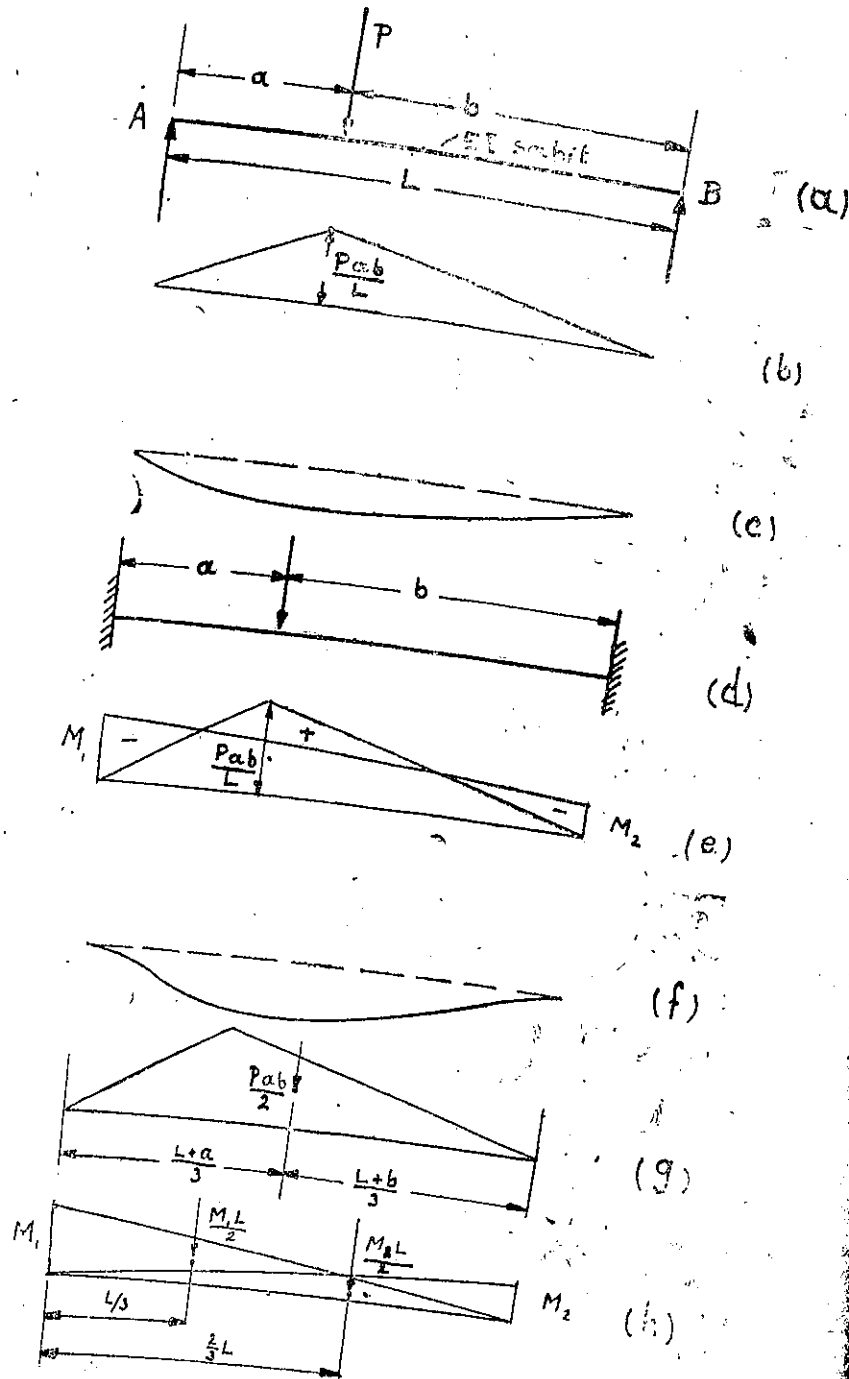


Şekil - 160

$$\delta_B = \int_A^B d\left(\frac{dy}{dx}\right)(1-\xi) = \int_A^B \frac{Md\xi}{EI}(1-\xi)$$

bulunur. Görülüyor ki birinci taraf B noktasının A daki tegetten olan uzaklığıdır. İkinci taraf ise, A ve B noktaları arasında kalan moment alanının, B noktasına nazaran momentinden ibaret olur.

Moment alanı teoremlerini basit bir problem için çözümüne tatbik ederek aydınlatalım. (Şekil-161 a) daki donmelerle basit mesnetli ve sabit kesitli sabit elastik modüllü kirişi alalım. (161-b ve c) şekilleri moment diyagramı ile elastik eğriyi göstermektedirler. Şimdi (Şekil-161 d) de



Şekil — 161

gibi iki ucun tesbit edildiğini farz edelim. Ve iki ucun tesbitinin bulunması istensin. (Şekil—161 e) üzerinde statik moment alanı olmayan mesnet momentlerinden ibaret toplam moment diyagramını yapıyor. 161—f şeklinde elastik eğrinin şekli görünmektedir. Mesnetlere ankastre olduklarından bu nihayet noktalarının meyilleri sıfırdır.

Nihayet uc arasında mademki meyil farkı sıfırdır. Kirişe moment alanı teoremlerini tatbik edelim: meyil farkı olmadığından toplam moment alanı sıfırdır. İki uc arasında deflaksiyon olmadığından uçlardan itibaren nazaran moment alanının momenti sıfır olur. Denklem şeklinde yazarsak

$$\begin{aligned} \Sigma M &= 0 \\ \Sigma (M \cdot x) &= 0 \end{aligned}$$

Her bir moment değışken kirişlerde nihayet uçların ankastre olması şartları bu denklemlerle ifade olunur;

$$\int_0^l \frac{M \cdot dx}{EI} = 0$$

$$\int_0^l \frac{M \cdot dx}{EI} \cdot x = 0$$

(161—g) ve (161—h) şekilleri de statik moment ile ankastreman momentlerinin ağırlık noktalarının yerleri görünmektedir. Yukarıdaki denklemlerde yerlerine bu kıymetler konulurlarsa:

$$M = \frac{P \cdot a \cdot b}{2} + \frac{M_1 L}{2} + \frac{M_2 L}{2} = 0$$

sol uca nazaran

$$\Sigma M \cdot x = \frac{P \cdot a \cdot b}{2} \cdot \frac{L+a}{3} + \frac{M_1 L}{2} \cdot \frac{L}{3} + \frac{M_2 L}{2} \cdot \frac{2L}{3} = 0$$

M_1 ve M_2 mesnet momentlerinin kıymetleri bu son iki denklem yardımı ile a ve b nin fonksiyonu olarak bulunur.

Bunun gibi tek yük ve yayılmış yük hallerinde muhtelif ankastreman momentleri 338 inci sahifedeki cetvelde gösterilmiştir:

8. Moment karşılama ve moment iletme katsayılarının bulunması:

A, B mesnetleri serbest olan, sabit eğilme rijitli ve B ucuna B_M momenti konmuş bir kirişi nazarı itibara alalım (Şekil — 162).

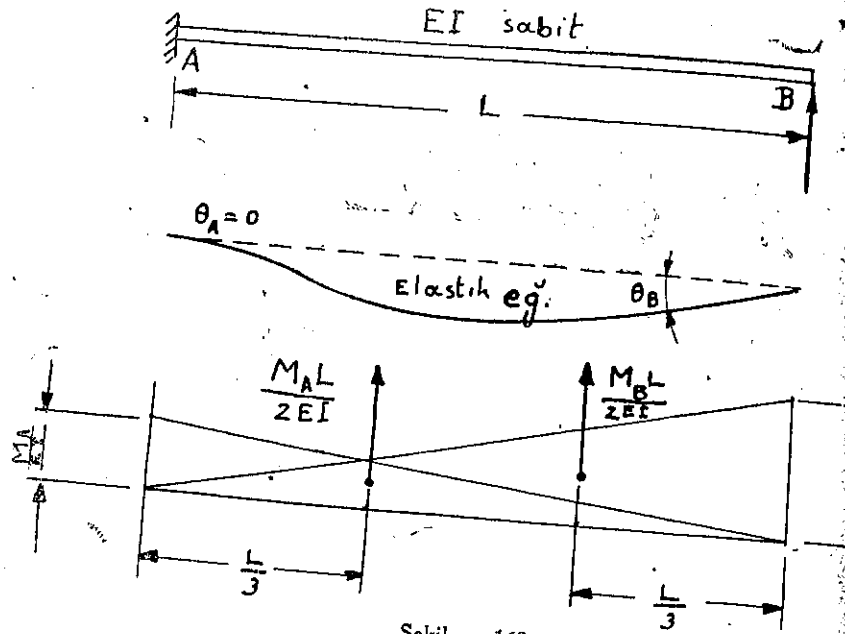
$$\theta_A = \frac{M_B L}{2EI} \cdot \frac{1}{3} + \frac{M_A \cdot L}{2EI} \cdot \frac{2}{3} = 0$$

Buradan

$$M_A = -\frac{M_B}{2}$$

bulunur. Buradan görülürki:

Tesbit edilen şartlarda olan bir kirişde moment iletme katsayısı Bu denklemden görülürki iletilen moment dağıtılmış moment işaretlidir.



Şekil - 163

Mamafi kabul ettiğimiz işaretleri tetkik edersek görürüzki, ucdaki döndüren moment ile, uzak ucdaki iletilen moment aynı işarettedir. Çünkü aynı yönde momentlerdir. Şimdi B noktasındaki θ_B nı hesap edelim

$$\theta_B = \frac{M_B \cdot L}{2EI} \cdot \frac{2}{3} + \frac{M_A \cdot L}{2EI} \cdot \frac{1}{3} = \frac{M_B L}{3EI} + \frac{M_A L}{6EI} \text{ dir.}$$

$M_A = -\frac{M_B}{2}$ olduğu göz önünde tutulursa

$\theta_B = \frac{M_B L}{4EI}$ bulunur. Şimdi $\theta_B = 1$ olursa

$$M_B = \frac{4EI}{L} \text{ elde edilir.}$$

miktarıda tesbit edilen şartlar altında, BA kirişinin moment kat sayısı olur. Serbest mesnetli bir kiriş ile (Şekil - 163) moment karşılama kat sayıları karşılaştırılırsa görülürki uzak ucdaki moment karşılama oranı 3/4 den ibaret olur. Bundan başka birinci kiriş halindeki moment iletme katsayısı 0 olup ikinci halinde ise 1/2 dir. Aşık olarak, yukarıdaki iki miktar, kirişin uzak ucunun tesbit derecesidir.

uzak ucun (F) Tesbit Katsayısına Bağlı Olarak Moment Karşılama Moment İletme Katsayılarının Genel İfadeleri:

Şekil - 163 deki kirişin A ucunun tesbit katsayısı olan F bu uçta olduğu için 1 dir.

Yani:

$$M_B = \frac{4EI}{L} \theta_B \text{ ve } M_A = -\frac{2EI}{L} \theta_B$$

Şimdi, burada

$$\theta_B = 1 \text{ ise ve } \frac{EI}{L} = K$$

bulursak

$$M_B = 4K$$

$$M_A = -2K$$

Aynı şekilde iki ucu serbest olan bir kirişde bu katsayıların

$$M_B = 3K$$

$$M_A = 0$$

şunu biliyoruz.

Şekil - 164) üzerindeki gösterilmişlerdir.

Şekil - 165) de A uzak ucundaki tesbit kat sayısı F olduğuna göre, şekil genel hali göstermektedir,

buklarda $F=1$ alınarak $C=1/2$ bulunur. Uzak ucu mafsallı olan çubuklarda ise $F=0$ alındığından $C=0$ olur.

5. — Bundan sonra çubukları dış yüklerle yükleyerek ve yukarıda verdiğimiz cetvel yardımı ile uç tesbit momentlerini hesap ederiz. Kirişin ucunu saat ibreleri yönünde döndürmeğe çalışsan uç momentleri pozitif itibar olunur.

6. — Bir düğüm noktası göz önüne alınır. Ve tesbit vaziyetinden serbest hale geldiği kabul edilir. Yalnız diğer düğüm noktaları tesbit edilmiş halde tutulur. Bu noktada momentler dengede değilse, bu nok-

$w = 0.178 \text{ kg/cm}$

Moment Karşılama $\frac{EI}{L}$	0	.414	.414	.547	.547	.547	.547	.414	.414	0
" Dağıtma $\frac{K}{\Sigma K}$	0	1	.428	.572	.5	.5	.572	.428	1	0
" İletme c	0	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	0
Uç Tesbit Momentleri	-1017	882	-882	497	-497	497	-497	882	-882	1017
I inci Dengeleme		135	165	220	0	0	-220	-165	-135	
İletilen Momentler		82.5	67.5	0	110	-110	0	-67.5	-82.5	
II inci Dengeleme		0	-82.5	-29	-38.5	0	0	38.5	29	82.5
İletilen Momentler			-14.5	-41	0	-19	19	0	41	14.5
III uncu Dengeleme			14.5	17.5	23.5	0	0	-23.5	-17.5	-14.5
İletilen Momentler			8.5	7	0	12	-12	0	-7	-8.5
IV uncu Dengeleme			-8.5	-3	-4	0	0	4	3	8.5
İletilen Momentler			-4.5	-4.5	0	-2	2	0	4.5	4.5
V inci Dengeleme			4.5	4.5	2.6	0	0	-2.6	-4.5	-4.5
Netice Momentler	-1017	1017	-700.6	700.6	-396	396	-700.6	700.6	-1017	1017
İtibar Olunan İşaret	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

Şekil - 167

taya aksi işaretle, yani aksi yönde bir moment tatbik ederek denge temin edilir, o şekilde ki, nazarı itibara alınan noktada nihayet bulan çubukların moment dağıtma katsayıları ile orantılı olarak bu denge momenti çubuklara dağıtılır.

7. — Bu suretle dağıtılan denge momentleri uzak uçlarda iletilen momentleri meydana getirirler, iletilen momentler nazarı itibara alınan çubuğun uzak ucunun iletme katsayısı ile orantılıdır. Bundan başka dağıtılan moment ile aynı işarettedir. Ve bu bulunan iletilen momentler çubuğun diğer ucuna aynı işaretle kaydedilirler.

8. — Her bir düğüm noktasının serbest bırakılması usulü istenildiği kadar tekrar edilerek istenilen presizyon elde edildikten sonra yeni bir dağıtma ile işlem durdurulur. Bir uçtaki netice moment, ilk tesbit momenti ile dağıtılan ve iletilen momentlerin cebirsel toplamına eşittir.

13. Misal problem: 2

Bu misal problem-2, bundan evvelki probleme benzer olup buraya yalnız iki açıklık daha ilâve edilmiştir. Daima olduğu gibi ilk evvel bütün düğüm noktalarının dönmeye karşı tesbit edilmiş olduğunu farz ederiz. Atalet momenti her yerde aynı olduğundan, moment karşılama katsayıları $\frac{1}{L}$ ile her açıklıkta orantılı olur. Burada iletme katsayısı bü-

tün açıklıklarda $\frac{1}{2}$ dir. Uç tesbit momentleri görüldüğü gibi hesaplanmışlardır. B noktası serbest bırakılınca dengelenmemiş olan -135 momenti meydana çıkar. BC çubuğuna $135 \times 1 = 135$ ve AB çubuğuna $0 \times 135 = 0$ olarak bu dengelenmemiş moment dağıtılır. Şimdi bütün diğer noktalar sabit kalmak üzere C noktasını serbest bırakalım. C noktasında dengelenmemiş moment $-882 \times 497 = -385$ dir. Bu moment CB ve CD kollarına $0,428 \times 385 = 165$ ve $0,572 \times 385 = 220$ orantısında dağıtılır. Bundan sonra D noktası serbest bırakılır. Burada dengelenmemiş moment sıfırdır. Bundan sonra E ve F noktalarına geçerek benzer şekilde işlem yaparız. Bu noktalarda dağıtılan momentler gerek yükün ve gerekse şeklin simetrik olmasından dolayı aynı olacaktır. Yalnız işaretler kabul ettiklerimize göre aksi olacaktır. Bundan sonra iletilen momentlerin hesabı gelir ki iletme katsayıları $1/2$ olduğundan, bu momentler dağıtılan momentlerin yarısı olurlar. (şekil - 167) de bütün işlemler gözükmektedirler. Bütün momentlerin kıymetleri yalnız ondalar hanesinde verilmiştir. Bu suretle ilk devre tamamlanmış olur.

İkinci devreye tekrar B noktasını serbest bırakmakla başlanır: Bu nokta C noktasından gelen iletilen moment olan 82.5 dan dolayı dengelenmemiş olduğundan, B noktası 82.5 momentini BC ve BA kollarında $1 \times 82.5 = 82.5$, ve $0 \times 82.5 = 0$ orantılarında dağıtılır. C noktasına geçilir. Burada dengelenmemiş moment 67.5 dir. Bu yine dağıtma katsayıları orantısında CB ve CD kollarına dağıtılır $-67.5 \times 0,428 = -$

B noktasına iletilen moment bu halde $0 \times 115 = 0$ dir D noktasına iletilen moment ise $0.5 \times 203.6 = 101$ dir. D noktasını tesbit edilmiş halinden serbest bıraktığımızı farz edersek dengelenmemiş moment $-497 + 101 = -396$ olur. DE kısmının moment karşılığı ∞ olduğundan 396 denge momenti E tarafından olur. Bu suretle DC kısmına gelen denge momenti sıfır olduğundan D den C ye gelen iletilen moment $0.5 \times 0 = 0$ olur sonuç momentler şekil - 167 deki momentlerden ibaret olacağı aşikâr olarak görülür.

16. Mesnetleri Defleksiyonlu Mütemudi Kirişler.

Kanatlar, irtifa dümeni, ve istikamet dümeni gibi tayyare elemanlarında mesnet noktaları deformasyon yaptığından bu noktalar birbirinden inhiraf ederler. Yukarıda söylenen bu elemanların kirişleri mütemudi kiriş iseler, mesnet noktalarının inhirafından (defleksiyonundan) dolayı mesnetler üzerinde ilâve eğilme momenti meydana gelir. Moment dağıtım metodu defleksiyondan ileri gelen ilave moment bulunması halinde de kullanılabilir. Aşağıda vereceğimiz 4 no lu misal mesnetleri inhiraf eden mütemudi bir kirişde bu ilave momentlerin ne şekilde hesap edeceğini bize göstermektedir. Yükün ve şeklin simetrik olmasından dolayı D deki meyil sıfırdır. Bundan dolayı D noktası tesbit edilmiş kabul olunabilir.

Atalet momenti sabit olduğundan, ve açıklıklarda aynı olduğundan moment karşılama relatif katsayısı 1 dir. Çözümde görüldüğü gibi kirişin B noktası serbest olduğundan, bu nokta serbest olarak dönmeye bırakılmış olur CB kirişinin karşılama katsayısı $0.75 \times 1 = 0.75$ dir.

Cross metodunun tatbikinde ilk yapılacak iş mesnetler dönmeye karşı tesbit edildiklerinden, şurası aşıkardırki, bir mesnedin yanındaki nazaran defleksiyonu, dönmeye karşı tesbit edilmiş olan bu mesnetler de moment meydana getirecektir.

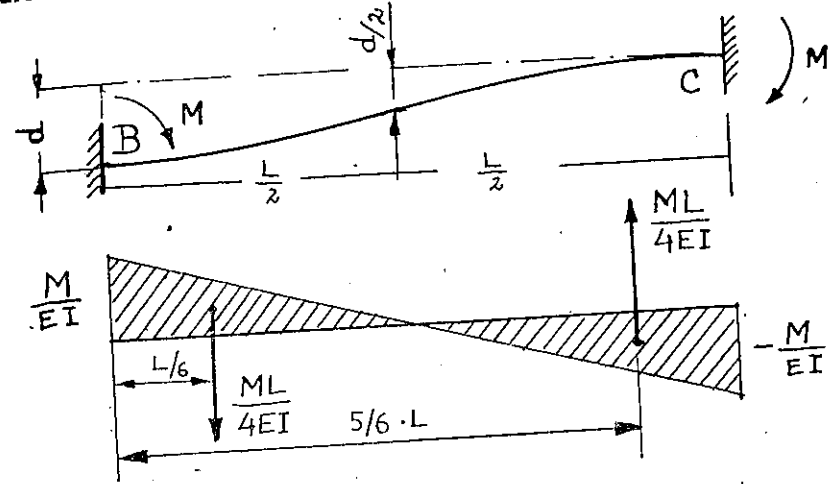
17. Mesnet defleksiyonundan ileri gelen uç tesbit momentleri:

(Şekil - 169) üzerinde iki nihayeti tesbit edilen bir kiriş görünmektedir. Burada B mesnedi C mesnedine nazaran (d) kadar inhiraf etmiştir. Eğer kiriş kesidi sabit ise, infleksiyon noktası kirişin tam ortasına düşecektir ve $M_B = -M_C$ olacaktır. Moment alanı teoremi gereğince

$$-d = \frac{M \cdot L}{4EI} \cdot \frac{L}{6} - \frac{ML}{4EI} \cdot \frac{5}{6} L = -\frac{ML^2}{6EI}$$

oldüğundan B nin C ye nazaran $-d$ kadar inhirafında mesnetlerde

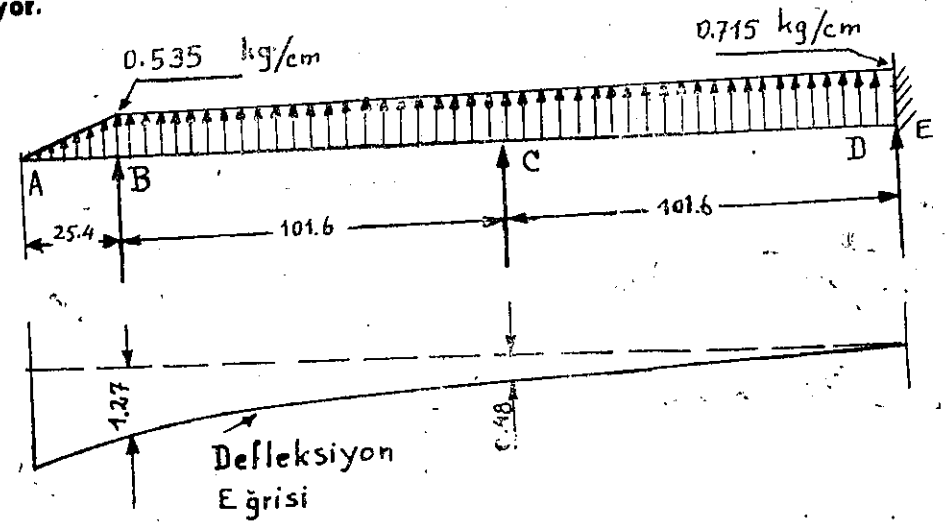
meydana gelen eğilme momenti, yukarıki bağlantıdan, $M = \frac{6EI d}{L^2}$ den ibaret olur.



Şekil - 169

18. Misal problem 4.

Mesnetleri defleksiyon yapan bir kiriş (Şekil-170 a) da görülmüştür.



Şekil - 170 a

Şekil smetrik olduğundan yalnız yarısı çizildi. Defleksiyon eğrisi şekil üzerinde işaretlenmiştir.

Gerek yükler ve gerekse boyutlar şekil üzerinde verildiği gibidir.

Moment Karşılıma $\frac{EI}{L}$	0	1	0,75	1	1	∞
" Dağıtma $\frac{K}{\Sigma K}$	0	1	0,429	0,571	0	1
" İletme C	0,5		0	0,5	0,5	
Uç Tesbit Momentleri	575	-490	506	-568	583	
Yanal Kuvvetlerden Defleksiyon dan	448	448	448	269	269	
B'nin Dengelenmesi	0	-15,5				
C'ye İletilen Moment						7,8
C'nin Dengelenmesi						
B ve D'ye İletilen.						
D'nin Dengelenmesi						
Sonuç Momentler.	575	-57,5	669,2	-669,2	666,9	-666,9
İtibari Moment İşareti	-	-	-	-	-	-

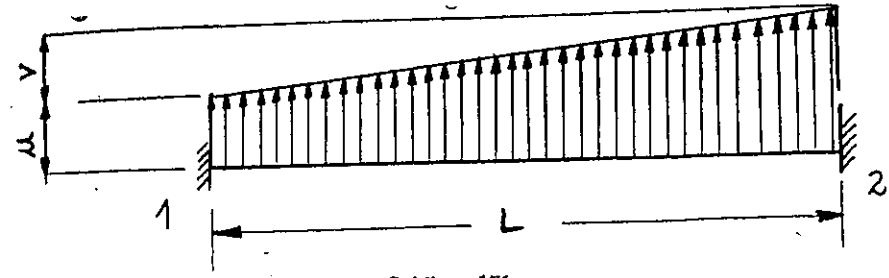
Uç tesbit momentleri, kiriş yükünden ve mesnetlerin defleksiyonun-

Şekil - 170b

ileri gelmiştir. Bunların kıymetleri aşağıda görüldüğü gibi hesap edilecektir.

Kiriş yükünden ileri gelen uç tesbit momentleri:

Kiriş üzerine gelen hava yükü trapez şeklinde bir yükür. Muhtelif yük hallerindeki uç tesbit momentlerini veren cetvele nazaran (Şekil-171)



Şekil - 171

$$M_{1-2} = \frac{L^2}{60} (5u + 2v)$$

$$M_{2-1} = \frac{L^2}{60} (5u + 3v)$$

olduğundan

$$BC \text{ açıklığında } M_{BC} = \frac{(101,6)^2}{60} (6 \times 0,535 + 2 \times 0,09) = 490 \text{ kg. cm.}$$

$$M_{CB} = \frac{(101,6)^2}{60} (5 \times 0,535 + 3 \times 0,09) = 506 \text{ kg. cm.}$$

CD açıklığında

$$M_{CD} = \frac{(101,6)^2}{60} (5 \times 0,625 + 2 \times 0,09) = 568 \text{ kg. cm}$$

$$M_{DC} = \frac{(101,6)^2}{60} (5 \times 0,625 + 3 \times 0,09) = 583 \text{ kg. cm}$$

Mesnetlerin hareketinden ileri gelen uç tesbit momentleri

$$M = \frac{6EI \cdot d}{L^2}$$

İletilen momentlerin dağıtılan denge momentleri ile aynı işarette olduğunu hatırlıyarak ve momentler için farz edilen işaret itibarını göz önünde tutarak yukarıdaki denklemi aşağıdaki şekilde yazmak lazımdır.

$$\frac{\Delta M_{AB} - 0.5 \Delta M_{BA}}{\Delta M_{AC} - 0.5 \Delta M_{CA}} = \frac{K_{AB}}{K_{AC}}$$

Eğer bulunan kıymetlerle şu son denklem tahakkuk ederse, dağıtılan momentlerin doğru olduğu neticesine varılır.

20. Çubukları aynı doğru yönünde olmyan kafeslerde uç momentleri:

(Düğüm noktalarındaki dönmeler)

Teyyare inşaatında mütemadi kafes kiriş konstraksiyonu pek umumdur. Çelik boruların kaynak edilmesiyle yapılan gövdelerde, gövdenin mütemadiliği düğüm noktalarına kaynak edilmesi ile temin edilir.

Bu cümleden olarak iniş takımları iki çubuktan ibaret olup, bu çubuklar düğüm noktalarından kaynak edilerek mütemadilik elde edilir. Bu gibi çubuklar genel olarak yüksek aksenal gerilmeler taşırlar.

Meydana gelen bu gerilmeler düğüm noktalarının translasyonunu neticeler ki, düğüm noktaları rijit olduğundan, bu translasyon sonunda çubuklarda eğilme hasil olur. Bu eğilmeyi meydana getiren momentler çubuklarda yanal defleksiyon meydana getirir ki, buda aksiyal yükün, yanal defleksiyon ile çarpımı kadar sökonder momentin meydana gelmesini neticeler.

Biz burada, moment dağılım üsulunu tatbik ederken düğüm noktalarının translasyonunu ve sökonder moment tesirini ihmal edeceğiz.

21. Problem: 5

(Şekil — 173) de basitleştirilmiş bir iniş takımı şasesi görünmektedir. Bu iniş takımı için verilen doneler şekil üzerinde gözükmektedir. Çubuk eksenlerine yüklenen, düşey yükden ileri gelen bu iki çubuktaki eğilme momentini bulmak matlup olsun. Problem A ve B uçlarının üç muhtelif şekilde tesbit edilmiş olmasına göre üç muhtelif şekilde çözülebilir. O noktası kaynak edilmiş bir düğüm noktası olduğundan bu noktada süreklilik temin edilmiştir. (Şekil — 174) de verilen çözüm, yalnız ilk momentten ileri gelen düğüm noktası dönmesini vermektedir.

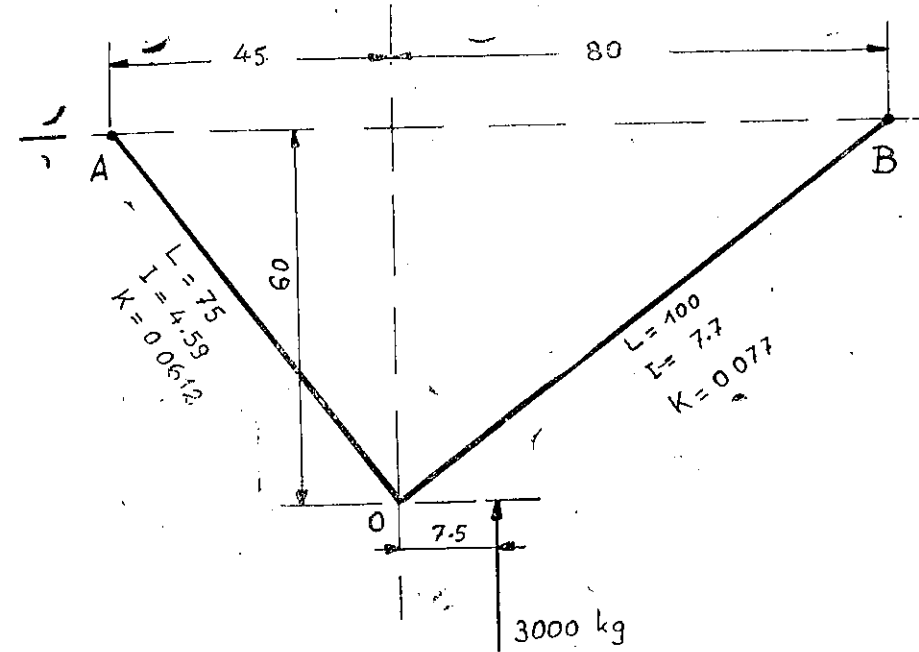
Gerek aksenal kuvvetten ileri gelen deformasyon ve gerekse, sökonder momentlerin tesiri bu çözümde ihmal edilmiştir. Böyle pratik bir

problemde A ve B düğüm noktalarının tesbit derecesi, kullanılan, montaj şekliyle mücavir elemanlar olan, gövde veya kanadın rijitliğine bağlıdır.

Moment dağılımı metodu, mücavir elemanların rijitliğini göz önünde tutarak, problemin kolayca çözülmesini sağlarsa da, bir çok bilinmeyenlerin kıymetlerinin bulunması için, pek çok sayıda denklemlerin çözülmesi lâzım geldiğinden, böyle usuller bu hallerde tatbik edilemezler.

a — A ve B mesnetlerinin Ankastre olması halinde çözüm:

Bu çözümde bütün düğüm noktaları ankastre kabul edilmiştir. Düşey kuvvet 3000 kg dır. Bu kuvvet o noktasında $7.5 \times 3000 = 22500$ kg.



Şekil — 173

cm lik saat ibreleri aksi yönünde moment hasil eder. Yukarıda momentler için kabul ettiğimiz işaret kaidesi gereğince bu momentin işareti pozitiftir. O noktasını serbest bırakırsak 22500 (kg,cm) lik dengelenmiş moment meydana gelir, veyahut O noktasının statik olarak dengelenmesi için — 22500 kg cm lik moment lazımdır. Bu momenti O A ve O B kollarına şu orantılarda dağıtırız:

$$C = \frac{2F}{3+F}$$

A noktası için $F = 0.5$ ve B noktası için $F = 0$ olduğundan

$$\text{OA da } K = \frac{3,5 \times 4,59}{75} E = 0,214 E.$$

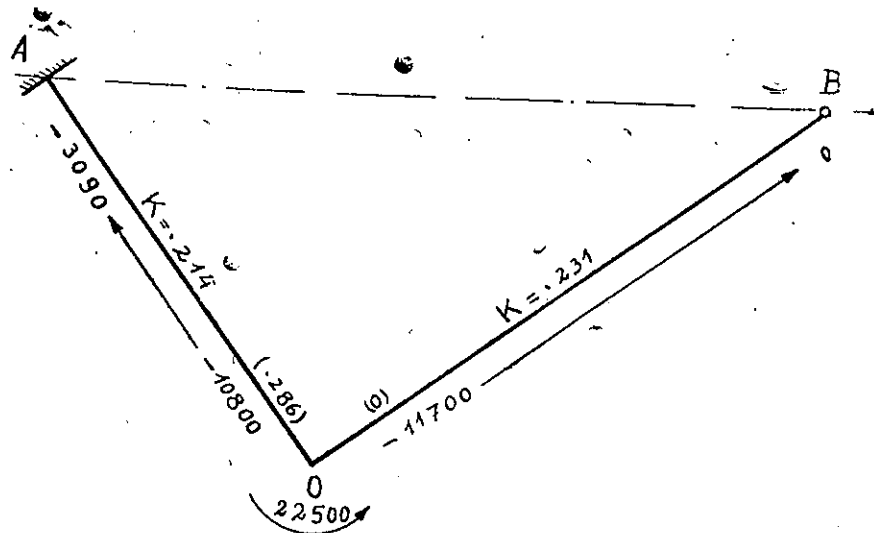
$$\text{O dan A ya iletme katsayısı} = \frac{2 \times 0,5}{3,5} = 0,286$$

$$\text{OB de } K = \frac{3 \times 7,7}{100} E = 0,231 E$$

O dan B ye iletme

Üçüncü Tesbit Hali

A % 50 Tesbit dereceli, B Mafsallı



Şekil - 176

$$C = \frac{2 \times 0}{3 + 0} = 0$$

Şimdi O noktasına tesir eden 22500 kg, cm momenti OA ve OB çubuklarında meydana gelen momentlerle dengeliyelim.

$$\text{OA koluna gelen moment} = -22500 \left(\frac{0,214}{0,445} \right) = -10800 \text{ kg. cm}$$

$$\text{OB koluna gelen moment} = -22500 \left(\frac{0,231}{0,445} \right) = -11700 \text{ ,,}$$

O dan A ya iletilen moment $= -10800 \times 0,286 = -3090 \text{ kg. cm}$
B ye iletilen moment sıfırdır. Neticeler (Şekil - 176) görülüyor.

22.-Problem: 6

Aşağıda (Şekil - 177) de üç çubuktan ibaret bir yapı görünüyor OA çubuğu ortasından 60 kg lık yanal bir kuvvet ile yüklensin, A noktası ankastre, B mafsallı; C noktası % 25 ankastre olsun, O noktasında bu noktalar arasında mütemadiliği temin eden nokta olsun.

O A üzerine tesir eden kuvvet altında bu sistemde sonuç uç momentlerini bulacağız.

a - Çözümü: 1

İlk defa tadil edilmiş Cross metodunu tatbik ederek sonuç momentler bulunmuştur. Neticeler (Şekil - 177) de görülmektedir.

Çözümde üç çubuğun uçlarının tesbitile bağlanır. Bundan dolayı relatif K karşılama katsayıları $\frac{I}{L}$ ler ile orantılıdır. K ların bu kıymetleri (şekil - 177) üzerinde gösterilmiştir. D dağıtma katsayıları her bir çubukda her düğüm noktasının yanına yazılmış olup şu \square şekilde bir dörtgen içine konulmuştur. Böylece her hangi bir denge momenti bir düğüm noktasındaki çubuklar arasında dağıtılmıştır.

Bütün iletme katsayıları $\frac{1}{2}$ dir. Dış kuvvetden ileri gelen uç tesbit momentleri üç çubuk için hesap edilmişlerdir.

AO çubuğunda uç tesbit momentleri şunlardır.

$$\frac{P L}{8} = \frac{60 \times 50}{8} = 375 \text{ kg. cm}$$

O B ve OC çubuklarında yanal kuvvetler olmadığından bunlardaki ilk uç tesbit momentleri sıfırdır. Bu çözümde düğüm noktalarının sı-

Bu şekilde işleme A noktasında 5 defa ve diğer noktaların her birinde de dört defa olmak üzere devam edildi, bu suretle dağıtılan kaymetler pek küçük olduklarından, kafi derecede takribiyet elde edilebilir. Her bir düğümdeki sonuç uç momentleri, aynı sutundaki değerlerin cebirsel toplamına eşittir. Sonuç momentleri diğerlerinden fark etmek için bunların altına çift çizgi çizildi. Şekildeki b ve c harfleri, denge momentleri ile iletilen momentleri göstermektedir. Bu harflerin altındaki sayılarda, dağıtılan ve iletilen momentlerinin sırasını göstermektedir.

Burada genel olarak moment dağıtma metodunu tatbik ederken, düğüm noktalarının aldığı sırasından gayri bir sırada aynı neticeyi vereceği aşikârdır.

b - 6 Probleminin İkinci Çözümü:

Bu çözüm (Şekil - 178) üzerinde görülmektedir. A, B ve C noktalarının tesbit derecesi evvelden belli olduğundan, her bir çubuğun, karşılama katsayısı ve iletme katsayısı verilen şartlar içinde bulunabilir. Böylece O noktasının dengesi için bir kere gereken yapılabilir. Ve ondan sonrada her çubuğun uzak ucuna momentler iletilebilir.

Çubuk	$K = \frac{I}{L} (3+F)$ Çubukların K ları	$\frac{2F}{3+F}$ İletmeler C	$\frac{K}{\Sigma K}$ Dağıtmalar D
OA	$\frac{2}{50} (3+1) = 0.160$	$\frac{2 \times 1}{3+1} = \frac{1}{2}$	0,482
OB	$\frac{1.5}{37.5} (3+0) = 0.120$	$\frac{2 \times 0}{3+0} = 0$	0,361
OC	$\frac{1}{62.5} (3+0.25) = 0.052$	$\frac{2 \times 0.25}{3+0.25} = 0.154$	0,157
	$\Sigma K = 0.332$		

Cetvel üzerinde değiştirilen karşılama katsayıları ile, iletme katsayılarının hesabı verilmiştir. Bundan sonra OA çubuğuna tesir eden yanıl kuvvetten ileri gelen uc tesbit momentleri bulunur. B ve C noktalarında uc tesbit momentleri yoktur. O noktası farz edilen tesbit vaziyetinden serbest bırakılırsa burada dengelenmemiş moment 375 meydana çıkar. Ve - 375 momenti O noktasında kesişen uç çubuk arasında yeni dağıtma katsayıları ile dağıtılır. Böylece

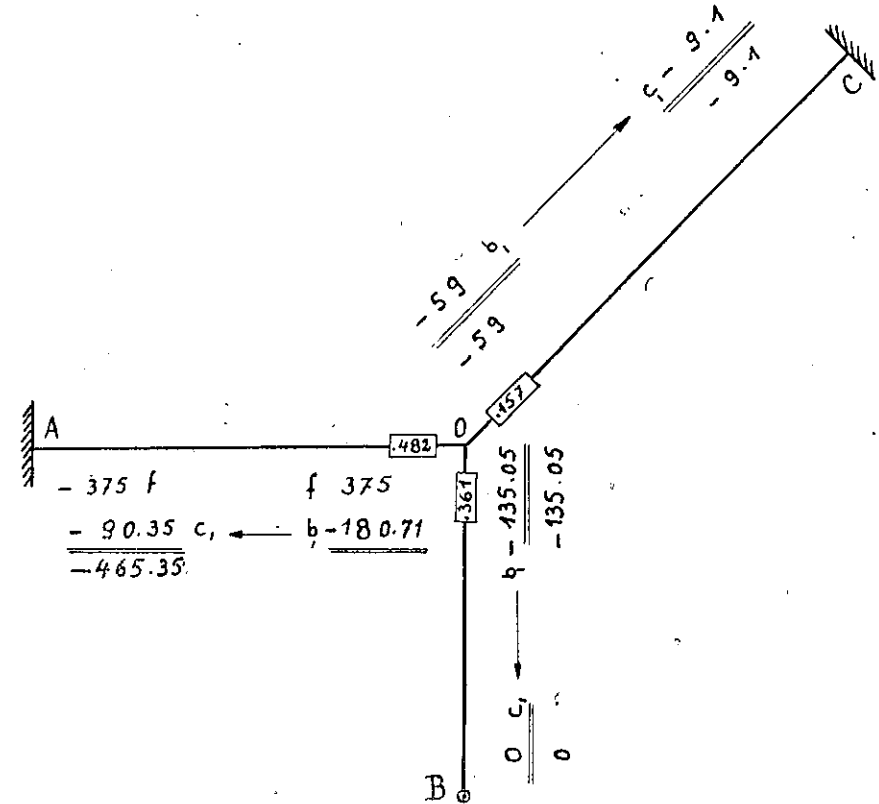
$$- 375 \times 0,482 = - 182 \text{ OA ya}$$

$$- 375 \times 0,361 = - 136 \text{ OB ye}$$

$$- 375 \times 0,157 = - 59 \text{ OC ye}$$

dağıtılır.

yetinden serbest bırakılırsa burada dengelenmemiş moment 375 meydana çıkar. Ve - 375 momenti O noktasında kesişen uç çubuk arasında yeni dağıtma katsayıları ile dağıtılır. Böylece



Şekil - 178

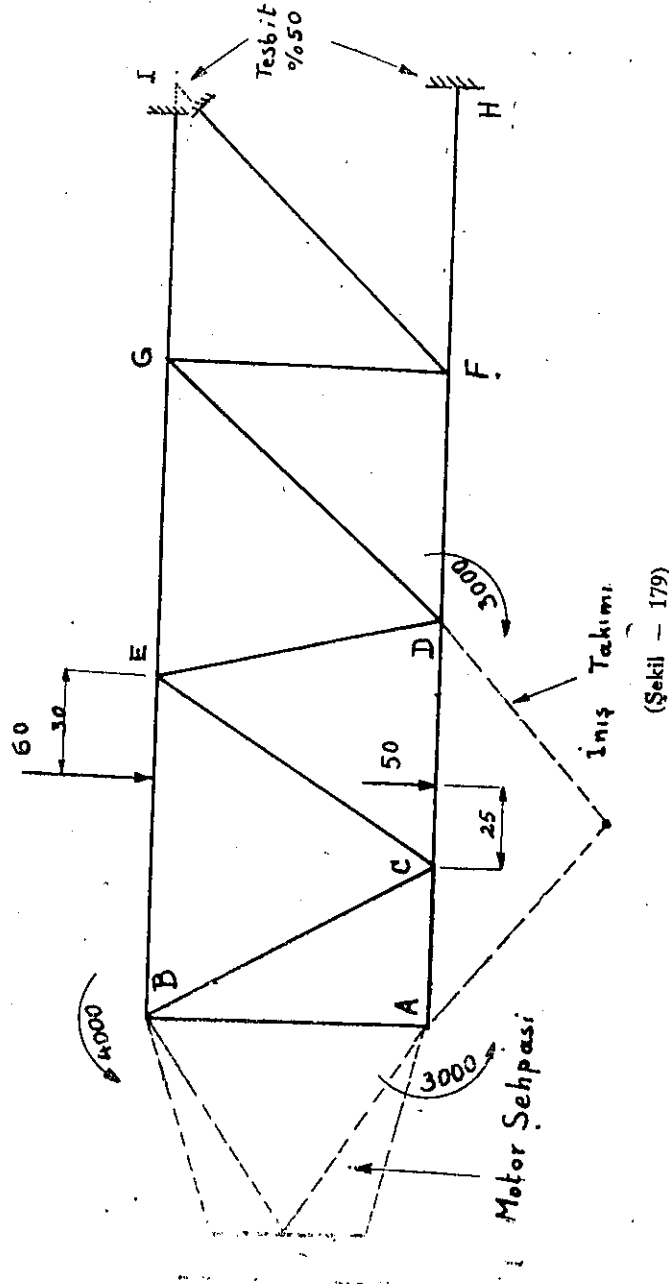
Bu takdirde iletilen momentler şunlardır.

$$\text{A ya iletilen} - 182 \times 0,5 = - 91$$

$$\text{B " " } - 136 \times 0 = 0$$

C ye iletilen — $59 \times 0,164 = -9,1$

görülürki bundan evvelki çözümden bulunan neticeler bulunmuştur.



23. Misaal Problem 7:

(Şekil — 179) da bir kafes gövde yan parçasının ön kısmı görünmektedir. Gerek motor sephasının ve gerekse iniş takımlarının ekzantrikliğinden dolayı şekilde görüldüğü gibi A, B ve D noktalarında dış momentler meydana gelir. Bundan başka yine şekilde görüldüğü gibi, tesisat ve teçhizatın ileri gelen yanal kuvvetler B E ve C D çubuklarına tesir etmektedirler. Gövdenin düğüm noktalarını kaynak edilmiş farz ederek düğüm noktalarının mütemadiliği temin edilmiştir. Mesele düğüm noktalarına tesir eden momentlerle, dış yüklerden ileri gelen, bütün düğüm noktalarındaki uç momentlerinin değerlerinin bulunmasıdır. Defleksiyonlardan ileri gelen düğüm noktalarının translasyonu ve sök-önder momentlerle, ekselel kuvvetlerin tesiri burada ihmal edilmiştir,

Çözüm :

Aşağıdaki cetvel kafes çubuklarının her birinin karşılama katsayılarının hesabını vermektedir. Gövde kafesi arkada I ve H noktalarında % 50 tesbit dereceli olarak tesbit edildiği farz edilmiştir. Cetvelde GI FI, FH çubuklarının karşılama katsayıları hesap edilirken, I ve H uzak uçlarının % 50 tesbit derecesi göz önünde tutulmuştur. Bu cetveldeki en son sütun her düğüm noktasındaki karşılama katsayılarının toplamını vermektedir.

(Şekil — 180) problemin çözümünü vermektedir. Bu çözümde gidilen yol aşağıda olduğu gibidir.

GI, FI, FH çubuklarının iletme katsayıları müstesna bütün çubukları aynı olup buda 0,5 den ibarettir. I ve H noktalarında tesbit dereceleri 0,5 olan, yukarıdaki üç çubuğun iletme katsayıları $C = \frac{2F}{S+F} =$

$\frac{1}{3,5} = 0,286$ dir. Dağıtma katsayıları ise $K/\Sigma K$ den ibaret olduğundan bu değerlerde düğüm noktalarının yanına dik dörtgenler içine yazılmışlardır.

Bundan sonra yapılacak iş çubuklara tesir eden yanal kuvvetler altında uçlarda meydana gelen uç tesbit momentlerinin bulunmasıdır.

B E çubuğunda :

$$M_{BE} = P. \frac{a b^2}{L^3} = - 60 \times 73,13 \times (30)^2 \frac{1}{(103,13)^3} = - 372 \text{ kg.cm}$$

$$M_{EB} = P \cdot \frac{b a^2}{L^3} = 60 \times 30 \times (73.13)^2 \frac{1}{(103.13)^3} = 908 \text{ kg. cm.}$$

dir.

C D çubuğunda

$$M_{CD} = - 50 \times (50)^2 \times 25 / (75)^2 = - 555 \text{ kg cm}$$

$$M_{DC} = 50 \times (25)^2 \times 50 / (75) = 278 \text{ kg cm dir.}$$

bu momentler ekzentriklikden ileri gelen momentlerle beraber düğüm noktalarına işaretlenirler. Bundan sonra düğüm noktalarını serbest bırakılması, düğüm noktalarındaki momentlerin dağıtılması ve iletilmesi işine bağlanabilir. Bu problemin çözümünde gidilen yol A B C D E F G sırası olup her, nokta üç defa dengelenmiş, yani devre üç defa tekrar edilmiştir.

A noktası:

Bu noktada dengelenmemiş moment 3000 kg cm dir. Denge momenti olan - 3000 şu şekilde dağıtılmıştır :

$$A \text{ C ye gelen moment} = - 3000 \times 0,527 = - 1580$$

$$B \text{ C ye gelen moment} = - 3000 \times 0,473 = - 1420$$

Bunlardan dolayı O ya ve B ye iletilen momentler - 790, - 710 dir.

B noktası:

Bu noktada dengelenmemiş moment (-710+4000-372)=+2918 dir.

Bu düğüm noktasına tatbik edilecek olan -2918 denge momentinin dağıtılması, ve bunlardan ileri gelen iletilen momentler şunlardır. B A ya gelen moment = -2918 x 0.569 = -1660; A ya iletilen = -830

B C ye gelen moment = -2918 x 0.310 = -904; C ye iletilen = -452 B E ye gelen moment = -2918 x 0.121 = -354; E ye iletilen = -177

Bundan sonra karışıklığa mani olmak maksadile, dengelenen çubuklardaki denge momentlerinin altını bir çizgi ile çizmek lazımdır.

C noktası:

Burada dengelenmemiş moment: -790 -452 -555 = -1797 dir. Buda 1797 momentinin bu noktadan çıkan çubuklara dağılımı, ve iletilen momentler aşağıda olduğu gibidir:

CA ya gelen moment:	1797 x 0.44 = 792;	A ya iletilen = 396	kgcm
CB ye " " "	1797 x 0.214 = 384;	B ye " = 192	" "
CE " " "	1797 x 0.064 = 115;	E " " = 57	" "
CD " " "	1797 x 0.282 = 506;	D " " = 253	" "

dir.

Geri kalan çerçivenin düğüm noktalarına bu suretle devam edilir. Bütün düğüm noktaları bir defa dengelendikten, sonra A noktasına dönülür ve bu takdirde denge çizgilerinin altında dengelenmemiş (-830 + 396) = -434 momentini buluruz. Bu düğüm ikinci defa olarak AC koluna 228 ve AB koluna 206 olarak dengelenir. B ve C noktalarına bu momentlerin yarısı kadar iletilen momentler taşınır. Ve işleme yukarıda söylediğimiz sırada devam edilir.

Her çubuğa tesir eden momentler çift çizginin altında gösterilir. Biliyoruz ki bu suretle her ucdaki momentlerin cebirsel toplamı o ucdaki uç momentini verir.

24. Misal problem : 8 X

(Şekil - 181) de kaynak borudan yapılmış bir gövde dik kesiti görünmektedir. Bu şekildeki üst ve alt çubuklar kafes gövdenin üst ve alt kafeslerinin traversleri olup görüldüğü gibi, gerek teçhizattan ve gerekse mürettebattan ileri gelen yanal yüklere mukavemet etmektedir. Düğüm noktalarında kaynağın mütamadılığı temin ettiğini farz ederek, bu yükler altında uç momentlerinin bulunması istensin.

Çözüm :

Problemin çözümü (Şekil - 182) de görünmektedir. Karşılama katsayısından bulunan dağıtma katsayısı düğüm noktaları yanında her çubuk için dik dörtgenler içinde gösterilmiştir.

İlk yapılacak iş, yanal kuvvetler altında uç tesbit momentlerinin hesabıdır. Yukarıda verdiğimiz cetvel yardımı ile bulunan AB ve CD çubuklarına tesir eden ankaströman momentleri şunlardır.

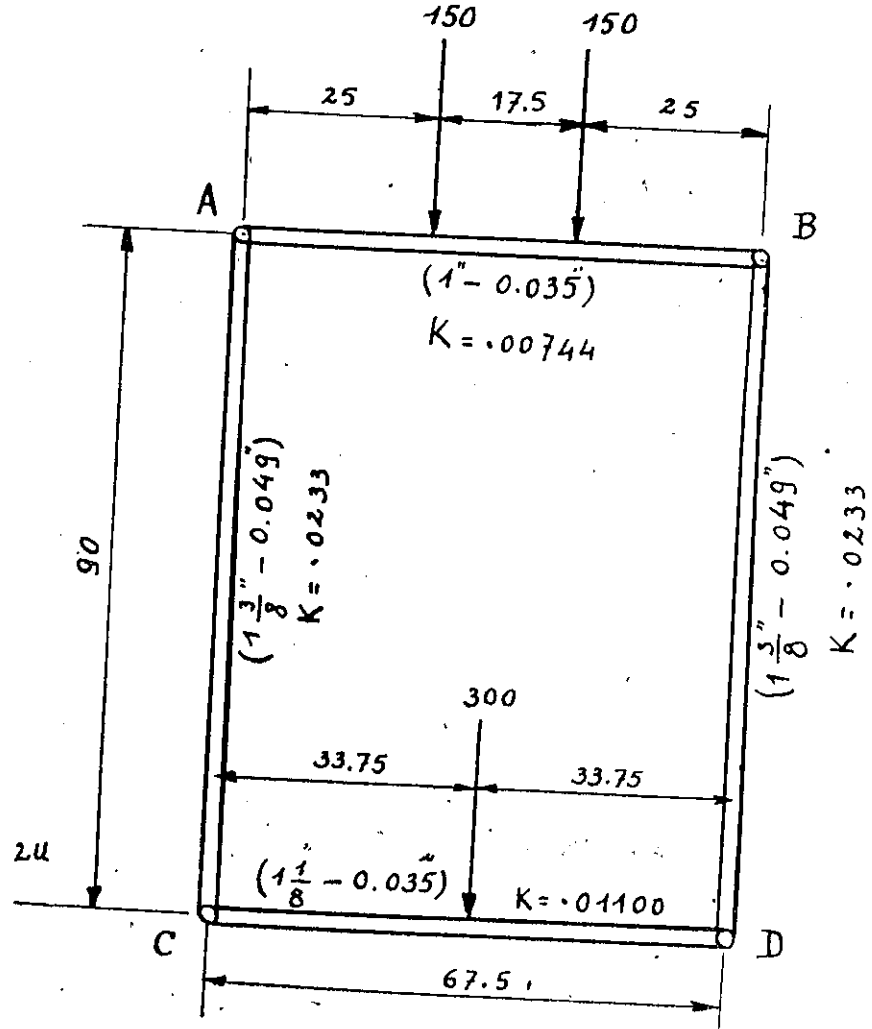
$$AB \text{ ye } 2362 \text{ kg cm. ve}$$

$$CD \text{ ye } 2530 \text{ kg cm dir.}$$

Evvelâ B noktasından başlarız. Bu noktayı serbest bırakalım. Dengelenmemiş moment 2362 kg. cm olduğundan bu moment BA ve BD çubuklarına dağıtılır.

BA ya gelen moment $= -583 = -2362 \times 0.247$
 BD ye " " $= -1779$ dir.

sistemin simetrisinden dolayı çerşevenin yarısını göz önünde tutmak lüzumdur. Böylece A ya iletilen momentler kaydedilmemişlerdir. Bununla

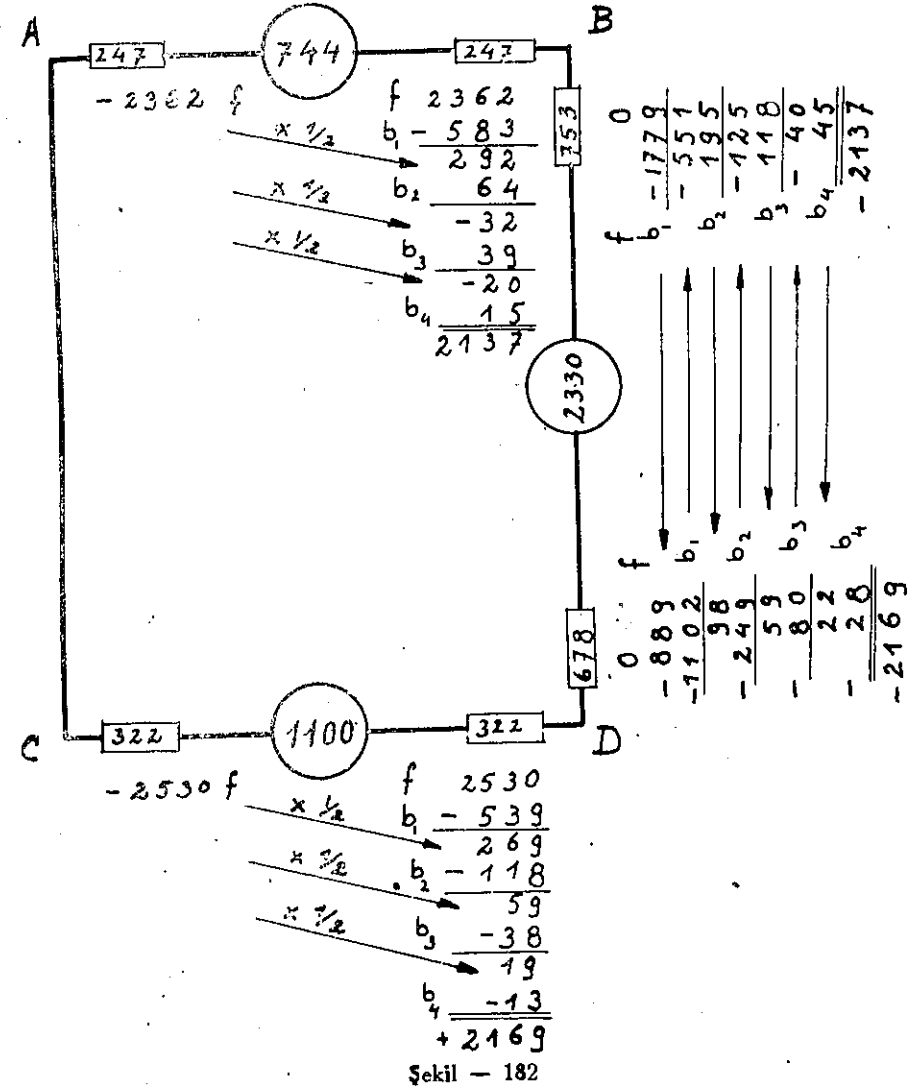


Şekil - 181.

beraber A noktasının dengelenmesinde B den A ya iletilen moment kadar A dan B ye aynı şiddette moment iletilecektir. Fakat bu moment aksi işaretli olacaktır. Çünkü A nın ilk tesbit momenti aksi işaretlidir.

B deki -1779 dağıtılan moment, D noktasında $-1779 \times 0.5 = -889$ iletilen momenti meydana getirir.

D. Noktası: B noktasından sonra D noktasına geçelim. Burada dengelenmemiş moment $2530 - 883 = 1641$ dir. Bu moment -1641 momentimin çubuklara dağıtılması ile denkleir. Burada



BD ye gelen moment $= -1641 \times 0.678 = -1102$
 DC ye kalanı $= -539$ dir.
 C den D ye iletilen moment $+269 = 539 \times 0.5$ dir.

Bu esasları söyledikten sonra, tayyare inşaatında atalet momenti x in fonksiyonu olarak verilmediğinden pratikte (4) ve (5) denklemlerindeki M_A ve M_B nin katsayılarının bulunması için aşağıdaki açıklanacak usul meydana çıkar.

1) $(1 - \frac{x}{l}) \frac{1}{l}$ diyagramı kiriş açıklığına çizilip alanı bulunur. Bu (4) denkleminde M_A nin katsayısıdır.

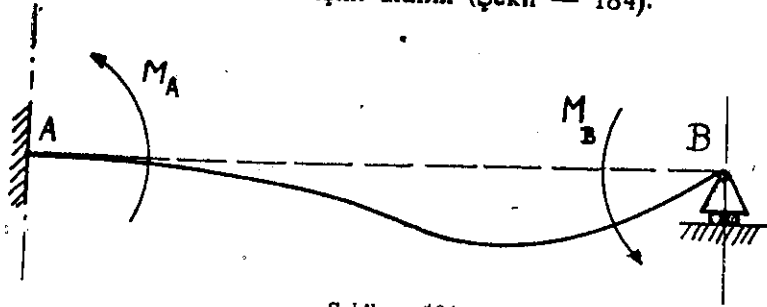
2) $(\frac{x}{l} \cdot \frac{1}{l})$ diyagramının kiriş açıklığına alanı bulunur. Bu (4) denkleminde M_B nin katsayısıdır.

3) $\frac{mx}{l}$ diyagramının kiriş açıklığına alanı bulunur. Bu (4) denklemindeki sabit terimdir.

4) Yukarıda bulunan üç alanın ağırlık noktalarına alan yüzlerine eşit ağırlıklar koyarak A noktasına nazaran bu ağırlıkların momentleri alınırsa (5) denklemindeki sırasile M_A , M_B nin katsayılarıle sabit terim bulunur.

27. Moment iletme katsayısının hesabı:

A mesnedi ankastre ve B mesnedi serbest, l açıklıklı ve değişken atalet momentli A B kirişini alalım (Şekil - 184).



Şekil - 184

B serbest mesnedine bir M_B momenti tatbik edilirse A mesnedinde bir M_A momenti meydana gelir. Bu iki moment arasındaki bağlantıyı bulalım. Herhangi bir x noktasındaki moment

$$M = M_A \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_B \frac{x}{l} \quad (6)$$

olduğu bellidir.

Mohr teoremi mucibince A mesnedindeki dönme açısı moment alanının A mesnedindeki, tepkisi olduğundan:

$$1. \theta_A = \int_0^l \frac{M}{EI} (1 - x) dx \quad (7)$$

dir. Veyahut

$$\theta_A = \int_0^l \frac{M}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx$$

dir.

A nin ankastre olduğu yani $\theta_A = 0$ olduğu hatırlanırsa, ve E nin sabit olduğu göz önünde tutulursa:

$$\int_0^l \frac{M}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx = 0$$

bulunur. M yerine M_A ve M_B cinsinden kıymetleri konursa ve M_A ve M_B nin sabit oldukları göz önünde tutulursa yukarıdaki integral şu şekilde gelir.

$$M_A \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \frac{dx}{l} + M_B \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot \frac{x}{l} \cdot \frac{dx}{l} = 0 \quad (8)$$

moment iletme katsayısının $\frac{M_A}{M_B}$ olduğu nazarı itibara alınarak ve iletilen momentler için kabul edilen işaret kaidesiyle

$$C_{BA} = \frac{M_A}{M_B} = \frac{\int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{x}{l} \cdot \frac{dx}{l}}{\int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \cdot \frac{dx}{l}}$$

bulunur. Bu formülün manası aşikârdır. $M_B = 1$ olduğu zamanki $\frac{M}{l}$ moment alanının B mesnedine nazaran momentini, $M_A = 1$ olduğu zamanki $\frac{M}{l}$ alanının yine B mesnedine nazaran momentine bölünürse B den A ya iletilen moment katsayısı bulunur.

A dan B ye iletilen moment katsayısı içinde aynı şekilde

$$C_{AB} = \frac{\int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(\frac{x}{l}\right) \frac{dx}{l}}{\int_0^l \left(\frac{x}{l}\right)^2 \frac{dx}{l}}$$

bulunur. Tayyare inşaatında $I=f(x)$ olarak belli olmadığından grafik olarak bu formüller iletme katsayılarının nasıl hesap edileceğini gösterir.

28. Kiriş moment karşılama katsayılarının hesabı :

Yukarıda sabit kesitli kirişlerde, bir ucu ankastre veya iki ucu serbest kirişlerde, serbest olan uca birim dönme açısını veren ve serbest uca tatbik edilen momentin değeri ile orantılı bir değere kirişin moment karşılama katsayısı diyorduk.

Sabit kesitli kirişlerde, momentin sağ ve sol uca tatbik edilmesi ile elde edilecek karşılama katsayısının aynı olduğu aşikârdır. Değişken kesitli kirişlerde ise, moment karşılama katsayısının tarifi aynı olmakla beraber, sağ veya sol uçlar için farklı olacağını göreceğiz.

Bir ucu serbest mesnet diğer ucu sabit veya serbest mesnet olan ve değişken atalet momentli bir kiriş alalım. Sağ ucuna bir M_A ve sol ucunda bir M_B momenti tatbik edelim. Soldaki A ucundan itibaren x uzaklığındaki kesitte meydana gelen momentin

$$M = M_A \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_B \frac{x}{l}$$

olduğunu biliyoruz.

Bu momentler dolayısıyla sağ veya sol ucun eğim açıları, moment alanı momenti teoremine göre

$$\theta_A = \int_0^l \frac{M}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) dx$$

$$\theta_B = \int_0^l \frac{M}{EI} \cdot \frac{x}{l} \cdot dx$$

olduğu bellidir.

M nin kıymeti bu son integrallerde yerlerine konup sabit değerler integral dışına çıkarılırsa

$$\theta_A = M_A \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \cdot \frac{dx}{l} + M_B \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(\frac{x}{l}\right) \frac{dx}{EI}$$

$$\theta_B = M_A \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{x}{l} \cdot \frac{dx}{EI} + M_B \int_0^l \left(\frac{x}{l}\right)^2 \frac{dx}{EI} \quad (10)$$

elde edilir. Integral içindeki I lerin sabit olması halinde bu integraller basit integrallerden ibaret olur. I nin değişken olduğunu göz önünde tutarak bu integrallerin değerlerini sırasıyla a, b, c ile gösterirsek, yukarıdaki iki denklemden şu şekle girer :

$$\theta_A = a M_A + b M_B \quad (11)$$

$$\theta_B = b M_A + c M_B \quad (12)$$

29. Bir ucun serbest bir ucun Ankastre olması hali :

Kirişin B ucunun serbest ve A ucunun ankastre olması halinde $\theta_A = 0$ olduğundan, birinci denklemden

$$M_A = -\frac{b}{a} M_B \quad (13)$$

elde edilir. Bu değer ikinci denklemden yerine konursa

$$\theta_B = M_B \cdot \frac{ca - b^2}{a}$$

bulunur, veyahut

$$M_B = \frac{a}{ca - b^2} \theta_B \quad (14)$$

olurki kirişin B ucuna ait moment karşılama katsayısı kabul edilen bu tesbit şeklinde

$$K_{BA} = \frac{a}{ca - b^2} \quad (15)$$

den ibaret olur:

Aynı şekilde A ucu serbest B ucu ankastre olması halinde A ucu na ait moment karşılama katsayısının

$$K_{AB} = \frac{c}{ca - b^2}$$

olacağını kolayca görürüz. Ve bu suretle değişken kesitli kirişlerde iki ucun karşılama katsayılarının farklı olacağı anlaşılır. Sabit kesitlerde $c = a$ olduğundan $K_{AB} = K_{BA}$ olacağı kolayca görülür.

30. Kirişin iki ucunun serbest olması halı:

Bu takdirde B ucuna M_B momenti tatbik edilirse A ucu serbestçe döneceğinden $M_A = 0$ olur ve bu takdirde ise yukarıdaki ikinci denklemden:

$$M_B = \frac{1}{c} \theta_B$$

olur.

B ucuna ait moment karşılama katsayısı

$$K_{BA} = \frac{1}{c} \quad (16)$$

olur.

Bu takdirde A ucundaki dönme açısı $\theta_A = \frac{b}{c} \theta_B$ olur. Benzer şekilde A ucuna ait karşılama katsayısının

$$K_{AB} = \frac{1}{a} \quad (17)$$

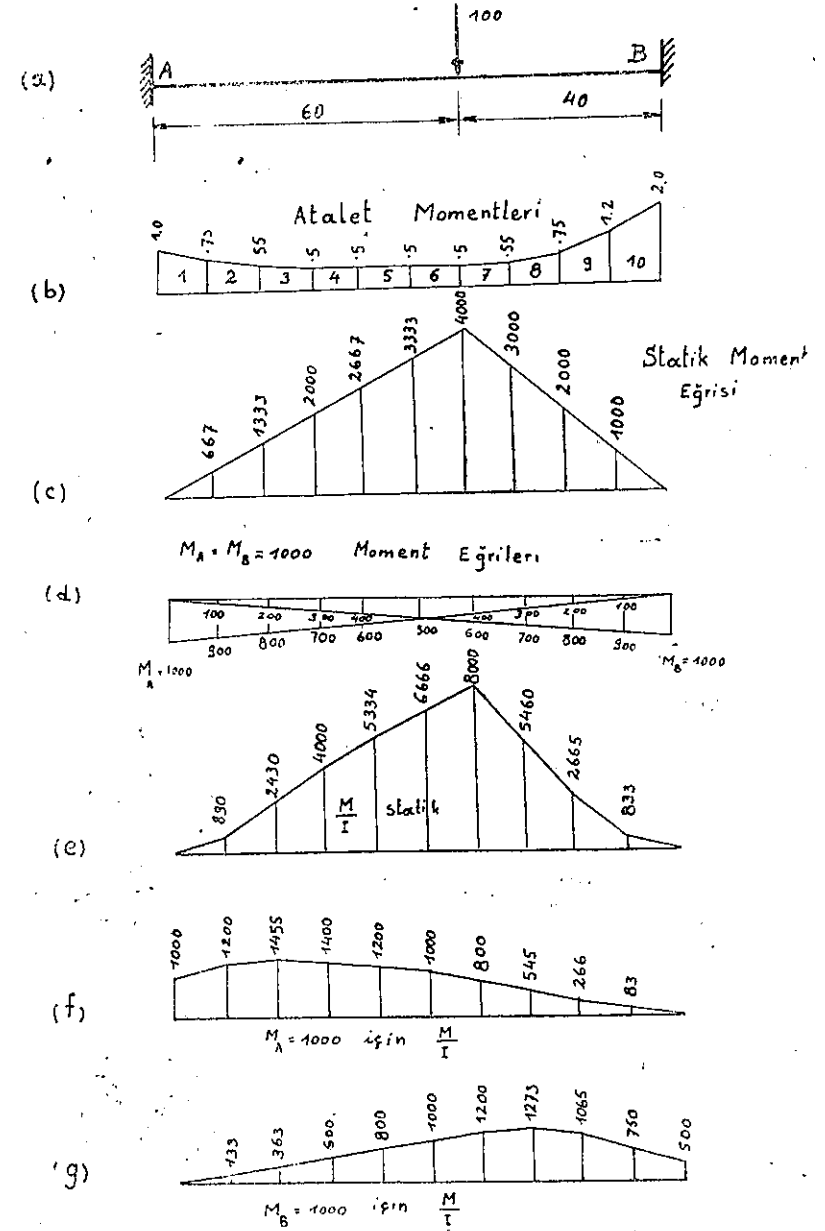
olacağı görülür.

Yukarıdaki denklemler pratikte uçların tesbit derecesini göz önünde tutarak, değişken kesitli kirişlerde grafik usul ile karşılama katsayılarının nasıl bulunacağını bize gösterirler.

31. Misâl Problem: 9

Yukarıda bulduğumuz formüller I nin x in fonksiyonu olarak verilmesi halinde tatbiki kolay ise de pratikte ekseriya kiriş açıklığının belli noktalarındaki atalet momentleri verildiğinden integrasyonlar, alanlar belli kısımlara bölünerek yapılır. Aşağıdaki problem formüllerin ne şekilde tatbik edileceğini bize gösterecektir.

(Şekil — 185 a) iki ucu ankastre, değişken atalet momentli bir kiriş gösteriyor. (Şekil — 185 b) atalet momentinin açıklıkla dağılımını



Şekil — 185

gösteriyor. Kirişin iki ucu serbest olması halinde moment diyagramını

Kısım	Statik M/I moment eğrisi			M _A =1 için M/I eğrisi			M _B =1 için M/I eğrisi		
	ortalama y	sol uca manivela kolu x	sol uca göre moment x.y	ortalama y	sol uca manivela kolu x	sol uca göre moment x.y	ortalama y	sol uca manivela kolu x	sol uca göre moment x.y
1	445	6.67	2970	1100	5.15	5660	66	6.67	440
2	1660	10.76	17800	1328	15.16	20100	248	15.78	3910
3	3215	25.11	81400	1428	24.97	35600	482	25.41	12250
4	4667	35.24	164500	1300	34.87	45300	700	32.23	24600
5	6000	45.18	271000	1100	44.84	49300	900	45.18	40700
6	7334	55.14	405000	900	54.82	49300	1100	55.14	60600
7	6730	64.67	434000	673	64.68	43500	1236	65.04	80500
8	4062	74.23	302000	405	74.42	30100	1169	74.85	87300
9	1749	84.13	147000	175	84.13	14700	908	84.71	76800
10	416	93.33	38800	41	93.33	3840	625	94.67	59200
Σy	36278	—	—	8450	—	—	7434	—	—
Σx.y	—	—	1864470	—	—	297400	—	—	446300
$\bar{x} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma y}$	—	—	51.8	$\bar{x} = \frac{297400}{8450}$	35.20	—	$\bar{x} = \frac{446300}{7434}$	60	—

(Şekil — 185 c) gösteriyor. İki uca M_A = 1 ve M_B = 1 momentleri tatbik edilmesi halinde, bu momentlerden ileri gelen moment diyagramları (Şekil—185 d) de görülüyor. Aynı şekilde (e, f, g) grafiklerinde sırasıyla statik moment, M_A = 1 ve M_B = 1 momentlerine ait $\frac{M}{I}$ grafiklerini gösteriyor. Bu esasları söyledikten sonra $\frac{M}{I}$ diyagramlarının moment alanı ile bunların ağırlık noktalarının apsilerini hesap edelim. Hesaplar cetvelde gösterilmiştir.

Mohr teoremlerini tatbik ederek şimdi M_A ve M_B mesnet momentlerini bulalım.

$$M_A \frac{8450}{1000} + M_B \cdot \frac{7434}{1000} + 36278 = 0 ; \int_0^l \frac{M dx}{I} = 0$$

$$M_A \cdot \frac{297400}{1000} + M_B \frac{446300}{1000} + 1,864470 = 0 ; \int_0^l \frac{M \cdot x}{I} dx = 0$$

burada paydalardaki 1000 sayıları M_A ve M_B nin yukarıda 1000 olarak kabul edilmesinden ileri gelmektedir. M_A ve M_B nin kıymetleri yukarıdaki denklemlerden bulunursa

$$M_A = -1430 \text{ kg cm}$$

$$M_B = -3240 \text{ kg cm}$$

elde edilir.

İletme katsayıları.

B den A ya olan iletme katsayısını hesap etmek için A mesnedinin Ankastre ve B mesnedinin de serbest olduğunu kabul ederek, bu şartlar altında A da meydana gelen dönme açısını hesap edelim.

$$M_A \cdot \frac{8450}{1000} (100 - 35.20) + M_B \frac{7434}{1000} (100 - 60) = 100 \times \theta_A$$

olduğundan ve $\theta_A = 0$ olduğundan:

$$M_A \times 8.45 \times 64.80 + M_B 7,434 \times 40 = 0$$

buradan

$$\frac{M_A}{M_B} = C_{BA} = + \frac{7,434 \times 4}{8,45 \times 6,48} = 0.543$$

benzer şekilde

$$\frac{M_B}{M_A} = C_{AB} = \frac{297400}{446300} = 0.667$$

bulunur.

Karşılama katsayısının hesabı:

B noktası serbest A noktası ankastre ise ve B noktasına M_B momenti tatbik edilirse bu takdirde

$$\theta_B = \int_0^l \frac{M}{EI} dx$$

dir.

$$M = M_B \frac{x}{l}$$

olduğundan

$$\theta_B = M_B \int_0^l \frac{x}{l EI} dx = \frac{M_B}{E} \int_0^l \frac{x}{l} \cdot \frac{dx}{l}$$

integral içindeki değer $M_B=1$ iken moment alanı olduğundan

$$\theta_B = \frac{MB}{E} \cdot 7,434$$

veya

$$M_B = \frac{E}{7,434} \cdot \theta_B$$

olur. Şu halde

$$K_{BA} = \frac{E}{7,434}$$

dir.

Benzer şekilde $K_{AB} = \frac{E}{7,434}$ olarak bulunur.

Her bir çubuk için ve her bir düğüm noktası için, moment iletme ve moment karşılama katsayılarını bu şekilde hesap ettikten sonra, her bir düğüm noktasına ait dağıtma katsayıları $D = K/\Sigma(K)$ formülü ile hesap edilir. Bundan sonra, yukarıdaki problemlerde izah edildiği gibi "Cross," metodu tatbik edilerek, sistem çözülür.

2. — Düğüm noktaları yana kayan çerçiveler :

Yukarıdaki misal problemlerde, yapıların düğüm noktalarının öteleme hareketi yapmadan yalnız döndüğünü farz etmiş idik.

Düğüm noktalarının ötelemesi, aksenal yükler altında çubuk boylarına uzama ve kısalmasile veya çerçivelerde diyagonal çubukların bulunması neticesinde yanal yükler altında meydana gelebilir.

Düğüm noktalarının aksenal kuvvetler altındaki translasyonu ile bu meşgul olmayacağız. Burada yalnız dik dörtgen çerçivelerde, çerçivemeşgul momentinden ileri gelen, yanal kaymaları gözden geçirece-

(Şekil — 186) da görülen çerçivelerde yanal kayma meydana gelebilir. Buna mukabil (Şekil — 187) deki çerçivelerde yanal kayma meydana gelebilir ve düğüm noktaları dönme ile beraber translasyon hareketi de yapılabilir.

Yanal kaymalardan ileri gelen eğilme momentlerinin tayini için bir çok usuller varsada biz burada yalnız bir metodla iktifa edeceğiz. Bu usul mes'elelerle daha iyi olarak anlaşılabilir. Daha fazla malûmat için profesör Hardy Cross'un kitabına müracaat olunmalıdır.

33. — Misal problem: 9

İki ucu ankastre ve yan bacaklarından biri dağılmış yük ile yüklenmiş (Şekil — 188) deki çerçiveyi alalım. Çerçivenin şekli boyutları ve her bir çubuğun moment karşılama katsayısı, yükü şekil üzerinde gösterilmektedir. Problemi çözmek için, düğüm noktalarının yalnız döndüğünü kabul edilerek eğilme momentlerini tayin edelim. Bu farz ile verilen yük şartları altında çerçivenin yan kayması yok olduğunu evvelâ kabul etmiş oluyoruz. Meselenin bu ilk şartlar altındaki çözümü (Şekil — 188) üzerinde görünmektedir. Evvelâ A, B uçlarındaki, uç tesbit momentleri-

ni hesap edelim $M_A = M_B = \frac{1}{12} wL^2 = \frac{1}{12} \times 60 \times (62.5)^2 = 19581$ bul-

duğumuz bu değeri işaretleri ile beraber (Şekil — 189) üzerine taşıdığımızı B düğüm noktasına gelelim: burada dengelenmemiş moment +19581 dir. Bu moment aşağıdaki momentlerle dengelenir,

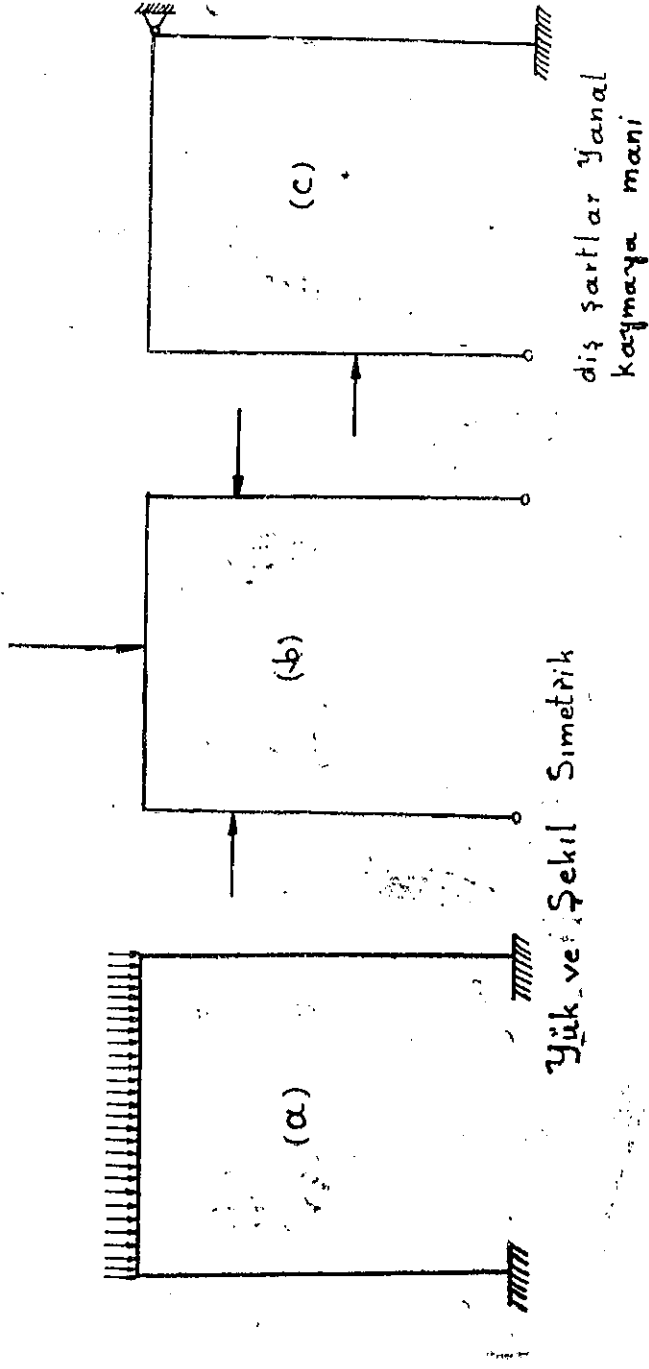
$$BA \text{ gelen moment} = -19581 \times 0.21 = -4112$$

$$BC \text{ gelen moment} = -19581 \times 0.79 = -15469$$

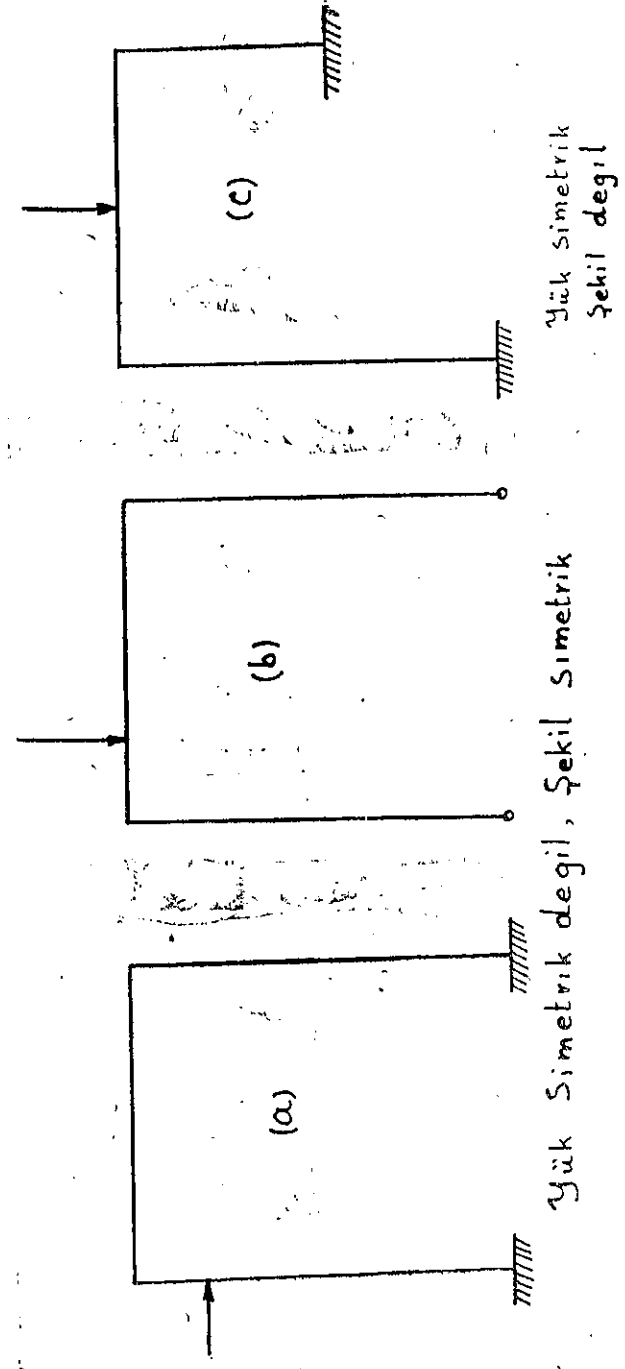
$$A \text{ ya iletilen moment} = -2056 = -4112 \times 0.5 \text{ dir.}$$

$$C \text{ ye iletilen moment} = -7734 = 15469 \times 0.5 \text{ dir.}$$

C noktasında dengelenmemiş moment --- 7734 dir.

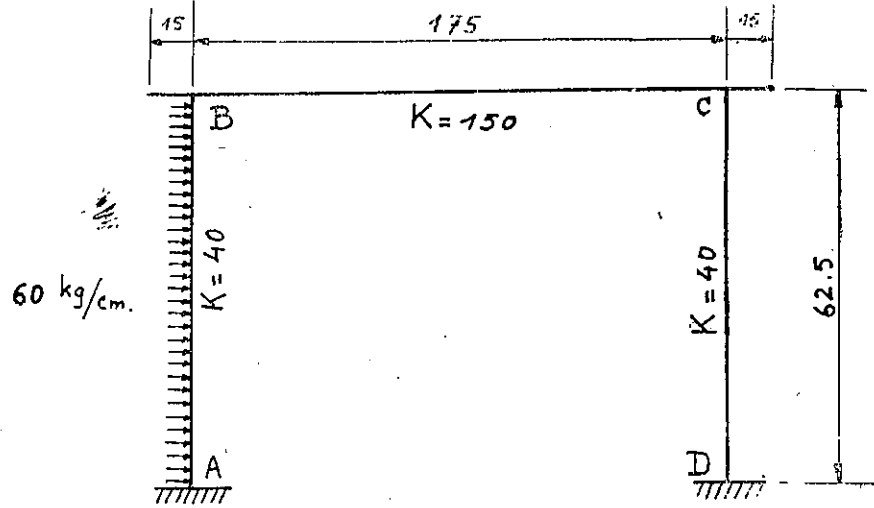


Şekil — 186



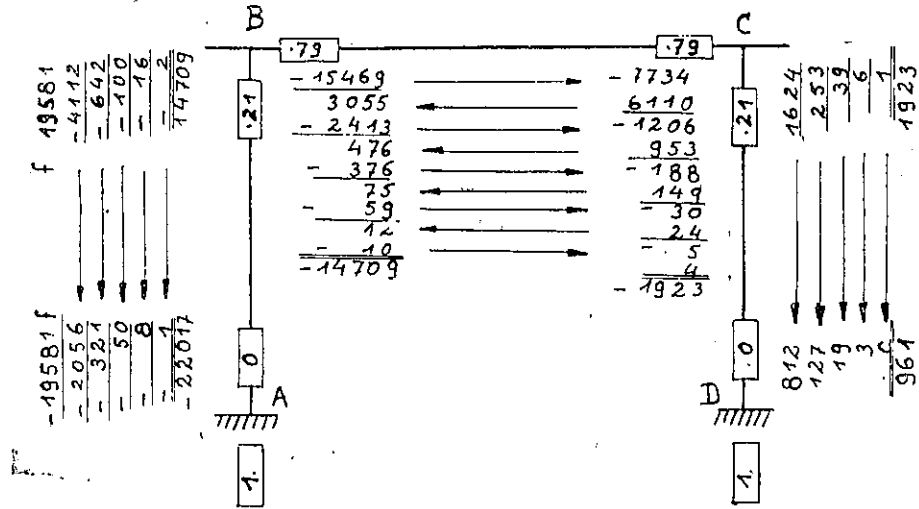
Şekil — 187

CB ye verilen denge momenti = $7734 \times 0.79 = 6110$ dir.
 CD " " " " = $7734 \times 0.21 = 1624$ "



Şekil - 188

Bu şekilde momentlerin dñngelenmesi beş defa tekrarlanmış kalan moment ihmal edilebilir olduktan sonra işlem durdurulmuştur. Dñğüm



Şekil - 189

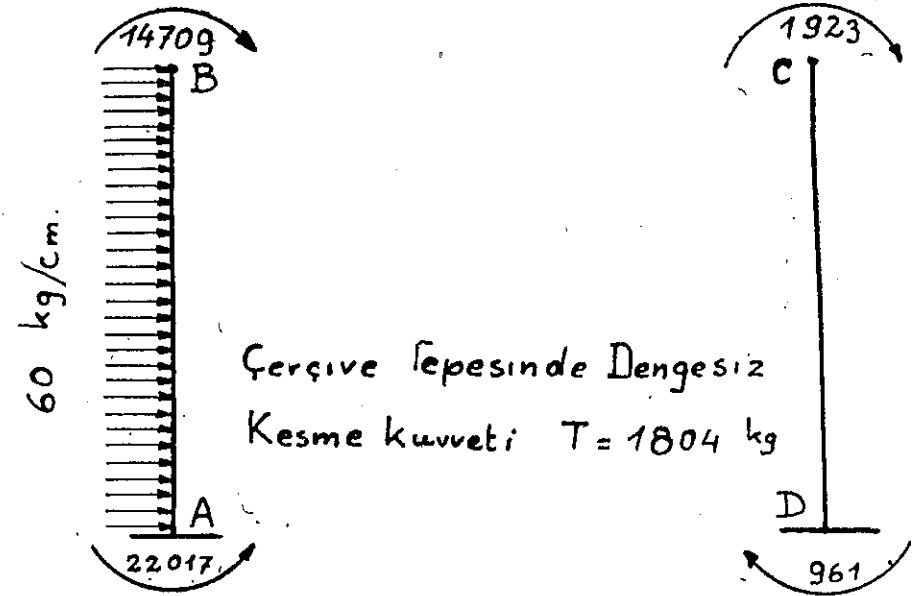
noktalarındaki uçlardaki eğilme momentleri çift çizgilerin altındaki mo-

mentlerden ibarettir. D ve A noktaları ankastre olduklarından gelen momenti alırlar ve dışarıya moment vermezler.

Şimdi (Şekil - 190) nı alalım burada çerçevenin yan bacaklarını bulunmuş momentler ve dış yüklerle yüklersek bu bacakları diğer yatay çubuktan ayırıp serbest bırakabiliriz.

Şimdi (Şekil - 190) daki sistemin AD doğrusu üzerindeki bir noktaya nazaran momentini alalım.

$$M = -\frac{60 \times 62.5 \times 62.5}{2} + (22017 - 14709) - (1923 - 961)$$



Şekil - 190

olur. Bu takdirde çubukların tepesindeki dengelenmemiş kesme kuvvetinin değeri

$$T = \frac{60 \times 62.4 \times 62.5}{2 \times 62.5} = \frac{22017 - 14709}{62.5} = \frac{1923 - 961}{62.5}$$

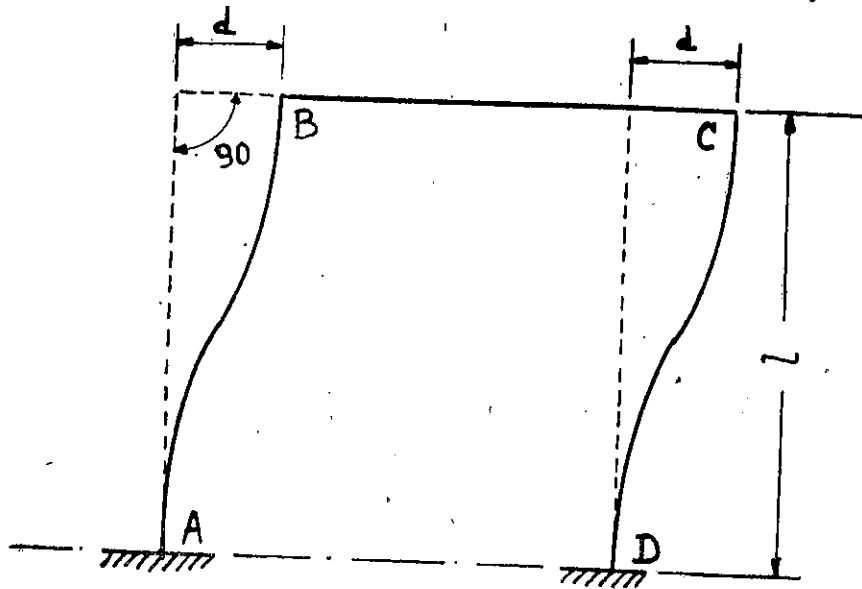
olur. Buradan

$$T = 1804 \text{ kg bulunur.}$$

kolonlarda meydana gelen bu kuvveti dengelemek için çubuklarda yana doğru eğilmede kesme kuvvetinin hasıl olması icab eder. Bu yana

doğru eğilme de çubukların yanal defleksiyonunu meydana getirir. Böylece çubukların tepesinde 1804 kg kesme kuvveti hasil eden mukavim eğilme momentinin bulunması lazımdır. Çerçivenin bu mukavim momenti aşağıda görüleceği gibi bulunur.

Farz edelim ki çerçeve (Şekil — 191) de olduğu gibi yana doğru kaysın, fakat üst düğüm noktalarında dönme olmasın. Yukarıda göstermiş idik ki iki ucu ankastre olan bir kirişin uçlarından biri dönmeden diğerine nazaran translasyon yaparsa uçlarda hasil olan momentin değeri $M = \frac{6EI d}{L^2}$ idi. (Şekil — 191) deki iki sütun aynı yanal defleksiyonu yapacaklarından, yukarı uçların hakeket miktarları da aynı olur.



Şekil — 191

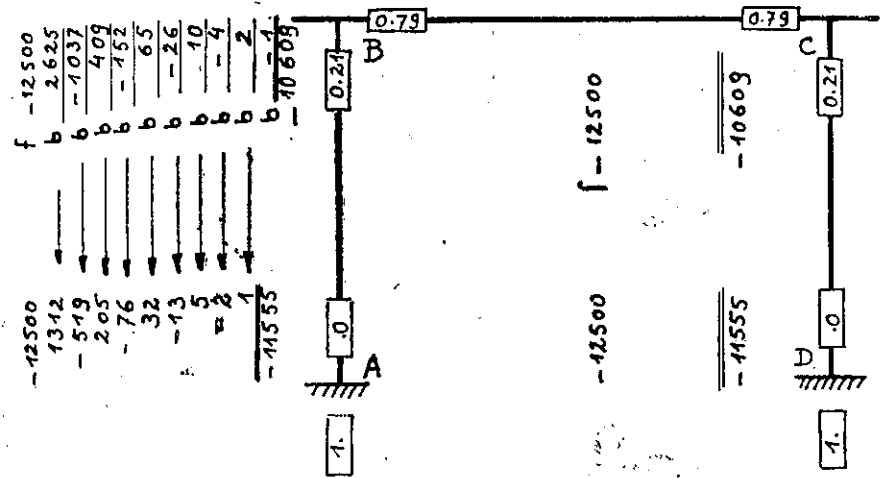
Buradan da bu yanal kaymayı meydana getiren uç momentlerinin EI/L^2 ile orantılı olacağı anlaşılır.

Misalimizde EI ve E her iki bacak için aynıdır. Böylece yanal kaymadan dolayı kolaylık için uçlarda 12500 kg cm lik momentin meydana geldiğini farz edeceğiz. Bu momentin işareti, şeklin incelenmesi ile kolayca tesbit edilir.

Bundan sonra düğüm noktalarının tedricen dönmesine müsaade ederiz, momentin dağılımı bu takdirde (Şekil 192) de olduğu gibidir. Bu momentin dağılmasında (Şekil—189) da yakıldığı gibi yapılır. Meselâ B

noktasından başlarız. Dengelenmiş moment -12500 dir. Bu moment BC ve BA çubuklarına dağıtılır ve böylece şekil — 192 de görülen moment dağılımı yapılır, biz on defa devreyi tekrar ederek neticeleri bulduk.

9875	b
4937	c
-3900	b
-1950	c
1544	b
770	c
-618	b
-309	c
244	b
122	c
-96	b
-48	c
38	b
19	c
-15	b
8	c
3	b
-2	c
-10609	b



Yük ve Şeklin Simetrik olması dolayısıyla yalnız sol taraf alındı. Sağ taraf solun aynısıdır.

Şekil — 192

(Şekil — 193) üzerinde, yan çubuklar serbest olarak görülüyor, bunların nihayet uçlarındaki momentler (Şekil — 192) üzerinde bulunan mo

mentlerdir. Bu çubukların tepelerinde dengelenmemiş olan kesme kuvvetinin değeri

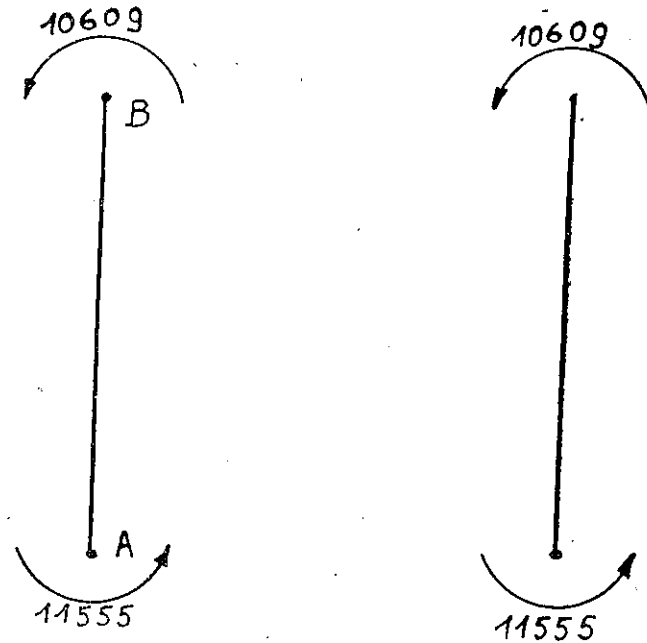
$$\frac{(10609 + 11555) \times 2}{62.5} = 709 \text{ kg}$$

dır. Halbuki yukarda dengelenmemiş kesme kuvveti olarak — 1804 bulunmuş idik. Momentler arasındaki orantı kesme kuvvetleri arasından ibaret olacağından:

$$\frac{1804}{709} = 2,545$$

olur. Yani yana kaymada meydana gelen moment :

$$2,545 \times 12500 = 31812$$



Şekil - 193

dan ibarettir. (Şekil - 192) de bulduğumuz sonuç uc momentlerini orantı katsayısı olan 2,545 ile çarparak yeni değerlerini bulmak lazımdır. Böylece dış yüklerden ileri gelen momentlerle yana kaymadan ileri gelen momentleri birbirine cebirsel olarak ilâve ederseniz, sistemin sonuç momentlerini elde ederiz. Neticeler (Şekil - 194) de gösterilmiştir.

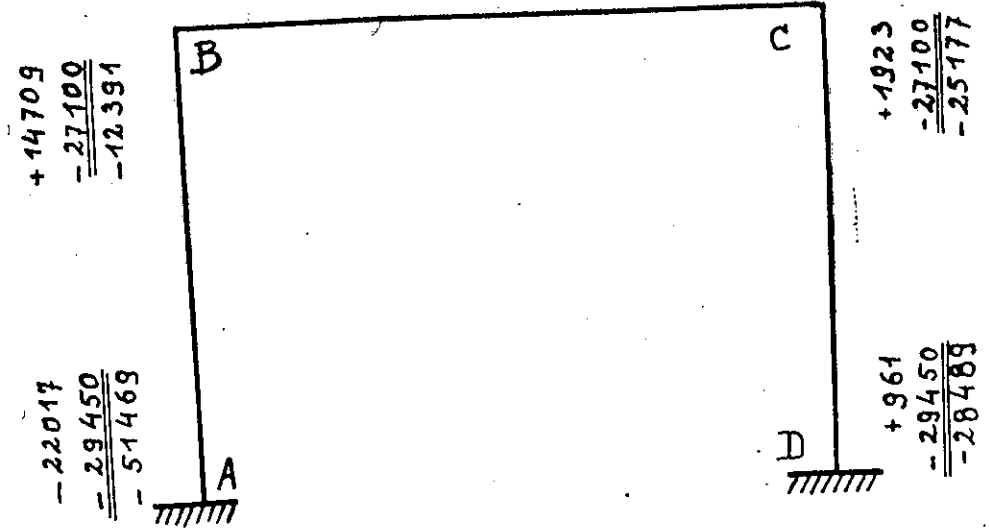
Bu uç momentlerinden itibaren tekmi çerçivenin her yerinde moment diyagramını çizebiliriz.

34. Misal problem : 10

Misal problem 9 da aldığımız aynı çerçeveyi aldık. Geometrik boyutlar aynıdır. A B yan çubuğuna yüklenen 60 kg/cm. lik yükten gayri üst çubukta, ortada 100 kg/cm dağılmış yük ve 30000 kg lik tam ortada tek bir yük vardır. Üst kısmın partafo kısımlarında yine 100 kg/cm dağılmış yük ile nihayet uçlarında da 20.000 kg lik tek yüklerle yüklenmiştir. Yük vaziyetleri (Şekil. - 195) de görünüyor.

İlk defa yapılacak iş uç tesbit momentlerinin hesabıdır.

$$\begin{array}{r} -14709 \\ +27100 \\ \hline +12391 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -1923 \\ +27100 \\ \hline +25177 \end{array}$$



Şekil - 194

$$M_{AB} = M_{BA} = \frac{1}{12} w L^2 = \frac{1}{12} \times 60 \times (62.5)^2 = 19520 \text{ kg cm}$$

$$M_{BC} = M_{CB} = \frac{1}{12} w L^2 = \frac{1}{12} \times 100 \times (175)^2 = 255210 \text{ ''}$$

$$= \frac{PL}{8} = \frac{30000 \times 175}{8} = 911460 \text{ ''}$$

B de ve C de Ankastraman momentleri;

$$C B \text{ ye } = -829582 \times 0.79 = -655370, B \text{ ye iletilen } = -32768$$

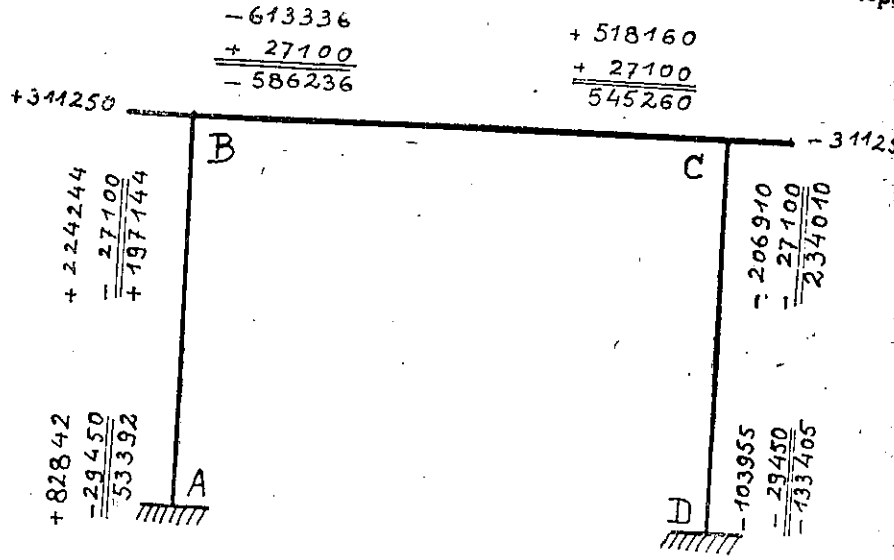
$$C D \text{ ye } = -829582 \times 0.21 = -174212; D \text{ ye iletilen } = -87606$$

Şekilde görüleceği gibi A ve B noktaları için 8 defa C ve D taları için 7 defa momentler dengelenmiş ve kâfi derecede hassas uç momentleri çift çizgilerin altında gösterilmişlerdir.

(Şekil—197) de gösterelim. A-D üzerindeki bir noktaya moment alalım. Ve bu moment ile çubukların tepesindeki dengelenen kesme kuvvetini bulalım.

$$T = -\frac{60 \times 62.5 \times 62.5}{2 \times 62.5} - \frac{224244 + 82842}{62.5} + \frac{209910 + 103955}{62.5} = 1804$$

Yukarıda Problem (9) da bulduğumuz ve yan çubukların tepesindeki kesme kuvveti



Şekil — 198

deki kesme kuvveti 1804 idi. Ve tashih katsayımız (2.545) idi. Görülüyor ki gerek bu problemde ve gerekse bundan evvelki problemde, yan kaymayı meydana getiren kesme kuvveti aynıdır.

Bu problemdeki ilave yük simetrik olduğundan yan kaymada tesir yoktur. Bundan dolayı düğüm noktalarındaki netice momentler (Şekil — 194) deki kaymadan ileri gelen momentlerle (Şekil — 196) da bulunan netice momentlerin toplamından ibaret olup neticeler (Şekil — 198) üzerinde gösterilmişlerdir.

Bu misalde A ve D noktalarında sistemin ankastre olduğu farz edilmiştir. Bu iki noktanın mafsalı veya kısmen tesbit edilmiş olması halinde bu mesnet şartlarına göre, moment karşılama ve iletme katsayıları veya bulunacağından meselenin çözümü için hiç bir yeni zorluk çıkmaz. Tayyare imali problemlerinde, bilhassa büyük açıklıkların bulunması esnasında ve kullanmadan dolayı diyagonal takviyeleri kaldırılan gövde ve yan kayma meselelerine sık sık tesadüf edilir.

35. Eksenel yükün moment dağıtımına tesiri:

Yukarıdaki maddelerde eksenel yüklerin mütemadi yapılarda çubuk üzerine olan etkisi ihmal edilmiştir.

Mütemadi yapıların çubuklarında Eksenel yüklerden dolayı iki şekile eğilme meydana gelir.

1) Eksenel yüklerden dolayı muhtelif çubuklarda meydana gelen eğilme ve kısalmalar yapının düğüm noktalarının translasyonunu inta eder. Düğüm noktalarında, mütemadilikten dolayı, çubuklar arasındaki mesafeler aynı kalacağından bu suretle düğüm noktalarının translasyonu, düğüm noktaları arasındaki çubukların eğilmesini neticeler.

2) Arzani yüklerden veya düğüm noktalarının translasyonundan, başka sebeplerden ileri gelen eğilme momentleri düğüm noktaları arasında çubukların yanal deformasyonunu neticeler. Bu yanal deformasyon ile eksenel yükler çarpımı, eksenel yüklerden ileri gelen tâli momentleri verir. Bu tâli momentler üzerinde moment dağıtım metodu tatbik edilebilir. Ve eksenel yüklerin fonksiyonudur.

(Şekil — 199) da A ucu serbest ve B ucu ankastre bir kiriş görülmektedir. Bu kirişin A ucuna bir M_A momenti tatbik edilmiş olup, kiriş aynı zamanda eksenel baskı kuvvetiyle yüklüdür.

Şekildeki (a), (b), (c), diyagramları kirişin maruz kaldığı momentleri göstermektedir. Eksenel P yükü olmaması halinde (c) ihmal olunabilir.

Tarif olarak A noktasındaki kirişin moment karşılama katsayısı A noktasında $\theta_A = 1$ dönme açısı hasil eden M_A momentinin kıymetidir.

Moment alanı teoremine göre, A noktasındaki meyil, moment alanını EI ile bölerek elde edilecek olan alan neticede kirişe yük olarak tesir etmesi halinde, A, B serbest mesnetli kirişin A daki tepkisi olduğundan, A daki birim dönmeye lazım olan M_A momenti, P eksenel yükünün tesir etmesi halinde daha küçük olur. Zira şekilde görüldüğü gibi, M_A momenti ile, eksenel yükden ileri gelen moment aynı işaretdedir.

retlidirler. Yani M_B momenti üst lifde baskı gerilmesi meydana getirirse, M_A momenti, aynı lifde çekme gerilmesi meydana getirir.

Bununla beraber Cross işaretleme kaidesine göre bu momentlerin her ikisinde saat ibrelerinin aynı yönünde momentler olduklarından, o halde kirişin moment karşılama katsayısı olarak şu formülü tatbik edeceğiz :

$$C = \frac{1}{2} \frac{\phi(u)}{\psi(u)}$$

Şu noktayıda göz önünde tutmak lazımdırki, sabit kesitli eksenel yüklü kirişlerde B den A ya veya A dan B ye iletilen momentlerin kat sayılarında fark olmadığı yukarıdaki formülden gözükmektedir.

Verilen bir P eksenel yükü için

$$1. \sqrt{\frac{P}{EI}} = 2u$$

değerini hesap ettikten sonra bu kitabın sonunda ilâve olarak verdiği, Beery fonksiyonları cetveli yardımı ile $\frac{\phi(u)}{\psi(u)}$ değerini hesap ederek, her eksenel yük hali için iletme katsayısını yukarıdaki formül ile hesap ederiz.

(C) nin değeri (2u) nun fonksiyonu olarak (Şekil—200) de grafik halinde gösterilmiştir.

38. — Moment Karşılama Katsayılarının Hesabı :

Bundan evvelki maddede bahs ettiğimiz kirişi nazarı itibara alalım. Moment karşılama katsayısının tarifini göz önünde tutarak B ucuna öyle bir M_B momenti tatbik edelimki bu ucda meydana gelen θ_B dönme açısı bir radyana eşit olsun. Bu takdirde B ucuna tatbik edilen M_B momentinin değeri B ucunun moment karşılama katsayısından ibaret oluyordu.

Kirişin A ucunun mafsallı veya ankastre olduğu farz edilerek B ucunun moment karşılama katsayısını hesap edelim :

1. — Kirişin A ucu mafsallı olsun bu takdirde $M_A = 0$ dir. İki ucu serbest, ve eksenel yüklü, ve bir ucundan bir M_B momentine maruz, sabit kesitli bir kirişte B ucunda meydana gelen eğim açısı :

$$\theta_B = \frac{M_B \cdot l}{3 EI} \cdot \psi(u)$$

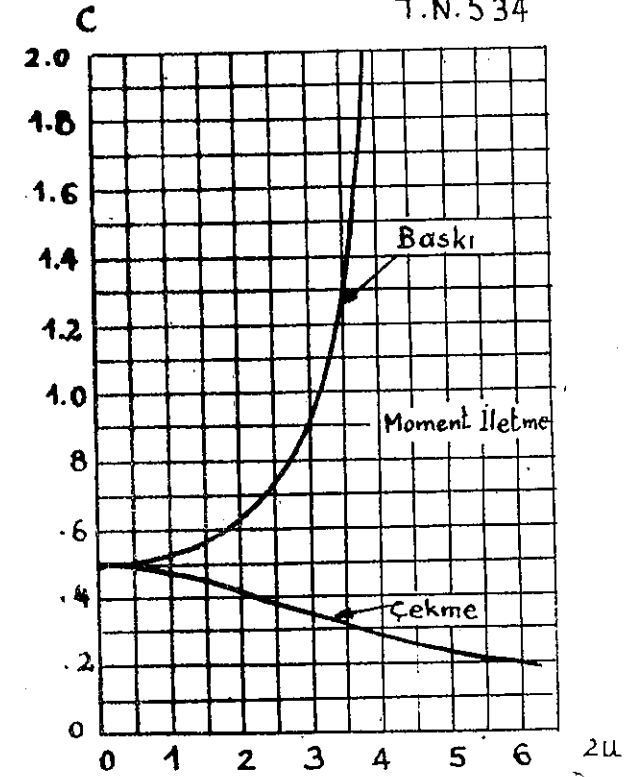
dir. $\theta_B = 1$ için $M_B = K_B$ olduğundan

$$K_B = \frac{4 EI}{l} \cdot \frac{3}{4 \psi(u)}$$

edir.

Görülüyorki iki ucu serbest kirişte bulunan moment karşılama katsayısının $\frac{1}{\psi(u)}$ faktörü ile carpımı eksenel yüklü kirişlerde K_B moment

Ref: N.A.C.A
T.N.534



$$C = \frac{\phi(u)}{2 \psi(u)}$$

Şekil - 200

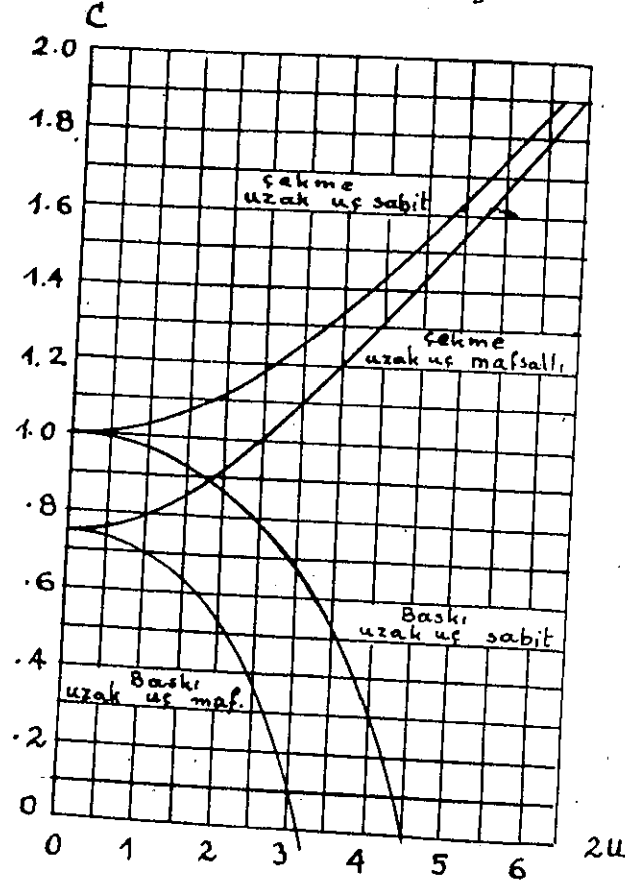
karşılama katsayısını vermektedir.

2. — A ucunun ankastre olması halinde M_A Ankaströman momentini göstermek üzere A ve B uçlarında meydana gelen eğim açıları şunlardan ibaret dir :

$$\theta_A = \frac{M_A \cdot l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_B \cdot l}{6EI} \cdot \phi(u)$$

$$\theta_B = \frac{M_B \cdot l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_A \cdot l}{6EI} \cdot \phi(u)$$

Karşılama kat sayısı



$$C = \frac{3}{4\psi} ; C = \frac{3\psi}{4\psi^2 - \phi^2}$$

Şekil - 201

θ_A nın sıfır olduğu göz önünde tutularak birinci denklemden bulunan M_A nın değeri ikinci denklemde yerine konursa;

$$K_B = \frac{4EI}{l} \cdot \frac{3\psi(u)}{4\psi^2(u) - \phi^2(u)}$$

Bu suretle K_B elde edilir. Görülmüştür ki:

$$\frac{3\psi}{4\psi^2 - \phi^2}$$

faktörü Eksenel yükün etkisini göstermektedir. Bu faktörün $u=0$ için limiti birdir.

Bundan evvel söylediğimiz gibi $(2u)$ nün muhtelif değerleri için

$$\frac{K_B}{\frac{4EI}{l}} = \frac{3}{4\psi} ; \frac{K_B}{\frac{4EI}{l}} = \frac{3\psi}{4\psi^2 - \phi^2}$$

fonksiyonlarını grafik halinde (Şekil - 201) üzerinde gösterdik. (u) nün belli bir değeri için moment karşılama kat sayısını bulmak için grafikden alınacak değerlerin $4EI/l$ faktörü ile çarpmak lazım geldiği aşikardır.

Bu fonksiyonlardan birincisi uzak ucun tesbit edilmiş olması halinde ikincisi ise uzak ucun mafsallı olması halinde moment karşılama katsayısında eksenel yük etkisini vermekte olup, grafik üzerinde her ikisi birden yani gerek çekme ve gerekse baskı halindeki faktörler gösterilmişlerdir.

Sabit kesitli eksenel yüklü kirişlerde her iki ucun moment karşılama katsayılarının aynı olduğunu aşikar olarak görmekteyiz.

Bir düğüm noktasında birleşen bütün çubukların moment karşılama katsayılarını hesap ettikten sonra, her bir çubuğun moment karşılama katsayılarının toplamı ile çubukların moment karşılama kat sayıları bölünürse, o düğüm noktasına gelen çubuklara ait moment dağıtma katsayısının elde edileceğini izaha hacet yoktur.

Yine yukarıda söylediğimiz gibi eksenel yüksüz kirişlerde moment karşılama katsayısının dış kuvvetlere bağlı olmamasına mukabil, burada yani eksenel yüklü kirişlerde moment karşılama katsayısının eksenel yükün bir fonksiyonu olduğunu görmüş oluyoruz.

39- Uç Tesbit Momentlerinin Hesabı :

Uç tesbit momentlerini şu hallerde hesap edeceğiz :

- Eksenel kuvvetle beraber üniform dağılmış yük hali ;
- Eksenel baskı ve üniform olarak değişen yük hali ;

- c) — Eksenal çekme ve üniform olarak değişen yük hali;
- d) — Eksenal yük ve kirişin ortasından bir tek kuvvete maruz bulunması hali;
- e) — Eksenal yük ve kirişin açıklığının her hangi bir noktasında tek kuvvet hali;
- f) — Eksenal yük ve kirişin açıklığının her hangi bir noktasında tek bir eğilme momenti hali.

Burada takip edeceğimiz usul şundan ibaret olacaktır: Uç tesbit momentleri ankaströman momentleri olduklarından, muhtelif kombine hallerde mesnetlerin eğim açılarını hesap edeceğiz. Bu eğim açılarının değerlerinin sıfır olması halinde uç tesbit momentleri ile yanal kuvvetlerin etkileri arasında bulunacak olan iki denklemden uç tesbit momentleri hesap edilecektir.

Bu muhtelif hallerde momentlerin hesabına girmeden önce hesapları kolaylaştıracak olan ve Süperpoizyon kanununa benzer olan şu teoremi açıklayalım. Bu suretle gerek fleşlerin ve gerekse eğim açılarının süperpoizyonu için bir metot elde edeceğiz.

İki ucu serbest momentli, P eksenal baskı (veya çekme) kuvveti ile A ve B uçlarından M_A ve M_B momentleri ve bir ξ noktasında değişen q hamulesine maruz sabit kesitli bir kiriş nazarı itibara alalım. R_A ve R_B A ve B noktalarındaki q yükünden ileri gelen tepkileri göstermek üzere, kirişin her hangi bir x noktasındaki M_x eğilme momentinin değerini:

$$M_x = P \cdot y + M_A \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_B \cdot \frac{x}{l} + R_A \cdot x - \int_0^x q(x - \xi) d\xi$$

dan ibaret olacağı aşikârdır. Diğer taraftan elastik eğrinin diferansiyel denklemini nazarı itibara alalım:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{M_x}{EI}$$

olduğundan M_x yerine değeri konulursa:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = - \frac{M_A}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) - \frac{M_B}{EI} \cdot \frac{x}{l} - \frac{R_A}{EI} \cdot x + \frac{1}{EI} \int_0^x q(x - \xi) d\xi$$

elde edilir.

$$\frac{P}{EI} = k^2$$

$$- \frac{M_A}{EI} \left(1 - \frac{x}{l}\right) = f_1(x)$$

$$- \frac{M_B}{EI} \cdot \frac{x}{l} = f_2(x)$$

$$- \frac{R_A}{EI} \cdot x = f_3(x)$$

$$+ \frac{1}{EI} \int_0^x q(x - \xi) d\xi = f_4(x)$$

ile gösterilirse, yukardaki denklem

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k^2y = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + f_4(x)$$

şekline girer.

Daha genel olarak

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k^2y = \sum_1^n f_i(x)$$

diferansiyel denklemini nazarı itibara alalım. $f_i(x)$ fonksiyonlarının her birisi dış yanal yüklerin x noktasına nazaran momentinin $-\frac{1}{EI}$ çarpımına eşit olsun, buradan itibaren şu diferansiyel denklemleri gözönüne getirelim:

$$\frac{d^2z_1}{dx^2} + k^2z_1 = f_1(x)$$

$$\frac{d^2z_2}{dx^2} + k^2z_2 = f_2(x)$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^2z_n}{dx^2} + k^2z_n = f_n(x)$$

ikinci taraflı klasik diferansiyel denklem olan bu denklemlerin integral-leri bulunursa:

bulunur. Görülüyorki iki ucu ankastre ve kiriş açıklığına üniform olarak dağılmış yük taşıyan bir kirişdeki ankastöröman momenti olan $\frac{q l^2}{12}$ miktarı,

$$\frac{3 \chi}{2\psi + \phi}$$

faktörü ile çarpılarak aksenal kuvvet halindeki ankastöröman momentleri elde edilir.

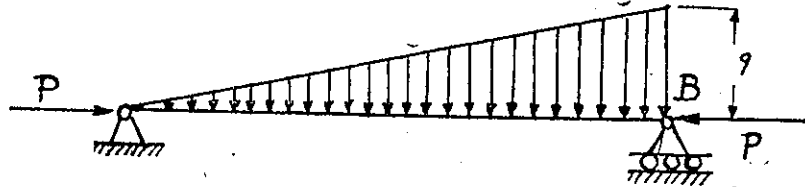
Şurasında hatırlatalımki, P kuvvetinin aksenal çekme olması halinde ψ ve ϕ fonksiyonlarının hiperbolik değerlerinin alınması lazımdır. Uç tesbit momenti faktörünü C_A ile göstereyim. Bu halde

$$M_A = \frac{q l^2}{C_A} \text{ olur. yani } C_A = \frac{4 (2\psi + \phi)}{\chi}$$

C_A faktörü (u) ile değişeceğinden C_A nın (2u) ya bağlı olarak değerleri (Şekil — 202) de gösterilmiştir.

b).— Aksenal baskı kuvveti, ve kirişin bütün açıklığına üniform olarak değişen yük halinde uç tesbit momentlerinin hesabı:

(Şekil — 203) de görüldüğü gibi A ucundan B ucuna doğru üniform olarak çoğalarak giden ve A ucundaki yükü sıfır olan ve B ucundaki



Şekil — 203

yüküde q dan ibaret olan sabit kesitli ve aksenal baskı yüküne maruz A ve B mesnetleri serbest olan kirişin elastik eğrisini bulalım: x noktasında moment

$$M = Py + \frac{q l}{6} \left(x - \frac{x^3}{l^2} \right)$$

dır. Buradan elastik eğri denklemi olan

$$y = \frac{q \sin k x}{P k \sin k l} + \frac{q x^3}{6 P l} - \frac{q l}{P} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{k^2 l^2} \right) x$$

elde edilir. Şimdi bu yükün A ve B mesnetlerinde meydana getirdiği eğim açılarını hesap edelim.

$$y' = \frac{q \cos k x}{P k \sin k l} + \frac{q x^2}{2 P l} - \frac{q l}{P} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{k^2 l^2} \right)$$

dır. x yerine bir defa sıfır ve bir defada (l) koyarak ve $\frac{k l}{2}$ ninde (u) olduğu göz önünde tutularak:

$$\theta_A' = \frac{q l^3}{3 E I} \cdot \frac{1}{8 u^2} \left[\frac{3}{u} \left(\frac{1}{\sin 2u} - \frac{1}{2u} \right) - 1 \right]$$

veyahut

$$\frac{3}{u} \left(\frac{1}{\sin 2u} - \frac{1}{2u} \right) = \phi (u)$$

olduğu nazarı itibara alınırsa

$$\theta_A' = \frac{q l^3}{3 E I} \cdot \frac{1}{8 u^2} [\phi - 1]$$

elde edilir. Aynı şekilde:

$$\theta_B' = \frac{q l^3}{3 E I} \cdot \frac{1}{4 u^2} \left[\frac{3}{2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2u} \right) - 1 \right]$$

$$\frac{3}{2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2u} \right) = \psi$$

olduğundan

$$\theta_B' = \frac{q l^3}{3 E I} \cdot \frac{1}{4 u^2} (\psi - 1)$$

elde edilir.

Bu formülleri elde ettikten sonra şimdi A mesnedinde M_A ve B mesnedinde de M_B momentini tatbik ederek, ve aksenal yükler halindeki süperpozisyon kanunu tatbik ederek A ve B mesnetlerindeki eğim açıları şu formüllerle bulunur:

$$\theta_A = \frac{M_A l}{3 E I} \psi + \frac{M_B l}{6 E I} \phi + \frac{q l^3}{3 E I} \cdot \frac{1}{8 u^2} (\phi - 1)$$

$$\theta_B = \frac{M_A l}{3 E I} \phi + \frac{M_B l}{3 E I} \psi + \frac{q l^3}{3 E I} \cdot \frac{1}{4 u^2} (\psi - 1)$$

A ve B mesnetlerinin ankastre olması halinde $\theta_A = \theta_B = 0$ olacağı-

dan, bu takdirde M_A ve M_B de uç tesbit momentlerinden ibaret olurlar. bu takdirde yukarıdaki iki denklem şu şekle girer.

$$2 M_A \psi + M_B \phi + \frac{q l^3}{4u^3} (\phi - 1) = 1$$

$$M_A \phi + 2M_B \psi \frac{q l^2}{2u^2} (\psi - 1) = 0$$

Bu iki denklemden bulunan M_A ve M_B nin değerleri şunlardan ibaret olurlar.

$$M_A = \frac{q l^2}{4u^2} \cdot \frac{2(\phi - \psi)}{(4\psi^2 - \phi^2)}$$

$$M_B = \frac{q l^2}{4u^2} \left[1 - \frac{4\psi - \phi}{4\psi^2 - \phi^2} \right]$$

şimdi

$$\frac{1}{C_A} = \frac{1}{4u^2} \cdot \frac{2(\phi - \psi)}{4\psi^2 - \phi^2}$$

$$\frac{1}{C_B} = \frac{1}{4u^2} \left[1 - \frac{4\psi - \phi}{4\psi^2 - \phi^2} \right]$$

dersek

$$M_A = \frac{q l^2}{C_A} ; M_B = \frac{q l^2}{C_B}$$

olur. C_A ve C_B nin dengeleri yukarıdaki fonksiyonlarla hesap edilirler. Bunların $(2u)$ ile değişimi (Şekil--204) üzerinde gösterilmiştir.

c). -- Eksenal çekme kuvveti ve kirişin bütün açıklığına üniform olarak değişen yük halinde uç tesbit momentinin hesabı:

Bu halde uç tesbit momentleri yine

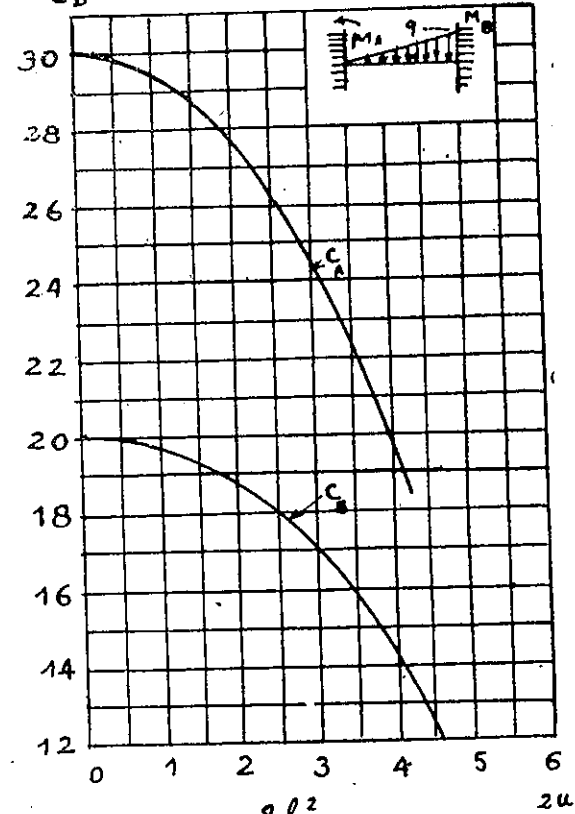
$$M_A = \frac{q l^2}{C_A}$$

$$M_B = \frac{q l^2}{C_B}$$

formülleri ile hesap edilir. Yalnız C_A ve C_B nin kıymetlerini veren formüllerde ψ ve ϕ fonksiyonlarının hiperbolik değerlerini nazarı itibara almak lazımdır. Yani;

$$\frac{1}{C_A} = \frac{1}{4u^2} \cdot \frac{2(\phi_b - \psi_a)}{4\psi_b^2 - \phi_b^2}$$
$$\frac{1}{C_B} = \frac{1}{4u^2} \cdot \left[1 - \frac{4\psi_b - \phi_b}{4\psi_b^2 - \phi_b^2} \right]$$

Baskı Hali



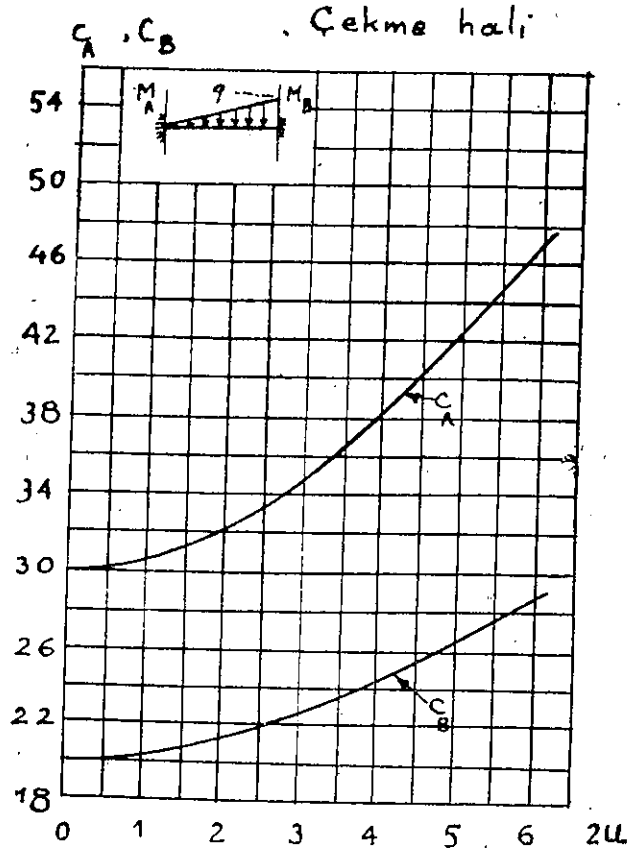
$$M_A = \frac{q l^2}{C_A}$$

$$M_B = \frac{q l^2}{C_B}$$

Şekil - 204

Bu fonksiyonların $(2u)$ ile değişimi (Şekil--205) üzerinde gösterilmiştir,

d). — Eksenal kuvvet ve ortasından konsantre bir kuvvet halinde uç tesbit momentlerinin hesabı:



$$M_A = \frac{Ql^2}{C_A}$$

$$M_B = \frac{Ql^2}{C_B}$$

Şekil - 205

Eksenal kuvvet ve ortasından konsantre bir kuvvete maruz sabit kesitli bir kirişde, mesnetlerin serbest olması halinde, bunların eğim açıları:

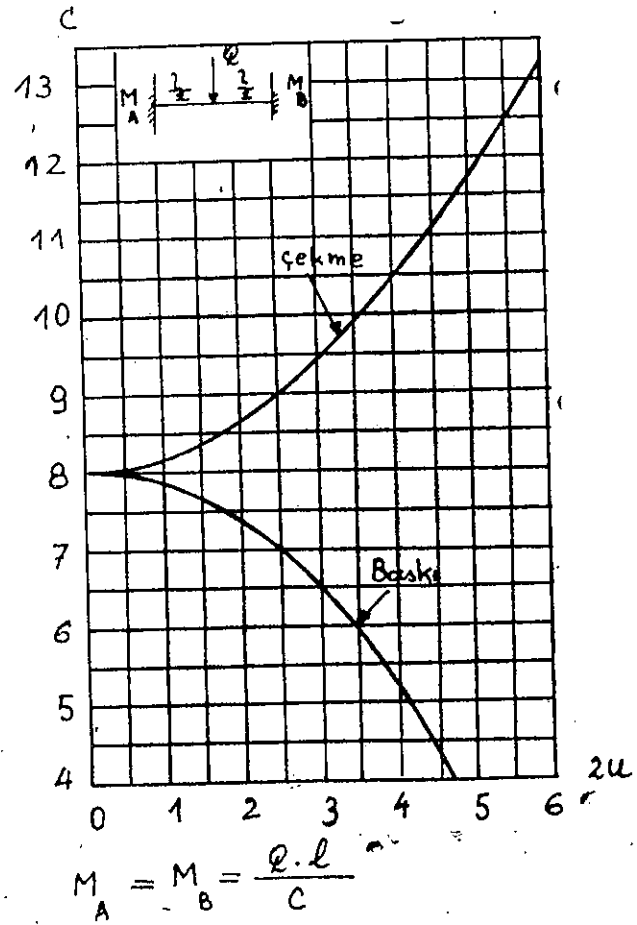
$$\theta'_A = \theta'_B = \frac{Ql^2}{2EI} \cdot \frac{1}{4u^2} \cdot \frac{1 - \cos u}{\cos u}$$

dır. A ve B mesnetlerinin ankastre olması halinde, ve $M_A = M_B$ olduğundan

$$\frac{M_A l}{3EI} \psi + \frac{M_A l}{6EI} \phi + \frac{Ql^2}{2EI} \cdot \frac{1}{4u^2} \cdot \frac{1 - \cos u}{\cos u} = 0$$

bulunur. Buradan

$$M_A = Q \cdot l \cdot \frac{3(1 - \cos u)}{4u^2 \cos u} \cdot \frac{1}{2\psi + \phi}$$



$$M_A = M_B = \frac{Q \cdot l}{C}$$

Şekil - 206

bulunur. Burada

$$\frac{4u^2 \cdot \cos u}{3(1 - \cos u)} \cdot (2\psi + \phi) = C$$

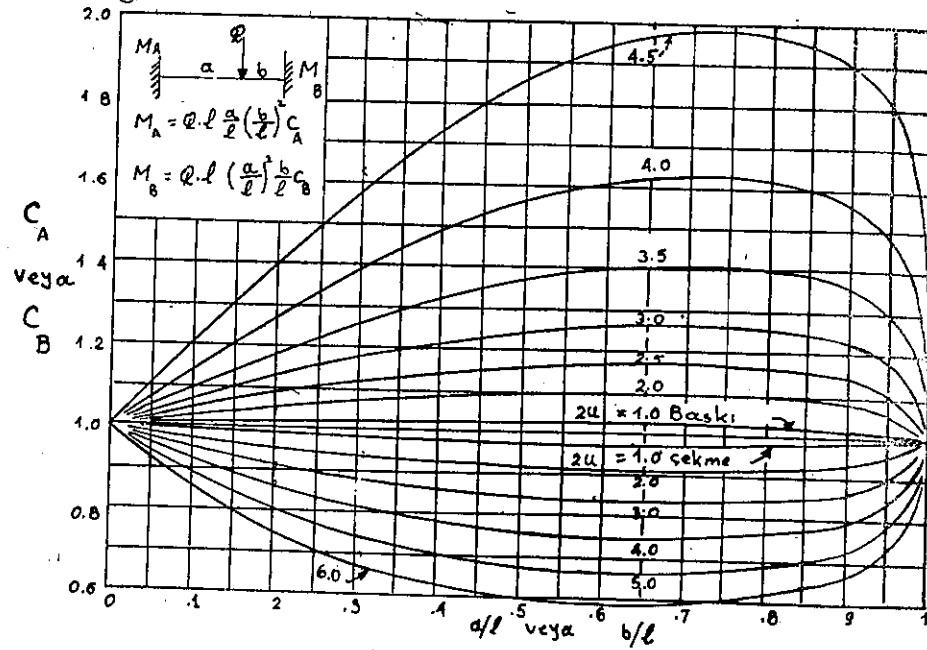
ile gösterilirse

$$M_A = \frac{Q \cdot l}{C}$$

elde edilir.

(2u) ye bağlı olarak C nin değerleri (Şekil — 206) üzerindeki grafik üzerinde gösterilmiştir.

e). — Eksenel kuvvet ve kirişin açıklığının her hangi bir noktasında tek bir kuvvet halinde uç tesbit momentlerinin Hesabı:



Uç Tesbit Momenti katsayıları

Şekil — 207

A ucundan λl uzaklığında bir noktada yanal bir kuvvet ile eksenel yüke maruz sabit kesitli bir kirişte uç tesbit momentleri şu iki denklem ile bulunurlar:

$$2 M_A \cdot \psi + M_B \phi + \frac{Q \cdot l \times 3}{2 u^2} \left[\frac{\sin 2 (1-\lambda) u}{\sin 2 u} - (1-\lambda) \right] = 0$$

$$M_A \phi + 2 M_B \psi + Q \cdot l \frac{3}{2 u^2} \left[\frac{\sin 2 \lambda u}{\sin 2 u} - \lambda \right] = 0$$

Buradan

$$M_A (4 \psi^2 - \phi^2) = - Q l \cdot \frac{3 \times 2 \psi}{2 u^2} \left[\frac{\sin 2 (1-\lambda) u}{\sin 2 u} - (1-\lambda) \right]$$

$$+ \frac{Q l \times 3 \phi}{2 u^2} \left[\frac{\sin 2 \lambda u}{\sin 2 u} - \lambda \right]$$

$$M_B (4 \psi^2 - \phi^2) = - Q l \frac{3 \times 2 \psi}{2 u^2} \left[\frac{\sin 2 \lambda u}{\sin 2 u} - \lambda \right] + \left[\frac{Q \cdot l + 3 \phi}{2 u^2} \frac{\sin 2 \lambda u}{\sin 2 u} - (1-\lambda) \right]$$

elde edilir λ sıfır ile bir arasında bir adedi göstermek üzere, λ yerine $1-\lambda$ koymakla ikinci denklem elde edilir. Bu noktayı gözönünde tutarak λ ya bağlı ve (2u) nin muhtelif değerleri için M_A ve M_B nin moment katsayıları (Şekil—207) üzerinde muhtelif grafiklerle gösterilmiştir.

f. — Eksenel kuvvet ve kirişin açıklığının her hangi bir noktasında tek bir moment tesir etmesi halinde uç tesbit momentlerinin hesabı:

λ sıfır ile bir arasında bir adedi göstermek üzere sağ mesnetten itibaren λl mesafesinde bir M eğilme momenti tatbik edilmesi halinde, sağ ve sol mesnetlerdeki uç tesbit momentlerinin şu iki denklem ile bulunacağı kolayca görünür.

$$2 M_A \psi + M_B \phi + M \cdot \frac{3}{u} \left[\frac{\cos 2 \lambda u}{\sin 2 u} - \frac{1}{2u} \right] = 0$$

$$M_A \phi + 2 M_B \psi + M \cdot \frac{3}{u} \left[\frac{\cos 2 (1-\lambda) u}{\sin 2 u} - \frac{1}{2u} \right] = 0$$

Bundan evvelki halde olduğu gibi, λ ya bağlı ve (2u) nün muhtelif değerleri için M_A ve M_B nin moment katsayılarını gösteren grafikler çizilebilirler.

40. — Cetveller.

Gerek baskı ve gerekse çekme hallerinde (2u) nün muhtelif değerleri için moment iletme katsayısı, faktörü ile uzak ucun mafsallı veya ankastre olması halinde moment karşılama katsayısı faktörleri ve gerek bütün açıklık boyunca üniform olarak dağıtılmış yük halinde ve gerekse ortasından tek bir yükle yüklenmiş olması halinde, uç tesbit momentleri faktörleri aşağıdaki cetvellerde verilmiştir.

Eksenel Baskı Kuvveti halinde Moment Dağıtım Katsayıları cetveli

2u=kl	iletme katsayısı	Karşılama Katsayısı		Uç Tesbit Moment katsayıları	
		uzak uç mafsallı	uzak uç sabit	Üniform dağılmış yük	ortada tek kuvvet
	$\frac{\phi}{2\psi}$	$\frac{3}{4\psi}$	$\frac{3\psi}{4\psi^2 - \phi^2}$	$\frac{4(5\psi + \phi)}{\chi}$	$\frac{4u^2 \cos u}{3(1 - \cos u)}(2\psi + \phi)$
0	0.5000	0.7500	1.0000	12.000	8.000
0.1	0.5002	0.7495	0.9997	11.998	7.998
0.2	0.5010	0.7480	0.9987	11.992	7.993
0.3	0.5023	0.7455	0.9970	11.982	7.985
0.4	0.5040	0.7420	0.9947	11.968	7.973
0.5	0.5063	0.7374	0.9916	11.950	7.958
0.6	0.5092	0.7318	0.9879	11.928	7.940
0.7	0.5126	0.7251	0.9836	11.902	7.918
0.8	0.5166	0.7174	0.9785	11.871	7.893
0.9	0.5211	0.7085	0.9727	11.837	7.865
1.0	0.5264	0.6985	0.9662	11.799	7.833
1.1	0.5323	0.6873	0.9590	11.756	7.797
1.2	0.5389	0.6748	0.9511	11.709	7.758
1.3	0.5463	0.6611	0.9424	11.658	7.716
1.4	0.5546	0.6460	0.9329	11.602	7.670
1.5	0.5637	0.6295	0.9227	11.543	7.621
1.6	0.5739	0.6114	0.9116	11.478	7.568
1.7	0.5851	0.5918	0.8998	11.410	7.512
1.8	0.5974	0.5704	0.8871	11.337	7.452
1.9	0.6110	0.5473	0.8735	11.259	7.389
2.0	0.6263	0.5221	0.8590	11.176	7.322
2.1	0.6430	0.4948	0.8436	11.089	7.251
2.2	0.6616	0.4651	0.8273	10.997	7.177
2.3	0.6823	0.4329	0.8099	10.900	7.099
2.4	0.7053	0.3978	0.7915	10.797	7.017
2.5	0.7310	0.3595	0.7720	10.690	6.931
2.6	0.7598	0.3176	0.7513	10.577	6.840
2.7	0.7923	0.2715	0.7295	10.459	6.746
2.8	0.8291	0.2208	0.7064	10.336	6.648
2.9	0.8709	0.1647	0.6819	10.206	6.546
3.0	0.9189	0.1021	0.6560	10.071	6.440

Eksenel Baskı Kuvveti halinde moment dağıtım katsayıları cetveli (devamı)

2u=kl	iletme katsayısı	Karşılama Katsayısı		Uç tesbit momenti katsayıları	
		Uzak uç mafsallı	Uzak uç sabit	Üniform Dağılmış yük	Ortada tek kuvvet
	$\frac{\phi}{2\psi}$	$\frac{3}{4\psi}$	$\frac{3\psi}{4\psi^2 - \phi^2}$	$\frac{4(2\psi + \phi)}{\chi}$	$\frac{4u^2 \cos u}{3(1 - \cos u)}(2\psi + \phi)$
3.1	0.9744	0.03183	0.6287	9.930	6.330
π	1.0000	0	0.6169	9.870	6.283
3.2	1.039	-0.04765	0.5997	9.783	6.216
3.3	1.115	-0.1385	0.5691	9.629	6.097
3.4	1.206	-0.2436	0.5366	9.468	5.974
3.5	1.316	-0.3670	0.5021	9.301	5.846
3.6	1.451	-0.5147	0.4655	9.127	5.714
3.7	1.622	-0.6953	0.4265	8.945	5.577
3.8	1.843	-0.9227	0.3850	8.756	5.435
3.9	2.140	-1.220	0.3407	8.559	5.288
4.0	2.560	-1.629	0.2933	8.354	5.137
4.1	3.197	-2.235	0.2424	8.140	4.980
4.2	4.271	-3.237	0.1878	7.917	4.818
4.3	6.461	-5.246	0.1287	7.684	4.651
4.31	6.812	-5.566	0.1226	7.661	4.635
4.32	7.204	-5.922	0.1164	7.637	4.618
4.33	7.643	-6.322	0.1101	7.613	4.600
4.34	8.140	-6.773	0.1038	7.589	4.583
4.35	8.706	-7.287	0.09742	7.565	4.566
4.36	9.357	-7.877	0.09100	7.540	4.549
4.37	10.11	-8.562	0.08453	7.516	4.531
4.38	11.00	-9.368	0.07801	7.492	4.514
4.39	12.07	-10.33	0.07143	7.467	4.496
4.40	13.36	-11.50	0.06480	7.442	4.479
4.41	14.96	-12.94	0.05811	7.418	4.461
4.42	16.99	-14.78	0.05136	7.392	4.444
4.43	19.67	-17.19	0.04455	7.368	4.426
4.44	23.35	-20.52	0.03769	7.342	4.408
4.45	28.73	-25.36	0.03077	7.317	4.391
4.46	37.33	-33.11	0.02378	7.292	4.373
4.47	53.27	-47.48	0.01674	7.267	4.355

Eksenel Baskı Kuvveti Halinde Moment Dağıtım Katsayıları Cetveli
(Devamı)

2u=kl	İletme katsayısı	Karşılama Katsayısı		Uç Tesbit Momenti Katsayıları	
		Uzak uç mafsallı	Uzak uç sabit	Üniform Dağılmış yük	Ortada Tek kuvvet
	$\frac{\phi}{2\psi}$	$\frac{3}{4\psi}$	$\frac{3\psi}{4\psi^2 - \phi^2}$	$\frac{4(2\psi + \phi)}{\chi}$	$\frac{4u^2 \cos u}{3(1 - \cos u)} (2\psi + \phi)$
4.48	93.00	-83.27	0.009629	7.241	4.337
4.49	365.8	-329.0	0.002459	7.216	4.319
4.50	-188.7	170.5	-0.004788	7.190	4.301
4.51	-75.17	68.20	-0.01207	7.164	4.283
4.52	-46.90	42.74	-0.01944	7.138	4.265
4.53	-34.08	31.19	-0.02687	7.112	4.247
4.54	-26.77	24.60	-0.03437	7.086	4.228
4.55	-22.04	20.33	-0.04194	7.059	4.210
4.56	-18.73	17.35	-0.04958	7.033	4.191
4.57	-16.29	15.14	-0.05729	7.007	4.173
4.58	-14.41	13.44	-0.06507	6.980	4.155
4.59	-12.92	12.10	-0.07293	6.953	4.136
4.60	-11.71	11.00	-0.08086	6.926	4.117
4.61	-10.70	10.09	-0.08887	6.899	4.099
4.62	-9.861	9.330	-0.09695	6.872	4.080
4.63	-9.140	8.676	-0.1051	6.845	4.061
4.64	-8.518	8.112	-0.1134	6.818	4.042
4.65	-7.976	7.619	-0.1217	6.790	4.023
4.66	-7.499	7.184	-0.1301	6.763	4.004
4.67	-7.076	6.799	-0.1386	6.735	3.985
4.68	-6.698	6.454	-0.1471	6.707	3.966
4.69	-6.359	6.144	-0.1558	6.679	3.947
4.70	-6.053	5.864	-0.1645	6.652	3.928
4.8	-4.093	4.052	-0.2572	6.365	3.732
4.9	-3.102	3.110	-0.3606	6.065	3.531
5.0	-2.507	2.521	-0.4772	5.752	3.323
5.1	-2.112	2.110	-0.6099	5.424	3.108
5.2	-1.833	1.799	-0.7629	5.081	2.887
5.3	-1.626	1.550	-0.9422	4.721	2.660

Eksenel Baskı Kuvveti halinde Moment Dağıtım Katsayıları Cetveli
(Devam)

2u=kl	İletme Katsayısı	Karşılama Katsayısı		Uç Tesbit Momenti Katsayıları	
		Uzak uç mafsallı	Uzak uç sabit	Üniform Dağılmış yük	Ortada Tek Kuvvet
	$\frac{\phi}{2\psi}$	$\frac{3}{4\psi}$	$\frac{3\psi}{4\psi^2 - \phi^2}$	$\frac{4(2\psi + \phi)}{\chi}$	$\frac{4u \cos u}{3(1 - \cos u)} (2\psi + \phi)$
5.4	-1.470	1.341	-1.156	4.345	2.425
5.5	-1.348	1.159	-1.418	3.949	2.183
5.6	-1.253	0.9949	-1.748	3.533	1.933
5.7	-1.177	0.8426	-2.180	3.095	1.675
5.8	-1.119	0.6917	-2.778	2.634	1.409
5.9	-1.073	0.5566	-3.668	2.148	1.134
6.0	-1.040	0.4163	-5.159	1.6330	0.8507
6.1	-1.017	0.2742	-8.234	1.0878	0.5588
6.2	-1.003	0.1275	-18.59	0.5092	0.2581
2π	-1.000	0	∞	0	0

Eksenel çekme kuvveti halinde moment dağıtım katsayıları cetveli.

2u=kl	İletme	Karşılama katsayısı		Uç tesbit moment katsayıları	
		Uzak uç mafsallı	Uzak uç mafsallı	Üniform dağılmış yük	Ortada tek kuvvet
	$\frac{\phi_h}{2\psi_h}$	$\frac{3}{4\psi_h}$	$\frac{3\psi_h}{4\psi_h^2 - \phi_h^2}$	$\frac{4(2\psi_h + \phi_h)}{\chi_h}$	$\frac{4u^2 ch u}{3(ch u - 1)} (2\psi_h + \phi_h)$
0	0.5000	0.7500	1.000	12.000	8.000
0.1	0.4998	0.7505	1.000	12.000	8.002
0.2	0.4990	0.7520	1.001	12.008	8.007
0.3	0.4978	0.7545	1.003	12.018	8.015
0.4	0.4961	0.7580	1.005	12.032	8.027
0.5	0.4938	0.7624	1.008	12.050	8.042
0.6	0.4912	0.7678	1.012	12.072	8.060
0.7	0.4881	0.7742	1.016	12.098	8.081
0.8	0.4845	0.7814	1.021	12.127	8.106
0.9	0.4806	0.7896	1.027	12.161	8.135
1.0	0.4762	0.7986	1.033	12.199	8.166
1.1	0.4716	0.8085	1.040	12.240	8.201
1.2	0.4665	0.8192	1.047	12.285	8.239
1.3	0.4612	0.8307	1.055	12.334	8.280
1.4	0.4556	0.8429	1.064	12.387	8.324
1.5	0.4497	0.8559	1.073	12.443	8.372
1.6	0.4437	0.8696	1.083	12.503	8.422
1.7	0.4373	0.8839	1.093	12.566	8.476
1.8	0.4308	0.8989	1.104	12.634	8.533
1.9	0.4242	0.9144	1.115	12.704	8.593
2.0	0.4174	0.9306	1.127	12.778	8.656
2.1	0.4105	0.9472	1.139	12.856	8.722
2.2	0.4036	0.9644	1.152	12.936	8.791
2.3	0.3966	0.9820	1.165	13.020	8.863
2.4	0.3896	1.000	1.179	13.107	8.938
2.5	0.3825	1.019	1.193	13.198	9.015
2.6	0.3755	1.038	1.208	13.291	9.096
2.7	0.3685	1.057	1.223	13.388	9.180
2.8	0.3615	1.076	1.238	13.487	9.266
2.9	0.3546	1.096	1.254	13.590	9.355
3.0	0.3477	1.117	1.270	13.695	9.447
3.1	0.3409	1.137	1.287	13.803	9.541

Eksenel Çekme Kuvveti halinde Moment Dağıtım Katsayıları Cetveli (Devamı)

2u=kl	İletme	Karşılama Katsayısı		Uç Tesbit Momentli Katsayıları	
		Uzak uç mafsallı	Uzak uç sabit	Üniform Dağılmış yük	Ortada Tek Kuvvet
	$\frac{\phi_h}{2\psi_h}$	$\frac{3}{4\psi_h}$	$\frac{3\psi_h}{4\psi_h^2 - \phi_h^2}$	$\frac{4(2\psi_h + \phi_h)}{\chi_h}$	$\frac{4u^2 ch u}{3(ch u - 1)} (2\psi_h + \phi_h)$
3,2	0,3341	1,158	1,304	13,913	9,638
3,3	0,3275	1,179	1,321	14,027	9,738
3,4	0,3210	1,200	1,338	14,143	9,840
3,5	0,3146	1,222	1,356	14,261	9,945
3,6	0,3083	1,244	1,374	14,382	10,052
3,7	0,3021	1,265	1,393	14,505	10,161
3,8	0,2960	1,288	1,411	14,631	10,273
3,9	0,2900	1,310	1,430	14,759	10,388
4,0	0,2842	1,332	1,449	14,889	10,504
5,0	0,2231	1,562	1,652	16,298	11,788
6,0	0,1940	1,800	1,870	17,867	13,257
7,0	0,1645	2,042	2,098	19,550	14,872
8,0	0,1421	2,286	2,333	21,314	16,597
9,0	0,1247	2,531	2,571	23,136	18,404
10,0	0,1110	2,778	2,812	24,997	20,272
11,0	0,09996	3,025	3,056	26,888	22,181
12,0	0,09090	3,273	3,300	28,799	24,119
13,0	0,08333	3,521	3,545	30,727	26,078
14,0	0,07692	3,769	3,792	32,667	28,051
15,0	0,07143	4,018	4,038	34,615	30,033
16,0	0,06667	4,267	4,286	36,571	32,021
17,0	0,06250	4,516	4,533	38,534	34,014
18,0	0,05882	4,765	4,781	40,500	36,009
19,0	0,05556	5,014	5,029	42,470	38,006
20,0	0,05263	5,263	5,278	44,444	40,004
25,0	0,04167	6,510	6,522	54,388	50,000
30,0	0,03448	7,759	7,768	64,288	60,000
35,0	0,02941	9,007	9,015	74,243	70,000
40,0	0,02564	10,26	10,26	84,211	80,000
45,0	0,02273	11,51	11,51	94,178	90,000
50,0	0,02041	12,76	12,76	104,167	100,000

Gerek baskı ve gerekse çekme kuvveti halindeki moment dağıtım katsayılarını veren bu cetveller (NILES and NEWELL) in (AIRPLANE STRUCTURES) kitabının ikinci cildinden alınmışlardır.

41. — Eksenel kuvvet ve yana kayma halinde translasyondan ileri gelen uç tesbit momentleri:

Madde 32 de Eksenel yük olmadığı zaman, yanıl kayma halinde uçlarda dönme olmadığından, bu kayma dolayısıyla uç tesbit momentlerinin arttığı ve artış miktarında :

$$M_A = -M_B = -\frac{6EI d}{l^2}$$

dan ibaret olduğunu görmüş idik, Burada (d) bir ucun diğer uca nazaran translasyon miktarı idi.

Çubuk eksenel kuvvet altında bulunması halinde, translasyondan ileri gelen uç tesbit momentlerini hesap için, uçlardaki açılardan süperpozisyonu kanununu tatbik edeceğiz. Yanal translasyon halinde uçlarda meydana gelecek açı $\frac{d}{l}$ olacağı aşikârdır.

Şu halde,

$$\theta_A = \frac{M_A \cdot l}{3EI} \cdot \psi + \frac{M_B \cdot l}{6EI} \phi + \frac{d}{l}$$

$$\theta_B = \frac{M_A \cdot l}{6EI} \phi + \frac{M_B \cdot l}{3EI} \psi - \frac{d}{l}$$

olduğundan çubuğun A ve B uçlarının ankastre olması halinde $\theta_A = \theta_B = 0$ olduğundan yukarıdaki iki denklem toplanarak şu muadil sistem elde edilir:

$$M_A + M_B = 0$$

$$\frac{M_A l}{3EI} \psi + \frac{M_B \cdot l}{6EI} \phi + \frac{d}{l} = 0$$

Burandan :

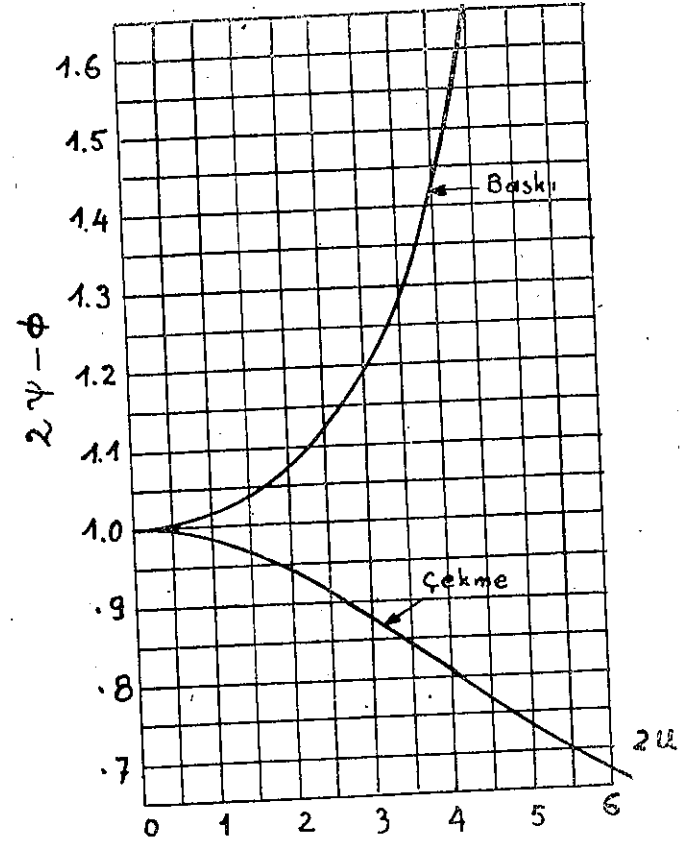
$$M_A = -M_B = -\frac{6EI \cdot d}{l^2} \cdot \frac{1}{2\psi - \phi}$$

elde edilir. Görülüyorki translasyondan ileri gelen uç tesbit momentlerini $\frac{1}{2\psi - \phi}$ faktörü ile çarparsak eksenel yük halindeki uç tesbit momentlerini elde ederiz.

($2\psi - \phi$) fonksiyonunun grafiği (Şekil—208) üzerinde görülmektedir.

42. Misal problem :

(Şekil — 209) da görülen iki çubuktan ibaret A ve B uçları ankastre olarak tesbit edilmiş ve C noktasında rijit olarak dingile bağlanmış



Şekil — 208

sistem verilmiş olsun. Boyutlar ve kuvvetler şekil üzerinde görüldüğü gibidir.

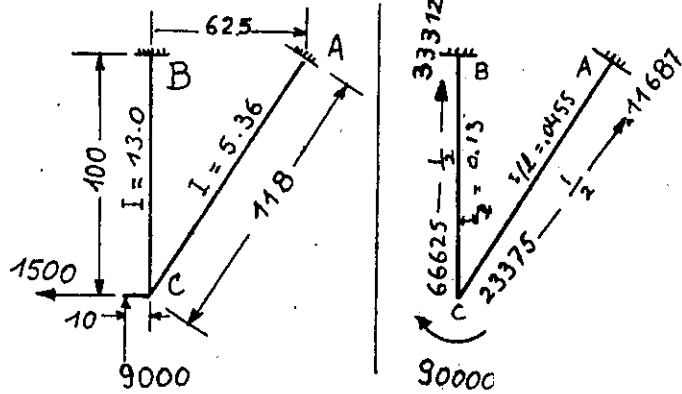
Çözümü :

Çubuklardaki eksenel kuvvetlerin değeri, A ve B uçlarındaki bilinmeyen uç tesbit momentlerinin değerine bağlı olduğundan, eksenel kuvvetlerin, yaklaşık bir değerini elde etmek için, iki çubuktaki uç tesbit

momentleri evvelâ bu aksenal kuvvetler nazarı itibara alınmadan bulunacaktır. Böylece C ucundaki dış moment $=10 \times 9000 = 90000$ kg.cm olur. Bu momentin C noktasında çubuklara dağılımı şekil üzerinde gösterilmiştir. Çubukların uç tesbit momentleri belli olduktan sonra aksenal kuvvetlerle, kesme kuvveti, statik denklemleri ile bulunabilir. Bunun için AC ve BC çubuklarını ayrı ayrı nazarı itibara alıp A ve B deki S_A ve S_B kesme kuvvetlerinin C ye nazaran momentleri ile bu noktadaki uç tesbit momentleri toplamı C noktasında çubukların ayrı ayrı dağıtılan momentlerine eşit olduğundan:

$$66625 + 33312 + S_B \cdot 100 = 0$$

$$23375 + 11687 + S_A \cdot 118 = 0$$



Şekil - 209

buradan:

$$S_B = 1000 \text{ kg.}$$

$$S_A = 295 \text{ kg.}$$

İzdüşüm denklemlerinden:

$$P_B = -13575 \text{ kg.}$$

$$P_A = 5200 \text{ kg.}$$

elde edilir.

Eksenal yükler birinci takribiyetle belli olduktan sonra çubukların değiştirilmiş moment dağıtma faktörünü bulabiliriz:

BC çubuğunda: $E = 2.32 \times 10^6$ alınmak üzere

$$P_B = -13575 ; I/L = 0.130 ; I = 13.0 \text{ olduğundan}$$

$$k = \left(\frac{13576}{14 \times 2.32 \times 10^6} \right)^{1/2} = 0.0212$$

$$kl = 2u = 100 \times 0.0212 = 2.12$$

çetvelden interpolasyonla karşılama katsayısı $= 0.13 \times 0.82 = 0.107$
iletme katsayısı $= 0.66$

A C çubuğunda:

$$P_A = 5200 ; I/L = 0.0455 ; I = 5.36 \text{ olduğundan}$$

$$k = \left(\frac{5200}{2.32 \times 10^6 \times 5.37} \right)^{1/2} = 0.0205$$

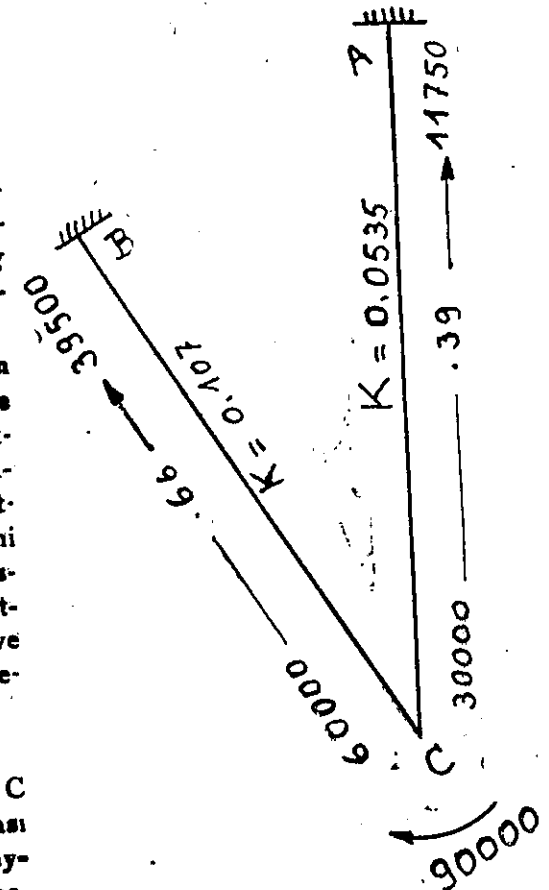
$$kl = 2u = 0.0205 \times 118 = 2.42$$

Çetvelden interpolasyonla karşılama katsayısı $= 0.0455 \times 1.18 = 0.0535$
iletme katsayısı $= 0.39$

(Şekil - 210) üzerinde C noktasının dönmesinde aksenal yükün etkisi nazarı itibara alınmak şartıyla moment dağılımının ne şekil aldığı görülmektedir. Bundan evvelki şekil ile bu şekildeki dağılan momentler mukayese edilirlerse $M_{CA} = 30000$ kg cm momenti bundan evvel bulunana nazaran % 29 fazladır.

B deki moment ise, bundan evvelki bulunana nazaran yine % 18 fazladır. Bundan sonra aksenal yükler üzerine yeni bulunan uç tesbit momentlerinin etkisi pek az olduğundan, yeni momentlerden itibaren tekrar kesme kuvvetleri ile aksenal kuvvetlerin tayinine geçilmeyecektir, ve bu kadar yakınsaklıkla iktifa edilecektir.

Eksenal yükten dolayı C noktasının translasyon yapması neticesinde mesnetlerde meydana gelen munzam translasyon momentleri:



Şekil - 210

C noktasının her bir çubuğa normal olan translasyon miktarı,

virtüel iş prensibine göre hesap edilecektir. Malûmdurki bir çubuk sisteminde, çubuklara gelen aksenal kuvvetler etkisi altında bir C noktasının verilen bir yöndeki deplasmanını bulmak için, nazarı itibara alınan yönde C noktasına birim kuvvet koyarak sistemin diğer çubukları yönünde meydana gelen aksenal kuvvetlerle, aksenal deplasmanların çarpımını toplamı, C noktasının o yöndeki deplasmanından ibaret olur, yani:

$$\delta = \sum \left(\frac{S \cdot u_a \cdot L}{E \cdot A} \right)$$

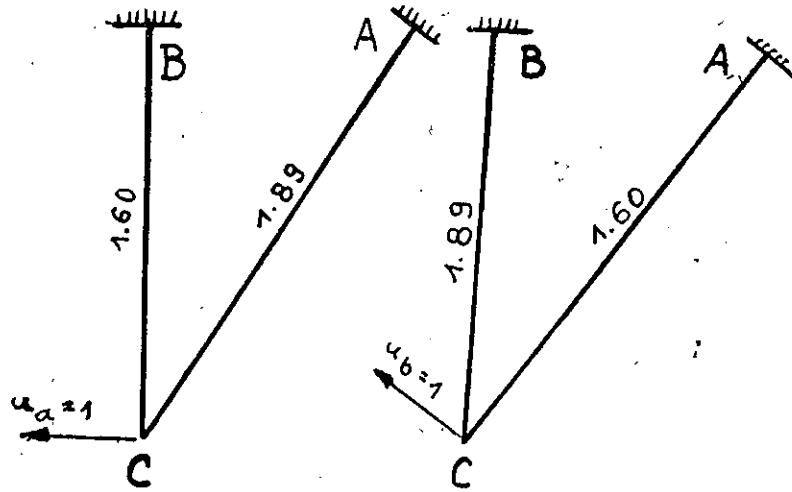
Burada:

δ = nazari itibara alınan yönde C noktasının deplasmanı;

S = Dış kuvvetler sisteminden dolayı A çubuğunda meydana gelen aksenal kuvvet;

A = ise aynı çubuğun kesit alanıdır.

Aşağıdaki cetvel bize C noktasının CA ve CB çubuklarına, dik yönlerdeki deplasmanlarının hesabını Virtüel-iş prensibine göre nasıl hesap edileceğini göstermektedir. (Şekil—211)



Şekil - 211

Yukarıda çubukların translasyonundan dolayı mesnet momentlerinin

$$M = \frac{6 E I \cdot d}{l^2} \cdot \frac{1}{2\psi - \phi}$$

olduğunu görmüş idik, $l/L=K$ ve $d/L=R$ ile gösterilirse;

Çubuk	$\frac{L}{A \cdot E}$	Eksenal kuvvet S. kg.	u_a	$\frac{S \cdot u_a \cdot L}{A \cdot E}$	u_b	$\frac{S \cdot u_b \cdot L}{A \cdot E}$
AC	.0000245	5200	1.89	.246	1.60	.204
BC	.0000122	-13575	-1.60	.265	-1.89	.314
				.511		.518

$$M = \frac{6 K E R}{2\psi - \phi}$$

BC çubuğunda:

$R = \frac{0.511}{100} = 0.00511$; $K=0.13$ ve $k_1=2.12$ için $2\psi - \phi = 1.08$ olduğundan C noktasının translasyonundan ileri gelen uç tesbit momenti:

$$M_{BC} = M_{CB} = \frac{6 \times 0.13 \times 2.32 \times 10^6 \times 0.00511}{1.08} = -8450 \text{ kg.cm}$$

AC çubuğundan:

$R = + \frac{0.518}{118} = 0.00438$; $K=0.0455$ ve $k_1=2.42$ için $2\psi - \phi = 0.92$

dir. Bu çubuk çekmeye çalışmaktadır

$$M_{AC} = M_{CA} = \frac{6 \times 0.00438 \times 2.32 \times 10^6 \times 0.0455}{0.92} = -3000 \text{ kg.cm}$$

işaretler (-) işaretidir. Çünkü görülürki bu momentler saat ibrelerinin aksi yönündedir. Bu momentlerin dağılımı şekil üzerinde görülmektedir. Bir çok çubukların bulunması halinde bir kafes sistemde düğüm noktalarının translasyonu (Williot) poligonile bulunması daha münasiptir.

Genel olarak rijit bir kafes sisteminde düğüm noktalarının translasyonu ikinci derece ehemmiyeti haiz olup bundan dolayı ileri gelen momentler ihmal edilirler.

Bu bahsi bitirirken moment dağıtım metodunda kullanılan, katsayıların hesabı için lâzım olan, gerek baskı halindeki trigonometrik ve gerekse çekme halindeki hiperbolik sinus, cosinus ve tangens değerleri, radyan cinsinden yaylara nazaran bu kitabın sonunda cetvel halinde verilmişlerdir.

formülü ile hesap edilir. Burada P parça üzerine tesir eden toplam baskıdır. A—A kesitindeki gerilmelerde

$$\sigma_{AA} = \frac{P}{t(2R-d)} = \frac{P}{2t\left(R - \frac{d}{2}\right)}$$

formülü ile hesap edilir. Genel olarak $d \leq R$ olacak şekilde R seçilir. Bu takdirde A—A kesitindeki σ_{AA} çekme gerilmeleri k. baskısından küçük veya en nihayet eşit olurlar. $\sigma_{AA} \leq k.$ bu takdirde σ_{AA} yı hesaplamaya lüzum yoktur. B—B kesitindeki gerilmeler ise gözün üst kısmındaki eğri kirişin eğrilik yarı çapı küçük olduğundan küçük yarı çaplı kirişlerdeki gerilmeleri hesap etmek için (Machinery's Hand Book sahife 404) den aldığımız şu formülü tatbik ederiz.

$$\sigma_{BB} = k. \frac{R^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

Bu formül takribidir. Genel olarak $R=1,25 d$ olarak alınır. σ_{BB} malzemenin mukavemetine bağlıdır. Buradan civata üzerine gelen baskı hesaplanabilir. Yukarıki, formülden

$$k. = \sigma_{BB} \frac{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}{R^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sigma_{BB} \frac{(1,25)^2 - (0,5)^2}{(1,25)^2 + (0,5)^2}$$

$$k. = \sigma_{BB} \times 0,724 \quad k. \approx \frac{3}{4} \sigma_{BB}$$

kulakları o şekilde yapmalıyız ki, bu kulaklara geçirilen civataların kırılma yükünden ileri gelen baskı, kulağın yapıldığı malzemenin kırılma gerilmesinin 3/4 ünden fazla olmamalıdır.

2. — Ağaçtan geçen civata:

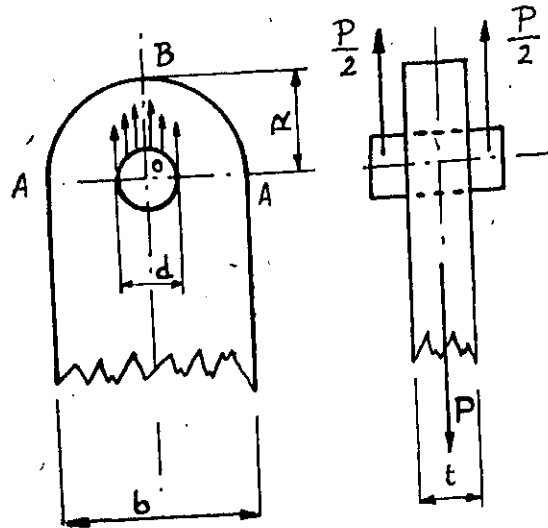
İki ucunda birer eşit P kuvveti ile yüklenmiş madeni bir civata bir ağaçta açılan delikten geçirilsin (Şekil — 213); bu takdirde civata şu formülle makaslama tahkik olunur:

BÖLÜM XXIV

Bağlantı parçaları

1. Bir kulağa geçirilen civata (Aks)

Bir delikten geçen ve tayyarenin kısımlarını birbirine bağlayan eşit baskılı parçalar, genel olarak tayyarede rast gelen bağlantı parçalarıdır. (Şekil — 212)



Şekil — 212

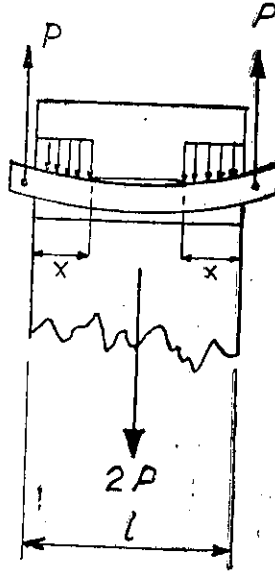
212). Böyle civataları makaslama ve eğilmeye hesap ederiz, Yalnız civata ile kulağın temas yüzünde her yerde baskının üniform ve eşit olduğu kabul olunur.

Gözdeki baskı:

$$k. = \frac{P}{t \times d}$$

$$\tau = \frac{P}{\pi d^2 \cdot 4}$$

Genel olarak kayma gerilmeleri, civataların ince boru halinde imal edilmiş olmaları hali istisna edilirse, bu kayma gerilmeleri çok küçüktür. Normal olarak tehlikeli olan ağaç üzerine olan baskı ile civatanın eğilmesidir. Başlangıçta yük küçük olduğunda civatanın fleşi de küçük olacaktır. Civata üzerine olan baskı da, az çok civata boyunca oldukça üniform olacaktır. Kuvvet çoğaldıkça civata daha fazla eğilecek ve delik kenarlarında ağaç deformasyon yapacak ve baskılar bu nihayetlerde ortalara nazaran çok büyük olacaktır ve nihayet deliğin nihayet uçlarında gerilmeler ağacın elâstik sınırına varırsa ve bunu tecavüz ederse bu halde de ağacın deformasyonu devam edecek fakat bu takdirde gerilmeler çoğalmıyacaktır. Bu maksimum gerilme deliğin nihayet uçlarından ortaya doğru yayılacaktır. Civata kâfi derecede uzun ise civatanın eğilmesinden dolayı ağaç tarafından civata üzerine yapılan bu baskı azalacak hatta sıfıra bile inecektir.



Şekil - 413

En muvafık hal, bir x uzunluğunca ağacın kırılma baskısına eşit bir baskı ile civatanın yüklenmiş olması halidir. Filhakika bu halde verilen bir P kuvveti için eğilme momenti minimum olacaktır. Bu şekilde kuvvetlerin dağılması şekil üzerinde gösterilmiştir. Biz şimdi civatayı hangi bir x uzunluğu boyudca yükliyelim ki, bu yükleme sonunda meydana gelen eğilmeden dolayı mukavemet sınırı geçilmesin. Bundan sonra da bu irtibatı bozabilecek olan kuvvet miktarını hesaplayacağız. Yüklenmiş kısımda sabit olan eğilme momenti şundan ibarettir:

$$M = \frac{P \cdot x}{2}$$

d ile civatanın çapını gösterelim. σ_x ile de civatanın imal edilmiş olduğu malzemenin kırılma gerilmesini gösterelim. Dolu kesitli böyle bir civatayı kırabilecek moment şudur:

$$M = \sigma_x \frac{\pi d^3}{32} = P \cdot \frac{x}{2}$$

farzedelim ki x uzunluğunda civata üzerine yapılan baskı ağacın kırılma baskısına eşit olsun bu kırılma baskısını k_c ile gösterelim. Bu takdirde:

$$P = k_c \cdot x \cdot d$$

formülü bu kırılma baskısını verir. Yukarıki moment formülüne bu ifadeyi korsak:

$$\sigma_x \cdot \frac{\pi d^3}{32} = \frac{k_c \cdot x \cdot d \cdot x}{2}$$

buradan da

$$x = \frac{d}{4} \sqrt{\pi \frac{\sigma_x}{k_c}}$$

bulunur. x in bulun bu kıymeti $P = k_c \cdot x \cdot d$ bağlantısında yerine konursa bu takdirde civatanın kırılması için lâzım gelen yükü hesap etmiş oluruz, bu da

$$P = k_c \cdot \frac{d}{4} \sqrt{\pi \frac{\sigma_x}{k_c}} \times d = \frac{d^2}{4} \sqrt{\pi \cdot \sigma_x \cdot k_c}$$

Eğer civatanın uzunluğu 2x uzunluğundan kısa ise bu takdirde ağacın kırılma baskısını bütün civata boyunca üniform olarak dağılmış kabul edebiliriz. Bu yükde

$$2P = k_c \cdot d \cdot l$$

den ibaret olur. l çoğalınca P kuvveti de çizgisel olarak (l) ile beraber çoğalır. Ve yukarda bulduğumuz:

$$P = \frac{d^2}{4} \sqrt{\pi \sigma_x k_c}$$

kıymetine kadar artar. Bu kıymet limit kıymettir. Bundan sonra da sabit kalır ve civata boyuna bağlı olmaz. Elyaf yönünde çam için $k_c = 400$ kg/cm² ve çelik için de $= 8000$ kg/cm² alırsak

$$x = \frac{d}{4} \sqrt{\pi \frac{\sigma_x}{k_c}} = \frac{d}{4} \sqrt{\pi \frac{8000}{400}} = 2d$$

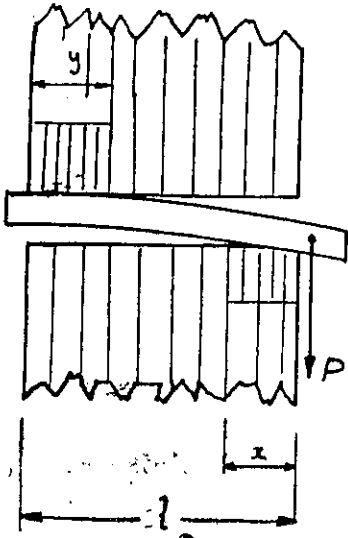
genel olarak civataların (l) uzunlukları 2x boyundan fazladır. (l) = 2x = 4l nin yukarıdaki kıymetlerden fazla olması halinde kritik yükü

$$P = \frac{d^2}{4} \sqrt{\pi \sigma_z k_c} = \frac{d^2}{4} \sqrt{\pi \times 8000 \times 400} = 800 \cdot d^2$$

formülü ile hesap edebiliriz. Bu takdirde bulunan hesap neticeleri aşağıdaki cetvelde gösterilmiştir.

d m/m	4	5	6	8	10	12	14	24
P _k	128	200	290	510	800	1150	1570	4600

Şimdide civatanın yalnız bir ucundan yüklenmiş olduğunu farzedelim (Şekil — 214). Bu takdirde yukarıda olduğu gibi civatanın her iki ucuda bir x ve y uzunluğu boyunca



Şekil — 214

üniform bir k_c — baskısını ağaç üzerine yapsın. P kuvvetinin tatbik olduğu noktadan itibaren z uzaklığında eğilme momenti

$$M_z = P \cdot z - \frac{1}{2} k_c \cdot d \cdot z^2$$

nından ibarettir. Bu bağlantının türevi sifıra eşit kılınırsa maximmomentin hangi noktada olduğunu ve bunun kıymetinin neden ibaret olduğunu buluruz.

$$\frac{dM_z}{dz} = P - k_c \cdot d \cdot z = 0$$

$$z = \frac{P}{k_c \cdot d}; M_{max} = \frac{P^2}{k_c \cdot d} - \frac{1}{2} k_c \cdot d \cdot \frac{P^2}{k_c^2 \cdot d^2} = \frac{P^2}{2 k_c \cdot d}$$

Bu eğilme momenti kırılma gerilmesini versin. Şu halde

$$M_{max} = \frac{P^2}{2 k_c \cdot d} = \sigma_z \cdot \frac{\pi d^3}{32}$$

Buradan da civatanın kırılma yükünü hesap ederiz.

$$P = \sqrt{\sigma_z \cdot \frac{\pi d^3}{32} \cdot 2 k_c \cdot d} = \frac{d^2}{4} \sqrt{\pi \sigma_z \cdot k_c}$$

Binaenaleyh, yukarıda bulduğumuz denklemlerin aynı bulunmuş olur. Yani iki ucu yüklenmiş olan civata halinde ne bulduysak, bir tek ucu yüklenmiş olması halinde aynı formülü bulmuş oluruz ve buradan da şu neticeye varırız ki yalnız bir tarafı yüklenmiş olan bir civatayı nazarı itibara alırsak ve buna tesir eden dış yüke P dersek ve bu P kuvveti tesirile bu civata kırılırsa aynı civatanın iki ucu yüklenmesi halinde lâzım gelen kırılma yükü 2P den ibaret olacaktır.

x ve y yükleme uzunluklarını da bulmak için kuvvetlerin denge şartını yazmak kâfidir.

$$P = k_c \cdot d \cdot (x - y)$$

P — kuvvetinin tesir noktasına nazaran moment denklemi:

$$k_c \cdot d \cdot y \left(1 - \frac{y}{2}\right) = k_c \cdot d \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$

İcap eden düzeltme yapıldıktan sonra

$$x^2 = 2y(1 - y)$$

moment denklemi ile kuvvetler denklemine dayanılarak çözersek

$$y = \frac{1}{2} - \frac{P}{2 k_c \cdot d} \mp \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1P}{2 k_c \cdot d} - \frac{P^2}{4 k_c^2 \cdot d^2}}$$

aynı şekilde x için

$$x = \frac{1}{2} + \frac{P}{2 k_c \cdot d} \mp \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1P}{2 k_c \cdot d} - \frac{P^2}{4 k_c^2 \cdot d^2}}$$

x ve y bilinmeyenlerin hakiki olması için kök içindeki kıymetin pozitif olması lâzımdır veyahut en nihayet sıfır olması icap eder. Bu ifaneyi sifıra eşit kılarak ve (l) i çözersek:

$$l_{12} = \frac{P}{k_c \cdot d} \mp \sqrt{\frac{P^2}{k_c^2 \cdot d^2} + \frac{P^2}{k_c^2 \cdot d^2}} = \frac{P}{k_c \cdot d} (1 \mp \sqrt{2})$$

Binaenaleyh yukarıdaki kök içindeki ifadenin sıfırdan büyük hut sıfır olması için aşağıdaki şartlardan birisinin tahakkuk et icabeder.

$$l \leq \frac{P}{k_c \cdot d} (1 - \sqrt{2})$$

veyahutta

$$l \geq \frac{P}{k_c \cdot d} (1 + \sqrt{2})$$

ilk şart civata için negatif boy verdiği için şayanı kabul değildir.

$$P = \frac{d^2}{4} \sqrt{\pi \sigma_r \cdot k_c}$$

ifadesinde bulunan P kuvvetinin kıymeti burada yerine konursa (ikinci şartta) bu takdirde kırılma yükünün sabit olması için lâzım gelen minimum l— boyunu hesap etmiş olacağız.

$$l = \frac{P}{k_c \cdot d} (1 + \sqrt{2}) = \frac{d^2 \sqrt{\pi \sigma_r k_c}}{4 k_c \cdot d} (1 + \sqrt{2}) = \frac{d}{4} \sqrt{\frac{\pi \sigma_r}{k_c}} (1 + \sqrt{2})$$

Buradanda yalnız bir ucundan yüklenmiş bir civatada kırılma yükünün sabit olması için lâzım gelen minimum l— uzunluğu iki ucundan yüklenmiş civata haline nazaran biraz (% 20 kadar) fazladır. Yukarıda olduğu gibi $\sigma_r = 8000$ ve $k_c = 4000$ kabul edilirse:

$$l = \frac{d}{4} \sqrt{\pi \frac{8000}{4000}} (1 + \sqrt{2})$$

$$l = 4.8 d$$

bulunur. Mamafih biz faraziyelerimizde bir çok basitlikler kabul ettik. Hakikat halde bir ağacın içinde bir civatanın çalışma şekli bambaşkadır.

a) Evvelâ civata uzunluğunca baskıların dağılımı üniform değildir. Baskılar ortaya doğru azalırlar. Yapılan bir çok müşahedelerde ağaçların ağaç içinde mukavemetleri ölçülmüştür. Buna ait neticelerin bir kısmı (U. S. A.) nın commers departmanının No 7a sayılı bölümünde neşredilmiştir.

Bu müşadelerle istinaden ekli diyagramlar (Şekil — 216) da icra edilmiştir. (Şekil — 216 a) eğrileri müteaddit çaplı civataların uzunluklarına tabi olarak mukavemetlerini göstermektedir. Tecrübeden şunu öğreniyoruz ki bu eğriler muhtelif yüklemeler için caridir.

Meselâ her iki ucundan veyahut ortasından ve yahutta yalnız bir ucundan yüklenmiş olması halinde caridir. Yük simetrik olduğunda (ilk halde) eğrinin verdiği kuvvetten, civatanın yükleneceği kuvvet iki kat fazladır. (Boyları 4. d den küçük olan) kısa boylu civatalar da tecrübe ile bulunan kuvvetler

$$P = \frac{d^2}{4} \sqrt{\pi \sigma_r \cdot k_c}$$

formülünün ifade ettiği kuvvetlerden daha küçük kuvvetler bulunur. Bu şüphelidir çünkü bunda baskıların üniform olmayarak dağılımı buna sebep olmaktadır. İnce civatalarda mukavemetin azalması kalın civatalara nazaran daha büyüktür. İnce civatalar bu taktirde ağacı yarıya çalışan (kama) gibi çalışırlar. Uzunlukları 4. d den fazla olan civataların mukavemeti ise, hesapların verdiği mukavemetten daha büyük mukavemettedirler ki bu hadise de şayanı dikkat bir hadisedir. 4. d den daha uzun civatalarda mukavemetin boya tabi olmadığını bulmuş idik. Halbuki tecrübe göstermektedir ki bu sabit olan mukavemet yani civatanın boyuna tabi olmak keyfiyeti ancak 10. d den itibaren başlamaktadır. Ve bu mukavemet hesapla bulunan mukavemete nazaran % 35 kadar büyüktür. Yani civataların kırılma yüklerinin civatanın boyuna tabi olmaması ancak civatanın boyu 10. d olduğu zamandır ve bunun mukavemeti de hesapla bulunan mukavemete nazaran % 35 fazladır. Bu iş şu iki sebepten gelmektedir: Bunlardan birincisi şudur: Baskı yapılan ağacın elyaf-ları iki taraftanda kapalı bir muhit içindedirler. Bir taraftan ağacın baskı yapılmamış elyaf-ları diğer taraftan da civata ile çevrilmişlerdir. Neticede bu elyaf-lar serbest muntaka bulamazlar ve flambajlarını serbestçe yapamazlar. Bu halde deformasyonlar büyük olduklarından, serbest kompresiyon halinde ağacı tahrip edebilecek derecede büyük baskı kuvvetlerini serbest olmaları elyaf alabilir. İkinci sebepte: Eğer civata mühim deformasyonlara maruz kalırsa, bu taktirde civata eğilme yapmış bir

çubuk şeklinden çıkar ve ağaç içinde baskıya çalışan bir kelepçe olarak olur. Cıvata eğilirken ağacın yanal olarak cidarları üzerine baskı yapar. Bu baskı kuvvetleri dış kuvvet olan P kuvvetleri yönüne olmaktan çıkar. Hesaplardan bulunana nazaran, eğilme momenti olduğundan bunun neticesi olarak da cıvatanın yüklenmiş olmadığı 2x boyu hesapla bulunandan daha uzundur. Şurasını da unutmamak lazımdır ki, bu hadise çok büyük deformasyonlarda husule gelmiştir ve yüklerde küçüktür (Şekil — 215). Bundan dolayı da hesapla bulunan kırılma yükünün büyük olmasına rağmen 4.d den daha uzun olan cıvatalar da kabul edilen yük olarak kırılma yükünün 0,4 ünü kabul etmelidir. Ağaç içinde cıvata, elyaf yönüne dik kuvvetle yüklenirse, bu takdirde böyle bir bağlantının mukavemeti çok küçük olacaktır zira kuvvet elyaf yönüne dik olarak tesir ederse ağacın mukavemeti daha küçük olur.

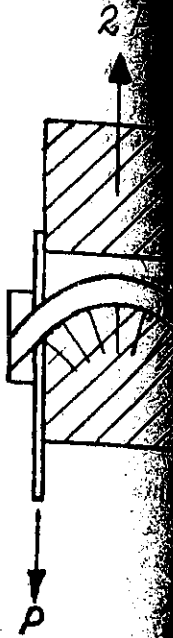
(Şekil — 216-b) eğrileri, bize türlü kalınlıklar ve türlü boylardaki cıvataların elyaf yönünde tesir ettikleri zamanki kuvvetlerini hesap edince elyafa dik yöndeki kuvvetleri bulmak için lazım olan katsayıyı verir. Kısa ve kalın cıvatalarda bu katsayı bazan 5—i bile tecavüz eder. Ve nihayet genel olarak elyaf yönü ile α açısı yapan, Bir kuvvet cıvataya tesir ettiği zaman kullanacağımız formül:

$$P = \frac{N \cdot Q}{N \sin^2 \alpha + Q \cos^2 \alpha} = \frac{N}{\frac{N}{Q} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{N}{f}$$

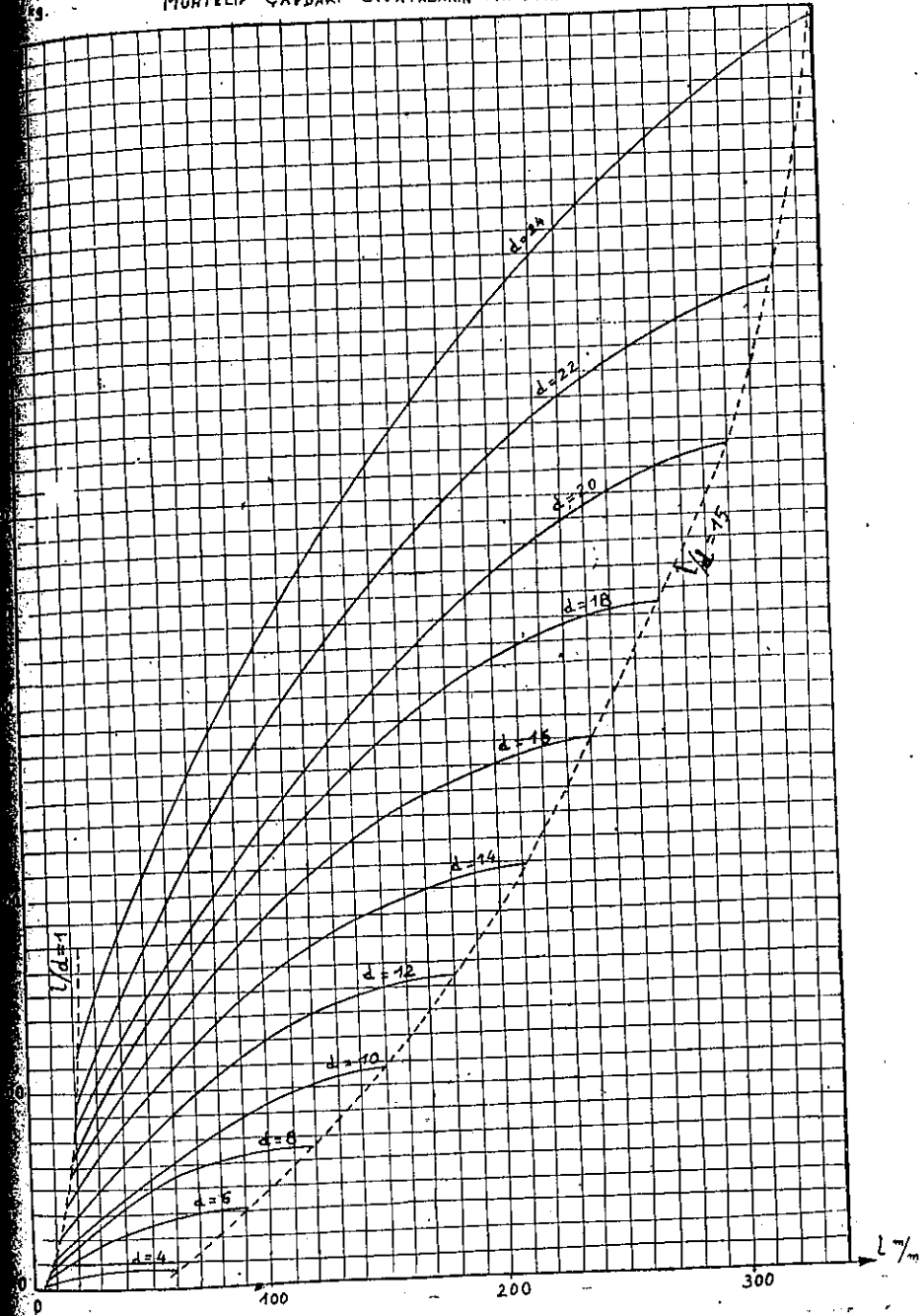
dir. N — elyaf yönünde tesir ettiği zaman ve Q da elyaf yönüne dik olarak tesir ettiği zaman irtibatın mukavemetidir. $\frac{N}{Q}$ oranıdır. Şekil 216 b) grafikleri verir. ve f— katsayısı ise bir çok açılar için çizilen (216 -c) diyagramından bulunur. Tabloda bulunmayan açılar ya enterpolasyon ile veyahutta:

$$f = \frac{N}{Q} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 + \left(\frac{N}{Q} - 1 \right) \sin^2 \alpha$$

formülü ile hesap yapılır. (216 - d) deki eğri üzerinde de $\sin^2 \alpha$ bulduğunda (216—b) grafiğin de $\frac{N}{Q}$ oranı bulunur ve katsayısını da



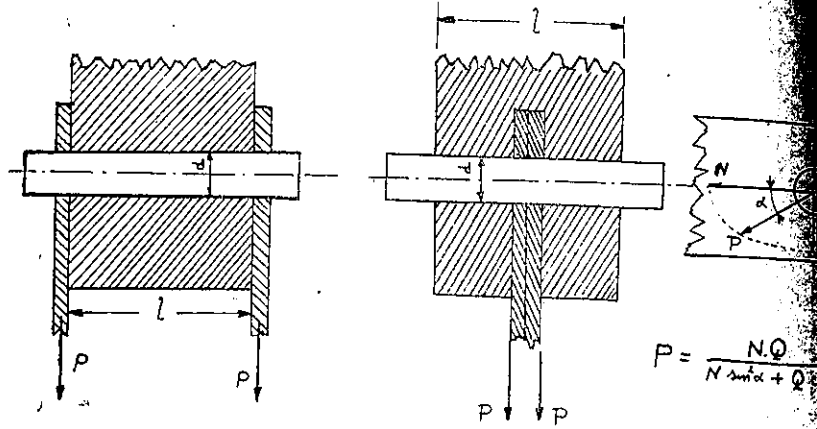
Şekil - 215



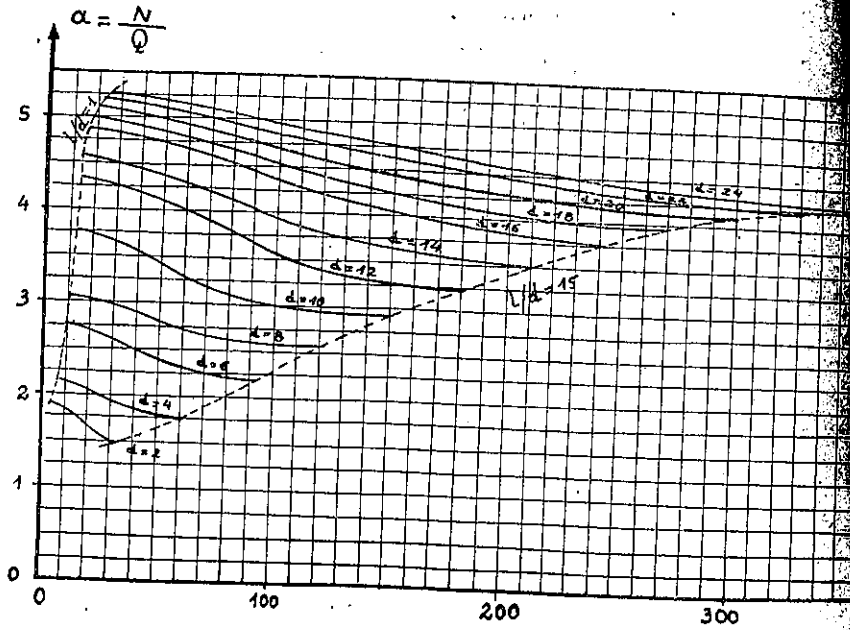
Şekil - 216 a

$$f = \frac{N}{Q} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 + \left(\frac{N}{Q} - 1 \right) \sin^2 \alpha$$

formülü ile hesaplarız ve yukarıdaki:



$$P = \frac{N \cdot Q}{N \sin^2 \alpha + Q}$$



Şekil - 216 b

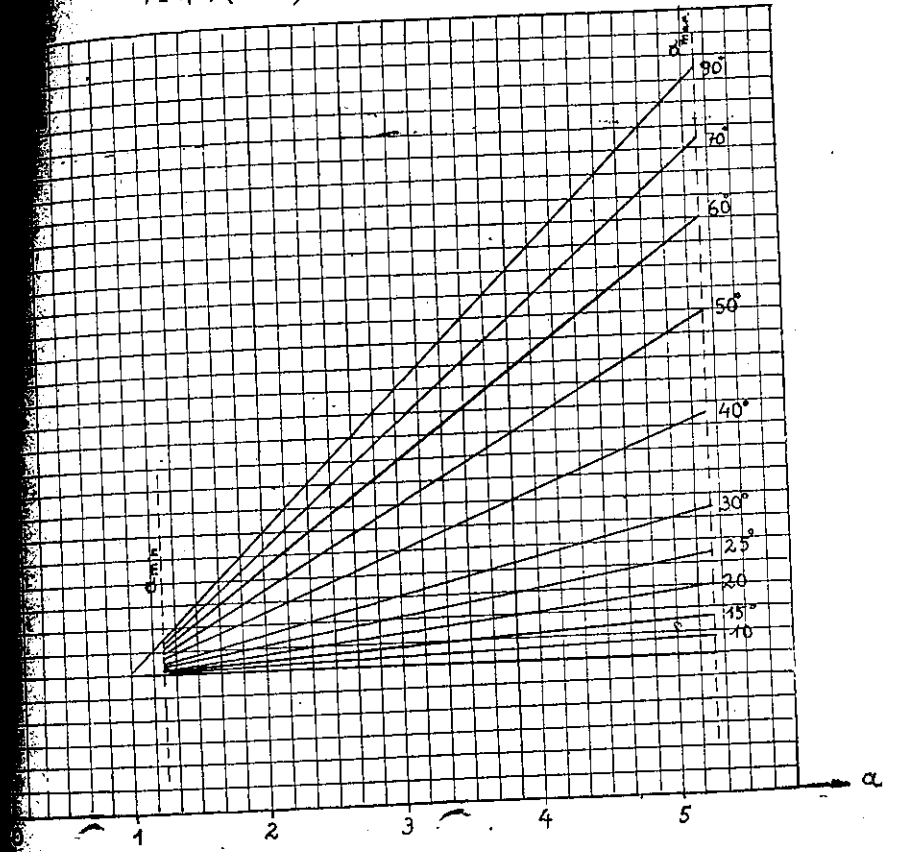
$$P = \frac{N}{f}$$

formülü ile de irtibatı tahrip edebilecek olan P kuvvetini buluruz ki P kuvveti elyaf yönü ile α açısı yapar.

İnli veya Cıvatalı Parçaların hesabı:

— 217) de görüldüğü gibi bir çok tayyare parçalarının monte edilmiş, ve bir çok perçin veya cıvata ile diğer parçalara bağlanmış bir elemanda cıvata veya perçinlere gelen yükleri hesaplamak için bir parçanın A noktasında ki dış yük P olsun. B, C, D, E, F, G veya cıvatalarının her birine gelen yükü hesap etmek için evvela

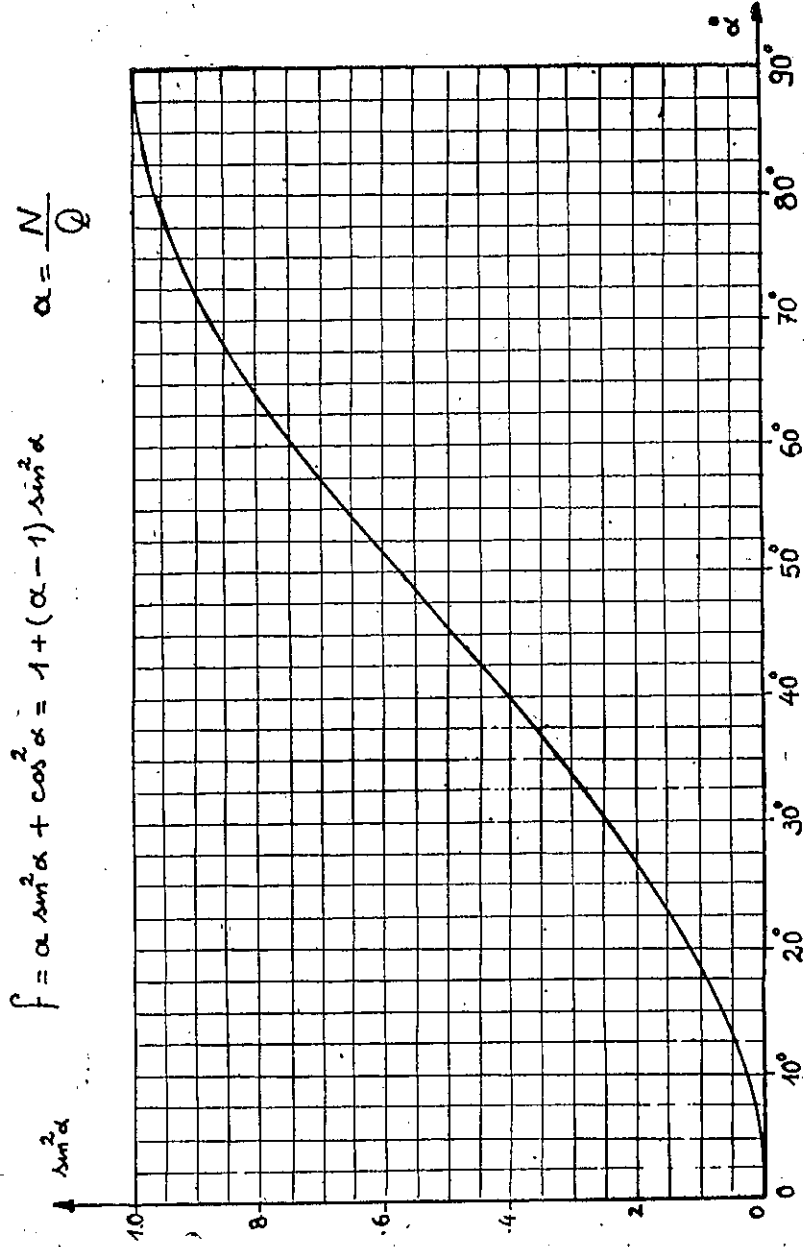
$$f = 1 + (\alpha - 1) \sin^2 \alpha$$



Şekil - 216 c

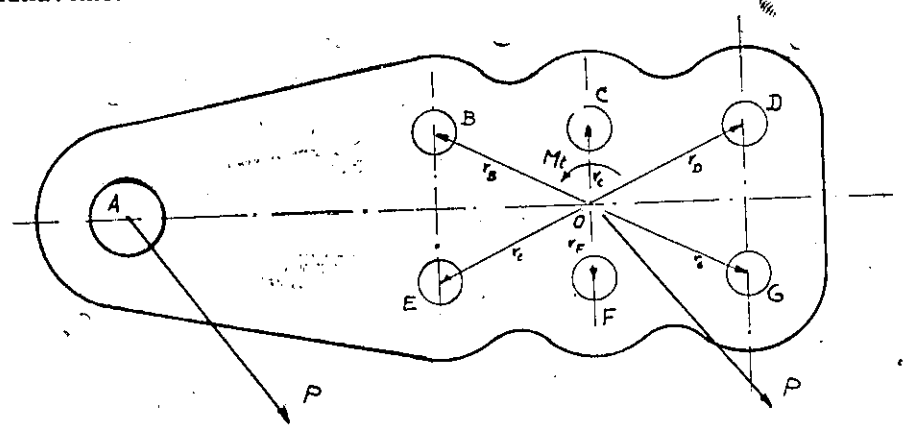
dış yükünü perçinlerin O mukavemet merkezine nakil edelim. Mukavemet merkezi parçaya şekildeki gibi bir moment tatbiki halinde etrafında döneceği noktadır. P kuvveti (o) noktasına nakil edilince (o) noktasında bir P kuvveti

ile M_t momenti hasil olur. P kuvveti ile momentden ileri gelen perçin yüklerini hesap edelim.



1) P kuvveti eşit olarak perçinlere bölünür, bu suretle her perçinde $\frac{P}{n}$ kadar bir kesme kuvveti bu P kuvvetinden ileri gelir.

2) Her perçinde momentden ileri gelen kesme kuvvetini bulmak için takribiyetle bu kuvvetin perçinin merkezini mukavemet merkezine birleştirilen doğruya dik olduğunu kabul edilir. Bu kuvvet F_k ise kuvvetin mukavemet merkezine nazaran momenti $F_k r_k$ dan ibaret olur. Bundan da:



Şekil - 217

$$M_t = \sum F_k \cdot r_k$$

olacağı aşikârdır.

M_t momenti tesirile O noktası etrafında bir ($d\theta$) açısı kadar dönme olsa her perçindeki kayma miktarında dc ile gösterirsek

$$d\theta = \frac{dc_1}{r_1} = \frac{dc_2}{r_2} \dots \dots + \frac{dc_n}{r_n}$$

olur. Diğer taraftan K perçininin alanı A_k ise, bu perçindeki sabit kayma gerilmeside τ_k ise şu münasebetler yazılır:

$$F_k = \tau_k \cdot A_k$$

$$\tau_k = G \cdot \frac{dc_k}{dl}$$

buradan da

$$\frac{\tau_k}{G} \cdot dl = dc_k$$

(d1) boyu bütün perçinler için aynı alınır, Perçinlerin kaymaları ile orantılı olur. Yani:

$$\frac{\tau_1}{r_1} = \frac{\tau_2}{r_2} = \dots = \frac{\tau_n}{r_n}$$

veya son bağlantı alanlarla çarpılırsa

$$\frac{\tau_1 A_1}{r_1 A_1} = \frac{\tau_2 A_2}{r_2 A_2} = \dots = \frac{\tau_n A_n}{r_n A_n}$$

veyahut gerilmelerle alanlar çarpımı yerine kuvvetler könürsa

$$\frac{F_1}{r_1 A_1} = \frac{F_2}{r_2 A_2} = \dots = \frac{F_n}{r_n A_n}$$

bu münasebet de şu şekle gelir:

$$\frac{F_1 r_1}{r_1^2 A_1} = \frac{F_2 r_2}{r_2^2 A_2} = \dots = \frac{F_n r_n}{r_n^2 A_n}$$

$\Sigma F_k r_k = M_t$ olduğu gözönünde tutulur ve $\Sigma (r_k^2 \cdot A_k) = I$ dersek

$$\frac{F_k}{r_k \cdot A_k} = \frac{M_t}{I}$$

$$F_k = \frac{M_t \cdot r_k \cdot A_k}{I}$$

son formül bize perçinin merkezine tatbik edilen ve perçinin merkezine mukavemet merkezine bağlayan doğruya dik, yönde parçanın M_t momentine maruz kalmasından ileri gelen perçin kesme kuvvetini verir. Yukarıda bulduğumuz iki kesme kuvvetinin geometrik bileşkesi bize perçinin maruz kaldığı gerçek kesme kuvvetini verir.

Hususi hal olarak bütün perçinlerin kesitlerini aynı olması halinde

$$\frac{A_k}{\Sigma r_k^2 \cdot A_k} = \frac{1}{\Sigma r_k^2}$$

olur ki bu halde F_k

$$F_k = \frac{M_t \cdot r_k}{\Sigma r_k^2}$$

girer ve bu halde mukavemet merkezi perçinlerin ağırlık noktasına ibaret olur.

Uçak Elemanlarında Kaynak

Bu bahis bilhassa kaynak edilmiş parçalarda mukavemetin azalmasıından bizi alâkadar ettiği için biz burada bununla meşgul olmak için duyduk.

Kaynak gazları:

İki türlü kaynak gazı vardır oda oksiasetilen ve oksihidrojen gazıdır. Pratik olarak tayyare parçalarının kaynağında hemen kâmil oksiasetilen gazı kullanılır. Maaafih bazı kaynakçılar, alevi çok sıcak olduğundan dolayı aliminyum halatlarının kaynağında oksihidrojeni tercih ederler.

Tayyarede bilhassa kaynak edilen parçalar şunlardır; Çelik borudan kaynak edilmiş gövdeler, motor sehpaları, iniş takımları, ve bazı aksamın ve cihazların tesbitine yarayan saç parçaları. Bu gibi aksamın kaynak edilmesinde kaynak gazının büyük ehemmiyeti vardır.

Uçak elemanları kaynak çelikleri genel olarak az karbonlu ve Amerikan şartnamesinde (SAE. 1020) çeliği ile, krom-molibdenli (X4130) çeliklerdir.

Kaynaklı parçalarda pratikte gözönünde tutulması lâzım gelen bazı noktalar:

Aşağıdaki esas kaidelere riayet edildiği takdirde iyi kaynak edilmiş parçalar elde edilebilir:

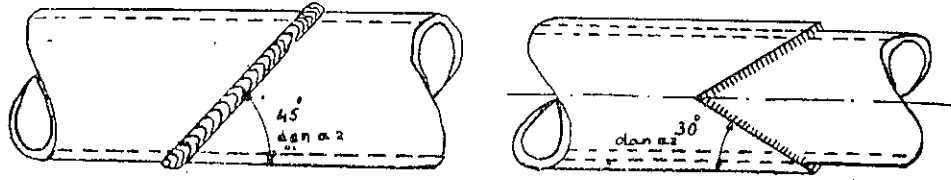
1. — Beraber kaynak edilecek parçaların kalınlıklarının aynı olması halinde iyi bir kaynak elde etmek mümkündür. Pratikte kaynak edilecek parçaların arasında ki orantının 3/1 den daha fazla olmamasına dikkat edilir. Bazı kimseler, ince saçın yanmaması için kalınlık nisbetlerini 2/1 olarak almaktadırlar.

2. — Kaynak edilecek asgari saç kalınlığı olarak pratikte 0.9 mm olarak alınmaktadır. Aksi halde daha ince saçların kullanılması halinde bunlarda yanma tehlikesi mevcuttur.

3. — Genel olarak çekmeye çalışan yerlerde kaynak yapmaktan sakıncalıdır çünkü kaynak bu noktaların zayıflamasını intaç eder. Bazı

kerre çekmeye çalışan kısımlarda kaynak yapmak zorluğunda kalırsa balık ağzı veya yatık olarak kaynak yapılmalıdır. Bu suretle parça kaynak yerinde çekme yerine makaslama gerilmesine çalıştırılır. Bundan başka çekmeye çalışan yerlerde çekme gerilmesi kaynaktan ileri gelen zaiflama gözönünde tutularak, mümkün olduğu kadar düşük alınmalıdır.

4. — Boru ve çubuklarda kaynak yapılacağı zaman kaynak yüzünü hiç bir zaman borunun uzunluğuna dik bir düzlemde almamalıdır. (Şekil — 218).



Eğik kaynak

Balık ağzı kaynak

Şekil — 218

5. — Mühim kaynak parçalarında gerilmenin tedricen azalmasını sağlamak maksadile konik takviye parçaları konulmalıdır. Bu suretle konulacak olan takviye saçları, gerilme şiddetini azaltacaklarından yolulmadan ileri gelen kırılma tehlikelerini bertaraf ederler.

6. — Bir kaynak üzerine ikinci bir kaynak yapılmamalıdır.

7. — Saçların kaynakta yanması ihtimalinden dolayı ince bir saçın her iki tarafına kaynak yapılmamalıdır.

8. — İki parçanın aynı yere kaynak edilmesi halinde, çekme payı konulmazsa bu hal kırılmayı sağlayabilir.

9. — Boruların kaynakla eklenmesi halinde Ek yerinin borunun kenarlarına yakın olması lâzımdır. Bilhassa flambaja çalışan kısımlarda bu noktanın büyük ehemmiyeti vardır.

10. — Beraber kaynak edilen parçalarda kaynaktan sonra mahalli gerilmeleri gidermek için bu gibi parçalar tavlanırlar, bu suretle gerilme konsantrasyonunun önüne geçildiğinden kullanılmada kırılma bertaraf edilmiş olur.

11. — Normal uçak civataları nikelli çeliklerden olduklarından ve bu çeliklerde istenildiği gibi kaynak edilemediğinden, sözü geçen civatalar kaynaklı olmamalıdır. Normal uçak somunlarının Amerikan şartnamesinde ki 1025 çeliği ile yapılması halinde bu parçalar istenilirse kaynak edilebilirler.

5. Kaynağın Madenin esasına tesiri:

Tecrübeler göstermiştir ki âdi karbonlu çeliklerle krom - molibdenli çeliklerde kaynaktan dolayı çekme mukavemetinin azalması pek küçüktür. Soğukda haddelenmiş saç veya borularda malzemenin soğukda haddelenmesi dolayısıyla billurlardaki incelik kaynak tesiriyle zail olacağından kaynak civarında bir miktar mukavemet düşmesi görülür. Buna mukabil kaynak malzemeyi daha gevrek yaptığından bunun te. irile malzemenin darbe, ve yorulma mukavemetleri azalır. İşte bundan dolayı bu mukavemetlerde birer "indirgeme katsayısı", almak adettir. Aşadaki cetvel bize ANC—5 Amerikan normunda azaltma miktarlarını göstermektedir. Genel olarak kaynaktan sonra ısı muamelesine tabi tutulan çeliklerde, su verilmiş haldeki mukavemet kıymetlerinin %80 ni kaynaktan sonraki mukavemetler olarak nazarı itibara alınabilir.

6. Kaynak eklerinin kabul edilir yükleri:

Kaynak edilen madenlerde kaynak eklerindeki kabul edilebilir, yük aşağıdaki ampinik formüllerle elde edilir.

$$(Adi karbonlu çeliklerde) P = 2,24 \times L \times t$$

$$\text{Krom -- molibdenli çeliklerde } P = \frac{1}{1340} \cdot L \times t \times \sigma$$

burada

P = Kg olarak kabul edilebilen kaynak yükü

L = Kaynak ekinin m/m olarak boyu

t = İki saç halinde veya bir boru ile bir saç kaynağı halinde ince malzemenin m/m olarak kalınlığı

t = Kaynak edilmiş borularda kaynağın vasati kalınlığı olup 1.25 kalınlıktan fazla olamaz,

σ = Kaynaktan sonra haruri muamele görmemiş malzemede 63 kg/mm²

σ = Kaynaktan sonra haruri muamele görmüş parçalarda malzemenin çekme mukavemeti olup 100 kg/mm² den fazla olamaz.

7. Pirinç kaynağı:

Pirinç kaynağı tayyare imalinde, Bakır - çinko halitası vasıtasıyla bazan çelik parçaların birleştirilmesinde kullanılan bir usuldür. Böyle bir irtibatın mukavemeti temas yüzlerinde birleştirilecek parçaların temizliğine bağlıdır. Böyle pirinç kaynaklardan meydana gelen birleşmeler 30 kg/mm² raddesinde bir makaslama mukavemet ederlerse de 8 kg/mm² raddesinde alınması münaasıptir.

Cetvel

Kaynaktañ evvel ve sonra çelik şayanı kabul mukavemetleri

Gerilmeler: Kg / Bb ²	Kalınlıkları 5 m/ den fazla. tavlanmış saç, boru, çubuk.	Kalınlıkları 5 m/ den az tavlanmış saç, boru, çubuk.	Kaynak ci-varında gerilme. parça kaynaktan sonra haruri muamele görmüş	Kalınlıkları 5 m/ den az normalize borularda	Kaynakdan sonra haruri muamele görmüş par-larda kay-nak civarın-da gerilme	Paslanmaz çelik, soğuk-da hardde-lenmiş çu-buk ve saç-larda gerilmeler	Kaynak-dan sonra ki geril-meler
	malzeme (X-4130)	malzeme (X-4130)	malzeme (X-4130)	malzeme X-4130	malzeme X-4130		
σ _{tk}	64	67	56 (1)	70	59	88-130	56
σ _{sk}	64	67	47	70	54	88-130	65
σ _{tk}	39	39	35	41	37	64-88	4)
E _k	100	100	88	100	91		

(1) Balık ağzı civarında çekme gerilmesi 64 kg/mm² alınabilir.

7. Alüminyum alaşımlarının kaynağı:

Amerikan normunda 17S veya 24S gibi rumuzlarla gösterilen ve haruri muameleyi kabul eden ve çok defa mukavemet eden alüminyum halitaları denilen halitalar, asetilen ile malzemenin mekanik hassalarını tahrib etmeden, kaynak edilmazler. Bu halitalara kaynaktan sonra haruri muamele yapılırsa asla eski hallerini alamazlar. İşte bundan dolayı bu halitalar kaynak edilemez olarak tasnif edilirler.

Amerikan normunda 2S, 3S, 4S ve 5S ile gösterilen sert alüminyum halitaları asetilen veya hydrogen alevleri ile kaynak edilebilirler, bu halitalardan yapılan saçların kaynak edilebilmesi için en az kalınlık 0,5 m/m den aşağı olmamalıdır misal olarak, yağ ve benzin depolarının alüminyum halitasından saçlarla kaynak yapıldığını söyleyebiliriz. Bundan başka alüminyum halitalarında nokta kaynağında yapıldığı burada hatırlatalım.

S O N

I.L.A.V.E

C.E.T.V.E.L - 1

"Eksenel baskı yüklü, Eğilmeye çalışan kirişlerde
 $\phi(u)$, $\psi(u)$, $\chi(u)$ Berry Fonksiyonları

$$\phi(u) = \frac{3}{u} \left(\frac{1}{\sin 2u} - \frac{1}{2u} \right)$$

$$\psi(u) = \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\tan 2u} \right)$$

$$\chi(u) = \frac{3(\tan u - u)}{u^3}$$

2u=kl	$\phi(u)$	$\Delta\phi$	$\psi(u)$	$\Delta\psi$	$\chi(u)$	$\Delta\chi$	2u=kl
0,000	1,000		1,000		1,000		0,000
0,080	1,001	0,001	1,000	0,000	1,001	0,001	0,080
0,160	1,003	0,002	1,002	0,002	1,003	0,002	0,160
0,240	1,007	0,004	1,004	0,002	1,006	0,003	0,240
0,320	1,012	0,005	1,007	0,003	1,010	0,004	0,320
0,400	1,019	0,007	1,011	0,004	1,016	0,006	0,400
0,480	1,028	0,009	1,016	0,005	1,024	0,008	0,480
0,500	1,030	0,002	1,017	0,001	1,026	0,002	0,500
0,560	1,038	0,008	1,022	0,005	1,032	0,006	0,560
0,600	1,044	0,006	1,025	0,003	1,037	0,005	0,600
0,640	1,050	0,006	1,028	0,003	1,043	0,006	0,640

(2)

2u=kl	$\phi(u)$	$\Delta\phi$	$\psi(u)$	$\Delta\psi$	$\chi(u)$	$\Delta\chi$	2u=kl
0,640	1,050	0,007	1,028	0,004	1,043	0,005	0,640
0,680	1,057	0,007	1,032	0,004	1,048	0,006	0,680
0,720	1,064	0,008	1,036	0,005	1,054	0,007	0,720
0,760	1,072	0,008	1,041	0,004	1,061	0,007	0,760
0,800	1,080	0,009	1,045	0,005	1,068	0,008	0,800
0,840	1,089	0,009	1,050	0,006	1,076	0,008	0,840
0,880	1,098	0,010	1,056	0,005	1,084	0,009	0,880
0,920	1,108	0,011	1,061	0,006	1,093	0,009	0,920
0,960	1,119	0,011	1,067	0,007	1,102	0,009	0,960
1,000	1,130	0,012	1,074	0,007	1,111	0,010	1,000
1,040	1,142	0,012	1,081	0,007	1,121	0,010	1,040
1,050	1,146	0,004	1,082	0,001	1,124	0,003	1,050
1,080	1,155	0,009	1,088	0,006	1,124	0,008	1,080
1,100	1,162	0,007	1,091	0,003	1,132	0,006	1,100
1,120	1,169	0,007	1,095	0,004	1,138	0,006	1,120
1,150	1,179	0,010	1,095	0,006	1,144	0,009	1,150
1,160	1,183	0,004	1,101	0,002	1,153	0,003	1,160
1,200	1,198	0,015	1,103	0,008	1,156	0,013	1,200
1,240	1,214	0,016	1,111	0,009	1,169	0,013	1,240
1,250	1,218	0,004	1,117	0,006	1,182	0,004	1,250
1,280	1,231	0,013	1,123	0,007	1,186	0,010	1,280
1,300	1,240	0,009	1,130	0,007	1,196	0,010	1,300
1,320	1,249	0,009	1,134	0,004	1,196	0,008	1,320
1,350	1,263	0,014	1,140	0,006	1,204	0,008	1,350
1,360	1,268	0,014	1,147	0,007	1,212	0,011	1,360
1,400	1,288	0,020	1,150	0,007	1,223	0,011	1,400
			1,161	0,011	1,228	0,017	1,360
					1,245		1,400

(3)

$2u=kl$	$\phi(u)$	$\Delta\phi$	$\psi(u)$	$\Delta\psi$	$\chi(u)$	$\Delta\chi$	$2u=kl$
1.400	1,288		1.161		1.245		1,400
1.440	1,310	0,022	1.173	0,012	1.262	0,017	1,440
1.450	1,315	0,005	1.176	0,003	1.267	0,005	1,450
1.480	1,332	0,017	1.185	0,009	1.282	0,015	1,480
1.500	1,343	0,011	1.191	0,006	1.291	0,009	1,500
1.520	1,355	0,012	1.198	0,007	1.302	0,011	1,520
1.550	1,374	0,019	1.208	0,010	1.317	0,015	1,550
1.560	1,380	0,008	1.212	0,004	1.323	0,006	1,560
1.600	1,408	0,028	1.227	0,015	1.346	0,023	1,600
1.640	1,437	0,029	1,243	0,016	1.370	0,024	1,640
1.650	1,444	0,007	1,246	0,003	1.376	0,006	1,650
1.680	1,467	0,023	1,246	0,013	1.376	0,019	1,680
1.700	1,483	0,016	1,259	0,008	1.395	0,013	1,700
1.720	1,483	0,016	1,267	0,009	1,408	0,013	1,720
1.720	1,499	0,016	1,276	0,009	1,422	0,014	1,720
1.750	1,525	0,026	1,276	0,014	1,422	0,022	1,750
1.760	1,525	0,008	1,290	0,005	1,444	0,007	1,760
1.760	1,533	0,008	1,295	0,005	1,451	0,007	1,760
1.800	1,570	0,037	1,315	0,020	1,482	0,031	1,800
1.840	1,609	0,039	1,315	0,021	1,482	0,033	1,840
1.850	1,621	0,012	1,336	0,005	1,515	0,009	1,850
1.880	1,652	0,031	1,341	0,017	1,524	0,025	1,880
1.880	1,652	0,023	1,358	0,012	1,549	0,020	1,880
1.900	1,675	0,023	1,370	0,012	1,569	0,020	1,900
1.920	1,698	0,023	1,370	0,013	1,588	0,019	1,920
1.950	1,734	0,036	1,383	0,019	1,588	0,030	1,950
1.960	1,747	0,013	1,402	0,019	1,618	0,030	1,950
1.960	1,747	0,013	1,409	0,007	1,630	0,012	1,960
2,000	1,7993	0,0523	1,4365	0,0275	1,6722	0,0422	2,000
2,010	1,813	0,0137	1,4438	0,0073	1,6836	0,0114	2,010

(4)

$2u=kl$	$\phi(u)$	$\Delta\phi$	$\psi(u)$	$\Delta\psi$	$\chi(u)$	$\Delta\chi$	$2u=kl$
2.01	1.8130	0.0140	1.4438	0.0074	1.6836	0.0117	2.01
2.02	1.8270	0.0143	1.4512	0.0075	1.6953	0.0118	2.02
2.03	1.8413	0.0145	1.4587	0.0077	1.7071	0.0121	2.03
2.04	1.8558	0.0148	1.4664	0.0078	1.7192	0.0123	2.04
2.05	1.8706	0.0152	1.4742	0.0080	1.7315	0.0126	2.05
2.06	1.8858	0.0154	1.4822	0.0082	1.7440	0.0128	2.06
2.07	1.9012	0.0156	1.4904	0.0083	1.7568	0.0130	2.07
2.08	1.9168	0.0161	1.4987	0.0084	1.7698	0.0134	2.08
2.09	1.9329	0.0165	1.5071	0.0087	1.7832	0.0135	2.09
2.10	1.9494	0.0168	1.5158	0.0088	1.7967	0.0139	2.10
2.11	1.9661	0.0170	1.5246	0.0090	1.8106	0.0141	2.11
2.12	1.9831	0.0174	1.5336	0.0091	1.8247	0.0145	2.12
2.13	2.0005	0.0179	1.5427	0.0094	1.8392	0.0147	2.13
2.14	2.0184	0.0182	1.5521	0.0095	1.8539	0.0150	2.14
2.15	2.0366	0.0186	1.5616	0.0097	1.8689	0.0154	2.15
2.16	2.0552	0.0189	1.5713	0.0100	1.8843	0.0157	2.16
2.17	2.0741	0.0194	1.5813	0.0101	1.9000	0.0160	2.17
2.18	2.0935	0.0198	1.5914	0.0104	1.9160	0.0163	2.18
2.19	2.1133	0.0203	1.6018	0.0106	1.9323	0.0168	2.19
2.20	2.1336	0.0207	1.6124	0.0109	1.9491	0.0172	2.20
2.21	2.1543	0.0211	1.6233	0.0110	1.9663	0.0174	2.21
2.22	2.1754	0.0218	1.6343	0.0114	1.9837	0.0179	2.22
2.23	2.1972	0.0222	1.6457	0.0115	2.0016	0.0183	2.23
2.24	2.2194	0.0227	1.6572	0.0118	2.0199	0.0187	2.24
2.25	2.2421	0.0232	1.6690	0.0122	2.0386	0.0192	2.25
2.26	2.2654	0.0237	1.6812	0.0124	2.0578	0.0197	2.26
2.27	2.2891	0.0244	1.6936	0.0126	2.0775	0.0201	2.27
2.28	2.3135		1.7062		2.0976		2.28

(5)

$2u = kl$	$\phi(u)$	$\Delta\phi$	$\psi(u)$	$\Delta\psi$	$\chi(u)$	$\Delta\chi$	$2u=kl$
2.28	2.3135		1.7062		2.0976		2.28
2.29	2.3384	0.0249	1.7192	0.0130	2.1181	0.0205	2.29
2.30	2.3641	0.0257	1.7325	0.0133	2.1392	0.0211	2.30
2.31	2.3902	0.0262	1.7461	0.0136	2.1608	0.0216	2.31
2.32	2.4171	0.0269	1.7601	0.0140	2.1830	0.0222	2.32
2.33	2.4448	0.0277	1.7744	0.0143	2.2057	0.0227	2.33
2.34	2.4731	0.0283	1.7891	0.0147	2.2290	0.0233	2.34
2.35	2.5022	0.0291	1.8041	0.0150	2.2529	0.0239	2.35
2.36	2.5320	0.0298	1.8195	0.0154	2.2774	0.0245	2.36
2.37	2.5625	0.0305	1.8354	0.0159	2.3025	0.0251	2.37
2.38	2.5939	0.0314	1.8516	0.0162	2.3284	0.0259	2.38
2.39	2.6262	0.0323	1.8683	0.0167	2.3550	0.0266	2.39
2.40	2.6596	0.0334	1.8854	0.0171	2.3822	0.0272	2.40
2.41	2.6935	0.0339	1.9031	0.0177	2.4103	0.0281	2.41
2.42	2.7287	0.0352	1.9212	0.0181	2.4391	0.0288	2.42
2.43	2.7649	0.0362	1.9398	0.0186	2.4687	0.0296	2.43
2.44	2.8021	0.0372	1.9589	0.0191	2.4993	0.0306	2.44
2.45	2.8403	0.0382	1.9786	0.0197	2.5306	0.0313	2.45
2.46	2.8798	0.0395	1.9989	0.0203	2.5630	0.0324	2.46
2.47	2.9204	0.0406	2.0198	0.0209	2.5964	0.0334	2.47
2.48	2.9624	0.0420	2.0413	0.0215	2.6307	0.0343	2.48
2.49	3.0056	0.0432	2.0635	0.0222	2.6662	0.0355	2.49
2.50	3.0502	0.0446	2.0864	0.0229	2.7027	0.0365	2.50
2.51	3.0963	0.0461	2.1100	0.0236	2.7405	0.0378	2.51
2.52	3.1438	0.0475	2.1343	0.0243	2.7794	0.0389	2.52
2.53	3.1931	0.0493	2.1595	0.0252	2.8197	0.0403	2.53
2.54	3.2437	0.050	2.1855	0.0260	2.8612	0.0415	2.54
2.55	3.2963	0.0526	2.2124	0.0269	2.9043	0.0431	2.55

(6)

$2u = kl$	$\phi(u)$	$\Delta\phi$	$\psi(u)$	$\Delta\psi$	$\chi(u)$	$\Delta\chi$	$2u=kl$
2.55	3.2963	0.0545	2.2124	0.0278	2.9043	0.0445	2.55
2.56	3.3508	0.0564	2.2402	0.0288	2.9488	0.0461	2.56
2.57	3.4072	0.0585	2.2690	0.0298	2.9949	0.0478	2.57
2.58	3.4657	0.0605	2.2988	0.0309	3.0427	0.0495	2.58
2.59	3.5262	0.0628	2.3297	0.0321	3.0922	0.0513	2.59
2.60	3.5890	0.0652	2.3618	0.0332	3.1435	0.0533	2.60
2.61	3.6542	0.0678	2.3950	0.0345	3.1968	0.0554	2.61
2.62	3.7220	0.0705	2.4295	0.0359	3.2522	0.0575	2.62
2.63	3.7925	0.0734	2.4654	0.0373	3.3097	0.0599	2.63
2.64	3.8659	0.0762	2.5027	0.0388	3.3696	0.0623	2.64
2.65	3.9421	0.0797	2.5415	0.0404	3.4319	0.0650	2.65
2.66	4.0218	0.0829	2.5819	0.0422	3.4969	0.0677	2.66
2.67	4.1047	0.0867	2.6241	0.0439	3.5646	0.0707	2.67
2.68	4.1914	0.0906	2.6680	0.0460	3.6353	0.0739	2.68
2.69	4.2820	0.0946	2.7140	0.0479	3.7092	0.0771	2.69
2.70	4.3766	0.0991	2.7619	0.0502	3.7863	0.0808	2.70
2.71	4.4557	0.1038	2.8121	0.0527	3.8671	0.0846	2.71
2.72	4.5795	0.1090	2.8648	0.0551	3.9517	0.0888	2.72
2.73	4.6885	0.1144	2.9199	0.0579	4.0405	0.0932	2.73
2.74	4.8029	0.1204	2.9778	0.0608	4.1337	0.0980	2.74
2.75	4.9233	0.1266	3.0386	0.0641	4.2317	0.1032	2.75
2.76	5.0499	0.1336	3.1027	0.0675	4.3349	0.1087	2.76
2.77	5.1835	0.1410	3.1702	0.0712	4.4436	0.1148	2.77
2.78	5.3245	0.1491	3.2414	0.0752	4.5584	0.1213	2.78
2.79	5.4736	0.1579	3.3166	0.0797	4.6797	0.1285	2.79
2.80	5.6315	0.1675	3.3963	0.0844	4.8082	0.1362	2.80
2.81	5.7990	0.1780	3.4807	0.0897	4.9444	0.1448	2.81
2.82	5.9770		3.5704		5.0892		2.82

(7)

$2u=kl$	$\phi(u)$	$\Delta\phi$	$\psi(u)$	$\Delta\psi$	$\chi(u)$	$\Delta\chi$	$2u=kl$
2.82	5.9770		3.5704		5.0892		2.82
2.83	6.1664	0.1894	3.6659	0.0955	5.2432	0.1540	2.83
2.84	6.3685	0.2021	3.7676	0.1017	5.4075	0.1643	2.84
2.85	6.5845	0.2160	3.8764	0.1088	5.5832	0.1757	2.85
2.86	6.8160	0.2315	3.9928	0.1164	5.7713	0.1881	2.86
2.87	7.0646	0.2486	4.1179	0.1251	5.9733	0.2020	2.87
2.88	7.3322	0.2676	4.2525	0.1346	6.1907	0.2174	2.88
2.89	7.6212	0.2890	4.3977	0.1452	6.4255	0.2348	2.89
2.90	7.9343	0.3131	4.5550	0.1573	6.6798	0.2543	2.90
2.91	8.2745	0.3402	4.7259	0.1709	6.9561	0.2763	2.91
2.92	8.6455	0.3710	4.9121	0.1862	7.2573	0.3012	2.92
2.93	9.0516	0.4061	5.1160	0.2039	7.5871	0.3298	2.93
2.94	9.4982	0.4466	5.3401	0.2241	7.9496	0.3625	2.94
2.95	9.9915	0.4933	5.5875	0.2474	8.3500	0.4004	2.95
2.96	10.5393	0.5478	5.8622	0.2747	8.7946	0.4446	2.96
2.97	11.1510	0.6117	6.1688	0.3066	9.2910	0.4964	2.97
2.98	11.8386	0.6876	6.5134	0.3446	9.8489	0.5579	2.98
2.99	12.6171	0.7785	6.9035	0.3901	10.4804	0.6315	2.99
3.00	13.5057	0.8886	7.3486	0.4451	11.2013	0.7209	3.00
3.01	14.5295	1.0238	7.8613	0.5127	12.0317	0.8304	3.01
3.02	15.7219	1.1924	8.4583	0.5970	12.9988	0.9671	3.02
3.03	17.1282	1.4063	9.1625	0.7040	14.1393	1.1405	3.03
3.04	18.8116	1.6834	10.0049	0.8426	15.5044	1.3651	3.04
3.05	20.8629	2.0513	11.0314	1.0265	17.1677	1.6633	3.05
3.06	23.4176	2.5547	12.3096	1.2782	19.2388	2.0711	3.06
3.07	26.6860	3.2684	13.9446	1.6350	21.8886	2.6498	3.07
3.08	31.0160	4.3300	16.1105	2.1659	25.3989	3.5103	3.08

(8)

$2u=kl$	$\phi(u)$	$\Delta\phi$	$\psi(u)$	$\Delta\psi$	$\chi(u)$	$\Delta\chi$	$2u=kl$
3.08	31,0160	6,0084	16,1105	3,0051	25.3989	4.8712	3.08
3.09	37,0244	8,8990	19,1156	4,4503	30.2701	7.2138	3.09
3.10	45,9234	14,5332	23,5659	7,2675	37.4839	11.7808	3.10
3.11	60,4566	27,9956	30,8334	13,9987	49.2647	22.6930	3.11
3.12	88,4522	76,2965	44,8321	38,1491	71.9577	61.8440	3.12
3.13	164,7487	1034,4142	82,9812	517,2088	133.8017	838.4545	3.13
3.14	1199,1629	∞	600,1900	∞	972.2562	∞	3.14
3.15	-227,1668	123,4092	-112,9747	61,7055	-183.8716	100.0325	3.15
3.16	-103,7576	36,5228	-51,2592	18,2624	-83.8391	29.6049	3.16
3.17	-67,2348	17,5033	-33,0068	8,7527	-54.2342	14.1884	3.17
3.18	-49,7313	10,2713	-24,2541	5,1365	-40.0458	8.3263	3.18
3.19	-39,4600	6,7537	-19,1176	3,3778	-31.7195	5.4750	3.19
3.20	-32,7063	4,7767	-15,7398	2,3903	-26.2445	3.8742	3.20
3.21	-27,9276	3,5593	-13,3495	1,7807	-22.3703	2.8858	3.21
3.22	-24,3583	2,7541	-11,5688	1,3779	-19.4845	2.2330	3.22
3.23	-21,6142	2,1940	-10,1909	1,0980	-17.2515	1.7790	3.23
3.24	-19,4202	1,7890	-9,0929	0,8954	-15.4725	1.4507	3.24
3.25	-17,6312	1,4865	-8,1975	0,7443	-14.0218	1.2057	3.25
3.26	-16,1447	1,2548	-7,4532	0,6284	-12.8161	1,0178	3.26
3.27	-14,8899	1,0733	-6,8248	0,5376	-11.7983	0.8707	3.27
3.28	-13,8166	0,9285	-6,2872	0,4652	-10.9276	0.7533	3.28
3.29	-12,8881	0,8111	-5,8220	0,4066	-10.1743	0.6581	3.29
3.30	-12,0770	4,6522	-5,4154	2,3367	-9.5162	3.7784	3.30
3.40	7,4248	2,0479	-3,0787	1,0354	-5.7378	1.6681	3.40
3.50	-5,3769	1,1477	-2,0433	0,5861	-4.0697	0.9389	3.50
3.60	-4,2292		-1,4572		-3.1308		3.60

(9)

2u=kl	$\phi(u)$	$\Delta\phi$	$\psi(u)$	$\Delta\psi$	$\chi(u)$	$\Delta\chi$	2u=
3,60	-4,2292	0,7302	-1,4572	0,3785	-3,1308	0,6016	3,60
3,70	-3,4990	0,5029	-1,0787	0,2659	-2,5292	0,4179	3,70
3,80	-2,9961	0,3647	-0,8128	0,1981	-2,1113	0,3070	3,80
3,90	-2,6314	0,2744	-0,6147	0,1544	-1,8043	0,2349	3,90
4,00	-2,3570	0,2116	-0,4603	0,1248	-1,5694	0,1854	4,00
4,10	-2,1454	0,1662	-0,3355	0,1038	-1,3840	0,1498	4,10
4,20	-1,9792	0,1317	-0,2317	0,0887	-1,2342	0,1237	4,20
4,30	-1,8475	0,1046	-0,1430	0,0778	-1,1105	0,1036	4,30
4,40	-1,7429	0,0826	-0,0652	0,0696	-1,0069	0,0881	4,40
4,50	-1,6603	0,0641	-0,0044	0,0638	-0,9188	0,0757	4,50
4,60	-1,5962	0,0810	-0,0682	0,1169	-0,8431	0,1235	4,60
4,80	-1,5152	0,0238	-0,1851	0,1124	-0,7196	0,0962	4,80
5,00	-1,4919	0,0568	-0,2975	0,1520	-0,6234	0,0938	5,00
5,25	-1,5482	0,1964	-0,4495	0,1975	-0,5296	0,0733	5,25
5,50	-1,7446	0,4898	-0,6470	0,3277	-0,4563	0,0589	5,50
5,75	-2,2344	1,5111	-0,9747	0,8268	-0,3974	0,0482	5,75
6,00	-3,7455	25,3412	-1,8015	12,7331	-0,3492	0,0404	6,00
6,25	-29,0867	∞	14,5346	∞	-0,3088	0,0048	6,25
2 π	$\pm\infty$	∞	$\pm\infty$	∞	-0,3040	0,0295	2 π
6,50	4,1490	∞	-2,0242	∞	-0,2745		6,50

İLÂVE
CETVEL — 2

Eksenel çekme yüklü, Eğilmeye çalışan kirişlerde
 $\phi_h(u)$, $\psi_h(u)$, $\chi_h(u)$ Hiperbolik Berry Fonksiyonları

$$\phi_h(u) = \frac{3}{u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\text{sh } 2u} \right)$$

$$\psi_h(u) = \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{\text{th } 2u} - \frac{1}{2u} \right)$$

$$\chi_h(u) = \frac{3(u - \text{th } u)}{u^3}$$

2u = kl	$\phi_h(u)$	$\psi_h(u)$	$\chi_h(u)$	2u = kl
0.00	1.0000	1.0000	1.0000	0.00
0.02	0.9999	1.0000	0.9999	0.02
0.04	0.9998	0.9999	0.9998	0.04
0.06	0.9996	0.9998	0.9996	0.06
0.08	0.9992	0.9996	0.9994	0.08
0.10	0.9988	0.9993	0.9990	0.10
0.12	0.9983	0.9990	0.9986	0.12
0.14	0.9977	0.9987	0.9981	0.14
0.16	0.9970	0.9983	0.9975	0.16
0.18	0.9962	0.9979	0.9968	0.18
0.20	0.9953	0.9973	0.9960	0.20
0.22	0.9944	0.9968	0.9952	0.22
0.24	0.9933	0.9962	0.9943	0.24
0.26	0.9922	0.9955	0.9933	0.26
0.28	0.9909	0.9948	0.9922	0.28

(2)

$2u = k1$	$\phi_h(u)$	$\psi_h(u)$	$\chi_h(u)$	$2 = k1$
0,30	0,9896	0,9940	0,9910	0,30
0,32	0,9882	0,9932	0,9898	0,32
0,34	0,9867	0,9924	0,9886	0,34
0,36	0,9851	0,9915	0,9872	0,36
0,38	0,9834	0,9905	0,9857	0,38
0,40	0,9816	0,9895	0,9842	0,40
0,42	0,9798	0,9884	0,9826	0,42
0,44	0,9779	0,9873	0,9810	0,44
0,46	0,9758	0,9862	0,9793	0,46
0,48	0,9738	0,9850	0,9775	0,48
0,50	0,9716	0,9837	0,9756	0,50
0,52	0,9693	0,9824	0,9737	0,52
0,54	0,9670	0,9811	0,9717	0,54
0,56	0,9646	0,9797	0,9696	0,56
0,58	0,9621	0,9783	0,9675	0,58
0,60	0,9595	0,9768	0,9653	0,60
0,62	0,9569	0,9753	0,9630	0,62
0,64	0,9542	0,9737	0,9607	0,64
0,66	0,9514	0,9721	0,9583	0,66
0,68	0,9486	0,9705	0,9558	0,68
0,70	0,9457	0,9688	0,9533	0,70
0,72	0,9427	0,9671	0,9507	0,72
0,74	0,9396	0,9653	0,9481	0,74
0,76	0,9365	0,9635	0,9454	0,76
0,78	0,9333	0,9617	0,9427	0,78
0,80	0,9301	0,9598	0,9399	0,80

(3)

$2u = k1$	$\phi_h(u)$	$\psi_h(u)$	$\chi_h(u)$	$2u = k1$
0,82	0,9268	0,9579	0,9371	0,82
0,84	0,9234	0,9559	0,9342	0,84
0,86	0,9200	0,9539	0,9312	0,86
0,88	0,9165	0,9519	0,9282	0,88
0,90	0,9129	0,9499	0,9252	0,90
0,92	0,9094	0,9478	0,9221	0,92
0,94	0,9057	0,9456	0,9189	0,94
0,96	0,9020	0,9435	0,9157	0,96
0,98	0,8983	0,9413	0,9125	0,98
1,00	0,8945	0,9391	0,9092	1,00
1,02	0,8906	0,9369	0,9059	1,02
1,04	0,8868	0,9346	0,9026	1,04
1,06	0,8828	0,9323	0,8992	1,06
1,08	0,8789	0,9300	0,8957	1,08
1,10	0,8748	0,9276	0,8922	1,10
1,12	0,8708	0,9253	0,8887	1,12
1,14	0,8667	0,9229	0,8851	1,14
1,16	0,8626	0,9204	0,8815	1,16
1,18	0,8584	0,9180	0,8779	1,18
1,20	0,8542	0,9155	0,8743	1,20
1,22	0,8500	0,9130	0,8706	1,22
1,24	0,8457	0,9105	0,8669	1,24
1,26	0,8414	0,9080	0,8632	1,26
1,28	0,8371	0,9054	0,8595	1,28
1,30	0,8328	0,9028	0,8557	1,30
1,32	0,8284	0,9003	0,8519	1,32

(4)

$2u - kl$	$\phi_h(u)$	$\psi_h(u)$	$\chi_h(u)$	$2u - kl$
1.34	0.8240	0.8977	0.8481	1.34
1.36	0.8196	0.8950	0.8442	1.36
1.38	0.8151	0.8924	0.8403	1.38
1.40	0.8107	0.8897	0.8364	1.40
1.42	0.8062	0.8871	0.8325	1.42
1.44	0.8017	0.8844	0.8286	1.44
1.46	0.7972	0.8817	0.8247	1.46
1.48	0.7927	0.8790	0.8207	1.48
1.50	0.7881	0.8762	0.8167	1.50
1.52	0.7835	0.8735	0.8127	1.52
1.54	0.7790	0.8708	0.8087	1.54
1.56	0.7744	0.8680	0.8047	1.56
1.58	0.7698	0.8653	0.8007	1.58
1.60	0.7652	0.8625	0.7967	1.60
1.62	0.7606	0.8597	0.7927	1.62
1.64	0.7560	0.8569	0.7887	1.64
1.66	0.7513	0.8541	0.7847	1.66
1.68	0.7467	0.8513	0.7807	1.68
1.70	0.7421	0.8485	0.7766	1.70
1.72	0.7374	0.8457	0.7725	1.72
1.74	0.7328	0.8429	0.7684	1.74
1.76	0.7282	0.8400	0.7643	1.76
1.78	0.7235	0.8372	0.7601	1.78
1.80	0.7189	0.8344	0.7560	1.80
1.82	0.7143	0.8315	0.7519	1.82
1.84	0.7096	0.8287	0.7478	1.84

(5)

$2u - kl$	$\phi_h(u)$	$\psi_h(u)$	$\chi_h(u)$	$2u - kl$
1.86	0.7050	0.8259	0.7437	1.86
1.88	0.7004	0.8230	0.7396	1.88
1.90	0.6958	0.8202	0.7355	1.90
1.92	0.6912	0.8173	0.7314	1.92
1.94	0.6866	0.8145	0.7273	1.94
1.96	0.6820	0.8117	0.7232	1.96
1.98	0.6774	0.8088	0.7192	1.98
2.00	0.6728	0.8060	0.7152	2.00
2.02	0.6683	0.8031	0.7112	2.02
2.04	0.6637	0.8003	0.7072	2.04
2.06	0.6592	0.7975	0.7031	2.06
2.08	0.6547	0.7946	0.6991	2.08
2.10	0.6501	0.7918	0.6950	2.10
2.12	0.6456	0.7890	0.6910	2.12
2.14	0.6411	0.7861	0.6870	2.14
2.16	0.6367	0.7833	0.6830	2.16
2.18	0.6322	0.7805	0.6790	2.18
2.20	0.6278	0.7777	0.6750	2.20
2.22	0.6233	0.8749	0.6711	2.22
2.24	0.6189	0.7721	0.6672	2.24
2.26	0.6145	0.7693	0.6633	2.26
2.28	0.6102	0.7665	0.6594	2.28
2.30	0.6058	0.7637	0.6555	2.30
2.32	0.6015	0.7609	0.6516	2.32
2.34	0.5972	0.7582	0.6477	2.34
2.36	0.5929	0.7554	0.6438	2.36

(6)

$2u = kl$	$\phi_h(u)$	$\psi_h(u)$	$\chi_h(u)$	$2u = kl$
2.38	0.5886	0.7527	0.6399	2.38
2.40	0.5843	0.7499	0.6360	2.40
2.42	0.5801	0.7472	0.6322	2.42
2.44	0.5759	0.7444	0.6284	2.44
2.46	0.5717	0.7417	0.6246	2.46
2.48	0.5775	0.7390	0.6208	2.48
2.50	0.5633	0.7363	0.6170	2.50
2.52	0.5592	0.7336	0.6133	2.52
2.54	0.5551	0.7309	0.6096	2.54
2.56	0.5510	0.7282	0.6059	2.56
2.58	0.5469	0.7255	0.6022	2.58
2.60	0.6429	0.7229	0.5985	2.60
2.62	0.5389	0.7202	0.5948	2.62
2.64	0.5349	0.7175	0.5912	2.64
2.66	0.5309	0.7149	0.5875	2.66
2.68	0.5269	0.7123	0.5839	2.68
2.70	0.5230	0.7097	0.5803	2.70
2.72	0.5191	0.7071	0.5767	2.72
2.74	0.5152	0.7045	0.5732	2.74
2.76	0.5114	0.7019	0.5697	2.76
2.78	0.5075	0.6993	0.5662	2.78
2.80	0.5037	0.6967	0.5627	2.80
2.82	0.4999	0.6942	0.5593	2.82
2.84	0.4962	0.6916	0.5559	2.84
2.86	0.4924	0.6891	0.5525	2.86
2.88	0.4887	0.6866	0.5491	2.88

(7)

$2u = kl$	$\phi_h(u)$	$\psi_h(u)$	$\chi_h(u)$	$2u = kl$
2.90	0.4861	0.6840	0.5457	2.90
2.92	0.4814	0.6815	0.5423	2.92
2.94	0.4778	0.6790	0.5389	2.94
2.96	0.4742	0.6766	0.5355	2.96
2.98	0.4706	0.6741	0.5321	2.98
3.00	0.4670	0.6717	0.5288	3.00
3.02	0.4635	0.6692	0.5255	3.02
3.04	0.4600	0.9668	0.5222	3.04
3.06	0.4565	0.6643	0.5189	3.06
3.08	0.4530	0.6619	0.5157	3.08
3.10	0.4496	0.6595	0.5125	3.10
3.12	0.4462	0.6571	0.5093	3.12
3.14	0.4428	0.6547	0.5061	3.14
3.16	0.4395	0.6524	0.5030	3.16
3.18	0.4361	0.6500	0.4999	3.18
3.20	0.4328	0.6476	0.4968	3.20

CETVEL - 3
Radyan cinsinden açılardan natürel
Sinus, Cosinus, ve Tangentleri.

kl Radyan	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg kl
0,00	0,00000		1,00000		0,00000	
0,01	0,01000	0,01000	0,99995	0,00005	0,01000	0,01000
0,02	0,02000	0,01000	0,99980	0,00015	0,02000	0,01000
0,03	0,03000	0,01000	0,99955	0,00025	0,03000	0,01000
0,04	0,03999	0,00999	0,99920	0,00035	0,04002	0,01002
0,05	0,04998	0,00998	0,99875	0,00045	0,05004	0,01002
0,06	0,05996	0,00998	0,99820	0,00055	0,06007	0,01003
0,07	0,06994	0,00998	0,99755	0,00065	0,07012	0,01005
0,08	0,07991	0,00997	0,99680	0,00075	0,08017	0,01005
0,09	0,08988	0,00997	0,99595	0,00085	0,09024	0,01007
0,10	0,09983	0,00995	0,99500	0,00095	0,10034	0,01010
0,11	0,10978	0,00995	0,98396	0,00104	0,11045	0,01011
0,12	0,11971	0,00993	0,99281	0,00115	0,12057	0,01012
0,13	0,12963	0,00992	0,99156	0,00125	0,13073	0,01016
0,14	0,13954	0,00991	0,99022	0,00134	0,14092	0,01019
0,15	0,14944	0,00990	0,98877	0,00145	0,15114	0,01022
0,16	0,15932	0,00988	0,98723	0,00154	0,16138	0,01024
0,17	0,16918	0,00986	0,98558	0,00165	0,17165	0,01027
0,18	0,17903	0,00985	0,98384	0,00174	0,18197	0,01032
0,19	0,18886	0,00983	0,98200	0,00184	0,19232	0,01035
0,20	0,19867	0,00981	0,98007	0,00193	0,20271	0,01039
0,21	0,20846	0,00979	0,97803	0,00204	0,21314	0,01043
0,22	0,21823	0,00977	0,97590	0,00213	0,22362	0,01048
0,23	0,22798	0,00975	0,97367	0,00223	0,23414	0,01052
0,24	0,23770	0,00972	0,97134	0,00233	0,24472	0,01058
0,25	0,24740	0,00970	0,96891	0,00243	0,25534	0,01062

(2)

Radyan	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg kl
0,25	0,24740	0,00968	0,96891	0,00252	0,25534	0,01068
0,26	0,25708	0,00965	0,96639	0,00262	0,26602	0,01074
0,27	0,26672	0,00963	0,96377	0,00271	0,27676	0,01080
0,28	0,27636	0,00959	0,96106	0,00282	0,28756	0,01085
0,29	0,28595	0,00957	0,95824	0,00290	0,29841	0,01093
0,30	0,29552	0,00954	0,95534	0,00301	0,30934	0,01098
0,31	0,30506	0,00951	0,95233	0,00309	0,32032	0,01107
0,32	0,31457	0,00947	0,94924	0,00320	0,33139	0,01114
0,33	0,32404	0,00945	0,94604	0,00329	0,34253	0,01121
0,34	0,33349	0,00941	0,94275	0,00338	0,35374	0,01129
0,35	0,34290	0,00937	0,93937	0,00347	0,36503	0,01137
0,36	0,35227	0,00935	0,93590	0,00357	0,37640	0,01146
0,37	0,36162	0,00930	0,93233	0,00367	0,38786	0,01155
0,38	0,37092	0,00927	0,92866	0,00375	0,39941	0,01164
0,39	0,38019	0,00923	0,92491	0,00385	0,41105	0,01174
0,40	0,38942	0,00919	0,92106	0,00394	0,42279	0,01184
0,41	0,39861	0,00915	0,91712	0,00403	0,43463	0,01194
0,42	0,40776	0,00911	0,91309	0,00412	0,44657	0,01205
0,43	0,41687	0,00907	0,90897	0,00422	0,45862	0,01216
0,44	0,42594	0,00903	0,90475	0,00430	0,47078	0,01228
0,45	0,43497	0,00898	0,90045	0,00440	0,48406	0,01239
0,46	0,44395	0,00894	0,89605	0,00448	0,49545	0,01251
0,47	0,45289	0,00889	0,89157	0,00458	0,50796	0,01265
0,48	0,46178	0,00885	0,88699	0,00466	0,52061	0,01278
0,49	0,47083	0,00880	0,88233	0,00475	0,53339	0,01301
0,50	0,47943		0,87758		0,54630	

(3)

kl Radyan	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg kl
0,50	0,47943		0,87758		0,54630	
0,51	0,48818	0,00875	0,87274	0,00484	0,55936	0,01306
0,52	0,49688	0,00870	0,86782	0,00496	0,57256	0,01320
0,53	0,50553	0,00865	0,86281	0,00501	0,58591	0,01335
0,54	0,51414	0,00861	0,86771	0,00510	0,59943	0,01352
0,55	0,52269	0,00855	0,86252	0,00519	0,61310	0,01367
0,56	0,53119	0,00850	0,84726	0,00526	0,62695	0,01385
0,57	0,53963	0,00844	0,84190	0,00536	0,64097	0,01402
0,58	0,54802	0,00839	0,83646	0,00544	0,65517	0,01420
0,59	0,55836	0,00834	0,83094	0,00552	0,66955	0,01438
0,60	0,56464	0,00828	0,82534	0,00560	0,68414	0,01459
0,61	0,57287	0,00823	0,81965	0,00569	0,69892	0,01478
0,62	0,58104	0,00817	0,81388	0,00577	0,71391	0,01499
0,63	0,58914	0,00810	0,80803	0,00585	0,72911	0,01520
0,64	0,59720	0,00806	0,80210	0,00593	0,74454	0,01543
0,65	0,60519	0,00799	0,79608	0,00602	0,76021	0,01567
0,66	0,61312	0,00793	0,78999	0,00609	0,77611	0,01590
0,67	0,62099	0,00787	0,78382	0,00617	0,79226	0,01615
0,68	0,62879	0,00780	0,77757	0,00625	0,80868	0,01640
0,69	0,63654	0,00775	0,77125	0,00632	0,82533	0,01667
0,70	0,64422	0,00768	0,76484	0,00641	0,84229	0,01696
0,71	0,65183	0,00661	0,75836	0,00648	0,85953	0,01724
0,72	0,65938	0,00755	0,75181	0,00655	0,87707	0,01754
0,73	0,66687	0,00749	0,74517	0,00664	0,89492	0,01785
0,74	0,67429	0,00742	0,73847	0,00670	0,91309	0,01817
0,75	0,68164	0,00735	0,73169	0,00678	0,93160	0,01851

(4)

kl Radyan	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg kl
0,75	0,68164	0,00728	0,73169	0,00685	0,93160	0,01885
0,76	0,68892	0,00722	0,72484	0,00693	0,95045	0,01922
0,77	0,69614	0,00714	0,71791	0,00700	0,96967	0,01959
0,78	0,70328	0,00707	0,71091	0,00706	0,98926	0,01998
0,79	0,71035	0,00701	0,70385	0,00714	1,00924	0,02040
0,80	0,71736	0,00693	0,69671	0,00721	1,02964	0,02082
0,81	0,72429	0,00686	0,68950	0,00728	1,05046	0,02125
0,82	0,73115	0,00678	0,68222	0,00734	1,07171	0,02172
0,83	0,73793	0,00671	0,67488	0,00742	1,09343	0,02220
0,84	0,74464	0,00664	0,66746	0,00748	1,11563	0,02271
0,85	0,75128	0,00656	0,65998	0,00754	1,13834	0,02321
0,86	0,75784	0,00649	0,65244	0,00761	1,16155	0,02378
0,87	0,76433	0,00641	0,64483	0,00768	1,18533	0,02434
0,88	0,77074	0,00633	0,63715	0,00774	1,20967	0,02493
0,89	0,77707	0,00626	0,62941	0,00780	1,23460	0,02556
0,90	0,78333	0,00617	0,62161	0,00786	1,26016	0,02611
0,91	0,78950	0,00610	0,61375	0,00793	1,28637	0,02689
0,92	0,79560	0,00602	0,60582	0,00799	1,31326	0,02762
0,93	0,80162	0,00594	0,59783	0,00804	1,34088	0,02836
0,94	0,80756	0,00586	0,58979	0,00811	1,36923	0,02915
0,95	0,81342	0,00577	0,58168	0,00816	1,39838	0,02998
0,96	0,81919	0,00570	0,57352	0,00822	1,42836	0,03084
0,97	0,82489	0,00561	0,56530	0,00828	1,45920	0,03176
0,98	0,83050	0,00553	0,55702	0,00833	1,49096	0,03272
0,99	0,83603	0,00544	0,54869	0,00839	1,52368	0,03373
1,00	0,84147		0,54030		1,55741	

(5)

kl Radian	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg kl
1.00	0,84147		0,54030		1,55741	
1.01	0,84683	0,00536	0,53186	0,00844	1,59221	0,03480
1.02	0,85211	0,00528	0,52337	0,00849	1,62813	0,03592
1.03	0,85730	0,00519	0,51482	0,00855	1,66525	0,03712
1.04	0,86240	0,00510	0,50622	0,00860	1,70361	0,03836
1.05	0,86742	0,00502	0,49757	0,00865	1,74332	0,03971
1.06	0,87236	0,00494	0,48887	0,00870	1,78442	0,04110
1.07	0,87720	0,00484	0,48012	0,00875	1,82703	0,04261
1.08	0,88196	0,00476	0,47133	0,00879	1,87122	0,04419
1.09	0,88663	0,00467	0,46249	0,00884	1,91710	0,04588
1.10	0,89121	0,00458	0,45360	0,00889	1,96476	0,04766
1.11	0,89570	0,00449	0,44466	0,00894	2,01434	0,04958
1.12	0,90010	0,00440	0,43588	0,00898	2,06595	0,05161
1.13	0,90441	0,00431	0,42666	0,00902	2,11975	0,05380
1.14	0,90863	0,00422	0,41759	0,00907	2,17588	0,05613
1.15	0,91276	0,00413	0,40849	0,00910	2,23449	0,05861
1.16	0,91680	0,00404	0,39934	0,00915	2,29580	0,06131
1.17	0,92075	0,00395	0,39015	0,00919	2,35998	0,06418
1.18	0,92461	0,00386	0,38092	0,00923	2,42726	0,06728
1.19	0,92837	0,00376	0,37166	0,00926	2,49790	0,07064
1.20	0,93204	0,00367	0,36236	0,00930	2,57215	0,07425
1.21	0,93562	0,00358	0,35302	0,00934	2,65033	0,07818
1.22	0,93910	0,00348	0,34365	0,00937	2,73276	0,08243
1.23	0,94249	0,00339	0,33424	0,00941	2,81982	0,08706
1.24	0,94578	0,00329	0,32480	0,00944	2,91194	0,09212
1.25	0,94898	0,00320	0,31532	0,00948	3,00957	0,09763

(6)

kl Radian	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg kl
1.25	0,94898	0,00311	0,31532	0,00950	3,00957	0,10371
1.26	0,95209	0,00301	0,30582	0,00954	3,11328	0,11035
1.27	0,95510	0,00292	0,29628	0,00956	3,22363	0,11772
1.28	0,95802	0,00282	0,28672	0,00960	3,34135	0,12586
1.29	0,96084	0,00272	0,27712	0,00962	3,46721	0,13489
1.30	0,96356	0,00262	0,26750	0,00965	3,60210	0,14498
1.31	0,96618	0,00254	0,25785	0,00967	3,74708	0,15627
1.32	0,96872	0,00243	0,24818	0,00970	3,90335	0,16896
1.33	0,97115	0,00233	0,23848	0,00973	4,07231	0,18331
1.34	0,97348	0,00224	0,22875	0,00974	4,25562	0,19961
1.35	0,97572	0,00214	0,21901	0,00977	4,45523	0,21821
1.36	0,97786	0,00205	0,20924	0,00979	4,67344	0,23962
1.37	0,97991	0,00194	0,19945	0,00981	4,91306	0,26438
1.38	0,98185	0,00185	0,18964	0,00983	5,17744	0,29325
1.39	0,98370	0,00175	0,17981	0,00984	5,47069	0,32719
1.40	0,98545	0,00165	0,16997	0,00987	5,79788	0,36749
1.41	0,98710	0,00155	0,16010	0,00987	6,16537	0,41573
1.42	0,98865	0,00145	0,15023	0,00990	6,58110	0,47436
1.43	0,99010	0,00136	0,14033	0,00991	7,05546	0,54636
1.44	0,99146	0,00125	0,13042	0,00992	7,60182	0,63628
1.45	0,99271	0,00116	0,12050	0,00993	8,23810	0,75052
1.46	0,99387	0,00105	0,11057	0,00994	8,98862	0,89878
1.47	0,99492	0,00096	0,10063	0,00996	9,88740	1,09598
1.48	0,99588	0,00086	0,09067	0,00996	10,98338	1,36653
1.49	0,99674	0,00075	0,08071	0,00997	12,34991	1,75151
1.50	0,99749		0,07074		14,10142	

(7)

kl Radyan	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg kl
1,50	0,99749	0,00066	0,07074	0,00998	14,10142	2,32669
1,51	0,99815	0,00056	0,06076	0,00999	16,42811	3,2415
1,52	0,99871	0,00046	0,05077	0,00998	19,6696	4,8290
1,53	0,99917	0,00036	0,04079	0,01000	24,4986	7,9527
1,54	0,99953	0,00025	0,03079	0,01000	32,4513	15,6290
1,55	0,99978	0,00018	0,02079	0,00999	48,0803	44,5435
1,56	0,99996	0,00004	0,01080	0,01000	92,6238	1182,42
1,57	1,00000	0,00004	0,00080	0,01000	1275,04	1383,70
1,58	0,99996	0,00014	-0,00920	0,01000	-108,661	56,593
1,59	0,99982	0,00025	-0,01920	0,01000	-52,0676	17,8347
1,60	0,99957	0,00034	-0,02920	0,00999	-34,2329	8,7379
1,61	0,99925	0,00044	-0,03919	0,00999	-25,4950	5,1877
1,62	0,99879	0,00054	-0,04918	0,00999	-20,3073	3,4361
1,63	0,99825	0,00065	-0,05917	0,00998	-16,8712	2,4442
1,64	0,99760	0,00073	-0,06915	0,00997	-14,4270	1,8278
1,65	0,99687	0,00085	-0,07919	0,00997	-12,5992	1,41867
1,66	0,99602	0,00094	-0,08909	0,00995	-11,1806	1,13336
1,67	0,99508	0,00104	-0,09904	0,00995	-10,0472	0,92648
1,68	0,99404	0,00114	-0,10899	0,00993	-9,12076	0,77151
1,69	0,99290	0,00123	-0,11892	0,00992	-8,34925	0,65265
1,70	0,99167	0,00134	-0,12884	0,00991	-7,69660	0,55937
1,71	0,99033	0,00144	-0,13875	0,00990	-7,13723	0,48478
1,72	0,98889	0,00153	-0,14865	0,00988	-6,65245	0,42436
1,73	0,98736	0,00164	-0,15853	0,00987	-6,22809	0,37456
1,74	0,68572	0,00173	-0,16840	0,00985	-5,85353	0,33316
1,75	0,98399	-0,17825	-0,17825	-5,52037	-5,52037	

(8)

kl Radyan	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg kl
1,75	0,98399	0,00184	-0,17825	0,00983	-5,52037	0,29828
1,76	0,98215	0,00192	-0,18808	0,00981	-5,22209	0,26869
1,77	0,08023	0,00204	-0,19789	0,00979	-4,95340	0,24330
1,78	0,97819	0,00212	-0,20768	0,00977	-4,71010	0,22144
1,79	0,97607	0,00222	-0,21745	0,00975	-4,48866	0,20239
1,80	0,97385	0,00223	-0,22720	0,00973	-4,28627	0,18577
1,81	0,97152	0,00241	-0,23693	0,00970	-4,10050	0,17113
1,82	0,96911	0,00252	-0,24663	0,00968	-3,92937	0,15819
1,83	0,96659	0,00261	-0,25631	0,00965	-3,77118	0,14668
1,84	0,96398	0,00271	-0,26596	0,00963	-3,62450	0,13644
1,85	0,96127	0,00280	-0,27559	0,00960	-3,48806	0,12723
1,86	0,95847	0,00290	-0,28519	0,00957	-3,36083	0,11895
1,87	0,95557	0,00300	-0,29476	0,00954	-3,24188	0,11149
1,88	0,95257	0,00308	-0,30430	0,00951	-3,13039	0,10475
1,89	0,94949	0,00319	-0,31581	0,00948	-3,02566	0,09856
1,90	0,94630	0,00328	-0,32329	0,00945	-2,92710	0,09296
1,91	0,94302	0,00338	-0,33274	0,00941	-2,83414	0,08784
1,92	0,93964	0,00346	-0,34215	0,00938	-2,74630	0,08314
1,93	0,93618	0,00356	-0,35153	0,00934	-2,66316	0,07883
1,94	0,93262	0,00366	-0,36087	0,00931	-2,58433	0,07486
1,95	0,92896	0,00375	-0,37018	0,00927	-2,50947	0,07119
1,96	0,92521	0,00384	-0,37945	0,00923	-2,43828	0,06779
1,97	0,92137	0,00393	-0,38868	0,00920	-2,37049	0,06467
1,98	0,91744	0,00403	-0,39788	0,00915	-2,30582	0,06134
1,99	0,91341	0,00411	-0,40703	0,00912	-2,24408	0,05904
2,00	0,90930	-0,41615	-0,41615	-2,18504	-2,18504	

(9)

kl Radyan	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg kl
2.00	0,90930	0,00421	-0,41615	0,00907	-2,18504	0,05651
2.01	0,90509	0,00430	-0,42522	0,00903	-2,12853	0,05416
2.02	0,90079	0,00438	-0,43425	0,00898	-2,07437	0,05195
2.03	0,89641	0,00448	-0,44323	0,00895	-2,02242	0,04990
2.04	0,89193	0,00457	-0,45218	0,00889	-1,97252	0,04786
2.05	0,88736	0,00466	-0,46107	0,00885	-1,92456	0,04615
2.06	0,88270	0,00473	-0,46992	0,00881	-1,87841	0,04445
2.07	0,87797	0,00484	-0,47873	0,00875	-1,83396	0,04284
2.08	0,87313	0,00491	-0,48748	0,00871	-1,79112	0,04236
2.09	0,86822	0,00503	-0,49619	0,00866	-1,74977	0,03993
2.10	0,86319	0,00507	-0,50485	0,00860	-1,70984	0,03857
2.11	0,85812	0,00518	-0,51345	0,00856	-1,67127	0,03732
2.12	0,85294	0,00526	-0,52201	0,00850	-1,63395	0,03610
2.13	0,84768	0,00535	-0,53051	0,00845	-1,59875	0,03498
2.14	0,84233	0,00543	-0,53896	0,00840	-1,56287	0,03389
2.15	0,83690	0,00552	-0,54736	0,00834	-1,52898	0,03288
2.16	0,83138	0,00559	-0,55570	0,00828	-1,49610	0,03191
2.17	0,82579	0,00569	-0,56398	0,00823	-1,46419	0,03098
2.18	0,82010	0,00576	-0,57221	0,00818	-1,43321	0,03011
2.19	0,81434	0,00585	-0,58039	0,00811	-1,40310	0,02928
2.20	0,80849	0,00591	-0,58850	0,00806	-1,37382	0,02848
2.21	0,80258	0,00601	-0,59656	0,00799	-1,34534	0,02773
2.22	0,79657	0,00609	-0,60455	0,00794	-1,31761	0,02701
2.23	0,79048	0,00616	-0,61249	0,00787	-1,29060	0,02631
2.24	0,78432	0,00625	-0,62036	0,00781	-1,26429	0,02566
2.25	0,77807		-0,62817		-1,23863	

(10)

kl Radyan	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg kl
2,25	0,77807	0,00632	-0,62817	0,00775	-1,23863	0,02503
2,26	0,77175	0,00639	-0,63592	0,00769	-1,21360	0,02444
2,27	0,76536	0,00648	-0,64361	0,00762	-1,18916	0,02385
2,28	0,75888	0,00655	-0,65123	0,00756	-1,16531	0,02332
2,29	0,75233	0,00662	-0,65879	0,00749	-1,14199	0,02278
2,30	0,74571	0,00669	-0,66628	0,00742	-1,11921	0,02227
2,31	0,73902	0,00678	-0,67370	0,00736	-1,09694	0,02180
2,32	1,73224	0,00685	-0,68104	0,00728	-1,07514	0,02133
2,33	0,72539	0,00692	-0,68834	0,00722	-1,05381	0,02089
2,34	0,71847	0,00699	-0,69556	0,00715	-1,03292	0,02045
2,35	0,71148	0,00707	-0,70271	0,00708	-1,01247	0,02005
2,36	0,70441	0,00713	-0,70979	0,00701	-0,99242	0,01966
2,37	0,69728	0,00721	-0,71680	0,00694	-0,97276	0,01907
2,38	0,69007	0,00726	-0,72374	0,00686	-0,95349	0,01892
2,39	0,68281	0,00733	-0,73060	0,00679	-0,93457	0,01856
2,40	0,67547	0,00741	-0,73739	0,00672	-0,91601	0,01822
2,41	0,66806	0,00748	-0,74411	0,00665	-0,89779	0,01790
2,42	0,66058	0,00754	-0,75076	0,00656	-0,87989	0,01759
2,43	0,65304	0,00760	-0,75732	0,00651	-0,86230	0,01728
2,44	0,64544	0,00767	-0,76383	0,00640	-0,84502	0,01701
2,45	0,63777	0,00774	-0,77023	0,00634	-0,82801	0,01671
2,46	0,63003	0,00779	-0,77657	0,00626	-0,81130	0,01645
2,47	0,62224	0,00786	-0,78283	0,00718	-0,79485	0,01617
2,48	0,61438	0,00792	-0,78901	0,00611	-0,77868	0,01594
2,49	0,60646	0,00799	-0,79512	0,00602	-0,79512	0,01569
2,50	0,59847		-0,80114		-0,74703	

(13)

kl Radyan	sin kl	Δ sin kl	cos kl	Δ cos kl	tg kl	Δ tg
3,00	0,14112	0,00991	-0,98999	0,00136	-0,14254	0,01000
3, 1	0,13121	0,00992	-0,99135	0,00127	-0,13235	0,01001
3,02	0,12129	0,00993	-0,99262	0,00116	-0,12219	0,01001
3,03	0,11136	0,00994	-0,99378	0,00106	-0,11206	0,01011
3,04	0,10142	0,00996	-0,99484	0,00097	-0,10195	0,01010
3,05	0,09146	0,00996	-0,99581	0,00086	-0,09185	0,01008
3,06	0,08150	0,00997	-0,99667	0,00077	-0,08177	0,01006
3,07	0,07153	0,00998	-0,99744	0,00066	-0,07171	0,01004
3,08	0,06155	0,00999	-0,99810	0,00057	-0,06167	0,01003
3,09	0,05156	0,00997	-0,99867	0,00046	-0,05164	0,01002
3,10	0,04159	0,01000	-0,99913	0,00037	-0,04162	0,01001
3,11	0,03159	0,00999	-0,99950	0,00027	-0,03161	0,01001
3,12	0,02160	0,01000	-0,99977	0,00016	-0,02160	0,01000
3,13	0,01160	0,01000	-0,99993	0,00007	-0,01160	0,01000
3,14	0,00160	0,01001	-1,00000	0,00003	-0,00160	0,01001
3,15	-0,00841	0,01000	-0,99997	0,00014	0,00841	0,01000
3,16	-0,01841	0,00999	-0,99984	0,00023	0,01841	0,01000
3,17	-0,02840	0,01000	-0,99960	0,00034	0,02841	0,01002
3,18	-0,03840	0,00999	-0,99926	0,00043	0,03843	0,01002
3,19	-0,04839	0,00999	-0,99883	0,00053	0,04845	0,01003
3,20	-0,05838	0,00998	-0,99830	0,00064	0,05848	0,01004
3,21	-0,06936	0,00997	-0,99766	0,00073	0,06852	0,01005
3,22	-0,07833	0,00996	-0,99693	0,00084	0,07857	0,01007
3,23	-0,08829	0,00996	-0,99609	0,00093	0,08864	0,01009
3,24	-0,09825	0,00995	-0,99516	0,00103	0,09873	0,01010
3,25	-0,10820		-0,99413		0,10853	

Cetvel - 4
(sh kl, ch kl, th kl) degerleri
(1)

kl	ch kl	sh kl	th kl
0,00	1,00000	0,00000	0,00000
0,01	1,00005	0,01000	0,01000
0,02	1,00020	0,02000	0,02000
0,03	1,00045	0,03000	0,02999
0,04	1,00080	0,04001	0,03998
0,05	1,00125	0,05002	0,04996
0,06	1,00180	0,06004	0,05993
0,07	1,00245	0,07006	0,06989
0,08	1,00320	0,08009	0,07983
0,09	1,00405	0,09012	0,08976
0,10	1,00500	0,10017	0,09967
0,11	1,00606	0,11022	0,10956
0,12	1,00721	0,12029	0,11949
0,13	1,00846	0,13037	0,12927
0,14	1,00982	0,14046	0,13909
0,15	1,01127	0,15056	0,14888
0,16	1,01283	0,16068	0,15865
0,17	1,01448	0,17082	0,16038
0,18	1,01624	0,18097	0,17089
0,19	1,01810	0,19115	0,18097
0,20	1,02007	0,20134	0,19115
0,21	1,02213	0,21155	0,20134
0,22	1,02430	0,22178	0,21155
0,23	1,02657	0,23203	0,22178
0,24	1,02891	0,24232	0,23203
0,25	1,03141	0,25261	0,24232

(2)

kl	ch kl	sh kl	th kl
0,26	1.03399	0.26294	0.25430
0,27	1.03667	0.27329	0.26363
0,28	1.03941	0.28367	0.27291
0,29	1.04235	0.29408	0.28213
0,30	1.04534	0.30452	0.29131
0,31	1.04844	0.31499	0.30044
0,32	1.05164	0.32549	0.30951
0,33	1.05495	0.33602	0.31852
0,34	1.05836	0.34659	0.32748
0,35	1.06188	0.35719	0.33638
0,36	1.06550	0.36783	0.34521
0,37	1.06923	0.37850	0.35399
0,38	1.07307	0.38921	0.36271
0,39	1.07702	0.39996	0.37136
0,40	1.08107	0.41075	0.37995
0,41	1.08523	0.42158	0.38847
0,42	1.08950	0.43245	0.39693
0,43	1.09388	0.44337	0.40532
0,44	1.09837	0.45434	0.41364
0,45	1.10297	0.46534	0.42190
0,46	1.10768	0.46639	0.43008
0,47	1.11250	0.48750	0.43820
0,48	1.11743	0.49865	0.44624
0,49	1.12247	0.50984	0.45422
0,50	1.12763	0.52109	0.46212
0,51	1.13289	0.53240	0.46995

(3)

kl	ch kl	sh kl	th kl
0,52	1,13827	0,54375	0.47770
0,53	1,14377	0,55516	0.48534
0,54	1,14938	0,56663	0.49299
0,55	1,15515	0,57815	0.50050
0,56	1,16094	0,58973	0.50798
0,57	1,16690	0,60137	0.51536
0,58	1,17297	0,61307	0.52267
0,59	1,17917	0,62483	0.52978
0,60	1,18547	0,63665	0.53705
0,61	1,19189	0,64854	0.54413
0,62	1,19844	0,66049	0.55113
0,63	1,20510	0,67251	0.55787
0,64	1,21189	0,68459	0.56490
0,65	1,21879	0,69675	0.57167
0,66	1,22582	0,70897	0.57836
0,67	1,23297	0,72126	0.58498
0,68	1,24025	0,73363	0.59152
0,69	1,24765	0,74607	0.59798
0,70	1,25517	0,75858	0.60437
0,71	1,26282	0,77117	0.61068
0,72	1,27059	0,78384	0.61691
0,73	1,27849	0,79659	0.62307
0,74	1,28652	0,80941	0.62915
0,75	1,29468	0,82232	0.63515
0,76	1,30297	0,83530	0.64107
0,77	1,31139	0,84838	0.64693

(4)

kl	ch kl	sh kl	th kl
0.78	1.31994	0.86153	0.65271
0.79	1.32862	0.87478	0.65841
0.80	1.33743	0.88811	0.66404
0.81	1.34638	0.90152	0.66959
0.82	1.35547	0.91503	0.67507
0.83	1.36468	0.92863	0.68048
0.84	1.37404	0.94233	0.68581
0.85	1.38353	0.95612	0.69107
0.86	1.39316	0.97000	0.69626
0.87	1.40293	0.98398	0.70137
0.88	1.41284	0.99806	0.70642
0.89	1.42289	1.01224	0.71139
0.90	1.43309	1.02652	0.71630
0.91	1.44342	1.04090	0.72113
0.92	1.45390	1.05539	0.72590
0.93	1.46453	1.06998	0.73059
0.94	1.47530	1.08468	0.73522
0.95	1.48623	1.09948	0.73978
0.96	1.49729	1.11440	0.74428
0.97	1.50851	1.12943	0.74870
0.98	1.51989	1.14457	0.75307
0.99	1.53141	1.15983	0.75736
1.00	1.54308	1.17520	0.76159
1.01	1.55491	1.19069	0.76570
1.02	1.56689	1.20630	0.76987
1.03	1.57904	1.22203	0.77391

(5)

kl	ch kl	sh kl	th kl
1.04	1.59134	1.23788	0.77889
1.05	1.60379	1.25386	0.78181
1.06	1.61641	1.26996	0.78568
1.07	1.62919	1.28619	0.78949
1.08	1.64214	1.30254	0.79320
1.09	1.65524	1.31903	0.79688
1.10	1.66852	1.33565	0.80046
1.11	1.68196	1.35240	0.80406
1.12	1.69557	1.36929	0.80757
1.13	1.70934	1.38631	0.81102
1.14	1.72329	1.40347	0.81441
1.15	1.73741	1.42078	0.81775
1.16	1.75171	1.43822	0.82104
1.17	1.76618	1.45581	0.82427
1.18	1.78083	1.47355	0.82745
1.19	1.79565	1.49143	0.83058
1.20	1.81066	1.50946	0.83364
1.21	1.82584	1.52764	0.83668
1.22	1.84121	1.54608	0.83975
1.23	1.85676	1.56447	0.84258
1.24	1.87250	1.58312	0.84546
1.25	1.88842	1.60192	0.84828
1.26	1.90453	1.62087	0.85106
1.27	1.92084	1.64001	0.85380
1.28	1.93734	1.63930	0.85649
1.29	1.95403	1.67876	0.85913

(6)

kl	ch kl	sh kl	th kl
1.30	1.97091	1.69838	0.86172
1.31	1.98799	1.71818	0.86428
1.32	2.00528	1.73814	0.86678
1.33	2.02276	1.75828	0.86925
1.34	2.04044	1.77860	0.87167
1.35	2.05833	1.79909	0.87407
1.36	2.07643	1.81977	0.87639
1.37	2.09473	1.84062	0.87869
1.38	2.11324	1.86166	0.88095
1.39	2.13196	1.88289	0.88315
1.40	2.15090	1.90430	0.88535
1.41	2.17005	1.92591	0.88749
1.42	2.18942	1.94770	0.88960
1.43	2.20900	1.96969	0.89167
1.44	2.22882	1.99189	0.89370
1.45	2.24884	2.01427	0.89569
1.46	2.26909	2.03686	0.89765
1.47	2.28958	2.05965	0.89958
1.48	2.31029	2.08265	0.90147
1.49	2.33123	2.10586	0.90332
1.50	2.35421	2.12928	0.90515
1.51	2.37382	2.15291	0.90694
1.52	2.39547	2.17676	0.90870
1.53	2.41736	2.20082	0.91042
1.54	2.43949	2.22510	0.91212
1.55	2.46186	2.24961	0.91379

(7)

kl	ch kl	sh kl	th kl
1.56	2,48448	2,27434	0.91544
1.57	2,50735	2,29930	0.91703
1.58	2,53047	2,32449	0.91860
1.59	2,55384	2,34991	0.92015
1.60	2,57746	2,37557	0.92168
1.61	2,60135	2,40151	0.92314
1.62	2,62549	2,42760	0.92462
1.63	2,64990	2,45397	0.92606
1.64	2,67457	2,48059	0.92747
1.65	2,69951	2,50746	0.92886
1.66	2,72472	2,53459	0.93025
1.67	2,75021	2,56196	0.93155
1.68	2,77596	2,58959	0.93286
1.69	2,80200	2,61748	0.93415
1.70	2,82832	2,64563	0.93541
1.71	2,85491	2,67405	0.93665
1.72	2,88180	2,70273	0.93786
1.73	2,90897	2,73168	0.93906
1.74	2,93643	2,76091	0.94023
1.75	2,96419	2,79041	0.94138
1.76	2,99224	2,82020	0.94250
1.77	3,02059	2,85026	0.94361
1.78	3,04925	2,88061	0.94470
1.79	3,07821	2,91145	0.94583
1.80	3,10747	2,94217	0.94681
1.81	3,13705	2,97340	0.94783

(8)

kl	ch kl	sh kl	th kl
1,82	3,16694	3,00492	0,94884
1,83	3,19715	3,03674	0,94983
1,84	3,22768	3,06886	0,95079
1,85	3,25853	3,10129	0,95175
1,86	3,28970	3,13403	0,05268
1,87	3,32121	3,16709	0,95359
1,88	3,35305	3,20046	0,95449
1,89	3,38522	3,23415	0,95537
1,90	3,41773	3,26816	0,95624
1,91	3,45058	3,30250	0,95709
1,92	3,48378	3,33718	0,95792
1,93	3,51733	3,37218	0,95873
1,94	3,55123	3,40752	0,95953
1,95	3,58548	3,44321	0,96032
1,96	3,62009	3,47923	0,96111
1,97	3,65507	3,51561	0,96185
1,98	3,69040	3,55233	0,96259
1,99	3,72611	3,58942	0,96331
2,00	3,76220	3,62686	0,96403
2,01	3,79865	3,66466	0,96481
2,02	3,83549	3,70283	0,96541
2,03	3,87271	3,74138	0,96609
2,04	3,91032	3,78029	0,96675
2,05	3,94832	3,81958	0,96742
2,06	3,98671	3,85926	0,96804
2,07	4,02550	3,89932	0,96865

(9)

kl	ch kl	sh kl	th kl
2,08	4,06470	3,93977	0,96926
2,09	4,10430	3,98061	0,96985
2,10	4,14431	4,02186	0,97045
2,11	4,18474	4,06350	0,97103
2,12	4,22558	4,10555	0,97159
2,13	4,26685	4,14801	0,97215
2,14	4,30855	4,19089	0,97269
2,15	4,35067	4,23419	0,97323
2,16	4,39323	4,27791	0,97375
2,17	4,43623	4,32205	0,97426
2,18	4,47967	4,36663	0,97477
2,19	4,52356	4,41165	0,97526
2,20	4,56791	4,45711	0,97574
2,21	4,61271	4,50301	0,97622
2,22	4,65797	4,54936	0,97668
2,23	4,70370	4,59617	0,97714
2,24	4,74989	4,64344	0,97759
2,25	4,79657	4,69117	0,97803
2,26	4,84372	4,73937	0,97846
2,27	4,89136	4,78804	0,97888
2,28	4,93948	4,83720	0,97929
2,29	4,98810	4,88684	0,97970
2,30	5,03722	4,93696	0,98010
2,31	5,08684	4,98762	0,98049
2,32	5,13697	5,03870	0,98088
2,33	5,18762	5,09032	0,98124

(12)

kl	ch kl	sh kl	th kl
2.86	8,75938	8.70214	0.99346
2.87	8,84686	8.79016	0.99359
2.88	8,93520	8.87907	0.99372
2.89	9,02444	8.96887	0.99384
2.90	9,11458	9.05956	0.99396
2.91	9,20563	9.15119	0.99409
2.92	9,29761	9.24368	0.99420
2.93	9,39051	9.33712	0.99431
2.94	9,48433	9.43147	0.99443
2.95	9,57915	9.52631	0.99454
2.96	9,67490	9.62308	0.99464
2.97	9,77161	9.72131	0.99475
2.98	9,86930	9.81851	0.99485
2.99	9,96798	9.91770	0.99496
3.00	10,06766	10.01788	0.99505
3.01	10.1683	10.1191	0.99515
3.02	10.2700	10.2212	0.99525
3.03	10.3728	10.3245	0.99534
3.04	10.4765	10.4287	0.99544
3.05	10.5814	10.5340	0.99553
3.06	10.6872	10.6403	0.99561
3.07	10.7942	10.7477	0.99570
3.08	10.9022	10.8562	0.99578
3.09	11,0112	10.9658	0.99587
3.10	11.1215	11.0765	0.99595
3.11	11.2328	11.1882	0.99603

(13)

kl	ch kl	sh kl	th kl
3,12	11.3453	11.3011	0.99611
3,13	11.4588	11.4151	0.99619
3,14	11.5736	11.5303	0.99626
3,15	11.6895	11.6466	0.99635
3,16	11.8065	11.7641	0.99642
3,17	11.9247	11.8827	0.99648
3,18	12.0442	12.0026	0.99656
3,19	12.1648	12.1236	0.99662
3,20	12.2866	12.2459	0.99668
3,21	12.4097	12.3694	0.99675
3,22	12.5340	12.4941	0.99681
3,23	12.6596	12.6200	0.99687
3,24	12.7864	12.7473	0.99694
3,25	12.9146	12.8758	0.99700
3,26	13.0440	13.0056	0.96706
3,27	13.1747	13.1367	0.99712
3,28	13.3067	13.2691	0.99718
3,29	13.4401	13.4028	0.99723
3,30	13.5748	13.5379	0.99728
3,31	13.7108	13.6743	0.99734
3,32	13.8481	13.8119	0.99738
3,33	13.9871	13.9513	0.99742
3,34	14.1273	14.0918	0.99746
3,35	14.2689	14.2338	0.99752
3,36	14.4120	14.3772	0.99759
3,37	14.5565	14.5221	0.99764

(14)

kl	ch kl	sh kl	th kl
3,38	14,7024	14,6684	0,99768
3,39	14,8498	14,8181	0,99773
3,40	14,9987	14,9654	0,99777
3,41	15,1491	15,1161	0,99782
3,42	15,3011	15,2684	0,99786
3,43	15,4545	15,4221	0,99791
3,44	15,6095	15,5774	0,99795
3,45	15,7661	15,7343	0,99799
3,46	15,9242	15,8928	0,99803
3,47	16,0839	16,0528	0,99807
3,48	16,2453	16,2145	0,99810
3,49	16,4082	16,3777	0,99814
3,50	16,5728	16,5426	0,99818
3,51	16,7391	16,7092	0,99822
3,52	16,9070	16,9070	0,99825
3,53	17,0711	17,0418	0,99829
3,54	17,2480	17,2190	0,99832
3,55	17,4210	17,4423	0,99835
3,56	17,5958	17,5674	0,99838
3,57	17,7724	17,7442	0,99841
3,58	17,9507	17,9228	0,99845
3,59	18,1308	18,1032	0,99848
3,60	18,3128	18,2855	0,99851
3,61	18,4966	18,4695	0,99854
3,62	18,6822	18,6554	0,99857
3,63	18,8697	18,8432	0,99860

(15)

kl	ch kl	sh kl	th kl
3,64	19,0590	19,0328	0,99862
3,65	19,2505	19,2245	0,99865
3,66	19,4435	19,4178	0,99868
3,67	19,6337	19,6132	0,99870
3,68	19,8358	19,8106	0,99873
3,69	20,0349	20,0099	0,99875
3,70	20,2360	20,2113	0,99878
3,71	20,4391	20,4147	0,99880
3,72	20,6443	20,6201	0,99883
3,73	20,8515	20,8276	0,99885
3,74	21,0609	21,0371	0,99887
3,75	21,2723	21,2488	0,99889
3,76	21,4859	21,4626	0,99892
3,77	21,7016	21,6785	0,99894
3,78	21,9194	21,8966	0,99896
3,79	22,1395	22,1169	0,99898
3,80	22,3618	22,3394	0,99900
3,81	22,5863	22,5641	0,99902
3,82	22,8126	22,7906	0,99904
3,83	23,0421	23,0208	0,99906
3,84	23,2735	23,2520	0,99908
3,85	23,5072	23,4859	0,99910
3,86	33,7437	23,7226	0,99911
3,87	23,9816	23,9608	0,99913
3,88	24,2224	24,2018	0,99915
3,89	24,4656	24,4452	0,99917

(16)

kl	ch kl	sh kl	th kl
3.90	24,7113	24.6911	0.99919
3.91	24,9595	24.9395	0.99920
3.92	25,2101	25.1903	0.99921
3.93	25,4633	25.4437	0.99923
3.94	25,7190	25.6996	0.99924
3.95	25,9773	25.9581	0.99926
3.96	26,2382	26.2191	0.99927
3.97	26,5017	26.4828	0.99929
3.98	26,7679	26.7492	0.99930
3.99	27,0367	27.0182	0.99932
4.00	27,3082	27.2899	0.99933