№ 6795

F. 675 Lira

SATIŞ VE DAĞITIM YERİ : İstanbul'da Devlet Kitapları Müdürlüğü ve İllerde Milli Eğitim Bakanlığı Yayınevleri

ÖĞRETMEN KİTAPLARI : 152

MAKİNE TEOREMLERİNE
İLİŞKİN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Çevirenler :
Mustafa ASLANER   M. Cemal AYDIN

DEVLET KİTAPLARI

MİLLİ EĞİTİM BASIMEVİ — İSTANBUL 1981

ÖĞRETMEN KİTAPLARI : 152

21-5-1986
Ferit BALTACI

MAKİNE TEOREMLERİNE İLİŞKİN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Yazan :

S. ANVONER
Woolwich Polytechnic'te
Öğretim Üyesi

Çevirenler :

Mustafa ASLANER M. Cemal AYDIN

BİRİNCİ BASILIŞ

DEVLET KİTAPLARI

MİLLİ EĞİTİM BASIMEVİ — İSTANBUL 1981

Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulunun 12.12.1978 gün ve 342 sayılı kararı ile Öğretmen Kitabı olarak kabul edilmiş, Yayımlar ve Basılı Eğitim Malzemeleri Genel Müdürlüğünün 22.1.1979 tarih ve 658 sayılı emriyle 10.000 adet basılmıştır.

YAZARIN ÖNSÖZÜ

Bu kitabı yazarken iki erek amaçlandı. Birincisi, mühendislikte yüksek lisans sınavlarına; üniversitelerin sınavlarına; ve Teknik Ödüller Milli Kurulu tarafından verilen diploma için teknoloji sınavlarına hazırlanan mühendislik öğrencilerine yardımcı olmak.

İkincisi, çalışan mühendislere pratik değerde ve faydalı bir eser sağlamak.

Kitap, 488 örneği içeren 12 bölümden oluşuyor. Örneklerin 203'ü tamamen çözümlü olup; geriye kalanların sonuçları verilmiştir. Çözüme ışık tutması bakımından konuyla ilgili formüller bölümlerin başlangıcında çoğunlukla verilmiştir.

Örneklerin çoğu Londra Üniversitesi sınav sorularından konuları içerecek şekilde özenle seçildi.

Sınav kağıtlarını kullanmama izin verdikleri için Londra Üniversitesi Senatosuna teşekkür ederim.

Kitabın basımı süresince öğütlerini ve işbirliğini esirgemeyen "Sir Isaac Pitman ve Sons Ltd." basımevinin yöneticilerine bana bu olanağı verdikleri için teşekkür ederim.

Yararlı öneri ve eleştirileri için çalışma arkadaşlarıma teşekkür etmeliyim.

Son olarak, kitabın yazılması için bana güven veren ve son derece sabır gösteren sevgili eşime teşekkür borçluyum.

S. ANNOVER

ÇEVİRENLERİN ÖNSÖZÜ

Yazarın da belirttiği gibi, mühendislik öğrencilerinin ve mühendislerin yararlanması için hazırlanan bu kitabın ülkemizde de teknik öğretim yapan Teknik Üniversiteler; Mühendislik Akademileri ve Yüksek Teknik Öğretmen Okulu gibi yüksek öğretim kurumlarında okuyan öğrencilere ve endüstride çalışan mühendislere yararlı olacağını ummaktayız.

Bizimle bu umudu paylaşan ve kitabın çevirisi için bizi özendiren, ayrıca önerileri ve eleştirileriyle bizi destek olan Yüksek Teknik Öğretmen Okulu Makina bölümü öğretim üyelerine teşekkür ederiz.

Kitabın gerek bilimsel, gerek yaşayan dil yönünden hatalı olmaması için, çeviri metnini en küçük noktasına kadar sabır ve titizlikle inceleyerek yaptığı eleştiri ve önerileriyle bize ışık tutan Mesleki ve Teknik Öğretim Genel Müdürü Sayın M. Şevki Bayvas'a teşekkür borçluyuz.

Kitap İngilizceden Türkçeye çevrilirken ölçü birimleri de metrik birimlere uyarlanmıştır. Bu nedenle kitabın İngilizce baskısında verilen sonuçlarla Türkçesinde bulunan sonuçlar arasında doğal olarak bazı değişiklikler olmuştur. Bunun yanısıra başka yanlışlıklar gözümüzden kaçmış olabilir. Bağışlanmamız umuduyla okuyucuların yararına sunuyoruz. 2 Ekim 1978

Mustafa ASLANER

Cemal AYDIN

İÇİNDEKİLER

Bölüm		Sahife
1.	Doğrusal ve Açısal Hareket	
2.	Enerji, İmpuls ve Momentum	36
3.	Sürtünme	93
4.	Regülatörler	191
5.	Jiraskobik Kuvvet Çifti ve Presesyon	255
6.	Hız ve İvme Diyagramları, Atalet Döndürme Momenti	249
7.	Döndürme Momenti Diyagramları	319
8.	Dişli Çarklar	336
9.	Episiklik Dişliler	367
10.	Titreşimler	398
11.	Dengeleme	511
12.	Kamlar	560

BÖLÜM 1

DOĞRUSAL VE AÇISAL HAREKET

Doğrusal Hareket eşitlikleri : t(sn) de S(m) yol alan bir cismin ilk hızı u m/sn, son hızı v m/sn ve ivmesi de f m/sn² olsun.

Şimdi, hız $v = \frac{ds}{dt}$

ve ivme $f = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{ds}{dt} \cdot \frac{dv}{ds} = v \cdot \frac{dv}{ds}$

$$\int_u^v dv = f \cdot dt$$

eğer ivme sabitse $v - u = f \cdot t$ olur. . . . . (1)

ayrıca $\int_u^v v \cdot dv = \int_0^t f \cdot ds$

$$\left[\frac{v^2}{2}\right]_v^u = f \cdot s$$

Buradan $v^2 - u^2 = 2f \cdot s$ . . . . (2)

(1) ve (2) nolu eşitliklerden

$$(v - u)\ (v + u) = f \cdot t\ (v + u) = 2fs$$

ve buradan $S = \frac{(u+v)\,t}{2}$ olur . . . . (3)

hattâ $S = \frac{(v+u+ft)\,t}{2}$ . . . $v = u + ft$

ve $S = ut + \frac{1}{2} \cdot ft^2$ olur . . . . (4)

(1)'den (4)'e kadar olan eşitlikler sabit ivmeler içindir. Fakat eğer ivme f değişkense o zaman; t'nin, s'nin, v'nin veya hepsinin birden fonksiyonu olarak ifade edilmesi gerekir. (Bkz. prb. 1, No. 3 - 37)

Yerçekimi etkisindeki cisimlerin düşey hareketleri için, f yerine yerçekimi ivmesi g'yi koymak şartıyla (1), (2) ve (4) numaralı eşitlikleri kullanabiliriz. Yukarı doğru yapılan bütün ölçmeler negatif, aşağı doğru olanlar ise pozitiftir. Bu nedenle yerçekimi ivmesi g her zaman pozitif değerlidir.

Açısal Hareket Eşitlikleri : t(sn) de θ (rad) kadar dönen bir cismin ilk açısal hızı ω_1 rad/sn, son hızı ω_2 rad/sn ve ivmesi α rad/sn² ise, yukarıdaki 4 eşitliğe uygun olarak bu hareket için de 4 ayrı eşitlik yazabiliriz. Eğer α sabitse,

$$\omega_2 - \omega_1 = \alpha \cdot t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

$$\omega^2_2 - \omega^2_1 = 2\alpha \cdot \theta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

$$\theta = \frac{(\omega_1 + \omega_2)\,t}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

$$\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Doğrusal ve Açısal Değerler Arasındaki İlişkiler. Şekil 1.1 r yarı çaplı bir yörünge üzerinde N dev/dak ile dönmekte olan bir cismi göstermektedir. Bu cisim A'dan B'ye doğru dθ (rad)'lık açısal hareketini t(sn) de tamamlamış olsun.

O zaman, AB yayının uzunluğu $= ds = r \cdot d\theta$ . . . . (9)

$$\text{hız } v = \frac{ds}{dt} = r \cdot \frac{d\theta}{dt} = r \cdot \omega \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

benzer şekilde ifade ederek $f = r \cdot \alpha$ olur. (11)

NEWTON'UN HAREKET KANUNLARI

1. Duran veya sabit hızla doğrusal bir çizgi üzerinde hareket eden her cisim, bu durumu değiştirmeye çalışan bir dış etken olmadıkça, duyorsa durmaya yoksa düzgün hızla hareket etmeye devam ederler.

2. Momentum'un değişme miktarı, tatbik edilen dış kuvvetle orantılı ve bu kuvvetle aynı yöndedir.

3. Her etkiye karşı eşit fakat ters yönlü bir tepki vardır. Newton'un ikinci hareket kanununu ele alalım, buna göre bir P kuvveti M kütlesine etki ederce cisim hız kazanır.

Şimdi, çizgisel momentum = kütle x hız = M . v

$$\text{O zaman} \quad P \propto \frac{d(Mv)}{dt} = \frac{kd(Mv)}{dt} \ldots \quad \propto \;\equiv \text{orantılıdır}$$

eğer M sabit, k'da kullanılan birimlere uygun bir sabitse o zaman

$$P = M\frac{dv}{dt} = M \cdot f \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

yani, kuvvet = kütle x ivme

(12) No.lu eşitliği şu şekilde de yazabiliriz. $P = \frac{W}{g} \cdot f$ Burada W = cismin ağırlığıdır. Newton'un ikinci kanunu, değişik bir şekliyle ve genellikle şöyle ifade edilir. Kuvvet = kütle x ivme (Bkz. prb. 1, 1 - 8 ve 13)

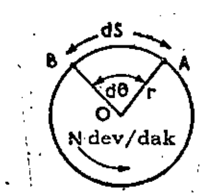
Döndürme momenti ve açısal ivme : Şekil 1.2'de kütlesi M olan bir cisim (ω) ani açısal hız ve (α) ani açısal ivme ile dönmektedir ve cisme etkiyen döndürme momenti T'dir.

Yarı çapı r = CB olan (B) noktası üzerinde küçücük bir m kütlesi düşünün ve cisme B noktasında etkiyen teğetsel bir P kuvveti olsun.

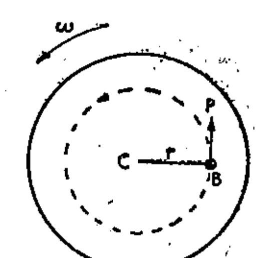
Newton'un ikinci kanunundan,

$$P = \frac{d}{dt}(m.v) = \frac{d(m \cdot w \cdot r)}{dt}$$

$$\text{Bu nedenle} \quad P \cdot r = \frac{d}{dt}(m \cdot r^2 \cdot \omega) = m \cdot r^2 \cdot \frac{d\omega}{dt}$$



Şekil: 1.1



Şekil: 1.2

Cismi oluşturan birden fazla küçük parça olduğundan toplam döndürme momenti,

$$\Sigma P . r = \frac{d\omega}{dt} \Sigma mr^2 \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

Şimdi $\frac{d\omega}{dt} = \alpha$; $\Sigma P . r = T$

ve $\Sigma mr^2 = I =$ C'den geçen eksene göre kütlenin polar atalet momenti

Bu nedenle (13) nolu eşitlikten $T = I . \alpha$ . . . . (14)

yani, Döndürme momenti = Kütle atalet momenti x açısal ivme

Eğer W = cismin ağırlığı ve K da cismin polarjirasyon yarıçapı, yani kütlenin etki edeceği düşünülen yarıçap ise, o zaman

$$I = MK^2 = \frac{W}{g} K^2$$

(Bkz. prb., 1, Nr. 1, 2, 3, 8, 9)

İŞ—GÜÇ—ENERJİ. P sabit kuvveti bir cisme S kadar yol aldırırsa, yapılan iş, P'nin S ile çarpımına eşittir. Fakat P değişkense; $İş = \int p . ds$ olur ve P ve S aynı yönde ölçülür. Güç, iş yapma oranıdır.

Bir beygir-gücü = 1 B.G. = 75 kg.m/sn = 4500 kg. m/dak.

Buna göre, v m/sn lik bir hızla hareket eden bir araç, yolun R kg.'lık sürtünme direncini yenerek aynı hızla yoluna devam edebilmesi için $\frac{R . v}{75}$ B.G.'nde olması gerekir.

Enerji iş yapma kapasitesidir. Kinetik enerji, bir cismin hareketine bağlı olan iş yapma yeteneğidir. Bu nedenle ağırlığı W olan bir cisim v doğrusal hızıyla hareket ederse cismin $\frac{W}{2g} v^2$ lik bir çizgisel K.E.'si vardır. Kütle atalet momenti I olan bir cisim ω açısal hızı ile dönüyorsa $\frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{W}{2g} K^2\omega^2$ lik bir açısal K.E.'ye sahiptir. Burada W, cismin ağırlığı, K ise atalet yarıçapıdır.

Eğer cisim, hareket halindeki araba tekerleği gibi, açısal ve çizgisel hareketi birlikte yapıyorsa; o zaman cisim, açısal ve çizgisel K.E. den oluşan bir toplam K.E. ye sahiptir.

$$\text{Toplam K.E.} = \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$= \frac{W}{2g} v^2 + \frac{WK^2}{2g} \omega^2$$

(Bkz. prb. 1, Nr 10, 11)

Potansiyel Enerji cismin bulunduğu yere bağlı olan iş yapma kapasitesidir. Bu nedenle, bir referans düzlemine göre h (m) yüksekde bulunan W kg ağırlığındaki bir cisim, bu noktadan h kadar aşağı düşerse, W . h (kg.m)'lik iş yapma özelliğine sahiptir.

T Döndürme Momentinin Yaptığı İş : Şimdi,

$$\text{Yapılan İş} = \int p . ds = \int p . r . d\theta = \int T . d\theta$$

Eğer T sabitse, $İş = T . \theta$ = Döndürme momenti x açısal dönme miktarı (rad).

W ağırlığında ve sabit bir P kuvvetinin etkisinde bulunan bir cisim alalım. Bu cismin hızı u'dan v(m/sn)'ye yükselirken S metrelik yol almış olsun. O zaman

$$P = \frac{W}{g} . f \quad \text{ve} \quad v^2 - u^2 = 2f . s$$

buradan $$P = \frac{W}{g}\left(\frac{v^2 - u^2}{2s}\right)$$

ve $$P . s = \frac{W}{2g}(v^2 - u^2) \quad \text{olur.}$$

yani, P kuvvetinin cisim üzerinde yaptığı iş = cismin çizgisel K.E.'sindeki artma miktarı.

Tekrar, dönen bir cismi ele alalım. Atalet momenti I olan bu cisim, sabit bir (T) döndürme momentinin etkisinde bulunsun ve θ açısı kadar döndüğü zaman açısal hızı, ω_1'den ω_2'ye yükselmiş olsun.

Şimdi $T = I . \alpha$ ve $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\alpha\theta$ olduğundan

$$T = \frac{I(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2\theta}$$

ve $$T \cdot \theta = \frac{1}{2} I(\omega_2^2 - \omega_1^2) = \frac{W}{2g} K^2 (\omega_2^2 - \omega_1^2) \quad \text{olur.}$$

yani, T döndürme momentinin yaptığı iş = Cismin açısal K.E. artışı

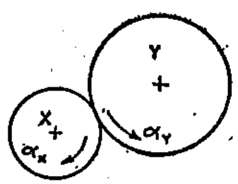
Dişli Çark Sistemine İvme Veren Döndürme Momenti : Şekil 1.3 birlikte çalışan X ve Y dişlilerini göstermektedir.

T_x ve T_y = X ve Y dişlilerinin diş sayıları,

α_x ve α_y = X ve Y dişlilerinin açısal ivmesi ve

I_x ve I_y = X ve Y dişlilerinin atalet momentleri olsun

O zaman,



Şekil: 1.3

Dişli oranı $G = \dfrac{\alpha_y}{\alpha_x} = \dfrac{T_x}{T_y}$

Sistemi hızlandırmak için X dişlisine uygulanan döndürme momentini bulmamız istenmektedir.

X'e etkiyen ve yalnızca X'i hızlandıracak Döndürme momenti = $I_x \cdot \alpha_x$ Y'ye etkiyen ve yalnızca Y'yi hızlandıracak döndürme momenti

$$= I_y \cdot \alpha_y = G\, I_y \cdot \alpha_x$$

Bu nedenle X'e etkiyen ve yalnızca Y'yi ivmelendirecek döndürme momenti

$$= G^2 \cdot I_y \cdot \alpha_x$$

ve X'e etkiyen ve X ve Y'ye ivme verecek döndürme momenti

$$= I_x \cdot \alpha_x + G^2 I_y \cdot \alpha_x = \alpha_x (I_x + G^2 I_y)$$

aynı şekilde X, Y, Z, A ve B gibi birçok dişli çark bulunan bir sistemde, X'in α_x gibi bir ivme kazanabilmesi için X'e uygulanan Döndürme momenti

$$= \alpha_x (I_x + G^2 I_y + G_1{}^2 I_z + G_2{}^2 I_A + G_3{}^2 I_B \ldots)$$
$$= \alpha_x (I_x + \Sigma G^2 I)$$

$I_x + \Sigma G^2 I$ değeri, X milinin kütle atalet momentine eşittir.

(Bkz. Prb. 1, No. 8 - 12)

PROBLEMLER I

1. 454 kg ağırlığında bir asansör, kasnağa sarılmış bir halatla 122 m yükselmektedir. Kasnağın ağırlığı 227 kg., efektif yarıçapı 53.34 cm. ve atalet yarıçapı K = 36.6 cm ve ipin ağırlığı 2.98 kg/m'dir.

Asansörün hızı (9,10 m/sn'ye erişinceye kadar (1,53) m/sn²'lik sabit bir ivme ile hareket etmektedir. Bundan sonra, asansör tepe noktasına varıncaya dek hızı sabittir ve 6.1 m/sn²'lik bir son yavaşlama ivmesi vardır.

(i) Asansörün tepe noktasına varma zamanını, (ii) başlangıçta kasnağa uygulanması gereken döndürme momentini, (iii) hızlandırma sürecinin sonundaki B.G.'nü bulunuz.

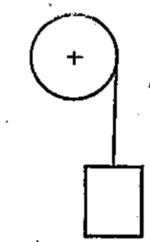
ÇÖZÜM a) $f_1 = 1.53$ m/sn²

$$v_1 = u_1 + f_1 \cdot t_1$$

$$9{,}10 = 0 + 1.53 \cdot t_1$$

Bu nedenle $t_1 \cong 6$ sn.

$$S_1 = \frac{(u_1+v_1)\,t_1}{2} = \frac{(0+9.10)\,6}{2} = 27.30 \text{ m.}$$



Şekil· 1.4

b) $f_3 = -6{,}1$ m/sn²

$$v_3 = u_3 + f_3 t_3$$

$$0 = 9{,}10 - 6{,}1\, t_3$$

Bu eşitlikten $t_3 \cong 1{,}5$ sn.

$$S_3 = \frac{(u_3+v_3)\,t_3}{2} = \frac{(9{,}10+0)\,1{,}5}{2} = 6.82 \text{ m.}$$

c) 9,10 m/sn'lik sabit hızla alınan yol

$$S_2 = 122 - S_1 - S_3 = 87.88 \text{ m}$$
$$= v_2\, t_2$$
$$87{,}88 = 9{,}10 \cdot t_2$$

Bu nedenle $t_2 = 9{,}65$ sn

ve toplam zaman $= t_1 + t_2 + t_3 = 17{,}15$ sn . . . . . . (1)

Asansörü ve halatı düzgün hızla yükseltecek kuvvet (veya asansör ve halatı taşıyacak kuvvet) = 454 + (122 x 2,98) = 817,56 kg.

Asansör ve halatı sabit hızla yükseltecek döndürme momenti (veya kafes ve halatı tutacak döndürme momenti) = T_1 = 817 x 0,5334 ≅ 436 kg-m.

$$\text{Asansörü hızlandırma kuvveti} = \frac{(454+363{,}6)\ f}{g} = \frac{817\times 1{,}53}{9{,}81} = 127.4 \text{ kg.}$$

Asansör ve halata hız veren döndürme momenti

$$= T_2 = \frac{817\times 1{,}53}{9{,}81}\times 0{,}5334 = 67{,}95 \text{ kg-m}$$

Kasnağı hızlandıran döndürme momenti

$$= T_3 = I\,.\,\alpha = \frac{W}{g}\,k^2\frac{f}{r} = \frac{227}{9{,}81}\times(0{,}366)^2\frac{1{,}53}{0{,}5334} = 8{,}89 \text{ kg-m}$$

bu nedenle başlangıçtaki döndürme momenti

$$= T_1 + T_2 + T_3 \cong 513 \text{ kg-m} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (ii)$$

Hızlandırma devresi tam sona ererken kasnağın döndürme momenti 27,45 m'lik bir halat kısalması nedeniyle azalacaktır.

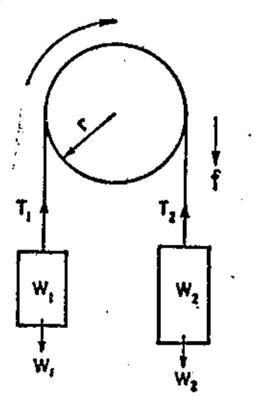
$$\text{Momentdeki azalma} = \left(81{,}72 + \frac{81{,}72 \times 1{,}53}{9{,}81}\right)0{,}5334 = 50{,}4 \text{ kg-m}$$

Bu nedenle istenilen döndürme momenti $T_4 = 513 - 50{,}4 = 462{,}6$ kg-m

$$\text{Kasnağın açısal hızı} = N\ \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r}\times 60 \text{ dev/dak.}$$

$$= \frac{9{,}10}{2\pi \times 0{,}53}\times 60 = 163{,}95 \text{ dev/dak.}$$

$$\text{Beygir - Gücü} = \frac{2\pi NT}{75.60} = \frac{2\pi \text{ x } 3{,}14 \text{ x } 163{,}95 \text{ x } 462{,}7}{75.60} = 105{,}84 \text{ BG} \; . \; . \; (iii)$$



Şekil: 1,5

2) 283,5 ve 340 gr. ağırlığındaki iki kütle bir makaranın üzerinden geçirilen bir ipin iki ucuna bağlanmıştır. Makara yatay eksen etrafında sürtünmesiz olarak dönmektedir. (Atwood) makinası adı verilen bu aparat yerçekimi ivmesini tayin etmek için kullanılıyor. Makaranın ataleti ihmal edilerek yapılan hesaplamada g değeri 9,73 m/sn² dir. Yerçekiminin gerçek değeri 9,81 m/sn² ve makara yarıçapı 5,08 cm ise, atalet momentinin gerçek değerini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 1.5'le ilgili olarak $W_1 = 283{,}5$ gr $= 0{,}2835$ kg; $W_2 = 340$ gr $= 0{,}340$ kg; $r =$ kasnak yarıçapı $= 5{,}08$ cm $= 0{,}0508$ m, T_1 ve T_2 ipin uçlarındaki gerilmeler; $I =$ makaranın kütle atalet momenti. Newton'un ikinci kanununa göre kuvvet = kütle × ivme

W_2 için :
$$W_2 - T_2 = \frac{W_2}{g}\,.\,f_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

W_1 için :
$$T_1 - W_1 = \frac{W_1}{g}\,.\,f_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

Makara için, Döndürme momenti $C = I \times$ açısal ivme α

Bu nedenle
$$C = (T_2 - T_1)\ r = I\,.\,\alpha = \frac{I\,.\,f}{r}$$

$$f = \frac{(T_2 - T_1)\ r^2}{I} \quad . \; . \; . \; . \; (3)$$

ve
$$T_2 - T_1 = \frac{f\,.\,I}{r^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

(1) ve (2) nolu eşitliklerin toplamından,

$$T_1 - T_2 + W_2 - W_1 = \frac{f}{g}(W_1 + W_2) \quad . \; . \; . \; . \; (5)$$

ve (4) ve (5) nolu eşitliklerin toplamından

$$W_2 - W_1 = \frac{f}{g}\left(W_1 + W_2 + \frac{I\,.\,g}{r^2}\right)$$

$$g = f\,.\,\frac{\left(W_1 + W_2 + \frac{I\,.\,g}{r^2}\right)}{W_2 - W_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

I ihmal edilirse (6) nolu eşitlikten

$$9{,}73 = f \cdot \frac{(0{,}2835+0{,}340)}{0{,}340-0{,}2835} = 11 \cdot f$$

Buradan $\qquad f = 0{,}884 \text{ m/sn}^2$

I dikkate alındığında yine (6) nolu eşitlikten

$$9{,}81 = 0{,}884 \, \frac{\left((0{,}2835+0{,}340+\frac{9{,}81}{(0{,}0508)^2} \cdot I\right)}{0{,}340-0{,}2835}$$

$$= 15{,}646 \, (0{,}6235+3801 \cdot I)$$

ve $\qquad I = 9{,}2 \times 10^{-7}$ m-kg-sn²

3) Atalet momenti I olan bir makara, yarıçapı r olan bir mile tesbit edilmiştir ve milin çevresine birim boyunun kütlesi m olan L boyunda bir zincir sarılmıştır. Zincirin bir ucu mile tesbil edilmiş diğer ucuna da, kütlesi zincirin toplam kütlesine eşit bir ağırlık bağlanmıştır. İlk başta mil hareketsiz ve ağırlık mil merkezi seviyesindedir. Eğer ağırlık bulunduğu yerden bırakılırsa; açılmış zincirin t sn sonraki boyunun $2l\sinh^2 . \lambda . t$ olduğunu gösteriniz.

$$\lambda = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{mgr^2}{(I+2m\,lr^2)}}$$

ÇÖZÜM : Şekil 1.6 ile ilgili olarak (ml) kütlesini ele alalım. A ve B noktalarındaki gerginlik T_1 ve T_2 ve S = açılmış zincir boyu olsun.

O zaman $\qquad ml - T_1 = \frac{ml}{g}\frac{d^2s}{dt^2} \qquad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$

Döndürme momenti $\qquad = T_2 \cdot r = I_1 \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$

burada I = makara ve ml kütlesinin toplam kütle atalet momentidir.

$$= \frac{1}{g}(I+mlr^2)$$

ilaveten $\qquad \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{r}\frac{d^2s}{dt^2} \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$

ve $\qquad T_2 = T_1 + ms \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$

(1), (2), (3) ve (4) numaralı eşitliklerden

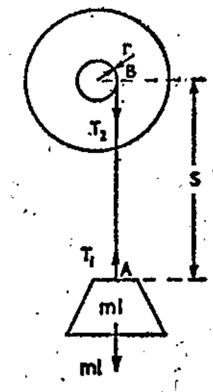
$$(T_1+ms) \cdot r = \frac{I_1}{r}\frac{d^2s}{dt^2}$$

$$\left(ml - \frac{ml}{g}\frac{d^2s}{dt^2} + ms\right) r = \frac{I_1}{r}\frac{d^2s}{dt^2}$$

$$\frac{d^2s}{dt^2}\left[\frac{I \cdot g + mlr^2}{gr^2}\right] = m\,(l+s)$$

$$\frac{d^2s}{dt^2}\left[\frac{I+2mlr^2}{mgr^2}\right] = l+s$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} - k^2\,(l+s) = 0, \quad \ldots \quad k^2 = \frac{mgr^2}{I+2mlr^2}$$



Şekil: 1.6

bu eşitliğin çözümü

$l+s = Ce^{kt} + De^{-kt}$ şeklindedir.

böylece $\qquad \frac{ds}{dt} = kCe^{kt} - kDe^{-kt}$

$t = 0$ olduğu zaman $s = 0$ ve buradan $l = C+D$

$t = 0$ olduğu zaman $\frac{ds}{dt} = 0$ bu nedenle $0 = k\,(C-D)$. Buradan da

$$C = D = \frac{l}{2}$$

bu nedenle $\qquad s = \frac{l}{2}(e^{kt}+e^{-kt}-2)$

$$2l\sinh^2\lambda t = 2l\left(\frac{e^{\lambda t}-e^{-\lambda t}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{l}{2}\left(e^{2\lambda t}+e^{-2\lambda t}-2\right)$$

eğer $\lambda = \frac{1}{2}k$ ise, o zaman

$$s = \frac{l}{2}\left(e^{kt}+e^{-kt}-2\right) = \frac{l}{2}\left(e^{2\lambda t}+e^{-2\lambda t}-2\right)$$

$$= 2l\sinh^2\lambda t$$

formülde $\lambda = \frac{1}{2}k = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{mgr^2}{(I+2mlr^2)}}$ dir.

4) 60,96 cm uzunluğundaki sürtünmesiz ve esnek bir zincirin 15,24 cm.si bir masanın kenarından sarkıtılıyor. Zincirin masadan tamamen kayması için geçecek zamanı bulunuz.

ÇÖZÜM : t sn sonra, s m zincir masanın kenarından sarkmış olsun. Zincirin hızı v m/sn ağırlığı da w kg/m olsun.
Newton'un 2. hareket kanunundan :

Kuvvet = kütle × ivme

bu nedenle $w \, . \, s = \frac{0,6096 \, . \, w}{g} \, . \, f = \frac{0,6096 \, w}{9,81} \, . \, v \, . \, \frac{dv}{ds}$

$$s = \frac{1}{16} v \, . \, \frac{dv}{ds} \quad . \; . \; . \quad (g = 9,81 \text{ m/sn}^2)$$

$$\int s \, . \, ds = \frac{1}{16}\int v \, . \, dv$$

$$\frac{s^2}{2} + C = \frac{v^2}{32}$$

$$v^2 = 16\,s^2 + c_1 \quad . \; . \; . \quad c_1 = 32\,C$$

$s = 0,1524$ m iken, $v = 0$ buradan $c_1 = -0,37$

$$v^2 = 16\,s^2 - 0,37 = 16\,(s^2 - 0,023)$$

$$v = \frac{ds}{dt} = 4\sqrt{s^2 - 0,023} = 4\sqrt{s^2 - (0,15)^2}$$

$$\int dt = \frac{1}{4}\int \frac{ds}{\sqrt{s^2 - (0,15)^2}}$$

Standart integralden,

$$\int \frac{ds}{\sqrt{s^2 - a^2}} = \cosh^{-1}\frac{s}{a} = \log_e \frac{s + \sqrt{s^2 - a^2}}{a}$$

bu nedenle $t + c_2 = \frac{1}{4}\log_e \frac{s + \sqrt{s^2 - 0,023}}{0,015}$

$s = 0,1524$ m iken, $t = 0$

$$c_2 = \frac{1}{4}\log_e \frac{0,1524 + 0.}{0,15} \cong \frac{1}{4}\log_e 1 = 0$$

$$t = \frac{1}{4}\log_e \frac{s + \sqrt{s^2 - 0,023}}{0,15}$$

$s = 0,6096$ m olduğu zaman zincir masadan ayrılır ve bu ana kadar geçen zaman,

$$t = \frac{1}{4}\log_e \frac{0,6096 + \sqrt{0,37 - 0,023}}{0,15} = \frac{1}{4}\log_e 7.991$$

$$t = 0,519 \text{ sn.}$$

5) w ton ağırlığındaki bir tren, R tonluk bir direnme kuvvetine karşı P tonluk bir kuvvetle çekilmektedir. Herhangi bir anda hız, v m/sn dir. Hız v_0'dan v_1'e çıkıncaya kadar trenin aldığı yolun $\frac{W}{g}\int_{v_0}^{v_1}\frac{v \, . \, dv}{P - R}$ olduğunu gösteriniz. Ayrıca eğer W=39,8 ve $R = 0,9 + 0,007\,v^2$ ise, gücün kesilmesi ile trenin hızı 72,4 km/saat'ten 48,27 km/saat'a düşerken alınan yolun 158,0 m. olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM : Newton'un 2. Kanunundan :

Kuvvet = kütle × ivme

bu nedenle $P - R = \frac{W}{g}\frac{dv}{dt} = \frac{W}{g}\frac{dv}{ds}\cdot\frac{ds}{dt} = \frac{W}{g}v \, . \, \frac{dv}{ds}$

$$\int ds = \frac{W}{g}\int_{v_0}^{v_1}\frac{v \, . \, dv}{P - R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Güç kesilince $P = 0$

ve $v_1 = 72,4 \times \frac{1000}{3600} = 20,1$ m/sn

$v_0 = 48,27 \times \frac{1000}{3600} = 13,40$ m/sn.

Eşitlik (1) den,

$$\int ds = \frac{W}{g}\int_{v_0}^{v_1}\frac{v \, . \, dv}{P - R} = \frac{39,8}{9,81}\int_{13,4}^{20,1}\frac{v \, . \, dv}{-(0,9 + 0,007\,v^2)}$$

$$\cong -580 \int_{13,40}^{20,1} \frac{v \cdot dv}{128,6+v^2}$$

$$s = -290 \log_e (128,6+v^2)+c$$

v=20,1 m/sn olduğu zaman s=0, $C=290 \log_e (128,6 + 20,1^2$

$$\text{buradan } s=290 \log_e \frac{(128,6+404)}{(1248,6+v^2)}$$

v=13,42 m/sn olduğu zaman

$$s=290 \log_e \frac{(128,6+404)}{(128,6+13,42^2)} = 290 \log_e 1.725$$

$$s=290 \times 0,545$$

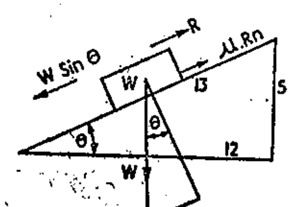
$$s=158,0 \text{ m}$$

6) Kütlesi 90,8 olan bir kızak, eğimi 5/12 olan 45,75 m lik bir meyil üzerinde kaymaktadır. Kayma için sürtünme katsayısı 0,1 ve havanın direnci hızın karesi ile orantılı olarak değişmektedir. Hız 3,05 m/sn olduğunda, bu direnç 1,360 kg kadardır. Kızak tabana vardığında hızının 11,770 m/sn'ye ulaştığını, ve eğim daha uzun olsa bile 13,481 m/sn lik bir hıza ulaşamıyacağını gösteriniz.

ÇÖZÜM : Şekil 1,7 ile ilgili olarak, R=havanın direnci ve v=hız olsun. R ile v^2 orantılı olduğundan $R=k.v^2$

$1,360 = k \times 3,05^2$

$R = 0,146 \ v^2$kg.



Şekil: 1.7

R_n = Normal reaksiyon = W . cos θ,

μ = sürtünme katsayısı = 0,1,

W = kızağın ağırlığı olsun.

Eğik düzleme paralel kuvvetleri çözersek,

Kuvvet $P = W . \sin\theta - \mu . R_n - R$

$$= \frac{90,8 \times 5}{13} - \frac{0,1 \times 90,8 \times 12}{13} - 0,146 \ v^2$$

$$= 26,54 - 0,146 \ v^2 \text{ kg.}$$

Newton'un ikinci hareket kanunundan:

$$P = \frac{W}{g} . f = \frac{W}{g} \frac{dv}{df} = \frac{W}{g} . \frac{ds}{dt} . \frac{dv}{ds} = \frac{W}{g} . v . \frac{dv}{ds}$$

$$26,54 - 0,146 \ v^2 = \frac{90,8}{9,81} v . \frac{dv}{ds}$$

$$\int ds = \frac{90,8}{9,81} \int \frac{v . dv}{26,54 - 0,146 \ v^2}$$

$$\cong 63,4 \int \frac{v.dv}{181,8 - v^2}$$

$$s = -31,7 \log_e (181,8 - v^2) + c_1$$

s=0, iken v=0, $c_1 = 31,7 \log_e 181,8$

$$s = 31,7 \log_e \frac{181,8}{181,8 - v^2}$$

s = 45,75 m. olduğu zaman

$$s = 45,75 = 31,7 \log_e \frac{181,8}{181,8 - v^2}$$

$$\text{o zaman } \log_e \frac{181,8}{181,8 - v^2} = \frac{45,75}{31,7} = 1,44$$

$$\frac{181,8}{181,8 - v^2} = e^{1,44} = 4,22$$

$$181,8 - v^2 = 43,08$$

ve buradan $v = \sqrt{138,7} = 11,77$ m/sn.

$$s = 31,7 \log_e \frac{181,8}{181,8 - v^2}$$

eğer $181,8 - v^2 = 0$ ise, o zaman $s = \infty$, bu nedenle s'nin büyük olması önemli değildir. Bu nedenle v_{max}, $\sqrt{181,8}$ m/sn'yi geçemez.

yani,

$$v_{max} = 13,48 \text{ m/sn } (<13,481)$$

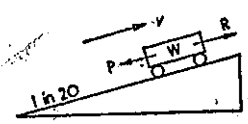
7) 1,5 ton ağırlığındaki bir otomobilin, düzlükte 20,1 m/sn'lik hızını koruması için 12 B.G. gerekmektedir. Harekete karşı toplam direnç $P = p + qv^2$ dir. P direnç, p ve q sabit, v ise m/sn cinsinden hızdır.

Eğer otomobil 20.1 m/sn'lik hızla giderken, 1/20'lik bir meyili tırmanmaya başlarsa ne kadar zaman sonra hızı 11.17 m/sn'ye düşer? Tekerlere uygulanan döndürme momenti sabittir ve p sabitinin değeri 15,87 kg.dır.

ÇÖZÜM : Şekil 1.8 de R = Makinanın çekiş kuvveti olsun.

$$B.G. = \frac{R \cdot v}{75}$$

$$12 = \frac{R \times 20{,}1}{75}$$



Şekil: 1.8

ve $\quad R = 45$ kg. fakat $R = P$

bu nedenle $\quad P = R = p + qv^2$

$$45 = 15{,}87 + q\,(20{,}1)^2$$

$$q = 0{,}072$$

Tepeye tırmanırken R = 45 kg ve sabit.

tepeye aşağı etkiyen kuvvetler $\quad P + \frac{W}{20} = 15{,}87 + 0{,}072\ v + \frac{1500}{20}$

$$= 86{,}9 + 0{,}72\ v^2$$

yavaşlatma kuvveti $\quad F = P\ \frac{W}{20} = R = 90{,}87 + 0{,}072\ v^2$ kg

$$F = -\frac{W}{g}\,f = -\frac{W}{g}\,\frac{dv}{dt}$$

bu nedenle $\quad \int dt = -\frac{W}{g}\int \frac{dv}{F} = -\frac{1500}{9{,}81}\int \frac{dv}{90{,}87 + 0{,}072\ v^2}$

$$= -2123{,}7 \int \frac{dv}{1262 + v^2}$$

ve $\quad t = \frac{2123{,}7}{\sqrt{1262}}\ \cot^{-1}\frac{v}{\sqrt{1262}} + c = 59{,}8\ \cot^{-1}\frac{v}{35{,}52} + c$

t=0, v=20,1 m/sn ve

$$c = -59{,}8\ \cot^{-1}\frac{20{,}1}{35{,}52}$$

ve $\quad t = 59{,}8\left[\cot^{-1}\frac{v}{35{,}52} - \cot^{-1}\frac{20{,}1}{35{,}52}\right]$

v = 11,17 m/sn olduğu zaman

$$t = 59{,}8\left(\cot^{-1}\frac{11{,}17}{35{,}52} - \cot^{-1}\frac{20{,}1}{35{,}52}\right)$$

$$= 59{,}8\ (\cot^{-1} 0{,}344 - \cot^{-1} 0{,}566)$$

$$= 59{,}8\ (1{,}112 - 0{,}846)$$

$$= 21{,}58 \text{ sn.}$$

8) 14 ton ağırlığındaki bir vagon, 1/20 eğimli bir yamaç üzerinde, 106,7 cm çaplı bir tambur üzerine sarılmış bir halatla, eğik düzleme paralel olarak çekilmektedir. Elektrik motorunun hızı, dişli çarklar yardımıyla, kasnağa 1/40 oranında aktarılmaktadır. Vagona karşı sürtünme direnci 118 kg ve dişli çarkların hız aktarma verimi % 85'dir. Motor ve tambur yataklarındaki sürtünme ihmal edilebilir. Kasnak milinin dönen kısımlarının ağırlığı $1\frac{1}{4}$ ton ve atalet yarıçapı 43,00 cm, elektrik motoru bobin milinin ağırlığı 113,4 kg ve Atalet yarıçapı 12,7 cm.'dir.

Belirli bir anda vagon meyile yukarı 1,83 m/sn hız ve 0,122 m/sn² lik bir ivme ile hareket etmektedir. Motorun döndürme momentini ve B.G.'nü hesaplayınız.

ÇÖZÜM : Şekil 1.9'da görüldüğü gibi, ipteki gerginlik = Vagon parçalarının ağırlığı + kuvvet + sürtünmedir.

Bu nedenle, $\quad Q = \frac{W}{20} + \frac{W}{g} \cdot f + F$

$$= \left(\frac{14000}{20}\right) + \left(\frac{14000}{9{,}81} \times 0{,}122\right) + 118$$

$$= 992 \text{ kg}$$

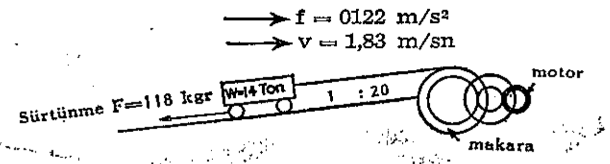
Tambur milindeki döndürme momenti $\quad T_D = Q \times R = \frac{992{,}0 \times 1.067}{2}$

= 529 kg-m

T_M = Motor mili D.M.; $\quad G$ = dişli oranı

$\alpha_D = \frac{f}{R}$ = kasnağın açısal ivmesi

η = dişli çarkların çevirme verimi olsun.



Şekil: 1.9

O zaman, Kasnaktaki net D.M. = açısal ivme × dişli çark sisteminin atalet momenti

$$\eta \,.\, G \,.\, T_M - T_D = \alpha_D \,(\eta \,.\, G^2 \,.\, I_M + I_D)$$

$$0{,}85 \times 40 \,.\, T_M - 529 = \frac{0{,}122}{0{,}5335}\left[\frac{0{,}85 \times 1600 \times 113{,}4}{9{,}81} \times (0{,}127)^2 + \frac{1250}{9{,}81} \times (0{,}43)^2\right]$$

$$34\ T_M = 529 + 63{,}3$$

$$T_M = 17{,}4 \text{ kg-m.}$$

Vagon 1,83 m/sn hızla hareket ederken,

$$\text{Kasnağın açısal hızı} = \omega_D = \frac{V}{R} = \frac{1{,}83}{0{,}5335} = 3{,}43 \text{ rad/sn}$$

$$\text{Motorun açısal hızı} = \frac{G \,.\, \omega_D}{2\pi} \text{ dev/sn} = \frac{40 \times 3{,}43}{2\pi} \text{ dev/sn}$$

$$\text{ve Motor B.G.} = \frac{2\pi N T_M}{75} = \frac{2\pi \times 40 \times 3{,}43 \times 17{,}4}{75 \times 2\pi}$$

$$= 31{,}8 \text{ BG}$$

9) Bir elektrik motoru, bir makinayı, dişli çarklar yardımıyla, 1/9 oranında çevirmektedir. Motor mili ve dişli çarkların atalet momenti 5068 kg-cm², Çevrilen makinanın dönen kısmının atalet momenti ise 380100 kg-cm² dir ve 10.38 kg-m'lik sabit bir döndürme momenti direnci vardır. Dişlilerdeki verim % 95 olduğuna göre,

a) Makinayı 160 dev/dak ile çevirmek için motorun gücünü,

b) Makinanın ilk harekete geçişinde motor milinde oluşan döndürme momenti 2,77 kg-m olduğuna göre, makina hızının 0'dan 60 dev/dak'ya ulaşması için geçecek zamanı,

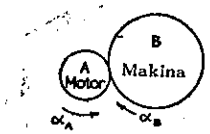
c) Makinaya mümkün olan en büyük açısal hızı vermek için dişli oranları değiştirildiğine göre, bu oranın değerini bulunuz. Motorun başlangıçtaki döndürme momenti 2,77 kg-m dir.

ÇÖZÜM : Şekil 1.10'la ilgili olarak T_A = Motorun döndürme momenti, T_B = Makinanın karşı döndürme momenti, I_A = Motorun atalet momenti, I_B = Makinanın atalet momenti, G = dişli oranı, η = Mekanik verim, α_B = Makinanın açısal ivmesi ve α_A = Motorun açısal ivmesi olsun.

a) $$\text{B.G.} = \frac{2\pi N T_B}{75 \times 60 \times \eta} = \frac{2\pi \times 160 \times 10{,}38}{75 \times 0{,}95 \times 60} = 2.440$$

b) A'nın hızı = G × B'nin hızı olduğundan

$$\alpha_A = G \times \alpha_B$$



Şekil: 1.10

A üzerindeki T_A döndürme momenti ve $\eta = 0{,}95$'lik verime uygun olarak, B üzerine aktarılan döndürme momenti, $\eta \,.\, G \,.\, T_A$ dır. B üzerindeki karşı moment de T_B olduğundan, B üzerindeki net Moment $= \eta . G \,.\, T_A - T_B$
B üzerindeki hızlandırma momenti = A ve B'ye bağlı hızlandırma momenti

$$= \alpha_B \,.\, I_B + \eta \,.\, G^2 \,.\, \alpha_B \,.\, I_A$$

Momentin eşitlenmesinden,

$$\eta \,.\, G \,.\, T_A - T_B = \alpha_B \,(I_B + \eta\ G^2 \,.\, I_A)$$

$$\alpha_B = \frac{\eta \,.\, G \,.\, T_A - T_B}{I_B + \eta \,.\, G^2 \,.\, I_A} \qquad (1)$$

$$= \frac{(0{,}95 \times 9 \times 2.77 - 10.38)}{\dfrac{38.01}{9{,}81} + \dfrac{0{,}95 \times 81 \times 0{,}5068}{9{,}81}}$$

$$= 1{,}694 \text{ rad/sn}^2$$

Verilenler $= \omega_1 = 0,\ \omega_2 = \dfrac{60 \times 2\pi}{60} = 2\pi$ rad/sn, $\alpha_B = 1{,}694$ rad/sn²

Makinanın hızını 0'dan 60 dev/dak'ya yükseltmek için geçen zaman

$$t = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha_B} = \frac{2\pi}{1{,}694} = 3{,}71 \text{ sn.} \qquad \omega_2 = \omega_1 + \alpha_B t$$

c) α_B ye maksimum değeri verecek G hız oranını bulmak için (1) nolu eşitliğin G'ye göre türevini alıp sıfıra eşitleyelim.

$$\frac{d\,\alpha_B}{d\,G}=\left[\frac{(I_B+\eta\, G\cdot I_A)\,\eta\, T_A-(\eta\, GT_A-T_B)2\,\eta\, GI_A}{(I_B+\eta\, G^2\, I_A)^2}\right]=0$$

buradan $\eta\, G^2\, I_A\, T_A-2\, GT_B\, I_A-I_B\, T_A=0$

$$G=\frac{2\, I_A\, T_B\pm\sqrt{4\, I^2_A\, T^2_B+4\,\eta\, I_A\, I_B\, T^2_A}}{2\,\eta\, I_A\, T_A}$$

$$=\frac{T_B\pm\sqrt{T^2_B+\dfrac{\eta\, I_B\, T^2_A}{I_A}}}{\eta\, T_A}$$

$$=\frac{10{,}38\pm\sqrt{(10{,}38)^2+\dfrac{0{,}95\times 38.01\times 7.67}{0{,}5068}}}{0{,}95\times 2{,}77}$$

ve dişli oranı $G=13{,}66$ olur.

10) 1362 kg ağırlığındaki bir motorlu aracın tekerlek çapları 60,96 cm.'dir. Arka mille beraber 4 tekerin atalet momenti 67573,36 kg-cm² olan ve makinanınki ise 8446.67 kg-cm² dir. Hareket iletme verimi % 85 ve 6,7 m/sn lik hızdaki tekerlek direnci 27,24 kg.'dır. Makinadan alınabilecek toplam döndürme momenti 20,77 kg-m olduğuna göre,

a) araç, sinüsü 0,25 olan bir meyili 6,7 m/sn'lik bir hızla çıkarken erişebileceği maksimum ivmeye çıkabilmesi için, motorla arka mil arasına konulacak dişli oranını,

b) maksimum ivmeyi,

c) Bu şartlar altında makinanın B.G.'nü ve devir/dak.lık dönüş sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM : $\eta=$ verim; $G=$ dişli oranı; $I_A=4$ tekerin ve arka milin atalet momenti; $I_E=$ Makinanın ve volanın atalet momenti; $W=$ Aracın ağırlığı, $T_E=$ Makinadan elde edilebilen döndürme momenti, $T_W=$ Tekerleklerdeki döndürme momenti, ve $r=$ tekerlek yarıçapı olsun.

Şimdi, $T_W=\eta\,.\,G\,.\,T_E=0{,}85\times G\times 20.77=17{,}65\, G$ kg-m

bu nedenle tekerleklerdeki teğetsel kuvvet $P=\dfrac{T_W}{r}=\dfrac{17{,}65\,G}{0{,}305}$ kg.

Aracın hızı u'dan v m/sn'ye değişirken tepeye doğru S m'lik yol gitsin. O zaman,

P'nin yaptığı iş = Aracın K.E. değişimi + mil ve tekerleklerin açısal K.E. değişimi + Makina ve volanın açısal K.E. değişimi + Aracın yükselmesinin yaptığı iş + sürtünme kuvvetlerini yenmek için yapılan iş.

Böylece,

$$P\,.\,s=\frac{W}{2g}(v^2-u^2)+\frac{I_A}{2g}(\omega^2_2-\omega_1^2)+\frac{\eta\,.\,I_E\,.\,G^2}{2g}(\omega_2^2-\omega_1^2)+\frac{W.s}{4}+F.s$$

$$S\left[P-F-\frac{W}{4}\right]=\frac{v^2-u^2}{2g}\left[W+\frac{I_A}{r^2}+\frac{\eta\,.\,I_E\,.\,G^2}{r^2}\right]\ldots v=\omega\,.\,r$$

$$f=\frac{v^2-u^2}{2s}=\frac{g\left[P-F-\dfrac{W}{4}\right]}{W+\dfrac{I_A}{r^2}+\dfrac{\eta\,.\,I_E.G^2}{r^2}}=\frac{g\,[57{,}86\,G-27{,}24-340{,}5]}{1362+\dfrac{6{,}7573}{0{,}093}+\dfrac{0{,}85\times 0{,}8446\times G^2}{0{,}093}}$$

eşitliği sadeleştirirsek,

Çizgisel ivme $f=\dfrac{g\,[57{,}86\,G-367{,}74]}{1434{,}66+7{,}7.G^2}$ (1)

Maksimum ivme için, $\dfrac{df}{dG}=0$ olmalıdır.

$$\frac{df}{dG}=\frac{g\,[(1434{,}66+7{,}7\,.\,G^2)\,57{,}86-(57{,}86\,.\,G-367{,}74)\,15{,}4\,.\,G]}{(1434{,}66+7{,}7\,.\,G^2)^2}=0$$

$G^2-12{,}7\,G-186{,}3=0$ buradan $G=21{,}4$

a) sonuç olarak maksimum ivme için dişli oranı $G=21{,}4$

b) maksimum ivme, Eşitlik (1) den

$$f_{max}=\frac{9{,}81\,[57{,}86\times 21{,}4-367{,}74]}{1434{,}66+(7{,}7\times 21{,}4^2)}=1{,}72\ \text{m/sn}^2$$

c) tekerlerin açısal hızı $\omega=\dfrac{v}{r}=\dfrac{6{,}7}{0{,}305}\cong 22$ rad/sn.

Sonuç olarak;

makinanın dakikalık devri $N=\dfrac{G\,.\,\omega\,.\,60}{2\pi}=\dfrac{21{,}4\times 22\times 60}{2\pi}=4496$

$$\text{makinanın B.G.} = \frac{2\pi N T}{75 \times 60} = \frac{2\pi \times 4496 \times 20.77}{75 \times 60} = 130,4$$

11) Kompresörlü bir yarış arabasının motor çıkışındaki döndürme momenti 96,93 kg-m'dir. Üst dişlilerde bu değer 26,84 ile 71,57 m/sn'lik hızlar arasında sabittir. Tekerlek çapları 76,2 cm ve arka dingil oranı 1/3,3'dür. Araç düz bir yolda 44,73 m/sn ile giderken 75 B.G. harcamaktadır. Aracın ağırlığı 953,4 kg. ve her bir tekerin ağırlığı 40,86 kg., atalet yarıçapı ise 25,4 cm'dir. Diferansiyelin önünde kalan, motor dahil, bütün parçaların toplam atalet momenti 16893,3 kg-cm^2 dir.

Yol sürtünmesi ve rüzgar etkisi hızın karesiyle orantılı olarak değişmektedir. Araç, 1/30 eğimli bir rampayı tam gazla çıkarken hızının 26,84 m/sn'den 71,57 m/sn'ye erişebilmesi için geçecek zamanı bulunuz.

ÇÖZÜM : R = rüzgar ve yol direnci; v = arabanın hızı olsun.

$$\text{Harcanan B.G.} = \frac{R \cdot v}{75}$$

$$\text{Bu nedenle } 75 = \frac{R \times 44,73}{75}$$

buradan

$$R = 127,7 \text{ kg} = k\, v^2$$

$v = 44,7$ m/sn olduğundan

$$k = \frac{127,7}{2007} = 0,0638$$

ve

$$R = 0,0638\ v^2$$

Bir önceki örneğin notasyonlarını kullanarak, $T_W = G \times T_E = 3,3 \times 96,93 = 319,87$ kg-m.

$$P = \frac{T_W}{r} = \frac{319,87}{0,381} = 839,55 \text{ kg.}$$

Eğim 1/30 ve $F = R$ olduğundan, önceki örnekte olduğu gibi

$$f = \frac{g\left(P - R - \dfrac{W}{30}\right)}{W + \dfrac{I_A}{r^2} + \dfrac{I_E G^2}{r^2}} = \frac{9,81\left[839,5 - 0,0638\ v^2 - \dfrac{953,4}{30}\right]}{953,4 + 4 \times 40,86\left(\dfrac{0,254}{0,381}\right)^2 + 1,6893\left(\dfrac{3,3}{0,381}\right)^2}$$

buradan,

$$f = \frac{dv}{dt} = \frac{9,81\,(807,7 - 0,0638\ v^2)}{1152,7} = \frac{807,7 - 0,0638\ v^2}{117,5}$$

$$\int dt = 117,5 \int \frac{dv}{807,7 - 0,0638\ v^2} = 1841,7 \int \frac{dv}{12660 - v^2}$$

Şimdi $\displaystyle\int \frac{dv}{a^2 - v^2} = \frac{1}{2a} \log_e \frac{a+v}{a-v}$ olduğundan

$$t = \frac{1841,7}{2 \times 112,5} \log_e \frac{112.5+v}{112,5-v} + c_1$$

$t = 0$ olduğu zaman $v = 26,84$ m/sn olduğundan

$$\text{Buradan } c_1 = -\frac{1841,7}{2 \times 112,5} \log_e \frac{139,94}{85,66} = \frac{1841,7}{225,0} \log_e 1,627$$

$$\text{Bu nedenle } t = \frac{1841,7}{225,0}\left[\log_e \frac{112,5+v}{112,5-v} - \log_e 1,627\right]$$

$v = 71,6$ m/sn olduğu zaman

$$t = \frac{1841,7}{225,0}\left[\log_e \frac{184,1}{41} - \log_e 1.627\right] = 8,18\,[\log_e 4,50 - \log_e 1,627]$$

$$= 8,18\,(1.504 - 0,_{T}867)$$

$$= 8,32 \text{ sn.}$$

12) Bir maden taşıyıcının dolu kovası yükselirken, boş kova, tek bir halat yardımıyla aşağı doğru inmektedir. Bu ip 122 cm çaplı kılavuz kasnağının üzerinden, 244 cm çaplı makaraya (çevirme kasnağına) sarılmaktadır ve ikinci bir yönlendirme kasnağından sonra öteki kovaya geçmektedir. Sarma kasnağı çift indirmeli oran dişlileri aracılığı ile bir elektrik motoru tarafından çevrilmektedir. Dolu kovanın ivmesi yukarı doğru 0,61 m/sn^2 olduğu zaman motorun döndürme momentini bulunuz. Aşağıdaki değerler hazır olarak verilmektedir.

ÇÖZÜM :

$$\text{Kasnağın açısal ivmesi} = \alpha_D = \frac{\text{kasnağın çizgisel ivmesi}}{\text{kasnak yarıçapı}} = \frac{f}{R}$$

$$= \frac{0,61}{1,22} = 0,5 \text{ rad/sn}^2$$

$$\text{Motorun açısal ivmesi} = \alpha_M = 20\,\alpha_D = 10 \text{ rad/sn}^2$$

Parranın adı	Hız dev/dak	Ağırlık kg	Atalet yarıçapı cm	Sürtünme direnci
Motor ve pinyon	N	454	15,24	—
1. ara dişli mili ve buna bağlı dişli çark	$\frac{N}{5}$	544,8	22,86	4.15 kg-m
Makara ve buna bağlı dişli	$\frac{N}{20}$	2724	91.44	13,84 kg-m
herbir kayıt kasnak	—	113,5	45,72	2,7694 kg-m
yükselen halat ve kova	—	9080	—	227 kg
İnen ip ve kova	—	4540	—	136,2 kg

Sırasıyla I_M, I_I, I_P ve I_D = Motor, ara dişli mili ve dişlisi, her bir kılavuz kasnak ve halatın sarıldığı kasnağın atalet momenti olsun.

İlaveten N_M, N_I, N_P ve N_D onların açısal hızları olsun.

$$\text{Kasnağın açısal hızı} = N_P = \frac{\text{Makara hızı} \times \text{Makara çapı}}{\text{Kasnak çapı}}$$

$$N_P = \frac{N}{20} \times \frac{244}{122} = \frac{N}{10} \text{ dev/dak.}$$

Motor, ara dişli mili ve dişlisi, 2 kılavuz kasnağı ve makarayı hızlandırabilmek için motorun döndürme momenti,

$$T_1 = \alpha_M \left[I_M + I_I \left(\frac{N_I}{N_M}\right)^2 + 2\, I_P \left(\frac{N_B}{N_M}\right)^2 + I_D \left(\frac{N_D}{N_M}\right)^2 \right]$$

ve buradan

$$T_1 = \frac{10}{9,81} \left[454\,(0,1524)^2 + 544,8\,(0,2286)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 227\,(0,4572)^2 \left(\frac{1}{10}\right)^2 + 2724\,(0,9144)^2 \left(\frac{1}{20}\right)^2 \right] = 17,85 \text{ kg-m}$$

Ara dişli mili ve dişliler, makara ve kılavuz kasnaklardaki sürtünmeyi yenmek için motorun döndürme momenti

$$T_2 = \left(4,15 \times \frac{1}{5}\right) + \left(13,84 \times \frac{1}{20}\right) + \left(2 \times 2,7694 \times \frac{1}{10}\right) = 2,07 \text{ kg-m}$$

Yükselen ipteki gerginlik Q_1 = ip ve kovanın ağırlığı + ip ve kovayı hızlandırma kuvveti + sürtünme kuvveti

$$= W_1 + \frac{W_1}{g} f + F_1 = 9080 + \left(\frac{9880}{9,81} \cdot 0,61\right) + 227$$
$$= 9871,6 \text{ kg.}$$

İnen ipteki gerginlik Q_2 = inen ip ve kovanın ağırlığı — hızlandırma kuvveti — sürtünme kuvveti

$$= W_2 - \frac{W}{g} f - F_1 = 4540 - \left(\frac{4540}{9,81} \times 0,61\right) - 136,2$$
$$= 4121,5 \text{ kg.}$$

Makaradaki döndürme momenti $T_0 = (Q_1 - Q_2) \times$ Makara yarıçapı

Bu nedenle kovaları indirip çıkarmak ve sürtünmeleri yenmek için motordaki döndürme momenti,

$$T_3 = \frac{T_0}{20} = \frac{(Q_1 - Q_2) \times 1,22}{20} = \frac{5750,0 \times 1,22}{20} = 350,75 \text{ kg-m}$$

Sonuç olarak istenilen toplam döndürme momenti,

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = 17,85 + 2,07 + 350,75 \cong 371 \text{ kg-m}$$

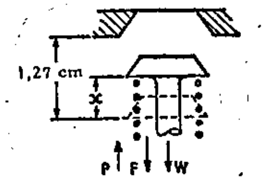
13) Düşey durumdaki bir subap, kam yardımıyla açılmakta, yay baskısıyla kapanmaktadır ve tamamen açıldığında subap en alt konumundadır. Subapın ağırlığı 3,632 kg, kursu ise 1,27 cm'dir. Subapın hareketine karşı koyan sürtünme kuvveti 0,908 kg ve yay sabiti 8,56 kg/cm'dir. Subap kapandığı anda sıkıştırma miktarı 3,5 cm olduğuna göre;

a) subapın tamamen açık konumundan kapanıncaya kadar geçecek süreyi ve

b) subapın temas anındaki hızını bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 1.11'le ilgili olarak, P = yay kuvveti, F = sürtünme kuvveti = 0,908 kg, W = subapın ağırlığı = 3,632 kg olsun.

Şubap tam açık durumundan x cm uzakta olduğu zaman,



Şekil: 1.11

$P = (3{,}5 + 1{,}27 - x)\ 8{,}56$ kg.

Yerine getirme kuvveti ise, $Q = P - F - W$

$= (4.77 - x)\ 8{,}56 - 0{,}908 - 3{,}632$

$= 36{,}3 - 8{,}56x$ kg.

Newton'un ikinci kanununa göre :

$$Q = \frac{W}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

buradan $36{,}3 - 8{,}56x = \frac{3{,}632}{9{,}81} \frac{d^2x}{dt^2}$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 98 - 23x$$

$$y = x - \frac{98}{23} \quad \text{olsun.}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2x}{dt^2} = -23y \qquad (1)$$

(1) numaralı eşitliğin çözümü :

$$y = a \cos kt + b \sin kt \ldots k = \sqrt{23} \cong 4{,}8$$

$$x - \frac{98}{23} = a \cdot \cos 4{,}8t + b \cdot \sin \cdot 4{,}8t$$

$$\frac{dx}{dt} = -4{,}8\, a \sin 4{,}8t + 4{,}8b \cos 4{,}8t$$

$t = 0$ olduğu zaman, $\frac{dx}{dt} = 0$, bu nedenle $b = 0$

$t = 0$ olduğu zaman, $x = 0$, bu nedenle $a = -4{,}26$

buradan $x - 4{,}26 = -4{,}26 \cos 4{,}8t$

$x = 4{,}26\ (1 - \cos 4{,}8t)$

$x = 1{,}27$ cm $= 0{,}0127$ m olduğu zaman

$0{,}0127 = 4{,}26\ (1 - \cos 4{,}8t)$

buradan $\cos 4{,}8t = 0{,}997 \ldots$ ($\cos 4{,}4° = 0{,}997$ ve $4{,}4° = 0{,}0768$ rad)

$4{,}8t = 0{,}0768$

$t = 0{,}0160$ sn

$=$ subap kapanıncaya kadar geçen süre

subabın çarpma anındaki hızı

$$v = \frac{dx}{dt} = -4{,}26 \times 4{,}8 \sin 4{,}8t = 4{,}26 \times 4{,}8 \sin 4{,}4°$$

$= 1{,}567$ m/sn.

eğer yayın ağırlığı W_s verilseydi, yayın atalet etkisini katmak için yay ağırlığın üçte biri subap ağırlığına eklenmesi gerekirdi.

Yani, $W = W + \frac{1}{3} W_s$ olurdu.

14) Ağırlığı 20 ton olan bir lokomotif, 1,79 m/sn hızla giderken bir tamponla durduruluyor. Tampon, başlangıçta 2270 kg'lık bir tepkime gösteriyor ve bu değer tamponun her 1 cm'lik sıkışması için 59,54 kg'lık düzgün bir artış gösteriyor. Çarpışma anındaki enerji kaybını yok sayarak, tampondaki maksimum sıkışma miktarını ve lokomotifin durma süresini bulunuz.

$x = t$ sn. sonraki sıkışma miktarı olsun

Newton'un ikinci kanunundan,

$$2270 + 59{,}54 \cdot x = -\frac{20000}{9{,}81} \cdot v \cdot \frac{dv}{dx} = -2038{,}7 \cdot v \cdot \frac{dv}{dx}$$

Bu nedenle $\int (2270 + 59{,}54x)\, dx = -2038{,}7 \int_u^v v \cdot dv = 2038{,}7 \int_v^u v \cdot dv$

$$2270x + \frac{59{,}54}{2} x^2 = 2038{,}7 \left[\frac{v^2}{2}\right]_0^{1{,}79} = 3266$$

$$2977\, x^2 + 2270\, x - 3266 = 0$$

$$x_{max} = \frac{-2270 \pm \sqrt{(2270)^2 + 388915,28}}{59,54} = 0,73 \text{ m} = 73 \text{ cm}$$

yine Newton'un ikinci kanununa göre;

$$2270 + 59,54x = -2038,7 \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -2,92x - 1,1$$

$$y = x + 0,376$$

Bu nedenle $\dfrac{d^2y}{dt^2} = \dfrac{d^2x}{dt^2} = 2,92 \, . \, y$

ÇÖZÜM : $y = a \cos kt + b \sin kt, \qquad k = \sqrt{2,92} = 1,7$

$$x + 0,376 = a \cos 1,7t + b \sin 1,7t \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\frac{dx}{dt} = -1,7a \sin 1,7t + 1,7b \cos 1,7t \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$x = 0$, iken $t = 0$ olur ve eşitlik (1) den $a = 0,376$

$t = 0$, iken $\dfrac{dx}{dt} = 1,79$ olduğundan (2) nolu eşitlikten

$1,79 = 1,7b$ buradan $b = 1,05$

$\dfrac{dx}{dt} = 0$ olduğu zaman eşitlik (2) den

$$0,64 \sin 1,7t = 1,785 \cos 1,7t$$

Buradan $\tan 1,7t = 2,789$ ($\tan 70,27° = 2,789$; $70,27° = 1,226$ Rad.)

$\tan 1,7 = 2,789$ ($\tan 70,27° = 2,789$; $70,27° = 1,226$ Rad.)

$$t = \frac{1,226}{1,7} = 0,72 \text{ sn.}$$

(1) nolu eşitliğin kontrolu,

$$x + 0,376 = 0,376 \, . \cos 70° 16' + 1,05 \sin 70° 16'$$

$$= 0,376 \times 0,3375 + 1,05 \times 0,9412$$

$$= 0,127 + 0,988$$

ve $x = 0,739$ m. (yukarıda olduğu gibi)

15) 10.000 ton ağırlığındaki bir gemi 6000 B.G.'ündedir ve en yüksek hızı da 8,94 m/sn'dir. Harekete karşı koyan direncin, hızın karesi ile değiştiğini ve B.G.'nün sabit olduğunu kabul ederek, hızın sıfırdan 7,15 m/sn'ye çıkıncaya kadar geminin aldığı yolu bulunuz.

ÇÖZÜM : $P =$ Uskurun itme kuvveti olsun.

$$\text{B.G.} = \frac{P \, . \, v}{75} \quad \text{veya} \quad P = \frac{75 \times \text{B.G.}}{v}$$

bu nedenle $P = \dfrac{75 \times 6000}{8,94} \ldots \; v = 8,94 \text{ m/sn}$

$= 50335$ kg $= 8,94$ m/sn deki direnç (R)

O zaman $R = kv^2$, buradan $k = \dfrac{R}{v^2} = \dfrac{50335}{(8,94)^2} \cong 630$

Eğer B.G. sabitse, o zaman

$$P \, . \, v = \text{sabit} = 6000 \times 75 = 450000 \text{ kg-m/sn}$$

$$P = 450000 \, . \, v^{-1}$$

hızlandırma kuvveti $Q = P - R = 450.000 \; v^{-1} - 630 \; v^2$

kuvvet = kütle × ivme olduğundan

$$450.000 \; v^{-1} - 630v^2 = \frac{10000000}{9,81} \; \frac{v \, . \, dv}{ds}$$

$$45 \; v^{-1} - 0,0630 \; v^2 = 101,9 \; \frac{v \, . \, dv}{ds}$$

$$\int ds = 101,9 \int_0^{7,15} \frac{v^2 dv}{45 - 0,0630 \; v^3}$$

$$= 1617,4 \int_0^{7,15} \frac{v^2 dv}{714 - v^3}$$

$$s = \frac{1617,4}{3} \Big[\log_e \; (714 - v^3) \Big]_{7,15}^{0} = 539,0 \; \log_e \frac{714}{714 - (7,15)^3}$$

$$= 539,0 \; \log_e \; 2,049 = 386,65 \text{ metre.}$$

16) Bir araba, eğimi 1/13 olan yoldan aşağı 32,2 km/saatlik bir hızla inerken 31,75 kg.lık bir sürtünme kuvvetine maruz kalıyor. Karşı

döndürme momenti 0,000166 N kg-m'dir. Burada N, dev/dak. cinsinden motorun hızıdır. Arabanın toplam ağırlığı 1360,8 kg, teker çapı 66,04 cm ve toplam atalet momenti 3,160 kg-m^2 dir. Makinanın dönen kısımları ve volanın toplam atalet momenti 0,421 kg-m^2, motorun döndürme momenti, 6,91 kg-m'dir ve 4 değişik hız verebilen bir dişli kutusu vardır. Motorla arka mil arasındaki hız oranları 20, 13, 8 ve 5 olduğuna göre,

a) Maksimum ivme için hangi dişli seçilmelidir?

b) Bu durumda ivme ne kadar olacaktır?

Cevap : Dişli oranı 13, maksimum ivme 1,550 m/sn^2.

17) Bir arabanın motoru, yol hızı 96,56 km/saat olduğu zaman, 3420 dev/dak. ile dönüyor. Arabanın ağırlığı 1088,6 kg'dır. Makinanın dönen aksamlarının atalet momenti, 14,63 cm atalet yarıçapında etkiyen 10,88 kg'a; tekerlerin atalet momenti ise 24,38 cm atalet yarıçapındaki 108,86 kg'a denk oluyor. Motorun ve aktarma organlarının verimi 0,9 ve rüzgar direnci 90.8 kg'dır. Teker çapları, 76.20 cm'dir.

Araba düz bir yolda 96,56 km/saat hız ve 0,914 m/sn^2 lik bir ivme ile giderken motorda oluşan B.G.'nü hesap ediniz.

Cevap : 78 B.G.

18) A ve B birbirine paralel iki mildir ve biribirine iki dişli ile irtibatlandırılmışlardır. A, B'nin 4 katı bir hızla dönmektedir. B'nin üzerinde, atalet momenti 0,48 ton-m^2 olan bir volan vardır. A'nın üzerinde ise atalet momentleri toplamı 0,16 ton-m^2 olan bir çok dönen parça vardır.

a) B mili 200 dev/dak ile dönerken sistemin toplam K.E.'sini,

b) Duran sistemi 30 sn sonra 200 dev/dak.lık hıza çıkaran ve B üzerinde oluşan döndürme momentinin değerini bulunuz.

Eğer miller arasındaki mesafe 76,2 cm ise, dişli çarkların dişleri arasındaki teğetsel kuvvetin bu hızlandırma anındaki değerini bulunuz.

Cevap : 68,34 m-ton; 0,217 kg-ton; 299,3 kg.

19) Toplam kütlesi 1134 kg. olan bir motorlu aracın tekerlek çapı 76,2 cm ve toplam atalet momenti 9.06 kg-m^2 dir. Arka dingile 1 : 6 oranlı bir dişli donanımı ile bağlanmış olan motor milinin atalet momenti, 0,518 kg-m^2 dir. Motorun uyguladığı döndürme momenti, 17,28 kg-m, motor milindeki sürtünme momenti, 3,18 kg-m ve sürtünmelerin arka ve ön dingil üzerinde yaptığı toplam döndürme momenti 2,10 kg-m'dir. Otomobil üzerinde rüzgar ve diğer nedenlerle oluşan toplam tepkime 42,60 kg-dır. Araç düz bir yol üzerinde gitmektedir. Aracın ivmesini bulunuz.

Cevap : 1,28 m/sn^2

20) Bir motorlu aracın ağırlığı 907 kg ve tekerlek çapı 60.96 cm'dir. Dört teker ve milin yarısının toplam atalet momenti 8,43 kg-m^2 iken motor ve kavramanınki 0,843 kg-m^2 dir. Motorun döndürme momenti 13,84 kg-m, aktarma organlarının verimi 0,90 ve yol direnci 45,36 kg sabit değerli olduğuna göre,

a) 1/20 eğimli yolda maksimum ivmeyi sağlayacak dişli donanımını ve

b) m/sn^2 cinsinden ivmenin değerini bulunuz.

Cevap : (a) 13.5, (b) 1,81 m/sn^2

21) Bir otomobilin ağırlığı 907 kg'dır. Motorun dönen kısımlarının toplam momenti 0,324 kg-m^2 ve motorla arka dingil arasındaki dişli oranı 5,7 dir. Teker çapları 66.04 cm ve 4 tekerin toplam atalet momenti 3,37 kg-m'dir. Araba v m/sn hızla hareket ederken uyguladığı döndürme momenti $(8{,}29 - 0{,}0005\ v^2)$ kg-m ve harekete karşı oluşan direnç $(22{,}68 + 0{,}113\ v^2)$ kg.dır.

a) Otomobil 13,71 m/sn hızla giderken ivmesi ne olur?

b) Aracın hızı 13,71 m/sn'den 22,33 m/sn'ye çıkıncaya kadar geçecek zamanı bulunuz. Aktarma organlarındaki enerji kaybı ihmal edilebilir.

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \log_e \frac{a+x}{a-X}$$ olduğuna dikkat ediniz.

Cevap : 0,74 m/sn^2, 18,6 sn.

22) 1134 kg ağırlığındaki bir otomobilin hızı 64,37 km/saat motoru'da 25 B.G.'ndedir. Araç 1 : 25 eğimli bir yoldan aşağı kontak kapatılarak bırakılmaktadır.

Motor ve aktarma organlarındaki sürtünmenin ve yol direncinin, hızdan bağımsız olduğunu ve ayrıca rüzgar etkisinin hızın karesi ile orantılı olarak değiştiğini kabul ederek, aracı aynı yoldan yukarı doğru 56,32 km/saat hızla çekmek için gerekli B.G.'nü bulunuz.

Cevap : 28,0 B.G.

23) Yüklü vagonlardan oluşan bir trenin ağırlığı 20,3 tondur ve eğimi 1/40 olan 457,2 metre uzunluğundaki bir rampaya doğru, tepede bulunan bir çekme makinasının makarasına bağlanmış tel bir halatla çekilmektedir. Sürtünme kuvveti 8,92 kg/ton'dur. Makara ağırlığı 3,04 ton, makara çapı 213,3 cm ve atalet yarıçapı 91,4 cm'dir. İpteki gerginlik 1,27 tonu, tren hızı da 48,28 km/saati geçmeyeceğini kabul ederek, trenin tepeye en kısa zamanda çıkması için geçecek süreyi ve gerekli B.G.'nü bulunuz.

Cevap : 58 sn, 234,3 B.G.

24) 558,8 ton ağırlığındaki bir lokomotif ve trene karşı düz bir yolda oluşan toplam tepki $R = 381 + 40{,}8 \, . \, V$'dir. Formülde R, kg, ve hız v, km/saattır. Lokomotifin çekme kuvveti 4990 kg.lık sabit değerde tutulduğuna ve tren 1/200 eğimli bir rampaya 32,2 km/saat hızla girdiğine göre, hızın 48,2 km/saat'e erişmesi için geçecek süreyi ve bu süre içinde alınan yolu hesaplayınız.

Cevap : 3727 m, 327,8 sn.

25) Serbest olarak hareket eden bir tren, hızı ile orantılı bir dirençe maruz kalmaktadır. Hız 96,56 km/saat olunca, tepki kuvveti tren ağırlığının 1/100'ü kadardır. Fren yapıldığı zaman tepki kuvveti, tren ağırlığının 1/16'sı kadar daha artmaktadır. Hız 96,56 km/saat iken aniden fren yapılırsa, yukarıda belirtilen 3 şarta uygun olarak tren duruncaya kadar geçecek süreyi ve bu süre zarfında alınan yolu bulunuz $g = 9{,}80$ m/sn^2 alınız)

Cevap : 40.8 sn. 536,0 m.

26) Bir tren, her hız için çekme kuvveti aynı olan bir motorla çekilmektedir ve harekete karşı oluşan sürtünme kuvveti, hızın karesi ile orantılı olarak değişmektedir. Tren ve lokomotifin toplam kütlesi 304,8 tondur. Düz yoldaki maksimum hızı 96,56 km/saat ve bu andaki güç, 1494 B.G.'dür. 1/100 eğimli bir yolu çıkarken maksimum hızın 51,5 km/saat civarında olacağını kanıtlayınız.

Düz bir yol için hareket denklemini yazınız ve hız sıfırdan 72,40 km/saat'a çıkıncaya kadar geçen zamanda trenin aldığı yolu bulunuz.

Cevap: 51,3 km/saat, $4252{,}0 - 0{,}549v^2 = 31102 \; v \, . \, \frac{dv}{ds}$; 2186,0 m.

27) 91,4 ton ağırlığındaki bir lokomotif, her birinin ağırlığı 30,48 ton olan 10 vagonu, toplam 6,69 kg/tonluk bir sürtünme direncine karşı 72,40 km/saat hızla çekmektedir.

a) Lokomotifin B.G.'nü ve öndeki vagonun çekme çubuğuna uygulanan çekme kuvvetini bulunuz.

b) En arkadan 4 vagon aniden trenden ayrılırsa, lokomotifin 120 sn. sonraki hızını, sürtünme kuvveti ve çekme kuvvetinin değişmeyeceğini varsayarak, bulunuz.

c) ayrılan vagonların 120 sn. sonraki hızını, (i) direncin sabit olduğunu, (ii) hızla doğru orantılı olarak değiştiğini kabul ederek bulunuz.

Cevap : (a) 699 B.G., 2041 kg. (b) 85 km/saat, (c) (i) 44,2 km/saat (ii) 49,0 km/saat.

28) Mekanik olarak çalışan bir valf, bir kaldırma tertibatı ile açılıp, helisel basma yayı ile kapanmaktadır. Valfın maksimum açılması 1,9 cm., valf ve diğer parçaların ağırlığı 3,62 kg ve yayın ağırlığı da 0,567 kg'dır. Yayın sıkıştırılma katsayısı 10,71 kg/cm ve valf tamamen açıldığında yaydaki basılma 4,63 cm.dir.

Valfın kapanma zamanını ve çarpma anındaki hızını bulunuz. Şok önleyici bir tertibat yoktur ve sürtünme yok kabul edilebilir.

Cevap : 0,0187 sn, 1,87 m/sn.

29) Bir valf, kam yardımı ile aşağı doğru açılmakta ve valf mili üzerinde bulunan bir yayla yerine getirilmektedir. Maksimum valf açıklığı 1,58 cm, yay sabiti 26,78 kg/cm, valf parçalarının ağırlığı 2,95 kg. dır. Valf açıldığı zaman yaydaki basılma 2,15 cm.'dir. Bütün sürtünme kuvvetlerini ve yerçekimi etkisini yok kabul ederek, (a) valfın kapanma zamanını, (b) çarpma anındaki hızını bulunuz.

Cevap : (a) 0,0103 sn. (b) 2,82 m/sn.

30) Birim boyunun ağırlığı 0,567 kg olan 36,57 metre uzunluğundaki bir atelye vincinin zinciri, efektif yarıçapı 21,6 cm olan bir makara

üzerine sarılmaktadır. Makaranın dönen kütlesi, mil ve dişli çark dahil, 158,7 kg ağırlığındadır ve atalet yarıçapı 31,75 cm'dir. Makara ekseninden 9,14 m aşağıdaki 1 tonluk bir yük, 0,396 m/sn²lik bir ivme ile kaldırılacak olursa, makaraya ne kadar döndürme momenti uygulanmalıdır? Eğer ivme bu değerde tutulursa, 4 sn, sonraki B.G. nedir?

Cevap : 235,0 kg-m, 22.5 B.G.

31) Bir tavan vincinin makarası, dişli çarklarla hızı üç defa düşürülmüş bir elektrik motoru ile çevrilmektedir. Halat eksenine göre ölçülen makara çapı 63,5 cm'dir. Yük, makara üzerine sarılan halatın yarısı kadar kaldırılıyor.

Aşağıdaki bilgileri kullanarak ve genel verimi 0,75 kabul ederek, vincin 15,2 tonluk bir yükü 7,30 m/dak. ile kaldırması için motor gücünü bulunuz. Eğer motor, 76 kg-m.lik sabit bir döndürme momenti uygularsa, sıfırdan bu hıza erişmesi için geçen zamanı bulunuz.

	mil ve dişlilerin ağırlığı kg	Atalet yarıçapı K cm	Hız
Motor	181.4	16.51	48.0 N
1. Ara mil	136.0	20.32	12.5 N
2. Ara mil	226.8	30.48	5.0 N
Makara ve mili	1814.4	60.96	N

Cevap : 352 dev/dak., 32,4 B.G., 3,41 sn.

32) Bir vincin makarası, hızı 3 defa düşürülmüş bir elektrik motoru ile çevrilmektedir. Motor mili üzerindeki dişli çarkın diş sayısı 21, diğer dişli çarklarınki ise sırasıyla 83, 29, 120, 23, 70'dir. Son dişli makara üzerine sağlam olarak tesbit edilmiştir. Makara çapı 76,2 cm.'dir. Halat öyle bir makara sisteminden geçirilmektedir ki, yük, hareket eden ipin 1/6'sı kadar kalkmaktadır. Değişik mil ve bunlara bağlı tekerlerin atalet momentleri kg-m² cinsinden olup, motorun 10,53, birinci ara milin 8,42, ikinci ara milinin 16,85 ve makara milinin ki 105,3'dür. Kaldırılacak yük 25,4 ton olup, buna ilaveten 1 tonluk sürtünme kuvveti vardır. Yük'e, yukarı doğru 0,0076 m/sn² lik ivme verebilecek motor döndürme momentini hesaplayınız.

Cevap : 40.6 kg-m.

33) 231,30 kg ağırlığındaki raylı bir kapı ile raylar arasındaki normal kuvvet 22,6 kg. dır. Kapı, üzerine bağlanmış düşey bir krameyer dişli ile, çift düşürmeli bir dişli kutusunun çıkış miline kamalanmış ve bölüm dairesi çapı 30,48 cm olan bir pinyon dişli yardımıyla yukarı doğru kaldırılmaktadır. Dişli kutusu çıkış mili, ara mili ve motorun dişli kutusuna giriş milinin atalet momentleri sırasıyla: 8,21, 2,74 ve 0,5 kg-m²' dir. Sürtünmenin bunlar üzerinde yarattığı döndürme momenti sırasıyla 6,22, 1,24 ve 0,276 kg-m.'dir. Kapı ile raylar arasındaki sürtünme katsayısı 0,08'dir. Ara mili, çıkış milinin 8 katı bir hızla dönmektedir. Hareketi sağlayan motor, motor miline 5,8 kg-m'lik bir döndürme momenti uygulamaktadır.

(a) Kapıya maksimum ivmeyi vermek için motor mili ile ara mil arasındaki hız oranını,

(b) bu ivmenin değerini hesap ediniz.

Cevap : (a) 3.78, (b) 0,265 m/sn².

BÖLÜM 2

ENERJİ, İMPULS VE MOMENTUM

Enerjinin Sakınımı Prensibi : Dinamikte birçok problem, enerjinin sakınımı prensibi yardımıyla çözülebilmektedir.

Bir cismin enerjisi yoktan varolamaz, varolan enerji de yok edilemez, fakat bir şekilden diğerine dönüştürülebilir. Örneğin, belirli bir yükseklikten bir kazık üzerine bırakılan bir kazık çakma makinası ağırlığının, kinetik enerjiye dönüştürülmüş potansiyel enerjisi vardır. Bu kinetik enerjinin bir kısmı çarpma anında yerin direncini yenmek ve kazığı yere çakmak için harcanırken arta kalan kısmı da ısıya dönüşür. Diğer bir örnek olarak da, kaba yüzeyli bir meyil üzerinden kayan bir cismi alabiliriz. Burada potansiyel enerjinin bir kısmı sürtünmeleri yenmek için harcanırken, kalan kısmı kinetik enerjiye dönüşür ve harcanan bu enerji de ısıya dönüşecektir.

Bir cismin (veya sistemin) toplam enerjisinin sabit kaldığını belirten bu prensip, Enerjinin sakınımı prensibi olarak bilinir ve bir cisim (veya sistem) için aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\text{Potansiyel enerji} + \text{Kinetik enerji} = \text{sabit}$$

(Bkz. Prob. 2 Nr. 1-4 ve 11-17)

Çizgisel Momentumun Sakınımı Prensibi : Bu prensibe göre, verilen bir yönde sisteme etkiyen dış kuvvetlerin bileşkesi sıfır olursa, o zaman sistemin verilen yöndeki çizgisel momentumu sabittir. Aynı doğrusal hat üzerinde hareket eden ve kütleleri M_A, M_B, ilk hızları da V_A, V_B olan iki A ve B cismi çarpışırlar ve ortak bir V_C hızı ile hareket ederlerse o zaman,

Çarpışmadan önceki Çizgisel momentum = Çarpışmadan sonraki Çizgisel momentum.

Bu nedenle

$$M_A v_A \pm M_B v_B = (M_A + M_B)\, v_C$$

Eşitlikteki (+) işareti A ve B aynı yönde hareket ederse, (—) işareti de ters yönde hareket ederse kullanılır.

Açısal Momentumun Sakınımı Prensibi : Dönen bir cismin açısal Momentumu, kütle atalet momenti I ile cismin açısal hızı ω'nın çarpımı olan $I \cdot \omega$'ya eşittir.

Açısal momentumun sakınımı prensibi şöyle de ifade edilebilir : Sabit bir C merkezi etrafında dönen bir cisimler sisteminin açısal momentum değişmesi (C noktası sabit veya hareketli bir ağırlık merkezi de olabilir) = Dış kuvvetlerin C noktası (veya ağırlık merkezi) etrafındaki momentlerinin cebirsel toplamı.

Kütle atalet momentleri I_A, I_B; ilk açısal hızları da ω_A ve ω_B olan A ve B gibi iki dönen cisim ilk başta ayrı iken sonradan temas ettirilirse, (kavramalarda olduğu gibi) kayma sona erdikten sonra ortak bir ω_C hızına erişirler. O zaman, Çarpışmadan önceki açısal momentum = Çarpışmadan sonraki açısal momentum

$$I_A \omega_A \pm I_B \omega_B = (I_A + I_B)\, \omega_C$$

(+) veya (—) işareti dönmenin yönüne bağlıdır.

İmpuls : Bir çiviyi ağaç bir takoza çakarken çekicin çiviye çarpıp çiviyi ağaca batırdığı zamanki vuruş, çok kısa sürelidir ve tahriksel vuruş [impuls] olarak bilinir.

Newton'un ikinci hareket kanunundan :

$$P = m\,\frac{dv}{dt} = \frac{W}{g} \cdot \frac{dv}{dt}$$

Bu nedenle
$$\int_0^t P \cdot dt = m \int_u^v dv = \frac{W}{g}\,(v - u)$$

$$P \cdot t = m(v - u) = \frac{W}{g}\,(v - u)$$

Sözün kısası, Çizgisel impuls = Çizgisel momentumdaki değişme

Dönen iki dişli çark aniden kavratılırsa, dişliler, hız oranlarına uygun olarak dönünceye kadar iki dişli üzerinde tahriksel bir moment etkir.

Bu zaman, Döndürme Momenti = Kütle atalet momenti × açısal ivme

$$T = I \cdot \alpha = I \frac{d\omega}{dt}$$

buradan $\int_0^t T.dt = I \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega$

$$T \cdot t = I(\omega_2 - \omega_1)$$

yani; Tahrik momenti = açısal momentumdaki değişme.
(Bkz. prb. 2 Nr. 10-18)

Momentumun Momenti : Ağırlığı W olan ve iki boyutta hareket eden bir cisim düşünün ve cismin ağırlık merkezi G doğrusal ve açısal harekette bulunsun. Şekil 2.1'de $\bar{x}$ ve $\bar{y}$, G ağırlık merkezinin 0'ya göre koordinatları olsun ve cisim, kuvvetlerin ve kuvvet-çiftlerinin etkisinde bulunsun.

O zaman,

Kuvvet $\frac{W}{g}\frac{d^2x}{dt^2}$ = OX yönündeki toplam kuvvet = X (1)

Kuvvet $\frac{W}{g}\frac{d^2y}{dt^2}$ = OY yönündeki toplam kuvvet = Y (2)

Eşitlik (1) den,

$$\int_0^t X \cdot dt = \frac{W}{g}\int_u^v dv = \frac{W}{g}(v_x - u_x) \qquad (3)$$

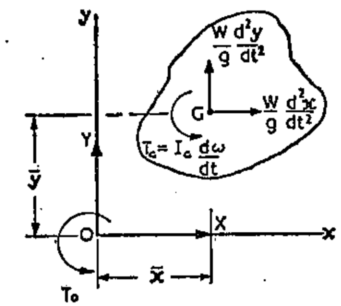
Eşitlik (2) den,

$$\int_0^t Y \cdot dt = \frac{W}{g}\int_u^v dv = \frac{W}{g}(v_y - u_y) \qquad (4)$$

Eşitlik (3) ve (4)'den görüleceği gibi

Çizgisel impuls (tahrik) = Çizgisel Momentumdaki değişme

ω_1 ve ω_2 cismin ilk ve son açısal hızları olsun ve I_G = cismin G noktası etrafındaki atalet momenti olsun. T_G ve T_O da G ve O merkezi etrafında etkiyen döndürme momenti olsun.



Şekil: 2.1

Döndürme momenti $T_G = I_G \cdot \frac{d\omega}{dt}$

buradan $\int_0^t T_G \cdot dt = I_G \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega = I_G(\omega_2 - \omega_1)$

$$\text{Dön. Mom. } T_0 = \frac{\frac{W}{g}[(v_y - u_y)\cdot\bar{x} - (v_x - u_x)\cdot\bar{y}] + I_G(\omega_2 - \omega_1)}{t}$$

ve $\int_0^t T_0 dt = \frac{W}{g}[(v_y - u_y)\bar{x} - (v_x - u_x)\bar{y}] + I_G(\omega_2 - \omega_1)$

= O noktası etrafındaki Momentum momentlerinin değişmesi

burada $\frac{W}{g}[(v_y - u_y)\bar{x} - (v_x - u_x)\bar{y}]$

= 0'dan geçen eksen etrafındaki çizgisel momentum değişmesi,

$I_G(\omega_2 - \omega_1)$ = açısal momentumdaki değişme

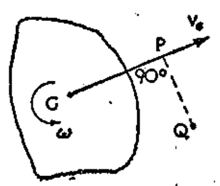
ve $\int T_0 \cdot dt$ = 0 ekseni etrafındaki tahriksel Dön. Mom.

Uygulanan kuvvetler cismin belirli bir noktasında moment yapmıyorsa, o zaman bu noktaya yapılan vuruşlar bu noktadan geçen eksen etrafındaki momentum momentini değiştirmez. İmpulsla ilgili problemlerle uğraşırken bu gerçekten yararlanılır.

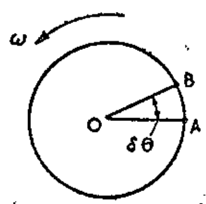
Şekil 2,2 ile ilgili olarak V_G'yi cismin çizgisel hızı, ω'yı da açısal hızı olarak kabul edelim. O zaman cismin momentumunun Q noktasına göre

$$\text{momenti} = I_G \cdot \omega - \frac{W}{g} \cdot v_G \cdot PQ$$

Burada PQ, Q'den G'nin hareket hattına çizilen dikmedir.



Şekil· 2.2



Şekil· 2.3

$\frac{dx}{dt}$ ve $\frac{dy}{dt}$, V_g hızının bileşenleri olsun, o zaman

$$\text{Cismin toplam Kinetik Enerjisi} = \frac{W}{2g} V^2_G + \frac{1}{2} I_G \omega^2$$

$$= \frac{W}{2g}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right] + \frac{1}{2} I_G \cdot \omega^2$$

D'Alembert prensibi : P, birçok dış kuvvete bağlı olarak m kütlesi üzerinde etkiyen ve cisme f ivmesi veren bir bileşke kuvvet olsun. Newton'un ikinci kanunundan P = mf'dir ve mf değerine "efektif kuvvet" denir.

Eğer — mf'i kuvvet olarak işleme tabi tutarsak P — mf = O yazabiliriz. Buradan, bir cisim üzerine etkiyen bileşke dış kuvvet ile ters yönde etkiyen efektif kuvvetin dengede olduğunu ifade eden, D'Alembert prensibini çıkarabiliriz.

Yukarıdaki ilkenin kullanılmasındaki en önemli hususlardan biri Hartnell regülatörü kuramıdır. Burada (yerçekimi ve sürtünmeyi yok sayarak) dik açılı bir krank muylusu etrafındaki momentleri dikkate alırsak; yay kuvvetine bağlı, farzedelim saat yönünde, bir momentin oluğunu ve buna ilâveten dönen toplardaki merkezsel kuvvetden doğan aynı yönlü bir momentin daha olacağını, bu nedenle denge şartı için merkezsel kuvvetle ters yönlü ve merkezkaç kuvvetine bağlı ve saatin ters yönünde bir momentin olduğunu düşünebiliriz. (— mf kuvveti, atalet kuvveti olarak da bilinir.)

Yukarıdaki ilkenin kullanılması ile dinamik problemlerini statik problemlerine dönüştürebiliriz.

(Bkz. prb. 2 Nr. 4)

Merkezsel ivme ve Merkezkaç Kuvveti : r yarıçaplı dairesel bir yörüngede ω açısal hızı ile dönen ve kütlesi m olan bir cismi ele alalım. (Şekil 2.3). Cisim A'dan B'ye doğru, δt zamanında $\delta\theta$ açısı kadar dönsün. O zaman,

A'nın O'ya göre göreli teğetsel hızı $= V_{A-O} = \vec{oa} - \omega . OA = \omega . r = \vec{v}$

Ayrıca,

B'nin O'ya göre göreli teğetsel hızı $= V_{B-O} = \vec{ob} = \omega . OB - \omega . r = \vec{v}$

Şekil 2.4 hız diyagramını göstermektedir. Burada $\vec{oa}$, OA'ya dik olarak çizilmektedir.

O zaman $\vec{ab} = \delta t$ zamanındaki hız değişimi

buradan $\vec{ab} = oa . \delta\theta = \omega . r\, \delta\theta = v . \delta\theta$

Şekil: 2.4

Şekil: 2.5

fakat $\vec{ab}$ hızının değişimi δt zamanı içinde olacağından

$$\frac{\text{hız değişimi}}{\delta t \text{ zaman aralığı}} = \frac{ab}{\delta t} = \omega . r . \frac{\delta\theta}{t} = v . \frac{\delta\theta}{t}$$

Hızın zamanla değişimi ivme olup, δt, sıfıra bir limit olarak yaklaşınca bu ivme merkeze doğru radyal olarak etkir ve buna merkezsel ivme denilir. Üstelik $\frac{\delta\theta}{\delta t} = \omega$, ve $v = \omega . r$ olduğundan

$$\text{Merkezsel ivme} = \omega^2 . r = v . \omega = \frac{v^2}{r}$$

Newton'un ikinci kanunundan :

Merkezsel kuvvet = kütle × merkezsel ivme

$$= m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r}$$

Bu kuvvet radyal olarak içeriye doğru etkidiğinden, Newton'un üçüncü kanununa göre içeriden dışarıya doğru etkiyen eşit bir tepki kuvveti olması gerekir ve bu bu kuvvete Merkezkaç kuvveti denilir. Buradan

$$\text{Merkezkaç kuvveti} = m\,\omega^2 r = \frac{W}{g}\,\omega^2 r$$

$$= m\,\frac{v^2}{r} = \frac{W}{g}\,\frac{v^2}{r}$$

Burada W = cismin ağırlığıdır,

(Bkz. prb. 2, Nr. 5, 8 ve 19)

PROBLEMLER 2

1) Kütlesi m kg olan bir ağırlık, silindirik bir makaranın üzerine sarılmış bir ipin ucuna asılmaktadır. Makaranın kütlesi 7 m kg. olup yatay ekseni etrafında serbest olarak dönebilmektedir. Duran sistem sertay ekseni etrafında serbest bırakılıp ağırlık h m. aşağı düştüğü zaman makaraya, eksene dik doğrultuda F kg.'lık teğetsel bir yavaşlama kuvveti uygulanmaktadır. Kuvvet tatbik edildikten t sn. sonra makara durursa,

$$F = m\left(1 + \frac{3}{t}\sqrt{\frac{h}{g}}\right) \quad \text{olduğunu gösteriniz.}$$

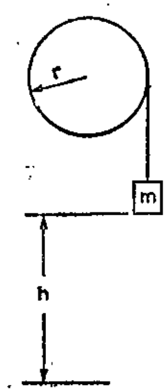
Çözüm : Şekil 2.6 I = Makaranın kütle atalet momenti, r = makara yarıçapı olsun. Buna göre,

m'nin potansiyel enerjisi = m'nin çizgisel K.E.'si + Makaranın açısal K.E.'si

$$\text{buradan } m.h = \frac{m}{2g}\,v^2 + \frac{1}{2}\,I\omega^2$$

$$= \frac{m}{2g}\,v^2 + \frac{1}{2g}\left(7\,m x \frac{r^2}{2}\right)\omega^2$$

$$\text{ve} \qquad h = \frac{v^2}{2g} + \frac{7v^2}{4g} \;\ldots\; v = \omega . r$$



Şekil: 2.6

$$h = \frac{9v^2}{4g} \;,\quad I = \frac{W}{g}\,k^2 \text{ burada } k^2 = \frac{r^2}{2}$$

F kuvveti uygulanınca, makara, duruncaya kadar N devir yapsın. Net F — m kuvvetinin yaptığı iş = 2πrN kg — (F — m) kg.m

$$\theta = \frac{(\omega_1 + \omega_2).t}{2} = \frac{\omega_1 . t}{2} \quad \text{çünkü } \omega_2 = 0$$

buradan

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\omega_1 . t}{4\pi}$$

O zaman F — m kuvvetinin yaptığı iş

$$= 2\pi r N\,(F - m) = \frac{2\pi r\,\omega_1}{4\pi}\,t\,(F - m) = \frac{v.t}{2}\,(F - m)$$

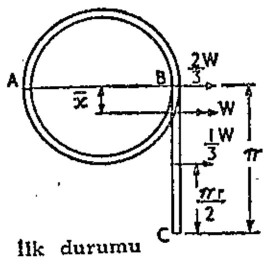
Fakat bu iş m kütlesinin potansiyel enerjisine eşit olmalıdır. bu nedenle

$$m.h = \frac{9mv^2}{4g} = \frac{v.t}{2}\,(F - m) \quad \text{ve} \quad F - m = \frac{9mv}{2gt}$$

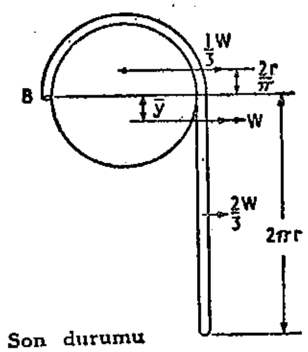
$$\text{Fakat} \qquad h = \frac{9v^2}{4g}\,,\ \text{bu yüzden}\ v = \sqrt{\frac{4gh}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{gh}$$

$$F - m = \frac{9m}{2gt} \times \frac{2}{3}\sqrt{gh} = \frac{3m}{t}\sqrt{\frac{h}{g}}$$

ve $$F = m\left(1 + \frac{3}{t}\sqrt{\frac{h}{g}}\right)$$



Şekil: 2.7



Şekil: 2.8

2) Yarıçapı r ve ekseni etrafındaki atalet momenti I olan bir kasnak, sürtünmesiz yatay bir yatağa takılmıştır. Ağırlığı W ve boyu $3\pi r$ olan bir zincir, bir ucundan yatay çapın en dış noktasına bağlanıp, kasnağın çevresine tamamen sarıldıktan sonra diğer ucu serbest bırakılmıştır. Eğer duran bu sistem hareket etmeye bırakılırsa, kasnağın yarım devir sonraki açısal hızının $[W \cdot r \cdot g\,(3\pi^2 - 4)\,/\,3\pi\,(I + Wr^2)]^{\frac{1}{2}}$ olacağını gösteriniz.

Çözüm : Zincirin potansiyel enerjisini bulmak için, zincirin ağırlık merkezi CG'nin düşme miktarını bulmamız gerekir. Şekil 2.7'ye göre moment alırsak,

$$W \cdot \bar{x} = \frac{1}{3}\, W \times \frac{1}{2}\, \pi r$$

buradan $\bar{x} = \dfrac{\pi r}{6}$

Şekil 2.8'de moment alıp ve yarım çember şeklindeki ince zincirin ağırlık merkezi CG'nin çapın üzerinde $\dfrac{2r}{\pi}$ mesafede olacağına dikkat edersek,

$$W\left(\bar{y} + \frac{2r}{\pi}\right) = \frac{2}{3}\, W\left(\pi r + \frac{2r}{\pi}\right) \quad \text{ve}$$

sonuç olarak $$\bar{y} = \frac{2}{3}\,\pi r - \frac{2r}{3\pi} \quad \text{olur.}$$

Şimdi, Zincirin Potansiyel Enerjisi = Kasnağın açısal K.E.'si + Zincirin (kasnağın çevresindeki) açısal K.E.'si + Zincirin (düz kısmının) çizgisel K.E.'si.

Ω = kasnağın açısal hızı,

$v = \Omega r$ = zincirin çizgisel hızı olsun. O zaman,

$$W \cdot (\bar{y} - \bar{x}) = \left[\frac{1}{2}\, I\,\Omega^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\, W r^2 \Omega^2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\, W v^2\right] \frac{1}{g}$$

$$W \cdot g\left(\frac{\pi r}{2} - \frac{2r}{3\pi}\right) = \frac{1}{2}\, \Omega^2\,(I + W \cdot r^2)$$

$$\Omega^2 = \frac{2\,W g r\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3\pi}\right)}{I + W r^2}$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{W \cdot r \cdot g\,(3\pi^2 - 4)}{3\,(I + W r^2)}} \quad \text{olur.}$$

3) Herbirinin boyu 2a ve kütlesi M olan dört düzgün çubuğun uçlarını sürtünmesiz pimli bağlantı yaparak meydana getirilen çatı, düzgün ve yatay konumlu bir masa üzerinde ABCD karesi şeklinde tutulmaktadır. A köşesi masaya sürtünmesiz bir pimle tesbit edilmiş ve C noktasına AC doğrultusunda ince bir iple M kütlesi bağlanarak masadan aşağı sarkıtılmıştır. Sistem serbest bırakılıp $\widehat{BAD} = 2\theta$ olduğu zaman, Enerji eşitliği veya başka bir yoldan giderek her bir çubuğun açısal hızının

$$\omega = \sqrt{\frac{3(2\cos\theta - \sqrt{2}\,)\,g}{4\,(1 + 6\sin^2\theta)\,a}} \quad \text{olduğunu gösteriniz.}$$

Çözüm : Şekil 2.9'da ABCD, çatının orijinal şeklini AB' C' D' de $\measuredangle\, B'AD' = 2\theta$ olduğu zamanki şeklini göstermektedir.

$\varnothing$ = AB'nin açısal yer değiştirmesi

x = C'nin çizgisel yer değiştirmesi = C'C olssun.

O zaman $\quad x = 2 \times 2a\,[\cos(45° - \varnothing) - \cos 45°]$

$$\frac{dx}{d\theta} = 4a \sin (45° - \varnothing) \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

bu nedenle çizgisel hız $v = \frac{dx}{dt} = 4a\omega \sin \theta$

burada $\theta = 45° - \varnothing$ ve $\frac{d\phi}{dt} = \omega =$ açısal hız.

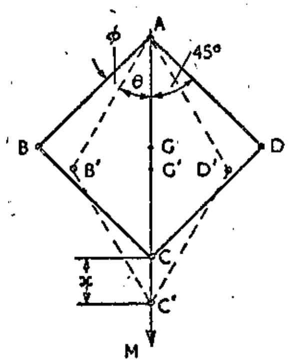
Asılan ağırlığın K.E.'si $= \frac{1}{2} Mv^2 = 8Ma^2\omega^2 \sin^2\theta$ ve

4 çubuğun açısal K.E.si $= 4 \times \frac{1}{2} I \omega^2 = 4 \times \frac{1}{2} M \frac{(2a)^2}{3} \omega^2$

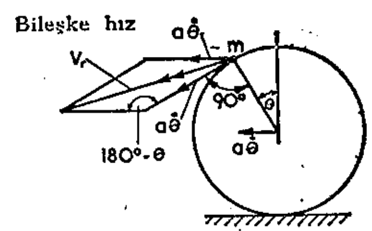
$$= \frac{8}{3} a^2 M \omega^2$$

Çatının ağırlık merkezi G'den G'' ye kadar $\frac{1}{2}$ x mesafesi kadar hareket ederse o zaman ;

G'nin hızı $= \frac{1}{2} \frac{dx}{dt} = \frac{v}{2}$



Şekil: 2.9



Şekil: 2.10

buradan

Çatının Çizgisel K.E.'si $= 4 \times \frac{1}{2} M \left(\frac{v}{2}\right)^2 = 8Ma^2 \omega^2 \sin^2 \theta$

Asılı ağırlığın P.E.si $= M \cdot g \cdot x = 4Mga (\cos \theta - \cos 45°)$

Enerji eşitliği yardımıyla

M'nin potansiyel enerjisi = M'nin Çizgisel K.E.'si + Çatının Çizgisel K.E.'si + 4 çubuğun açısal K.E.'si

Bu nedenle

$$4Mga (\cos \theta - \cos 45°) = 8Ma^2\omega^2\sin^2 \theta + 8Ma^2\omega^2\sin^2 \theta + \frac{8}{3} Ma^2 \omega^2$$

$$g (\cos \theta - \cos 45°) = \omega^2 a \left(4 \sin^2\theta + \frac{2}{3}\right)$$

ve

$$\omega^2 = \frac{g\left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}{a\left(4 \sin^2 \theta + \frac{2}{3}\right)}$$

$$= \frac{3g}{4a} \frac{(2 \cos \theta - \sqrt{2})}{(1+6 \sin^2 \theta)}$$

sonuç olarak

her bir çubuğun açısal hızı $\omega = \sqrt{\frac{3(2 \cos \theta - \sqrt{2})g}{4(1+6 \sin^2 \theta)a}}$ bulunur.

4) Kütlesi 2 m ve yarıçapı a olan düzgün bir diskin çevresi üzerinde bağlı ve kütlesi m olan bir cisim vardır. Diskin yüzeyleri düşey konumdadır ve diskin yatay bir ray üzerinde kaymadan yuvarlanabilmesi için m kütlesi ilk başta diskin en üst konumundadır. Merkezden cisme olan yarıçapın üst düşey yarıçapla θ açısı yaptığı zaman,

$$a \dot{\theta}^2 = \left\{\frac{7a\Omega^2 + 2g(1-\cos\theta)}{5 + 2\cos\theta}\right\}$$ olduğunu ispat ediniz.

burada Ω diskin açısal hızıdır.

Bu andan veya başka bir andan itibaren disk, bir dik açı kadar döndüğü zaman ray üzerindeki düşey tepkiyi bulunuz.

Çözüm : $\dot{\theta}$ = son açısal hız

Ω = diskin başlangıçtaki açısal hızı olsun

m'nin potansiyel enerjisi $= gm (a - a \cdot \cos \theta)$

$= gma (1 - \cos \theta)$

$$\text{Diskin toplam K.E. değişimi} = \frac{1}{2} \cdot 2\,m\,(v^2 - u^2)$$

$$+\frac{1}{2}\, I\,(\dot\theta^2 - \Omega^2) = \frac{1}{2} \cdot 2m\,(a^2\dot\theta^2 - a^2\Omega^2) + \frac{1}{2} \cdot 2\,m$$

$$\frac{a^2}{2}\,(\dot\theta^2 - \Omega^2) = \frac{3}{2}\, ma^2\,(\dot\theta^2 - \Omega^2)$$

$$\text{Cismin K.E. değişimi} = \frac{1}{2}\, m(v_r^2 - u_r^2) \text{ olur.}$$

Burada v_r ve u_r ilk ve son bileşke hızlardır.

Hızların oluşturduğu paralel kenarı (Şekil 2,10) ve Kosünüs teoremini kullanarak,

$$v_r^2 = a^2\,\dot\theta^2 + a^2\,\dot\theta^2 + 2\,a\,\dot\theta . a\,\dot\theta \cos\theta = 2\,a^2\,\dot\theta^2\,[1 + \cos\theta]$$

$$u_r^2 = a^2\,\Omega^2 + a^2\,\Omega^2 + 2\,a\,\Omega\,a\,\Omega \cos 0^\circ = 4\,a^2\,\Omega^2$$

Bu nedenle

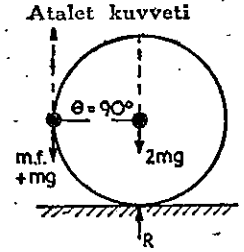
$$\text{Cismin K.E. değişimi} = \frac{1}{2}\, m\,[\dot\theta^2\,(1 + \cos\theta) - 2\,\Omega^2]\, 2a^2$$

ve m'nin potansiyel enerjisi = diskin toplam K.E. değişimi + cismin K.E. değişimi

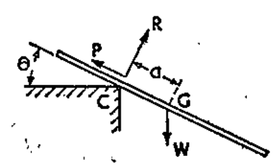
$$gma\,(1 - \cos\theta) = \frac{3}{2}\, ma^2\,(\dot\theta^2 - \Omega^2) + ma^2\,\dot\theta^2\,(1 + \cos\theta) - 2\,ma^2\,\Omega^2$$

$$g\,(1 - \cos\theta) = a\,\dot\theta^2\left(\frac{5}{2} + \cos\theta\right) - \frac{7}{2}\, a\,\Omega^2$$

$$\text{buradan} \quad a^2\,\dot\theta^2 = \left[\frac{7\,a\,\Omega^2 + 2g\,(1 - \cos\theta)}{5 + 2\,\cos\theta}\right] \qquad (1)$$



Şekil: 2.11



Şekil: 2.12

(1) numaralı eşitliğin zamana göre türevini alırsak

$$2a\ddot\theta = \frac{(5 + 2\cos\theta)\; 2g\sin\theta - [7a\Omega^2 + 2g\,(1 - \cos\theta)]\,(-2\sin\theta)}{(5 + 2\cos\theta)^2}$$

$\theta = 90^\circ$ olduğu zaman

$$a = a\ddot\theta = \frac{10g + 14a\Omega^2 + 4g}{2 \times 25} = \frac{7}{25}\,(g + a\Omega^2)$$

Düşey konumdaki bileşenleri bulup D'Alembert prensibini uygularsak (Şekil 2.11)

Tepki R = ma ivmelendirme kuvvetinin tersi + toplam ölü yük

$$\text{yani } R = -\frac{7}{25}\, m\,(g + a\Omega^2) + mg + 2\,mg$$

$$= \frac{68\,mg - 7\,ma\Omega^2}{25}$$

5) Düzgün kesitli kalın bir tahtanın bir tarafı yatay bir sıranın keskin kenarı üzerinde, bu kenarla 90° lik açı yapacak şekilde durmaktadır. Tahta, ağırlık merkezi kenardan itibaren a mesafe kadar dışarıda oluncaya kadar yatay olarak çekilip bırakıldığında tahta kenar üzerinde dönüp aşağı doğru kaymaktadır.

a) Hiç kayma olmadığını kabul ederek, tahtanın, θ açısı kadar döndükten sonraki açısal hızını ve açısal ivmesini bulunuz.

b) Eğer tahta α açısı kadar döndükten sonra kayma başlarsa, sürtünme katsayısının $\frac{k^2 + 3a^2}{k^2} . \tan\alpha$ olduğunu gösteriniz. Burada k, tahtanın ağırlık merkezi etrafındaki atalet yarıçapıdır.

Çözüm : Şekil 2.12'ye bakarak W = tahtanın ağırlığı ve G de onun ağırlık merkezi olsun. R ve P = C noktasındaki tepkinin normal ve teğetsel bileşenleri olsun.

Tahta boyunca olan kuvvetleri çözersek

$$P - W\sin\theta = \text{Merkezkaç kuvveti } \frac{W}{g}\, a\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \qquad (1)$$

tahtaya dik kuvvetleri çözersek

$$W\cos\theta - R = \frac{W}{g}.f = \frac{W}{g}.a.\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{(Newton'un ikinci kanunundan)} \qquad (2)$$

Moment alırsak, Dön. Mon. $= I_G.\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

Bu nedenle $$R.a = \frac{W}{g}k^2.\frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (3)$$

Eşitlik (2) ve (3)'ten açısal ivme,

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{W.a}(W\cos\theta - R) = \frac{R.a.g}{Wk^2}$$

$$R = \frac{Wk^2g\,(W\cos\theta - R)}{Wa^2g} = W\frac{k^2}{a^2}\cos\theta - \frac{k^2}{a^2}R$$

$$R\left[1+\frac{k^2}{a^2}\right] = R\left[\frac{a^2+k^2}{a^2}\right] = W\frac{k^2}{a^2}\cos\theta \quad \text{olduğundan}$$

$$R = \frac{Wk^2\cos\theta}{k^2+a^2}$$

(a) bu nedenle açısal ivme $$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{R.a.g}{Wk^2} = \frac{g.r.\cos\theta}{k^2+a^2} \qquad (4)$$

(4) nolu eşitliğin integralini alalım. $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 = \dfrac{g.r.\sin\theta}{k^2+a^2} + c_1$

$\theta = 0$ olduğu zaman, $\dfrac{d\theta}{dt} = 0, \quad c_1 = 0$

(a) bu nedenle açısal hız $$\frac{d\theta}{dt} = \left(\frac{2\,g.a.\sin\theta}{k^2+a^2}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (5)$$

(b) (b) şıkkı için $\theta = \alpha$ ve eşitlik (1) ve (5) den

$$P = W\sin\alpha + \frac{W.a}{g}\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 = W.\sin\alpha + \frac{W.a}{g}\left(\frac{2\,ga\sin\alpha}{k^2+a^2}\right)$$

$$= W\sin\alpha\left[1+\frac{2a^2}{k^2+a^2}\right] = W\sin\alpha\left[\frac{k^2+3\,a^2}{k^2+a^2}\right]$$

Sınırlayıcı sürtünme için :

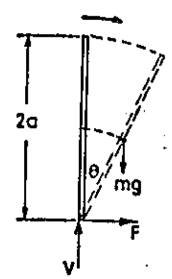
$$\text{Sürtünme katsayısı } \mu = \frac{P}{R} = W\sin\alpha\left[\frac{k^2+3\,a^2}{k^2+a^2}\right]\frac{k^2+a^2}{Wk^2\cos\alpha}$$

$$= \frac{k^2+3\,a^2}{k^2}.\tan\alpha$$

6) Yatay bir kaba zemin üzerinde düşey olarak duran düzgün kesitli bir çubuk düşmeye bırakılıyor. Hiç kayma olmadığını farz ederek, çubuk düşeyle θ açısı yaptığı zaman, çubuk üzerindeki tepki kuvvetinin bileşenlerini bulunuz.

Eğer, çubuk düşeyle 30° lik açı yaptığı zaman kayma başlarsa, sürtünme katsayısını bulunuz.

Çözüm : m = çubuğun kütlesi; V ve F = çubuk ve düzlem arasındaki tepkinin düşey ve yatay bileşeni olsun.



Şekil: 2.13

Çubuğun potansiyel enerjisi = Çubuğun açısal K.E.si bu nedenle

$$mga\,(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}I\,\omega^2 = \frac{m}{2}.\frac{(2a)^2}{3}\omega^2$$

$$ga\,(1-\cos\theta) = \frac{2\,a^2\omega^2}{3}$$

$$\omega^2 = \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{3g}{2a}(1-\cos\theta) \qquad (1)$$

Türev alınırsa, açısal ivme

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{3\,g\sin\theta}{4a} \qquad (2)$$

* şimdi,

$$mg - V = m\frac{d^2}{dt^2}(a - a\cos\theta) = ma\left[\cos\theta\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \sin\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}\right]$$

buradan V $= mg - ma[\omega^2\cos\theta + \alpha\sin\theta]$

$$= mg - ma\left[\frac{3g}{2a}\cos\theta.(1-\cos\theta) + \frac{3g}{4a}\sin^2\theta\right]$$

$$= mg - \frac{3}{4} mg \left[2 \cos\theta - 2 \cos^2\theta + \sin^2\theta\right]$$

$$= mg \left[1 - \frac{3}{2} \cos\theta + \frac{3}{2} \cos^2\theta - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cos^2\theta\right]$$

$$= \frac{1}{4} mg \left[1 - 3 \cos\theta\right]^2 \tag{3}$$

$$F = m . \frac{d^2}{dt^2} (a \sin\theta) = ma \left[-\sin\theta \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \cos\theta . \frac{d^2\theta}{dt^2}\right]$$

$$= ma \left[-\omega^2 \sin\theta + \alpha . \cos\theta\right]$$

$$= ma \left[-\frac{3g}{2a} \sin\theta\,(1 - \cos\theta) + \frac{3\,g.\sin\theta \cos\theta}{4a}\right]$$

$$= \frac{3}{4}\, mg \sin\theta \left[3 \cos\theta - 2\right] \tag{4}$$

* Not :

$$\frac{d}{dt} (a - a \cos\theta) = a.\sin\theta .\ \frac{d\theta}{dt}$$

bu nedenle

$$\frac{d^2}{dt^2} (a - a \cos\theta) = a.\cos\theta \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + a \sin\theta \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

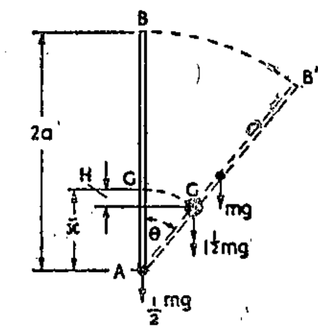
$\theta = 30°$ olduğu zaman

$$V = \frac{1}{4} mg \left[1 - 3\sqrt{\frac{3}{2}}\right]^2 = 0{,}6385\ mg$$

$$F = \frac{3}{4} mg \times \frac{1}{2} \left[\frac{3}{2} \sqrt{3} - 2\right] = 0{,}2243\ mg$$

Kayma başladığı zaman, $F =$ harekete karşı koyan sürtünme kuvveti ve sürtünme katsayısı

$$\mu = \frac{F}{V} = \frac{0{,}2243\ mg}{0{,}6385\ mg} = 0{,}351$$



Şekil: 2.14

7) Kütlesi m ve boyu 2 a olan ve alt ucuna kütlesi $\frac{m}{2}$ olan bir cisim bağlanan düzgün kesitli bir çubuk, pürüzsüz bir masa üzerinde düşey olarak dururken devrilmektedir. Çubuk θ açısı kadar eğildiği zaman, açısal hızının

$$\sqrt{\frac{3g\,(1 - \cos\theta)}{a\,(2 - \cos^2\theta)}}$$ ve masanın düşey

tepkisinin de $\frac{3mg\,(2 - 2\cos\theta\cos^2\theta)}{2\,(2 - \cos^2\theta)^2}$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm : Ağırlık merkezini bulmak için A noktasına göre moment alalım. (Şekil 2.14)

$$\left(m + \frac{1}{2} m\right) \bar{x} = ma$$

$$\bar{x} = AG = \frac{2}{3} a$$

Çubuğun P.E.si = Çubuğun açısal K.E.si + Çubuğun Çizgisel K.E.si bu nedenle

$$W.H = \frac{1}{2} I_G . \omega^2 + \frac{W}{2g} v^2_G$$

$I_G =$ çubuğun G noktasına göre atalet momenti

$v_G =$ G'nin düşey hızı $= \frac{2}{3} a\,\omega \sin\theta$

masa pürüzsüz olduğundan yatay bir kuvvet yoktur. Bu yüzden G ağırlık merkezi aşağı doğru kayar.

bu nedenle

$$1\,\frac{1}{2}\ m \times \frac{2}{3}\,a\,(1-\cos\theta) = \frac{m}{2g}\,\omega^2\left[\frac{(2a)^2}{12}+\left(\frac{a}{3}\right)^2\right]+\frac{m}{2}\cdot\frac{\omega^2}{2g}\left(\frac{2}{3}\,a\right)^2$$

$$+1\,\frac{1}{2}\,m\,.\,\frac{\omega^2}{2g}\left(\frac{2}{3}\,a\sin\theta\right)^2$$

$$ma\,(1-\cos\theta) = \frac{m\,\omega^2 a^2}{2g}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{3}\sin^2\theta\right)=\frac{2}{3}\,\frac{m\,\omega^2 a^2}{2g}\,(1+\sin^2\theta)$$

$$6g\,(1-\cos\theta) = 2\,a\,\omega^2\,(1+\sin^2\theta)=2\,a\,\omega^2(2-\cos^2\theta)$$

$$\omega^2 = \frac{3\,g\,(1-\cos\theta)}{a(2-\cos^2\theta)} \qquad (1)$$

Bu nedenle açısal hız $\omega = \sqrt{\dfrac{3\,g\,(1-\cos\theta)}{a\,(3-\cos^2\theta)}}$

R = düşey tepki olsun

o zaman

$$1\,\frac{1}{2}\ mg - R = 1\,\frac{1}{2}\ m\,.\,\frac{2}{3}\,\frac{d^2}{dt^2}\,(a - a\cos)$$

Newton'un ikinci kanunundan

$$= ma\,(\omega^2\cos\theta + \alpha.\sin\theta) \qquad (2)$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}\ ; \qquad \omega^2 = \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

Fakat $\omega^2 = \dfrac{3g\,(1-\cos\theta)}{a\,(2-\cos^2\theta)}$ ve zamana göre türevini alırsak

açısal ivme

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{3g}{2a}\left[\frac{(2-\cos^2\theta)\sin\theta - (1-\cos\theta)\ (2\sin\theta\cos\theta)}{(2-\cos^2\theta)^2}\right]$$

$$= \frac{3g}{2a}\ \sin\theta\ \frac{[2+\cos^2\theta - 2\cos\theta]}{(2-\cos^2\theta)^2} \qquad (3)$$

Eşitlik (1), (2) ve (3) ten

$$R = ma\left[\frac{3g}{2a} - \omega^2\cos\theta - \alpha\sin\theta\right]$$

$$= ma\left[\frac{3}{2}\,\frac{g}{a} - \frac{3g\cos\theta\,(1-\cos\theta)}{a(2-\cos^2\theta)} - \frac{3g\sin^2\theta}{2a}\,\frac{[2+\cos^2\theta - 2\cos\theta]}{(2-\cos^2\theta)^2}\right]$$

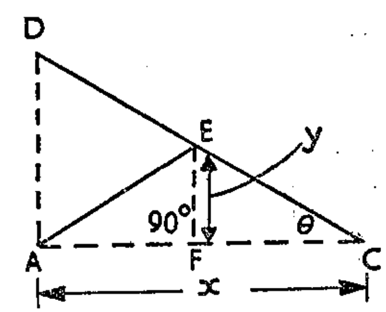
$$=\frac{3}{2}\,mg\left[\frac{(2-\cos^2\theta)^2 - 2\cos\theta(1-\cos\theta)(2-\cos^2\theta) - (1-\cos^2\theta)(2+\cos^2\theta - 2\cos\theta)}{(2-\cos^2\theta)^2}\right]$$

$$=\frac{3mg}{2\,(2-\cos^2\theta)^2}\times \text{parantez içindeki ifade}$$

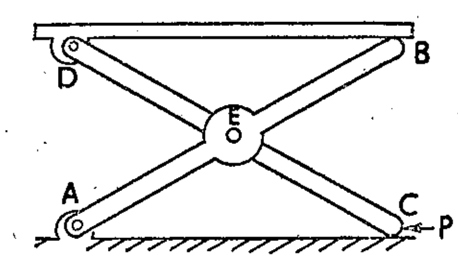
$$[4 - 4\cos^2\theta + \cos^4\theta - 4\cos\theta\ 2\cos^3\theta + 4\cos^2\theta - 2\cos^4\theta -$$
$$2 - \cos^2\theta + 2\cos^2\theta + 2\cos^2\theta + \cos^4\theta - 2\cos^3\theta]$$

Sonuç olarak $R = \dfrac{3mg\,(2 - 2\cos\theta\cos^2\theta)}{2\,(2-\cos^2\theta)^2}$

8) Bir kürsü, şekil 2,15'te görüldüğü gibi E noktasından çapraz olarak pimlenmiş AB ve CD çubukları ile desteklenmektedir. Ayaklar B ve Ç noktasında serbest olarak kayabilmektedir. AB, A noktasında yere, DC de D noktasında kürsüye pimlenmiştir. Kürsü ve taşıdığı yük, birlikte W kg olup, W'nin ağırlık merkezi, sistem görüldüğü konumda iken düşey olarak E'nin üzerinde olacağı farzedilmektedir. Her bir kol w kg ağırlığında olup tam orta noktada (E'de) bulunan ağırlık merkezine göre atalet yarıçapı $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$ cm. dir.



Şekil: 2 15A



Şekil: 2.15

$AB = CD = 2a$ cm.dir. $<BAC = 30°$ olduğu zaman C noktasından yatay olarak etkiyen sabit bir P kuvvet sistemi harekete geçirmeye kafi gelmektedir. P kuvveti, $< BAC = 60°$ oluncaya kadar uygulanmaktadır. Sürtünmeyi yok kabul ederek kürsü hızının

$$\left\{\frac{(2-\sqrt{3})(W+w)ag}{\frac{W}{4}+\frac{2w}{3}}\right\}^{\frac{1}{2}} \text{ m/sn olduğunu gösteriniz.}$$

Çözüm : Şekil 2.15 A'ya göre $EF = y$, $AC = x$ ve DCA açısı $= \theta$ olsun.

$$y = EC.\sin\theta = a\sin\theta$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = a.\cos\theta.\frac{d\theta}{dt} = a.\Omega.\cos\theta$$

$$x = CD.\cos\theta = 2a\cos\theta$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -2a.\sin\theta.\frac{d\theta}{dt} = -2a\,\Omega.\sin\theta$$

bu nedenle $\frac{v_x}{v_y} = \frac{-2a\,\Omega\sin\theta}{a\,\Omega\cos\theta} = -2\tan\theta$

$\theta = 30°$ olduğu zaman, $v_x = 2\,v_y.\tan 30° = \frac{2}{\sqrt{3}}.v_y$

başlangıçta $\theta = 30°$ olduğu zaman

sabit P kuvvetinin saniyede yaptığı iş = 2 çubuğu ve kürssüyü kaldırmak için saniyede yapılan iş

$$P.v_x = 2\,\omega\,v_y + W.2\,v_y$$

$\left(\frac{DA}{EF} = 2\right.$ olduğundan W'nin hızı $2v_y$ dir $\left.\right)$

O zaman

$$P = \sqrt{3}\,(W+w) \qquad (1)$$

AB çubuğunun açısal K.E.si $= \frac{1}{2}\,I_A\,\Omega^2 = \frac{w}{2g}\,(k^2+AE^2)\Omega^2$

$$= \frac{w}{2g}\left(\frac{a^2}{3}+a^2\right)\Omega^2$$

$$= \frac{2w.a^2\,\Omega^2}{3g} \qquad (2)$$

Aynı şekilde, CD'nin açısal K.E.'si $= \frac{2wa^2\Omega^2}{3g}$ (3)

kürsünün hızı $= v_p = 2v_y = 2.a.\Omega.\cos\theta$

ve $\theta = 60°$ olduğu zaman,

$$v_p = 2\,a.\Omega\cos 60° = a\Omega$$

Kürsünün çizgisel K.E.'si $= \frac{W.v_p^2}{2g}$ ($\theta = 60°$ iken) (4)

θ açısı 30° den 60° ye yükselirken 2 çubuğu ve kürsüyü kaldırmak için yapılan iş

$$= 2wa\,(\sin 60° - \sin 30°) + Wa\,(2\sin 60° - 2\sin 30°)$$

$$= 2a\,(W+w)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)$$

$$= (\sqrt{3}-1)\,a\,(W+w) \qquad (5)$$

θ açısı 30° den 60° ye artarken sabit P kuvvetinin yaptığı iş

$$= P.s = P\,\{2a\,(\cos 30° - \cos 60°)\}$$

$$= \sqrt{3}\,(W+w)\left\{2a\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)\right\}$$

$$= (3-\sqrt{3})\,a\,((W+w) \quad \ldots\ldots\ (6)$$

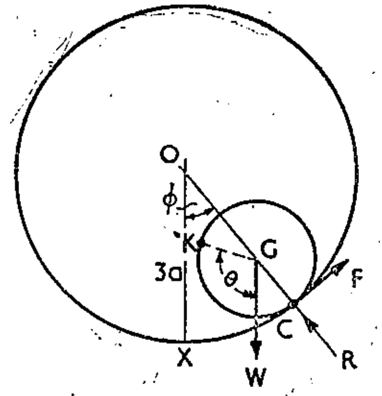
Enerji prensibinden ve $v_p = a.\Omega$ olduğundan

Eşitlik (6) = eşitlik (2) + eşitlik (3) + eşitlik (4) + eşitlik (5)

$$(3-\sqrt{3}a\,(W+w) = \frac{2\,W.v_p^2}{3g} = \frac{2W.v_p^2}{3g} + \frac{W.v_p^2}{2g} + (\sqrt{3}-1)a\,(W+w)$$

Bu nedenle $(4-2\sqrt{3})\,(W+w)ag = v_p^2\left(\frac{W}{2}+\frac{4w}{3}\right)$ ve

buradan $v_p = \left\{\frac{(2-\sqrt{3})\,(W+w)\,ag}{\frac{W}{4}+\frac{2w}{3}}\right\}^{\frac{1}{2}}$ m/sn.



Şekil: 2.16

9) Yarıçapı a ve ağırlığı W olan içi dolu bir silindir, yarıçapı 3a olan içi boş bir silindirin içerisinde serbest olarak yuvarlanmaktadır. Hiç kayma olmazsa, dolu silindirin boş silindir içerisinde tam bir devir yapabileceğini gösteriniz. Önceden tesbit edildiğine göre dolu silindirin, en alt noktadaki açısal hızı, $\sqrt{\frac{22g}{3a}}$ 'dan az değildir. Eğer bu şartlar sağlanırsa, bu iki silindirin merkezini birleştiren doğru yatay konumda iken, iki silindir arasındaki sürtünme kuvvetini bulunuz.

Çözüm : Şekil 2.16'da OX başlangıç konumu, OC küçük silindirin t saniye yuvarlandıktan sonraki merkez hattı, θ = küçük silindirin dönme açısı, ve $\varnothing = \angle XOC$ olsun.

Hiç bir kayma olmadığından,

$$XC \text{ yayı} = CK \text{ yayı}$$

Bu nedenle $3a\,\varnothing = a\,(\varnothing + \theta)$

ve $\theta = 2\,\varnothing$ (1)

Radyal istikametteki çözümde,

$$\frac{W}{g}\left(\frac{d\varnothing}{dt}\right)^2 OG = R - W\cos\varnothing \qquad (2)$$

C'ye teğet olarak yapılan çözümde

$$\frac{W}{g}\,.\,OG\,.\,\frac{d^2\varnothing}{dt^2} = F - W\sin\varnothing \qquad (3)$$

burada F = sürtünme kuvveti, ve R = Normal reaksiyon

G noktasına göre moment alırsak, $I\,\frac{d^2\varnothing}{dt^2} = -F\,.\,a$

buradan,

$$\frac{W}{g}\,\frac{a^2}{2}\,\frac{d^2\varnothing}{dt^2} \times 2 = -F\,.\,a \quad \ldots \quad \theta = 2\varnothing \text{ olduğundan } \frac{d^2\theta}{dt^2} = 2\,\frac{d^2\varnothing}{dt^2}$$

ve $$F = -\frac{W}{g}\,.\,a\,.\,\frac{d^2\varnothing}{dt^2} \qquad (4)$$

(3) ve (4) nolu eşitlikten

$$F = W\sin\varnothing\,\frac{2Wa}{g}\,\frac{d^2\varnothing}{dt^2} = -\frac{Wa}{g}\,.\,\frac{d^2\varnothing}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\varnothing}{dt^2} = -\frac{g}{3a}\sin\varnothing$$

İntegralini alırsak

$$\left(\frac{d\varnothing}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{3a}\cos\varnothing + c \quad \ldots \quad \varnothing = 0 \text{ olduğu zaman } \frac{d\varnothing}{dt} = \omega$$

ve

$$\omega^2 = \frac{2g}{3a} + c$$

buradan $$\left(\frac{d\varnothing}{dt}\right)^2 = \omega^2 - \frac{2g}{3a}(1 - \cos\varnothing)$$

(2) nolu eşitlikte yerine koyarsak

$$\frac{W}{g}\,.\,2a\left[\omega^2 - \frac{2g}{3a}(1 - \cos\varnothing)\right] = R - W\cos\varnothing \qquad (6)$$

Küçük silindirin tepe noktasına vardığı andaki hızı olan Ω'yı bulmak için, R = sıfır ve $\varnothing = 180°$ değerini (6) nolu eşitlikte yerine koyarsak

$$\frac{2Wa}{g}\left[\omega^2 - \frac{2g}{3a}(1+1)\right] = O + W$$

buradan $$\omega^2 - \frac{4g}{3a} = \frac{g}{2a} \quad \text{veya} \quad \omega^2 = \frac{11}{6}\,\frac{g}{a}$$

$\theta = 2\varnothing$ olduğu için, $\Omega = 2\omega$ ve $\Omega^2 = 4\omega^2 = \frac{44}{6}\frac{g}{a}$

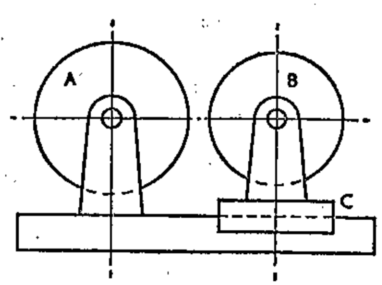
silindirin en alt noktadaki açısal hızı $\Omega = \sqrt{\frac{22g}{3a}}$

(4) ve (5) nolu eşitlikten

$$F = -\frac{W}{g} \cdot a \cdot \frac{d^2\varnothing}{dt^2} = \frac{W}{3} \sin\varnothing$$

$$\varnothing = 90^\circ \text{ olduğu zaman } F = \frac{W}{3}$$

10) Şekil 2.17 ağırlığı 12.7 kg, dış çapı 45,72 cm., atalet yarıçapı 17,78 cm olan ve başlangıçta 300 dev/dak. ile dönen bir A volanını göstermektedir. Ağırlığı 7,26 kg., dış çapı 38,1 cm ve jirasyon yarıçapı 15,24 cm olan ikinci bir B volanı C kızağına monte edilmiş yataklarca taşınmaktadır.



Şekil: 2.17

Volanlar birbiri üzerinde kaymasız yuvarlanıncaya kadar, kızak sol tarafa sürülüp, B volanı A volanı üzerine bastırılmaktadır.

Yatak sürtünmelerini ihmal ederek, kayma sona erdikten hemen sonra volanların açısal hızlarını hesaplayınız.

Eğer iki volan arasındaki sürtünme katsayısı, 0,12 ve iki volan arasındaki yatay kuvvet sabit ve 6,35 kg değerinde ise, volanların temas ettiği andan kayma duruncaya kadar geçen zamanı hesaplayınız.

Çözüm :

ω_2 = A'nın temastan önceki açısal hızı

ω_1 = B'nin temastan önceki açısal hızı

ω_3 = A'nın temastan sonraki açısal hızı

ω_4 = B'nin temastan sonraki açısasl hızı

r_A = A'nın yarıçapı

r_B = B'nin yarıçapı

I_A = A'nın atalet momenti

I_B = B'nin atalet momenti

P = A ve B volanı arasındaki normal kuvvet = 6,35 kg. olsun.

$F = \mu . P$ = temas anında volanlar arasındaki düşey teğetsel sürtünme kuvveti; ve t = kaymanın devam ettiği süre olsun.

Tahriksel döndürme momenti = açısal momentum değişimi olduğundan,

A volanı için : $r_A \int_0^t F.dt = I_A(\omega_1 - \omega_3)$

B volanı için : $r_B \int_0^t F.dt = I_B(\omega_4 - \omega_2)$

İmpuls $\int_0^t F \,.\, dt$, her iki volan için aynı olduğundan

$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{I_A(\omega_1 - \omega_3)}{I_B(\omega_4 - \omega_2)} = \frac{\text{A volanından alınan açısal momentum}}{\text{B volanına verilen açısal momentum}}$$

buradan $\frac{22.86}{19,05} = \frac{12,7 \times 17,78 \times 17,78\,(300 - \omega_3)}{7,26 \times 15,24 \times 15,24\,(\omega_4 - 0)}$

ve $\omega_4 = 1,984\,(300 - \omega_3)$

temas başladıktan sonraki ortak çizgisel teğetsel hız

$$v = r_A\,\omega_3 = r_B \,.\, \omega_4$$

bu nedenle $22,86\,\omega_3 = 19,05\,\omega_4$

veya $\omega_4 = 1,2\,\omega_3$

buradan $1,2\,\omega_3 = 1,984\,(300 - \omega_3)$

$$\omega_3 = \frac{1{,}984 \times 300}{3{,}184} = 187 \text{ dev/dak.} = \text{A'nın kayma sonundaki hızı}$$

ve $\omega_4 = 1{,}2 \times 187 = 224{,}4$ dev/dak. = B'nin kayma sonundaki hızı

A volanını dikkate alırsak :

sürtünmenin A üzerindeki Dön. Mom. $= T_A = \mu \,.\, p \,.\, r_A$

$$= 0{,}12 \times 6{,}35 \times 22{,}86$$

$$= 17{,}42 \text{ kg-cm} = 0{,}1742 \text{ kg-m}$$

açısal yavaşlatma ivmesi $\alpha_A = \dfrac{\omega_1 - \omega_3}{t} = \dfrac{2\pi}{60\,t}(300 - 187)$

$$= \frac{11{,}83}{t} \text{ rad/sn}^2$$

$$T_A = I_A \,.\, \alpha_A$$

buradan $0{,}1742 = \dfrac{12{,}7 \times 0{,}1778 \times 0{,}1778 \times 11{,}83}{9{,}81 \times t}$

ve kaymanın sürdüğü t zamanı = 2,78 sn.

Alternatif olarak B volanını alırsak :

sürtünmenin B üzerindeki Dön. Mom. $= T_B = \mu \,.\, p \,.\, r_B$

$$= 0{,}12 \times 6{,}35 \times 19{,}05 = 14{,}51 \text{ kg-cm}$$

açısal ivme $\alpha_B = \dfrac{\omega_4 - \omega_2}{t} = \dfrac{2\pi}{60\,t} \times 224{,}4$

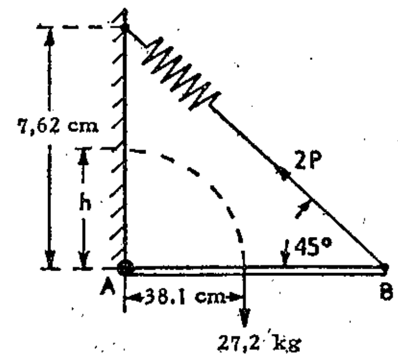
$$= \frac{23{,}5}{t} \text{ rad/sn}^2$$

Şimdi $\quad T_B = I_B \,.\, \alpha_B$

buradan $0{,}1451 = \dfrac{7{,}26 \times 0{,}1524 \times 0{,}1524 \times 23{,}5}{9{,}81 \times t}$

sonuç olarak $\quad t = 2{,}78$ sn.

11) Bir yük arabasının arka tahtası, 152,4 cm uzunluğunda ve 76,25 cm yüksekliğinde olup, arabanın taban tahtasına menteşe ile bağlanmıştır. Zincirler, arabanın yanlarına ve tahtanın üst köşesine öyle bağlanmış ki; tahta yatay konumda iken birbirine paralel ve yatayla 45° lik açı yapmaktadır. Şoku azaltmak için, her zincire birer tane çek-



Şekil: 2.18

me yayı takılmıştır ve tahtayı yatay konumda tutacak şekilde ayarlanmıştır. Her yay 1 cm'lik uzama için 53,57 kg. lık bir direnç göstermektedir.

Eğer tahta düşey konumdan serbest olarak bırakılırsa, yaylardaki ve menteşedeki en büyük bileşke kuvveti bulunuz. Kuyruk tahtası düzgün kesitli ve 27,2 kg. ağırlığındadır.

Çözüm : Şekil 2,18'le ilgili olarak, s = her bir yayın dayanıklılığı, x = tahta yatay konumda iken her bir yaydaki uzama, P = tahta yatay konumda iken yay kuvveti = s . x, W = tahtanın ağırlığı olsun.

O zaman,

Tahtanın potansiyel enerjisi = iki yayı gerdirmek için yapılan iş

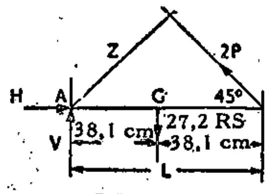
$$W \,.\, h = 2 \times \frac{1}{2} s x^2$$

$$27{,}2 \times 38{,}1 = s \,.\, x^2 = P \,.\, \frac{P}{s} = \frac{P^2}{53{,}57}$$

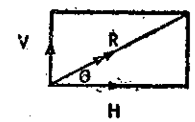
buradan $\quad P = 235{,}6$ kg = her bir yaydaki maksimum yük

O zaman toplam yay kuvveti = 2P = 471,2 kg

Tahta yatay konumda iken, α açısal ivmesine sahiptir.
Öyle ki ağırlık merkezi G'nin çizgisel ivmesi $= f = AG \,.\, \alpha = 0{,}38\alpha$ m/sn²



Şekil: 2.19



Şekil: 2.20

Yatay bir ivme olmadığı için yatay ivmelendirme kuvveti de olmayacaktır.

Şekil 2.19'da H ve V = A pimindeki yatay ve düşey tepki olsun.

O zaman,

$H = 2P \cdot \cos 45° = 2 \times 235{,}6 \times 0{,}7071 = 333{,}2$ kg

Tahtanın A noktasın göre momenti

$$= I_A = \frac{W}{g} \cdot \frac{L^2}{3} = \frac{27{,}2 \times 76{,}2 \times 76{,}2}{9{,}81 \times 3 \times 10000} = 0{,}5366 \text{ m-kg-sn}^2$$

A'ya göre moment alınırsa,

$$2P \times z - \frac{WL}{2} = I_A \cdot \alpha$$

buradan $471{,}2 \times 0{,}762 \times 0{,}7071 - 27{,}2 \times \frac{1}{2} \times 0{,}762 = 0{,}5366 \cdot \alpha$

$$\alpha = 454 \text{ rad/sn}^2$$

G'ye göre moment alırsak,

$$2P \times 38{,}1 \sin \sin 45° - \frac{VL}{2} = I_G \cdot \alpha$$

$$I_G = \frac{WL^2}{g} = 13{,}42 \text{ cm-kg-sn}^2 = \text{G'ye göre atalet momenti}$$

buradan $471{,}2 \times 38{,}1 \times 0{,}7071 - 38{,}1V = 13{,}42 \times 454$

$$V = 173{,}3 \text{ kg.}$$

$$\tan \theta = \frac{V}{H} = \frac{173{,}3}{333{,}2} = 0{,}520$$

$$\theta \cong 27{,}47°$$

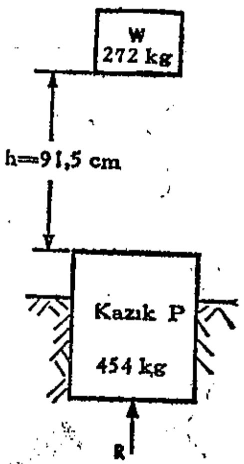
pimdeki bileşke kuvvet (Şekil 2.20)

$R = \sqrt{V^2 + H^2} = \sqrt{(173{,}3)^2 + (333{,}2)^2} = 375{,}6$ kg ve yatayla 27,47° açılı.

12) 272 kg ağırlığındaki bir kütle, 91,5 cm yükseklikten 454 kg ağırlığındaki bir kazığın üzerine düşürülüyor. Düşen cisim ve kazığın, çarpmadan sonra temasta kalacağını ve her bir vuruş için sütunun 15,24 cm battığını farzederek ve yer çekiminin etkisini dikkate alarak,

(a) sütuna karşı gelen ortalama direnci ve

(b) Her darbedeki enerji kaybını bulunuz.



Şekil: 2.21

Çözüm : Şekil 2.21'deki düşen cismi ele alalım.

$v^2 - u^2 = 2gh$

$v^2 - O = 2 \times 9{,}81 \times 0{,}915$

buradan

$v = 4{,}24$ m/sn

$=$ W'nin P kazığına çarpma hızı

v_c = W kütlesinin ve P kazığının ortak hızı,

ve P = kazığın ağırlığı = 454 kg olsun

Çarpmadan önceki momentum = Çarpmadan sonraki momentum

bu nedenle $W \cdot v + P \cdot v_p = (W + p)\, v_c$

$(272 \times 4{,}20) + 0 = (272 + 454)\, v_c$

$v_c = 1{,}58$ m/sn.

Çarpmadan önceki K.E. = Potansiyel Enerji = W . h

$$= 272 \times 0{,}915 \cong 249 \text{ kg . m}$$

$$\text{Çarpmadan sonraki K.E.} = \frac{(W+P)}{2g} v_c^2$$

$$= \frac{726}{2 \times 9{,}81} \times (1{,}58)^2 = 92{,}4 \text{ kg-m}$$

Çarpmaya bağlı enerji kaybı = 249 — 92,4 = 156,6 kg-m . . . (b)

R = ortalama yer direnci ve S = batma miktarı = 15,25 cm olsun
R, P ve W'nin yaptığı net iş = Çarpmadan sonraki K.E.

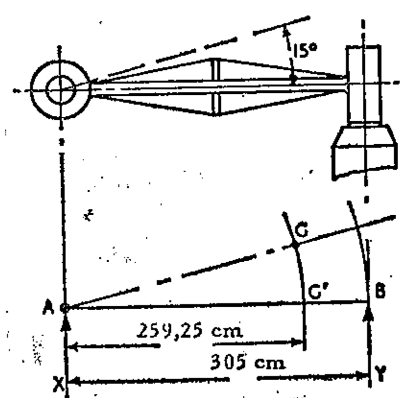
$$(R - P - W)\, S = 92{,}4$$

$$(R - 454 - 272) \times \frac{15{,}25}{100} = 92{,}4$$

$$R - 726 = 606{,}3$$

Sonuç olarak $R = 1332{,}3$ kg . . . . (a)

13) Düşey olarak düşürülmesi zor olan bir sütunu çakmak için Şekil 2.22'deki kuyruklu çekiç kullanılmaktadır. Çekicin ağırlığı 90,8 kg, ağırlık merkezi, mafsal piminden 259,25 cm uzaklıkta ve ağırlık merkezine göre atalet yarıçapı 115 cm.'dir. Çekicin darbeye bağlı kuvvetinin mafsal piminden 305 cm uzaklıkta etkiyeceği kabul edilmektedir. Çekiç 15° lik bir düşme yaptığında sütun 1,17 cm gömülmektedir. Çekiç sapı yatay konumda iken mafsaldaki ortalama kuvveti bulunuz.



Şekil: 2.22

Şekil: 2.23

Çözüm :

$$k_G = 115 \text{ cm.}$$

$$k^2_A = k^2_G + A^2_G$$

$$= (115)^2 + (259{,}25)^2 = 80435{,}5 \text{ cm}^2$$

$$\cong 8{,}04 \text{ m}^2$$

Çekicin P.E.'si $=$ Çekicinin açısal K.E.si

bu nedenle $W \cdot H = \frac{1}{2} I_A \cdot \omega^2 = \frac{W}{2g} k^2_A \omega^2$

$$2{,}5925 \times \sin 15° = \frac{8{,}04}{2 \times 9{,}81} \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81 \times 2{,}5925 \times 0{,}2588}{8{,}04}}$$

$$= 1{,}28 \text{ rad/sn}$$

G'nin çizgisel hızı $= v_G = \omega \cdot AG = 1{,}28 \times 2{,}5925 = 3{,}3$ m/sn

X ve Y, A mafsalı ve B gövdesindeki impuls olsun (Şekil 2.23)

Şimdi, İmpuls = çizgisel momentum değişmesi

bu nedenle $X + Y = \frac{W}{g} \cdot v_G = \frac{90{,}8}{9{,}81} \times 3{,}3 = 30{,}5$ kg (1)

ayrıca

tahriksel Dön. Mom. = Açısal Momentum değişmesi

G ağırlık merkezine göre moment alırsak,

$$0{,}4575\,Y - 2{,}5925\,X = I_G\,\omega = \frac{W}{g} k^2_G\,\omega = \frac{90{,}8 \times 1{,}15 \times 1{,}15 \times 1{,}28}{9{,}81}$$

$$0{,}4575\,Y - 2{,}5925\,X = 15{,}67$$

$0{,}4575\,Y + 0{,}4575\,X = 13{,}953$ . . . Eşitlik (1)'den

Eşitlikleri çözersek, $X = -0{,}563$ ve $Y = 31$

Çarpışma süresini bulmak için

$$S = \frac{(u + v)\, t}{2}$$

$$S = 1{,}17 \text{ cm} = \frac{1{,}17}{100} \text{ m}, \quad v = 0$$

$$u = \omega \cdot AB = 1{,}28 \times 3{,}05 = 3{,}9 \text{ m/sn}$$

$$\frac{1{,}17}{100} = \frac{3{,}9}{2}\, t$$

$$t = \frac{2{,}34}{390} \text{ sn.}$$

P_x = mafsaldaki ortalama kuvvet olsun. O zaman,

$$X = P_x \cdot t$$

$$P_x = \frac{X}{t} = \frac{0{,}563 \times 390}{2{,}34}$$

$$= 93{,}8 \text{ kg (aşağı)}$$

P_y = sütundaki ortalama kuvvet olsun,

$$Y = P_y \, . \, t$$

$$P_y = \frac{Y}{t} = \frac{31}{2{,}34} \times 390$$

$$= 5166 \text{ kg (yukarı)}$$

P_y'yi değişik bir yoldan direkt olarak şöyle bulabiliriz.

P_y'nin yaptığı iş = W'nin potansiyel enerjisi

$$P_y \, . \, S = W \, . \, H$$

$$\frac{1{,}17}{100} P_y = 90{,}8 \times 2{,}5925 \times 0{,}2588$$

$$P_y = 5212 \text{ kg.}$$

14) Bir çarpma-deneyi makinasının sarkacı 31,78 kg ağırlığındadır ve ağırlık merkezi dönme ekseninden 106,7 cm uzaklıktadır. Çarpma bıçağı ağırlık merkezinden 15,24 cm aşağıda bulunmaktadır. Sarkaç, 20 serbest salınımı 43,5 sn.'de yapmaktadır. Test yaparken sarkaç, düşeyle 60° açılı dururken serbest bırakıldığına göre,

(a) Çarpma hızını ve çarpma merkezinin, çarpma bıçağına göre konumunu,

(b) Sarkaç'taki İmpuls değerini ve Eksen reaksiyonundaki ani değişmeyi bulunuz. Örnek parçaya 5,54 m-kg'lık bir çarpma yapılınca kırılmaktadır.

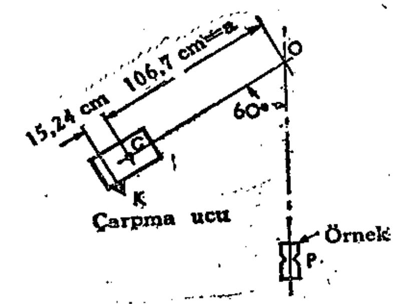
Çözüm : Şekil 2.24'le ilgili olarak

$$OG = 1{,}06 \text{ m}, \quad Op = 1{,}22 \text{ m}$$

$$\text{tekrarlama süreci} = \frac{43{,}5}{20} = 2\pi \sqrt{\frac{k^2_G + a^2}{ga}}$$

$$\text{buradan} \quad \left(\frac{43{,}5}{40\,\pi}\right)^2 = \frac{k^2_G + 1{,}06^2}{9{,}81 \times 1{,}06}$$

$$k^2 = 0{,}12 \text{ m}^2$$



Şekil: 2.24

(a) Çarpma merkezi O'dan L metre uzaklıktadır. Burada

$$L = \frac{k^2_G + a^2}{a} = \frac{0{,}12 + 1{,}067^2}{1{,}067} = 1{,}179 \text{ m.}$$

yani bıçak ağzından 4,04 cm. yukarıdadır.

Buna göre,

Sarkacın Potansiyel Enerjisi = Sarkacın açısal Kinetik Enerjisi

$$W \, . \, H = \frac{1}{2} I_0 \Omega^2 = \frac{W}{2g} (k_G^2 + a^2) \Omega^2$$

$$1{,}067 \, (1 - \cos 60°) = \frac{1{,}258}{2 \times 9{,}81} \Omega^2$$

ve sarkacın açısal hızı,

$$\Omega = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}81 \times 1{,}067 \times 0{,}5}{1{,}258}} = 2{,}884 \text{ rad/sn}$$

bu nedenle

Çarpma hızı $v = \Omega \, . \, OK = 1{,}22 \times 2{,}884 = 3{,}52$ m/sn.

(b) deney çubuğuna çarpıp kırması üzerine

kırma enerjisi = sarkacın açısal K.E. kaybı

bu nedenle

$$5{,}54 = \frac{1}{2} I_0 (\Omega^2 - \Omega_0^2) = \frac{W}{2g} (k_G^2 + a^2) (\Omega^2 - \Omega_0^2)$$

$$(\Omega^2 - \Omega_0^2) \frac{W}{g} = \frac{5{,}54 \times 2}{0{,}12 + 1{,}067^2} = \frac{11{,}08}{1{,}258}$$

Sarkaç düşey konumda iken sarkaçın eksen reaksiyonundaki değişme

= Merkezkaç kuvvetindeki değişme

$$= \frac{W}{g}(\Omega^2 - \Omega_0^2)\ OG = \frac{11{,}08}{1{,}258} \times 1{,}067 = 9{,}4 \text{ kg.}$$

Ω ve Ω_0, sarkacın deney çubuğu kırıldıktan hemen önceki ve hemen sonraki açısal hızı olsun.

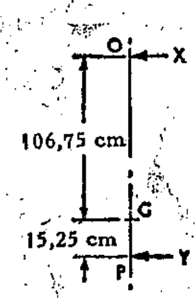
u_G ve v_G de G'nin parça kırıldıktan hemen önceki ve sonraki çizgisel hızı olsun. O zaman,

$$(\Omega^2 - \Omega_0^2)\ \frac{W}{g} = (2{,}884^2 - \Omega_0^2)\ \frac{31{,}78}{9{,}81} = 9{,}4$$

buradan $\Omega_0 = 2{,}327$ rad/sn.

$$u_G = \Omega \,.\, OG = 2{,}884 \times 1{,}067 = 3{,}07 \text{ m/sn}$$

$$v_G = \Omega_0 \,.\, OG = 2{,}327 \times 1{,}067 = 2{,}48 \text{ m/sn}$$



Şekil: 2.25

Şekil 2.25'le ilgili olarak X ve Y muyludaki ve bıçak ağzındaki impuls olsun. O zaman,

İmpuls = Çizgisel momentum değişmesi

$$X + Y = \frac{W}{g}\ (u_G - v_G) = \frac{31{,}78}{9{,}81}\ (3{,}07 - 2{,}48) = 1{,}91 \qquad (1)$$

G'den geçen eksene göre moment alırsak,

Tahrik momenti = Açısal Momentum değişmesi

$$0{,}1525\,Y - 1{,}067\,X = I\ \ (\Omega - \Omega_0) = \frac{W}{g}\ k^2_G\ (\Omega - \Omega_0)$$

$$= \frac{31{,}78}{9{,}81} \times 0{,}12\ (2{,}884 - 2{,}327) = 0{,}216 \qquad (2)$$

(1) ve (2) nolu eşitliğin çözümü üzerine,

O milindeki impuls = X = 0,062 kg-sn

K bıçak ağzındaki impuls = Y = 1,848 kg-sn

Bu örneğe ilave olarak, (c) çarpmadan sonra sarkaçın sallanma açısını ve (d) çarpma süresi 0,005 sn olduğunu kabul ederek muylu ve bıçak ağzına gelen ortalama kuvveti bulalım.

(c) sarkacı yükseltmek için yapılan iş = sarkacın çarpmadan sonraki K.E.si

buradan

$$W \,.\, H = \frac{1}{2}\ I_0 \Omega_0^2 = \frac{W}{2g}\ (k^2_G + a^2)\, \Omega^2_0$$

$$1{,}067\ (1 - \cos\theta) = \frac{1{,}258}{2 \times 9{,}81} \times 2{,}327^2$$

$$\cos\theta = 0{,}6746 \text{ ve } \theta = 47°34'$$

buna göre sarkaç düşeyle 47°34′ açı yapmaktadır.

(d) pimdeki ortalama kuvvet $= P_x = \frac{X}{t} = \frac{0{,}062}{0{,}005} = 12{,}4$ kg.

bıçak ağzındaki ortalama kuvvet $= \frac{Y}{t} = \frac{1{,}848}{0{,}005} = 369{,}6$ kg.

15) Aşağı doğru açılan 0,186 m² lik bir tavan kapısının bir kenarında sürtünmesiz, pimli bir bağlantı vardır. Kapı ağırlığı 5,44 kg. ve ağırlık merkezi simetri merkezi ile aynı olup, ağırlığı düzgün olarak yayılmıştır. Kapı kapandığında yatay konumda durmaktadır. Mandal açıldığı zaman kapı, mafsal etrafında düşey konuma gelinceye kadar, hızlanıyor ve bu anda kapının alt kenar ortası yatay konumdaki bir helis yayla temas ediyor. Yay sabiti 17,85 kg/cm olup tampon görevi yapmakta ve sıkışma ile kapının kinetik enerjisini absorbe etmektedir. Kapının, yayı sıkıştırarak düşey konumdan sonraki dönme miktarı çok küçüktür.

Eğer kapı mandalı, kapı kapalı iken aniden açılırsa,

(i) kapı ağırlık merkezinin, mandalı açma anındaki ani hızını,

(ii) bu anda menteşede oluşan ani kuvveti,

(iii) yatay yaydaki maksimum sıkışma miktarını ve

(iv) Yayın maksimum sıkışması anında menteşede etkiyen yatay kuvveti bulunuz.

Çözüm : (Şekil 2.26). $\alpha = \frac{d\Omega}{dt}$ = kapının başlangıç ivmesi, R_H ve R_V = A'daki tepkimenin yatay ve düşey bileşenleri, ve W = kapının ağırlığı = 5,44 kg. olsun.

Kapının Potansiyel enerjisi = Kapının açısal K.E.si

Bu nedenle

$$W \cdot H = \frac{1}{2} I\Omega^2 = \frac{W}{2g} \cdot \frac{L^2}{3} \Omega^2$$

$$5{,}44 \times 0{,}305 = \frac{5{,}44}{2 \times 9{,}81} \times \frac{0{,}61^2}{3} \Omega^2$$

$$\Omega = 6{,}94 \text{ rad/sn.}$$

Buradan

$$G\text{'nin hızı} = v_G = \Omega \frac{L}{2} = \Omega \times 0{,}305 = 2{,}11 \text{ m/sn}$$

Şimdi, döndürme momenti $= I_A \cdot \alpha$

$$\frac{W \cdot L}{2} = \frac{W}{g} \frac{L^2}{3} \alpha$$

$$\alpha = \frac{3g}{2L} = \frac{3 \times 9{,}81}{2 \times 0{,}61} = 24{,}12 \text{ rad/sn}^2$$

Bu nedenle ağırlık merkezinin ani ivmesi

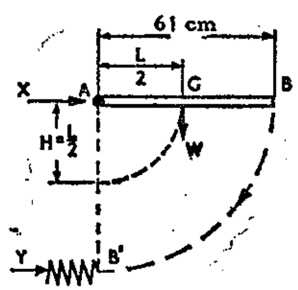
$$a = \alpha \cdot H = 24{,}12 \times 0{,}305 = 7{,}35 \text{ m/sn}^2 \quad \ldots\ldots \quad \text{(i)}$$

Düşey istikamette yapılan çözümde,

ani kuvvet = kütle × çizgisel ivme

yani, $W - R_v = \frac{W}{g} a = \frac{W}{g} \frac{L}{2} \alpha$

$$5{,}44 - R_v = \frac{5{,}44}{9{,}81} \times \frac{0{,}61}{2} \times 24{,}12 = 4{,}08$$



Şekil: 2.26

Buradan, mafsaldaki ani kuvvet $= R_v = 1{,}36$ kg . . . . . (ii)

(burada $R_H = 0$)

(iii) ve (iv).'üncü maddeler için P_x = A mafsalındaki ortalama yatay kuvvet, P_y = B yayındaki ortalama yatay kuvvet, X ve Y de bunların impuls'ları olsun.

Şimdi, Kapının P.E.si = kapının Açısal K.E.si

= Yayı sıkıştırmak için yapılan iş

Bu nedenle $W \cdot H = \frac{1}{2} ex^2$ . . . e = yayın katılığı

x = yayın sıkışma miktarı

$$5{,}44 \times 0{,}305 = \frac{1}{2} \times 17{,}85 \times 100 \times x^2$$

x = 4,3 cm. = yayın maksimum sıkışması . . (iii)

B''nün hızı $= v'_B = \Omega \cdot L = 6{,}94 \times 0{,}61 = 4{,}23$ m/sn

Şimdi $u = v'_B$ ve $v = 0$ ve $x = \frac{(u+v)}{2} t$ olduğundan

yayı sıkıştırma süresi :

$$t = \frac{2x}{u+v} = \frac{2 \times 4{,}3}{4{,}23 \times 100} = 0{,}02033 \text{ sn.}$$

Çizgisel impuls = Çizgisel momentum değişmesi

Bu nedenle,

$$X + Y = \frac{W}{g} \cdot v_G = \frac{W}{g} \frac{\Omega \cdot L}{2} = \frac{5{,}44}{9{,}81 \times 2} \times 6{,}94 \times 0{,}61 = 1{,}17 \text{ kg} \quad \text{(a)}$$

G noktasına göre moment alırsak

Tahrik momenti = açısal momentum değişmesi

$$(0{,}61 \times Y) - (0{,}61 \times X) = I_G \cdot \Omega = \frac{W}{g} \frac{L^2}{12} \Omega$$

$$= \frac{5{,}44}{9{,}81} \times \frac{0{,}61^2}{12} \times 6{,}94$$

$$= 0{,}119 \quad \ldots\ldots \quad \text{(b)}$$

(a) ve (b)'yi toplarsak, $2Y = 1{,}365$

buradan $Y = 0{,}682$ ve $X = 0{,}488$

$$P_Y = \frac{Y}{t} = \frac{0{,}682}{0{,}02033} = 33{,}54 \text{ kg}$$

ve

$$P_X = \frac{X}{t} = \frac{0,488}{0,02033} = 24,0 \text{ kg.}$$

Ortalama yay kuvveti $P_Y = 38,54$ kg ve maksimum yay kuvveti $= e.x = 17,85 \times 4,3 = 76,75$ kg $= 2P_Y$, aynı şekilde A'daki ortalama kuvvet $P_X = 24,0$ kg. buradan, yay tamamen sıkıştırıldığı zaman mafsaldaki yatay kuvvet

$$2P_X = 48,00 \text{ kg} \qquad \text{(iv)}$$

16) Yatay bir düzlem üzerinde sabit bir v hızı ile kaymadan yuvarlanan ve yarıçapı a olan sert bir küre, yüksekliği $\frac{2}{3}$a olan ve yuvarlanma düzlemine dik olan bir basamakla karşılaşmaktadır. Basamak kaymayı önleyecek kadar kaba yüzeylidir. Eğer $v^2 > \frac{420}{121}ag$ ise kürenin basamağı aşacağını isbat ediniz.

Çözüm : Kürenin basamağa çarpmadan önceki açısal hızı $\Omega = \frac{v}{a}$

m = kürenin kütlesi,

ω = kürenin çarpmadan hemen sonraki açısal hızı,

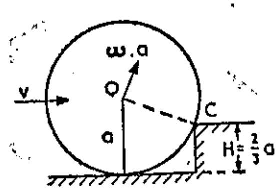
c, kürenin yükselmeye başlayacağı temas noktası, ve

k = O merkezine göre atalet yarıçapı olsun

O zaman, (Şekil 2.27) O merkezinin hızı $= \omega . a$, OC'ye 90°'de etkimektedir.

Çarpmadan sonra, C noktasına göre momentumun momenti

$$= I_c . \omega$$
$$= m\omega \, (k^2 + a^2)$$
$$= m\omega \left(\frac{2}{5} a^2 + a^2\right)$$
$$= \frac{7}{5} ma^2\omega$$



Şekil: 2.27

Momentumun C noktasına göre momenti, çarpmaya bağlı olarak değişmektedir. Çünkü C noktasında impuls'a olan tepkimenin C'ye göre momenti yoktur.

O zaman, çarpmadan sonraki momentumun momenti = çarpmadan önceki momentumun momenti.

Yani, $\quad \frac{7}{5} ma^2\omega = I_0\,\Omega + mv\,(a - H) = mk^2\,\Omega + mv\,(a - H)$

$$= \frac{2}{5} ma^2\,\Omega + mv\left(a - \frac{2}{3} a\right)$$
$$= \frac{2}{5} ma^2 \frac{v}{a} + \frac{mva}{3} = \frac{11}{15} mva$$

buradan $\quad \omega = \frac{5}{7\,ma^2} \times \frac{11}{15} mva = \frac{11}{21}\frac{v}{a}$

Kürenin basamağı aşması için, kürenin açısal K.E.si, kürenin Potansiyel enerjisinden büyük olmalıdır. Yani

$$\frac{1}{2} I_c . \omega^2 > m.g.H \ldots . I_c = m\,(a^2 + k^2)$$

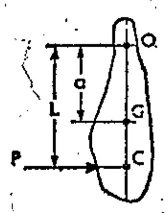
$$\frac{1}{2} \times \frac{7}{5} ma^2 \left(\frac{11\,v}{21\,a}\right)^2 > mx\,\frac{2}{3}\,a.g \qquad k^2 = \frac{2}{5}\,a^2 \text{ (küre için)}$$

Sonuç olarak $\quad v^2 > \frac{420}{121}\,ag$

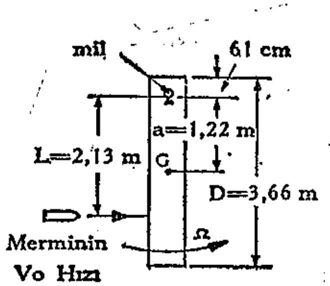
17) Birleşik bir pendulumun (sarkacın) vurma merkezini tanımlayın ve kullanılan herhangi bir formülü test ederek, vurma konumunun nasıl hesap edileceğini gösteriniz. Salınma noktasının ağırlık merkezine olan uzaklığı ve salınma merkezine göre atalet yarıçapı verilmektedir.

3,66 metre uzunluğunda ve 317,8 kg ağırlığındaki düzgün bir kiriş, üst ucundan 61 cm aşağıda bulunan bir mil etrafında düşey düzlem içinde sallanmaktadır. Başlangıçta kiriş düşey konumda hareketsiz durmaktadır. 0,227 kg. ağırlığındaki bir mermi dik olarak çarpma merkezine çarparak kirişin alt ucunu bir tarafa 45,72 cm sallandırmaktadır. Mermi kirişin içinde kaldığına göre merminin çarpmadan hemen önceki hızını bulunuz.

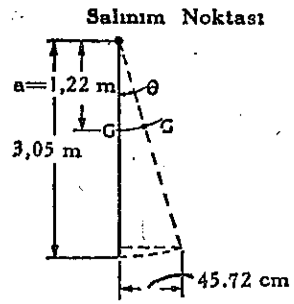
Tanımlama : Şekil 2.28'deki gibi bir sarkaç, tahriksel bir P kuvvetine maruz kalmaktadır. P'nin etki doğrultusu OGC hattı üzerindeki C noktasından geçmektedir, ve bu durumda O milinde impuls tepkimesi olmadığından Ç noktasına çarpma çarpma merkezi denilir.



Şekil: 2.28



Şekil: 2.29



Şekil: 2.30

Şimdi, İmpuls = Çizgisel momentum değişimi.

buradan $$P.t = \frac{W}{g}.\Omega = \frac{W}{g}.v \qquad (1)$$

Tahrik momenti = açısal momentum değişimi

ve O noktasına göre moment alarak,

$$P.L.t = I_0.\Omega = \frac{W}{g}.\Omega\,(k_G{}^2 + a^2) \qquad (2)$$

Eşitlik (1) ve (2) den

$$L = \frac{k^2_G + a^2}{a} = \frac{k_0{}^2}{a}$$

Kiriş için (Şekil 2.29) :

$$k^2_G = \frac{D^2}{12} = \frac{3,66 \times 3,66}{12} = 1,116 \text{ m}^2, \quad a = 1,22 \text{ m}$$

bu nedenle $$L = \frac{1,116 + 1,488}{1,22} = 2,13 \text{ m.}$$

w = merminin ağırlığı = 0,227 kg, W = kirişin ağırlığı = 317,8,

v_B = merminin çarpışmadan önceki çizgisel hızı, Ω = mermi ve kirişin çarpışmadan hemen sonraki açısal hızı olsun.

Mil eksenine göre moment alırsak (Şekil 2.30) :

Çarpmadan önceki Momentumun momenti (mermiye ilişkin) = Çarpmadan sonraki momentum momenti (mermi ve kirişe ilişkin)

$$\frac{w}{g}.v_B.L = \left[\frac{W}{g}(k^2_G + a^2) + \frac{w}{g}L^2\right]\Omega$$

$$\frac{0,227 \times v_B \times 2,13}{9,81} = \frac{1}{9,81}\,[317,8\,(1,116 + 1,488) + 0,227 \times 4,54]\,\Omega$$

Buradan $v_B = 1713,7\,\Omega$ m/sn

Kiriş ve mermi; çarpmaya bağlı olarak θ açısı kadar döner. Burada

$$\sin\theta = \frac{45,72}{305} = 0,15 \text{ ve}$$

$$\theta = 8°37'$$

Şimdi, kiriş ve merminin kazandığı P.E. = mermi ve kirişin kaybettiği K.E.

yani,

$$W.a\,(1 - \cos\theta) + w.L\,(1 - \cos\theta) = \frac{W}{2g}(k^2_G + a^2)\Omega^2 + \frac{w}{2g}L^2\Omega^2$$

Buradan

$$2g\,(1 - \cos\theta)\,(W.a + wL) = \Omega^2\,[W\,(k^2_G + a^2) + wL^2]$$

$$2 \times 9,81\,(1 - 0,9887)\,(317,8 \times 1,22 + 0,227 \times 2,13)$$

$$= \Omega^2\,[317,8\,(1,116 + 1,488) + 0,227 \times 4,54]$$

$$\Omega^2 \cong 0,1038$$

$$\Omega = 0,3220 \text{ rad/sn.}$$

Sonuç olarak $v_B = 1713,7 \times 0,3220 = 551,8$ m/sn

18) Şekil 2.31'de görülen ABC kirişi, B mili etrafında serbest olarak dönebilmektedir. Kirişin ağırlığı 22,7 kg ve B ağırlık merkezine göre atalet yarıçapı 91,5 cm.'dir. Kirişin A ucuna bağlanmış olan 4,54 kg.'lık D ağırlığı yerde dururken 2,72 kg.'lık bir E ağırlığı 61 cm yükseklikten kiriş üzerine düşmektedir. Çubukta esneme olmadığına göre D ağırlığının ne kadar yükseğe kalktığını bulunuz.

Çözüm : E ağırlığının C'ye vardığı andaki hızı :

$$v^2 - u^2 = 2gh$$

$$v^2 - 0 = 2 \times 9,81 \times 0,61$$

buradan $v = 3,46$ m/sn.

AB = 1,22 m = x, ve E merkezinin B'ye uzaklığı = 1,525 m = y, ve Ω = ABC kirişinin çarpmadan sonraki açısal hızı olsun.

Momentumun B miline göre çarpmadan doğan momenti değişmediğine göre B'ye göre moment alırsak,

Çarpışmadan önceki momentum momenti = Çarpışmadan sonraki momentum momenti

Bu nedenle

$$\frac{W_E}{g}.v.y = \frac{W_E}{g}y^2\Omega + \frac{W_D}{g}.x^2\Omega + \frac{W_B}{g}k^2\Omega.$$

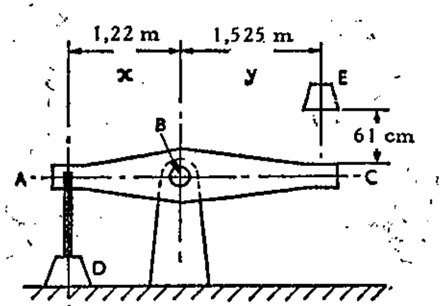
Bu da $\Omega(I_E+I_D+I_B)$'ye eşittir.

Şimdi, $W_E = 2{,}72$ kg, $W_D = 4{,}54$ kg ve $W_B = 22{,}7$ kg olduğundan

$$2{,}72\times 3{,}46\times 1{,}525 = 2{,}72\times 2.325\,\Omega + 4{,}54\times 1{,}488\,\Omega + 22{,}7\times 0{,}837\,\Omega$$
$$= 32\,\Omega$$

ve $\Omega = 0{,}448$ rad/sn.

E ağırlığı çarpmaya bağlı olarak yatay düzlemden H kadar aşağı düşerse o zaman D ağırlığı $H.\frac{x}{y} = \frac{1{,}22}{1{,}525}H$ metre yukarı kalkar



Şekil: 2.31

D'yi kaldırmak için yapılan iş = E'nin düşerken yaptığı iş + D, E ve kirişin açısal K.E.'si

Bu nedenle

$$W_D \times \frac{1{,}22}{1{,}525}H = W_E\times H + \frac{1}{2}I\Omega^2$$
$$= W_E.H + \frac{\Omega^2}{2g}\left[W_B k^2 + W_E.y^2 + W_D x^2\right]$$

$$4{,}54\times\frac{1{,}22.H}{1{,}525} = 2{,}72\,H + \frac{0{,}448^2}{2\times 9{,}81}\left[(22{,}7\times 0{,}837)+(2{,}72\times 2{,}325)+(4{,}54\times 1{,}488)\right]3{,}63\,H = 2{,}72\,H + 0{,}328$$
$$H = 0{,}36 \text{ m.}$$

Sonuç olarak D ağırlığı $\frac{1{,}22}{1{,}525}H = 0{,}288$ m. yukarı kalkar.

19) Bir tren, ağırlığı W olan bir lokomotif ile her birinin ağırlığı w olan n adet vagondan oluşmaktadır. İlk başta tamponlar temas halindedir fakat tren yürüdükten sonra tamponlar arasında s aralıkları meydana gelmektedir. Eğer r.inci lokomotifin çekilme hızı v_r ise,

$$[W+(r+1)w]^2 (v_{r+1})^2 - (W+rw)^2 v_r^2 = 2P.gs(W+rw)$$

olduğunu gösteriniz.

Burada P, lokomotifin çekme kuvveti olup sabit kabul edilmektedir. Bütün sürtünme kuvvetleri yok kabul edilmektedir.

Son vagonun tam harekete başladığı anda, trenin hızı ne olur?

ÇÖZÜM : u_r = r inci vagon harekete başlayacağı anda, öndeki vagonların hızı olsun, ve v_r = r'inci vagona verilen hız olsun.

İlk vagonun harekete başlamasını ele alalım.

yapılan iş = Çizgisel K.E. değişimi olduğundan . . . . (1)

$$P.s = \frac{W}{2g}u_1^2 \quad \text{veya} \quad u_1^2 = \frac{2Pgs}{W}$$

ve ayrıca,

Çarpmadan önceki çizgisel momentum = çarpmadan sonraki çizgisel momentum . . (2)

yani, $W.u_1 = (W+w)v_1$ buradan $v_1^2 = \frac{2WPgs}{(W+w)^2}$

Şimdi ikinci vagonu ele alalım.

Eşitlik (1)'den $P.s = \frac{(W+w)}{2g}(u_2^2 - v_1^2)$

Bu nedenle

$$u_2^2 = v_1^2 + \frac{2Pgs}{W+w} = 2Pgs\left[\frac{W}{(W+w)^2} + \frac{1}{W+w}\right]$$

$$= 2Pgs \left[\frac{W+(W+w)}{(W+w)^2}\right]$$

Eşitlik (2)'den $u_2\,(W+w) = v_2\,(W+2w)$

Buradan $v_2^2 = u_2^2\,\dfrac{(W+w)^2}{(W+2w)^2} = 2Pgs\left[\dfrac{W+(W+w)}{(W+2w)^2}\right]$

Üçüncü vagonun harekete başlaması :

Eşitlik (1)'den $P\,.\,s = \dfrac{(W+2w)}{2g}\,(u_3^2 - v_2^2)$

Bu nedenle

$$u_3^2 = v_2^2 + \frac{2Pgs}{W+2w} = 2Pgs\left[\frac{W+(W+w)+(W+2w)}{(W+2w)^2}\right]$$

Eşitlik (2)'den $u_3\,(W+2w) = v_3\,(W+3w)$

bu nedenle

$$v_3^2 = u_3^2\,\frac{(W+2w)^2}{(W+3w)^2} = 2Pgs\left[\frac{W+(W+w)+(W+2w)}{(W+3w)^2}\right]$$

Benzer şekilde r ve (r+1)'inci vagonun hareketi incelenebilir.

$$v^2_{r+1} = 2Pgs\left[\frac{W+(W+w)+(W+2w)\dots(W+\overline{r-1}\,w)+(W+rw)}{(W+\overline{r+1}\,w)^2}\right] \qquad (3)$$

$$v_r^2 = 2Pgs\left[\frac{W+(W+w)+(W+2w)\dots(W+\overline{r-2}w)+(W+\overline{r-1}w)}{(W+rw)^2}\right] \qquad (4)$$

Çıkarma yaparak, eşitlik (3) ve (4)'ten

$[W+(r+1)w]^2\,\overline{w_{r+1}}^2 - (W+rw)^2\,v_r^2 = 2Pgs\,(W+rw)$

r.nci vagon için, aynı olan sebeplerle, n.inci, yani sonuncu vagon için

$$v_n^2 = 2Pgs\left[\frac{W+(W+w)+(W+2w)\dots(W+\overline{n-2}w)+(W+\overline{n-1}w)}{(W+nw)^2}\right]$$

olur.

Bu eşitliğin sağ tarafı matematiksel bir artıştır. Eğer ilk terim $a = W$, son terim $L = W+\overline{n-1}w$ yazılırsa n terimin toplamı,

$$S = \frac{n}{2}(a+L) \text{ olur}$$

Bu nedenle $v^2_n = Pgns\left[\dfrac{2W+(n-1)\,w}{(W+nw)^2}\right]$

trenin son vagonu harekete başladığı andaki hız v_n 'dir.

ve $v_n = \left\{P\,.\,g\,.\,n\,.\,s\left[\dfrac{2W+(n-1)\,w}{(W+nw)^2}\right]\right\}^{\frac{1}{2}}$ olur.

20) Kütlesi m olan bir çember, pürüzsüz bir yatay mil üzerinde serbest olarak kayabilmektedir. Çembere 2a uzunluğunda bir ip bağlanıyor ve ipin diğer ucuna da kütlesi m olan bir ağırlık bağlanıyor. Ağırlık mille temasta ve ip gergin durumdayken sistem yer çekiminin etkisinde hareket etmeye bırakılıyor. Çember x kadar hareket ettiği zaman ip yatayla θ açısı yaptığına göre, $\dfrac{dx}{dt} = a\sin\theta\,\dfrac{d\theta}{dt}$ ve $\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 = \dfrac{2g\sin\theta}{a\,(1+\cos^2\theta)}$ olduğunu gösteriniz.

21) Ağırlığı W ve yarıçapı a olan içi dolu bir kürenin yüzeyine, ağırlığı W olan bir cisim gömülmüştür ve küre, ağırlık en üst konumda iken tamamen pürüzlü bir yatay düzlem üzerinde durmaktadır. Küre çok hafif oynatılırsa, üstteki cisim yere değdiği zaman kürenin çizgisel hızının $\sqrt{\dfrac{20\,ga}{7}}$ ve yüzey üzerindeki normal tepkinin $\dfrac{34\,W}{7}$ olduğunu gösteriniz.

22) Yarıçapı 2a olan bir silindirin kütle merkezi, onun geometrik ekseninden a kadar uzaktadır ve kütle merkezinden geçen ve bu eksene pararlel bir eksene göre jirasyon yarıçapı da yine a'dır. Silindir kaba bir yatay zemin üzerine dengesiz olarak bırakılıp, hafifçe oynatılıyor. θ açısı kadar döndürüldüğü zaman açısal hızının, $(3+2\cos\theta)\,a\dot{\theta}^2 = g(1-\cos\theta)$ kadar olduğunu gösteriniz. $\theta = \frac{1}{2}\pi$ olduğu zaman kayma başlarsa, sürtünme katsayısının 4/13 olduğunu gösteriniz.

23) Kütlesi m ve uzunluğu 2a olan üniform bir AB çubuğu düzgün bir yatay zemin üzerinde ve B ucunun üzerinde düşey olarak tutulmak-

tadır. B, düzlem üzerindeki bir C noktasına, uzamayan bir iple bağlanıyor. Eğer çubuk BC doğrultusundan geçen düşey bir düzlem boyunca ve C yönünde dönerek düşerse, çubuk düşeyle θ açısı yaptığı anda ipteki gerginliği bulunuz ve $\theta = \cos^{-1}\frac{2}{3}$ olunca ipin gevşeyeceğini gösteriniz.

Ayrıca ip gevşemeden hemen önce, A ucunun $\frac{3}{2}$. g'lik bir düşey ivmesi olduğunu gösteriniz.

Cevap : Gerginlik $= \frac{3}{4} m\, g \sin\theta\, (3\cos\theta - 2)$

(Bkz. Prb. 2.10)

24) Kütlesi M olan ve bir düzlem üzerinde hareket eden bir levhanın kinetik enerjisinin $\frac{1}{2}$ M $(v^2+k^2\omega^2)$ olduğunu isbat ediniz. Burada v, kütle merkezinin hızı, ω levhanın açısal hızı ve k de, kütle merkezinden düzleme dik olarak geçen bir eksene göre atalet yarıçapıdır.

Boyu 2a olan düzgün bir çubuğun bir ucu pürüzsüz bir masa üzerinde tutularak bırakılıyor. Ağırlık merkezinin düşey bir doğru boyunca indiğini isbat ediniz ve, düşeyle olan ilk eğiklik α ise, bu konumdaki açısal hızın $\theta = \left[\frac{6g}{a} \cdot \frac{\cos\alpha - \cos\theta}{1+3\sin^2\theta}\right]$ olduğunu gösteriniz ve masanın bu konum için tepkisini bulunuz.

Cevap : W = Çubuğun ağırlığı olursa

$$\text{Reaksiyon } R = W\left[\frac{3\,.\cos^2\theta - 6\cos\alpha\cos\theta + 4}{(1+3\sin^2\theta)^2}\right]$$

25) Kenar uzunluğu 2a ve ağırlığı W olan kare şeklindeki düzgün bir ABCD plakası, yatay konumdaki AB kenarından geçen bir eksen etrafında serbest olarak dönebilmektedir. Eğer plaka yatay konumda iken serbest bırakılırsa, yatayla 30° lik açı yaptığı zamanki açısal hızının $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3g}{a}}$, olduğunu gösteriniz ve bu konumdaki eksen reaksiyonun büyüklüğünü bulunuz.

Cevap : 1,269 W

26) Kenarı 2a ve kütlesi M olan kare şeklindeki düzgün bir ABCD plakası, A'dan geçen ve ABCD düzlemine dik olan bir yatay eksen etrafında serbest olarak dönebilmektedir. AC yatay konumda iken plaka serbest bırakılırsa AC, θ açısı kadar döndüğünde

$$\dot\theta^2 = \frac{3g\sqrt{2}\sin\theta}{4a} \quad \text{ve} \quad \ddot\theta = \frac{3g\sqrt{2}\cos\theta}{8a}$$

olduğunu gösteriniz. ve AC düşey konuma geldiği an eksendeki tepkiyi bulunuz.

Cevap : 2,5 × plakanın ağırlığı

27) Kütlesi m ve boyu 2a olan düzgün bir çubuk, bir ucundan, serbest hareket edecek şekilde, yatay bir mile bağlanmıştır. Çubuk hareketsiz halde iken, birazcık oynatılarak yer çekiminin etkisine bırakılıyor. Pimdeki tepkinin tamamen düşey konumda olduğu anda çubuğun eğik bir konumda olduğunu gösteriniz ve bu konumdaki tepkiyi bulunuz.

Cevap : $\cos\theta = \frac{2}{3}$ olduğu zaman F = sıfır ve $V = \frac{1}{4} \times$ çubuğun ağırlığı.

28) 3,657 m uzunluğunda ve 23,58 kg ağırlığındaki düzgün bir çelik kiriş, orta noktasından 15,24 cm uzaklıktaki bir sehpa üzerine yatay olarak durmaktadır. Kiriş serbest bırakıldığı zaman destek noktası etrafında dönmeye başlıyor ve sonunda sehpadan kayıyor. Kirişin kaymaya başlamadan biraz önceki açısal ivmesini ve destekle kiriş arasındaki sürtünme katsayısı 0,12 olduğuna göre, kaymanın başlama açısını bulunuz.

Kiriş kaymaya başladığı anda destek üzerindeki tepkinin büyüklüğü ve yönü nedir?

Cevap : 1,306 rad/sn²; 6° 26′; 23,11 kg ve $\tan^{-1}$ 0,12 derecelik bir açı altında etkiyor.

29) Uzunluğu $3l$ olan düzgün bir çubuk, her biri orta noktasından l uzaklıktaki iki küçük destek üzerinde yatay olarak durmaktadır. Desteklerden birisi aniden çekilirse, diğer desteğe gelen ani tepkinin başlangıçtaki değerinin yarısı kadar artacağını gösteriniz. Eğer bu hareketin sonunda çubuk diğer destek üzerinde ,yatayla olan açısı $\tan^{-1}$ 0,1 olduğu zaman kaymaya başlarsa sürtünme katsayısını bulunuz.

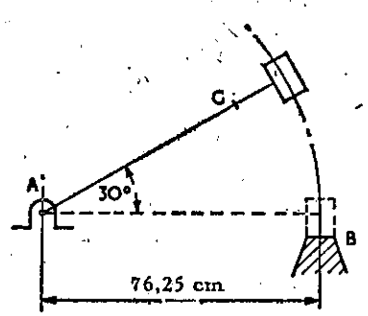
Cevap : 0,2

30) Bir çarpma deneyinde, alt ucunda çekici bulunan ağır bir sarkaç, düşeyle 60° lik açı altında dururken aniden bırakılmaktadır. Sarkacın çekici, salınma noktasından 91,44 cm aşağıda test edilecek parça ile karşılaşmaktadır ve kesme işlemini takiben sarkaç düşeyle 30° lik bir açı yapacak şekilde yükselmektedir. Eğer sarkaç ve çekicin kütlesi 22,68 kg., ağırlık merkezinin dönme noktasına uzaklığı 68,58 cm ve dönme eksenine göre atalet momenti 16,85 kg-m² ise, (a) tahrik esnasındaki enerji kaybını ve (b) test parçasının çekiç üzerindeki toplam impulsunu bulunuz.

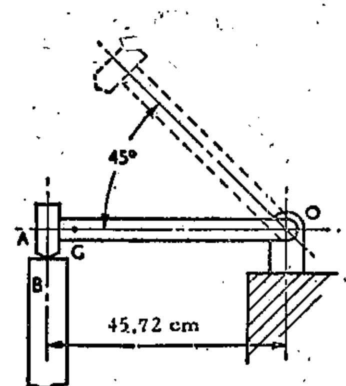
Cevap : (a) 5,69 m-kg, (b) 2,73kg-sn

31) İzod tipi bir kırma makinasının sarkacı 27,21 kg, ve ağırlık merkezi tesbit milinden 1,22 m uzaklıktadır. Sarkacın ağırlık merkezine göre atalet yarıçapı 25,4 cm'dir. Test yapılırken sarkaç yukarı kaldırılıyor, ve bırakılıyor. Sarkacın en alt ucundaki küre içerisinde bir bıçak vardır. Bu bıçak test parçasına çarparak kırar. İlk prensiplerden giderek, dönme mili yataklarında tahrik kuvveti olmaması için çekicin dönme eksenine olan uzaklığını bulunuz.

Test esnasında, sarkacın başlangıç açısı en alt noktadan 60° ve çarpmadan sonraki açısı da 50° olsaydı,



Şekil : 2.32



Şekil : 2.33

Sarkaçın enerji kaybını bulunuz ve çarpma süresi 0,004 sn olsaydı, bu zaman sürecinde çekice yapılan ortalama kuvvet ne olurdu?

Cevap : 127,2 cm, 4,730 m-kg, 363,30 kg.

32) Şekil 2.32, A noktasından mafsallı ve B parçasına vurmak üzere 30° kaldırılmış bir kazık çakma çekicini göstermektedir. Çekicin toplam kütlesi 4,536 kg, G ağırlık merkezinin A'ya uzaklığı 61 cm ve mafsal eksenine göre atalet yarıçapı 67,0 cm ise, 0,004 sn devam edecek bir çarpma için B'ye etkiyen kuvveti bulunuz. Ayrıca mafsaldaki reaksiyonu hesap ediniz. s-60d

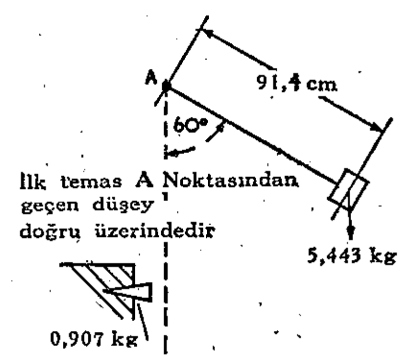
Cevap : 248,5 kg; 8,2 kg.

33) Şekil 2.33, O noktasından mafsallı ve A ucu B sütununun tepesinde duran bir kuyruklu çekici göstermektedir. Çekiç ağırlığı, OA sapı dahil, 25,40 kg, G ağırlık merkezi, yatay konumda, O'dan 40,64 cm uzaklıkta; ve atalet yarıçapı ise, G'den geçen ve O pimine paralel bir eksene göre 7,62 cm.'dir. Sütun ağırlığı 136,06 kg.'dır.

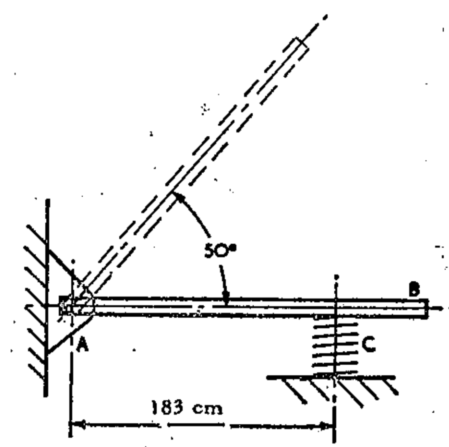
Çekiç, kesik çizgilerle gösterilen konuma kadar 45° kaldırılıp bırakılıyor. Sütuna çarpınca geri sıçrama olmadığına göre, çekicin çarpmadan hemen önceki açısal hızını ve sütunun çarpmadan hemen sonraki çizgisel hızını bulunuz. Sütunun çakıldığı toprağın gösterdiği tahriksel kuvveti yok kabul ediniz.

Cevap : 5,745 rad/sn; 0,348 m/sn.

34) Şekil 2.34, A ucundan yataklanmış olan 5,443 kg ağırlığındaki bir çekici göstermektedir. Çekiç, bir blok'a çakılmakta olan, 0,907 kg ağırlığındaki bir kamanın üzerine düşüyor ve çarpma sonucu kama, 0,635 cm içeri giriyor. Kamaya olan direnç, kamanın girme miktarı ile orantılı olarak sıfırdan R kg'a kadar düzgün olarak değişmektedir.



Şekil : 2.34



Şekil : 2.35

Çekicin, A düşey doğrusunu geçtikten sonraki yükselmesini ve geri sıçramasını ihmal ederek,

(a) R değerini ve

(b) kamanın ilerlemesi esnasındaki zaman sürecini bulunuz.

Cevap : (a) R = 671 kg, (b) 0,00389 sn.

35) 2,44 m. yükseklikten düşen 680,4 kg.lık bir kütle, kütlesi 499,0 kg olan bir sütunu yere çakmak için kullanılıyor. Geriye sıçrama olmadığını farzederek çekicin ve sütunun çarpma sonundaki ortak hızını ve kinetik enerji kaybını bulunuz.

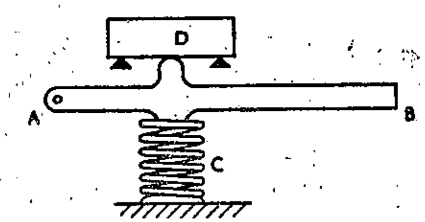
Yerin direnci sabitse, sütunun 7,62 cm gömüldüğü zamanki değerini bulunuz.

Cevap : 3,990 m/sn, 0,701 m-kg, 13749 kg.

36) 2,44 m. uzunluğunda ve 10,88 kg. ağırlığında olan ve A ucundan mafsallanmış olan düzgün bir AB tahtası (Şekil 2.35) başlangıçta kesik çizgilerle gösterilen konumda tutulurken, katılığı 26,78 kg/cm olan bir C yayı üzerine düşürülmektedir. Tahtanın en aşağıdaki ani konumu yataydır. Çarpma anındaki bütün kayıpları ihmal ederek, yaydaki maksimum kuvveti ve tahtanın, yayın hemen üstündeki parçasındaki, eğilme momentini bulunuz.

Cevap : 233,00 kg, 36,36 kg-m

37) 76,2 cm uzunluğunda ve kütlesi 13,60 kg olan bir düzgün AB manivela kolu, A noktasından mafsallanmış olup, her 14,28 kg için 1 cm sıkıştırılabilen bir C yayı ile yatay konumda tutulmaktadır. Yay ekseni A noktasından 25,4 cm olup manivela kolu B'de etkiyen 22,68 kg.lık bir kuvvetle basılmaktadır. Kol bırakıldığı zaman, kütlesi 18,14 kg olan D ağırlığı yatağından fırlatılmaktadır. Kol, normal pozisyonda iken D ağırlığına sadece değmektedir.



Şekil: 2.36

D'nin yukarı doğru olan hızını ve kalkabileceği yüksekliği bulunuz.

Cevap : 0,61 m/sn, 3,30 cm.

38) Kütlesi m ve yarıçapı a olan bir tekerlek, G ağırlık merkezi, C tekerlek ekseninden b mesafede olacak şekilde eksantrik olarak yüklenmiştir. Tekerlek düzgün bir v hızı ile kaba bir yatay yolda yuvarlanmaya zorlanmaktadır. Bu hareketi devam ettirmek için yatay olarak C noktasına uygulanması gereken P kuvvetinin, CG'nin alt düşey doğrultu ile θ açısı yapacak kadar döndüğü anda ki değerinin

$$P = \frac{mb}{a^2}\,(v^2 + ag)\sin\theta$$ olduğunu isbat ediniz.

39) P m-kg/sn lik sabit bir güçte çalışan motor, eksenine göre atalet momenti I kg-m² olan bir pervaneyi çevirmektedir ve K . n m-kg'lık bir karşı döndürme momentine maruz kalmaktadır. n, rad/sn cinsinden açısal hızı göstermektedir. Pervanenin çevrilebileceği en yüksek hızı bulunuz ve duran pervanenin n hızına ulaşması için geçecek sürenin,

$$\frac{I}{2\,Kg}\cdot\log\frac{P}{P-Kn^2}$$ olduğunu gösteriniz.

Cevap : $n_{max} = \sqrt{\frac{P}{K}}$

40) Yarıçapı a olan düzgün dairesel bir disk, düşey konumda ve kaymadan kaba yüzeyli yatay bir masanın üzerinden v merkez hızı ile yuvarlanmaktadır. Disk, yüksekliği h ($<a$) olan pürüzlü bir kademeye çarptığı zaman, kademenin tepesinde $\frac{(3a-2h)\,v}{3a^2}$ lik bir açısal hızla döneceğini, diskle kademe temasta kalacağını kabul ederek, gösteriniz.

Eğer $v^2 > \frac{12a^2gh}{(3a-2h)^2}$ ise; diskin kademeyi aşacağını da gösteriniz.

41) Kütlesi m ve uzunluğu 2 l olan düzgün bir çubuk, bir masa üzerinde dimdik dururken düşmesi için hafifçe itilmektedir. Hareket anında hiç kayma olmamaktadır. Çubuk düşeyle 60° lik bir açıya ulaştığı zaman, alt ucundan l mesafedeki bir desteğe çarparak etrafında dönmeye başlıyor. Çarpmadan hemen sonraki açısal hızının $\frac{5}{7}\sqrt{\frac{3g}{l}}$, olduğunu gösteriniz ve destekteki impuls değerini bulunuz.

Cevap : $\frac{m}{7}\sqrt{3gl}$

42) Uzunluğu 2a ve kütlesi m olan ve A ucu etrafında serbest olarak dönebilen düzgün bir çubuk, düşey konumdan düşmektedir. Yatay konuma geldiği zaman A ucundan $\frac{l}{4}$ a mesafedeki bir engele çarpıyor. Engel tarafından darbe sonunda alınan impuls'u bulunuz ve A ucundaki aşağı doğru olan tahriksel tepkinin $\frac{13}{3}m\sqrt{\frac{3ga}{2}}$ olduğunu gösteriniz.

Cevap : $\frac{16}{3}m\sqrt{\frac{3ga}{2}}$ düşey olarak yukarı doğru.

43) Gövdesinin kütlesi M olan bir kamyonun, her birinin kütlesi m, yarıçapı r, ve atalet yarıçapı K olan dört tekeri vardır. Kamyon, arka millere uygulanan T döndürme momenti ile sürülmektedir. Her bir tekerle yer arasındaki sürtünme kuvvetini ve ivmeyi bulunuz.

Cevap : $f = \frac{T.r.g}{Mr^2 + 4m(K^2 + r^2)}$

Her bir arka teker için sürtünme kuvveti $= \frac{T}{4r} + \frac{(M + 4m)\,T.r}{4[Mr^2 + 4m(K^2 + r^2)]}$

Her bir arka teker için sürtünme kuvveti $= \frac{T}{4r} - \frac{(M + 4m)\,T.r}{4[Mr^2 + 4m(K^2 + r^2)]}$

44) Bir demir halka, yarıçapı a olan bir dairenin kendi merkezinden 2a mesafedeki bir eksen etrafında döndürülmesi ile oluşturulmaktadır. Bu eksen etrafındaki atalet momentinin $\frac{19}{4}$ ma² olacağını kanıtlayınız. Burada m halkanın kütlesidir.

Eğer halka yatayla α açısı yapan bir düzlem üzerinde kaymadan yuvarlanırsa, ivmesini bulunuz.

Cevap : $\frac{36}{55}.g.\sin\alpha$

45) İki paralel mil üzerinde bulunan A ve B dişli çarkları ayrı ayrı dönebildikleri gibi dıştan birbiri ile de kavratılabilmektedirler. Dişli çarklar, ilk başta aynı yönde serbest olarak dönmektedirler.

Dişli Çark	Kütle (kg)	Diş sayısı	Atalet yarıçapı (cm)	Başlangıç devri dev/dak.
A	4,536	100	30,48	300
B	5,443	50	25,4	100

(a) Eğer iki dişli aniden kavratılırsa, dişlilerde boşluk olmadığını düşünerek, A çarkının hızını ve dönme yönünü bulunuz.

(b) Çarpmaya bağlı enerji kaybını m-kg cinsinden bulunuz.

Cevap : (a) 30,77 dev/dak, (b) 22,17 m-kg,

46) Sürtünmesiz bir teker ve milinin kütlesi 45,36 kg dır. 10.16 cm çapındaki mil yatay olarak tutulmaktadır. 4,536 kg ağırlığındaki bir kütle, milin etrafına sarılmış bir ipin ucuna bağlanıp bırakılıyor. Eğer kütle 16 sn. de düşerse, tekerin 2,4 dev/sn lik bir dönüş yaptığı hesap ediliyor. Teker ve milin atalet momentinin 2,359 kg-m² olacağını gösteriniz ve kütlenin ne kadar mesafeden düştüğünü bulunuz.

Cevap : 6,12 m.

47) Kütlesi 3 m olan düzgün bir OA çubuğu, O'dan geçen yatay bir eksen etrafında serbestçe dönebilmekte ve A ucunda küçük bir kanca taşımaktadır. Çabuk; yatay konumda dururken düşmeye bırakılıyor ve düşey konuma gelince, kanca kütlesi m olan küçük bir cisme takılıp kaldırıyor. Çubuk tekrar durmadan önce düşeyle kaç derecelik bir açı yapacaktır?

Cevap : 45°34′

48) Bir vagon kapısının düşey konumdaki menteşe eksenine göre atalet yarıçapı 45,72 cm ve kütle merkezi bu eksenden 33,02 cm uzaklıktadır. Tren dururken kapı, vagon yüzeyine dik ve hareketsizdir. Eğer tren 0,4575 m/sn² lik bir ivme ile hareket ederse, kapının kapanma anındaki açısal hızını bulunuz. Menteşedeki sürtünme kuvvetini ve havanın basıncını ihmal ediniz.

Cevap : 1,2 rad/sn.

49) Bir tren vagonu, yan hatta, kapılarından biri terenle θ açısı yapacak şekilde duruyor. Başka bir vagon o yola saparak, kapının kapanmasına sebep olacak yönde, vagonu v hızı ile hareket ettiriyor.

Kapının kütlesi m, ağırlık merkezi menteşeden a mesafede ve ağırlık merkezinden geçen düşey bir eksen göre atalet yarıçapı k dır.

(a) kapının hareket etmeye başladığı andaki açısal hızı ve

(b) menteşedeki tahriksel tepkiyle ilgili ifadeler bulunuz.

Kapıyı 76,20 cm genişliğinde ve 68,0 kg ağırlığındaki düzgün bir kare olarak kabul edip; v'yi 4,828 km/saat ve θ'yı da 60° alarak, kapının çarpmadan hemen sonraki açısal hızını ve toplam kinetik enerjisini bulunuz.

Cevap : (a) $\Omega = \dfrac{avsin\,\theta}{a^2 + k^2}$, (b) mv $\sqrt{\cos^2\theta + \dfrac{k^4 \sin^2\theta}{(a^2+k^2)^2}}$

$\Omega = 2{,}287$ rad/sn.

Toplam K.E. = 2,72 m-kg

50) A ve B diskleri paralel iki mil üzerinde dönüyorlar. A'nın ağırlığı 18,14 kg, jirasyon yarıçapı 13,97 cm ve dış yarıçapı 15,24 cm, B'nın ağırlığı 31,75 kg, atalet yarıçapı 17,78 cm ve dış yarıçapı 19,05 cm dir. Başlangıçta diskler temassız olarak aynı yönde 80 dev/dak ile dönüyorlar.

Şimdi, diskleri kaymadan yuvarlanıncaya kadar birbirlerine dış yüzeylerinden bastırıyorlar. Kayma sona erdiği andaki açısal hızlarını hesap ediniz. Diskleri birbirine bastırma kuvveti sabit ve kayma süresi 4 sn. olduğuna göre, kuvvetin büyüklüğünü ve sürtünmeden dolayı kaybedilen işi hesap ediniz. Diskler arasındaki sürtünme katsayısını 0,2 olarak alıp yatak sürtünmelerini ihmal edebilirsiniz.

Cevap : $N_A = -36{,}06$ dev/dak, $N_B = 28{,}85$ dev/dak,
Normal kuvvet = 3,6 kg., Sürtünmeden dolayı iş kaybı = 4,139 m—kg.

51) Rijid bir AB kirişi, 6.1 m uzunluğunda olup, B ucu yerde dik olarak tutulmaktadır. A ucu bırakılarak kiriş düşmeğe terk ediliyor, ve kiriş B ucu üzerinde dönüyor ve B'den 3,66 m uzaktaki bir C noktası, yatay bir kademenin kenarına çarpıyor. Çarpmadan sonra kiriş; kademenin kenarı üzerinde kaymadan dönüyor. Kiriş bir an için yatay konumda kalırsa kademenin yüksekliğini bulunuz.

Cevap : 55,40 cm.

52) Bir makina, değişik hızlı fakat 3,456 kg-m sabit döndürme momenti olan bir motorla çevrilmektedir. Makinanın dönen aksamının atalet momenti 3,58 kg-m² ve motorundaki ise 2,10 kg-m² dir. Motor ve makina milleri arasında, ancak 5,53 kg-m lik bir döndürme momentini iletebilecek sürtünmeli bir kavrama vardır. Motor ve makina 600 dek/dak. lık düzgün bir hızla dönerken kavrama, kazara 4 sn boşalıp sonra tekrar kavrarsa,

(a) Tekrar kavrama esnasında, kavramdaki kayma süresini bulunuz.

(b) Kavrama kayması nedeniyle ortaya çıkan enerji kaybını, bu kayıbın, motorun sağladığı enerji ve makinaya verilen enerji üzerindeki etkilerini göstererek, bulunuz.

Cevap : (a) 2,5 sn, (b) Kavrama sürtünmesine bağlı
K.E. kaybı = 710,6 m-kg, Motorun sağladığı enerji = 1316,0 m-kg,
Makinaya verilen enerji = 605,5 m-kg.

53) 6,1 m uzunluğundaki düzgün bir ABCD kirişi B ve C destekleri üzerinde AB = CD olacak şekilde yatay olarak durmaktadır. A ucu, C desteği üzerinde döndürülerek kaldırılıp sonra bırakılıyor.

(a) Desteklerde sürtünme olmadığını kabul ederek, eğer BC. 3,52 m den az ise D ucunun başlangıçtaki yatay konumunun üzerine çıkacağını gösteriniz.

(b) Eğer BC = 3,05 m ve A ucu C mesnedi üzerinde 0,61 m. yüksekliğe kadar kaldırılıp bırakılırsa, D ucunun düşey olarak yükseleceği mesafeyi bulunuz.

Cevap : (b) 1,244 cm.

54) 45,72 cm uzunluğunda ve 10,88 kg ağırlığındaki düzgün bir AB çubuğu, A ucundan geçirilmiş bir pim etrafında düşey olarak dönebilmektedir. Başlangıçta çubuk yatay konumda tutulmaktadır. Sonra B ucu bırakılırsa çubuk aşağı doğru dairesel bir yay boyunca sallanmaktadır. B ucu düşey konuma gelince, elastik bir durdurma pimine çarpıyor ve çarpma anında pim, 0,317 cm esniyor

(a) Stop pimindeki maksimum kuvveti,

(b) A mafsalındaki maksimum yatay kuvveti, ve

(c) Çubuğun orta noktasındaki maksimum eğme momentini bulunuz.

Cevap : ((a) 1567 kg, (b) 784,0 kg, (c) 134,30 kg-m.

55) Yarıçapı 15,24 cm ve içi dolu olan düzgün bir silindir, yatayla 45° eğimli bir AO düzlemi üzerinde aşağı doğru kaymadan yuvarlanmaktadır. Silindir sonradan yatayla θ derecelik açı yapan bir OB düzlemine doğru tırmanıyor. Silindirin ağırlık merkezi AO üzerinde yuvarlanırken 0,61 m lik bir düşme gösteriyor.

(a) Silindiri, OB'ye çarptığı zaman durdurabilecek θ açısının minimum değerini,

(b) Eğer $\theta = 45°$ ise silindirin OB eğik düzlemi üzerinde yükselebileceği düşey mesafeyi bulunuz.

Cevap: (a) $\theta = 75°$, (b) 6,770 cm.

56) Katılığı 13,82 kg-m/rad olan bir helisel burma yayının bir ucu, atalet momenti 44,240 kg-m² olan bir A volanına, diğer ucu da tırnaklı kavramanın bir parçasına bağlanıyor. Kavramanın diğer elemanı, atalet momenti 1,09 kg-m² olan bir C dişlisinin bağlandığı bir mil üzerinde kayabilmektedir. C dişlisi D dişlisi ile kavratılmaktadır ve D dişlisinin mili üzerinde bir B volanı bulunmaktadır. B ve D'nin atalet momenti birlikte 2,70 kg-m² dir. Kavrama sadece bir yönde dönebilmektedir.

Kavrama, kavratılmadığı zaman A dururken B, 500 dev/dak ile dönüyor. Kavrama kavratıldığı zaman B volanı durduğuna göre, C'nin D'ye göre dişli oranını bulunuz. A'nın son hızını ve yayda oluşan maksimum burulma momentini bulunuz. Sürtünmeleri ve çarpma kayıplarını ihmal ediniz.

Cevap : Dişli oranı = 4, A'nın son hızı = 125 dev/dak, yaydaki maksimum burulma momenti = 73,00 kg-m.

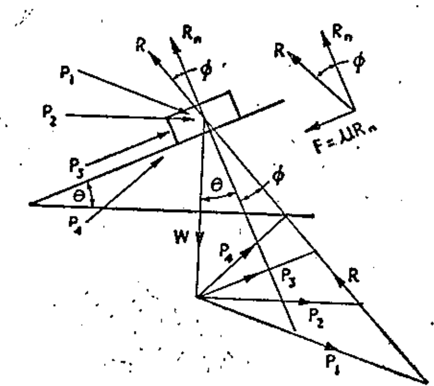
BÖLÜM 3

SÜRTÜNME

Bir cisim pürüzlü bir düzlem boyunca (eğik, yatay veya düşey) hareket ettirilirse, harekete karşı koyan bir sürtünme kuvveti ortaya çıkar.

$$\text{Sürtünme kalsayısı } \mu = \frac{\text{Sürtünme kuvveti F}}{\text{Normal reaksiyon } R_n} = \tan \varnothing$$

$\varnothing$ burada, cismin kaymadan durabileceği açı veya sürtünme açısıdır.



Şekil: 3.1

Şekil 3.1 pürüzlü bir eğik düzlem üzerinden yukarı doğru itilen W ağırlığındaki bir cismi gösteriyor. Cisim 3 kuvvetin etkisinde dengede tutulmaktadır. Bunlar (i) W, (ii) P, (iii) F ve R_n'in bileşkesi olan R reaksiyonudur.

P kuvvetinin yönüne bağlı olarak, P ve R'deki değişmeleri göstermek üzere bir çok kuvvet üçgeni şekilde üstüste çizilmiştir. Kuvvet üçgenleri aynı şekilde cismin yukarıdan aşağı doğru itilmesi halinde de çizilebilir.

Şekil 3.1 de eğer $P_2 = P$ ve yatay olarak etkirse, o zaman

$$P_2 = W \tan(\theta + \varnothing) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Eğer $P_3 = P_1$ ve eğik düzleme paralel olarak etkiyorsa o zaman,

$$P_3 = W \sin\theta + R \; . \tan\varnothing$$
$$= W \sin\theta + \mu \, W \cos\theta$$
$$= W (\sin\theta + \mu \cos\theta) \qquad (1_A)$$

Eğer cisim eğik düzlemden aşağı doğru itiliyorsa ve P′ yatay konumda ise, o zaman

$$P' = W \tan(\varnothing - \theta) \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (2)$$

(Bkz. Prb. 3 Nr. 1 - 15)

Kare Vida Şekil 3.2 ve 3.3'le ilgili olarak

d = vidanın bölüm çapı

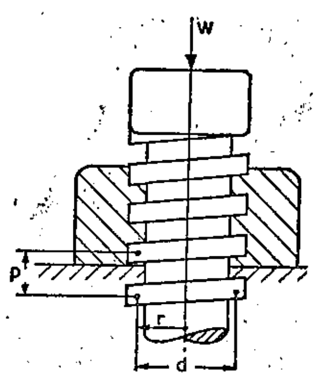
$\varnothing$ = sürtünme açısı

r = bölüm dairesi yarıçapı

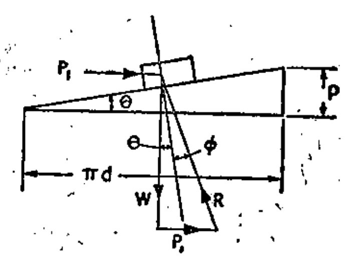
μ = sürtünme katsayısı

p = vida adımı (tek ağızlı vida için) veya 2, 3, 4 veya 5 ağızlı vidalarda ilerleme

P = Bölüm dairesi yarıçapındaki teğetsel kuvvet olsun.



Şekil: 3.2



Şekil: 3.3

Düşey bir W yükünün yatay bir P_1 kuvveti ile (ortalama yarıçapta etkiyen) yüksekliği p ve yatay mesafesi $\pi . d$ olan eğik bir düzlem üzerinde kaydırılması halini ele alalım. O zaman Şekil 3.3'ten,

$$P_1 = W \tan(\theta + \varnothing) \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (3)$$

burada $\tan\theta = \frac{p}{\pi d}$ ve $\tan \varnothing = \mu$'dür.

W yükünün aşağı kaydırılması halinde, aynı şekilde görülebileceği gibi yatay kuvvet

$$P_2 = W \tan(\varnothing - \theta) \text{ olarak verilmektedir.} \qquad (4)$$

Eğer sürtünme yoksa $P_0 = W . \tan\theta$ (5)

Bu nedenle, mekanik verim $= \frac{P_0}{P_1} = \frac{\tan\theta}{\tan(\varnothing + \theta)}$ (6)

Eğer bir kol kullanılırsa, L = kol boyu ve E = kolun ucuna uygulanan kuvvet olsun. O zaman,

$L \times E = P \times r = W$ yükünü kaldırmak veya indirmek için uygulanan Dön. Mom. (W yükü vida ile birlikte dönerse)

W yükü vida ile birlikte dönmezse, yükü taşıyan vida başı da dönmez. Bu nedenle yük bir döner bilezik üzerine oturmalıdır. O zaman

Gerekli olan toplam Dön. Mom. = Vidayı döndürme momenti + yatak sürtünmesini yenecek Dön. Mom.

Üçgen Vida Kare vida yerine üçgen profilli vida kullanılırsa ve toplam diş profil açısı $= 2\alpha$ ise (3) ve (6) nolu eşitlikler, aşağıdaki değişiklik yapılarak yani, μ yerine $\frac{\mu}{\cos\alpha}$ ve $\tan\varnothing$ yerine de $\frac{\tan\varnothing}{\cos\alpha}$ yazılarak bu cins vidalar için de kullanılabilmektedir.

Maksimum Mekanik verim şartı ve onun değeri.

$$\text{Mekanik verim } \eta = \frac{\tan\theta}{\tan(\theta + \varnothing)} \qquad (7)$$

η'nün θ açısına göre türevini alır ve sıfıra eşitlersek

$$\frac{d\eta}{d\varnothing} = \frac{\tan(\theta+\varnothing)\sec^2\theta - \tan\theta\sec^2(\theta+\varnothing)}{\tan^2(\theta+\varnothing)}$$

$$\tan(\theta+\varnothing)\sec^2\theta = \tan\theta\sec^2(\theta+\varnothing)$$

$$\sin(\theta+\varnothing)\cos(\theta+\varnothing) = \sin\theta\cos\theta$$

$$\frac{1}{2}\sin 2(\theta+\varnothing)=\frac{1}{2}\sin 2\theta$$

$$2\theta+2\varnothing=180°-2\theta$$

Bu nedenle maksimum verim için,

$$\theta=45°-\frac{1}{2}\varnothing \qquad (8)$$

θ'nın değerini (7) nolu eşitlikte yerine koyarsak

$$\eta_{max}=\frac{\tan\left(45°-\frac{1}{2}\varnothing\right)}{\tan\left(45°+\frac{1}{2}\varnothing\right)}=\frac{\tan 45°-\tan\frac{1}{2}\varnothing}{1+\tan 45°\tan\frac{1}{2}\varnothing}\times\frac{1-\tan 45°\tan\frac{1}{2}\varnothing}{\tan 45°+\tan\frac{1}{2}\varnothing}$$

$$=\left[\frac{1-\tan\frac{1}{2}\varnothing}{1+\tan\frac{1}{2}\varnothing}\right]^2=\left[\frac{\cos\frac{1}{2}\varnothing-\sin\frac{1}{2}\varnothing}{\cos\frac{1}{2}\varnothing+\sin\frac{1}{2}\varnothing}\right]^2$$

$$=\left[\frac{1-2\sin\frac{1}{2}\varnothing\ \mathrm{con}\ \frac{1}{2}\varnothing}{1+2\sin\frac{1}{2}\varnothing\cos\frac{1}{2}\varnothing}\right]=\frac{1-\sin\varnothing}{1+\sin\varnothing} \qquad (9)$$

(Bkz. Prb. 3, Nr. 16 - 21)

DÜZ ALINLI, FATURALI VE KONİK AKSİYAL YATAKLARDAKİ SÜRTÜNME

Yataklarla ilgili temel varsayımlara göre ya, (i) yataktaki basınç şiddetinin sabit olduğu veya (ii) düzgün bir aşınma olduğu kabul edilmektedir.

Şekil 3.4 Kesik koni şeklindeki bir yatağı göstermektedir. Yatağın iç yarıçapı R_2, dış yarıçapı R_1 ve tepe açısı 2α olup düşey bir W yüküne maruz kalmaktadır.

(i) Basınçın her yerde aynı olarak etkidiğini kabul edelim.

Yatak üzerinde yarıçapı r olan halka şeklinde sonsuz küçük bir alan elemanı alalım. Elemanın düzlem üzerindeki izdüşüm genişliği = dr, konik yüzeydeki genişliği $=\dfrac{dr}{\sin\alpha}$ dır.

p = konik yüzeye dik olarak gelen basıncın şiddeti olsun.

O zaman, halka üzerindeki normal basınç $=\dfrac{p\,.\,2\pi r\,.\,dr}{\sin\alpha}$

Bu nedenle, bu basıncın düşey bileşeni $=2\pi rp\,.\,dr$

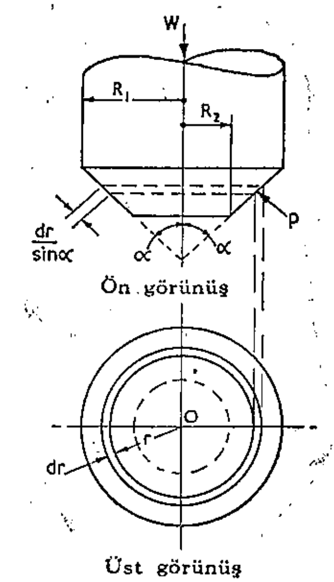
ve toplam düşey yük $W=\int_{R_2}^{R_1}2\pi rp\,.\,dr=p\,.\,\pi\,(R_1^2-R_2^2)$ (1)

Şimdi,

elemanter halka üzerindeki sürtünme kuvveti $=dF=\mu\,.\,p\,.\,2r\,.\,\dfrac{dr}{\sin\alpha}$

Buradan,

dF'nin O merkezine göre momenti $=\mu\,.\,p\,.\,2\pi r^2\,\dfrac{dr}{\sin\alpha}$



Şekil 3 4

ve O'ya göre toplam sürtünme momenti,

$$T=\frac{2\pi p\mu}{\sin\alpha}\int_{R_2}^{R_1}r^2dr=\frac{2\pi p\mu}{3\sin\alpha}\left[R_1^3-R_2^3\right]$$

$$= \frac{2\mu W}{3\sin\alpha}\left[\frac{R_1^3 - R_2^3}{R_1^2 - R_2^2}\right] \qquad (2)$$

$R_2 = O$ olan konik bir yatak için:

$$T = \frac{2}{3} \cdot \frac{\mu W R_1}{\sin\alpha} \qquad (3)$$

$2\alpha = 180°$ ve $\alpha = 90°$ olan faturalı bir yatak için:

$$T = \frac{2}{3}\mu W\left[\frac{R_1^3 - R_2^3}{R_1^2 - R_2^2}\right] \qquad (4)$$

$2\alpha = 180°$, $\alpha = 90°$ ve $R_2 = 0$ olan düz alınlı bir yatak için:

$$T = \frac{2}{3}\mu W R_1 \qquad (5)$$

(ii) düzgün aşınma olduğunu varsayalım:

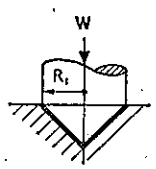
Burada $p \times \text{hız} = p \, . \, v = \text{sabit}$

$p \, . \, r = k$ (bir sabit)

$v = \omega \, . \, r$ olduğundan

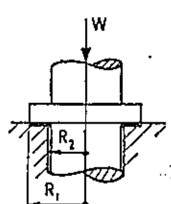
Önceden olduğu gibi elemanter bir halka alalım. O zaman

$$\text{Halkadaki normal basınç} = \frac{2\pi r \, . \, p \, . \, dr}{\sin\alpha} = \frac{2\pi k \, . \, dr}{\sin\alpha}$$



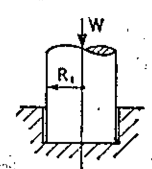
Konik yatak

Şekil: 3.5



Faturalı yatak

Şekil: 3.6



Düz alınlı yatak

Şekil: 3.7

Basıncın düşey bileşeni $= 2\pi k \, . \, dr$

ve toplam düşey kuvvet $W = 2\pi k \int_{R_2}^{R_1} dr = 2\pi k\,(R_1 - R_2)$

Buradan $$k = \frac{W}{2\pi\,(R_1 - R_2)} \qquad (6)$$

Elemanter halkadaki sürtünme kuvveti $= dF = \dfrac{2\pi k \mu r \, . \, dr}{\sin\alpha}$

ve dF'nin O merkezine göre momenti $= \dfrac{2\pi k \mu rdr}{\sin\alpha}$

Bu nedenle, O noktasına göre toplam sürtünme momenti

$$T = \frac{2\pi k \mu}{\sin\alpha}\int_{R_2}^{R_1} r \, . \, dr = \frac{2\pi k \mu}{\sin\alpha}\left[\frac{R_1^2 - R_2^2}{2}\right]$$

$$= \frac{\mu W}{\sin\alpha}\left[\frac{R_1 + R_2}{2}\right] \qquad (7)$$

konik yataklar için $T = \dfrac{\mu W R_1}{2\sin\alpha}\ (R_2 = O)$ (8)

Faturalı yatak için $T = \mu W\left[\dfrac{R_1 + R_2}{2}\right]$ (9)

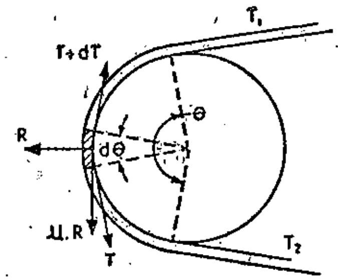
Düz alınlı yatak için $T = \dfrac{\mu W R_1}{2}$ (10)

T'nin değerini bilirsek, yatak sürtünmelerini yenmek için kaybedilen Beygir - Gücü, $B.G. = \dfrac{2\pi NT}{4500}$ formülünden bulunabilir. Birden fazla faturası bulunan baskılı yataklarda görülebileceği gibi fatura sayısı toplam momenti etkilemez. Fakat basıncın şiddetini azaltır ve bu nedenle fazla ısınma ve "sarma" riskini azaltır.

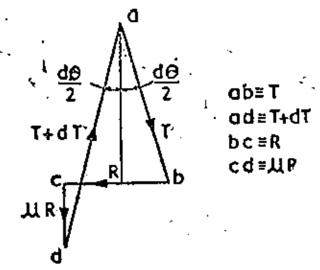
KAVRAMALAR : Tek plakalı, çok plakalı ve konik kavramalar. Bu tip kavramalarda, kavrama diskleri yay basıncı altında eksen boyunca serbest olarak hareket edebildiklerinden her bir - çift temas yüzeyi toplam eksenel yay kuvveti W'ye maruz kalmaktadır.

$n =$ etkin temas yüzeyleri çiftinin sayısı olsun

O zaman, kavrama tarafından iletilen moment $= n \times T$ dir. Burada $T =$ döndürme momenti olup (2)'den (10)'a kadar olan eşitliklerden uygun olanı kullanılır. Yani faturalı, düzalınlı ve konik yataklar için bulunan sürtünme momenti, kavramalar için de geçerlidir. Yalnız bir farkla ki n için bir tolerans vermemiz gereklidir.



Şekil: 3.8



Şekil: 3.9

Eğer $x =$ kavramanın plaka sayısı ise, iki dış yüzey etkisizdir ve buradan etkin yüzey çifti sayısı $n = x - 1$ çift dir. Tek bir plaka için $n = 2$.

Yataklarda, yatak sürtünmesini yenecek sürtünme momenti (ve B.G.) kaybı gerekli iken, kavramalarda iletilecek döndürme momenti (ve B.G.) önemlidir. Bu nedenle problemlerde basıncın mı yoksa aşınmanın mı sabit olduğu belirlenmediyse yataklar için en büyük T değerini veren sabit basıncı, kavramalar içinse, küçük değeri veren T'yi seçin. Yani düzgün aşınma için olanını kullanın böylece neticeler emniyetli tarafta kalacaktır.

(Bkz. Prb. 3, Nr. 21, 24 - 27)

KAYIŞLA İLETİM Şekil 3.8 dönen bir kasnağın etrafındaki kayışın bir parçasını göstemektedir. T_1 ve T_2 kayışın gergin ve gevşek tarafındaki gerilmeler olsun.

$d\theta$ açısının gördüğü küçük bir kayış parçasını ele alalım. Bu parça 4 kuvvetin etkisinde dengede tutulmaktadır.

(1) gevşek taraftaki gerilme T, (2) Gergin tarafındaki $T + dT$ gerginliği, (3) normal reaksiyon R, ve (4) sürtünme kuvveti $F = \mu R$ (R'ye 90°)

Buradan bir kuvvetler çokgeni çizilebilir. Şekil 3.9

Düşey konumdaki kuvvetleri incelersek :

$$(T + dT)\cos\frac{d\theta}{2} = T\cos\frac{d\theta}{2} + \mu R$$

$\frac{d\theta}{2}$ sıfıra bir limit olarak yaklaşırken $\cos\frac{d\theta}{2}$ de 1'e yaklaşır. Bu nedenle,

$$T + dT = T + \mu R \text{ olur.}$$

Buradan $\qquad dT = \mu R \qquad (1)$

Yatay konumdaki incelemede :

$$(T + dT)\sin\frac{d\theta}{2} + T\sin\frac{d\theta}{2} = R$$

Küçük açılarda $\sin\frac{d\theta}{2} \cong \frac{d\theta}{2}$ ve

$$\frac{dT \cdot d\theta}{2} \to 0$$

O zaman $\qquad T \cdot \frac{d\theta}{2} + T \cdot \frac{d\theta}{2} = R$

Buradan $\qquad T \cdot d\theta = R \qquad (2)$

Eşitlik (1) ve (2)'den $\qquad T \cdot d\theta = \frac{dT}{\mu}$

$$\mu\int_0^\theta d\theta = \int_{T_2}^{T_1}\frac{dT}{T}$$

$$\mu\,\theta = \log_e\frac{T_1}{T_2} \qquad (3)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\theta} \qquad (4)$$

burada $\theta =$ rad cinsinden minimum sarma açısıdır.

Çapraz kayışla yapılan hareket ve güç iletiminde her iki kasnaktaki sarma açısı aynıdır. Açık kayış sisteminde ise küçük kasnaktaki θ değeri daha küçüktür. Bu nedenle μ her iki kasnakta aynı ise kayma ilk önce küçük kasnakta olacaktır. (3) ve (4) numaralı eşitlikler gerginlik oranlarının limit değerlerini vermektedir.

$v =$ kayışın m/sn cinsinden çizgisel hızı,

$\Omega =$ kayışın ve kasnağın rad/sn cinsinden açıssal hızı,

$r =$ kayışın ve kasnağın m cinsinden etkin yarıçapı olsun.

O zaman ,kayıştaki etkin çekme kuvveti $= (T_1 - T_2)$ kg

Bu nedenle aktarılan $B.G. = \frac{(T_1 - T_2)\,v}{75}$ (5)

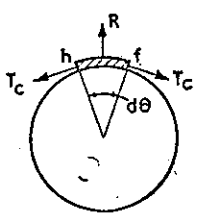
Kayışlardaki Merkezkaç Gerginliği : (Şekil 3.10 ve 3.11) w = kayışın bir metresinin kg cinsinden ağırlığı olsun. Kayışın küçük hf elemanının ağırlığı $= w\,.\,r\,.\,d\theta$.

Buradan merkezkaç kuvveti $R = \frac{w\,.\,r\,.\,d\theta}{g}\,.\,\frac{v^2}{r} = \frac{w\,v^2\,d\theta}{g}$

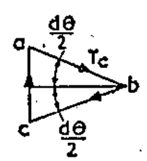
T_c = Kayıştaki merkezkaç gerginliği olsun.

O zaman hf elemanı 3 kuvvetle dengede tutuluyor T_c, R ve T_c.

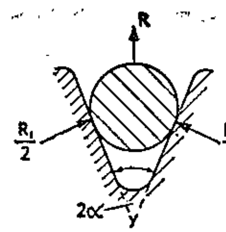
Bu nedenle bir kuvvetler üçgeni çizilebilir. Şekil 3.11 ac'ye paralel kuvvetleri çözersek :



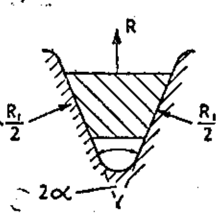
Şekil: 3.10



Şekil: 3.11



Şekil: 3.12



Şekil: 3.13

$$R = T_c \sin\frac{d\theta}{2} + T_c \sin\frac{d\theta}{2} \cong T_c\,.\,d\theta$$

O zaman, $\frac{w\,.\,v^2\,d\theta}{g} = T_c\,.\,d\theta$

$$T_c = \frac{w\,v^2}{g} \qquad (6)$$

Bu eşitlik ipteki merkezkaç gerginliği için de kullanılır. (iple hareket iletiminde).

Eğer şimdi T_1 = gergin taraftaki emniyetli gerilme ve T_2 = gevşek taraftaki maksimum gerilme ise o zaman (4) numaralı eşitlik santrifüjün etkisini de katmak için şu şekilde değiştirilir :

$$\frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} = \frac{T_1 - \frac{w\,v^2}{g}}{T_2 - \frac{w\,v^2}{g}} = e^{\theta\mu} \qquad (7)$$

Halat ve (V) Kayışı ile İletim : Şekil 3.12 ve 3.13'te 2α = halat veya V kayışı kasnağındaki kanal açısı ve R = yanların ip üzerine yaptığı toplam reaksiyon olsun. Kasnağın kanal düzlemindeki tepkisi, yine kanal düzlemindeki $\frac{1}{2}$R'lik iki normal reaksiyonun bileşkesini alarak bulunur.

Şekil 3.12 ve 3.13'den

$$\frac{1}{2} R_1 \sin\alpha = \frac{1}{2} R$$

Buradan $R = R_1 \sin\alpha$

Sürtünme kuvveti $= \mu\,R_1 = \frac{\mu\,R}{\sin\alpha}$

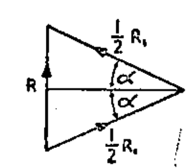
O zaman kayış sürtünmesi teorisinden μ R'nin yerine $\frac{\mu\,.\,R}{\sin\alpha}$, konulursa, halat (veya V kayışı) sürtünmesinin sonucunu elde ederiz.

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\frac{\mu\theta}{\sin\alpha}} \qquad (8)$$

Eğer Merkezkaç etkisini dikkate alırsak o zaman,

$$\frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} = \frac{T_1 - \frac{w\,v^2}{g}}{T_2 - \frac{w\,v^2}{g}} = e^{\frac{\mu\,\theta}{\sin\alpha}} \qquad (9)$$

w = bir metre boydaki kayış veya halat ağırlığı



Şekil: 3.14

Yukarıdaki eşitlik, halat ve (V) kayışı sürtünmesini tam olarak karşılar. Hareket ve kuvvet naklinde n tane halat veya (V) kayışı kullanılıyorsa, o zaman,

$$B.G. = \frac{n(T_1 - T_2)\,v}{75} \qquad (10)$$

MERKEZKAÇ ETKİSİNDEKİ KAYIŞIN İLETECEĞİ MAKSİMUM B. G. :

Bu halde, Beygir - Gücü

$$P = \frac{[(T_1 - T_c) - (T_2 - T_c)]\,v}{75} = \frac{(T_1 - T_2)\,v}{75}$$

(7) nolu eşitlikten

$$e^{\mu\theta}\,(T_2 - T_c) = T_1 - T_c$$

Buradan $T_2 - T_c = e^{-\mu\theta}\,(T_1 - T_c)$

$$T_2 = e^{-\mu\theta}\,T_1 + T_c\,(1 - e^{-\mu\theta})$$

$$T_1 - T_2 = T_1(1 - e^{-\mu\theta}) - T_c\,(1 - e^{-\mu\theta})$$

$$= k(T_1 - T_c) = k\left(T_1 - \frac{w\,v^2}{g}\right) \ldots .\ k = 1 - e^{-\mu\theta}$$

Sonuç olarak $P = \frac{k}{75}\left(T_1\,v - \frac{w\,v^3}{g}\right)$ (11)

Maksimum P'yi bulmak için (11) nolu eşitliğin v'ye göre türevini alıp sıfıra eşitlememiz gerekir.

Bu nedenle $\frac{dP}{dv} = \frac{k}{75}\left(T_1\,v - \frac{3\,w\,v^2}{g}\right) = 0$

ve $T_1 = \frac{3\,w\,v^2}{g} = 3T_c$ (12)

Buradan maksimum B. G. için, $T_c = \frac{T_1}{3}$ (13)

ve buna uygun olan kayış hızı : $v = \sqrt{\frac{T_1 \cdot g}{3\,w}}$ (14)

v'nin bu değerini (11) nolu eşitlikte yerine koyarsak,

$$P_{max} = \frac{2}{3} \times \frac{k}{75} \times T_1^{3/2}\sqrt{\frac{g}{3\,w}} \qquad (15)$$

KAYIŞLARDAKİ İLK GERGİNLİK : İstenilen B. G.'nü iletebilmesi için kayışlara bir T_0 başlangıç gerginliğinin verilmesi gerekir. Çeviren kasnak harekete başladığı zaman kayışın gergin tarafı, çekme kuvveti $T_1 = T_0 + x$ oluncaya kadar gerilir ve kayışın sarkık tarafı, çekme kuvveti $T_2 = T_0 - x$ oluncaya kadar kısalır. O zaman B. G. bütünüyle iletiliyor kabul edilerek,

$$T_0 = \frac{1}{2}\,(T_1 + T_2) \text{ olur.} \qquad (16)$$

KAYIŞ SÜRÜNMESİ : Önceden, kayışla iletim teorisinde, kayışların esnek olmadığını kabullenmiştik fakat şimdi kayışlardaki esnekliğin etkisini inceleyeceğiz.

Kayış, çeviren kasnakla temasta iken, β değerindeki bir sarma açısı üzerinde kayıştaki gerginlik T_1 den T_2'ye doğru azalır. (β açısı θ sarma açısından küçüktür ve aktif sarma yayı tarafındadır.) (β - θ) açısı kayışın "tembel yay" denilen kısmında olup bu taraftaki kayış gerginliği T_2 dir. Kayış gerginliğindeki bu azalma (T_1 den T_2'ye) aktif yay tarafındaki uzamanın azalmasına sebep olacaktır. Bu da kayışın kasnağa göre geriye kaymasına neden olacaktır. Bu, kayışla kasnak arasındaki bağıl hareket veya kayma, "kayışın sürünmesi" olarak bilinir ve kayışın aktif yayı üzerinde ve gergin tarafa (T_1'e) doğru olur.

Kayışın (L) uzunluğundaki gerilmemiş bir parçasını ele alalım. Ve V_1 de kasnak veya kayışın, T_1 gerginliğine maruz çevresel hızı olsun. Hooke kanununu geçerli kabul edersek, o zaman L boyu T_1 gerginliğine göre bir miktar uzayacaktır.

$$x_1 = \frac{T_1 \cdot L}{A \cdot E}$$

Burada A = kayışın kesit alanı

ve E = kayışın yapıldığı malzemenin elastisite modülüdür.

O zaman, T_1 gerginliği altındaki kayış boyu;

$$L + x_1 = L\left(1 + \frac{T_1}{A \cdot E}\right)$$

ve bu kısım V_1 hızında hareket etmektedir.

Bu nedenle, $L + x_1$ boyunun belli bir noktadan geçme süreci

$$t_1 = \frac{L + x_1}{V_1} = \frac{L}{V_1}\left(1 + \frac{T_1}{A \cdot E}\right) \text{ sn.}$$

Aynı şekilde kayışın çevrilen kasnakla temas halini dikkate alırsak, gerginlik T_2 den T_1 e doğru artar ve kayış kayması yayın ikinci kısmında (β açısı tarafında) olur ve kayış kasnağa göre öne doğru ve gergin tarafın yönünde kayar.

V_2 = kayış ve çevrilen kasnağın (T_2'nin etkisindeki) Çevresel hızı olsun. O zaman L uzunluğu T_2 gerginliğinin etkisinde $L+x^2$ olur ve,

$$L + x_2 = L\left(1 + \frac{T_2}{A\,.\,E}\right)$$

ve $(L + x_2)$'nin bir noktadan geçmesi için gerekli zaman

$$t_2 = \frac{L + x_2}{V_2} = \frac{L}{V_2}\left(1 + \frac{T_2}{A\,.\,E}\right) \text{ sn.}$$

Fakat, $t_1 = t_2$ ve birim gerilmelerin de çok küçük olduğunu dikkate alırsak, küçük miktarların çarpımını dikkate almayabiliriz.

bu nedenle $\dfrac{L}{V_1}\left(1 + \dfrac{T_1}{A\,.\,E}\right) = \dfrac{L}{V_2}\left(1 + \dfrac{T_2}{A\,.\,E}\right)$

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(1 + \frac{T_2}{A\,.\,E}\right)\left(1 + \frac{T_1}{A\,.\,E}\right)^{-1} \cong \left(1 + \frac{T_2}{A\,.\,E}\right)\left(1 - \frac{T_1}{A\,.\,E}\right)$$

$$\cong 1 + \frac{T_2}{A\,.\,E} - \frac{T_1}{A\,.\,E}$$

Buradan, kaymaya bağlı olarak hızdaki oransal değişme

$$\frac{V_1 - V_2}{V_1} = 1 - \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_1 - T_2}{A\,.\,E} \qquad (17)$$

sürünme olduğu zaman $\qquad \dfrac{T_1}{T_2} = e^{\mu\beta} \qquad (18)$

(Bkz. Prb. 3, Nr. 27-37).

Sürtünme dairesi. Şekil 3.15 r yarıçaplı ve yatak içerisinde düşey bir W yükü etkisinde duran bir mili göstermektedir. Bu durumda normal tepki $R_n = W$ dir.

$\mu = \tan \varnothing$ = mil ve yatak arasındaki sürtünme katsayısı olsun ve mil saatin ters yönünde dönsün. Şimdi, harekete karşı koyan ve $F = \mu\,.\,R_n$ değerinde bir sürtünme kuvveti ortaya çıkacak ve R_n 'e 90° lik bir açı altında etkiyecektir. Şekil 3.15 teki C değme noktası saat yönünde dönerek D noktasına gelir (Şekil 3.16). D noktasında etkiyen kuvvetler R_n ve F olup, R_n ile $\varnothing$ açısı yapan R bileşke kuvvetini oluştururlar.

Denge için R = W olup, R düşey olarak yukarı doğru etkir.

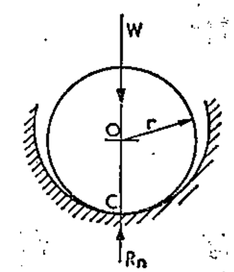
O zaman sürtünme kuvvet-çifti $T = R.OA = W.OA$

$$= W.r.\sin \varnothing$$

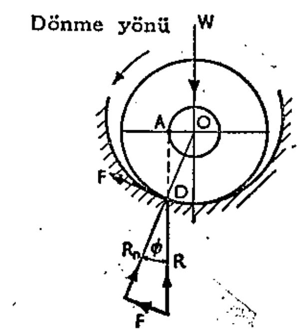
OA yarıçaplı küçük daire "sürtünme dairesi" olarak bilinir. Ayrıca yatak sürtünmelerinde kaybedilen B.G.,

$$B.G. = \frac{2\pi NT}{4500} = \frac{2\pi N.Wr \sin \varnothing}{4500} \qquad \text{(N; dev/dak cinsinden)}$$

küçük açılar için $\sin \varnothing \cong \tan \varnothing$



Şekil: 3.15

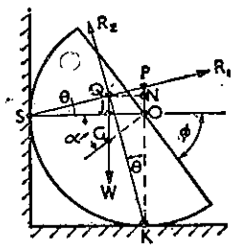


Şekil: 3.16

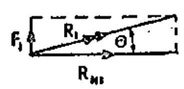
O zaman $T = W\,.\,r\,.\tan \varnothing = W\,.\,r\,.\,\mu$ (Bkz. Prb. 3, Nr. 38)

PROBLEMLER 3

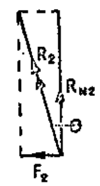
1) Yarıçapı a olan içi dolu bir yarımküre, küresel yüzeyi yere ve düşey duvara temas eder vaziyette durmaktadır. Her iki temas yüzeyindeki sürtünme katsayısı $\frac{1}{4}$ dür. Eğer cisim kayma noktasında ise yerdeki ve duvardaki reaksiyonun, duvardan $\frac{12a}{17}$ m mesafede kesileceğini gösteriniz. Bu veya başka bir nedenle taban düzleminin yerle $\sin^{-1}\frac{40}{51}$ derecelik bir açı yapacağını isbat ediniz.



Şekil 3.17



Şekil: 3.18



Şekil: 3.19

ÇÖZÜM : Şekil 3.17, 3.18 ve 3.19'a bakarak, Yarım küre kayma noktasına geldiği zaman duvardaki S temas noktasında R_1; normal reaksiyon N_1 ve sürtünme kuvveti $F_1 = \mu . R_{N_1}$ 'nin bileşkesi olacaktır. $\left(\mu = \tan \varnothing = \frac{1}{4}\right)$. Ayrıca R_2, normal reaksiyon R_{N_2} ve sürtünme kuvveti $F_2 = \mu R_{N_2}$'nin bileşkesidir. Burada $\mu = \tan \varnothing = \frac{1}{4}$ tür ve yerdeki K temas noktası içindir.

Şimdi R_1 ve R_2, Q noktasında kesişsin.

SQ uzantısını P noktasında kesmesi için KO'yu uzatın, o zaman $KO = a$; $OP = OS$ ve $\tan \theta = a\mu = \frac{a}{4}$

$$QP = PK \sin \theta$$

$$= \left(a + \frac{a}{4}\right) \frac{1}{\sqrt{17}} \ldots$$

$$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

$$1 + \frac{1}{16} = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$

$$= 1 - \frac{16}{17} = \frac{1}{17}$$

$$= \frac{5\,a}{4\sqrt{17}}$$

PK'yı N noktasında kesmesi için SO'ya QN paraleli çiziniz, O zaman,

$$QN = QP \cos\theta = \frac{12\,a}{17} \cdot \frac{4}{17} = \frac{5\,a}{\sqrt{17}}$$

Bu nedenle Q, duvardan $\frac{12\,a}{17}$ lik mesafededir.

Eğer yarım küre dengede ise 3 kuvvetin (R_1, R_2 ve W yarım küre ağırlığının) etki doğrultuları bir noktadan geçmelidir, yani Q noktasından. W'nin eki doğrultusu düşey olarak Q'den ve ağırlık merkezi G'den geçsin. Burada $OG = \frac{8}{3}\,a$

QG, OS'yi J'de kessin ve $\widehat{JOG} = \alpha$ olsun. O zaman,

$$OJ = QN = \frac{5\,a}{17}$$

ayrıca $\quad OJ = OG \cdot \cos \alpha$

Buradan $\quad \frac{5\,a}{17} = \frac{3\,a \cos \alpha}{8}$

$\cos \alpha = \frac{40}{51}$, fakat yarım kürenin tabanı yatayla $\varnothing = 90 - \alpha$ derecelik bir açı yapar. Yani,

$$\sin \varnothing = \sin\,(90° - \alpha) = \cos \alpha \text{ olduğundan}$$

$$\varnothing = \sin^{-1} \frac{40}{51} \text{ derecelik bir açı yapar.}$$

2) Bir çıkrık, ağırlıkları W ve Yarıçapı b olan iki diskle, bunları birleştiren yine W ağırlığında ve yarıçapı a olan bir silindirden meydana gelmektedir. Çıkrık pürüzlü bir yatay zemin üzerinde ve ekseni yatay konumda durmaktadır. Bir ucu silindire bağlı bir ip silindirin orta noktasına sarılarak eksenin alt tarafından eksene dik ve yere paralel konumda tutuluyor.

Eğer yüzey, kaymayı önleyecek kadar pürüzlü ise ipin ucuna etkiyecek bir P kuvvetinin $\frac{2\,Pgb\,(b - a)}{W\,(8\,b^2 - a^2)}$ lik bir ivme meydana getireceğini gösteriniz ve μ'nün kaymayı önleyebilecek en küçük değerini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 3.20'ye bakınız.

F = sürtünme kuvveti,
R = normal reaksiyon,

α = açısal ivme,

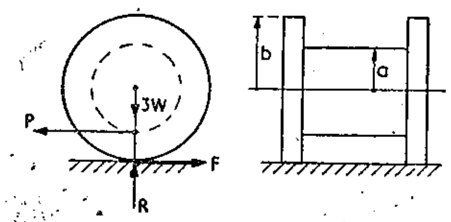
f = çizgisel ivme $= \alpha \,.\, b$ olsun.

$$P - F = mf = \frac{3\,Wf}{g} \quad \text{(Newton'un ikinci kanunu)} \qquad (1)$$

$$F \,.\, b - P \,.\, a = I\alpha = \left(\frac{2\,W}{g}\frac{b^2}{2} + \frac{W}{g}\frac{a^2}{2}\right)$$

$$= \frac{W}{2g}\,(2b^2 + a^2)\,\frac{f}{b} \qquad (2)$$

Eşitlik (1) den $\quad f = \dfrac{(P - F)\,g}{3W}$



Şekil: 3.20

Bunu (2) nolu eşitlikte yerine koyarsak

$$F \,.\, b = P \,.\, a + \frac{Wf}{2gb}\,(2b^2 + a^2)$$

$$F = \frac{Pa}{b} + \frac{Wf}{2gb^2}\,(2b^2 + a^2) \qquad (3)$$

Buradan $\quad f = \dfrac{Pg}{3W} - \dfrac{g}{3W}\left[\dfrac{Pa}{b} + \dfrac{Wf}{2gb^2}\,(2b^2 + a^2)\right]$

$$= \frac{Pg}{3W} - \frac{Pag}{3Wb} - \frac{W\,f}{6Wb^2}\,(2b^2 + a^2)$$

$$f\left[1 + \frac{(2b^2 + a^2)}{6b^2}\right] = \frac{P\,g\,(b - a)}{3\,W\,b}$$

$$f\left[\frac{8b^2 + a^2}{6\,b^2}\right] = \frac{P\,g\,(b - a)}{3\,W\,b}$$

$$f = \frac{6\,P\,g\,b^2\,(b - a)}{3\,W\,b\,(8b^2 + a^2)} = \frac{2\,P\,g\,b\,(b - a)}{W\,(8b^2 + a^2)} \qquad (4)$$

(3) ve (4) nolu eşitlikten

$$F = \frac{P \,.\, a}{b} + \frac{W}{2gb^2}\,(2b^2 + a^2)\,\frac{2\,P\,g\,b\,(b - a)}{W\,(8b^2 + a^2)}$$

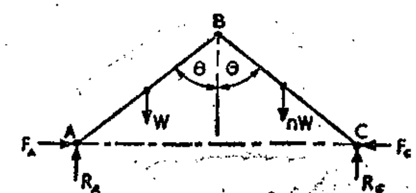
$$= \frac{P}{b}\left[\frac{8ab^2 + a^3 + 2b^3 + a^2b - 2ab^2 - a^3}{8b^2 + a^2}\right]$$

$$= \frac{P\,[2b^2 + 6ab + a^2]}{8b^2 + a^2}$$

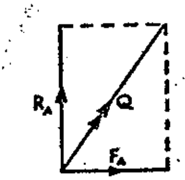
Şimdi $\qquad R = 3\,W$

Bu nedenle kaymayı önleyecek en küçük μ değeri,

$$\mu = \frac{F}{R} = \frac{P\,[2b^2 + 6ab + a^2]}{3\,W\,[8b^2 + a^2]}$$



Şekil: 3.21



Şekil: 3.21 A

3) Herbirinin boyu l ve ağırlığı W ve nW ($n < 1$) olan iki tane düzgün AB ve BC merdiveni B tepe noktasından mafsallanmış olarak pürüzlü bir zemin üzerinde duruyor. A ve C noktasındaki sürtünme katsayısı μ olup ABC açısı kayma başlayıncaya kadar tedricen artırılıyor.

Hangi merdivenin kayacağını nedenleri ile anlatın.

Eğer ABC açısı o anda $2\,\theta$ ise,

$(1 + 3n)\,\mu = (1 + n)\,\tan\theta$ olduğunu

ve kaymanın olmadığı değme noktasındaki toplam tepkinin de

$\dfrac{W}{4}\left[(3 + n)^2 + \mu^2(1 + 3n)^2\right]^{1/2}$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM :- Şekil 3.21 ile ilgili olarak, düşey R_A tepesini bulmak için C noktasına göre moment alınırsa,

$$R_A \times 2l \sin\theta = nW\frac{l}{2}\sin\theta + W.\frac{3l}{2}\sin\theta$$

$$R_A = n\frac{W}{4} + \frac{3}{4}W = \frac{W}{4}(n+3)$$

ve $$R_C = W + nW - \frac{W}{4}(n+3) = \frac{W}{4}(1+3n)$$

A noktasındaki sınırlayıcı sürtünme kuvveti,

$$F_A = \mu R_A = \mu\frac{W}{4}(n+3)$$

ve C'deki sınırlayıcı sürtünme

$$F_C = \mu R_C = \mu\frac{W}{4}(1+3n) \quad \text{olacaktır.}$$

fakat $n < l$ olduğundan, $F_A > F_C$ ve bu nedenle sürtünme kuvvetinin az olduğu BC merdiveni kayar.

BC merdiveni için, B noktasına göre moment alınırsa,

$$F_C.l.\cos\theta = R_C.l.\sin\theta - nW\frac{l}{2}\sin\theta$$

buradan

$$\frac{\mu W}{4}(1+3n)\cos\theta = \frac{W}{4}(1+3n)\sin\theta - \frac{nW}{2}\sin\theta$$

$$\mu(1+3n) = (1+3n)\tan\theta - 2n\tan\theta = (1+n)\tan\theta$$

$$(1+3n)\mu = (1+n)\tan\theta$$

Kaymayan A ucu için (Şekil 3.21A)

Toplam tepki

$$Q = \sqrt{R_A^2 + F_A^2}$$

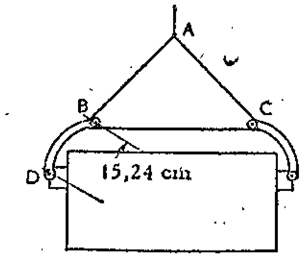
burada $F_A = F_C = \mu . R_C$ yatay yöndeki denge şartı için,

Sonuç olarak

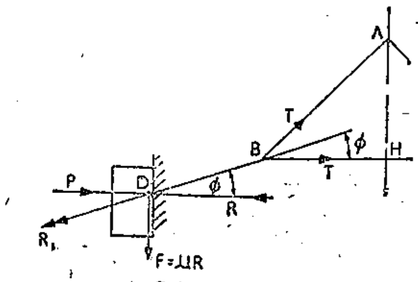
$$Q = \sqrt{R_A^2 + \mu^2 R_C^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{W}{4}\right)^2(3+n)^2 + \mu^2\left(\frac{W}{4}\right)^2(1+3n)^2}$$

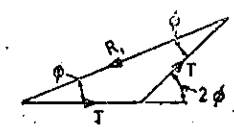
$$= \frac{W}{4}\left[(3+n)^2 + \mu^2(1+3n)^2\right]^{1/2}$$



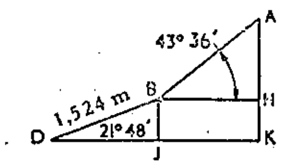
Şekil: 3.22



Şekil: 3.23



Şekil: 3.24



Şekil: 3.25

4) Şekil 3.22 taş blokları kaldırmak için kullanılan bir metodu gösteriyor. ABC zinciri, BD ve CE kolları ile mafsallanmış olan B ve C kasnaklarının üzerinden geçmektedir. Kollar, taş bloka karşı bastırılan yastıkları taşırlar. Eğer blok ve yastık arasındaki sürtünme katsayısı 0,4 ve ABC zincirinin uzunluğu 1,524 m ise kaldırılacak en küçük blokun genişliğini bulunuz. Pimlerdeki sürtünmeyi yok kabul ediniz ve B ve C kasnağının çaplarını da yok sayılabilecek kadar küçük farzedin.

ÇÖZÜM : Blok D'yi ele alalım. (Şekil 3.23)

P = Bağlama kuvveti, R = Blok ve yastık arasındaki normal reaksiyon, $F = \mu . R$ = Blok ve yastık arasındaki sürtünme kuvveti; $\mu = \tan\varnothing$ = sürtünme katsayısı = 0,4 ve buradan $\varnothing = 21°48'$ olsun.

R_1 = R ve F reaksiyonlarının bileşkesi olsun. (Şekil 3.24)

O zaman blok, 3 kuvvetin etkisinde dengede olur. (a) AB'deki T gerginliği (b) BC'deki T gerginliği, (c) yastıktaki bileşke reaksiyon R_1. R_1'in tesir çizgisi (a) ve (b)'nin tesir çizgilerinin kesiştiği B noktasından geçmesi gerekir. (Şekil 3.23) Buradan kuvvetler üçgeni çizilebilir. (Şekil 3.24)

Bu üçgenden görülebileceği gibi

$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ABH = 2\varnothing = 43°36'$ dır.

Çünkü R_1, $\sphericalangle$ ABH'ı ikiye böler.

Zincir boyu 1,524 m olduğundan Şekil 3.25'le ilgili olarak

$AB + BH = 0{,}7620$ m

Buradan $BH\,(\sec 43°36' + 1) = 0{,}7620$

ve $BH = \dfrac{0{,}7620}{2{,}381} = 0{,}32$ m

$DJ = BD \cos 21°\,48' = 0{,}1524 \times 0{,}9285$

$= 0{,}1415$ m.

Sonuç olarak

blokun en az genişliği $= 2\,(BH + DJ) = 0{,}640 + 0{,}283$

$= 0{,}923$ m.

5) (a) Boyu a ve birim boyunun ağırlığı w olan düzgün bir AB çubuğu, aralarındaki sürtünme katsayısı μ olan pürüzlü bir yatay düzlem üzerinde durmaktadır. Eğer çubuk A'dan geçen sabit bir düşey eksen etrafında serbest olarak dönebiliyorsa; B'de çubuğa dik olarak etkiyecek ve çubuğu döndürebilecek en az kuvveti bulunuz ve çubuk dönme noktasına geldiği anda B den r kadar uzaktaki eğme momentinin $\frac{1}{2}\,\mu\, wr\,(a - r)$ olduğunu gösteriniz.

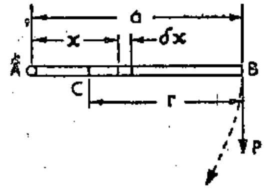
(b) Eğer çubuk A noktasında pimli değilse, çubuğun düzlem üzerinde hareket edebilmesi için B ucuna dik olarak uygulanacak en az kuvveti bulunuz ve çubuğun B'den $\frac{a}{\sqrt{2}}$ kadar bir mesafede dönmeye başlayacağını gösteriniz.

ÇÖZÜM: (a) milinden X uzaklıktaki bir δx elemanını ele alalım. (Şekil 3.26)

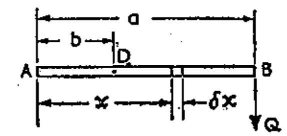
Eleman üzerindeki sürtünme kuvveti $= \delta F = \mu \cdot w \cdot \delta x$

Eleman üzerinde sürtünme kuvvetinin oluşturduğu Dön. Mom $= \delta T = \mu \cdot w \cdot x \cdot \delta x$

P = Çubuğu döndürmek için B'de etkiyen en küçük normal kuvvet olsun.



Şekil: 3.26



Şekil: 3.27

O zaman çubuğu döndürecek top. Mom. $= T = p \cdot a = \mu \cdot w \int_0^a x \cdot dx$

$$p.a = \mu w \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^a = \frac{\mu w\, a^2}{2}$$

$$P = \frac{\mu w\, a}{2}$$

B'den r uzaklıktaki eğme momenti :

$$M_c = \mu \cdot w \int_{a-r}^{a} x \cdot dx - p \cdot r$$

$$= \mu w \left[\frac{x^2}{2}\right]_{a-r}^{a} - \frac{\mu\, war}{2}$$

$$= \frac{\mu w}{2}\,[a^2 - (a-r)^2] - \frac{\mu\, war}{2}$$

$$= \frac{\mu w}{2}\,[2ar - r^2 - ar]$$

$$= \frac{1}{2}\,\mu w\,(a - r)$$

(b) Çubuk, A'dan b uzaklıktaki D noktası etrafında dönmeye başlasın, ve Q; B'de AB'ye dik olarak etkiyen ve çubuğu hareket ettirebilecek en küçük kuvvet olsun. O zaman kuvvetleri eşitlersek,

$$Q = \mu w \int_b^a dx - \mu w \int_0^b dx$$

$$= \mu w\,(a - b) - \mu\, wb = \mu w\,(a - 2b)$$

Momentleri eşitlersek,

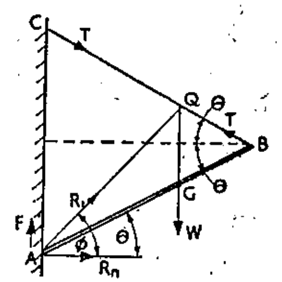
$$Q_a = \mu w \int_b^a x \, . \, dx - \mu w \int_0^b x \, . \, dx$$

$$= \mu w \left[\frac{x^2}{2}\right]_b^a - \mu w \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^b = \frac{\mu w}{2}(a^2 - 2b^2)$$

Buradan $\quad \mu\, wa\,(a - 2b) = \frac{\mu w}{2}\,(a^2 - 2b^2)$

$$2a^2 - 4ab = a^2 - 2b^2$$

$$2b^2 - 4ab + a^2 = 0$$



Şekil: 3.28

Bu nedenle

$$b = \frac{4\,a \pm \sqrt{16a^2 - 8a^2}}{4} = \frac{a\,(4 \pm 2\sqrt{2}\,)}{4}$$

$$= a\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \ldots \text{ + işareti, } a > b \text{ olduğu için kabul edilmez.}$$

Sonuç olarak, uzaklık $BD = a - b = \frac{a}{\sqrt{2}}$

ve $\quad Q = \mu w\left[a - 2\,a\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right]$

$$= \mu wa\,(\sqrt{2} - 1)$$

6) Gelişigüzel kesitli, l uzunluğundaki ağır bir çubuk A ucundan pürüzlü bir duvara dayalı, B ucundan da l uzunluğundaki bir iple yine duvar üzerindeki bir C noktasına bağlı olarak dengede tutuluyor. ABC düzlemi

duvara diktir. Eğer çubuğun yatayla olan açısı θ ise, çubuğun kütle merkezinin alt uçtan itibaren $\frac{2\,l \tan\theta}{\mu + \tan\theta}$ 'dan daha küçük bir mesafede olamayacağını gösteriniz. Burada μ sürtünme katsayısıdır.

ÇÖZÜM : Eğer A ucu aşağı doğru kaymaya hazırsa, etkiyen kuvvetler şunlardır (şekil 3.28) :

(i) Normal reaksiyon R_n ve sürtünme kuvveti $F = \mu \, . \, R_n$, bu iki kuvvetin bileşkesi yatayla $\varnothing$ açısı yapan R_i dir.

(ii) CB ipindeki gerilim T,

(iii) G ağırlık merkezinde etkiyen W ağırlığı.

Denge şartı için, R_i , T ve W'nin etkime doğrultularının ortak bir Q noktasından geçmesi gereklidir.

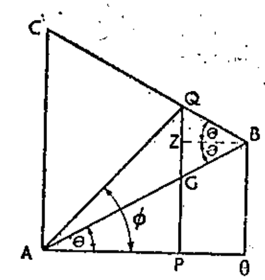
Şimdi, $AB = CB = l$ olup AG mesafesinin bulunması istenmektedir. (Şekil 3.29)

$$PQ = AP \tan \varnothing$$

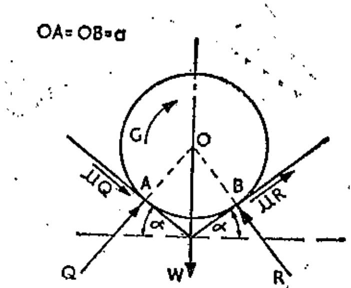
$$BH = AB \sin\theta = l \, . \sin\theta$$

$$QZ = ZG = BG \sin\theta = (l - AG)\,\sin\theta$$

$$GP = PQ - QG = AP \tan\varnothing - 2\,(l - AG)\,\sin\theta$$



Şekil: 3.29



Şekil: 3.30

Buradan

$$AG \sin\theta = AG \cos\theta \, . \tan\varnothing - 2\,l \sin\theta + 2\,AG \, . \sin\theta$$

$$2\,l \sin\theta = AG\,(\cos\theta \, . \tan\varnothing + \sin\theta)$$

Bütün terimleri $\cos\theta$ ile bölüp ve $\varnothing$ = sürtünme açısı olduğundan, $\mu = \tan\varnothing$ değerini yazarsak,

$$2 l \tan\theta = AG\,(\mu + \tan\theta)$$

Sonuç olarak $AG = \dfrac{2 l \tan\theta}{\mu + \tan\theta}$ olur ve bu da denge şartı için yeterli en küçük mesafedir.

7) İki kaba düzlem, yatayla ters yönde ve eşit bir α açısı yapacak şekilde eğik olarak tutulmaktadır. Yarıçapı a ve ağırlığı da W olan kaba yüzlü bir silindir bunların arasına yatırılıyor. Eğer bu silindire düşey konumda bir Moment çifti uygulanırsa,

$$G > \frac{\mu a W}{(1+\mu^2)\cos\alpha}$$

olduğu zaman silindirin döneceğini kanıtlayınız. μ burada, herhangi bir düzlemle silindir arasındaki sürtünme katsayısıdır.

ÇÖZÜM : Şekil 3.30'a bakarak, W = silindirin ağırlığı, Q ve R'de A ve B temas noktasındaki normal reaksiyonlar olsun.

O zaman μQ ve μR ayrı ayrı A ve B noktalarında etkiyen teğetsel sürtünme kuvveti olacaktır.

Dönmeye yüz tutmuş silindiri gözönüne alıp, O noktasına göre moment alırsak,

$$G = \mu \cdot Q \cdot a + \mu \cdot R \cdot a = \mu \cdot a\,(Q+R) \qquad (1)$$

Düşey yönde kuvvet dengesini yazarsak,

$$W + \mu Q \sin\alpha = \mu R \sin\alpha + Q\cos\alpha + R\cos\alpha \text{ olur.}$$

Buradan

$$W = (R - Q)\,\mu \sin\alpha + (Q+R)\cos\alpha \qquad (2)$$

Yatay konumda yapılan çözümde,

$$\mu Q\cos\alpha + \mu R\cos\alpha + Q\sin\alpha = R\sin\alpha$$

Bu nedenle

$$(Q+R)\,\mu\cos\alpha = (R - Q)\sin\alpha$$

ve

$$(Q+R)\,\mu^2\cos\alpha = (R - Q)\,\mu \cdot \sin\alpha$$
$$= W - (Q+R)\cos\alpha \quad \text{(Eşitlik 2'den)}$$

$$(Q+R)\,(\mu^2+1)\cos\alpha = W$$

$$Q+R = \frac{W}{(1+\mu^2)\cos\alpha}$$

Denge şartı için Eşitlik (1)'den

$$G = \mu \cdot a \cdot (Q+R)$$

Fakat silindirin kati dönüşü için

$$G > \mu a\,(Q+R)$$

Sonuç olarak

$$G > \frac{\mu a W}{(1+\mu^2)\cos\alpha}$$

8) 2 tonluk bir sütun kayıtlar arasında kayabilmektedir. Sütun istenildiğinde altta bulunan bir kamaya uygulanacak bir kuvvetle aşağı indirilip yukarı kaldırılmaktadır. Eğer kamanın eğimi $\tan^{-1} 0{,}125$ ve hareket eden bütün yüzeyler arasındaki sürtünme katsayısı 0,2 ise, (a) sütunu kaldırmak, (b) sütunu indirmek için kamaya etkitilecek kuvveti bulunuz.

ÇÖZÜM : (a) Yükün kaldırılması hali (Şekil 3.31)

Sütunla kayıt arasındaki sürtünmeye bağlı olarak, bir R_{n_1} normal reaksiyon kuvveti, $\mu \cdot R_{n_1}$ 'lik bir sürtünme kuvveti, ve R_{n_1} ile $\varnothing$ açısı yapan bir R_1 bileşke reaksiyon doğacaktır. Burada $\tan\varnothing = \mu = 0{,}2$

Kama ile sütun arasındaki sürtünmeye bağlı olarak da bir R_{n_2} normal reaksiyon, $\mu \cdot R_{n_2}$ 'lik bir sürtünme kuvveti ve R_{n_2} ile $\varnothing$ açısı yapan bir R_2'lik bileşke kuvvet olacaktır. $\tan\varnothing = \mu = 0{,}2$

O zaman oa = W = 2 ton, ab = R_1 ve ob = R_2 olan bir oab kuvvetler üçgeni çizilebilir.

Kama ile yer arasındaki sürtünmeye bağlı olarak, bir R_{n_3} normal reaksiyon, $\mu \cdot R_{n_3}$'lük bir sürtünme kuvveti ve R_{n_3} ile $\varnothing$ açısı yapan bir R_3 bileşkesi olacaktır. $\tan\varnothing = \mu = 0{,}2$'dir.

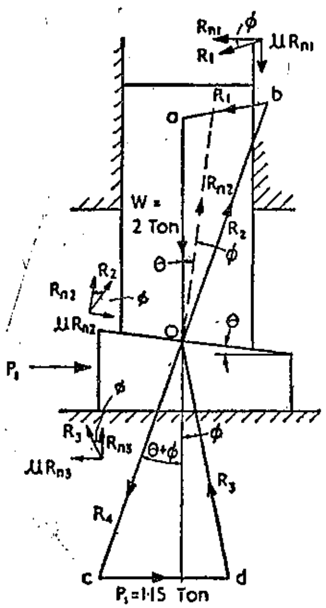
Burada da, oc = R_4 (oc = ob ve tamamen zıt yönlü), od = R_3 ve od = P_1 kuvvetleri için bir ocd kuvvetler üçgeni çizilebilir.

Çizimleri ölçekli yaparsak, sütunu yükseltecek P_1 kuvveti $P_1 = 1.15$ ton olarak bulunur.

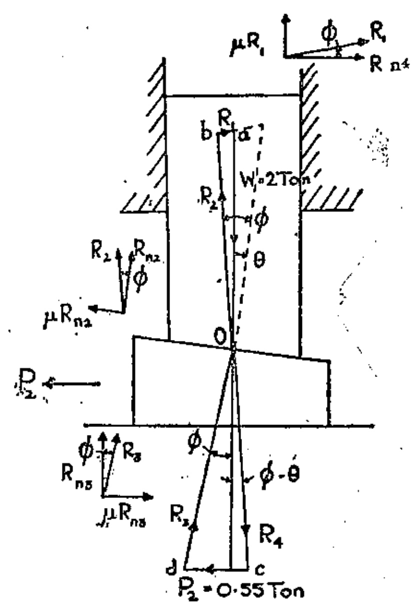
Benzer nedenlerle, (b) hali için (Şekil 3.32)'de görülebileceği gibi sütunu indirmek için uygulanacak P_2 kuvveti, $P_2 = 0{,}55$ ton olarak bulunur.

Şekil 3.31'le ilgili olarak, değişik bir çözüm şekli olan Sinüs kuralını uygularsak, $\triangle$ oab'den

$$\frac{W}{\sin[90° - (2\varnothing + \theta)]} = \frac{R_2}{\sin(90° + \varnothing)}$$



Şekil: 3.31



Şekil: 3.32

Buradan $\dfrac{W}{\cos(2\varnothing + \theta)} = \dfrac{R_2}{\cos\varnothing}$

$\triangle$ ocd'den $\dfrac{P_1}{\sin(2\varnothing + \theta)} = \dfrac{R_4}{\sin(90° + \varnothing)}$

Fakat $R_2 = R_4$, ve $\sin(90° - \varnothing) = \cos\varnothing$ olduğundan

$P_1 = W\tan(2\varnothing + \theta)$

$\theta = \tan^{-1} 0{,}2 = 11° 19'$; $W = 2$ ton,

Bu nedenle

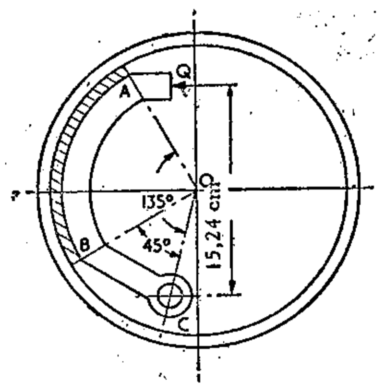
$$P_1 = 2\tan 29° 45' = 1.143 \text{ ton.}$$

Şekil 3.32'yi ele aldığımız zaman aynı şekilde görülebileceği gibi

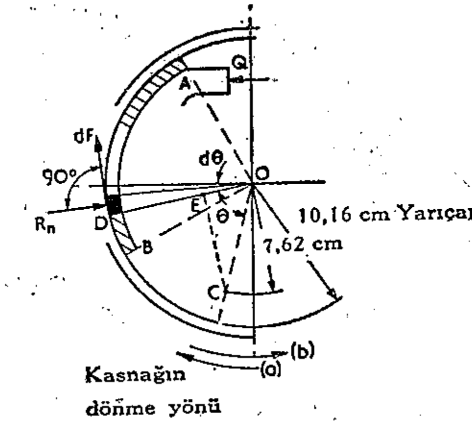
$$P_2 = W\sin(2\varnothing - \theta)\sec\theta = 2\sin 15° 31' \sec 7°7'$$
$$= 0{,}539 \text{ ton.}$$

9) Şekil 3.33 içten açılmalı (baskılı) bir sürtünmeli fren sistemini göstermektedir. Fren pabucu C noktasına pimlenmiştir. C noktasının, dönen kasnağın merkezine uzaklığı 7,62 cm ve dönen kasnağın iç yarıçapı 10,16 cm dir. Sürtünme malzemesi AB yayı boyunca baskı yapmaktadır. ABC açısı 135° ve BOC açısı 45° dir. Q noktasından CQ'ye dik olarak frene basılmaktadır. CQ = 15,24 cm.

Fren malzemesindeki aşınmaların yerel normal kuvvetle orantılı olduğunu kabul ederek ve sürtünme katsayısını 0,40 alarak; Q noktasına uygulanan ve 2,30 kg-m lik bir fren momenti doğuran kuvveti;



Şekil: 3.33



Şekil: 3.34

(a) Kasnağın saat yönünde dönmesi ve (b) kasnağın saatin ters yönünde dönmesi halleri için ayrı ayrı bulunuz.

ÇÖZÜM : P_1 = normal basıncın maksimum şiddeti, b = malzemenin genişliği, r = kasnağın iç yarıçapı, ve μ = fren malzemesi ve kasnak arasındaki sürtünme katsayısı olsun, Boyu $r \cdot d\theta$, genişliği b olan ve OC hattı ile θ açısı yapan bir elemanı ele alalım. Malzemenin bölgesel aşınma oranı normal basınçla orantılı ve eleman üzerindeki basınç şiddeti $P_n = P_1 \sin\theta$ olduğu için

Eleman üzerindeki normal kuvvet $= R_n = P_n \cdot b \cdot r \cdot d\theta$ olur.

Buradan eleman üzerindeki sürtünme kuvveti

$$= dF = \mu \cdot R_n = \mu \cdot P_1 \cdot b \cdot r \cdot \sin\theta \cdot d\theta$$

ve elemanın O noktasına göre sürtünme (veya frenleme) momenti

$$dT = \mu \cdot R_n \cdot r = \mu \cdot P_1 \cdot b \cdot r^2 \sin\theta \cdot d\theta$$

Buradan, fren pabucunun toplam frenleme momenti,

$$T = \mu \cdot P_1 \cdot b \cdot r^2 \int_{45^\circ}^{135^\circ} \sin\theta \cdot d\theta = \mu \cdot P_1 \cdot b \cdot r^2 \Big[-\cos\Big]_{45^\circ}^{135^\circ}$$

Fakat

$T = 2{,}30$ kg-m, $r = 10{,}16$ cm, $\mu = 0{,}40$ olarak veriliyor.

Bu nedenle

$$2{,}30 = 0{,}4\,P_1 \cdot b \cdot (0{,}1016)^2 \sqrt{2}$$

$$P_1 \cdot b = 393{,}8 \text{ kg-m.}$$

Şimdi,

R_n'nin C'ye göre momenti $= dM_N = R_n OC \sin\theta = R_n \cdot EC$

Buradan normal kuvvetlerin C pimine göre toplam momenti,

$$M_N = \int_{45^\circ}^{135^\circ} R_n \cdot OC \sin\theta = \int_{45^\circ}^{135^\circ} P_n \cdot b \cdot r \cdot d\theta \cdot OC \sin\theta$$

$$= P_1 \cdot b \cdot r \cdot OC \int_{45^\circ}^{135^\circ} \sin^2\theta \cdot d\theta \ldots \sin^2\theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\theta$$

$$= 393{,}8 \times 0{,}1016 \times 0{,}0762 \left[\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\theta\right]_{45^\circ}^{135^\circ}$$

$$= 393{,}8 \times 7{,}74 \times 10^{-3} \left[\frac{\pi + 2}{4}\right]$$

$$= 3{,}91 \text{ kg-m}$$

ayrıca, dF sürtünme kuvvetinin C'ye göre momenti

$$dM_F = DE \cdot dF = dF\,(r - OC \cdot \cos\theta)$$

$$= \mu \cdot P_1 \cdot b \cdot r \sin\theta \cdot d\theta\,(r - OC\cos\theta)$$

Buradan

$$dM_F = 0{,}4 \times 393{,}8 \times 0{,}1016\,(0{,}1016 \sin\theta - 0{,}0762 \sin\theta\cos\theta)\,d\theta$$

$$M_F = 16 \int_{45^\circ}^{135^\circ} (0{,}1016 \sin\theta - 0{,}038 \cos 2\theta)\,d\theta$$

$$= 16 \Big[-0{,}1016\cos\theta + 0{,}019 \cos 2\theta\Big]_{45^\circ}^{135^\circ} = 16 \times 0{,}1016\sqrt{2}$$

$$= 2{,}29 \text{ kg-m}$$

(a) Tambur saat yönünde dönerken C'ye göre moment alırsak

$0{,}1524\,Q = M_N + M_F = 3{,}91 + 2{,}29$

$Q = 40{,}68$ kg.

(b) Kasnak saatin ters yönünde dönerse,

$0{,}1524\,Q = M_N - M_F = 3{,}91 - 2{,}29$

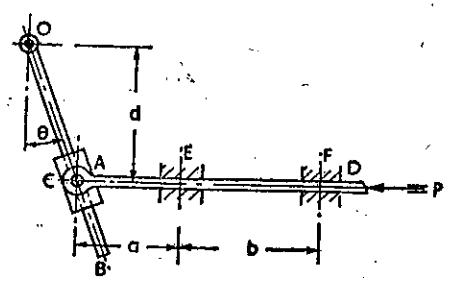
$Q = 10{,}63$ kg.

$M_N > M_F$ olduğu zaman, (b) şıkkı için, fren pabucunun kendi kendine kilitleme yapacağına dikkat edilmelidir.

10) Şekil 3.35 Rapson sürgüsü olarak bilinen dümen tertibatının şeklini göstermektedir. A sürgüsü, O noktasında dönebilen OB çubuğu üzerinde kaymaya zorlanıyor. CD çubuğunun harekete geçmesi için E ve F noktasında kılavuz yataklar vardır. Bir P kuvveti, CD boyunca uygulanıyor.

A, E ve F'deki sürtünme katsayısının μ olduğunu ve dönen çiftlerdeki sürtünmelerin ihmal edileceğini farzederek, kola uygulanan momentle ilgili, ve

P, θ, a, b ve d cinsinden bir ifade elde ediniz.



Şekil: 3.35

Eğer $a = 0{,}61$ m, $b = 0{,}915$ m, $d = 1{,}83$ m, $\mu = 0{,}1$, ve $\theta = 30°$ ise 12,2 ton-m'lik bir momenti yenmek için P'nin değerini bulunuz.

ÇÖZÜM : R_1 ve R_2 = E ve F'deki normal reaksiyon

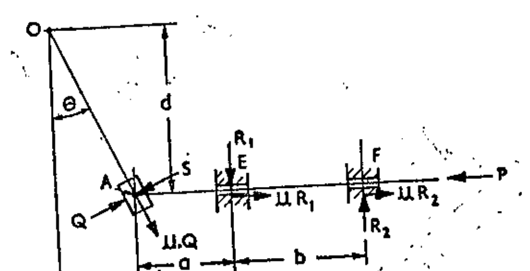
μR_1 ve μR_2 = E ve F'deki sürtünme kuvveti

S = A'da OA'ya dik olarak etkiyen teğetsel kuvvet

Q = A'daki normal reaksiyon = S

μQ = OA boyuncaki sürtünme kuvveti

v = P'nin çizgisel hızı olsun.



Şekil: 3.36

O zaman v hızı iki bileşene ayrılabilir.

(i) OA'ya dik, $v \cdot \cos\theta$

(ii) $v \cdot \sin\theta$ = OA boyuncaki kayma hızı

P'nin sn. de yaptığı iş = Q; μQ; μR_1 ve μR_2'nin saniyede yaptığı iş

Buradan $\quad P \cdot v = Q \cdot v\cos\theta + \mu Q \cdot v\sin\theta + \mu R_1 v + \mu R_2 v$

ve $\quad P = Q \cdot \cos\theta + \mu Q\sin\theta + \mu\,(R_1 + R_2) \quad (1)$

Kuvvetleri düşey yönde ayrıştırırsak,

$$R_1 + \mu\,Q\cos\theta = R_2 + Q\sin\theta$$

$$R_1 - R_2 = Q\,(\sin\theta - \mu\cos\theta) \quad (2)$$

A noktasına göre moment alırsak,

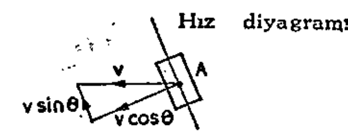
$$R_1 a = R_2\,(a+b) \text{ veya } R_1 = \frac{R_2}{a}\,(a+b) \text{ olur.} \quad (3)$$

Bu nedenle $\quad R_1 + R_2 = \frac{R_2}{a}\,(a+b) + \frac{R_2 a}{a} = \frac{R_2 a}{a} = \frac{R_2}{a}\,(2a+b) \quad (4)$

ve $\quad R_1 - R_2 = \frac{R_2}{a}\,(a+b) - \frac{R_2 a}{a} = \frac{R_2 b}{a}$

$$= Q\,(\sin\theta - \mu\cos\theta) \quad (5)$$

$$R_2 = \frac{a \cdot Q}{a}\,(\sin\theta - \mu\cos\theta) \quad (6)$$



Şekil: 3.37

Eşitlik (1), (4) ve (6)'dan

$$P = Q \cdot \cos\theta + \mu Q \cdot \sin\theta + \frac{\mu R_2}{a}\,(2a+b)$$

$$= Q\,(\cos\theta + \mu\sin\theta) + \frac{\mu Q}{b}\,(2a+b)\;(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

Buradan

$$P \cdot b = Q\,[b\,(\cos\theta + \mu\sin\theta) + \mu\,(2a+b)\;(\sin\theta - \mu\cos\theta)]$$

Şimdi kol üzerindeki moment hesaplanabilir.

$$T = \frac{Q \cdot d}{\cos\theta} = \frac{S \cdot d}{\cos\theta}$$

$$=\frac{P.d.b}{\cos\theta}\left[\frac{1}{b\,(\cos\theta+\mu\sin\theta)+\mu\,(2a+b)\,(\sin\theta-\mu\cos\theta)}\right]$$

$a = 0{,}61$ m, $\quad b = 0{,}915$ m, $\quad d = 1{,}83$ m, $\quad \mu = 0{,}1 \quad \theta = 30°$

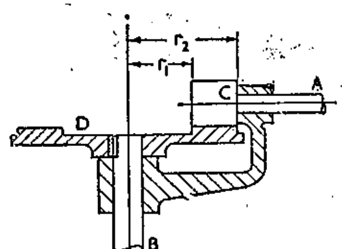
$T = 12200$ kg-m değerlerini denklemde yerine koyarsak,

$$12200 = \frac{P\times 1{,}83\times 0{,}915}{0{,}8660}\left[\frac{1}{0{,}915(0{,}8660+0{,}05)+0{,}1\times 2{,}135(0{,}5-0{,}08660)}\right]$$

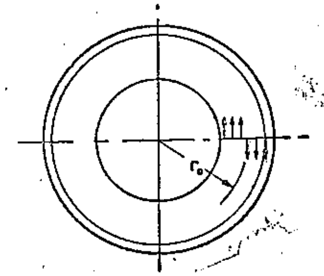
Buradan

$$P = 5845 \text{ kg}$$
$$= 5{,}845 \text{ ton.}$$

11) Şekil 3.38 deki diagram, eksenleri birbirine dik olan A ve B milleri arasındaki sürtünmeli hareket iletimini göstermektedir. A mili ile komple olan C kasnağının atalet yarıçapı 3,175 cm olup B miline kamalı olan D diskine bastırmaktadır. Disk üzerindeki sürtünme yüzeyinin dış yarıçapı $r_2 = 12{,}7$ cm ve iç yarıçapı $r_1 = 7{,}62$ cm dir. C ve D arasındaki toplam düşey kuvvet 27,24 kg ve basınç temas yüzeyi boyunia düzgün olarak dağılmaktadır. Hatta sürtünme katsayısı da her yerde aynıdır. D'nin altındaki alın yatağındaki sürtünme ihmal edilebilir.



Şekil: 3.38



Şekil: 3.39

a) B üzerinde karşı bir moment olmadığı zaman A ve B arasındaki hız oranını bulunuz.

b) B üzerinde karşı moment olmadığı zaman sistemi çalıştırmak için A üzerinde 0,311 kg-m lik bir döndürme momenti gerekli olursa C ve D arasındaki sürtünme katsayısını bulunuz.

ÇÖZÜM : (a)

p = temas hattı boyunca 1 cm lik boydaki basınç olsun.

$$= \frac{27{,}24}{r_2 - r_1} = \frac{27{,}24}{12{,}7-7{,}62}$$
$$= 5{,}36 \text{ kg/cm.}$$

r_0, kaymanın hiç olmadığı bir yarıçap; μ sürtünme katsayısı, ve r_3 de C'nin yarıçapı olsun.

Verilen bir r yarıçapında

Sürtünme kuvveti $dF = \mu\,.\,p\,.\,dr$ (eleman üzerinde)

Bu nedenle sürtünme momenti $dT = \mu\,.\,p\,.\,r\,.\,dr$

Üst görünüşten görüldüğü gibi B üzerinde net bir döndürme momenti olacaktır.

$$\text{B'deki karşı döndürme momenti} = \int_{r_0}^{r_2} \mu\,.\,p\,.\,r\,.\,dr - \int_{r_1}^{r_0} \mu\,.\,p\,.\,r dr$$

$$= \mu\,p\left[\left(\frac{r^2}{2}\right)_{r_0}^{12,7} - \left(\frac{r^2}{2}\right)_{7,62}^{r_0}\right]$$

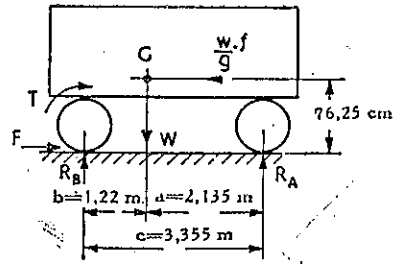
Fakat, B üzerindeki karşı moment = sıfır olduğundan,

$$\left[\left(\frac{r^2}{2}\right)_{r_0}^{12,7} - \left(\frac{r^2}{2}\right)_{7,62}^{r_0}\right] = \left[\frac{161{,}29-r_0^2}{2} - \frac{r_0^2-58}{2}\right] = 0$$

$$r_0 = \sqrt{109{,}64} = 10{,}47 \text{ cm}$$

Eğer $\quad r_3$ = C'nin yarıçapı = 3,175 cm ise

$$\text{O zaman A ve B arasındaki hız oranı} = \frac{2\pi r_0}{2\pi r_3} = \frac{10{,}47}{3{,}175} = 3{,}3$$



Şekil 3-40.

(b) Temas hattı boyuncaki net sürtünme kuvveti

$$F = \mu p\,(r_0 - r_1) - \mu p\,(r_2 - r_0)$$
$$= \mu p\,[(r_0 - r_1) - (r_2 - r_0)]$$
$$= 5{,}36\,\mu\,[(10{,}47 - 7{,}62) - (12{,}7 - 10{,}47)]$$
$$= 3{,}32\,\mu \text{ kg.}$$

A üzerindeki moment 0,025 kg-m $= F \,.\, r_3$

$$0{,}025 = 3{,}32\,\mu \times \left(\frac{3{,}175}{100}\right)$$

$$\mu = 0{,}237.$$

12) Ön ve arka teker eksenleri arası 3,355m olan bir otomobilin ağırlık merkezi, arka tekerlerden 1,22 m. önde ve yerden 76,25 cm. yükseklіktedir. Tekerlerle yer arasındaki sürtünme katsayısı 0,45 dir. Eğer otomobil arka tekerlerden hareket alıyorsa, düz bir yolda otomobile verilebilecek maksimum ivmeyi bulunuz. Ayrıca bütün tekerlerdeki frenleme kuvveti aynı ve hiç kayma yoksa otomabilin maksimum yavaşlama ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 3.40'ta R_A ve R_B ön ve arka tekerlerdeki normal reaksiyon; W otomobilin ağırlığı; f otomobilin ivmesi; G ağırlık merkezi, ve $\frac{W}{g}\,.\,f$ de atalet kuvveti olsun.

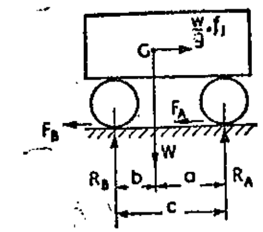
Arka tekerler üzerinde bir T çevirme momenti olduğu için yol ve tekerler arasındaki sürtünme kuvveti F, arka tekerin geriye kaymasını önlemek için, otomobilin ön tarafına doğru etki eder.

Kuvvetleri yatay bileşenlerine ayırırsak;

$$F = \frac{W}{g}\,f \qquad (1)$$

Düşey bileşenlerine ayırırsak,

$$R_A + R_B = W \qquad (2)$$



Şekil: 3.41

G noktasına göre moment alınırsa :

$$F\,.\,H + R_A\,.\,a = R_B\,.\,b \qquad (3)$$

Buradan $\quad \frac{W}{g}\,f\,.\,H + (W - R_B)\,a = R_B\,.\,b$

$$\frac{W}{g}\,f \times 0{,}7625 + 2{,}135\,W - 2{,}135\,R_B = 1{,}22\,R_B$$

$$\frac{0{,}7625\,W}{g}\,f + 2{,}135\,W = 3{,}355\,R_B$$

Fakat sürtünmeyi sınırlandırmak için, $F = \mu\,.\,R_B$

$$\frac{0{,}7625\,W}{g}\,f + 2{,}135\,W = 3{,}355\,\frac{F}{\mu} = \frac{3{,}355\,W}{g\,.\,\mu}\,f = \frac{3{,}355\,W}{0{,}45\,g}\,f$$

Bu nedenle maksimum ivme

$$f = \frac{2{,}135\,g}{\left(\frac{3{,}355}{\mu} - 0{,}7625\right)} = \frac{2{,}135\,\mu\,g}{3{,}355 - 0{,}7625\,\mu}$$

$$= \frac{2{,}135 \times 0{,}45 \times 9{,}81}{3{,}355 - 0{,}7625 \times 0{,}45} = 3{,}13 \text{ m/sn}^2$$

Şekil 3.41'de f_1 = frenlere basıldığında azalan ivme, F_A ve F_B de ön ve arka tekerlerin en dış yüzündeki frenleme kuvvetleri olsun.

$$\frac{W}{g}\,f_1 = \text{atalet kuvveti}$$

Arka tekerin yere değdiği noktaya göre moment alırsak

$$R_A \cdot C = W \cdot b + \frac{W \cdot f_1 \cdot H}{g} \quad (4)$$

Ön tekerin yere değme noktasına göre moment alırsak,

$$R_B \cdot C = W \cdot a - \frac{W \cdot f_1 \cdot H}{g} \quad (5)$$

Eşitlik (4) ve (5)'ten

$$R_A = \frac{W}{C}\left(b + \frac{f_1}{g} \cdot H\right) = \frac{W}{3{,}355}\left(1{,}22 + \frac{0{,}7625\, f_1}{g}\right) \quad (6)$$

$$R_B = \frac{W}{C}\left(a - \frac{f_1}{g} \cdot H\right) = \frac{W}{3{,}355}\left(2{,}135 - \frac{0{,}7625\, f_1}{g}\right) \quad (7)$$

Kaymanın evvela arka tekerde olacağını kabul edersek, o zaman

$F_A = F_B$ olarak verildiğinden

$$F_B = \mu \cdot R_B = F_A$$

Yatay konumda,

$$F_A + F_B = 2\, F_B = \frac{W}{g} \cdot f_1$$

Bu nedenle

$$2\,\mu \cdot R_B = \frac{2\,\mu\, W}{3{,}355}\left(2{,}135 - \frac{0{,}7625}{g}\, f_1\right) = \frac{W}{g} \cdot f_1$$

$$1{,}92 - \frac{0{,}686}{g}\, f_1 = \frac{3{,}355}{g}\, f_1$$

$$f_1 = \frac{1{,}92 \times 9{,}81}{4{,}04} = 4{,}66 \text{ m/sn}^2$$

Şimdi kaymanın ön tekerde başlayacağını varsayarsak,

$$F_A = \mu \cdot R_A = F_B$$

Yatay konumdaki kuvvetlerin çözümünde

$$F_A + F_B = 2\, F_A = \frac{W}{g}\, f_1$$

Bu nedenle

$$2\,\mu\, R_A = \frac{2\,\mu\, W}{3{,}355}\left(1{,}22 + \frac{0{,}7625}{g}\, f_1\right) = \frac{W}{g}\, f_1$$

$$1{,}09 + \frac{0{,}686}{g}\, f_1 = \frac{3{,}355}{g}\, f_1$$

$${}_1f = \frac{1{,}09 \times 9{,}81}{2{,}669} = 4{,}00 \text{ m/sn}^2$$

Buradan maksimum yavaşlama ivmesi 4,00 m/sn² olup, kayma ilk başta ön tekerlerde olacaktır.

13) Bir motorsikletin sürücüsü ile birlikte ağırlık merkezi ön teker milinin 61 cm arkasında ve yerden 61 cm yüksekliktedir. Teker eksenleri arasındaki mesafe 1,37 m ve tekerlerle yer arassındaki sürtünme katsayısı 0,4 dür. Motor ve sürücünün toplam ağırlığı 272,4 kg dır.

Düz bir yolda ön frene basıldığında mümkün olan en büyük yavaşlama ivmesinin; (a) düzgün bir yol boyunca giderken, (b) 91,5 m yarıçaplı bir viraj üzerinde 48,3 km/saat hızla giderken ne olduğuna karar verin.

Havanın ve mekanik aksamın direncini ihmal edin ve debriyajın boşta olduğunu kabul ediniz.

ÇÖZÜM : (a) Soldan sağa gitmekte olan motor ve sürücüsünün üzerine etkiyen kuvvetler (Şekil 3.42), tekerle yer arasındaki normal reaksiyon R_1 ve R_2, ön tekerdeki sürtünme kuvveti $F_1 = \mu R_1$; ağırlık W ve G ağırlık merkezinde etkiyen atalet kuvveti $\frac{W}{g}$ f dir.

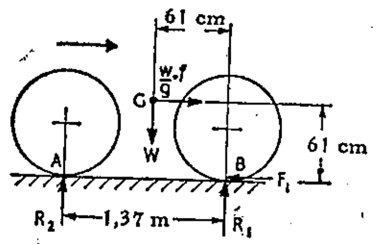
Düşey kuvvetler : $R_1 + R_2 = W$ (1)

Yatay kuvvetler : $F_1 = \mu R_1 = \frac{W}{g}\, f$ (2)

G'ye göre moment alınırsa :

$0{,}61 \cdot F_1 + 0{,}7625\, R_2 = 0{,}61\, R_1$ (3)

$$R_1 + R_2 = 272{,}4; \quad 0{,}4\, R_1 = \frac{272{,}4}{9{,}81}\, f; \quad 0{,}244\, R_1 + 0{,}7625\, R_2 = 0{,}61\, R_1$$



Şekil: 3.42

Denklemin çözümünden en büyük yavaşlatma ivmesi,

$$f = \frac{\mu R_1 g}{W} = \frac{0,4 \times \frac{W}{1,48} \times g}{W} = \frac{0,4 \times 9,81}{1,48} = 2,65 \text{ m/sn}^2$$

(b) Viraj üzerinde giderken, G ağırlık merkezinde yatay olarak $\frac{W}{g} \cdot \frac{v^2}{r}$ 'ye eşit olan bir P merkezkaç kuvveti etki eder.

$r = 91,5$ m ve $v = 48,3$ km/saat $= 13,4$ m/sn olduğu zaman

$$P = \frac{272,4}{9,81} \times \frac{(13,4)^2}{91,5} = 54,49 \text{ kg}$$

Bu kuvvet, B'de etkiyen P_1 ve A'daki P_2 bileşenlerine ayrılabilir. A'ya göre moment alınırsa: $1,370\, P_1 = 0,762\, P = 0,762 \times 54,49$

Buradan $P_1 = 30,30$ kg ve $P_2 = 24,19$ kg

Şimdi P_1 ve P_2 tam zıt yöndeki F_B ve F_A sürtünme kuvveti ile dengelenirler.

$F_B = P_1 = 30,30$ kg

Ön tekerde, B noktasında, sürtünme kuvvetinin iki bileşeni olacaktır. Yani, motor boyunca etkiyen Q ve Q'ye dik F kuvveti. Bunların ikisi de yatay düzlemdedir. Bunların bileşkesi (Şekil 3.43 ve 3.44) ortaya çıkacak en büyük sürtünme kuvvetidir. Yani, $\mu \cdot R_1$.

Bu nedenle

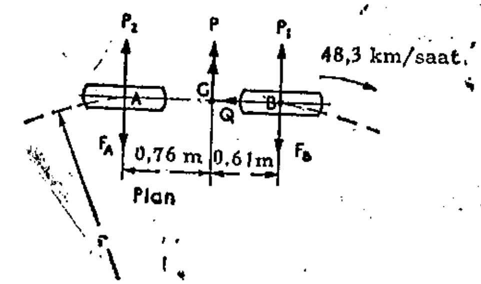
$$(\mu R_1)^2 = Q^2 + F_B^2 \qquad (4)$$

Hareket yönünde yatay olarak çözüm yapılırsa $Q = \frac{W}{g} f$ (5)

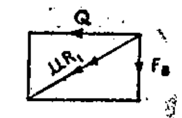
Düşey konumda $R_1 + R_2 = W$ (6)

B noktasına göre moment alınırsa,

$$0,61 \frac{W}{g} f + 1,370\, R_2 = 0,61\, W \qquad (7)$$



Şekil: 3.43



Şekil: 3.44

Eşitlik (4) den (7)'ye kadar

$$(0,4\, R_1)^2 = \left(\frac{W}{g} f\right)^2 + (30,30)^2 \qquad (8)$$

Buradan

$$R_2 = \left(0,61\, W - 0,61 \frac{W}{g} f\right) \frac{1}{1,370}$$

$$R_1 = W - R_2 = 0,554\, W + 0,445 \frac{W}{g} f = \frac{W}{9}\left(5 + \frac{4f}{g}\right)$$

Eşitlik (8) de yerine koyarsak,

$$\left[\frac{0,4\, W}{9}\left(5 + \frac{4}{g} f\right)\right]^2 = \left(\frac{W}{g} f\right)^2 + (30,30)^2$$

$$\frac{0,16}{81}(25 g^2 + 16 f^2 + 40 fg) = f^2 + \frac{30,30^2 \cdot g^2}{272,4^2}$$

$$490,25 f^2 - 40 fg - 18,73 g^2 = 0$$

Bu ikinci derece denklemini çözersek maksimum yavaşlatma ivmesi,

$$f = 0,2404 \cdot g = 2,36 \text{ m/sn}^2$$

14) 1135 kg ağırlığındaki motorlu bir aracın dingiller arası uzaklığı 2,44 m dir. Araç düz bir yol üzerinde dururken, ağırlık merkezi yerden 0,61 m yükseklikte ve arka dingilin 0,915 m önünde bulunuyor.

Otomobil, kontak kapalı ve 0,61 m/sn² bir yavaşlatma ivmesi elde etmek için arka frenlere basılmış vaziyette 1/20 eğilimli bir yoldan aşağı, yere paralel ve yerden 0,762 m yükseklikten etkiyen 18,16 kg lık bir rüzgâr direncine karşı inerken her bir tekerdeki normal tepkiyi hesap ediniz. Bu şarlar altında arka tekerlerde kayma olmazsa, yerle arka tekerler arasındaki sürtünme katsayısı ne olmalıdır? Motor ve tekerin dönel ataletini ihmal ediniz.

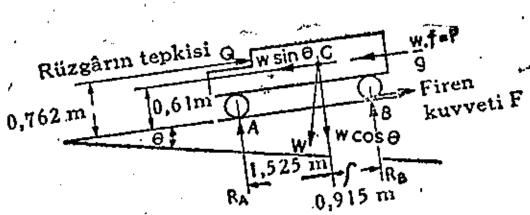
ÇÖZÜM : Şekil 3.45'le ilgili olarak,

$Q =$ rüzgar direnci $= 18{,}19$ kg

$P = \dfrac{W}{g}\ f =$ atalet kuvveti olsun

$$= \frac{1135}{9{,}81} \times 0{,}61 = 70{,}5 \text{ kg}$$

$\sin\theta = \dfrac{1}{20}$ buradan $\theta = 2°52'$



Şekil: 3.45

Normal tepki R_B'yi bulmak için A'ya göre moment alalım,

$$(R_B \times 2{,}44) + (W\sin\theta \times 0{,}61) + (P \times 0{,}61) = (Q \times 0{,}762) + (W\cos\theta \times 1{,}525)$$

$$2{,}44\, R_B + \left(1135 \times \frac{1}{20} \times 0{,}61\right) + (70{,}5 \times 0{,}61) = (18{,}16 \times 0{,}762) +$$

$$(1135 \times 0{,}9988 \times 1{,}525)$$

Buradan $R_B = 682{,}4$ kg (iki arka teker için)

Düzleme dik kuvvetlerin çözümünden: $R_A + R_B = W\cos\theta$

$R_A = (1135 \times 0{,}9988) - 682{,}4 = 451$ kg (iki ön teker için)

Meyile paralel kuvvetlerin çözümünden :

Sürtünme kuvveti $F = W\sin\theta - Q + P$

$$= \left(1135 \times \frac{1}{20}\right) - 18{,}16 + 70{,}5 = 109 \text{ kg}$$

$$= \mu R_B$$

Bu nedenle arka tekerlerle yol arasındaki sürtünme katsayısı

$$\mu = \frac{F}{R_B} = \frac{109}{682{,}4} = 0{,}159$$

15) Bir plaka kendi düzlemi doğrultusunda hareket ettiği zaman, uygulanan dış kuvvetlerin cismin ağırlık merkezine göre momentleri toplamının aynı nokta etrafındaki açısal momentum değişmesine eşit olacağını isbat ediniz.

a yarıçaplı düzgün dairesel bir disk, yüzeyleri düşey konumda olmak üzere kaba yüzlü bir masa üzerinde harekete zorlanıyor.

Disk merkezinin başlangıç hızı v, ve ilk açısal hızı ω olup, diski başlama noktasına döndürecek yöndedir. Eğer $a.\omega = 5v$ ise disk başlama noktasına geldiği zaman kayma olmayacağını isbat ediniz.

ÇÖZÜM : m = diskin kütlesi olsun

O merkezi x kadar hareket ettiği zaman, $\theta =$ açısal yer değiştirme miktarı olsun.

Sürtünme kuvveti $F = \mu \, . \, m \, . \, g$

Newton'un ikinci hareket kanununa göre,

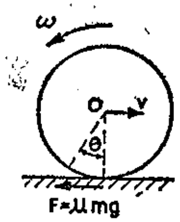
$$-\mu mg = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (1)$$

ayrıca, Döndürme momenti = Atalet momenti × açısal ivme

Buradan

$$\mu mga = \frac{ma^2}{2} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (2)$$

Başlangıçta değme noktasının hızı $= v + a\omega$



Şekil: 3.46

(1) nolu eşitliğin integralini alırsak,

$$-\mu gt + c_1 = \frac{dx}{dt}$$

$t = 0$ olduğu zaman, $\frac{dx}{dt} = v$ buradan $c_1 = v$

$$\frac{dx}{dt} = v - \mu gt \qquad (3)$$

Eşitlik (2)'nin integrali $\mu gt + c_2 = \frac{a}{2} \cdot \frac{d\theta}{dt}$

$t = 0$ iken, $\frac{d\theta}{dt} = -\omega$ ve $c_2 = -\frac{a\omega}{2}$

Buradan $\frac{a}{2} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \mu gt - \frac{a}{2}\omega \qquad (4)$

$\frac{dx}{dt} = a \cdot \frac{d\theta}{dt}$ olduğu zaman kayma sona erer ve yuvarlanma başlar.

Bu nedenle eşitlik (3) ve (4)'ten

$$\frac{dx}{dt} = v - \mu gt = 2\mu gt - a\omega$$

$$3\mu gt = v + a\omega$$

Buradan $t = \frac{v + a\omega}{3\mu g}$

Bu anda merkezin hızı,

$$\frac{dx}{dt} = v - \mu gt = v - \frac{1}{3}(v + a\omega) = \frac{2v - a\omega}{3}$$

Disk başlangıç noktasına döndüğünde kayma olmayacaksa, o zaman

$$\frac{dx}{dt} = -v \quad \text{(disk geri gideceği için)}$$

Sonuç olarak

$$\frac{dx}{dt} = -v = \frac{2v - a\omega}{3}$$

$$-3v = 2v - a\omega$$

$$a \cdot \omega = 5v$$

ve bu eşitlik, diskin başlangıç noktasına geldiği zaman kayma olmamasını sağlayan yeterli şarttır.

16) 2000 dev/dak. ile dönen bir sonsuz vida, karşılık dişlisini 100 dev/dak ile döndürerek 20 B.G. iletecektir. İki ağızlı olan sonsuz vidanın bölüm çapı 7,62 cm ve adımı 1,27 cm dir. Sonsuz vidanın itme kuvvetini, ortalama çapı 7,62 cm olan bir faturalı yatak karşılamaktadır. İki dişli arasındaki sürtünme katsayısı 0,05 tir. Girişteki B.G.'nü bulunuz.

ÇÖZÜM : R = Karşılık dişlisinin bölüm dairesi yarıçapı,

N_1 ve N_2 = Vida ve dişlisinin açısal hızı

r = Sonsuz vidanın bölüm dairesi yarıçapı olsun.

Sonsuz vida ve karşılık dişlisinin hız oranı (H.O.),

$$H.O. = \frac{N_2}{N_1} = \frac{2000}{100} = \frac{\text{karşılık dişlisinin diş sayısı (t)}}{\text{sonsuz vidanın ağız sayısı}}$$

Buradan $t = 20 \times 2 = 40$ diş

Şimdi $2\pi R = t \times \text{adım}$

Bu nedenle

$$R = \frac{40 \times 1{,}27}{2\pi} = 8{,}08 \text{ cm.}$$

Dişli çarktaki Dön. Mom.

$$= \frac{B.G. \times 4500 \times 100}{2\pi N_1}$$

$$= \frac{20 \times 4500 \times 100}{2\pi \times 100} = 1324 \text{ kg-cm.}$$

Dişlideki teğetsel kuvvet $F = \frac{T_1}{R} = \frac{14324}{8,08} = 1772,7$ kg

Fakat sonsuz vida ve faturalı yataktaki eksenel basınç = F kuvveti, bu nedenle W = 1772,7 kg.

Şimdi $\tan\theta = \frac{\text{ilerleme}}{\pi d} = \frac{2\times \text{adım}}{\pi\times 7,62} = \frac{2\times 1,27}{\pi\times 7,62} = 0,1061$

Buradan $\theta = 6°3'$

ayrıca $\tan\varnothing = \mu = 0,05$ ve $\varnothing = 2°52'$

Sonsuz vida için sürtünme momenti

$$T_2 = W.r.\tan(\theta+\varnothing) = 1772,7\times 3,81 \tan 8°55'$$
$$= 1772,7\times 3,81\times 0,1569 = 1059,7 \text{ kg-cm.}$$

Faturalı yatak için sürtünme momenti

$$T_3 = \mu . W . r_{ortalama} = 0,05\times 1772,7\times 3,81 = 337,7 \text{ kg-cm}$$

Sonsuz vidadaki gerekli toplam giriş momenti = $T = T_2 + T_3$

$$T = 1059,7 + 337,7 = 1397,4 \text{ kg-cm}$$

Bu nedenle girişteki B.G. $= \frac{2\pi\times 2000\times 1397,4}{4500\times 100} = 39$ B.G.

17) 6 ton ağırlığındaki bir kanal kapağı 250 tonluk bir normal basınca maruz kalıyor. Kapı, düşey bir vida ve buna takılmış olan ve kapının en üstüne bağlı bir somunla kaldırılmaktadır. Vida, maksimum hızı 600 dev/dak olan 50 B.G.'ündeki bir motorla çevrilmektedir. Hareket, motor mili üzerindeki konik dişliden, vida mili üzerine kamalanmış 80 dişli konik vidaya aktarılmaktadır. Vidanın bölüm çapı 12,7 cm ve adımı 2,54 cm dir. Somun içindeki vidanın sürtünme katsayısı 0,08 ve kapı ile kayıtlar arasındaki ise 0,10 dur. Yukarıdakilere ilâveten sürtünme kayıpları, elde edilebilir toplam gücün yüzde 15'i kadardır. Motor mili üzerindeki konik dişlinin maksimum diş sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM :

Toplam düşey yük W = kapının ağırlığı + μ_1 × normal basınç (yatay)

$= 6 + (0,10\times 250)$

$= 31$ ton $= 31000$ kg.

$$\tan\theta = \frac{p}{\pi d} = \frac{2,54}{12,7\pi} = 0,06366$$

buradan $\theta = 3°39'$

$\mu_2 = \tan\varnothing = 0,08$

Buradan $\varnothing = 4°34'$

$$P = W\tan(\theta+\varnothing) = 31000 \tan 8°13' = 31000\times 0,1444 \text{ kg}$$

Bu nedenle

vidadaki (ve konik dişlideki) moment $T_1 = P\times \frac{1}{2} d$

$$T_1 = \frac{31000\times 0,1444\times \frac{1}{2}\times 12,7}{100} = 284,25 \text{ kg-m}$$

Şimdi $\text{B.G.} = \frac{2\pi NT}{4500}$

Buradan yüzde 15'lik sürtünme kaybıyla beraber dişlideki moment,

$$T = \frac{4500\times \text{B.G.}}{2\pi N}\times\frac{85}{100} = \frac{4500\times 50\times 85}{2\pi\times 600\times 100} \text{ kg-m}$$
$$= 51,73 \text{ kg-m}$$

N ve N_1 motor ve vida dişlilerinin hızı; t ve t_1'de bunların diş sayısı olsun. O zaman

$$\frac{N}{N_1} = \frac{t_1}{t} \quad \ldots \text{ N rad/dak cinsinden}$$

Şimdi, çıkış dişlisinde dakikadaki iş = Giriş dişlisinde dakikada yapılan iş.

Buradan $T_1N_1 = T.N$

$$\frac{N}{N_1} = \frac{t_1}{t} = \frac{T_1}{T}$$

$$\frac{80}{t} = \frac{284,25}{51,73}$$

Sonuç olarak, pinyon dişlinin diş sayısı = t = 14,55

Buradan t = 15 diş olmalıdır.

18) Sağ ve sol vidalı bir germe tertibatı demiryolu vagonlarını bağlamak için kullanılmaktadır. Kare kesitli bu vidaların 3,81 cm lik bölüm dairesi üzerindeki adımı 1,27 cm ve tek ağızlıdır. Sürtünme katsayısını 0,1 alarak, vagonları 15,24 cm çekmek için yapılan işi bulunuz, a() 0,25 tonluk sabit bir yüke karşı, (b) Eğer yük 15,24 cm lik mesafede 0,25 den 0,75 tona kadar artarsa.

ÇÖZÜM :

(a) $\tan\theta = \dfrac{p}{\pi d} = \dfrac{1,27}{3,81\pi} = 0,1061$

$\theta = 6°3'$

$\tan\varnothing = \mu = 0,1$

$\varnothing = 5°43'$

Şimdi

$$P = W\tan(\theta+\varnothing) = 0,25\tan 11°46' = 0,25\times 0,2083 \text{ ton}$$

1. mil üzerindeki moment $= P\times\frac{1}{2}\,d = 0,25\times 0,2083\times 1,905 = 0,099$ ton-cm

Germe tertibatının sağ ve sol vidası olduğundan, her bir mil üzerindeki moment $T = 0,099$ ton-cm dir. Bu nedenle birleştirme somunu üzerindeki bağıl moment $= 2T = T_1 = 0,198$ ton-cm dir.

Birleştirme somunu 1 tur çevrildiği zaman vagonlar beraberce, $2\times$adım $= 2\times 1,27 = 2,54$ cm çekilirler, bu nedenle 15,24 cm çekmek için somun 6 tur döndürülmelidir.

Bu nedenle,

Birleştirme somunu üzerinde yapılan iş $= T_1\times 2\pi\times 6$

$= 0,198\times 2\pi\times 6$

$= 7,464$ cm-ton

(b) Eğer yük 0,25 den 0,75 tona dek düzgün olarak artarsa, o zaman ortalama yük 0,5 ton olacaktır. Buradan basit bir orantı ile,

Birleştirme somunu üzerinde yapılan iş $= 2\times 7,464$

$= 14,928$ cm-Ton

19) Bir masa mengenesinin hareketli çenesi 45,72 cm uzunluğundaki mafsallı kolun en üst noktasındad4ır. Vidalı milin ekseni mafsaldan 35,56 cm yukarıdadır. Vidanın dış çapı 2,54 cm ve parmaktaki diş sayısı 4 olup kare kesitlidir. Faturalı alın yatağının ortalama yarıçapı 3,175 cm dir. Mengene ağzında 544 kg lık bir kuvvet doğurması için vidaya 27,94 cm yarıçapta etki ettirilmesi gereken teğetsel kuvveti bulunuz. Vida ile yatak arasındaki sürtünme katsayısı 0,08 dir. Mengenenin mekanik verimi nedir?

ÇÖZÜM :

Vidanın bölüm çapı d = dış çap $-\frac{1}{2}\times$ adım

Buradan $\quad d = 2,54 - \left(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2,54}{4}\right) = 2,22$ cm

$\tan\theta = \dfrac{p}{\pi d} = \dfrac{0,635}{\pi\times 2,22} = 0,091$

ve $\quad \theta = 5°11'$

$\tan\varnothing = \mu = 0,08$ ve

$\varnothing = 4°34'$

Mengene ağzındaki 544 kg.lık yükü elde etmek için, mafsala göre moment alırsak, buradan

Vidadaki yük $W = \dfrac{45,72}{35,56}\times 544 = 699$ kg.

Vida için :

$P_1 = W\tan(\theta+\varnothing) = 699\tan 9°45' = 699\times 0,1718$ kg

Buradan

Moment $T_1 = P_1\times$bölüm yarıçapı $= 699\times 0,1718\times 1,11 = 133$ kg-cm

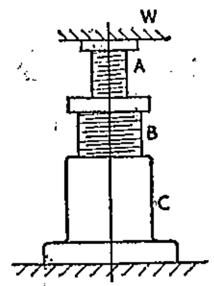
Faturalı yatak için

Moment T_2 = sürtünme kuvveti $\mu W\times$faturanın ortalama yarıçapı

$= 0,08\times 699\times 3,175$

$\cong 178$ kg-cm

Toplam moment $T = T_1 + T_2 = 311$ kg-cm.



Differansiyel Vidalı Kriko A 0,625 cm
Adım, bölüm çapı 3,175 cm. B 0,95 cm
Adım, bölüm çapı 5,71 cm
Şekil: 3.47

Bu nedenle istenilen momenti vermesi için 27,94 cm yarıçapta etkimesi gerekli teğetsel kuvvet P

$$P = \frac{311}{27,94} = 11,13 \text{ kg}$$

Eğer hiç sürtünme kuvveti olmasaydı, o zaman :

$$\text{Vidadaki moment} = T_1{}^1 = P_1{}^1 \,.\, r \,.\, \tan\theta$$

$$= 699 \times 1,11 \times 0,091$$

$$= 70,6 \text{ kg-cm}$$

27,94 cm yarıçaptaki teğetsel kuvvet $P_0 = \dfrac{70,6}{27,94} = 2,52$ kg

$$\text{Mekanik verim} = \frac{\text{sürtünmesiz teğetsel kuvvet}}{\text{sürtünmeli teğetsel kuvvet}}$$

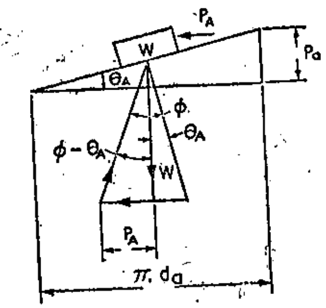
$$= \frac{P_0}{P} = \frac{2,52}{11,13}$$

$$= 0,226 \text{ veya yüzde } 22,6$$

20) Şekil 3.47'de iki ayrı vidalı bir krikonun şematik resmi görülmektedir. B parçası sabit C gövdesi içerisine vidalanıyor ve adımı 0,952 cm olan sağ helisli bir kare vidayı üzerinde taşıyor. Vidanın bölüm çapı 5,71 cm dir. B parçası içerisine vidalanarak dönmesi önlenilen A parçasının 3,175 cm lik bölüm çapı üzerinde adımı 0,635 cm olan sağ ağızlı bir kare vida bulunuyor. Her iki vida için sürtünme katsayısı 0,15 ise 454 kg.

lık bir yükü kaldırmak için B parçasına uygulanması gereken momenti bulunuz.

ÇÖZÜM : P_b ve P_a, B ve A vidalarının adımı olsun. B bir dönüş yaptığı zaman P_b kadar yükselirken A vidası B'nin içerisine P_a kadar giriyor. Buradan A vidası, dolayısı ile W ağırlığı $P_b - P_a$ kadar ilerler. A dönemez fakat yalnız eksen boyunca hareket eder.



Şekil: 3.48

B vidasını ele alalım.

$$\tan\theta_B = \frac{P_b}{\pi \,.\, d_b} = \frac{0,952}{5,71\pi} = 0,0530$$

Buradan $\quad \theta = 3°2'$

$$\mu = \tan\varnothing = 0,15$$

$$\varnothing = 8°32'$$

Bu nedenle

$$\text{B'nin momenti} = \frac{1}{2} d_b \times P_B = \frac{1}{2} d_b \times W \,.\, \tan(\theta + \varnothing)$$

ve $\quad T_B = \dfrac{1}{2} \times 5,71 \times 454 \tan 11°34' = 1296 \times 0,2047$

$$= 265 \text{ kg-cm}$$

Şekil 3.48'le ilgili olarak A vi4dasını ele alalım.

$$\tan\theta_A = \frac{P_a}{\pi\, d_a} = \frac{0,635}{3,175\pi} = 0,0636$$

$$\theta_A = 3°38'$$

Bu nedenle

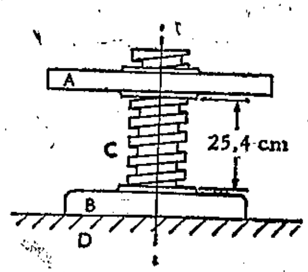
$$\text{A'daki moment} = \frac{1}{2}\, d_a \times P_A = \frac{1}{2}\, d_a \times W \tan(\varnothing - \theta_A)$$

ve $$T_A = \frac{1}{2} \times 3{,}175 \times 454 \tan 4°54' = 720{,}7 \times 0{,}0857 = 61{,}8 \text{ kg-cm}$$

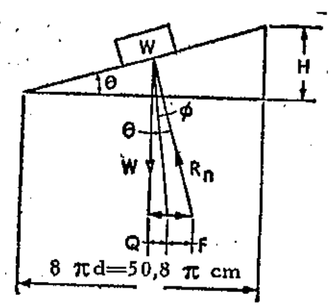
Sonuç olarak B'ye uygulanması gereken toplam Dön. Momenti

$$T_B \times T_A \cong 327 \text{ kg-cm olur.}$$

21) Şekil 3.49'daki kare dişli C vidası, D düzlemi üzerinde duran B taban tablasına rijid olarak bağlanmıştır. A diski delinip, C vidası üzerinde rahatça dönecek şekilde vida açılmıştır. Temel tablası ve vidanın ağırlığı 20,43 kg ve atalet yarıçapı 10,16 cm; A diskinin ağırlığı 15,89 kg ve atalet yarıçapı 17,78 cm dir. Sürtünme katsayısı vida dişlerinde 0,10; B tablası ile D zemini arasında 0,30 dur. Vida dişlerinin bölüm çapı 6,35 cm, adımı 3,175 cm ve taban plakasının alt yüzünün çapı 15,24 cm dir.



Şekil: 3.49



Şekil: 3.50

Eğer A, 25,4 cm düşürülürse, B tablasının ne kadar döneceğini bulunuz. A'nın B'ye çarpması anında kalıcı bir şekil değişimi olmayacağını kabul edin.

ÇÖZÜM :

d = vidanın bölüm çapı

p = vidanın adımı

$\mu = \tan\varnothing$ = vidanın sürtünme katsayısı $= 0{,}1$ ve

H = eğik düzlemin yüksekliği $= 8\,p$ olsun

$$\tan\theta = \frac{p}{\pi d} = \frac{3{,}175}{6{,}35\pi} = 0{,}1592$$

buradan $\theta = 9°3'$

$$\tan\varnothing = \mu = 0{,}1$$

$$\varnothing = 5°43'$$

A diskinin Ω_A rad/sn. lik bir açısal hızı varken buna ek olarak aşağı doğru bir v m/sn. lik bir çizgisel hızla inecektir.

$$v = \frac{\Omega_A}{2\pi} \times p = \frac{3{,}175\ \Omega_A}{2\pi} = 0{,}505\,\Omega_A \text{ cm/sn}$$

Bu v hızı vidanın bölüm yarıçapındaki (yatay düzlemdeki) teğetsel hız bileşeninden saptanabilir.

$v = \Omega_A \times \frac{1}{2}\, d$, o zaman hızın düşey bileşeni (Şekil 3.50 den) önceden bilindiği gibi,

$$v = \frac{V \cdot H}{8\pi d} = \frac{\Omega_A \times \frac{1}{2}\, d \times 8p}{8\pi d} = \frac{Q_A}{2\pi} \times p$$

Q kuvvetinin yaptığı iş = A'nın potansiyel enerjisi — sürtünmeyi yenmek için yapılan iş

$$= W \cdot H - \frac{F \cdot H}{\tan\theta}$$

$$= W \cdot H - \frac{W \cdot H}{\tan\theta}\,[\tan\theta - \tan(\theta - \varnothing)]$$

$$= \frac{W \cdot H \cdot \tan(\theta - \varnothing)}{\tan\theta}$$

Ayrıca, Q'nün yaptığı iş = A'nın toplam K.E. değişimi

$$\frac{W \cdot H \cdot \tan(\theta - \varnothing)}{\tan\theta} = \frac{W \cdot v^2}{2g} + \frac{W \cdot k_A^2 \cdot \Omega_A^2}{2g}$$

$$\frac{H \cdot \tan 3°20'}{\tan 9°3'} = \frac{v^2 + k_A{}^2\,\Omega_A{}^2}{2g}$$

$$\frac{25{,}4\times 0{,}0583}{100\times 0{,}1592}=\frac{(0{,}505\,\Omega_A)^2+316\,\Omega_A{}^2}{2\times 9{,}81}$$

$$\Omega^2=57{,}7$$

Buradan $\Omega_A=7{,}596$ rad/sn $=$ A diskinin B'ye vardığı andaki açısal hızı

Çarpma ile sona eren çizgisel momentum $=\dfrac{W\,v}{g}$

Basıncı düzgün dağılmış kabul edin ve R $=$ B'nin dış yarıçapı olsun. O zaman,

Tahrik momenti $=$ İmpuls $\times$ sürtünme katsayısı $\times$ etkin yarıçap

$$=\frac{W\,v}{g}\times\mu\times\frac{2\,R}{3}$$

Bu nedenle $\quad T=\dfrac{15{,}89\times 0{,}505\times 7{,}596}{9{,}81\times 100}\times 0{,}3\times\dfrac{15{,}24}{3\times 100}$ kg-m.sn.

$$=0{,}000947 \text{ kg-m.sn.}$$

Şimdi $\quad T=$ açısal momentum değişimi.

$\Omega_C=$ A ve B (C)'nin ortak açısal hızı,

I_A ve $I_B=$ A ve B'nin ayrı ayrı atalet momentleri olsun.

Bu nedenle $\quad T=I_A(7{,}596-\Omega_C)-I_B\,.\,\Omega_C$

$$0{,}000947=\frac{15{,}89\times 17{,}78\times 17{,}78}{9{,}81\times 10^4}(7{,}596-\Omega_C)-\frac{20{,}43\times 10{,}16\times 10{,}16}{9{,}81\times 10^4}\,\Omega_C$$

Buradan $\quad \Omega_C=5{,}349$ rad/sn.

Basıncın düzgün dağılmış kabulü ile çarpmadan sonraki etkiyen sürtünme momenti,

$$T_f=\mu_1\times \text{A ve B'nin toplam ağırlığı}\times\text{efektif yarıçap }\frac{2}{3}\,R.$$

$$=0{,}3\times(15{,}89+20{,}43)\times\frac{2}{3}\times 7{,}62=55{,}35 \text{ kg-cm}$$

$$=0{,}5535 \text{ kg-m.}$$

Çarpmadan sonra A ve B'nin elde edilebilir K.E. si

$$\text{K.E.}=\frac{1}{2}\,(I_A+I_B)\Omega_C{}^2$$

$$=\frac{1}{2\times 9{,}81}\left\{\left[15{,}89\times\frac{316}{10^4}\right]+\left[20{,}43\times\frac{103{,}22}{10^4}\right]\right\}5{,}349^2$$

$$=1{,}04 \text{ m-kg.}$$

$\beta=$ B'nin çarpmadan sonraki dönme açısı olsun, o zaman A ve B'yi durdurmak için sürtünme momentinin yaptığı iş $=$ A ve B'nin K.E. kaybı

Bu nedenle

$$T_f\,.\,\beta=\frac{1}{2}\,(I_A+I_B)\,\Omega_C{}^2$$

$$0{,}5535\,\beta=1{,}04$$

$$\beta=1{,}879 \text{ rad.}=107°39'$$

22) Merkezkaç kuvveti etkisiyle çalışan bir sürtünmeli kavramanın (Şekil 3.51) dört baskı ayağını üzerinde taşıyan bir çevirme elemanı vardır. Baskı ayakları, düz bir yayla dış çemberden uzakta tutulmakta; merkezkaç kuvveti yay kuvvetini yenince ayaklarla dış kafes arasındaki sürtünme kuvveti ile güç nakli yapılmaktadır. 30 B.G.'nü 750 dev/dak.lık bir dönme ile iletilmek isteniyor, çalışma hızının yüzde 75'i bir başlangıç hızı ile kavrama başladığına göre her bir baskı ayağının ağırlığı ne olmalıdır? Dış kafesin iç çapı 30,48 cm ve her bir ayağın ağırlık merkezi, mil ekseninden 12,7 cm dışarıdadır ve sürtünme katsayısı 0,25 dir.

ÇÖZÜM : Ağırlığı W olan ayaklardan birini ele alalım. S yay kuvveti; P merkezkaç kuvveti; F ayaktaki teğetsel sürtünme kuvveti; ve R'de dış kafesin iç yarıçapı olsun.

$N=750$ dev/dak. lık çalışma hızı olsun

O zaman $\quad \omega=\dfrac{2\pi\,N}{60}=25\pi$ rad/sn.

$r=OG$; O, kavramın merkezi ve G ayağın ağırlık merkezidir

$$P=\frac{W}{g}\,\omega^2\,.\,r$$

$$S=\frac{W}{g}\,(0{,}75\,\omega)^2\,.\,r$$

$$F=\mu\,(P-S)$$

Bir ayak üzerindeki sürtünme momenti =

$$F\,.\,R = \mu\, R\,(P - S)$$

ve Dört ayak üzerindeki sürtünme momenti =

$$4\mu\, R\,(P - S) = T$$

Ayrıca $B\,.\,G. = \dfrac{2\pi N T}{4500}$ olduğundan

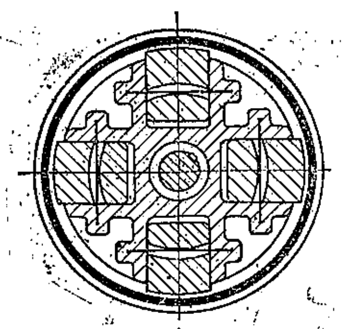
$$T = \frac{4500 \times 30}{2\pi \times 750} = 28{,}64 \text{ kg-m}$$

ve $\mu = 0{,}25$; $r = 12{,}7$ cm; $R = 15{,}25$ cm

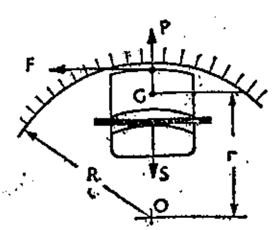
Buradan $2864 = 4\mu\, R\, \dfrac{W}{g}\, r\,(\omega^2 - 0{,}5625\,\omega^2)$

$$= \frac{4 \times 0{,}25 \times 15{,}25\, W \times 12{,}7 \times 0{,}4375 \times 625\pi^2}{981}$$

Sonuç olarak her bir ayağın ağırlığı = 5,375 kg.



Şekil: 3.51



Şekil: 3.52

23) Tek çevirme plakalı bir diskli kavramanın, diskin iki tarafındaki sürtünme yüzeyi yardımıyla, 150 B.G, nü 1250 dev/dak da iletmesi isteniliyor. Temas yüzeyinin dış çapı 30,48 cm ve sürtünme katsayısı 0,4 dür.

(a) Basıncın her yerde, 1,759 kg/cm olduğunu kabul ederek sürtünme yüzeyinin iç çapını bulunuz.

(b) Ölçülerin ve eksenel baskının aynı olduğunu kabul ederek ve düzgün aşınma olacağını varsayarak, iletilecek maksimum Dön. Momentini ve basıncın şiddetini bulunuz. Çözüme birinci prensipten başlayınız.

ÇÖZÜM : (a) Sabit basınç

$$T = \frac{B.G. \times 4500 \times 100}{2\pi N} = \frac{150 \times 4500 \times 100}{2\pi \times 1250} = 8594{,}4 \text{ kg-cm}$$

$$T = \frac{2\pi\, p\mu}{2}\,[R_1^3 - R_2^3]\ n \ldots\ n = 2$$

$$8594{,}4 = \frac{2\pi \times 1{,}759 \times 0{,}4}{3}\,(15{,}24^3 - R_2^3) \times 2$$

$$R_2 = \sqrt[3]{623{,}5} = 8{,}543 \text{ cm}$$

İstenilen iç çap = $2R_2$ = 17,08 cm.

(b) Aksiyal baskı $W = p \cdot \pi\,(R_1^2 - R_2^2)$

Buradan $W = 1{,}759\pi\,(232{,}2 - 72{,}98) = 879{,}86$ kg.

Düzgün aşınma:

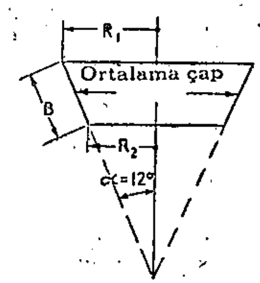
$$T = \frac{n\mu W}{2}\,(R_1 + R_2) = \frac{2 \times 0{,}4 \times 879{,}86 \times 23{,}78}{2}$$

= 8369 kg-cm = iletilebilecek en büyük döndürme momenti

$$k = \frac{W}{2\pi\,(R_1 - R_2)} = \frac{879{,}86}{2\pi \times 6{,}69} = 20{,}93$$

$p\,.\,r = k$ ve maksimum basınç P_{max} iç yarıçap R_2 dedir.

Bu nedenle $P_{max} = \dfrac{k}{R_2} = \dfrac{20{,}93}{8{,}543} = 2{,}449$ kg/cm²



Şekil: 3.53

24) Tepe açısının yarısı 12° olan ve 750 dev/dak ile dönen konik bir kavrama ile 15 Beygir-Gücü iletilecektir. Sürtünme yüzünün genişliği

ortalama yarıçapın $\frac{1}{5}$'i kadar olacak ve yüzeyler arasındaki normal basınç 0,703 kg/cm²'yi geçmeyeuektir. 0,2 lik sürtünme katsayısını hesaba katarak kavramanın esas ölçülerini ve gerekli eksenel kuvveti bulunuz. Kullanılabilecek bir formül çıkarınız.

ÇÖZÜM : Şekil 3.53'le ilgili olarak, R_1, R_2 ve $R_{ortalama}$, sırasıyla kavramanın dış, iç ve ortalama yarıçapı olsun ve B kavrama malzemesinin genişliği olsun.

O zaman $B = \frac{2}{5} R_{orta.}$

$$R_1 = R_{orta.} + \frac{1}{2} \cdot B \sin\alpha = R_{orta.} (1 + \frac{1}{5} \sin 12°)$$

$$= R_{orta} (1 + 0{,}0416)$$

$$R_2 = R_{orta.} (1 - 0{,}0416)$$

Şimdi $B.G. = \frac{2\pi N T}{4500}$

Buradan $T = \frac{4500 \times 15}{2\pi \times 750} = 14{,}32 \text{ kg-m} = 1432 \text{ kg-cm}$

Düzgün aşınmanın olduğunu varsayalım. Maksimum basınç R_2'de olacağından ve $pr = k$ olduğundan

$k = 0{,}703 \; R_2$

Toplam eksenel yük $W = \int_{R_2}^{R_1} 2\pi k \,.\, dr$

Buradan $k = \frac{W}{2\pi (R_1 - R_2)} = 0{,}703 \; R_2$

$$W = 1{,}406\pi R_2 (R_1 - R_2)$$

ve sürtünme momenti $T = \frac{\mu W (R_1 + R_2)}{2 \times \sin\alpha}$

Bu nedenle $1432 = \frac{\mu (R_1 + R_2) \, 1{,}406\pi R_2 (R_1 - R_2)}{2 \times \sin\alpha}$

$$= \frac{0{,}2 \times 2 R_{orta.} \times 1{,}406\pi \times 0{,}9584 R_{orta.} \times 0{,}0832 R_{orta.}}{2 \times 0{,}2079}$$

ve $R^3_{ort.} = 4226{,}3$ buradan $R_{ort.} = 16{,}16$ cm

$$R_1 = 1{,}0416 \times 16{,}16 = 16{,}83 \text{ cm.}$$

$$R_2 = 0{,}9584 \times 16{,}26 = 15{,}48 \text{ cm.}$$

$$D_{orta} = 32{,}32 \text{ cm}; \quad B = \frac{D_{orta.}}{5} = 6{,}464 \text{ cm.}$$

Sonuç olarak

Eksenel kuvvet $W = 1{,}406\pi \times 15{,}48 \; (16{,}83 - 15{,}48) = 92{,}30$ kg

25) Bir elektrik motoru, aynı eksendeki bir rotoru tek plakalı bir kavrama aracılığı ile çevirmektedir. Dış çapı 27,94 cm ve iç çapı 20,32 cm olan plâkanın bir çift sürtünme yüzü vardır. Plakaları birbirine bastıran toplam yay kuvveti 56,70 kg. dır. Motor endüvisi ve milinin ağırlığı 793,8 kg. ve Atalet yarıçapı 26,67 cm. dir. Rotor ağırlığı 1360 kg ve atalet yarıçapı 22,86 cm. dir.

Motor hızı 1250 dev/dak'ya çıkınca akım kesilip, kavrama aniden kavratılıyor. Motor ve rotorun son hızını ve bu hıza varmak için geçen süreyle kayma esnasındaki kinetik enerji kaybını bulunuz. Endüvi milindeki moment 5,53 kg-m de sabit tutulsaydı, kayma ne kadar sürerdi? Sürtünme katsayısı = 0,35.

ÇÖZÜM : tek plakalı kavrama için, düzgün aşınma olduğunu varsayarsak (burada n = 2)

Sürtünme momenti $T = \frac{n\mu W (R_1 + R_2)}{2}$

$$= \frac{2 \times 0{,}35 \times 56{,}7 \; (13{,}97 + 10{,}16)}{2}$$

$$= 479{,}86 \text{ kg-cm} \cong 4{,}80 \text{ kg-m}$$

Motor endüvisi için :

$$I_m = \frac{W}{g} k^2 = \frac{793{,}8}{9{,}81} \left(\frac{26{,}67}{100}\right)^2 = 5{,}75 \text{ m-kg.sn}^2$$

Rotor için

$$I_r = \frac{1360}{9{,}81} \left(\frac{22{,}86}{100}\right)^2 = 7{,}24 \text{ m-kg.sn}^2$$

Kaymadan önceki açısal momentum = Kaymadan sonraki açısal momentum.

$$I_m \Omega_m + I_r \Omega_r = (I_m + I_r)\,\Omega_c$$

$$5{,}75 \times 1250 + 0 = (5{,}75 + 7{,}24)\,\Omega_c$$

Bu nedenle kayma durduktan sonraki açısal hız,

$$\Omega_c = 553{,}3 \text{ dev/dak} = \frac{553{,}3}{60} \times 2\pi = 57{,}94 \text{ rad/sn}$$

Rotoru ele alalım :

$$\Omega_1 = 0,\ \Omega_2 = \Omega_c = 57{,}94 \text{ rad/sn}$$

Şimdi $T = I_r \,.\, \alpha_r$

$$\alpha_r = \frac{T}{I_r} = \frac{479{,}86}{7{,}24 \times 100} = 0{,}6628 \text{ rad/sn}^2$$

Ayrıca $\alpha_r = \dfrac{\Omega_c - \Omega_1}{t}$ veya $t = \dfrac{\Omega_c - \Omega_1}{\alpha_r}$ olduğundan

Kayma süresi $t = \dfrac{57{,}94 - 0}{0{,}6628} = 87{,}4$ sn.

Kavrama işleminden önceki açısal K.E. $= \dfrac{1}{2} I_m \Omega^2_m + \dfrac{1}{2} I_r \Omega_1^2$

$$= \frac{1}{2} \times 5{,}75 \left(\frac{1250}{60} \times 2\pi\right)^2 + 0$$

$$= 49262 \text{ m-kg}$$

Kavramadan sonraki açısal K.E. $= \left(\dfrac{1}{2} I_m + \dfrac{1}{2} I_r\right)\Omega^2$

$$= \frac{1}{2}\ (5{,}75 + 7{,}24)\ 57{,}94^2$$

$$= 21804 \text{ m-kg}$$

Bu nedenle

Kayma anındak K.E. kaybı = 27458 m-kg.

Sorunun ikinci kısmı için, ω_c = kayma sona erdikten sonra endüvi mili üzerinde 5,53 kg-m lik sabit bir moment varken motor mili ve endüvinin ortak açısal hızı olsun. O zaman,

Endüvi mili üzerindeki moment $T_A = 5{,}53 - 4{,}80$ kg-m

Rotor milindeki moment $T_R = 4{,}80$ kg-m

Endüvi mili göz önüne alınırsa o zaman

$$\omega_c = \Omega_m + \alpha_m \,.\, t = \Omega_m + \frac{(5{,}53 - 4{,}80)\ t}{I_m} \quad (1)$$

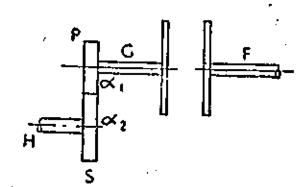
Rotor mili hesaba katılırsa o zaman

$$\omega_c = \alpha_r \,.\, t = \frac{4{,}80}{I_r} \,.\, t \quad (2)$$

Eşitlik (1) ve (2)'den

$$\Omega_m + \frac{(5{,}53 - 4{,}80)\ t}{I_m} = \frac{4{,}80}{I_r} \,.\, t \quad (3)$$

Buradan $\dfrac{1250}{60} \times 2\pi + \dfrac{0{,}73\,t}{5{,}75} = \dfrac{4{,}80\,t}{7{,}24}$.



Şekil: 3.54

ve buradan kayma süreci t = 244,2 sn.

5,53 kg-m lik sabit momentin, döndürme momenti olarak kabul edildiğine dikkat edilmelidir. Bu nedenle eğer değişik bir karşı moment olduğu düşünülse idi o zaman Eşitlik (3),

$$\Omega_m + \frac{(-5{,}53 - 4{,}80)\ t}{I_m} = \frac{4{,}80\ t}{I_r} \quad \text{olacaktı.}$$

ve eşitliğin çözümünden, t = 53,2 sn. olarak bulunacaktı.

26) Bir a mili aynı eksen üzerindeki bir G miline tek plakalı bir kavrama ile bağlanıyor. Kavrama plakasının, dış ve iç çapları sırasıyla 15,24 ve 8,89 cm olup iki çift sürtünme yüzeyi vardır. Kavramadaki toplam eksenel baskı 45,4 kg ve sürtünme katsayısı 0,35 dir. G mili, kendine paralel bir H mili üzerindeki düz dişli S ile kavratılmış olan P pinyon dişlisini

taşımaktadır. Bu üç milin (F, G ve H) üzerlerindeki kütle ile birlikte ağırlıkları ve atalet yarıçapları, sırasıyla 11,33 kg, 10,16 cm; 18,14 kg, 8,89 cm; ve 34 kg, 15,24 cm dir.

F miline uygulanan momentle, H milinin hızını 500 dev/dak dan 1500 dev/dak ya çıkarmak için geçen süreyi ve G mili ile H mili arasındaki gerekli dişli oranını bulunuz. Kavrama yüzeylerinde düzgün aşınma olduğunu varsayınız.

ÇÖZÜM : Şekil 3.54 ile ilgili olarak, T = Kavramanın sürtünme momenti; I_F, I_G ve I_H = sırasıyla F, G ve H'nin atalet momenti, α_1 = F ve G'nin açısal ivmesi, ve α_2 = H'nin açısal ivmesi olsun.

$$x = \text{dişli oranı} = \frac{\text{S'nin diş sayısı}}{\text{P'nin diş sayısı}} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

Tek plakalı kavrama için düzgün aşınma olduğunu varsayarak

$$T = n \cdot \mu \cdot W \left[\frac{R_1 + R_2}{2}\right] = 2 \times 0{,}35 \times 45{,}4 \left[\frac{7{,}62 + 4{,}45}{2}\right]$$

$$= 191{,}8 \text{ kg-cm.}$$

F mili üzerinde, Giriş momenti $T_0 = T + I_F \cdot \alpha_1$

P dişlisindeki çıkış momenti $T_p = T_0 - I_F \cdot \alpha_1 - I_G \cdot \alpha_1$

$$= T - I_G \cdot \alpha_1$$

Bu nedenle S dişlisindeki moment $T_s = x \cdot T_p$

Buradan $T_s = x\,(T - I_G \cdot \alpha_1) = T \cdot x - I_G \cdot x^2 \cdot \alpha_2$

S veya H'nin üzerinde karşı bir moment olmadığından,

$$T_s = T \cdot x - I_G \cdot x^2 \cdot \alpha_2 = I_H \cdot \alpha_2$$

ve buradan $$\alpha_2 = \frac{T \cdot x}{I_G x^2 + I_H} \qquad (1)$$

Maksimum α'yı bulmak için (1) nolu eşitliğin x'e göre türevini alıp sıfıra eşitliyelim.

$$\frac{d\alpha_2}{dx} = \frac{(I_G x^2 + I_H)\,T - T \cdot x \cdot 2x\, I_G}{(I_G x^2 + I_H)^2} = 0$$

$$I_G x^2 + I_H = 2x^2 I_G$$

Buradan $x = \sqrt{\frac{I_H}{I_G}}$

$$I_H = 34 \times 15{,}24^2 = 7896{,}7 \text{ kg-cm}^2$$

$$I_G = 18{,}14 \times 8{,}89^2 = 1433{,}6 \text{ kg-cm}^2$$

Bu nedenle $x = \sqrt{\frac{7896{,}7}{1433{,}4}} = 2{,}347$

= G ve H milleri arasındaki gerekli dişli oranı

Bu değeri eşitlik (1) de yerine koyarsak

$$\alpha_2 = \frac{191{,}8 \times 2{,}347}{\frac{1}{981}\,[\,1433{,}6 \times 2{,}347^2 + 7896{,}7\,]}$$

$$= \frac{191{,}8 \times 2{,}347 \times 981}{15793{,}6}$$

$$= 27{,}96 \text{ rad/sn}^2$$

$$\omega_1 = \frac{500}{60} \times 2\pi = \frac{50\,\pi}{3} \text{ rad/sn}$$

ve $$\omega_2 = \frac{1500}{60} \times 2\pi = 50\pi \text{ rad/sn verildiğinden}$$

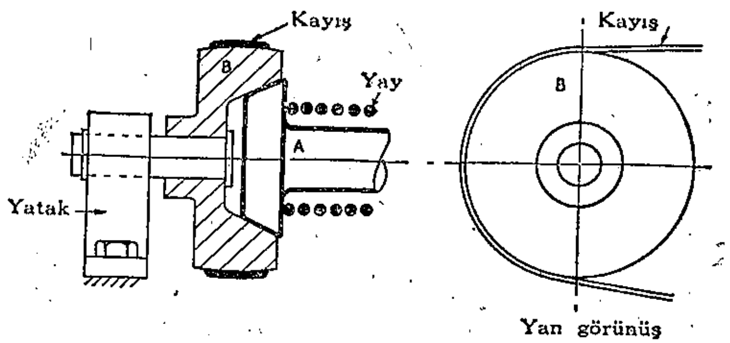
H'nin hızını 500 dev/dak. dan 1500 dev/dak. ya çıkarmak için gereklı t süresi,

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha} = \frac{50\pi - \frac{50\pi}{3}}{27{,}96} \cong 3{,}75 \text{ sn.}$$

27) Şekil 3.55 de görülen kavramalı iletim sistemindeki konik A elemanı bir elektrik motoru ile çevrilmektedir. A elemanı B elemanı üzerine 0,703 kg/cm² lik normal basınç doğuran eksenel bir yay kuvveti ile basılmaktadır. Aynı zamanda bir kasnak olan B elemanı bir kayışı çevirmektedir.

Elemanlarla ilgili değerler şöyledir :

A ELEMANI : Dış çapı 30,48 cm. den 22,86 cm. ye kadar düzgün olarak değişen bir konidir, toplam koni açısı 60° ve A ile B arasındaki sürtünme katsayısı 0,3 dür,



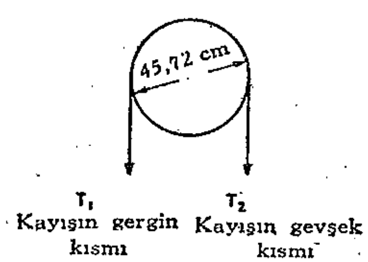
Şekil: 3.55

B ELEMANI : Efektif çapı 45,72 cm (kayış eksenine kadar), kavrama açısı 165°, kayışla kasnak arasındaki sürtünme katsayısı 0,28, kayışın 1 metresinin ağırlığı 0,952 kg ve kayışın emniyetli gerilmesi 170 kg dır.

Kavramanın A ve B elemanları arasında düzgün aşınma olacağını varsayarak ve kayıştaki merkezkaç etkisini hesaba katarak

(a) hiç kayma olmayacağına göre iletilebilecek Beygir-gücünü,

(b) gerekli eksenel yay kuvvetini bulunuz.



Şekil: 3.56

ÇÖZÜM : $p \cdot v = \text{sabit}$ veya $p \cdot r = k = 0{,}703 \times 11{,}43 = 8$

Kavramanın sürtünme momenti $= \displaystyle\int_r^R \frac{2\pi k r \mu \cdot dr}{\sin\alpha} = \frac{2\pi \mu k}{\sin\alpha}\left[\frac{r^2}{2}\right]_r^R$

Buradan $\quad M = \dfrac{\pi \mu k}{\sin\alpha}\,[r^2]_{11,43}^{15,24}$

$$= \frac{\mu \times 0{,}3 \times 8}{\sin 30°}\,[\,15{,}24^2 - 11{,}43^2\,]$$

$$= 1532{,}3 \text{ kg-cm}$$

Kayış veya kavramada kaymanın olmaması halinde

Kayıştaki moment = Kavramadaki moment

Yani $\quad (T_1 - T_2)\, 22{,}86 = 1532{,}3$

$\quad T_1 - T_2 = 67$ kg

Ayrıca $\quad T_1 = 170$ kg olduğundan

$\quad T_2 = 103$ kg

O zaman $\quad \dfrac{T_1 - \dfrac{\omega v^2}{g}}{T_2 - \dfrac{\omega v^2}{g}} = e^{\mu\theta}$

Buradan $\quad \dfrac{170 - \dfrac{0{,}952}{9{,}81}\cdot v^2}{103 - \dfrac{0{,}952}{9{,}81}\, v^2} = e^{\frac{0{,}28 \times 165\,\pi}{180}} = e^{0{,}8063} = 2{,}24$

$$170 - 0{,}097\, v^2 = 2{,}24\,(103 - 0{,}097\, v^2)$$

$$v^2 = 504{,}8$$

$$v = 22{,}47 \text{ m/sn.}$$

Sonuç olarak $\quad B.G. = \dfrac{(T_1 - T_2)\, v}{75} = \dfrac{67 \times 22{,}47}{75} = 20{,}0 \qquad$ (a)

ve yay kuvveti $\quad W = 2\pi k\,(R - r)$

$\quad = 2\pi \times 8\,(15{,}24 - 11{,}43)$

$\quad = 192$ kg $\qquad$ (b)

28) 250 dev/dak ile dönen bir mildeki güç, efektif çapı (ip merkezinden — merkezine) 167,64 cm olan bir kasnağın üzerindeki kanalda çalışan 10 iple iletilmektedir. Kanal açısı 50° ve ipin kasnak üzerindeki temas yayı 180° dir. Her ipteki müsade edilebilir maksimum yük 90,71 kg ve ipin bir metresinin ağırlığı 0,565 kg dır.

İple kasnak arasındaki sürtünme katsayısı 0,3 ise, yukarıdaki şartlar altında kaç Beygir-Gücü iletilebilir.

ÇÖZÜM : $T_1 = 90{,}71$ kg, $\quad v = \Omega\, r = \dfrac{250}{60} \times 2\pi \times \dfrac{167{,}64}{2 \times 100}$

$$= 21{,}94 \text{ m/sn.}$$

$$T_c = \frac{wv^2}{g} = \frac{0{,}565 \times (21{,}94)^2}{9{,}81} = = 27{,}72 \text{ kg}$$

$$e^{\frac{\mu\theta}{\sin\alpha}} = e^{\frac{0{,}3\pi}{\sin 25^\circ}} = e^{\frac{0{,}3\pi}{0{,}4226}} = e^{2{,}23} = 9{,}3$$

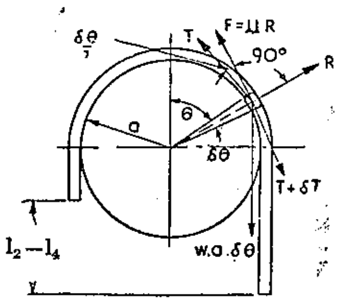
Şimdi
$$\frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} = e^{\frac{\mu\theta}{\sin\alpha}}$$

Buradan
$$\frac{90{,}71 - 27{,}72}{T_2 - 27{,}72} = 9{,}3$$

Sonuç olarak $\quad T_2 = 34{,}5$ kg.

n = ip sayısı olsun = 10

$$\text{B.G.} = \frac{n\,(T_1 - T_2)\,v}{75} = \frac{10\,(90{,}71 - 34{,}5)\,21{,}94}{75} = 164{,}4$$



Şekil 3 57

29) Ağır bir kayış, yarıçapı a olan bir kasnak üzerinde durmakta ve L_1 ve L_2 uzunluğundaki uçları da düşey olarak sarkmaktadır. Kaymanın başlayacağı anda,

$$L_2 = L_1 \,.\, e^{\mu\pi} + \frac{2a\mu}{1+\mu^2}\,(1 + e^{\mu\pi}\,) \text{ olduğunu kanıtlayınız.}$$

ÇÖZÜM : Şekil 3.57 ile ilgili olarak, w = kayışın birim boyunun ağırlığı olsun. Ağırlığı $w.a.\delta\theta$ olan bir kayış elemanını göz önüne alalım.

R normal tepki, T gevşek taraftaki gerilme; $T + \delta T$ gergin taraftaki gerilme, ve $F = \mu R$, R'ye dik sürtünme kuvveti olsun.

R doğrultusundaki kuvvetlerin çözümünden,

$$R = T \,.\, \frac{\delta\theta}{2} + (T + \delta T)\,\frac{\delta\theta}{2} + w\,.\,a\,.\,\delta\theta\,.\cos\theta \qquad (1)$$

F doğrultusundaki (R'ye dik) kuvvetlerin çözümünden,

$$\mu R + T\cos\frac{\delta\theta}{2} = (T + \delta T)\cos\frac{\delta\theta}{2} + w\,.\,a\,.\,\delta\theta\,.\sin\theta \qquad (2)$$

Buradan

$$R = T\cdot d\theta + w\,.\,a\,.\cos\theta\, d\theta \quad \text{ve} \quad \mu R = dT + w\,.\,a\,.\sin\theta\cdot d\theta$$

$$\mu R = \mu\,.\,T\,.\,d\theta + \mu w\,.\,a\cos\theta\, d\theta = dT + w\,.\,a\,.\sin\theta\,.\,d\theta$$

ve
$$\frac{dT}{d\theta} - \mu T = w\,.\,a\,(\mu\cos\theta - \sin\theta) \qquad (3)$$

Eğer $T\,.\,e^{-\mu\theta}$ 'nın θ'ya göre türevini alırsak

$$\frac{d(T e^{-\mu\theta})}{d\theta} = -\mu T e^{-\mu\theta} + e^{-\mu\theta}\,.\,\frac{dT}{d\theta} = e^{-\mu\theta}\left(\frac{dT}{d\theta} - \mu T\right)$$

Bu nedenle eşitlik (3)'ün iki tarafını $e^{-\mu\theta}$ ile çarpıp θ'ya göre integralini alırsak

$$Te^{-\mu\theta} = w\,.\,a\mu \int e^{-\mu\theta}\cos\theta\,.\,d\theta - w\cdot a\int e^{-\mu\theta}\sin\theta\,.\,d\theta + k \qquad (4)$$

O zaman

$$\int e^{-\mu\theta}\sin\theta\,.\,d\theta = -\frac{1}{\mu}e^{-\mu\theta}\sin\theta + \frac{1}{\mu}\int e^{-\mu\theta}\cos\theta\,.\,d\theta$$

$$= -\frac{1}{\mu}e^{-\mu\theta}\sin\theta + \frac{1}{\mu}\left[-\frac{1}{\mu}e^{-\mu\theta}\cos\theta - \frac{1}{\mu}\int e^{-\mu\theta}\sin\theta\cdot d\theta\right]$$

Buradan $\displaystyle\int e^{-\mu\theta}\sin\theta\,.\,d\theta = -\frac{e^{-\mu\theta}}{1+\mu^2}\,(\cos\theta + \mu\sin\theta)$

Buna ek olarak, $\displaystyle\int e^{-\mu\theta}\cos\theta\,.\,d\theta = \frac{e^{-\mu\theta}}{1+\mu^2}(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

Eşitlik (4)'ten

$$T\,e^{-\mu\theta} = \frac{w\,a\,\mu\,e^{-\mu\theta}}{1+\mu^2}(\mu \sin\theta - \mu^2\cos\theta) + \frac{w\,a\,e^{-\mu\theta}}{1+\mu^2}(\cos\theta + \mu\sin\theta) + k$$

$$= \frac{w\,a\,e^{-\mu\theta}}{1+\mu^2}(2\mu\sin\theta - \mu^2\cos\theta + \cos\theta) + k \qquad (5)$$

$\theta = +90°$ olduğu zaman, $T = w\,.\,L_1$ dir. O zaman eşitlik (5) den

$$w\,.\,L_1\,e^{\frac{\mu\pi}{2}} = \frac{2\mu\,w\,a\,e^{-\frac{\mu\pi}{2}}}{1+\mu^2} + wL_1\,e^{\frac{\mu\pi}{2}} + \frac{2\mu\,w\,a\,e^{\frac{\mu\pi}{2}}}{1+\mu^2}$$

Buradan $L_2 = \dfrac{2\,a\mu}{1+\mu^2} + L_1 e^{\mu\pi} + \dfrac{2\,a\,\mu\,a\,e^{\mu\pi}}{1+\mu^2}$

$$= L_1\,.\,e^{\mu\pi} + \frac{2\,a\mu}{1+\mu^2}\,(1+e^{\mu\pi})$$

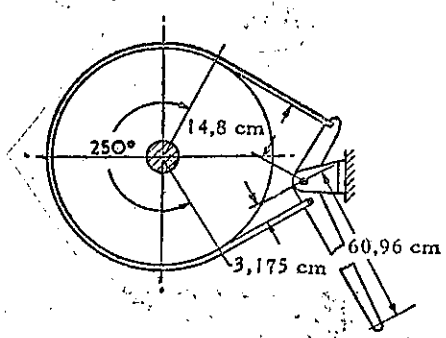
30) Şekil 3.58 de görülen el-freni bir duvar vincinde kullanılmaktadır. Fren makarasının çapı 60,96 cm, kaldırma makarasının ki ise 40,64 cm olup; 408,2 kg taşımaktadır. Eğer fren bandının sürtünme katsayısı 0,3 ise, bu yükü tutması için, 60,96 cm uzunluğundaki kol üzerine uygulanacak en az kuvveti bulunuz.

ÇÖZÜM : İlk olarak gerilme oranlarını bulalım. (Şekil 3.59)

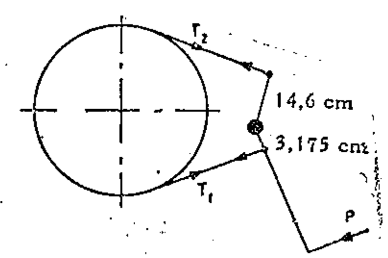
T_1 = gergin taraftaki çekilme,

T_2 = gevşek taraftaki gerilme ve

P = 60,96 cm. lik kol üzerine 90° lik açı altında etkiyen en az kuvvet olsun.



Şekil: 3.58



Şekil: 3.59

O zaman $\dfrac{T_1}{T_2} = e^{\mu\theta} = e^{0,3} \times \dfrac{250}{180} \times \pi = e^{1,309} = 3,703$

Şimdi r = kaldırma makarasının yarıçapı = 20,32 cm

R = fren makarasının yarıçapı = 30,48 cm

W = kaldırma makarasındaki yük = 408,2 kg. olsun.

O zaman $W\,.\,r = (T_1 - T_2)\,R = 2,703\,T_2\,R$

$$T_2 = \frac{408,2 \times 20,32}{2,703 \times 30,48} = 100,67 \text{ kg.}$$

$$T_1 = 3,703 \times 100,67 = 372,80 \text{ kg.}$$

mafsal miline göre moment alırsak

$$P \times 60,96 = (100,67 \times 14,6) - (372,80 \times 3,175) = 286$$

Buradan $P = 4,70$ kg.

31) Liman kenarından rüzgâr ve dalgayla sürüklenen bir Geminin hareketi, iskele babasına 3 defa sarılmış bir iple geciktirilmektedir. 4000 ton ağırlığındaki aracın hızı 0,10 m/sn'ye ulaştığı zaman ipin serbest ucuna 36,28 kg. lık bir çekme kuvveti uygulanıyor .10 sn. sonra kayma başlıyor. İpin elastik olarak uzadığını kabul edersek, baba ile araç arasındaki uzama miktarını ve kayma anındaki araç hızını bulunuz. (İple baba arasındaki sürtünme katsayısı $\mu = 0,25$)

ÇÖZÜM :

T_1 = ipin gergin tarafındaki kuvvet olsun

T_2 = gevşek taraftaki kuvvet = 36,28 kg

O zaman $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{T_1}{36,28} = e^{\mu\theta} = e^{0,25 \times 6\,\pi} = e^{4,713} = 111,4$

Buradan $T_1 = 4041,6$ kg.

u ve v aracın ilk ve son hızı; s = ipteki uzama ve t = 10 sn = uzama süresi olsun.

Şimdi $S = \dfrac{(u+v)\,t}{2} = (0,10+v)\,\dfrac{10}{2} = 5\,(0,10+v)$ m.

T_1 gerginliği kayma anında 0 kg'dan 4041,6 kg'a kadar düzgün olarak artacaktır.

Bu nedenle ipteki gittikçe artan gerilme kuvvetinin yaptığı iş = aracın çizgisel K.E. değişimi.

Yani, $\frac{1}{2}T_1 S = \frac{W}{2g}(v^2 - u^2)$

$$\frac{(4041,6+0)\,5}{2}(0,10+v) = -\frac{4000\times 1000}{2\times 9,81}(v^2 - 0,01)$$

$$10104\,(0,10+v) = -203873,6\,(v^2 - 0,01)$$

$$v^2 + 0,0496\,v - 0,005 = 0$$

Buradan

$$v = \frac{-0,0496 \pm \sqrt{0,0025+0,02}}{2} = \frac{-0,0496 \pm 0,15}{2}$$

$$= 0,0502 \text{ m/sn.}$$

gerilme $s = 5\,(0,10+v) = 5\,(0,10+0,0502)$

$$= 75 \text{ cm.}$$

32) Şekil 3.60'da bir kayışla iletim sistemi görülmektedir. A mili üstündeki kasnak 30,48 cm çapında ve 750 dev/dak ile dönüyor. Çevrilen kasnak 92,96 cm çapında ve A ile B'nin merkezleri arasındaki yatay mesafe 121,92 cm dir. Merkezi C olan gergi kasnağının çapı 30,48 cm ve kol uzunluğu 45,72 cm dir. Gergi kasnağının ağırlığı 5,67 kg ve kol ağırlığı 6,8 kg ve ağırlık merkezi A'dan 20,32 cm uzaklıkta dır. 10,16 cm genişliğinde ve 0,635 cm kalınlığındaki kayışın birim boyunun ağırlığı 0,624 kg/m dir. Kayış ve kasnak arasındaki sürtünme katsayısı 0,26 ve kayıştaki müsaade edilen maksimum gerilme 22,49 kg/cm² olduğuna göre

(a) sistemin ileteceği en büyük gücü,

(b) bu şartlar altında AC koluna uygulanacak momenti bulunuz.

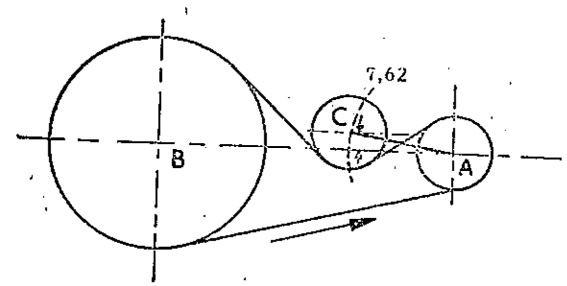
Grafik çözüm kısmen kabul edilecektir ve kayışın kalınlığı geometrik amaçlar nedeniyle ihmal edilebilir.

ÇÖZÜM : A kasnağı üzerindeki sarılma açısı küçük olduğundan, kayma ilk olarak A kasnağında olacaktır.

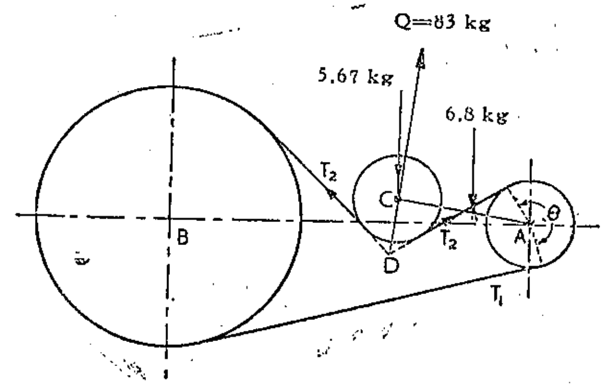
Kayışın çizgisel hızı $v = \Omega r = \frac{750}{60}\times 2\pi \times \frac{15,24}{100} = 11,97$ m/sn

$$T_c = \frac{w\,v^2}{g} = \frac{0,624\times(11,97)^2}{9,81} = 9,11 \text{ kg}$$

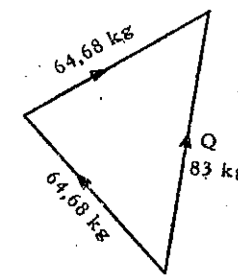
Şimdi $\frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} = e^{\mu\theta}$ (1)



Şekil: 3.60



Şekil: 3.60 A



Şekil: 3.60 B

T_1 = müsaade edilen gerginlik × kayışın kesit alanı
$= 22,49\times 10,16\times 0,635 = 145$ kg.

Şekil 3.60 A'dan $\theta = 197° = 3,438$ radyan

(1) nolu eşitlikte yerine koyarsak

$$\frac{145 - 9,11}{T_2 - 9,11} = e^{0,26\times 3,438} = e^{0,8993} = 2,445$$

Buradan $T_2 = 9{,}11 + \frac{135{,}89}{2{,}445} = 64{,}68$ kg

(a) Sistemin nakledeceği en büyük güç,

$$B.G. = \frac{(T_1 - T_2) \cdot v}{75} = \frac{(145 - 64{,}68)\ 11{,}97}{75} = 12{,}82 \text{ B.G.}$$

(b) Şekil 3.60 A ile ilgili olarak, C germe kasnağında, kayıştaki iki gerginlikten her biri.

$T_2 = 64{,}68$ kg dır.

Buradan Şekil 3.60 B'deki gibi $Q = 83$ kg büyüklüğünde ve yönünde bir bileşke kuvveti veren vektör diagramı çizilebilir. Q kuvveti $2T_2$ gerginliğinin kesiştiği D noktasından geçer. AC üzerinde etkiyen diğer kuvvetler, (1) AC kolunun ağırlığı = 6,8 kg, (2) C germe kasnağının ağırlığı = 5,67 kg. dır.

A'ya göre moment alıp, 83 kg, 6,8 kg ve 5,67 kg. lık kuvvetlerin etkin kollarının boylarını ölçersek,

$$\text{AC'deki Dön. Mom} = (83 \times 45{,}46) - (6{,}8 \times 20) - (5{,}67 \times 44{,}7)$$
$$= 3383{,}7 \text{ kg-cm saat yönünde}$$

Bu nedenle denge şartı için AC kolu üzerinde, saatin ters yönünde 3383,7 kg-cm lik bir moment gereklidir.

33) Bir kasnak, sarma açısı 120° olan düz bir kayışla çevrilmektedir. Kayış 10,16 cm genişliğinde, 0,635 cm kalınlığında ve 0,00097 kg/cm³ ağırlığındadır. Eğer sürtünme katsayısı 0,3 ve kayıştaki maksimum gerginlik 14 kg/cm² yi geçemiyecekse, kayışın iletebileceği maksimum Beygir-Gücünü ve buna uygun kayış hızını bulunuz.

ÇÖZÜM : Emniyetli germe kuvveti

T_1 = emniyetli gerilme × kesit alanı
$= 14 \times 10{,}16 \times 0{,}635 = 90{,}3$ kg.

İletilecek maksimum B.G. için

$$T_c = \frac{1}{3} T_1$$

bu nedenle $T_c = \frac{w v^2}{g} = \frac{90{,}3}{3}$

$$\frac{10{,}16 \times 0{,}635 \times 1 \times 0{,}00097\, v^2}{981} = 30{,}10$$

ve maksimum B.G. için hız $v = 21{,}72$ m/sn

Şimdi $\frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} = e^{\mu\theta}$

$$\frac{90{,}3 - 30{,}10}{T_2 - 30{,}10} = e^{0{,}3 \times \frac{120}{180}\pi} = e^{0{,}6283} = 1{,}874$$

Buradan $T_2 - 30{,}10 = \frac{60{,}20}{1{,}874}$

$T_2 = 62{,}2$ kg

$$\text{Maksimum B.G.} = \frac{(T_1 - T_2)\ v}{75} = \frac{(90{,}3 - 62{,}2)\ 21{,}72}{75} = 8{,}14$$

34) Bir iple iletim sisteminin, 2440 dev/dak ile dönen bir milden güç nakletmesi istenmektedir. Karşı momentteki değişmeler ve ipteki dalgalanmalar nedeniyle her bir ipteki müsaade edilen maksimum yük $136 + \frac{9072}{v^2}$ olacaktır. Burada v = m/sn cinsinden ip hızı (4,57 m/sn'den yukarı hızlar için). İpin 1 metresinin ağırlığı 1,19 kg, maksimum kavrama açısı 180°, toplam kanal açısı 60° ve ip ve kasnak için sürtünme katsayısı 0,3 dür. Merkezkaç etkisini dikkate alarak, (a) tam kayma noktasında en büyük B.G. nü ileten her bir ipin çizgisel hızını, (b) Çeviren kasnağın ip merkezleri arasındaki efektif çapını ve 195 B.G. nü iletmek için gerekli ip sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM :

$$T_1 = 136 + \frac{9072}{v^2} \text{ kg.,} \quad T_c = \frac{w v^2}{g} = \frac{1{,}19\, v^2}{9{,}81} \text{ kg}$$

O zaman $\frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} = e^{\frac{\mu\theta}{\sin\alpha}}$, $\alpha = 30°$, $\theta = 180° = \pi$

Buradan
$$\frac{136 + \frac{9072}{v^2} - \frac{1{,}19}{9{,}81} v^2}{T_2 - \frac{1{,}19}{9{,}81} v^2} = e^{\frac{0{,}3\pi}{0{,}5}} = e^{0{,}6\pi} = 6{,}586$$

$$T_2 = 20{,}65 + \frac{1377{,}46}{v^2} + 0{,}103\,v^2 \text{ kg.}$$

Şimdi $\quad B.G. = \dfrac{(T_1 - T_2)\,v}{75}$

$$= \frac{1}{75}\left(136\,v + \frac{9072}{v} - 20{,}65\,v - \frac{1377{,}46}{v} - 0{,}103\,v^3\right) \qquad (1)$$

Maksimum B.G. nü bulmak için (1) nolu eşitliğin v'ye göre türevini alıp sıfıra eşitleyelim.

$$\frac{d(B.G.)}{dv} = \frac{1}{75}\left(115{,}4 + \frac{7695}{v^2} - 0{,}309\,v^2\right) = 0$$

Buradan $\quad 115{,}4\,v^2 + 7695 - 0{,}309\,v^4 = 0$

$v^4 - 373{,}4\,v^2 - 24903 = 0$ ve $x = v^2$ olsun

O zaman $\quad x^2 - 373{,}4\,x - 24903 = 0$

Buradan $\quad x = \dfrac{373{,}4 \pm \sqrt{(373{,}4)^2 + 99612}}{2} = \dfrac{373{,}4 \pm 489}{2}$

$$= 431 = v^2$$

Bu nedenle maksimum B.G. için çizgisel hız $v = \sqrt{431} = 20{,}76$ m/sn

O zaman $\quad T_1 = 136 + \dfrac{9072}{431} = 157$ kg.

$$T_2 = 20{,}65 + \frac{1377{,}46}{431} + (0{,}103 \times 431) = 68{,}2 \text{ kg}$$

Buradan her ip için B.G. $= \dfrac{v}{75}\,(T_1 - T_2) = \dfrac{20{,}76}{75}\,(157 - 68{,}2) = 24{,}58$

ve 195 B.G. için ip sayısı $= \dfrac{195}{24{,}58} = 8$ ip

Şimdi $\quad N = 240$ dev/dak.

$$\Omega = \frac{240}{60} \times 2\pi = 8\pi \text{ rad/sn.}$$

Fakat $\quad v = \Omega \, . \, r$ olduğundan

$$r = \frac{v}{\Omega} = \frac{20{,}76}{8\pi} = 0{,}826 \text{ m.}$$

ve çeviren kasnağın efektif çapı $= 1{,}652$ m. dir.

35) Düşey konumlu ve kısa mesafeli bir iple-iletim sisteminin, efektif çapı 114,3 cm olan bir kasnaktan güç nakli yapması istenmektedir. İpin 1 metresinin ağırlığı 1,19 kg, kanal açısı 50°, sarma açısı 170° ve sürtünme katsayısı 0,3 dür.

(a) Her bir ipteki başlangıç veya statik gerilme 90,7 kg olduğuna göre, her bir ipin ileteceği maksimum B.G. nedir? Bu anda yük ve ipin çizgisel hızı ne olur?

(b) Eğer her bir ipteki müsaade edilebilir yük 163,29 kg ve bunun hepsi de maksimum B.G. için tam olarak kullanılırsa, ipteki başlangıç gerilmesi ne olur?

İplerde Hook kanunu uygulanabilir.

ÇÖZÜM :

(a) $\quad e^{\frac{\mu\theta}{\sin\alpha}} = e^{0{,}3 \times \frac{170\pi}{180} \times \frac{1}{\sin 25°}} = e^{\frac{5{,}1\pi}{18 \times 0{,}4226}}$

$$= e^{2{,}106} = 8{,}215$$

$$\frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} = e^{\frac{\mu\theta}{\sin\alpha}} = 8{,}215$$

Buradan

$$\frac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} + 1 = \frac{T_1 + T_2 - 2T_c}{T_2 - T_c} = 8{,}215 + 1 = 9{,}215$$

ve $\quad \dfrac{T_1 - T_c}{T_2 - T_c} - 1 = \dfrac{T_1 - T_2}{T_2 - T_c} = 8{,}215 - 1 = 7{,}215$

Bu nedenle $\quad \dfrac{T_1 + T_2 - 2T_c}{T_1 - T_2} = \dfrac{9{,}215}{7{,}215} = 1{,}277 \qquad (1)$

Şimdi $\quad$ Beygir-gücü $\; P = \dfrac{(T_1 - T_2)\,v}{75}$

Bu nedenle $\quad T_1 - T_2 = \dfrac{75\,p}{v}$

Ayrıca $\quad T_0 = \dfrac{1}{2}\,(T_1 + T_2)$ olduğundan

$$T_1+T_2=2T_0 \quad \text{olur.}$$

Eşitlik (1) de yerine konulursa,

$$\frac{(2T_0-2T_c)\,v}{75\,P}=1,277$$

Buradan
$$P=\frac{v\,(T_0-T_c)}{47,88}=\frac{\left(T_0\,v-\frac{wv^3}{g}\right)}{47,88} \qquad (2)$$

$$T_c=\frac{wv^2}{g}$$

Maksimum beygir-gücü için (2) nolu eşitliğin v'ye göre türevini alıp sıfıra eşitleyelim. Ayrıca $T_0=$ sabit ve 90,7 kg. verildiğinden,

$$\frac{dP}{dv}=\frac{1}{47,88}\left(T_0-\frac{3wv^2}{g}\right)=0$$

Bu nedenle
$$T_c=\frac{1}{3}\,T_0=\frac{90,7}{3}\ \text{kg}=\frac{wv^2}{g}$$

w = 1,19 kg/m olarak verildiğinden

$$v=\sqrt{\frac{g\,.\,T_c}{w}}=\sqrt{\frac{9,81\times30,23}{1,19}}=15,78\ \text{m/sn}$$

Buradan Maksimum B.G. için çizgisel hız 15,78 m/sn dir.

Maksimum P kuvveti için eşitlik (2)'de yerine koyarsak, o zaman

Maksimum B.G. (bir ip için) $P_{max}=\frac{15,78\,(90,7-30,23)}{47,88}$

$$=19,93$$

Şimdi
$$T_1-T_2=\frac{75\,P}{v}=\frac{75\times19,93}{15,78}=94,7\ \text{kg.}$$

$$T_1+T_2=2T_0=2\times90,7=181,4\ \text{kg.}$$

Bu iki eşitlikten ipteki maksimum yük (veya gerginlik)

$T_1=138,00$ kg. ve

minimum yük $T_2=43,40$ kg. olarak bulunur.

(b) Burada $T_1=163,29$ kg. ve maksimum B.G. için

$$T_c=\frac{1}{3}\,T_1=54,43\ \text{kg. dır.}$$

Tekrar
$$\frac{T_1-T_c}{T_2-T_c}=e^{\frac{\mu\theta}{\sin\alpha}}$$

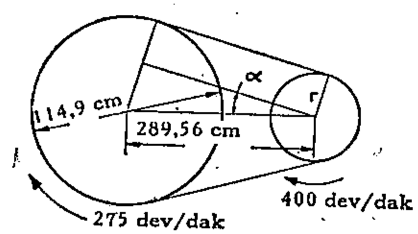
Buradan
$$\frac{163,29-54,43}{T_2-54,43}=8,215$$

$$T_2=67,68\ \text{kg.}$$

Bu nedenle gerekli olan ilk gerilme,

$$T_0=\frac{1}{2}\,(T_1+T_2)=\frac{1}{2}\,(163,29+67,68)=115,8\ \text{kg.}$$

36) Eksen açıklığı 289,56 cm. olan iki mil arasında güç nakli için kullanılan kayışın kalınlığı, 0,635 cm ve genişliği 8,89 cm dir. Çeviren mil üzerindeki kasnak çapı 114,9 cm ve 275 dev/dak ile dönüyor.



Şekil: 3.61

çevrilen milin 400 dev/dak. ile dönmesi gerekiyor. Kayışın maksimum gerilme kuvveti 1 cm genişlik için 12,5 kg. ve kayışla kasnak arasındaki sürtünme katsayısı 0,25 dir.

Kayıştaki başlangıç gerilmesi 74,84 kg ile 86 kg arasında ise kayışın iletebileceği maksimum B.G.'nü bulunuz. Merkezkaç etkisi ihmal edilebilir.

ÇÖZÜM : Şekil 3.61 ile ilgili olarak, çevrilen kasnağın yarıçapını bulmak için,

$$r=\frac{275}{400}\times114,90\times\frac{1}{2}$$
$$=39,5\ \text{cm}$$

$$\sin\alpha = \frac{57{,}45 - 39{,}5}{289{,}56} = 0{,}06199$$

Buradan $\alpha = 3°33'$

Bu nedenle ilk kaymanın olacağı küçük kasnağın en küçük sarma açısı

$$\theta = 180° - 2\alpha = 172°54' = 172{,}9°$$

$$e^{\mu\theta} = e^{0{,}25\times\frac{172{,}9}{180}\pi} = e^{0{,}7544} = 2{,}126$$

Müsaade edilebilir maksimum gerilme kuvveti

$$T_1 = 12{,}5 \times 8{,}89 = 111 \text{ kg}$$

Şimdi başlangıç gerilmesi $T_0 = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ (1)

Fakat $T_2 = T_1 e^{-\mu\theta} = \frac{T_1}{2{,}126} = 0{,}4704\, T_1$

$$T_0 = \frac{1}{2} T_1 (1 + 0{,}4704) = 0{,}7352\, T_1 \qquad (2)$$

$$\text{Beygir-Gücü } P = \frac{(T_1 - T_2)\,v}{75} = \frac{0{,}5296\, T_1 \cdot v}{75}$$

Ayrıca $v = \Omega \cdot r = \frac{400}{60} \times \frac{2\pi \times 39{,}5}{100} = 16{,}55$ m/sn

Bu nedenle $P = \frac{0{,}5296\, T_1 \times 16{,}55}{75} = 0{,}117\, T_1$ (3)

İlâveten $P = \frac{0{,}117}{0{,}7352} T_0 = 0{,}159\, T_0$ (4)

Eşitlik (4) kaymaya bağlı sınırlamayı dikkate alan ve kayıştaki fazla yüklemeyi ihmal eden birinci durum için geçerlidir. Şimdi bu olasılığı dikkate almayan fakat maksimum yüklemeyi dikkate alan ikinci durumu gözönüne alalım.

T_1'in maksimum değeri $= 111$ kg.

$$T_0 = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$$

Buradan $T_2 = 2T_0 - T_1$

$$P = \frac{(T_1 - T_2)\,v}{75} = \frac{(2T_1 - 2T_0)\,v}{75}$$

$$= \frac{2\,(111 - T_0)\,16{,}55}{75} = 49 - 0{,}4413\, T_0 \qquad (5)$$

Eşitlik (4) ve (5) çin şekil 3.62 deki grafik çizilebilir.

Eşitlik (4) için,

$T_0 = 74{,}84$ kg iken $P = 11{,}90$

$T_0 = 86$ kg iken $P = 13{,}67$

Eşitlik (5) için,

$T_0 = 74{,}84$ kg iken $P = 15{,}97$

$T_0 = 86$ kg iken $P = 11{,}04$

Grafikten de görülebileceği gibi maksimum B.G. için muhtemelen iki cevap vardır.

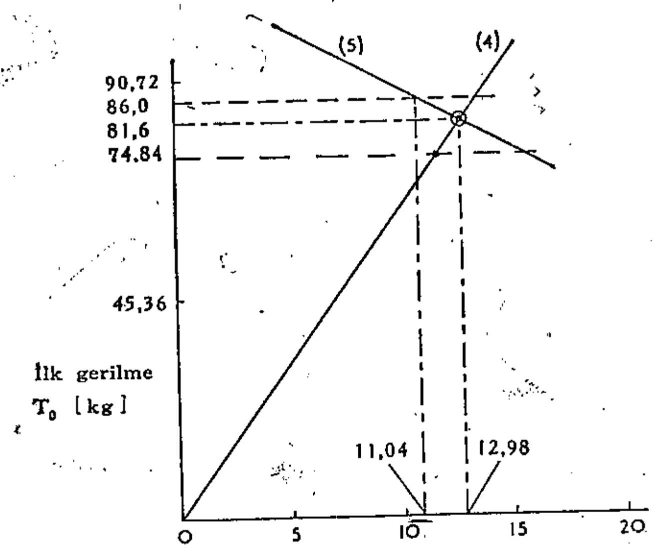
İlk olarak (5) nolu eşitliğin grafiğini incelersek,

$P = 49 - 0{,}1975\, T_0$ eşitliğinde ilk gerginlik $T_0 = 74{,}84$ kg kabul edilirse iletilebilecek maksimum Beygir-Gücü $P = 15{,}97$

Alternatif olarak, T_0, 74,84 kg ile 86 kg arasında ise iki grafiğin kesiştiği noktayı göz önüne alırsak, yani eşitlik (4) = eşitlik (5) ise o zaman $0{,}159\, T_0 = 49 - 0{,}4413\, T_0$. Buradan $T_0 = 81{,}6$ kg ve iletilebilecek maksimum B.G. $P = 12{,}98$ dir.

İletilen gerçek maksimum B.G. T_0'ın kontroluna bağlı olacaktır. T_0, 81,6 gibi gerçek bir değere varırsa maksimum B.G. $= 12{,}98$ olur. Fakat eğer T_0 gerçekten kontrol edilemez ve 74,84 kg ile 86 kg arasında değişirse; B.G. 12,98 ile 11,04 arasında olacaktır. Bu nedenle iletilebilecek maksimum gerçek B.G. $= 11{,}04$ dir.

37) Şekil 3.63 bir transmisyon dinamometresinin esas özelliklerini gösteriyor. A, çeviren kasnak olup 500 dev/dak ile dönüyor. B ve C ara kasnakları D'de mafsallanmış yatay bir çubuğa bağlanmışlardır. Durma anında çubuğun tamamı bu noktada dengeleniyor. E çevrilen kasnak olup bütün kasnaklar arasındaki kayış parçaları düşey konumdadır. A, B ve C'nin her biri 30,48 cm. çapındadır ve kayışın ağırlığı ve genişliği ihmal edilebilir. DF = 76,2 cm olduğuna göre,



Şekil: 3.62

(a) 5 B.G. nakledilirken kolun yatay konumda olması için W ağırlığının değerini bulunuz.

(b) Kayış A üzerinde tam kaymaya başlayacağı anda W'nin değerini bulunuz. $\mu = 0{,}2$ ve kayıştaki maksimum gerilme kuvveti 113,4 kg-dır.

ÇÖZÜM : Şekil 3.63 ve 3.64'e bakınız.

(a) T_1 = A makarası üzerindeki kayışın, gergin tarafındaki gerilme kuvveti

T_2 = Aynı kayışın gevşek tarafındaki gerilme kuvveti olsun.

O zaman; C'de $2T_1$ ve B'de $2T_2$ değerinde yukarı doğru kuvvetler olacaktır. D pimine göre moment alınırsa,

$$W \cdot DF = 2T_1 \cdot DC - 2T_2 \cdot BD$$

Buradan $76{,}2\,W = 60{,}96\,T_1 - 60{,}96\,T_2$ (1)

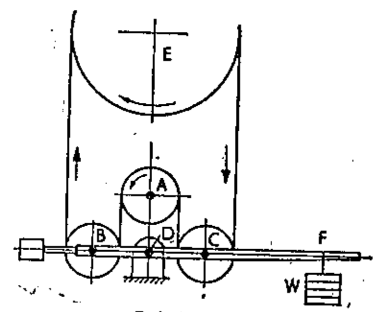
$$BD = DC = 30{,}48 \text{ cm}$$

$$\text{Beygir Gücü} = \frac{(T_1 - T_2)\,v}{75}$$

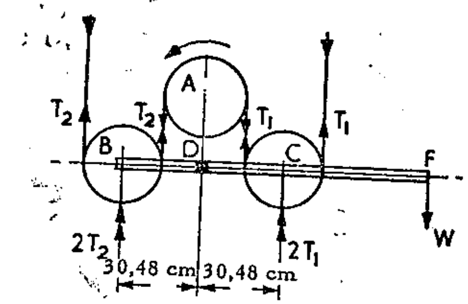
$$v = \Omega \cdot r = \frac{500}{60} \times 2\pi \times \frac{15{,}24}{100} = 2{,}54\pi \text{ m/sn}$$

Bu nedenle $5 = \dfrac{(T_1 - T_2)\,v}{75} = \dfrac{1{,}25\,W \times 2{,}54\pi}{75}$

Sonuç olarak $W = 37{,}6$ kg.



Şekil: 3.63



Şekil: 3.64

(b) $\dfrac{T_1}{T_2} = e^{\mu\theta}$ Burada $T_1 = 113{,}4$ kg, $\mu = 0{,}2$, $\theta = \pi$ rad

Bu nedenle $\dfrac{113{,}4}{T_2} = e^{0{,}2\pi} = e^{0{,}6283} = 1{,}874$

ve $T_2 = \dfrac{113{,}4}{1{,}874} = 60{,}5$ kg.

gene eşitlik (1) den

$$76{,}2\,W = 60{,}96\,T_1 - 60{,}96\,T_2$$

$$= 60{,}96 \times 113{,}4 - 60{,}96 \times 60{,}5 = 3224{,}8$$

Sonuç olarak $W = 42{,}32$ kg

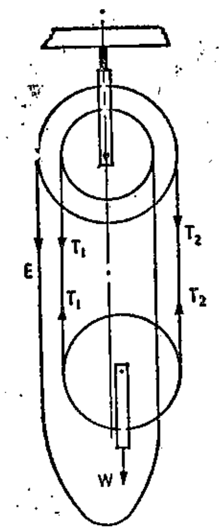
38) Bir kaldırma makinesının verimi yüzde 50'den az ise kaldırılan yükün aşağı kaçmayacağını müzakere ediniz.

Bir Weston diferansiyel blok'unun (palanganın) üst parçasının üzerinde zincir yuvaları bulunan 2 kasnağı vardır. Kasnakların efektif çapları sırasıyla D ve d dir. Alt blokun veya tutma tertibatının sürtünmesi ihmal edilirse; üst blok mili çapının, yükün aşağı kaçmasını önlemek için $\frac{1}{2}(D-d)$ cosec ∅'den küçük olamıyacağını gösteriniz. Burada ∅ sürtünme açısıdır.

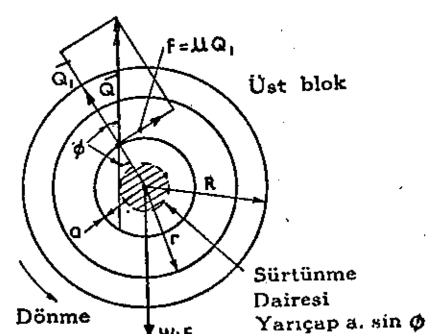
Ayrıca, mil bu çapta ise mekanik avantajının $(D+d)/2(D-d)$ ve verimin $(D+d)$ $4D$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM : Kaldırıcı üzerindeki W yükünü yükseltmek için gerekli kuvvet E olsun. E kuvveti kalktığı zaman, sürtünme kuvveti F, W yükünün geri kaçmasını önleyemiyorsa, makina yükü kaçırıyor denir.

W yükü E kuvveti ile kaldırılırken, E ve W aynı zaman aralığında ayrı ayrı x ve y kadar hareket etmiş olsunlar.



Şekil: 3.65



Şekil: 3.66

Şimdi, verilen enerji $= E \cdot y$ ve alınan enerji $= W \cdot x$, buradan, sürtünmede kaybedilen enerji $= E \cdot y - W \cdot x$

Eğer E kuvveti, kaldırıldığında W yükü geri kaçarsa makina tamir edilecektir ve bu andaki enerji kaybı $W \cdot x$ olacaktır. Eğer her iki durumda da sürtünmeden doğan enerji kaybının, aynı olduğunu kabul edersek yani, (a) W yükünü kaldırırken, (b) E kuvveti kaldırıldığı anda yük geri kaçarken,

$$W \cdot x = E \cdot y - W \cdot x$$

Buradan $\quad \dfrac{W \cdot x}{E \cdot y} = \dfrac{1}{2}$

Fakat $\quad \dfrac{W \cdot x}{E \cdot y} = \dfrac{\text{Verilen enerji}}{\text{Alınan enerji}} = \text{Mekanik verim}$

Bu nedenle verim $\frac{1}{2}$ den veya yüzde 50'den az ise palanga işi geri kaçırmayacaktır.

Yukarıda E kuvvetini W ile karşılaştırırsak çok küçüktür ve E kalkınca F'nin değeri pek değişmez.

Şekil 3.65 ve 3.66'da $R = \frac{1}{2}$ D = Büyük kasnağın yarıçapı, $r = \frac{1}{2}$ d = küçük kasnağın yarıçapı, a = üst blok milinin yarıçapı, T_1 ve T_2 = zincirdeki gerginlikler, Q_1 = mildeki normal tepki, $F = \mu \cdot Q_1$ = mildeki sürtünme kuvveti, Q = F ve Q_1 in bileşke tepkisi

Sürtünme momenti $= Q \cdot a \sin \varnothing$

Milin β açısı kadar döndüğünü kabul edelim. O zaman F; $a \cdot \beta$ mesafesine etkirken E aşağı doğru $R \cdot \beta$ kadar iner. Bu arada W yükü yükselir, T_1 aşağı doğru $r \cdot \beta$ kadar iner ve T_2 yukarı doğru $R \cdot \beta$ kadar kalkar. Sistemin hiç ivmesi olmadığını farzedip, aşağıdaki kasnağın ağırlığı da ihmal edilirse o zaman $T_1 + T_2 = W$, üstelik $T_1 = T_2$ ve buradan $T_1 = T_2 = \frac{1}{2}$ W. İş ilkesinden,

E'nin yaptığı iş = W'yi kaldırmak için yapılan iş + sürtünmeyi yenmek için yapılan iş.

$$E \cdot R \cdot \beta = T_2 \cdot R \cdot \beta - T_1 \cdot r \cdot \beta + Q \cdot \beta \cdot a \sin \varnothing \qquad (1)$$

Burada $\quad Q = W + E$ ve $a \sin \varnothing$ = sürtünme dairesinin yarıçapı

Bu nedenle $\quad E \cdot R = \frac{1}{2} W (R - r) + (W + E)\, a \sin \varnothing \qquad (2)$

Geri kaçmanın sınırlayıcı koşulları için, E sıfır olmalı ve sürtünme tersine dönmelidir. Bu nedenle eşitlik (2) den,

$$0 = -\frac{1}{2} W (R - r) + W a \sin \varnothing$$

$$a \sin \varnothing = \frac{1}{2}\,(R-r)$$

$$\text{Mil çapı} = 2a = \frac{1}{2}\,(D-d)\ \mathrm{cosec}\,\varnothing$$

a'nın bu değerini eşitlik (2) de yerine koyarsak

$$E \cdot R = \frac{1}{2}\,W\,(R-r) + (W+E)\,\frac{1}{2}\,(R-r)$$

$$E = \frac{W}{R}\,(R-r) + \frac{E}{2R}\,(R-r)$$

$$= \frac{W}{R}\,(R-r) \div \frac{R+r}{2R} = \frac{2W(R-r)}{R+r} = \frac{2W(D-d)}{D+d} \qquad (3)$$

O zaman, mekanik avantaj (M.A.),

$$\frac{\text{Yük } W}{\text{Kuvvet } E} = \frac{D+d}{2(D-d)}$$

$$\text{Verim} = \frac{\text{alınan enerji}}{\text{verilen enerji}}$$

Bu nedenle eşitlik (2) ve (3) ten

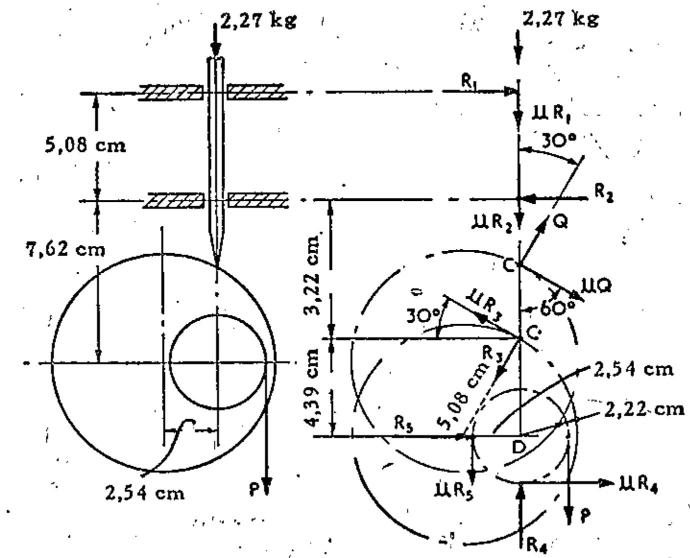
$$\text{Verim} = \frac{\frac{1}{2}\,W(R-)\beta}{E\,R\,\beta} = \frac{1}{2}W(R-r) \div \frac{2W\,R(R-r)}{R+r}$$

$$= \frac{R+r}{4R} = \frac{D+d}{4D}$$

39) Şekil 3.67 de görülen dairesel kamın çapı 10,16 cm ve eksen kaçıklığı 2,54 cm dir. Takip ucunun hareket doğrultusu kam mili merkezinden geçiyor. Kam takip çubuğu şekilde görüldüğü gibi kayıtlar arasında hareket etmekte ve üst ucunda 2,26 kg. lık bir eksenel yük taşımaktadır. Kam mili 4,44 cm çapında olup iki tarafından yataklanmıştır. Yataklar dahil bütün sürtünen yüzeylerdeki sürtünme katsayısı 0,1 dir. Kam, kam mili ve takip çubuğunun ağırlığını ihmal ediniz. Kam görüldüğü konumda iken, takip çubuğunu kaldırmak için kam miline sarılmış olan ipin ucuna uygulanması gereken P kuvvetini grafik olarak veya başka bir yoldan bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 3.68'e bakarsak takip çubuğunu dengede tutan kuvvetler :

(i) 2,26 kg. lık eksenel yük, (ii) yatay tepki R_1 ve R_2, (iii) düşey sürtünme kuvveti $\mu . R_1$ ve $\mu . R_2$, (iv) kam ve takip ucu arasındaki (C'deki) normal kuvvet Q ve (v) Q'ye dik olan sürtünme kuvveti $\mu . Q$ dür.



Şekil: 3.67 Şekil: 3.68

Şekil 3.67 ve 3.68'in geometrisinden Q düşeyle 30° lik bir açı yapar. Her zaman $\mu = 0{,}1$.

Düşey kuvvetleri çözersek,

$$Q \cos 30° = 2{,}26 + 0{,}1\,(R_1 + R_2) + 0{,}1\,Q \sin 30°$$

Buradan $\quad 0{,}816\,Q = 2{,}26 + 0{,}1\,(R_1 + R_2) \qquad (1)$

Yatay kuvvetlerin çözümünden

$$R_2 = R_1 + Q\,(\sin 30° + \mu \cos 30°)$$

Buradan $\quad 0{,}5866\,Q = R_2 - R_1 \qquad (2)$

C'ye göre moment alırsak (kam ile takip ucunun değme noktası)

$$8{,}3\,R_1 = 3{,}22\,R_2 \qquad (3)$$

Eşitlik (1), (2) ve (3)'ün çözümünden $Q = 3{,}17$ kg. Şimdi kamı dengede tutan kuvvetleri ele alalım. Bunlar (i) normal (radyal) kuvvet (ii) sürtünme kuvveti μR_3, (iii) kam mili ile yatak arasındaki R_5 ve R_4 tepkisi, (iv) sürtünme kuvvetleri μR_5 ve μR_4, (v) yükü kaldırmak için gerekli P kuvveti.

Düşey kuvvetleri çözersek,

$$P + \mu R_5 + R_3 \cos 30° = R_4 + \mu R_3 \sin 30°$$

Buradan $P = R_4 - 0{,}1\,R_5 - 0{,}816\,R_3$ (4)

Yatay kuvvetlerin çözümünden,

$$R_3 \sin 30° + \mu R_3 \cos 30° = R_5 + \mu R_4$$

Buradan $0{,}5866\,R_3 = R_5 + 0{,}1\,R_4$ (5)

Kam milinin D merkezine göre moment alırsak,

$$P \times 2{,}22 = 2{,}22\,\mu\,(R_4 + R_5) + R_3\,(4{,}39 \sin 30° + \mu \times 4{,}39 \cos 30°)$$

Buradan $2{,}22\,P = 0{,}222\,(R_4 + R_5) + 2{,}57\,R_3$ (6)

(4), (5) ve (6) nolu denklemlerin çözümünden,

$P \cong 4{,}70$ kg. olarak bulunur.

Bu problemin çözümünün iki kademede yapıldığına dikkat edilmelidir. Birinci kademede, takip ucunu dengede tutan kuvvetler, ikinci kademede de kamı dengede tutan kuvvetler dikkate alındı.

40) Bir planya tezgâhının tablası, bölüm çapı 4,445 cm ve adımı 1,27 cm olan tek ağızlı bir kare vida ile 0,1524m/sn hızla hareket ettirilmektedir. Eksenel baskılar, sürtünmesi ihmal edilebilen bilyeli alın yatakları ile karşılanıyor. Tabla ile yataklar arasındaki ve vidalardaki sürtünme katsayısı 0,15, tabla ağırlığı 181,436 kg ve kesici kaleme bağlı kuvvet 27,2 kg. ise vidaya uygulanması gerekli beygir gücünü bulunuz.

Cevap : 0,290 B.G.

41) Tek ağızlı bir vidanın bölüm çapı 5,84 cm ve adımı 1,27 cm dir. Vidanın kesiti trapez olup uç açısı 29° dir. Eğer sürtünme katsayısı 0,05 ise, (a) 3,048 tonluk bir eksenel kuvveti yenmek için gerekli momenti, ve (b) dişlerdeki verimi bulunuz ve kullanabileceğiniz bir formül çıkarınız.

Cevap : (a) 10,77 kg-m, (b) yüzde 57,2

42) Bir germe tertibatı 36,576 m uzunluğundaki ve kesit alanı 51,6 mm^2 olan ve iki ucu demirlenmiş olan bir tel halatı germek için kullanılıyor. Germe parçasının, her birinin adımı 0,635 cm ve bölüm çapı 2,22 cm olan tek ağızlı ve kare kesitli sağ ve sol vidası vardır. Somunla vida dişleri arasındaki sürtünme katsayısı 0,5 dir.

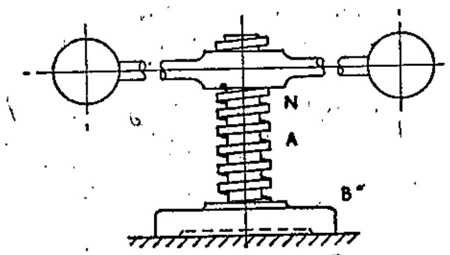
Eğer germe tertibatı, iplerde 181,4 kg. lık yükleme meydana getirecek şekilde ayarlandıysa, germe vidasını bir tur çevirerek iplerdeki gerginliği artırmak için yapılan işi bulunuz. Bu işin ne kadarı sürtünmeden dolayı kaybolur?

Tel halat için E'yi $1{,}4 \times 10^6$ kg/cm^2 olarak alınız.

Cevap : 10,48 m-kg; 6,58 m-kg

43) Şekil 3.69 daki kare dişli A vidası, yatay bir C düzlemi üzerinde bulunan silindirik temel plakası B'ye rijit olarak bağlanmıştır. N somununa bağlanmış ağırlıklı kol, vida üzerinde serbest olarak dönebiliyor.

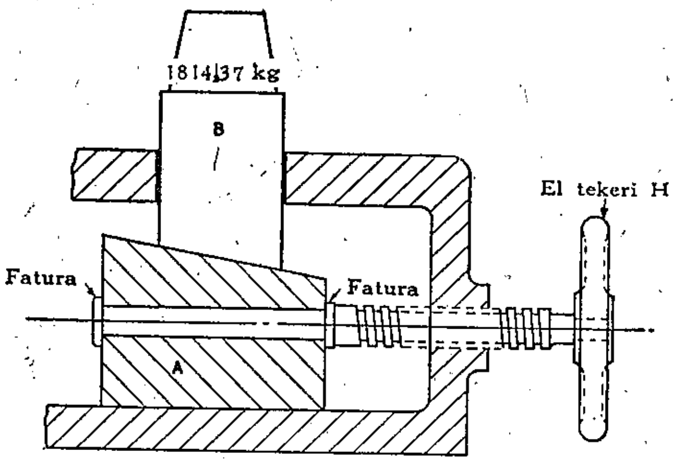
Vida ve temel plakasının ağırlığı 22,68 kg ve jirasyon yarıçapı 11,43 cm dir. B'nin alt yüzeyinin ortalama temas yarıçapı 15,24 cm dir. N somunu ve buna bağlı kolun ağırlığı 16,33 kg ve atalet yarı çapı 20,32 cm



Şekil: 3.69

dir. Vidanın bölüm çapı 6,35 cm, adımı 3,175 cm olup B plakası ile C yüzeyi arasındaki sürtünme katsayısı 0,35 dir. Somun ile vida arasındaki sürtünme ihmal edilebilir.

Somun ve kola, tabandan 22,86 cm yukarıda iken 60 dev/dak lık bir dönme verilirse,



Şekil: 3.70

(a) Kol ve somunun tabana varmadan hemen önceki açısal hızını

(b) Somun ve kolun tabana çarptıktan hemen sonraki açısal hızını, somunda geri sıçrama olmadığına göre,

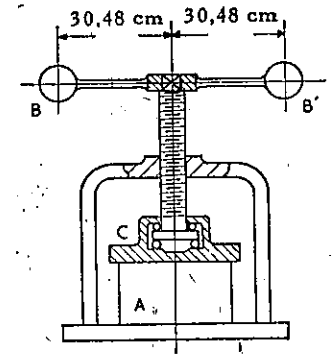
(c) Durmadan önce temel tablasının döneceği açıyı bulunuz.

Cevap : (a) 116,2 dev/dak, (b) 80 dev/dak, (c) 96°

44) Şekil 3.70 deki H eltekerine uygulanan bir moment kare dişli vidaya hareket veriyor ve bu da A kama blok'unun soldan-sağa hareketine sebep oluyor. Kamanın bu hareketi, üzerinde 1814,37 kg. lık yük taşıyan B blok'unu yükseltiyor. Kama açısı 15°, iki blok arasındaki $\mu = 0,15$, blokla yatağı arasındaki $\mu = 0,15$, vida dişleri arasındaki $\mu = 0,15$ ve iki ağızlı kare vidanın dış çapı 2,857 cm ve parmaktaki diş sayısı 4 olduğuna göre, uygulanan bu momentin değerini bulunuz. Yataklardaki sürtünmeyi yenmek için gerekli olan momenti ihmal ediniz.

Cevap : 4,564 kg-m.

45) Şekil 3.71 de görülen vidalı pres, 1 cm lik sıkıştırma için 9,82 kg. lık bir kuvveti gerektiren elastik A maddesini sıkıştırmak için kullanılıyor. Kol üzerinde bulunan ve her birinin ağırlığı 14,97 kg olan B ve B' küreleri mil ekseninden 30,48 cm uzaktaki noktasal kütle olarak



Şekil: 3.71

kabul edilebilirler. Kol ve vidanın ataleti ve ağırlığı ihmal edilebilir. Bölüm çapı 4,45 cm olan kare vidanın ilerlemesi 1,9 cm ve sürtünme katsayısı 0,08 dir. Bilyeli alın yatağının sürtünmesi ihmal edilebilir. C pleytinin ağırlığı 9 kg. dır. A cismi 10,16 cm sıkıştırılmak istenmektedir. Dışarıdan ilave olarak hiç bir enerji temin edilmediğine göre, sıkıştırma başlangıcında kürelerin sahip olması gereken açısal hızı bulunuz.

Cevap : 51,76 dev/dak.

46) Düşey konumda bulunan ve dış çapı 8,57 cm ve adımı 1,9 cm olan kare vida 1814,37 kg.lık bir yükü tutuyor. Vida, somun gibi etkiyen bir karşılık dişlisinden geçmektedir. Düşey vidanın eksenel baskısı; dış çapı 30,48 cm, ve iç çapı 10,16 cm olan faturalı alın yatağı ile giderilmektedir. Karşılık dişlisi, iki ağızlı bir sonsuz vida ile birlikte çalışıyor ve karşılık dişlisinin mekanik verimi yüzde 40 dır. Sürtünme katsayısı düşey vida için 0,15 alın yatağı için 0,21 dir. Alın yatağındaki basıncın düzgün dağıldığını kabul ederek yükün kaldırılması için sonsuz vidaya uygulanacak momentin değerini bulunuz. Alın yataklarında kullanılan sürtünme momenti formülünü çıkarınız.

Cevap : 3,62 kg-m.

47) Ön ve arka dingil arası 304,8 cm olan bir arabanın ağırlık merkezi yerden 91,44 cm yukarıda ve arka dingilden 121,92 cm öndedir. Yer ile tekerler arasındaki tutunma katsayısı 0,4 olup 4 tane diskli fren vardır. Araba, $\sin^{-1} 0,1$ açılı bir meyilden yukarı tırmanırken, patinaj

yapmadan maksimum fren kuvveti sağlanırsa, ön ve arka tekerlerdeki fren kuvveti oranını bulunuz ve araç 40,23 km/saat hızla giderken frenle birlikte güç kesilirse araç ne kadar sürüklenir?

Cevap : $\dfrac{\text{Ön frenleme kuvveti}}{\text{Arka frenleme kuvveti}} = \dfrac{13}{12}$

Dört frenin hepsi uygulandığında, sürüklenme mesafesi = 12,74 m.

48) Biri sağ vidalı diğeri sol vidalı iki çubuğu bağlamak için kullanılan germe tertibatı; bir ara somunundan ibarettir. Her iki vidanın parmaktaki diş sayısı 7, bölüm çapı 2,39 cm ve diş açısı 55° dir. Çubukların dönmeyeceğini kabul ederek, 4 tonluk bir çekme yapması için somuna uygulanacak momenti bulunuz. Sürtünme katsayısı $\mu = 0{,}17$ dir. Eğer formül kullanırsanız kanıt gösteriniz.

Cevap : 23,56 kg-m.

49) Bir diskli kavrama ikinci plakaya yay kuvveti ile bastırılan bilezik şeklindeki plakalardan oluşuyor. Sürtünme yüzeyinin iç çapı 7,62 cm ve sürtünme katsayısı 0,3 dür. Yüzeyler arasındaki basınç her yerde aynı olup 0,844 kg/cm² değerindedir. Kavrama 2000 dev/dak.lık bir hızla 15 B.G.'nü ileteceğine göre, (a) kavrama plakasının dış çapını, (b) yay kuvvetini bulunuz.

Cevap : (a) 20,50 cm, (b) 240,85 kg.

50) Konik bir kavrama ile iletilebilecek gücün,

$$\frac{2\mu W}{3 \cdot \sin \alpha}\left(\frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}\right)$$

olduğunu kanıtlayınız. Burada W; eksenel yük, α; yarım koni açısı, ve r_1 r_2 de yarıçaptır.

Konik bir kavramanın yarıçapı 12,7 cm ve 15,24 cm. ve $\alpha = 20°$ dir. Eğer sürtünme katsayısı 0,25 ve elde edilebilir normal basınç 1,406 kg/cm² ise (a) gerekli eksenel yükü, ve (b) 1000 dev/dak. da iletilebilecek B.G.'nü bulunuz.

Cevap : (a) 313,4 kg. (b) 44,0 B.G.

51) Beş tonluk bir eksenel yük, iç çapı 25,4 cm ve dış çapı 40,64 cm olan bir faturalı alın yatağı ile karşılanmaktadır. Baskı yüzeyindeki

sürtünme katsayısı 0,02 ve yüzeydeki yersel aşınma miktarı, basınç ve sürtünme hızı ile orantılı olduğuna göre, 120 dev/dak. da sürtünmenin çektiği B.G.'nü bulunuz. Kullanılan bütün eşitlikleri çıkarınız.

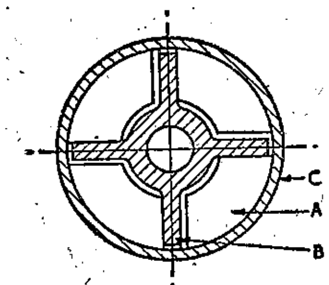
Cevap : 2,76 B.G.

52) Çapı 38,1 cm ve ağırlığı 9 kg olan yatay bir A diski, düşey ekseni etrafında sürtünmesiz olarak 1000 dev/dak ile döndürülüyor. Dış çapı 25,4 cm, iç çapı 15,24 cm ve ağırlığı 5,44 kg olan ve kalınlığı her yerde aynı olan bir B bileziği aynı eksende ve A'nın üst tarafında hareketsiz duruyor.

Eğer B bileziği A üzerine bırakılırsa, (a) kayma durduğu anda A ve B'nin hızını, ve (b) bu ana kadar geçen süreyi bulunuz. $\mu = 0{,}075$ ve A ve B diski arasındaki normal basıncın her yerde aynı olduğunu kabul ediniz.

Cevap : (a) 734 dev/dak. (b) 11.04 sn.

53) Çok plakalı bir sürtünmeli kavramanın 18 B.G.'nü 1200 dev/dak. hızla iletmesi isteniyor. Plakalar bir çelik, bir bronz olarak sıralan-



Şekil: 3.72

mıştır. Sürtünme katsayısı 0,1 ve eksenel yay kuvveti 181,4 kg dır. Eğer plakaların dış ve iç çapları 20,32 cm ve 10,16 cm ise gerekli olan plaka sayısını bulunuz. Aşınmanın düzgün olduğunu kabul ediniz.

Cevap : 5 tanesi çeviren mille dönen, 4 tanesi de çevrilen milde bulunan toplam 9 plaka.

54) Bir motor dönen bir makaraya sürtünmeli bir kavrama ile bağlanıyor. Kavramanın, iki yüzünden sürtünme bileziğine temas eden tek bir plakası vardır. Bileziklerin içe ve dış çapları sırası ile 22,86 ve

30,48 cm. sürtünme katsayısı 0,3 ve disk üzerindeki eksenel yük 136 kg dır. Motor, 41,47 kg-m lik sabit bir moment sağlıyor ve ataleti de; Jirasyon yarıçapı 30,48 cm ve ağırlığı 22,68 kg olan bir volanınkine eşittir. Makaranın ağırlığı 54,43 kg, atalet yarıçapı 38,1 cm ve sürtünmeyi yenmek için gerekli moment 0,69 kg-m dir.

Motor 500 dev/dak ile dönerken kavrama, duran makara ile kavratılırsa sürtünme sona erdiğinde makara hızını ve kayma süresini bulunuz. Ayrıca makara hızının 500 dev/dak. ya varması için geçen toplam zamanı bulunuz.

Cevap : 143,8 dev/dak.; 1,188 sn.; 12,19 sn.

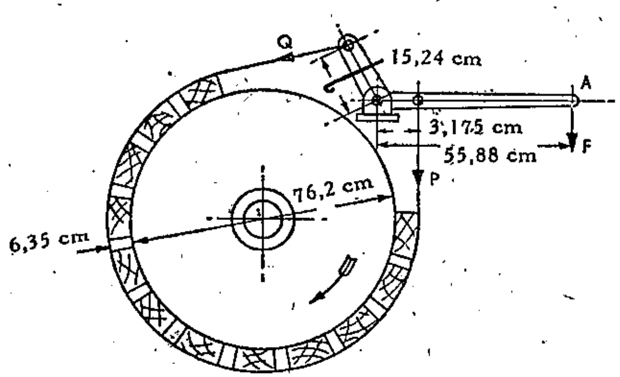
55) Merkezkaç etkili, sürtünmeli bir kavramanın, dönen B kısmı içinde radyal olarak hareket eden ve kavramanın çevrilen kısmını teşkil eden C kasnağı ile temasta olan dört tane blok'u (A) vardır. Şekil 3.72 döndürme anında blokların ağırlık merkezi mil merkezinden 12,7 cm mesafededir ve kasnağın iç çapı 30,48 cm dir. Blok'la kasnak arasındaki sürtünme katsayısı 0,15 olarak alınabilir. Kavramanın 15 B.G. nü 600 dev/dak da iletebilmesi için her bir blokun ağırlığını bulunuz.

Cevap : 3,97 kg.

56) Şekil 3.73 de görülen bantlı bir fren sisteminde band, her biri merkezle 15° lik açı yapan 12 bloku çevrelemektedir. Fren çalışmakta iken fren bandında oluşan en büyük ve en küçük gerilme P ve Q ise,

$$\frac{P}{Q} = \left(\frac{1+\mu \tan 7\frac{1}{2}^\circ}{1-\mu \tan 7\frac{1}{2}^\circ}\right)^{12}$$

olduğunu gösteriniz. Burada μ bloklardaki sürtünme katsayısıdır.

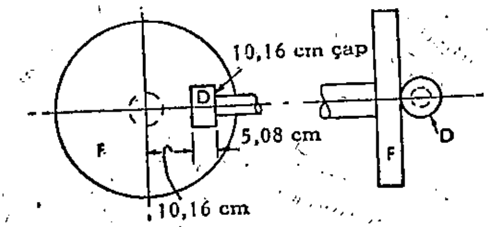


Şekil: 3.73

Gösterilen kaldıraç tertibatı ile, frenin 240 dev/dak daki 300 B.G. nü massetmesi için A'ya uygulanacak minimum kuvveti bulunuz. $\mu = 0,4$ olarak alınız.

Cevap : 56,7 kg.

57) Şekil 3.74 bir sürtünmeli iletim sistemini göstermektedir D makarası çeviren, F diski de çevrilen elemanlardır. Basınç, temas çizgisi boyunca aynı ve sürtünme katsayısı sabit kabul edilmektedir.



Şekil: 3.74

(a) Kuvvet nakledilmezken D'nin F'ye göre hız oranı 2,55:1 olduğunu gösteriniz.

(b) Güç naklinde hız oranı 3:1 ise verimin maksimum olduğunu kanıtlayınız.

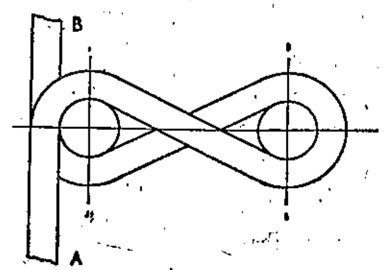
(c) (b) koşulu için verimi bulunuz.

Cevap : 83,33

58) 1,27 cm çapındaki bir ip, çapları 2,54 cm. ve merkez açıklığı 15,24 cm olan 2 askı çivisi üzerinden Şekil 3.75 te görüldüğü gibi geçmektedir. Sürtünme katsayısı 0,4 ise, A'daki 1 ton yükü tutmak için B'ye uygulanması gereken kuvveti bulunuz.

Cevap : 54,88 kg.

59) Bir elektrikli vinçte, çeviren motorun, sarma makarasının 20 misli bir hızla dönmesi için dişli donanımı yapılıyor. Makaranın efektif çapı 45,72 cm dir. Motor miline 45,72 cm çapında bir fren makarası takılıyor. Fren bandının toplam temas yayı 240° dir. Motor ve fren makarasının ataleti 4,21 kg-m² ve sarma makarasınınki 2,1 kg-m² dir. 2 tonluk bir ağırlık, vinçle 45,72 m/dak hızla indiriliyor. Frenle fren bandı arasındaki sürtünme katsayısı 0,5 dir.



Şekil: 3.75

Frenin inen 4yükü 30,48 cm mesafe içinde durdurması için fren bandının uçlarına yapılacak çekme kuvvetini bulunuz.

Cevap : $T_1 = 305{,}8$ kg. $T_2 = 37{,}65$ kg.

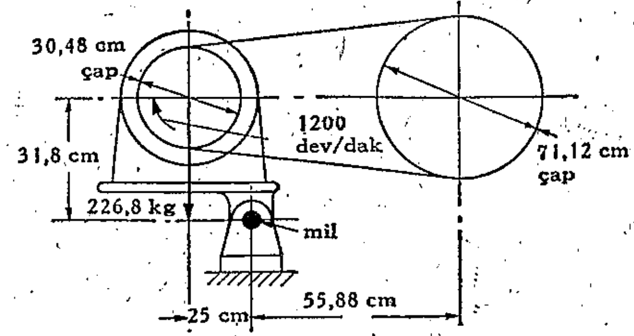
60) Deri bir kayış 250 dev/dak ile dönen bir mil üzerindeki 122 cm çaplı bir kasnağı, 500 dev/dak ile dönen başka bir kasnağa bağlamaktadır. Kayışın sarma açısı 175°, müsaade edilebilir maksimum yük 136 kg ve kayış ile kasnak arasındaki sürtünme katsayısı 0,25 dir. Kayıştaki başlangıç gerginliği 90,71 kg ile 108,86 kg arasında ise sistemin ileteceği maksimum B.G. nedir?

Cevap : 11,4 B.G.

61) Açıklıkları 4,57 m olan iki mil arasında, çapları 3,05 m ve 1,83 m olan iki kasnak üzerinden geçirilmiş tel bir halatla güç nakli yapılacaktır. Kanal açısı 40° dir. İpin ağırlığı 3,72 kg/m ve maksimum çalışma gerginliği 2 ton ise sistemin ileteceği maksimum B.G. nü ve küçük kasnağın buna bağlı hızını bulunuz. Halat ile kasnak arasındaki sürtünme katsayısının 0,2 olduğunu kabul edin.

Cevap : 613 B.G.; 442 dev/dak.

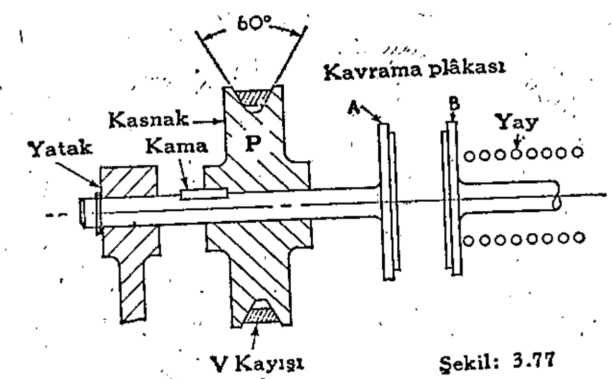
62) Ağırlığı W olan düzgün bir zincirin boyu, düşey konumda tesbit edilmiş kaba yüzlü bir çemberin çevresinin yarısına eşittir. Zincir çemberin en üst noktasında ve uçları yatay çapın iki ucuna gelecek şekilde durmaktadır. Zincirin bir ucuna düşey yönde aşağı doğru bir kuvvet tatbik ediliyor. Eğer uygulanan kuvvet $\frac{2\mu W(1+e^{\mu\pi})}{\pi(1+\mu^2)}$ 'den daha büyük değilse zincirin hareket etmiyeceğini kanıtlayınız. μ, zincirle çember arasındaki sürtünme katsayısıdır.



Şekil: 3.76

63) Şekil 3.76 mafsallı bir motorla iletim sistemini gösteriyor. Eğer motor 226, 8 kg ağırlığında ve 1200 dev/dak ile dönüyorsa, kayışın gergin ve gevşek tarafındaki kuvveti bulunuz. $\mu = 0{,}3$ dür. Ayrıca santrifüj etkisini ihmal ederek iletilen B.G.'nü bulunuz.

Cevap : 138 kg; 62,6 kg; 19 B.G.



Şekil: 3.77

64) Şekil 3.77 A kavrama plakası mili üzerine tesbit edilmiş bir P kasnağını göstermektedir. Yay baskılı bir B plakası A ile temas ettirilebiliyor. Kasnak, ağırlığı 1,488 kg/m ve uç açısı 60° olan bir V kayışı ile çevrilmektedir. Efektif kasnak çapı 60,96 cm, kayıştaki maksimum gerilme 68 kg, sarma açısı 180° ve kayış ile kasnak arasındaki sürtünme katsayısı 0,3 dür. Eğer kasnak 300 dev/dak ile dönerse iletileçek momenti ve B.G. nü bulunuz.

Eğer A ve B plakaları arasında hiç kayma olmazsa, oluşan momentin, çalışma yüzeyinin dış çapı 30,48; iç çapı 15,24 cm, ve sürtünme katsayısı 0,4 olan kavrama plakaları ile iletilmesi için gerekli olan eksenel yay baskısını bulunuz. Kavrama için aşınmanın düzgün olacağını varsayın.

Cevap : 13,96 kg-m; 5,8 B.G.; 305 kg.

65) Yarıçapı r_1 olan küçük bir kasnak, düşey olarak altta bir makina üzerinde bulunan ve eksenler arası mesafesi d olan büyük bir kasnağı çevirmektedir. Eğer, büyük kasnağa doğru giden kayıştaki gerilme,

$$T = \frac{e^{\mu(\pi-2\theta)} - 1}{e^{\mu(\pi+2\theta)} - e^{\mu(\pi-2\theta)}} \cdot wd$$

olarak verilirse, her iki kasnaktaki kaymanın eşit ve benzer şekilde olacağını gösteriniz. Burada w = kayışın birim boyunun ağırlığı ve $\sin\theta = \frac{r_2 - r_1}{d}$

66) Bir düz kayış iki düz kasnağı birleştiriyor. Küçük kasnağın çapı 30,48 cm ve 200 dev/dak ile dönüyor. Bu kasnak üzerindeki sarılma açısı 160° ve kayış ile kasnak arasında sürtünme katsayısı 0,25 dir. 3,5 B.G. iletilirken kayış tam kayma noktasındadır.

İletilebilecek beygir gücünü artırmak için aşağıdaki seçeneklerden hangisi daha etkin olur?: (a) kayıştaki ilk gerginliği yüzde 10 artırmak, (b) uygun bir madde atarak sürtünme katsayısını yüzde 10 artırmak

Cevap : (a) B.G. yüzde 10 artar.

(b) B.G. yüzde 9,1 artar. Bu nedenle (a) seçeneği daha etkendir.

67) Bir düz kayış, eksen açıklığı 3,66 m olan paralel iki mil üzerinde bulunan 122 cm ve 50,8 cm çaplarındaki iki kasnağı çeviriyor. Kayışın bir metresinin ağırlığı 0,89 kg ve kayıştaki maksimum gerginlik 181,4 kg.'ı geçmiyor. Sürtünme katsayısı 0,3 dür. 122 cm çaplı olan kasnak çeviren kasnaktır ve 200 dev/dak ile dönmektedir. Kasnaklardan birindeki kayma nedeniyle çevrilen kasnağın hızı sadece 450 dev/dak. dır. İki milin herbirindeki momenti, iletilecek B.G.'nü ve sürtünmeden dolayı kaybolan B.G.'nü hesaplayınız. İletimin verimini bulunuz.

Cevap : Çıkış momenti = 24,80 kg-m, giriş momenti = 59,58 kg-m, iletilen B.G. = 15.4, sürtünmede harcanan B.G. = 1.1, ve verim = yüzde 93,4.

68) Bir bandlı fren, çapı 91,4 cm olan bir tekerin çevresine yerleştiriliyor. Temas açısı 220° dir. Bandın bir ucu tesbit edilmiş olup diğer ucuna 18,14 kg.'lık bir çekme kuvveti uygulanabiliyor. Tekerin ağırlığı 544,3 kg ve atalet yarıçapı 338 cm.'dir. Sürtünme katsayısı 0,2 dir. Teker 600 dev/dak ile dönerken fren tam olarak uygulanırsa tekerin tamamen durması için geçecek süreyi bulunuz.

Cevap : 52,8 sn. (veya dönme yönüne bağlı olarak 113,8 sn.)

69) Bir makinanın mili, iple iletim sistemi vasıtasıyla motorla çevrilecektir. Motor 100 B.G. sağlıyor ve 150 dev/dak ile dönüyor. Motor üzerindeki çeviren kasnağın çapı 182,8 cm.'dir. Kullanılacak ipin çapı 2,54 cm ve bir metresinin ağırlığı 0,52 kg.'dır. İp kanallarının açısı 45° dir. Her bir ipteki maksimum gerilme 72,57 kg.'ı geçmeyecekse, çevrilen kasnağın sarma açısının 150° ve sürtünme katsayısının 0,3 olacağını varsayarak gerekli ip sayısını bulunuz. Merkezkaç etkisinin yarattığı gerilme dikkate alınacaktır.

Cevap : 10 ip.

70) Merkezcil bir kuvvet etkisinde bulunan bir kayışın iki ucu arasındaki çekme ile ilgili olarak aşağıdaki ifadeyi çıkarınız.

$$\frac{T_1 - \frac{w\,v^2}{g}}{T_2 - \frac{w\,v^2}{g}} = e^{\mu\theta}$$

T_1 ve T_2 uçlardaki toplam çekme kuvvetidir. Sarma açısı 180° ve kesit alanı 6,45 cm^2 olan bir V kayışı, kavrama açısı $2\alpha = 45°$ olan bir kanal içerisinde çalışıyor. Kayışın özgül ağırlığı 1,38 kg/dm³ ve maksimum gerginlik 42,18 kg/cm² olarak sınırlanıyor. Sürtünme katsayısı 0,15'dir.

Eğer kasnak çapı 30,48 cm ve 100 dev/dak ile dönüyorsa iletilebilecek maksimum B.G.'nü bulunuz.

Cevap : 37 B.G.

71) 0,635 cm kalınlığındaki bir deri kayış eksenler arası 350,5 cm olan paralel iki mil üzerinde bulunan 96,52 cm ve 53,34 cm çaplarındaki

iki kasnağı birleştirmektedir. Büyük kasnağın hızı 240 dev/dak.'dır. Sürtünme katsayısı 0,25 ve kayış için müsaade edilebilir maksimum yük 118 kg.'dır. Maksimum beygir gücünü ve kayıştaki başlangıç gerginliğini bulunuz. Kayıştaki ortalama başlangıç gerilmelerini temel alarak iletilebilecek B.G.'nü gösteren eğrileri, (a) kaymayı yok sayıp maksimum yükü vererek ve (b) fazla yüklemeyi ihmal edip, kayma sınırını dikkate alarak çiziniz. Buradan, 75 B.G. iletileceğine göre kayıştaki başlangıç gerilmesi sınırını tesbit ediniz.

Cevap : 10 B.G., $T_0 = 86,7$ kg, T_0'ın sınırı 64,7 kg ile 94,52 kg. arasındadır.

72) Ön ve arka dingil arası 3,35 m olan bir araç, düz bir yolda arka tekerlere uygulanan momentle götürülüyor. Ağırlık merkezi yerden 76,2 cm yukarıda ve ön dingilin 137,16 cm arkasındadır. Yerle teker arasındaki sürtünme katsayısı 0,3 dür. (a) Tekerlerde kayma olmazsa aracın maksimum ivmesini ve (b) arka tekerlere frenleme momenti uygulanınca araçtaki maksimum yavaşlatma ivmesini bulunuz.

Cevap : (a) 1,28 m/sn² (b) 1,12 m/sn²

PROBLEMLER 4

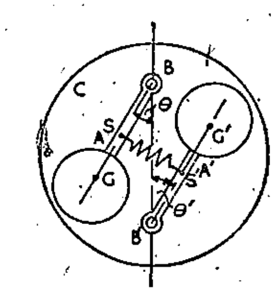
REGÜLATÖRLER

PROBLEMLER 4

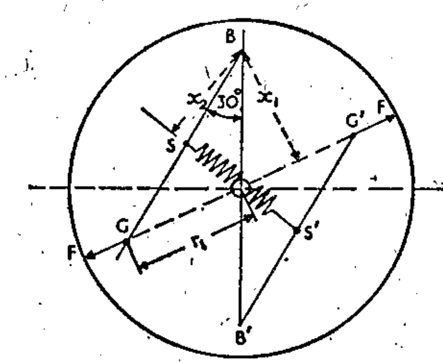
1) Şekil 4.1 bir regülatör düzenini gösteriyor. İki, ağırlıklı A, A' kolu ekseni etrafında dönen C plakası üzerine birbirinden 6,35 cm açıklıkta bulunan B, B' pimlerine yataklanıyor. Kolların her birinin ağırlığı 0,226 kg ve ağırlık merkezleri G ve G', pim eksenlerinden 5,08 cm uzaklıktadır. Pim merkezinden 2,54 cm uzaklıktaki S ve S' noktaları bir yayla birleştiriliyor. Şekilde görünmeyen bir bağlantı θ ve θ' açılarının eşit olmasını sağlıyor. Yay sabiti 0,714 kg/cm dir.

(a) Regülatörün hızı 300 dev/dak olduğu zaman θ ve θ'nün 30° olması için gerekli olan yay gerginliğini bulunuz.

(b) Saatin ters yönünde dönen regülatörün ivmesi 50 rad/sn² ise hangi dönme hızında açı 45° olacaktır.



Şekil: 4.1



Şekil: 4.2

ÇÖZÜM : (a) Şekil 4.2 den $\theta = 30°$ olduğu zaman, $OG = r_1 = 2,79$ cm, $x_1 = 2,84$ cm, $x_2 = 2,49$ cm.

P_1 = yay gerginliği,

F_1 = merkezkaç kuvveti $= \frac{W}{g}\ \Omega_1^2 r_1$ olsun

B pimine göre moment alınırsa, o zaman

$F_1 . x_1 = P_1 . x_2$

$$\frac{0,226}{9,81}\left(\frac{300}{60}\times 2\pi\right)^2 \frac{2,79}{100}\times 2,84 = P_1 \times 2,49$$

Buradan $\quad P_1 = 0,72$ kg.

(b) Şekil 4.3 $\theta = 45°$ iken, $\alpha = 50$ rad/sn^2,

$r_2 = OG = 3,6$ cm (ölçekli)

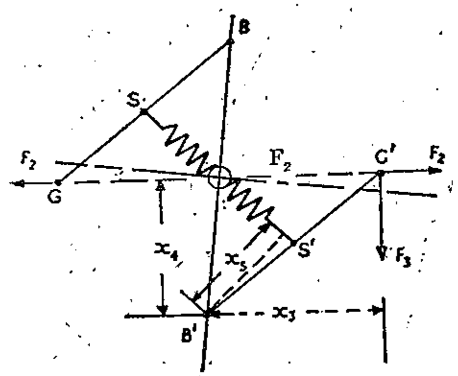
$$\text{Atalet kuvveti } F_3 = \frac{W}{g} f = \frac{W}{g} . r_2 . \alpha$$

$$= \frac{0,226}{9.81} \times \frac{3,6}{100} \times 50 = 0,0415 \text{ kg.}$$

Şekil 4.3 den $\theta = 45°$ iken, $x_3 = 3,93$ cm, $x_4 = 3,1$ cm ve $x_5 = 2,48$ cm.

SS′ mesafesindeki artma = yaydaki uzama

Bu nedenle $\quad \delta = 4,52 - 3,2 = 1,32$ cm.



Şekil: 4.3

Yeni yay kuvveti,

$$P_2 = P_1 + (\delta \times \text{yay sabiti})$$
$$= 0,72 + (1,32 \times 0,714)$$
$$= 1,66 \text{ kg}$$

G′de etkiyen kuvvetler :

(i) O merkezi etrafında ve saat yönünde etkiyen atalet kuvveti F.

(ii) Merkezkaç kuvveti $F = \frac{W}{g}\Omega_2^2 r$

B′ ne göre moment alınırsa

$$F_2 . x_4 + F_3 . x_3 = P_2 . x_5$$
$$F_2 \times 3,1 + (0,0415 \times 3,93) = 1,66 \times 2,48$$

Bu nedenle

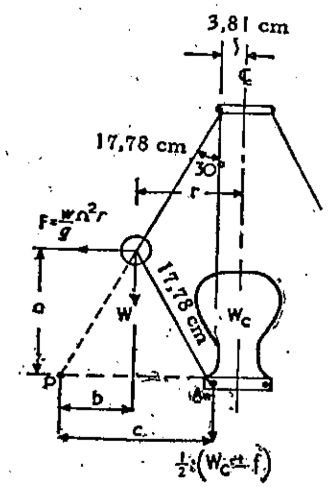
$$F_2 = \frac{0,226}{9,81}\times\Omega_2^2\times\frac{3,6}{100} = \frac{(1,66\times 2,48) - (0,0415\times 3,93)}{3,1}$$

$$\Omega_2^2 = 1538$$

Buradan yeni denge hızı

$$N_2 = \frac{\Omega_2}{2\pi}\times 60 = \frac{\sqrt{1538}\times 60}{2\pi} \cong 374 \text{ dev/dak.}$$

2) Porter tipi bir regülatörün kolu 17,78 cm uzunluğunda ve bağlama noktası regülatör ekseninden 3,81 cm radyal mesafededir. İki küreden her birinin ağırlığı 1,13 kg ve bilezikle birlikte merkez ağırlığı 20,4 kg.'dır. Kollar regülatörün düşey ekseni ile 30° lik açı yaparken; hız 283 dev/dak'ya erişince kollar kalkmaya başlıyor. Regülatör hızının sabit kaldığını varsayarak, kollar düşey eksenle 45° lik açı yaptığı zaman regülatörün üst ve alt hızını hesaplayın.



Şekil: 4.4

ÇÖZÜM : Regülatör simetrik olduğundan sol yarısını ele alalım, şekil 4.4.

W = her bir topun kg. olarak ağırlığı, W_c = merkezi ağırlık kg olarak, f = kollardaki, kg cinsinden sürtünme kuvveti olsun.

Etkiyen kuvvetler : (i) W ağırlığı, (ii) merkezkaç kuvveti F, (iii) kolun A noktasında merkez ağırlığının yarısı $\frac{1}{2}W_c$, (iv) aynı noktada sürtünme kuvvetinin yarısı $\frac{1}{2}$ f, (1)

(v) A'daki yatay kuvvet = alt bağlantıdaki gerginliğin yatay bileşeni ve (vi) üst koldaki gerginlik.

Bilinmeyen (v) ve (vi) nolu kuvvetlerin etki doğrultularının keşistiği P noktasına göre moment alınırsa,

$$F \cdot a = W \cdot b + \frac{c}{2}(W_c \pm f) \qquad (1)$$

Bu nedenle $$\frac{W}{g}\Omega^2 ra = W \cdot b + \frac{c}{2}(W_c \pm f) \qquad (2)$$

Burada $r = 3{,}81 + 17{,}78 \sin 30° = 12{,}7$ cm.

$a = 17{,}78 \cos 30° = 15{,}4$ cm.

$b = 17{,}78 \sin 30° = 8{,}89$ cm.

$c = 2b = 17{,}78$ cm.

$N = 283$ dev/dak.

Eşitlik (2)'yi kullanalım ve kollar yükselirken sürtünme kuvveti f, W_c ile aynı yönde etki edeceğine göre +f'yi alalım. (Kollar aşağı inerse —f'yi alın).

$$\frac{1{,}13}{9{,}81} \times \left(\frac{283}{60} \times 2\pi\right)^2 \times \frac{12{,}7}{100} \times 15{,}4 = (1{,}13 \times 8{,}89) + \frac{17{,}78}{2}(20{,}4 + f)$$

ve bileziklerdeki sürtünme kuvveti $f = 0{,}77$ kg.

$\theta = 45°$ olduğu zaman

$r_1 = 3{,}81 + 17{,}78 \sin 45° = 16{,}38$ cm

$a_1 = b_1 = 17{,}78 \sin 45°\ 12{,}57$ cm

$c_1 = 2b_1 = 25{,}14$ cm

P'ye göre moment alınırsa,

$$\frac{W}{g}\Omega_1^2 r_1 a_1 = W \cdot b_1 + \frac{c_1}{2}(W_c \pm f)$$

$$\frac{1{,}13}{9{,}81}\Omega_1^2 \times \frac{16{,}38}{100} \times 12{,}57 = (1{,}13 \times 12{,}57) + \frac{25{,}14}{2}(20{,}4 \pm 0{,}77)$$

Buradan $0{,}0188\,\Omega_1^2 = 1{,}13 + 20{,}4 \pm 0{,}77$

Yüksek hız için +f'i kullanın = 0,77 kg. O zaman

$$\Omega_1^2 = \frac{22{,}3}{0{,}0188} = 1186$$

Bu nedenle $N_1 = \frac{\Omega_1 \times 60}{2\pi} = \frac{30}{\pi}\sqrt{1186} = 328{,}8$ dev/dak.

Düşük hız için $f = -0{,}77$ kg'ı kullanırsak

$$\Omega_1^2 = \frac{20{,}76}{0{,}0188} = 1104$$

Buradan $N_2 = \Omega_2 \times \frac{60}{2\pi} = \frac{30}{\pi}\sqrt{1104} = 317{,}4$ dev/dak.

3) Şekil 4.5 de yaylı bir regülatör görülmektedir. Herbirinin ağırlığı 5,44 kg olan iki küre karşılıklı iki A yayının uçlarına bağlanmıştır. Sol ucundan pimlenmiş bir çubuğun ortasından etkiyen ayrı bir B yayı bileziğe ek bir kuvvet sağlıyor. Orta noktalarda regülatör toplarının yarıçapı 15,24 cm ve hızı 600 dev/dak. Bu anda her bir A yayındaki gerginlik 113,4 kg'dır. Bu konumda B yayındaki gerginliği bulunuz.

Eğer bilezik 1,9 cm yukarı kalkarsa, hız 630 dev/dak olacaktır. Her bir A yayının katılığı 8 kg/cm ise, B yayının katılığının ne olduğunu bulunuz.

Küre ağırlıklarının doğurduğu momenti ihmal ediniz.

ÇÖZÜM : Şekil 4,6 ile ilgili olarak, 600 dev/dak'da her bir topdaki F_1 merkezkaç kuvveti,

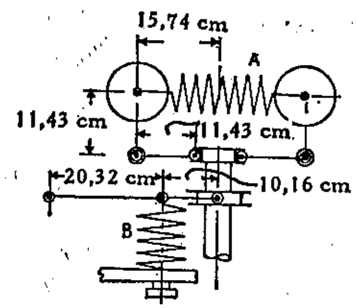
$$F_1 = \frac{W}{g}\Omega_1^2 r_1 = \frac{5{,}44}{9{,}81}\left(\frac{600}{60} \times 2\pi\right)^2 \frac{15{,}24}{100} = 333{,}6 \text{ kg.}$$

ve yay kuvveti $S_A = 2 \times 113{,}4 = 226{,}8$ kg.

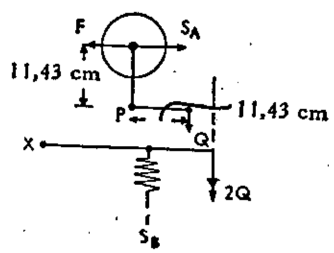
Kollardaki 2Q toplam kuvvetini bulmak için, P mafsalına göre moment alalım. Böylece,

$$(F_1 - S_A)\ 11{,}43 = 11{,}43\ Q_1$$

Buradan $2Q_1 = 2\,(F_1 - S_A) = 213{,}6$ kg.



Şekil: 4.5



Şekil: 4.6

S_B yay kuvvetini bulmak için, X mafsalına göre moment alırsak, o zaman

$$20{,}32\ S_B = 2Q_1 \times 30{,}48$$

ve $\quad S_B = 3Q_1 = 320{,}4$ kg. = B'deki yay gerginliği

Bilezikler 1,9 cm yukarı kalktığında yeni dönme yarıçapı,

$$r_2 = r_1 + \frac{11{,}43}{11{,}43} \times 1{,}9 = 17{,}14 \text{ cm'dir.}$$

630 dev/dak ve r_2 yarıçapında her bir toptaki merkezkaç kuvveti

$$F_2 = \frac{W}{g}\,\Omega_2^2\, r_2 = \frac{5{,}44}{9{,}81}\left(\frac{630}{60} \times 2\pi\right)^2 \frac{17{,}14}{100} = 413{,}69 \text{ kg.}$$

Yay kuvveti $\quad S_A' = 226{,}8 +$ Yay uzaması $\times$ yay sabiti.

$$= 226{,}8 + (3{,}8 \times 2 \times 8) = 287{,}6 \text{ kg.}$$

P'ye göre moment alınırsa,

$$(F_2 - S_A')\ 11{,}43 = 11{,}43\ Q_2$$

$$2Q_2 = 2\,(F_2 - S_A') = 252{,}2 \text{ kg.}$$

Yeni S_B' yay kuvvetini bulmak için X'e göre moment alırsak, o zaman

$$20{,}23\ S_B' = 2Q_2 \times 30{,}48$$

$$S_B' = 3Q_2 = 378{,}3 \text{ kg.}$$

Bilezikler 1,9 cm yükselirse, B yayı $1{,}9 \times \dfrac{20{,}32}{30{,}48} = 1{,}27$ cm uzayacaktır.

Bu nedenle B yayının katılığı $= \dfrac{S_B' - S_B}{\text{B'nin uzaması}} = \dfrac{378{,}3 - 320{,}4}{1{,}27}$

$$= 45{,}59 \text{ kg/cm.}$$

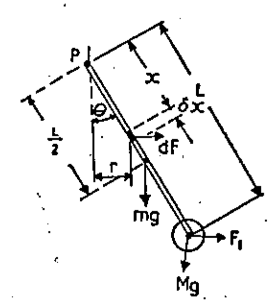
4) Bir Watt regülatörünün; kütlesi m olan düzgün kesitli bir kolu, ve kütlesi M olan bir topu vardır. Regülatör ω açısal hızı ile dönerken düşeyle θ açısı yapacağını kanıtlayınız. Burada

$$\cos\theta = \frac{g\left(M + \frac{m}{2}\right)}{\omega^2 L\left(M + \frac{m}{3}\right)}$$

Çubuğun düzgün kesitli olmadığı, bağlama noktasına göre atalet yarıçapının k olduğu ve ağırlık merkezinin bağlama noktasına d uzaklıkta olduğu koşul için bu formülü genelleştirin.

Ayrıca, çubuk düzgün kesitli fakat eksenden a uzaklıkta bir yere bağlanması koşulu için bir genelleme yapınız. Her iki koşul için top, noktasal bir kütle olarak alınacaktır.

ÇÖZÜM : Birinci koşul. Şekil 4.7 ile ilgili olarak çubuk üzerinde ve P mafsalından x mesafede bir δx elemanı alalım, ve $\dfrac{m}{L}$ = birim boyun kütlesi olsun. O zaman, eleman üzerindeki merkezkaç kuvveti



Şekil: 4.7

$$dF = \frac{m\delta x}{L}\ \omega^2 r = \frac{m}{L}\cdot \delta x \cdot \omega^2 x \sin\theta$$

P mafsalına göre dF'nin momenti,

$$dC_1 = dF \,.\, x \,.\, \cos\theta$$

Bu nedenle çubuğun toplam momenti,

$$C_1 = \int_0^L dF \,.\, x \,.\, \cos\theta$$

$$= \frac{m}{L} \,.\, \omega^2 \sin\theta \cdot \cos\theta \int_0^L x^2\, dx = \frac{m \,.\, \omega^2 L^2}{3} \sin\theta \cos\theta$$

Top üzerindeki merkezkaç kuvvetinin momenti,

$$F_1 \,.\, L \cos\theta = C_2 = M\omega^2 L \,.\, \sin\theta \,.\, L \cos\theta = M L^2\, \omega^2 \sin\theta \cos\theta$$

Top ve çubuğun yerçekimine bağlı momenti

$$\left(M L \sin\theta + \frac{mL}{2} \sin\theta\right) g = G$$

Momentleri eşitlersek

$$C_1 + C_2 = G \text{ olur.}$$

Bu nedenle

$$L^2 \omega^2 \sin\theta \,.\, \cos\theta \left(M + \frac{m}{3}\right) = g L \sin\theta \left(M + \frac{m}{2}\right)$$

$$\cos\theta = \frac{g\left(M + \frac{m}{2}\right)}{\omega^2 L \left(M + \frac{m}{3}\right)}$$

İkinci koşul: Şekil 4.8 deki çubuğa bağlı merkezkaç kuvveti

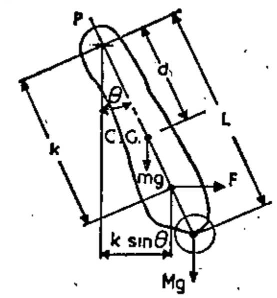
$$F = m\omega^2 k \sin\theta$$

F'nin P noktasına göre momenti

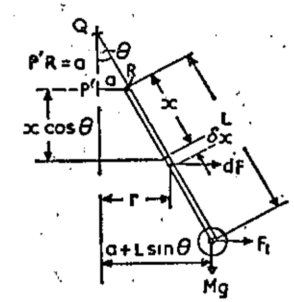
$$C_0 = F \,.\, k \cos\theta = m\omega^2 k^2 \sin\theta \cos\theta$$

Topa bağlı moment

$$C_2 = M\omega^2 L^2 \sin\theta \cos\theta \quad \ldots \text{ Birinci koşuldaki gibi}$$



Şekil: 4.8



Şekil: 4.9

Toplam moment

$$C = C_0 + C_2$$

Yerçekiminin momenti

$$G = (m\, d \sin\theta + M L \sin\theta)\, g$$

Momentleri eşitlersek

$$\omega^2 \sin\theta \cos\theta\, (mk^2 + ML^2) = \sin\theta\, (md + ML)\, g$$

Bu nedenle $\cos\theta = \dfrac{g}{\omega^2}\left(\dfrac{md + ML}{mk^2 + ML^2}\right)$ olur.

Üçüncü koşul : Şekil 4.9'la ilgili olarak, eleman üzerindeki merkezkaç kuvveti,

$$dF = \frac{m \,.\, \delta x}{L} \,.\, \omega^2 r = \frac{m\, \delta x}{L} \,.\, \omega^2 (a + x \sin\theta)$$

dF'nin R ye göre momenti

$$dC = dF \cdot x \cos\theta$$

Buradan çubuğun toplam momenti

$$C_3 = \int_0^L dF \,.\, x \,.\, \cos\theta$$

Bu nedenle $C_3 = \dfrac{m \,.\, \omega^2}{L} \displaystyle\int_0^L (ax \cos\theta + x^2 \sin\theta \cos\theta)\, dx$

$$= \frac{m\,\omega^2}{2} \int_0^L \left(\frac{a\,L^2}{2} \cos\theta + \frac{L^3}{3} \sin\theta \cos\theta \right)$$

$$= m\,L\,\omega^2 \cos\theta \left(\frac{a}{2} + \frac{L}{3} \sin\theta \right)$$

Top üzerindeki merkezkaç kuvvetin R'ye göre momenti

$$C_4 = M\,\omega^2\,(a + L\sin\theta)\,L\cos\theta$$

Yerçekiminin R'ye göre momenti

$$G = \left(M\,L\sin\theta + \frac{mL}{2}\sin\theta \right) g$$

Momentleri eşitlersek,

$$C_3 + C_4 = G \text{ olur.}$$

Bu nedenle

$$mL\,\omega^2 \cos\theta \left(\frac{a}{2} + \frac{L}{3}\sin\theta \right) + ML\,\omega^2 \cos\theta\,(a + L\sin\theta) = g\,L\sin\theta \left(M + \frac{m}{2} \right)$$

ve $$\cos\theta = \frac{g}{\omega^2} \frac{\left(M + \frac{m}{2} \right)\sin\theta}{\left[m\left(\frac{a}{2} + \frac{L}{3}\sin\theta \right) + M\,(a + L\sin\theta) \right]}$$

5) Hartnell tipi düşey eksenli bir regülatörün dik açılı krank kolları üzerinde taşınan 1,36 kg ağırlığında iki tane döner ağırlığı vardır. Ağırlık kolları 7,62 cm ve bilezik kolu uzunluğu 6,35 cm'dir. Bileziğin toplam hareketi 3,17 cm olup, bilezik kolları yatay konumda iken orta noktadadır. Bilezik orta noktada iken ağırlıklar 10,16 cm yarıçaplı bir daire içerisinde dönüyorlar.

Kontrol yaylarının uygun olmayışı nedeniyle üst stoptaki denge hızı alt stopdan daha azdır ve 420 ve 425 dev/dak. değerindedirler.

(a) Yayın katılığını ve üst stopdaki sıkıştırma kuvvetini bulunuz.

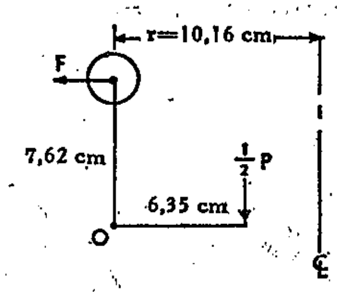
(b) Alt stopdan 12 dev/dak daha fazla bir üst stop hızı sağlayacak başlangıç sıkıştırmasını bulunuz.

(Hartnell tipi regülatör için Şekil 4.25 ve 4.33'e bakınız.)

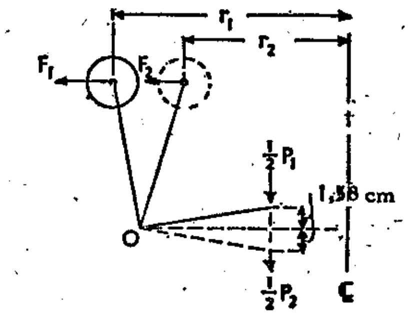
ÇÖZÜM : (a) Şekil 4.10 ve 4.11'le ilgili olarak

Maksimum yarıçap $r_1 = 10{,}16 + \left(\frac{7{,}62}{6{,}35} \times 1{,}58 \right) = 12$ cm

Minimum yarıçap $r_2 = 10{,}16 - \left(\frac{7{,}62}{6{,}35} \times 1{,}58 \right) = 8{,}26$ cm



Şekil: 4.10



Şekil: 4.11

Regülatör kolu ve toplar üzerindeki yerçekimi etkisi yok sayılabilir. Maksimum yarıçap için O eklemine göre moment alınırsa

$$7{,}62\,F_1 = \frac{1}{2} P_1 \times 6{,}35$$

Bu nedenle $7{,}62 \times \frac{1{,}36}{9{,}81} \left(\frac{420 \times 2\pi}{60} \right)^2 \times \frac{12}{100} = 3{,}175\,P_1$

ve $P_1 = 77{,}25$ kg.

Minimum yarıçap için $7{,}62\,F_2 = \frac{1}{2} P_2 \times 6{,}35$

Buradan $7{,}62 \times \frac{1{,}36}{9{,}81} \left(\frac{435 \times 2\pi}{60} \right)^2 \times \frac{8{,}26}{100} = 3{,}175\,P_2$

$P_2 = 57$ kg.

Yay sabiti $= e = \frac{P_1 - P_2}{\text{yükselme}} = \frac{77{,}25 - 57}{3{,}175} = 6{,}37$ kg/cm

Başlangıç sıkıştırması (alt stoptaki) $= \frac{P_2}{e} = \frac{57}{6,37} = 8,95$ cm.

(b) N_3 ve N_4; regülatörün üst ve alt stoplardaki yeni hızları olsun.

$N_3 = N_4 + 12$ dev/dak

F_3 ve F_4 bu hızlardaki merkezkaç kuvveti, P_3 ve P_4 de ilgili yay kuvveti olsun.

Maksimum yarıçap için O noktasına göre moment alırsak,

$$7,62\,F_3 = \frac{1}{2}\,P_3 \times 6,35$$

$$7,62 \times \frac{1,36}{9,81}\left(\frac{N_3}{60} \times 2\pi\right)^2 \times \frac{12}{100} = 3,175\,P_1$$

Buradan $P_3 = 0,000440\,N_3^2$

Minimum yarıçap için $7,62\,F_4 = \frac{1}{2}\,P_4 \times 6,35$

$$7,62 \times \frac{1,36}{9,81}\left(\frac{N_4}{60} \times 2\pi\right)^2 \times \frac{8,26}{100} = 3,175\,P_4$$

Bu nedenle $P_4 = 0,0003\,N_4^2$

Şimdi $N_3 = N_4 + 12$, ayrıca $P_3 = P_4 + 3,175 \quad e = P_4 + 20,22$ kg.

Buradan $P_3 = P_4 + 20,22 = 0,00044\ (N_4 + 12)^2$

$0,0003\,N_4^2 + 20,22 = 0,00044\ (N_4 + 12)^2$

$0,682\ N_4^2 + 45955 = N_4^2 + 24\,N_4 + 144$

$0,318\,N_4^2 + 24\,N_4 - 45811 = 0$

ve $\quad N_4 = \frac{-24 \pm \sqrt{576 + 58271,6}}{0,630} = 343,7$ dev/dak.

Buradan $P_4 = 0,0003\ (343,7)^2 = 35,44$ kg.

ve gerekli başlangıç sıkıştırması $= \frac{P_4}{e} = \frac{35,44}{6,37} = 5,563$ cm.

Salınım süreci : Ortalama regülatör kuvveti ve güç : Eş zaman hızı Şimdi, (b) şıkkındaki regülatör 10,16 cm yarıçapta dönüyorsa,

(c) dengeli dönme hızını, ve buradan dönen ağırlıkların aşağı noktalarına göre salınım süreçlerini bulunuz. Ayrıca 10,16 cm yarıçapta yüzde 1'lik bir hız değişimi için regülatörün kuvvetini ve gücünü bulunuz.

(d) Regülatörü eş zamanlı yapmak için, yaydaki başlangıç sıkıştırmasını ve eş zaman hızını bulunuz.

(c) Şimdi, 10,16 cm lik yarıçaptaki yay kuvveti $= P_4 + 1,58\,e$

Buradan $P = 35,44 + (1,58 \times 6,37) = 45,5$ kg.

O noktasına göre moment alınırsa o zaman,

$$7,62\,F = \frac{1}{2}\,P \times 6,35$$

$$7,62 \times \frac{1,36}{9,81}\,\omega^2 \times \frac{10,16}{100} = 3,175 \times 45,5$$

Buradan $\omega^2 = 1346$

ve $\quad$ denge hızı $N = \frac{\omega}{2\pi} \times 60 = 350,3$ dev/dak

Salınım süreci : Şekil 4.12 ile ilgili olarak, küçük bir dy yükselmesi olsun ve buna bağlı yarıçap artması da dr olsun. Bundan dolayı

$$dr = \frac{7,62}{6,35}\,dy = 1,2\ dy \text{ ve } dy = 6,35\ d\theta \text{ cm.}$$

Yay kuvvetindeki artma (her bir top için) $= dP = \frac{1}{2}\,.\,e\,.\,dy$

$$= \frac{1}{2} \times 6,37 \times 6,35\ d\theta = 20,22\ d\theta \text{ kg.}$$

$F = \frac{W}{g}\,\omega^2 r$ olduğu için

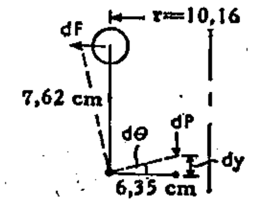
$$\frac{dF}{dr} = \frac{W}{g}\,\omega^2 = \frac{1,36 \times 1346}{9,81 \times 100} = 1,86$$

ve $\quad dF = 1,86\,dr = 2,232\,dy = 14,17\ d\theta$ kg.

Şu halde, O çevresinde etkiyen net moment

$T = 6,35\,dP - 7,62\,dF = (6,35 \times 20,22 - 7,62 \times 14,17)\ d\theta$

$= 20,42\ d\theta$ kg-cm $= 2042\ d\theta$ kg-m



Şekil: 4.12

Krank kolunun ağırlığını ve ataletini ihmal edersek, o zaman W'nin O'ya göre atalet momenti

$$I = \frac{W}{g} k^2 = \frac{1,36}{9,81 \times 100} (7,62)^2 = \frac{78,96}{981} \text{ cm-kg-sn}^2$$

Fakat $\quad T = I . \alpha = \dfrac{78,96\,\alpha}{9,81}$

Buradan $\quad 20,42\ d\theta = \dfrac{78,96\,\alpha}{981}$

$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } d\theta} = \frac{20,42 \times 981}{78,96} = \Omega^2$$

Bu nedenle devre süresi $\quad t = \dfrac{2\pi}{\Omega} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{253,7}} = 0,394$ sn.

Regülatör kuvveti; hızda bir değişme olduğu zaman (örneğin yüzde 1'lik bir değişme) kol tertibatına gelen ortalama kuvvettir. Regülatör hızı sabit olursa kuvvet artışı sıfır olur, fakat hız değişimi olursa, yeni hıza göre bileziklerde; regülatörü denge durumuna getirecek bir kuvvet doğar. Bu kuvvetin ilk konumdaki maksimum değerden (ortalama kuvvetin iki katı) yeni bir denge noktasındaki sıfır değerine kadar düzgün olarak azalacağı varsayılır. Regülatör ortalama kuvvetinin bu hareket anında bilezik üzerinde yaptığı iş, **Regülatör gücü** olarak bilinir.

Şimdi, kısım (b), şekil 4.13 ve 4.14 ten

$r_3 = 12$ cm de; $F_3 = 0,416\ P_3 = 0,416\ (35,44 + 20,22) = 23,15$ kg;

$r_4 = 8,26$ cm de; $F_4 = 0,416\ P_4 = 0,416 \times 35,44 = 14,74$ kg.

Regülatör ilkesinin, $F = Ar + c$ formunda olacağını kabul edersek o zaman

$23,15 = 12\,A + c$

$14,74 = 8,26\,A + c$

Denklemin çözümünden $A = 2,248$ ve $c = -3,82$

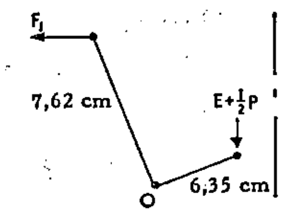
Bu nedenle $\quad F = 2,248\,r - 3,82$

$r = 10,16$ cm iken $F = 19$ kg.

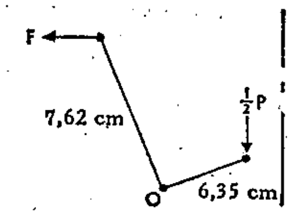
Hızda yüzde bir'lik bir değişme olurken yarıçap sabitse

$$F_1 = F \times \left(\frac{101}{100}\right)^2 = 19,00 \times 1,01^2 = 19,38 \text{ kg.}$$

E = regülatörün, yay kuvvetine yardım eden, ortalama kuvveti olsun, o zaman her bir kolda $\frac{1}{2}$ p değerine yardımcı bir E kuvveti olacaktır.



Şekil: 4.13



Şekil: 4.14

O'ya göre moment alırsak,

$7,62\,F_1 = 6,35\ \left(E + \dfrac{1}{2} P\right)$ ... Şekil 4.14

$7,62\,F = 6,35\ \left(\dfrac{1}{2} P\right)$ ... Şekil 4.13

Bu nedenle $(F_1 - F)\ 7,62 = E \times 6,35$

$(19,33 - 19,00)\ 7,62 = 6,35\,E$

$E = 0,396$ kg.

Hızda yüzde 1'lik bir artış ve yeni r_5 yarıçapında

$$F_5 = \frac{1,36}{9,81} \times \frac{1,01^2 \times 1346 \times r_5}{100} = 1,90\,r_5$$

Ayrıca $\quad F_5 = 2,248\,r_5 - 3,82 = 1,90\,r_5$

Buradan $r_5 = 10{,}97$ cm

Bu nedenle yarıçap artması $10{,}97 - 10{,}16 = 0{,}81$ cm, ve bu durumdaki bilezik yükselmesi

$$x = \frac{6{,}35}{7{,}62} \times 0{,}81 = 0{,}675 \text{ cm.}$$

Bu nedenle, regülatör gücü = regülatör ortalama kuvveti × bilezik yükselmesi

$= 0{,}96 \times 0{,}675$

$= 0{,}27$ cm-kg

(d) Şimdi regülatör, $F = 2{,}248\,r - 3{,}82$ ilkesine göre çalıştığı için

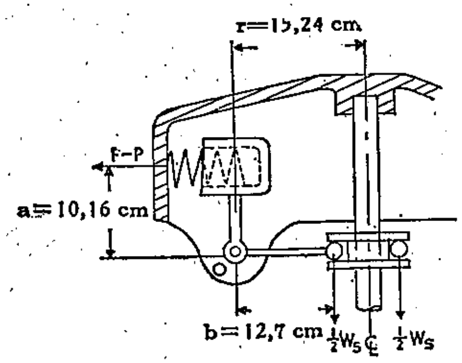
$F = 2{,}248\,r$. Bu nedenle

$$\frac{W}{g}\,\omega^2 r = 2{,}248\,r$$

$$\omega^2 = \frac{2{,}248 \times 9{,}81 \times 100}{1{,}36} = 1621{,}5$$

Bu nedenle

Eş değerli hız $N_1 = \frac{\omega}{2\pi} \times 60 = 384{,}5$ dev/dak.



Şekil: 4.15

Alt stopta $r = 8{,}26$ cm., buradan $F_b = 2{,}248 \times 8{,}26 = 18{,}57$ kg ve moment alırsak $7{,}62\,F_b = 3{,}175\,P_b$

$$P_b = \frac{7{,}62 \times 18{,}57}{3{,}175} = 44{,}57 \text{ kg.}$$

Bu nedenle

$$\text{ilk sıkıştırma (düzenli zamanlama için)} = \frac{P_b}{e} = \frac{44{,}57}{6{,}37} = 6{,}99 \text{ cm.}$$

6) Yay kontrollu bir regülatörün krank kolu dönen bir muhafaza içerisinde taşınmaktadır. Ağırlık kollarının boyu 10,16 cm, bilezik kolunun boyu 12,7 cm. dir. Bilezik orta konumda iken, ağırlık kolları düşey, Bilezik kolu yatay konumdadır ve ağırlık yörüngesi yarıçapı 15,24 cm dir. Her birinin ağırlığı 3,62 kg olan toplar helisel yaylarla kontrol ediliyor. Yaylar başlangıç sıkıştırılmalarında topların dış, muhafazanın da iç yüzü ile temastadır. Bileziğe indirgenmiş çalıştırma tertibatının ağırlığı 9 kg dır. Yayların her birinin sertliği 10,71 kg/cm olup tertibatın alt konumu için başlangıçta 5,08 cm sıkıştırılmıştır. Bileziği 2,54 cm yükselmiş bir regülatörün çalışma hızı sınırını tesbit ediniz.

Regülatör orta noktalarda dengeli olarak dönerken bu durum bozulursa oluşan titreşimin frekansını bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 4.15'le ilgili olarak, F = her bir top üzerindeki merkezkaç kuvveti, W_s = Çalıştırma tertibatının ağırlığı = 9 kg, W = her bir topun ağırlığı = 3,62 kg, e = yay sabiti = 10,7 kg/cm.

Bileziğin yükselmesi = 2,54 cm olduğundan

$$\text{Maksimum yarıçap } r_1 = 15{,}24 + \left(\frac{10{,}16}{12{,}7} \times \frac{2{,}54}{2}\right) = 16{,}25 \text{ cm.}$$

$$\text{Minimum yarıçap } r_2 = 15{,}24 - \left(\frac{10{,}16}{12{,}7} \times \frac{2{,}54}{2}\right) = 14{,}22 \text{ cm}$$

Toplar üzerindeki yerçekimi etkisini ihmal edersek,

Alt stop pozisyonundaki yay kuvveti $P_1 = (5{,}08 + 2{,}03) \cdot 10{,}71 = 76{,}2$ kg.

Alt stop pozisyonundaki yay kuvveti $P_2 = 5{,}08 \times 10{,}71 = 54{,}4$ kg.

Üst stop pozisyonu için O noktasına göre moment alırsak

$$(F_1 - P_1)\,10{,}16 = \frac{1}{2}\,W_s \times 12{,}7$$

$$\left(\frac{3,62}{9,81} \times \omega_1^2 \times \frac{16,25}{100} - 76,2\right) 10,16 = \frac{1}{2} \times 9 \times 12,7$$

$$\omega_1^2 = 1364,6$$

Bu nedenle

$$\text{Denge hızı } N_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} \times 60 = 352,7 \text{ dev/dak.}$$

Alt stop pozisyonu için,

$$(F_2 - P_2)\ 10,16 = \frac{1}{2}\ W_s \ \times 12,7$$

$$\left(\frac{3,62}{9,81} \times \omega_2^2 \times \frac{14,22}{100} - 54,4\right) 10,16 = \frac{1}{2} \times 9 \times 12,7$$

$$\omega_2^2 = 1143,9$$

$$\text{Denge hızı } N_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} \times 60 = 322,9 \text{ dev/dak.}$$

Buradan, hız değişimi 322,9 dev/dak.'dan 352,7 dev/dak.'ya kadar.

Orta noktaya gelindiği zaman,

Yay kuvveti $P_3 = (5,08 + 1,01)\ 10,71 = 65,2$ kg.

O'ya göre moment alırsak, burada $r_3 = 15,24$ cm

$$(F_3 - P_3)\ 10,16 = \frac{1}{2}\ W_s \ \times 12,7$$

$$(F_3 - 65,2)\ 10,16 = \frac{1}{2} \times 9 \times 12,7$$

Buradan $F_3 = 70,83$ kg.

Şimdi $F_3 = \dfrac{W}{g}\ \omega_3^2\ r$

Buradan $dF_3 = \dfrac{W}{g}\ \omega_3^2 \,.\, dr_3$

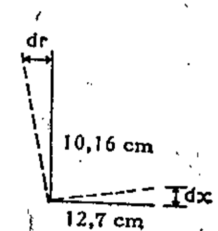
Fakat $r_3 = 15,24$ cm olduğundan,

$$dF_3 = \frac{F_3}{r_3} \,.\, dr_3 = \frac{70,83}{15,24}\ dr_3 = 4,65\ dr_3$$

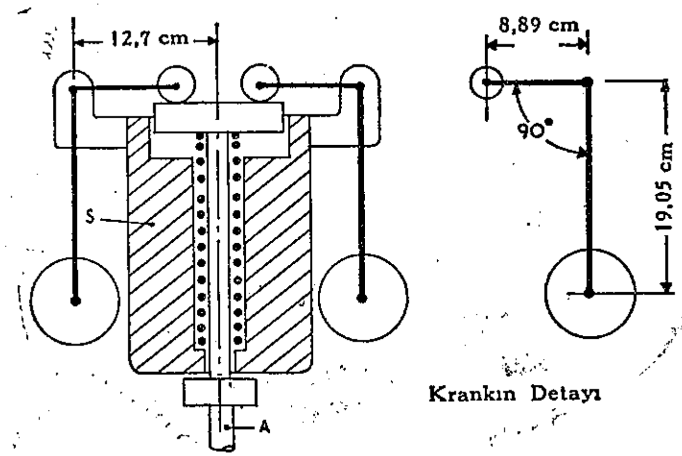
Fakat $dr_3 = 10,16\ d\theta$

Bu nedenle $dF_3 = 47,24\ d\theta$

Yarıçaptaki dr_3 kadar küçük bir artış (Şekil 4.16), $dx = \dfrac{12,7}{10,16}\ dr_3$ kadar küçük bir yükselme olacaktır. Ayrıca $d\theta$ kadar bir açısal yer değiştirme, yay kuvvetinde dP_3 lük küçük bir değişiklik ve dF_3 kadar küçük bir merkezkaç kuvveti değişimi olacaktır.



Şekil: 4.16



Şekil: 4.17

$$\text{Net moment } T = a\ [dP_3 - dF_3] = 10,16\ [e \,.\, dr_3 - 47,24\ d\theta]$$

$$= 10,16\ [10,71 \times 10,16 \times d\theta - 47,24\ d\theta] \text{ kg-cm.}$$

$$= 625,6\ d\theta \text{ kg-cm.}$$

ayrıca

$$T = I \,.\, \alpha = \left(\frac{W}{g}\ a^2 + \frac{\frac{1}{3} W_s}{g}\ b^2\right) . \alpha$$

$$= \frac{\alpha}{9,81 \times 100}\ (3,62 \times 10,16^2 + 4,50 \times 12,7^2) = \frac{1099\ \alpha}{981} \text{ kg-cm}$$

$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } d\theta} = \frac{625,6 \times 981}{1099} = 558,4 = \Omega^2$$

Bu nedenle

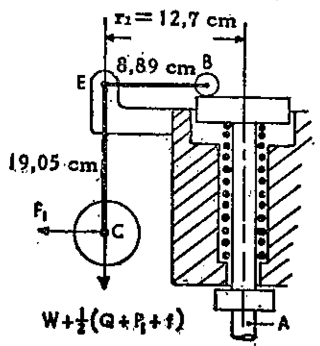
$$\text{frekans } N = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{558,4}}{2\pi} = 3,76 \text{ titreşim/sn.}$$

47) Şekil 4.17 bir regülatör düzenini gösteriyor. A merkez mili aksiyal olarak hareket etmiyor. S Bileziğinin ağırlığı 18,1 kg ve bunun hareketine karşı olan sürtünme kuvveti 1,8 kg olarak alınabilir. Her birinin alt ucunda 3,85 kg ağırlığında toplar bulunan iki tane dik açılı krank kolu vardır. Kolların kendi ağırlıkları ile yatay kol üzerindeki bilyaların ağırlıkları ihmal edilebilir, fakat topların ağırlıkları ihmal edilmemelidir. Yayların basılma katsayısı 39,28 kg/cm dir. Bilezik kolları en alt noktada iken toplar yarıçapı 12,7 cm lik bir çember üzerinde dönüyor. Top kolları düşey ve yay baskısı 54,43 kg dır.

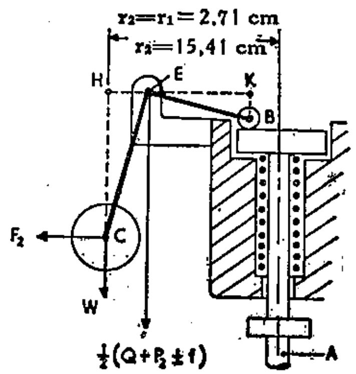
(a) Bilezik kollarının en alt konumdan yükselmeye başladığı andaki hızı, ve

(b) Bileziğin en alt konumdan 1,27 cm yukarıdaki çalışma hızı sınırını bulunuz.

ÇÖZÜM : P_1 ve P_2 = alt ve üst konumdaki yay kuvveti, Q = S bileziğinin ağırlığı = 18,1 kg, f = bilezikdeki sürtünme kuvveti = 1,8 kg, W = her bir topun ağırlığı = 3,85 kg. olsun.



Şekil: 4.18



Şekil: 4.19

O zaman minimum yarıçap $r_1 = 12{,}7$ cm için Şekil 4.18'de etkiyen kuvvetler,

(i) Santrifüj kuvveti $F_1 = \frac{W}{g}\,\Omega_1^2\, r_1$, C noktasında

(ii) $\frac{1}{2}\,(Q+P_1+f)$, bilezik yükseleceği için $+f$ alınır.

(a) Krank kolunun ani merkezi olan B'ye göre moment alınırsa, (Çünkü E mafsalı düşey hareket ederken B makarası yatay olarak hareket edecektir)

O zaman $$F_1 \,.\, CE = \left[W + \frac{1}{2}\,(Q+P_1+f)\; BE\right] \qquad (1)$$

Buradan

$$\frac{3{,}85}{9{,}81} \times \Omega_1^2 \times \frac{12{,}7}{100} \times 19{,}05 = \left[3{,}85 + \frac{1}{2}\,(18{,}1+54{,}43+1{,}8)\right] 8{,}89$$

ve $\Omega_1^2 = 384$

Bu nedenle bileziğin en alt noktadan yükselmeye başlayacağı hız

$$N_1 = \frac{\Omega_1}{2\pi} \times 60 = 187{,}1 \text{ dev/dak.}$$

(b) 1,27 cm.lik bir yükselme için, yarıçaptaki artış

$$= \frac{1{,}27 \times 19{,}05}{8{,}89} = 2{,}71 \text{ cm.}$$

Bu nedenle yeni veya üst yarıçap = r_2 = 15,41 cm. Üst yarıçap r_2 için krank kolunun ani merkezi K'ya göre moment alalım. Şekil 4.19. E mafsalı düşey olarak hareket ederken B makarası yatay olarak hareket edeceği için, K ani merkezdir. Bu anda etkiyen kuvvetler, (i) C noktasında merkezkaç kuvveti $F_2 = \frac{W}{g}\,\Omega_2^2\, r$, (ii) C noktasında W, (iii) E noktasında $\frac{1}{2}\,(Q+P_2 \pm f)$

O zaman $$F_2 \,.\, CH = W \,.\, HK + \frac{1}{2}\,(Q+P_2 \pm f)\; EK \qquad (2)$$

EH = yarıçap artması = 2,71

KB = yükselme = 1,27 cm

$EK = \sqrt{EB^2 - KB^2} = \sqrt{8{,}89^2 - 1{,}27^2} = 8{,}79$ cm

$CH = \sqrt{EC^2 - EH^2} = \sqrt{19{,}05^2 - 2{,}71^2} = 18{,}85$ cm

Yay kuvveti $P_2 = P_1 +$ (yay sabiti × yükselme) $= 54{,}43 + (39{,}28 \times 1{,}27)$
$= 104{,}31$ kg

(2) nolu eşitlikte yerine koyarsak

$$\frac{3,85}{9,81}\times\Omega_2^2\times\frac{15,41}{100}\times 18,85 = 3,85\,(2,71+8,79)+\frac{1}{2}\,(18,1+104,31\pm 1,8)\;8,79$$

Buradan $\Omega_2^2 = 510,8 \pm 7$

Bileziğin tam yükseleceği an için büyük değerli olanını alırsak

$$N_2 = \frac{\Omega_2}{2\pi}\times 60 = \frac{30}{\pi}\sqrt{517,8} = 217,3 \text{ dev/dak.}$$

Bileziğin tam düşeceği an için küçük değerli olanını alırsak

$$N_2' = \frac{\Omega_2'}{2\pi}\times 60 = \frac{30}{\pi}\sqrt{503,8} = 214,3 \text{ dev/dak.}$$

Bu nedenle hızın üst yarıçaptaki değişimi

214,3 dev/dak'dan 217,3 dev/dak'ya kadardır.

8) Şekil 4.20 deki diagram bir hız göstergeci düzenini gösteriyor. 7,62 cm uzunluğundaki ve 0,113 kg. ağırlığındaki düzgün bir AB çubuğu C orta noktasından, hızı ölçülecek makina tarafından çevrilen düşey konumdaki DE miline, mafsallı olarak bağlanıyor. AB çubuğu F ve F′ burma yaylarının kontrolu altındadır. DE'nin hızı 200 ila 600 dev/dak. arasında deişirken α açısı 30° ile 60° arasında değişiyor.

Yaylar tarafından AB'ye uç noktalarında uygulanması gereken kontrol edici kuvvet çiftini ve 400 dev/dak'lık hıza karşılık α'nın değerini bulunuz.

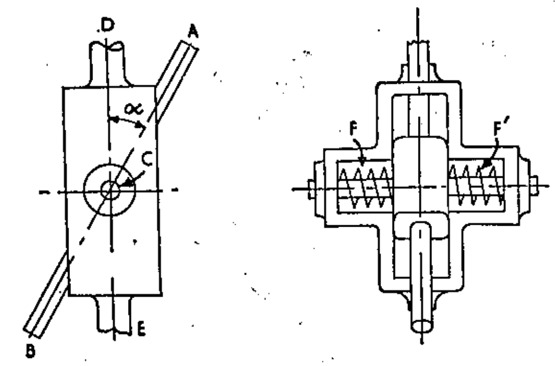
ÇÖZÜM : w = çubuğun birim boyunun ağırlığı, L = Çubuğun boyu, $W = w \, . \, L$ = toplam çubuk ağırlığı, Ω = Çubuğun denge halindeki açısal hızı olsun.

C noktasından x mesafede ve δx boyunda bir elemanı alırsak, bu çubuk elemanı üzerindeki merkezkaç kuvveti

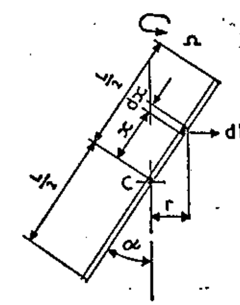
$$dF = \frac{w\,.\,\delta x}{g}\,\Omega^2 \, . \, r = \frac{w\,.\,\delta x}{g}\,\Omega^2\, x \sin\alpha \text{ olur.}$$

Şekil 4.21 de dF'nin C'ye göre momenti

$$dM = dF\,.\,x\cos\alpha = \frac{w\,.\,\delta x\,.\,\Omega^2 x^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{w\Omega^2\sin 2\alpha}{2g}\,.\,x^2\,.\,\delta x$$



Şekil: 4.20



Şekil: 4.21

$$\text{Çubuğun üst yarısının toplam momenti} = \frac{w\,.\,\Omega^2\sin 2\alpha}{2g}\int_0^{\frac{1}{2}L} x^2\,dx$$

$$\text{Buradan}\quad M = \frac{w\Omega^2\sin 2\alpha}{2g}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{1}{2}L} = \frac{w\,L^3\,\Omega^2\sin 2\alpha}{48\;g}$$

Çubuğun alt yarısı için

$$M = \frac{w\,L^3\,\Omega^2\sin 2\alpha}{48\;g}$$

Bu nedenle toplam moment (veya kuvvet çifti)

$$M_0 = 2M = \frac{w\,L^3\,\Omega^2\sin 2\alpha}{24\;g}$$

$$\Omega_1 = \frac{200}{60}\times 2\pi = \frac{20\,\pi}{3} \text{ rad/sn, iken; } \alpha_1 = 30° \text{ ve } 2\alpha_1 = 60°$$

$$M_1 = \frac{0,113\times 7,62\times 7,62}{24\times 9,81\times 100^2}\left(\frac{20\,\pi}{3}\right)^2\times 0,8660 = 0,00106 \text{ kg-m,}$$

$$\Omega_2 = \frac{600}{60}\times 2\pi = 20 \text{ rad/sn iken, } \alpha_2 = 60° \text{ ve } 2\,\alpha_2 = 120°$$

$$M_2 = \frac{0,113\times 7,62\times 7,62}{24\times 9,81\times 100^2}\;(20\,\pi)^2\times 0,8660 = 0,00952 \text{ kg-m}$$

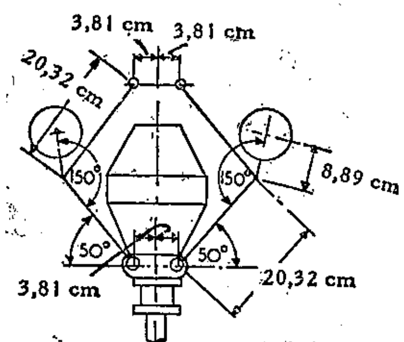
Bu nedenlerle AB'ye her iki uçta uygulanan yay kontrollu kuvvet çifti, $\alpha = 30°$ iken $M_1 = 0,00106$ kg-m ve $\alpha = 60°$ iken, $= M_2\ 0,00952$ kg-m dir.

Şimdi, yayların oranı $= e = \dfrac{M_2 - M_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = \dfrac{\text{Kuvvet çifti değişimi}}{\text{açı değişimi}}$

Buradan $e = \dfrac{0,00952 - 0,00106}{60° - 30°} = 0,000282$ kg-m/derece

$\Omega_3 = \dfrac{400}{60} \times 2\pi = \dfrac{40\,\pi}{3}$ rad/sn. iken, α_3 bulunabilir,

$$M_3 = \frac{0,113 \times 7,62 \times 7,62}{24 \times 9,81 \times 100^2}\left(\frac{40\,\pi}{3}\right)^2 \sin 2\alpha_3 = 0,0049 \sin 2\alpha_3$$



Şekil: 4.22

ayrıca, kuvvet çifti $M_3 = M_1 + e\,(\alpha_3 - \alpha_1)$

Bu nedenle $M_3 = 0,00106 + 0,000282\ (\alpha_3 - 30°)$

$0,0049 \sin 2\alpha_3 = 0,00106 + 0,000282\ (\alpha_3 - 30°)$

$\sin 2\alpha_3 = 0,05755\ \alpha_3 - 1,510$

Deneme - yanılma veya grafik olarak yapılan çözümde

$\alpha_3 \cong 43,5°$ olarak bulunur.

9) Bir regülatörün kararlılığının, F kontrol kuvvetlerini birleştiren eğrinin eğimiyle, dönme yarıçapı R'nin arasındaki bağıntıya ve $\dfrac{F}{R}$ değerine bağlı olduğunu gösteriniz.

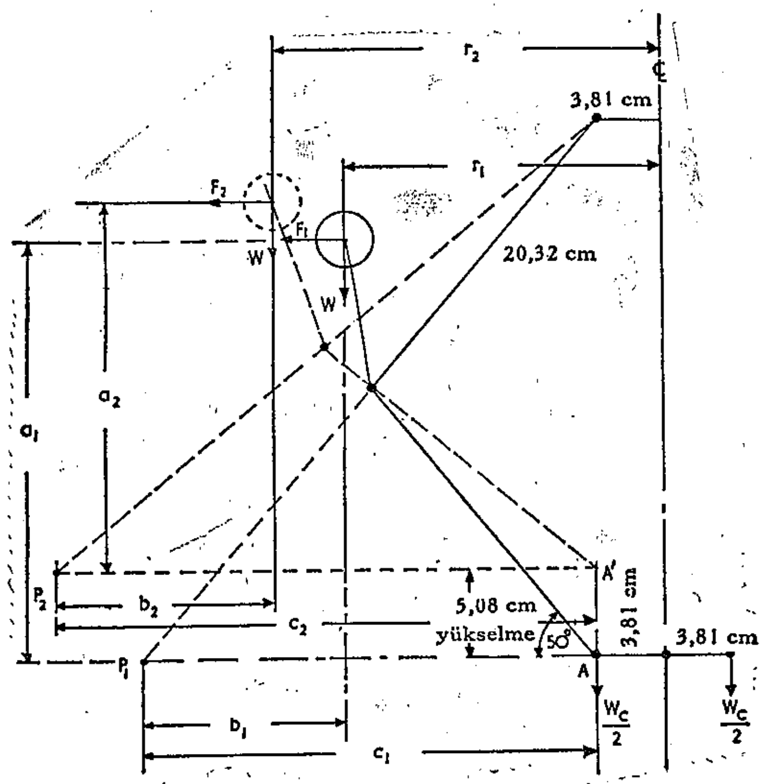
Şekil 4.22 bir Proell regülatörünü gösteriyor. Her bir topun ağırlığı 2,72 kg ve merkezi kütlenin ağırlığı 22,6 kg'dır. Kollar 20,32 cm boyundadır ve düşey dönme ekseninden 3,81 cm mesafede mafsallıdır.

(a) Regülatör diyagramda görüldüğü konumda iken denge hızını bulunuz.

(b) Bu konumda regülatörün kararlı olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM : (a) Porter regülatöründe olduğu gibi simetriklik nedeniyle regülatörün sol yarısını dikkate alalım. W = her bir topun ağırlığı ve W = merkezi ağırlık olsun.

Buraya etkiyen kuvvetler Şekil 4.23, (i) W ağırlığı, (ii) Merkezkaç kuvveti $F_1 = \dfrac{W}{g}\Omega_1^2 r_1$, (iii) bileziğin A noktasında $\dfrac{1}{2}W_c$, (iv) A'daki yatay kuvvet = Alt bağlantıdaki gerginliğin yatay bileşeni, (v) üst bağlantıdaki gerginlik.



Şekil: 4.23

(iv) ve (v) nolu kuvvetlerin etki doğrultularının kesiştikleri P_1 noktasına göre moment alalım.

ayrıca resmin ölçeklendirilmesinden $b_1 = 11{,}43$, $c_1 = 26$ cm, $r_1 = 18{,}28$ cm, $a_1 = 24{,}38$ cm.

O zaman $$\frac{W}{g} \cdot \Omega_1^2 r_1 \cdot a_1 = W \cdot b_1 + \frac{1}{2} W_c \cdot c_1 \qquad (1)$$

Buradan

$$\frac{2{,}72}{9{,}81} \times \Omega_1^2 \times \frac{18{,}28}{100} \times 24{,}38 = (2{,}72 \times 11{,}43) + \left(\frac{1}{2} \times 22{,}67 \times 26\right)$$

$$\Omega_1^2 = 263{,}6$$

ve $$N_1 = \frac{\Omega_1}{2\pi} \times 60 = 155{,}0 \text{ dev/dak.}$$

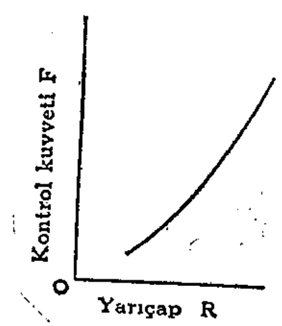
(b) Şimdi, farzedelim 50,8 cm'lik bir yükselme için yeni denge hızını bulalım. Yeni çizim Şekil 4.23'te kesik çizgilerle gösterilmektedir. Resmi ölçeklendirirsek, $b = 12{,}44$ cm, $c_2 = 31{,}11$ cm, $r_2 = 22{,}35$ cm, ve $a_2 = 21{,}59$ cm olarak bulunur. Eşitlik (1) den

$$\frac{2{,}72}{9{,}81} \times \Omega^2 \times \frac{22{,}35}{100} \times 21{,}59 = (2{,}72 \times 12{,}44) + \left(\frac{1}{2} \times 22{,}67 \times 3411\right)$$

Buradan $\Omega_2^2 = 289$

ve $$N_2 = \frac{\Omega_2}{2\pi} \times 60 = 162{,}3 \text{ dev/dak.}$$

Şekil 4.24 tipik bir kontrol kuvveti (F) — yarıçap (R) diagramını gösteriyor.



Şekil: 4.24

Kontrol kuvveti, regülatör dengede iken, her bir top üzerinde radyal olarak içe doğru etkiyen kuvvettir.

KARARLILIK ŞARTI : Verilen bir şekil için, regülatörün denge hızında döndüğünü kabul edelim, ve her bir topa bir dF kuvveti tesir etmiş olsun,

F ve F + dF = başlangıç ve sondaki kontrol kuvvetleri,

R ve R + dR = ilk ve son yarıçaplar,

Ω ve $\Omega + d\Omega$ = başlangıç ve son açısal hızlar olsun. O zaman

$$F + dF = \frac{W}{g} (\Omega + d\Omega)^2 (R + dR)$$

$$F = \frac{W}{g} \Omega^2 R$$

İki eşitliğin farkını alıp küçük değerlerin çarpımını ihmal edersek

$$dF = \frac{W}{g} [\Omega^2 R + 2\Omega R d\Omega + \Omega^2 dR - \Omega^2 R]$$

$$= \frac{W}{g} [2\Omega R \cdot d\Omega + \Omega^2 dR]$$

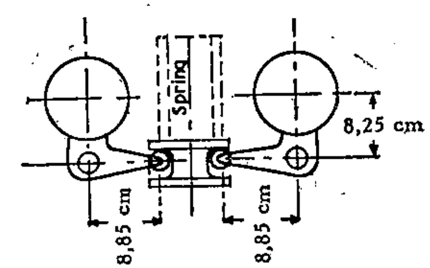
Bu nedenle

$$\frac{dF}{dR} = \frac{W}{g} \cdot 2\Omega R \cdot \frac{d\Omega}{dR} + \frac{W}{g} \Omega^2 = \frac{W}{g} \cdot 2\Omega R \cdot \frac{d\Omega}{dR} + \frac{F}{R}$$

Buradan kararlılık için

$$\frac{dF}{dR} > \frac{F}{R} \quad \text{burada } \frac{dF}{dR} = \text{grafiğin eğimidir.}$$

(a) koşulu için $F = \frac{2{,}72}{9{,}81} \times 263{,}6 \times \frac{18{,}28}{100} = 13{,}36$ kg ve $R = 18{,}28$ cm



Şekil: 4.25

(b) koşulu için $F+dF = \frac{2,72}{9,81} \times 289 \times \frac{22,35}{100} = 17,91$ kg ve $R+dR = 22,35$ cm

$$\frac{F}{R} = \frac{13,36}{18,28} = 0,730; \quad \frac{F+dF}{R+dR} = \frac{17,91}{22,35} = 0,801$$

$$\frac{dF}{dR} = \frac{17,91 - 13,36}{22,35 - 18,28} = \frac{4,55}{4,07} = 1,11$$

Buradan $\frac{dF}{dR} > \frac{F}{R}\left(\text{ayrıca } \frac{dF}{dR} > \frac{F+dF}{R+dR}\right)$ ve regülatör kararlı.

Çizimde yarıçap artması, doğruluk amacıyla büyük alındı.

10) Yay kontrollu bir regülatörün her biri 2,268 kg olan dönen ağırlıkları bir krank koluna Şekil 4.25'deki gibi takılmıştır. Yay sabiti 5 kg/cm, ve dönme hızı 300 dev/dak iken toplar 12,7 cm lik bir yarıçap üzerinde dönüyorlar. (a) kg cinsinden kontrol kuvveti ve cm cinsinden dönme yarıçapıyla ilgili bir eşitlik bulunuz, ve (b) dönme yarıçapı 13,2 cm olduğu zaman dev/dak cinsinden hızı bulunuz.

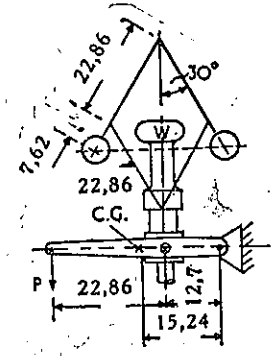
Cevap : (a) $F = 7,37\,r + 7,88$, (b) 301,6 dev/dak.

11) Bir porter regülatörü şekil 4.26 daki gibi düzenleniyor. Dönen ağırlıkların her biri 3,17 kg ağırlığındadır. Ağırlığı 1,13 kg olan bilezik 2,26 kg ağırlığındaki kola hareket veriyor. Ağırlık merkezi işaretlenmiş olan kol 2,72 kg lık bir P çekme kuvvetinin etkisindedir. Bilezikle birlikte bulunan çalıştırma tertibatının sürtünme kuvveti 1,81 kg olarak alınabilir. 180 dev/dak. da dönen regülatörün verilen konumdan sapma noktasında bileziğin yüklenmesi gereken W merkez ağırlığını bulunuz. Bu konumdan sapmanin başladığı hızı karşılaştırınız. Kullanabileceğiniz herhangi bir formül oluşturunuz.

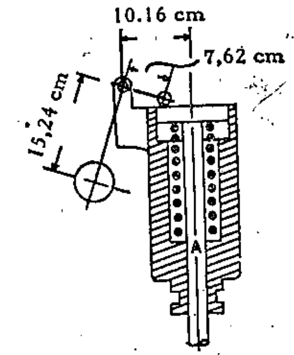
Cevap : $W \cong 23$ kg, 171,8 dev/dak.

12) Eşit kolları eksen üzerinde kesişen bir Porter regülatöründe yükseklikle ilgili bir formül çıkarın ve kol boylarının yüksekliği etkilemediğini kanıtlayın.

Merkez ağırlığı 20,4 kg ve topların herbirinin ağırlığı 2,26 kg olan



Şekil: 4.26



Şekil: 4.27

öyle bir regülatörde, verilen şekille ilgili olarak, hız sınırları 245'le 255 dev/dak arasındadır. Bilezikteki efektif sürtünme kuvvetini bulunuz.

Eğer bütün kol boyları 22,86 cm ise düşeyle kaç derecelik açı yaparlar?

Cevap : $h = \frac{g}{W\Omega^2}\,[\,W + W_c \pm f\,]$

Sürtünme kuvveti $f = 0,902$ kg; 51° 12′

13) Hartnell tipi ve yay baskılı bir regülatör düşey eksen etrafında dönüyor. Her biri 1,02 kg ağırlığındaki döner kütleler, hız 500 dev/dak olunca 12 cm yarıçaplı bir daire üzerinde dönüyorlar. Bu hızda kollar sırasıyla düşey ve yatayla 10,16 cm ve 7,62 cm efektif boydadırlar.

Kütleler dönerken 14,6 cm lik maksimum çapta denge hızı 575 dev/dak. dır.

Yay sabitini, 550 dev/dak. daki yayın basılma miktarını ve 525 dev/dak. lık denge hızında ağırlıkların dönme yarıçapını bulunuz.

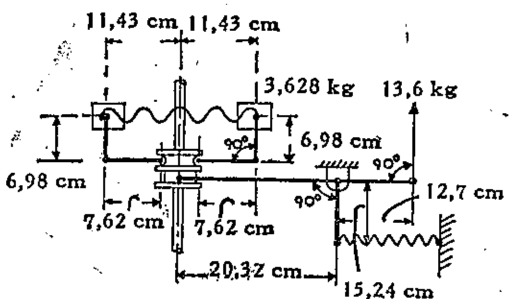
Cevap : Yerçekimi etkisini ihmal edersek, yay sabiti = 1,91 kg/cm, yayın basılma miktarı = 5,77 cm, yarıçap = 10,31 cm.

14) Şekil 4.27'de görülen regülatörde krank kollarının pimleri, regülatör miline göre aksiyal olarak hareket edebilen bilezik üzerinde tamamlanmaktadır. A, regülatör milinin üst ucunda sabit bir şapka vardır. Yay şapka ile bilezik arasında sıkılıyor ve hızın artması ile toplarda meydana gelen dışarı hareket, krankın kısa kolu ucundaki bilyaların yaya basınç yapmaları nedeniyle bileziğin yükselmesine sebep olur,

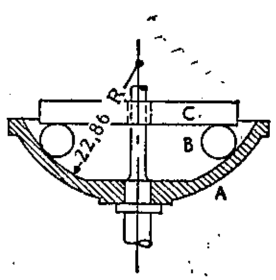
Eğer bileziğin kütlesi 13,6 kg, her bir topunki 2,72 kg ve topların minimum dönme yarıçapı 10,16 cm ise, yaydaki başlangıç sıkıştırmasını ve ayrıca 240 dev/dak. da bilezik yükselmeye başlayacağına ve 264 dev/dak. da 0,635 cm yükseleceğine göre yay sabitini bulunuz.

Cevap : 1,33 cm.; 39,1 kg/cm.

15) Yay kontrollu ve ayrıca yardımcı bir dış yayı bulunan bir regülatörün temel parçaları şekil 4.28 de görülüyor. İki yay dönen kütleleri birleştiriyor ve her bir yayın katıldığı 3,57 kg/cm dir. Yardımcı yayın katılığı 10,71 kg/cm dir. Her bir dönen kütlenin ağırlığı 3.63 kg ve regülatör çalıştığı zaman 33 cm lik kol üzerine 13,6 kg lık bir kuvvet şekilde görüldüğü gibi etkiyor. Eğer, bileziğin hareketi 1,66 cm ve regülatör hızı orta noktalarda 350 ile 500 dev/dak. arasında ise, iki ana yaydaki başlangıç gerilmesini ve yardımcı yaydaki kg cinsinden ayarlanma sınırını bulunuz. Yardımcı yaydaki başlangıç gerilmesi 4,53 kg olarak kabul edilebilir.



Şekil: 4.28



Şekil: 4.29

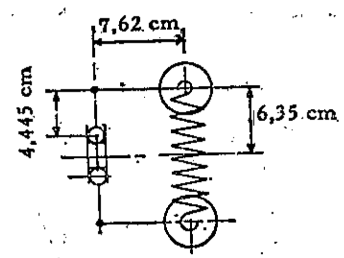
Regülatör orta noktalarında 500 dev/dak. da yardımcı yayla, tutulduğuna göre hız sınırını bulunuz.

Cevap : Ana yayların her birindeki başlangıç gerilmesi = 18,30 kg, ayarlama sahası 11,20 kg dan 155,76 kg'a kadar; hız sınırı 486 dan 512 dev/dak'ya kadar.

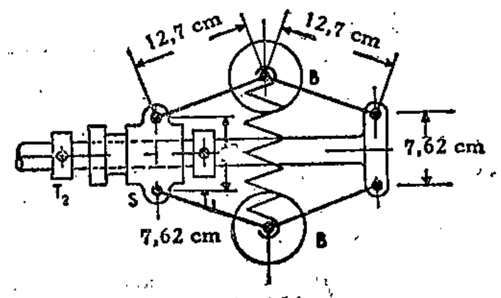
16) Şekil 4.29 da görülen A leğeninin içerisinde, 5,71 cm çapında sekiz tane çelik küre (B) ve kürelerin üstünde 21,77 kg ağırlığındaki bir C diski vardır. Eğer leğenin iç yüzeyi 22,86 cm yarıçapında bir kürenin parçası ise, küre merkezlerinin 26,67 cm yarıçapında bir daire üzerinde hareket etmesi için leğenin düşey eksen etrafındaki dönme hızını bulunuz. Çeliğin özgül ağırlığı 7,83 kg/dm³ dür.

Cevap : 165,4 dev/dak.

17) Şekil 4.30 da şematik olarak görülen santrifüj regülatörün, her birinin ağırlığı W kg olan iki çalıştırma küresi vardır. Kütleler dik açılı bir krank kolunun ucunda ve yakın sarımlı bir helisel yayla birbirine direkt olarak bağlanmış halde duruyorlar. Görülen konumda ağırlık kolları dönme eksenine paralel ve denge hızı 850 dev/dak dır.



Şekil: 4.30



Şekil: 4.31

(a) Görülen konumda, yarıçapta değişme olmaksızın, hız yüzde bir oranında artırılırsa ve bilezikte dengeyi sağlamak için 2,38 kg lık bir kuvvet gerekli olursa W'nin değerini bulunuz.

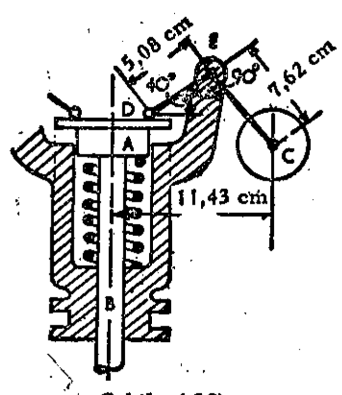
(b) Bileziğin orta noktalardaki hareket oranı, hızın her 236,2 dev/dak. sı için 1 cm ise, yayın sertliğini ve uzamasını bulunuz.

Cevap : (a) W = 0,674 kg, (b) sertlik = 2,8 kg/cm. bir yay için (2 yay vardır); yay uzaması = 6,17 cm.

18) Şekil 4.31 deki regülatör 300 dev/dak ile döndüğü zaman iki çalıştırma kütlesi B, 22,86 cm çapındaki yörünge üzerinde dönüyor ve bu anda S bileziği sağdaki T_1 durdurucusundadır. Hız 250 dev/dak. ya düştüğü zaman, bilezik sol yandaki T_2 durdurucusuna doğru 3,81 cm ilerler. B kütlelerini birleştiren iki yayın uzama katsayısı 0,785 kg/cm ise B kütlelerinin ağırlığını ve bilezik sol yan durdurucusunda iken yayın uzama miktarını bulunuz.

Cevap : 1,823 kg, 6,54 cm.

19) Şekil 4.32 de görülen regülatörde bilezik, AB mili ile beraber dönerken aynı zamanda aşağı yukarı kayabilmektedir. Görülene benzer iki tane krank kolu ve krank kollarının bir ucunda D makarası diğerinde ise 1,814 kg ağırlığında C topu vardır. Bilezik ağırlığı 3,1 kg ve görü-



Şekil: 4.32

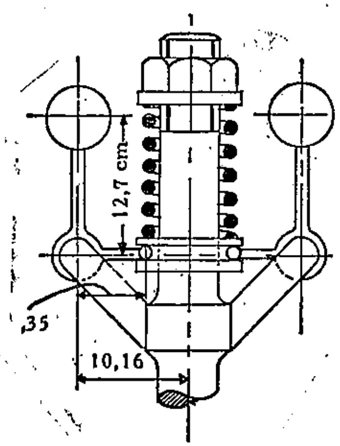
len konumda yaylar 27,2 kg lık basınç altındadır. Regülatörün çalışacağı hızı bulunuz.

Cevap : 235,7 dev/dak.

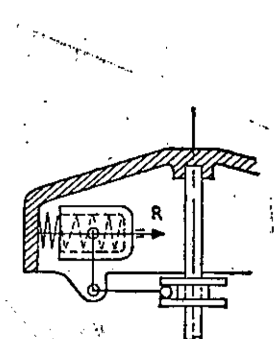
20) Yay kontrollu bir regülatörün, her birinin ağırlığı 2,268 kg olan iki tane topu vardır. Ortalama hız 500 dev/dak ve değişme miktarı ± yüzde 2 kadardır. Topların dönme yarıçapının sınırları 11,43 cm ve 8,89 cm dir. Her iki durumda toplardaki kontrol kuvvetini bulunuz. Eğer sürtünme etkisi her topta ± 4,53 kg ise, en yüksek ve en düşük hızı bulunuz.

Cevap : 75,38 kg, 54 kg, 525 dev/dak, 469/dak.

21) Şekil 4.33 te görülen ölçüleri bulunan Hartnell tipi bir regülatör 300 dev/dak. lık ortalama hızla çalışıyor. Her bir topun ağırlığı 2,26 kg, ve yüzde 3 lük bir hız azalması bileziğin 0,635 cm lik hareketine sebep oluyor. Eğer top kolları, ortalama hızda, düşey konumda ve yerçekimi etkisi ihmal edilirse, kg/cm cinsinden yay sertliğini bulunuz. Kol ağırlıklarını ihmal ediniz.



Şekil: 4.33



Şekil: 4.34

Regülatörü eş zamanlı yapmak için ayarlama somununu aşağı doğru ne kadar vidalamalıyız ve bunun sonucu olarak regülatörün hızı ne olacaktır?

Cevap : 25,85 kg/cm, 1,49 cm, 357,3 dev/dak.

22) Konik bir sarkaç, 1 cm'sinin ağırlığı 0,053 kg olan 35,56 cm boyunda düzgün bir çubukla, bunun alt ucuna bağlı 4,08 kg ağırlığındaki bir cisimden oluşuyor. Sarkaç; üst ucundan geçen düşey eksen etrafında 70 dev/dak. ile dönüyor. Sarkaçın yüksekliğini ve çubuğun orta noktasındaki eğme momentini bulunuz.

Cevap : h = 19,5 cm, M = 0,033 m-kg.

23) Yay kontrollu bir santrifüj regülatörün 2,72 kg ağırlığında iki döner kütlesi vardır ve onların dönme yarıçapı sınırı 10,16 ve 12,7 cm dir. Kütlenin her biri, bir ucu kütleye diğer ucu regülatör kafesine bağlanmış bir yayla doğrudan kontrol ediliyor. Şekil 4.34. Yayların her birinin sertliği 7,14 kg/cm ve kütleler orta noktalarında iken her bir yaydaki kuvvet 36,28 kg dır. Buna ek olarak, mekanizmanın ağırlığını hesaba katmak için radyal olarak içe doğru ve her bir kütle üzerinde etkiyen R = 6,8 kg lık sabit bir eş kuvvet vardır. Sürtünmeyi ihmal ederek, regülatörün hız sınırını bulunuz.

Eşit zamanlama için, kütleler orta konumda iken, her bir yaydaki gerekli kuvvet ne olur ve bu durumda hız ne olacaktır?

Cevap : 331,9'a 367,6 dev/dak, 74,84 kg, 484,8 dev/dak.

24) Bir Porter regülatörünün, her birinin ağırlığı 3,628 kg olan iki topu ve 20,4 kg lık bir merkez ağırlığı vardır. Kollar 25,4 cm boyunda olup eksen üzerinde pimlenmişlerdir. Her kol düzgün kesitli ve 0,026 kg/cm ağırlığındadır. Sürtünme ihmal edilebilir.

Kolları dikkate alarak, regülatöre 20,32 cm lik bir yükselme verecek dönme hızını bulunuz. Yükseklik, üst pimden kürelerin dönme düzlemine kadar olan düşey mesafedir.

Cevap : 162,6 dev/dak.

25) Polar ekseni etrafında Ω açısal hızı ile dönerken, çaptan geçen eksen etrafında da ω açısal hızı ile salınan bir dairesel diskin uyguladığı jiraskopik kuvvet çifti ile ilgili bir ifade bulunuz. Diskin ağırlığı W ve polar eksenine göre atalet yarıçapı K dır.

Gemilerde kullanılan yapay ufuk göstergecinin 0,68 kg ağırlığında bir jiraskopik tekeri vardır. Tekerin atalet yarıçapı 3,17 cm olup geminin teknesindeki küresel pimden sallandırılmış olan bir kafes içerisine tutturulmuştur. Kafes, bağlanma noktasında her yönde serbest olarak sallanabilmektedir. Gemi dururken kafes, teker ekseni ile birlikte düşey olarak asılı kalıyor ve kafesle tekerin ortak ağırlık merkezi pimden 0,5 cm aşağıda bulunuyor. Teker ve kafes birlikte 1,36 kg geliyor. Tekerin dönme hızı 25000 dev/dak dır. Gemi düzgün olarak gittikten sonra, 122 m yarıçaplı bir daire üzerinde 9,1 m/sn lik bir hızla dönme yaparsa, 3 saniye sonra jiraskop ekseni düşey eksenden kaç derecelik bir sapma yapacaktır?

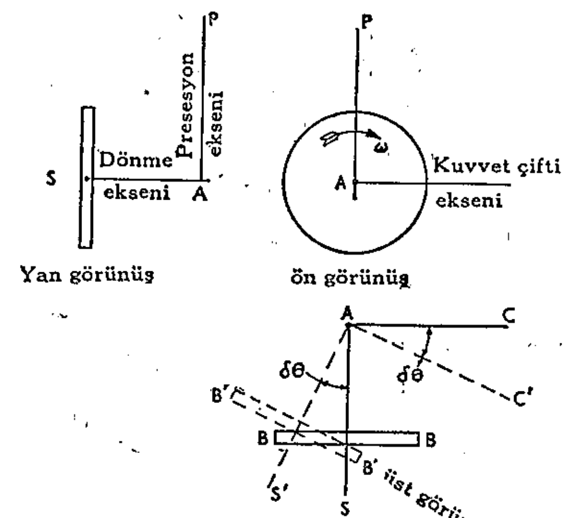
Cevap : 0,454 derece (Bölüm 5'e bakınız.)

BÖLÜM 5

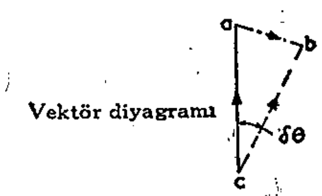
JİRASKOBİK KUVVET ÇİFTİ VE PRESESYON

Şekil 5.1 Yatay bir AS spin (veya dönme) ekseni etrafında, düşey düzlemde saat yönünde ω rad/sn lik düzgün bir hızla dönen BB tekerinin üç görünüşünü gösteriyor. AS ekseni aynı zamanda, yatay düzlemde ve düşey AP presesyon ekseni etrafında Ω rad/sn ile dönsün.

$I =$ Tekerin, AS ekseni etrafındaki Polar kütle atalet momenti olsun ve presesyon anında AS ekseni δt sn. içinde $\delta\theta$ açısı kadar dönüp AS′ pozisyonuna gelsin ve BB tekeri de B′B′ pozisyonuna gelsin.



Şekil: 5.1



Şekil: 5.2

Sağ-vida kaidesini kullanarak, tekerin açısal momentumunu göstermek için Şekil 5.2 deki vektör diagramı aşağıda belirtilen şekilde çizilebilir. $\overrightarrow{ca}$ vektörünü çiziniz ≡ SA yönündeki açısal momentum $I \cdot \omega$. Bundan sonra $\overrightarrow{cb}$ yi çiziniz ≡ S′A yönünde $I \cdot \omega$ (kesik çizgilerle gösterilen) ve $\overrightarrow{ab}$

yi birleştirin. O zaman $\overrightarrow{ab} = \delta t$ sn. sonraki açısal momentum değişimi olur. $\delta\theta$ sonsuz küçük olduğu zaman $\overrightarrow{ab}$ ile AC aynı yönde olduğundan, açısal bir momentum değişimi için AC ekseni etrafında bir kuvvet çifti uygulanmalıdır. Sağ-vida kaidesini kullanarak CA yönünde bakarsak, jiraskobik kuvvet çiftinin yönü saatin ters yönünde olacaktır.

Şimdi,

jiraskobik kuvvet çifti T = açısal momentumun değişme miktarı

Buradan

$$T = \frac{\delta (I . \omega)}{\delta t}$$

Fakat $\quad \overrightarrow{ab} \cong \overrightarrow{ac} . \delta\theta \cong \delta (I \cdot \omega)$

Ayrıca $\quad \overrightarrow{ac} = I . \omega$

O zaman çok küçük açılar için

$$T = \frac{\overrightarrow{ab}}{\delta t} = \frac{\overrightarrow{ac} . \delta\theta}{\delta t} = I . \omega . \frac{\delta\theta}{\delta t}$$

Bu nedenle

$$T = I . \omega . \Omega$$

Burada $\quad \Omega = \dfrac{\delta\theta}{\delta t}$ = Presesyonun açısal hızı

Görülebileceği gibi spin ekseni, presosyon ve jiraskobik kuvvet çifti birbirine ortaklaşa diktir.

PROBLEMLER 5

1) Bir buharlı geminin; her biri 1460,5 kg ağırlığındaki yan çarkının atalet yarıçapı 1,219 metredir. Gemi iskeleye yanaşmak için 167,64 m. lik yarıçaplı bir yörünge üzerinde 24,15 km/saat hızla dönerken yan çark da 90 dev/dak. ile dönüyor. Gemi üzerinde etkiyen Jiraskobik kuvvet çiftinin büyüklüğünü ve jiraskobik etkisini bulunuz.

ÇÖZÜM :

$$\Omega = \frac{v}{R} = \frac{24{,}15 \times 1000}{167{,}64 \times 3600}$$

$$= 0{,}04 \text{ rad/sn}$$

$$\omega = \frac{90}{60} \times 2\pi = 3\pi \text{ rad/sn}$$

$$I = \frac{W}{g} k^2 = \frac{2 \times 1460{,}5}{9{,}81} (1{,}219)^2$$

$$= 442{,}45 \quad \text{m-kg-sn}^2$$

Jiraskobik kuvvet çifti $T = I . \omega . \Omega$

$$= 442{,}45 \times 3\pi \times 0{,}04$$

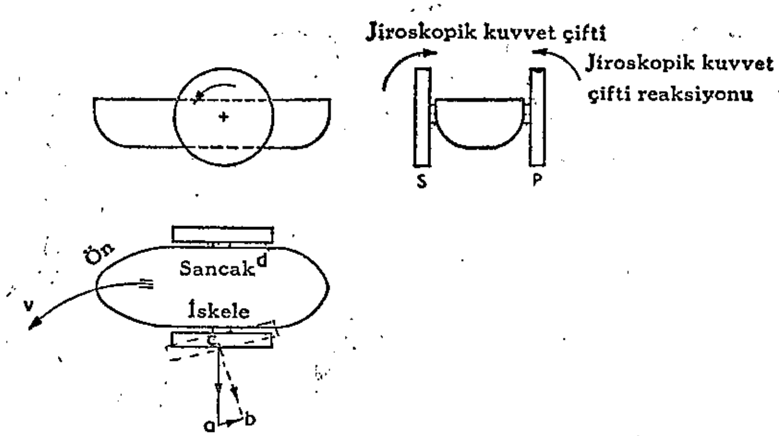
$$= 166{,}8 \text{ kg-m}$$

Şekil 5.3'le ilgili olarak, spin ekseni iki çarkın merkezinden geçen yatay eksendir. Yani, güverteyi çapraz olarak delen eksendir. Presesyon ekseni; geminin izlediği yörüngenin gemi direğine paralel olan düşey eksendir. Geriye kalan jiraskobik kuvvet çifti ekseni bunlara ortaklaşa dik olan eksendir. Bu nedenle bu eksen güvertenin uzunluğu boyunca çalışır. Vektör diagramından, sağ vida kuralını kullanarak görüleceği gibi $\overrightarrow{ab}$ vektörü, geminin göğüs kısmından bakıldığı zaman jiraskobik kuvvet çifti (tken kuvvet çifti) saat yönündedir. Bu nedenle Newton'un üçüncü hareket kanununa göre etki tepkiye eşit ve zıt yönlü olduğu için (veya D'Alembert Prensibine göre) jiraskobik tepkinin oluşturduğu kuvvet çifti 166,8 kg-m ve geminin göğsünden bakıldığı zaman saatin ters yönünde etkir. Böylece gemi limana yaklaşırken geminin sancak tarafına yatmasına neden olur. Aynı şekilde görüleceği gibi gemi sancak tarafına dönerken iskele tarafına yatar.

2) Bir geminin türbin rotoru 4 ton ağırlığında olup atalet yarıçapı 45,72 cm dir ve geminin kıç tarafından bakıldığında saat yönünde 2400 dev/dak ile dönüyor. Jiraskobik kuvvet çiftini ve gemi üzerindeki etkisini hesaplayınız.

(a) Eğer gemi 27,797 km/saat hızla 96,66 m yarıçaplı bir yörünge içerisinde ve geminin kuyruk tarafı solda kalacak şekilde dönüyorsa,

(b) Eğer gemi baş-kıç vururken, baş kısmı maksimum bir hızla yükseliyorsa



Şekil: 5.3

Baş-kıç vurma, süresi 20 sn. olan uyumlu bir salınım hareketidir ve uçlardaki toplam açısal hareket 12° dir.

Bu salınım hareketi anında maksimum ivme ne olacaktır?

ÇÖZÜM :

(a) Jiraskobik kuvvet çifti $T = I \cdot \omega \cdot \Omega = \frac{W}{g} k^2 \cdot \frac{2\pi N}{60} \quad \frac{v}{R}$

Bu nedenle

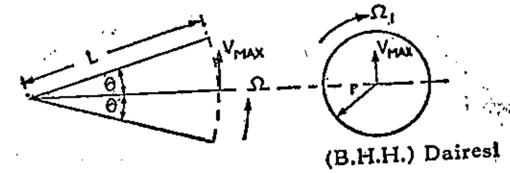
$$T = \frac{4}{9{,}81}\left(\frac{45{,}72}{100}\right)^2 \times \frac{2400 \times 2\pi}{60} \times \frac{27{,}797 \times 1000}{92{,}66 \times 3600} = 1{,}785 \text{ ton-m.}$$

(b) $L = \frac{1}{2}$ gemi boyu olsun, ve $\Omega =$ salınımın maksimum açısal hızı olsun. Basit harmonik hareket (B.H.H.) dairesinden Şekil 5.4

$r =$ genişlik

$t =$ süreç $= \frac{2\pi}{\Omega_1}$ olsun

O zaman $\quad v_{max} = \Omega_1 \cdot r = \frac{2\pi}{t} \cdot r$



Şekil: 5.4

Gemiyi hesaba katarsak, v_{max} aynı zamanda $\Omega \cdot L$ ye eşittir.

Bu nedenle $\quad v_{max} = \Omega \cdot L = \frac{2\pi}{t} \cdot r$

fakat küçük bir açı için, $\quad r = L \sin\theta \cong L \cdot \theta$

Buradan

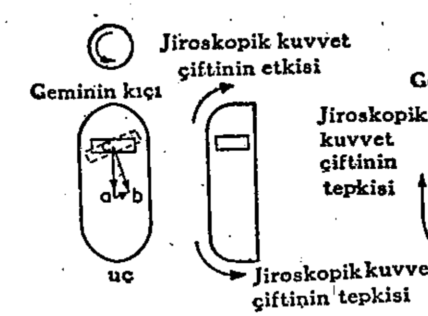
$$\Omega = \frac{2\pi}{t} \cdot \theta = \frac{2\pi}{20} \times 0{,}1047 = 0{,}0329 \text{ rad/sn} \ldots \theta = 6°$$

ve

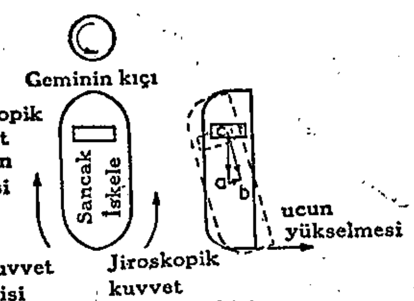
jiraskobik kuvvet çifti $T = I\omega\Omega$

$$= \frac{4}{9{,}81}\left(\frac{45{,}72}{100}\right)^2\left(\frac{2400 \times 2\pi}{60}\right)0{,}0329$$

$$T = 0{,}704 \text{ ton-m.}$$



Şekil: 5.5



Şekil: 5.6

f_{max} ve $\alpha =$ geminin uç kısmının çizgisel ve açısal ivmesi olsun.

B.H.H. dairesinden $\quad f_{max} = \Omega_1^2 r$

Ayrıca $\quad f_{max} = L \cdot a$

Buradan $\alpha = \frac{\Omega_1^2 r}{L} = \Omega_1^2 \theta = \frac{4\pi^2}{t^2} \theta = \frac{4\pi^2}{400} \times 0{,}1047$

$= 0{,}0103$ rad/sn^2

(a) koşulu için : Tepki kuvvet çifti, geminin uç tarafının yükselmesine sebep olacaktır. Şekil 5.5

(b) koşulu için : Tepki kuvvet çifti, geminin uç tarafını sağa (veya sancak tarafına) döndürmeye çalışacaktır. Şekil 5.6

3) Toplam ağırlığı 2721 kg olan bir tramvay 1,37 m açıklığındaki ray üzerinde çalışıyor ve rayları aynı yükseklikte olan 30,48 m yarıçaplı bir yay üzerinden 32,2 km/saat hızla dönüyor. Tramvayın 68,58 cm çapında 4 tekeri vardır ve iki milden her biri tekerle ters yönde ve tekerlerin 5 misli hızında bir motorla döndürülüyor. Dişli tertibatı ve tekerle birlikte her bir milin atalet momenti 14,75 kg-m^2 dir. Pinyon dişlisi ve mili ile birlikte her bir motorun atalet momenti 10,54 kg-m^2 dir. Arabanın ağırlık merkezi raylardan 91,44 cm yukarıdadır.

Merkezkaç ve jiraskobik etkileri dikkate alarak her bir tekerin ray üzerine uyguladığı düşey kuvveti bulunuz.

ÇÖZÜM : I_1 ve I_2 bir çift tekerin (miliyle) ve motorun (dişlilerle birlikte) atalet momentleri olsun, ve ω_1 ve ω_2 de tekerlerin ve motorun açısal hızları olsun. Burada $\omega_1 = 5\,\omega_2$ dir.

Şimdi $\omega_1 = \frac{v}{r} = \frac{32{,}2 \times 1000}{0{,}3429 \times 3600} = 26{,}1$ rad/sn

$\Omega = \frac{v}{R} = \frac{32{,}2 \times 1000}{30{,}48 \times 3600} = 0{,}293$ rad/sn

Jiraskobik kuvvet çifti $T = \Sigma I . \omega . \Omega = \Omega\,(2 I_1 \omega_1 - 2 I_2 \omega_2)$

$$= 0{,}293 \left[\frac{2 \times 14{,}75 \times 26{,}1}{9{,}81} - \frac{2 \times 10{,}54 \times 5 \times 26{,}1}{9{,}81}\right]$$

$T = -59{,}16$ kg-m

Merkezkaç kuvvet çifti $C = \frac{W}{g}\frac{v^2}{R} . h$

$$= \frac{2721}{9{,}81} . \left(\frac{32{,}2 \times 1000}{3600}\right)^2 . \frac{91{,}44}{100 \times 30{,}48}$$

$= 665{,}70$ kg-m.

Şimdi teker merkezleri arasındaki mesafe $x = 1{,}37$ m. olduğu için

$X . x = T$

Bu nedenle X kuvveti $= \frac{-59{,}16}{1{,}37} = -43{,}18$ kg.

Ayrıca $Y . x = C$

ve Y kuvveti $= \frac{665{,}70}{1{,}37} = 485{,}90$ kg.

Buradan

Dıştaki her bir tekerde olan basınç $= \frac{W}{4} + \frac{X}{2} + \frac{Y}{2}$

$= 680{,}25 - 21{,}59 + 242{,}95$

$= 901{,}6$ kg.

İçeride bulunan her bir tekerdeki basınç

$= \frac{W}{4} - \frac{X}{2} - \frac{Y}{2}$

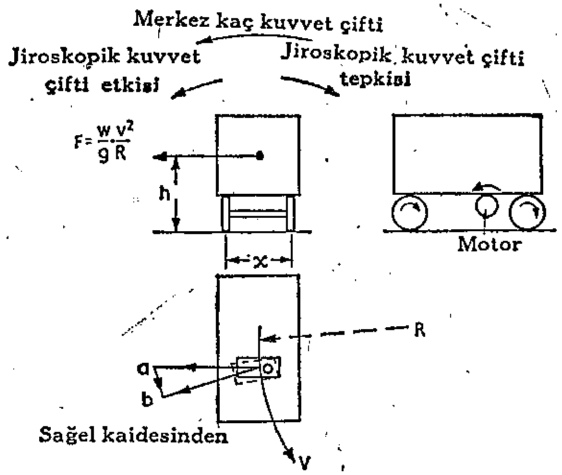
$= 680{,}25 + 21{,}59 - 242{,}95$

$= 458{,}9$ kg.

Merkezkaç kuvvet çifti (Şekil 5.7), aracı dış tekerler üzerinde devirmeye çalışırken jiraskobik kuvvet çifti burada aracı içteki tekerler üzerinde çevirmeye çalışır. Jiraskobik kuvvet çiftinin negatif değerine bağlı olarak net etki, tekerlerle ters yönde dönen bir volanın etkisidir.

Dönme yönüne bağlı olarak, dişli çark sistemlerinde açısal momentlerin toplamı yani $\Sigma I . \omega$ değeri gereklidir. Üstelik, iç tekerlerdeki tepkiler sıfır olduğu zaman tramvay alt üst olmaya hazırdır.

4) Lokomotifi yürüten bir çift teker ve milinin atalet momenti 185,8 kg-m^2 dir. Tekerin dişli kısmının çapı 1,828 m ve teker merkezleri arasındaki uzaklık 1,524 m dir. Lokomotif düz bir yolda 96,56 km/saat hızla giderken dengenin eksikliği nedeniyle tekerlerden biri 0,635 cm düşüyor ve toplam 0,1 sn. sonra yükseliyor. Eğer tekerde basit harmonik hareket olursa, (a) etkiyen jiraskobik kuvvet çiftini, ve (b) kuvvet çiftine bağlı olarak tekerler ve raylar arasındaki tepkiyi bulunuz.



Şekil: 5.7

ÇÖZÜM : (a) hareketin genişliği $a = \frac{1}{2} \times$ yükselme

$$= \frac{1}{2} \times \text{düşme}$$

Buradan $a = \frac{1}{2} \times 0{,}635 = 0{,}317$ cm.

Komple bir yükselme ve düşme, basit harmonik hareket (B.H.H.) dairesinin bir devri ile gösterilebilir. Şekil 5.8

Bu nedenle $\omega = \frac{2\pi}{t} = \frac{2\pi}{0{,}1} = 20\,\pi$ rad/sn.

ve maksimum düşey hız $v = \omega \,.\, a = 20\,\pi \times 0{,}317$

$$= 0{,}0635\,\pi \text{ m/sn.}$$

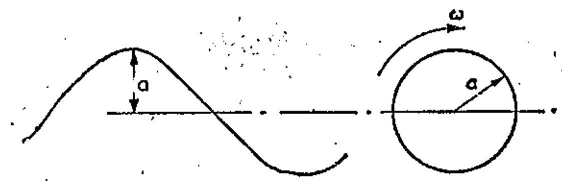
yana yatmanın maksimum açısal hızı (şekil 5.9)

$$\Omega = \frac{v}{b} = \frac{0{,}0635\,\pi}{1{,}524} = \frac{\pi}{24} \quad \text{rad/sn.}$$

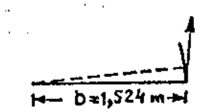
Tekerlerin açısal hızı $\omega_1 = \frac{v}{R} = \frac{96{,}56 \times 1000}{\frac{1}{2} \times 1{,}828 \times 3600}$

$$\left[\begin{array}{l} v = 96{,}56 \text{ km/saat} = \dfrac{96{,}56 \times 1000}{3600} \text{ m/sn} \\ R = \text{Teker yarıçapı} \end{array}\right]$$

Bu nedenle $\omega_1 = 29{,}3$ rad/sn.



Şekil: 5.8



Şekil: 5.9

O zaman,

jiraskobik kuvvet çifti $T = I\,\omega_1\Omega = \frac{185{,}8}{9{,}81} \times 29{,}3 \times \frac{\pi}{24}$

$$= 72{,}64 \text{ kg-m.}$$

Yatay düzlemde etkiyen jiraskobik kuvvet çifti; aracı yoldan çıkarmaya çalışacaktır.

(b)

$Q =$ her bir raydaki tepki olsun.

$T = Q \,.\, b$ olduğu için

$$Q = \frac{T}{b} = \frac{72{,}64}{1{,}524} = 47{,}66 \text{ kg}$$

5) Bir mil, ağırlığı 29,3 kg ve çapı 60,96 cm olan düzgün, ince bir diski üzerinde taşıyor. Disk, mil eksenine dik düzlemle 1° lik açı yapıyor. Mil 1200 dev/dak ile döndüğü zaman yataklarda etkiyen jiroskobik kuvvet çiftini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 5.10'la ilgili olarak,

OY etrafındaki açısal hız $= \omega$ olsun.

O zaman OP etrafındaki açısal hız $= \omega \cos\theta$

OD etrafındaki açısal hız $= \omega \sin\theta$ olur.

Eğer I_p ve I_D, polar ve çapsal eksen (OP ve OD) etrafındaki atalet momenti iseler, o zaman

OP etrafındaki açısal momentum $= I_P \cdot \omega \cdot \cos\theta$

OD etrafındaki açısal momentum $= I_D \cdot \omega \cdot \sin\theta$

OX etrafındaki momentleri çözersek, o zaman

OX etrafındaki bileşke açısal momentum

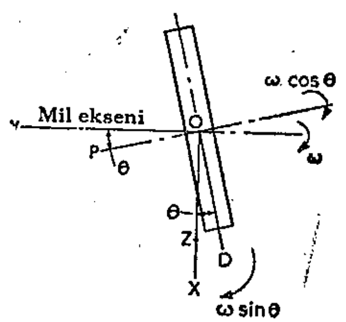
$$= I_P\, \omega \sin\theta \cos\theta - I_P\, \omega \cos\theta \sin\theta$$

$$= -\omega \sin\theta \cos\theta\, (I_P - I_D) = -\frac{\omega}{2} \sin 2\theta\, (I_P - I_D)$$

$= OZ$ vektörü

Bu açısal momentum, ω açısal hızı ile döndürülür. O zaman,

Jiraskobik kuvvet çifti $T = OZ$ vektörü $\times\, \omega$



Şekil: 5.10

Bu nedenle $T = -\frac{\omega^2}{2} (I_P - I_D) \sin 2\theta$

Burada $I_P = \frac{W}{g} \frac{r^2}{2}$

$r =$ disk yarıçapı

$I_D = \frac{W}{g} \frac{r^2}{4}$ (disk ince olduğu için)

$$\omega = \frac{1200}{60} \times 2\pi = 40\pi \text{ rad/sn.}$$

$\theta = 1°$

$\sin 2\theta = \sin 2° = 0{,}0349$

Sonuç olarak

$$T = \frac{1600\,\pi^2}{2}\left[\frac{29{,}3}{9{,}81} \times \frac{30{,}48\times 30{,}48}{2\times 10^4} - \frac{29{,}3}{9{,}81} \times \frac{30{,}48\times 30{,}48}{4\times 10^4}\right] 0{,}0349$$

$= 19{,}1$ kg-m.

6) Bir motorsikletin sürücüsü ile birlikte ağırlığı 204 kg ve ağırlık merkezi, motor dik dururken, yerden 60,96 cm yukarıdadır. Tekerlerden her birinin atalet momenti 1,05 kg-m² ve yuvarlanma çapı 60,96 cm dir. Motor, tekerlerle aynı yönde ve altı misli hızlı olarak dönüyor. Motorun dönen kısımlarının atalet momenti 0,168 kg-m² dir.

Eğer motor ve sürücüsü yarıçapı 30,48 m olan bir virajı 64,36 km/saat hızla dönüyorsa gerekli yatma açısını bulunuz.

ÇÖZÜM :

$\omega_1 =$ her bir tekerin açısal hızı olsun.

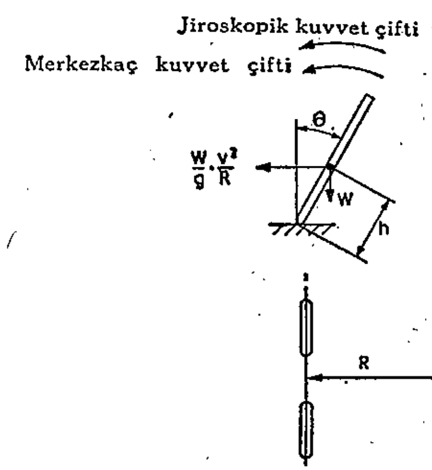
$$= \frac{v}{r} = \frac{64{,}36\times 1000}{\frac{30{,}48}{100}\times 3600} = 58{,}65 \text{ rad/sn.}$$

$\omega_2 =$ motorun açısal hızı $= 6\omega_1 \cong 352$ rad/sn

$\theta =$ denge için düşeyle yapılması gereken yatma açısı

$I_1 =$ her bir tekerin atalet momenti

$I_2 =$ motorun dönen kısımlarının atalet momenti



Şekil: 5.11

Teker eksenine göre toplam açısal momentum $= 2\,I_1\,\omega_1 + I_2\,\omega_2$

Yatay eksen etrafındaki toplam açısal momentum $= (2I_1\,\omega_1 + I_2\,\omega_2)\cos\theta$

Presesyonun açısal hızı $\Omega = \dfrac{v}{R}$

$$= \frac{64{,}36\times 1000}{30{,}48\times 3600} = 0{,}5865 \text{ rad/sn}$$

Jiraskopik kuvvet çifti $T = (2I_1\,\omega_1 + I_2\,\omega_2)\,\Omega\cos\theta$

$$= \left(\frac{2\times 1{,}05}{9{,}81}\times 58{,}65 + \frac{0{,}168}{9{,}81}\times 352\right) 0{,}5865\cos\theta \text{ kg-m}$$

$$= 10{,}9\cos\theta \text{ kg-m}$$

(Şekil 5.11) merkezkaç kuvvet çifti $Q = \dfrac{W}{g}\,\dfrac{v^2}{R}\,h\cos\theta$

$$= \frac{204}{9{,}81}\;\frac{\left(\dfrac{64{,}36\times 1000}{3600}\right)^2}{30{,}48}\;\frac{60{,}96}{100}\cos\theta \text{ kg-m}$$

$$= 132{,}93\cos\theta \text{ kg-m}$$

Bu nedenle

Toplam devirme momenti $M = Q + T = 143{,}83\cos\theta$ kg-m

düzeltme momenti $= Wh\sin\theta\; 204\times\dfrac{60{,}96}{100}\sin\theta$

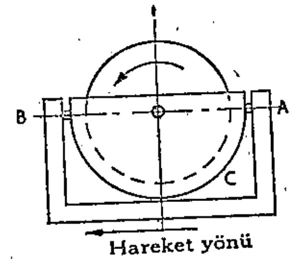
$$= 124{,}36\sin\theta \text{ kg-m}$$

Momentleri eşitlersek $124{,}36\sin\theta = 143{,}83\cos\theta$

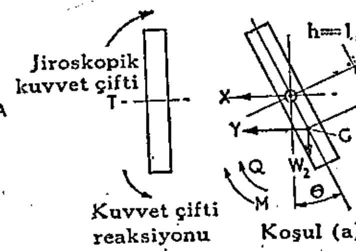
Buradan $\tan\theta = 1{,}1566$

ve $\theta = 49°9'$

7) Ağırlığı 0,226 kg ve atalet yarıçapı 1,9 cm olan jiraskobik bir teker, pimli bir C kafesine şekil 5.12 deki gibi takılıyor. Pimin AB ekseni tekerin merkezinden geçiyor, fakat C kafesinin ağırlık merkezi eksenden 1 cm. aşağıdadır. C kafesinin ağırlığı 0,136 kg ve tekerin dönme hızı 3000 dev/dak. dır.

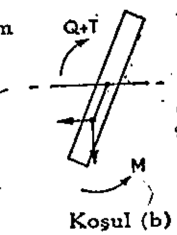


Şekil: 5.12

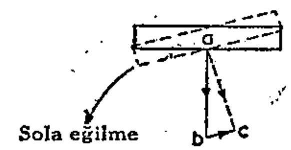


(a) koşulu için

Şekil: 5.13 A



Şekil: 5.13 B



Şekil: 5.14

Sistem bir araca, AB ekseni aracın hareket doğrultusuna paralel gelecek şekilde, tesbit ediliyor. Eğer araç 48,76 m yarıçapındaki bir virajı 15,24 m/sn hızla dönerken jiraskobik tekerin düşeyle yaptığı açıyı, (a) araç görülen yönde hareket ederken, ve (b) ters yönde hareket ederken bulunuz.

ÇÖZÜM : (a) Aracın sola döneceğini kabul edersek, o zaman vektör diagramının yardımı ile ve sağ vida kaidesine göre araca ön taraftan bakıldığı zaman, jiraskobik kuvvet çiftine bağlı olarak, jiraskobik tekerin saatin ters yönde döneceği görülebilir. Şekil 5.13 A.

$\theta =$ jiraskobik tekerin düşeyle yaptığı açı olsun.

OX ekseni etrafındaki açısal momentum $= I\,\omega\cos\theta$

$$I = \frac{W_1}{g}\,k^2 = \frac{0{,}226}{9{,}81}\times\left(\frac{1{,}9}{100}\right)^2$$

$= 0{,}0000083$ m-kg-sn² ... $W_1 =$ teker ağırlığı

$$\omega = \frac{3000}{60}\times 2\pi = 100\pi \text{ rad/sn.}$$

$$\Omega = \frac{v}{R} = \frac{15{,}24}{48{,}76} = 0{,}3125 \text{ rad/sn}$$

Bu nedenle

Jiraskobik kuvvet çifti $T = I\omega\Omega \cos\theta$

$= 0{,}0000083 \times 100\pi \times 0{,}3125 \cos\theta$ kg-m

$= 0{,}000815 \cos\theta$ kg-m

$W_2 = C$ kafesinin ağırlığı olsun, o zaman

Merkezkaç kuvvet çifti $Q = \dfrac{W_2}{g}\dfrac{v^2}{R} \cdot h \cos\theta$

$$= \frac{0{,}136}{9{,}81} \times \frac{232{,}25}{48{,}76} \times \frac{1}{100} \cos\theta \text{ kg-m}$$

$= 0{,}00066 \cos\theta$ kg-m (saat yönünde)

Yer çekimine bağlı olarak saat yönünde bir moment olacaktır.

$$M = W_2 h \sin\theta = 0{,}136 \times \frac{1}{100} \sin\theta = 0{,}00136 \sin\theta \text{ kg-m.}$$

O ekseni etrafındaki momentleri eşitlersek,

jiraskobik kuvvet çifti $T = Q + M$

Buradan $\quad 0{,}000815 \cos\theta = 0{,}00066 \cos\theta + 0{,}00136 \sin\theta$

ve $\quad \tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{0{,}000155}{0{,}00136} = 0{,}11397$

buradan $\quad \theta = 6°30'$

(b) Şekil 5.12 den de görüleceği gibi jiraskobik teker, (a) koşulunda tekerlerle aynı yönde dönüyor fakat (b) koşulunda ters yönde dönecektir. (b) koşulu için vektör diagramının alınıp incelenmesinden, Q ve T saat yönünde iken, M saatin ters yönünde olacaktır. Şekil 5.13 B

kısaca $\quad M = Q + T$

Bu nedenle $\quad 0{,}00136 \sin\theta = 0{,}00066 \cos\theta + 0{,}000815 \cos\theta$

ve $\quad \tan\theta = 1{,}0845$

Sonuç olarak $\quad \theta = 47°\,19'$

8) Dört tekerli ve toplam ağırlığı 1814,3 kg olan bir tramvay 30,48 m yarıçaplı bir virajda bulunan 1,524 m. açıklığındaki raylar üzerinde 48,27 km/saat hızla yürüyor. Raylar 10° lik bir yamaç üzerinde

bulunuyor. Tekerlerin dış çapları 68,58 cm, mili ile birlikte bir çift tekerin ağırlığı 226,79 kg ve jirasyon yarıçapı 25,4 cm dir. Merkezkaç kuvveti ve jiraskobik kuvvet çifti etkisini hesaba katarak, her bir raydaki basıncı bulunuz. Ağılık merkezi raydan 1,066 m yüksektedir.

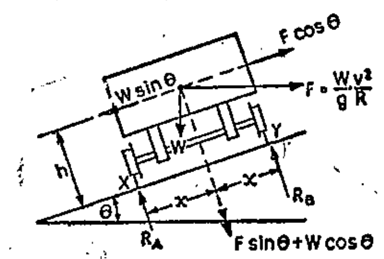
ÇÖZÜM : Şekil 5.15'e bakınız ve yerçekimi ivmesini $g = 9{,}8$ m/sn² kabul ediniz. İlk önce merkezkaç ve yerçekimi etkisini dikkate alınız.

Merkezkaç kuvveti $F = \dfrac{W}{g}\dfrac{v^2}{R}$

Yamaca dik kuvvetleri eşitlersek,

$$R_A + R_B = F \sin\theta + W\cos\theta$$

$$= \frac{W}{g}\frac{v^2}{R} \sin\theta + W\cos\theta$$



Şekil: 5.15

Kuvvetlerin bileşenlerini kullanıp Y'ye göre moment alınırsa

$$R_A \,.\, 2x = (F\sin\theta + W\cos\theta)\,x - (F\cos\theta - W\sin\theta)\,h$$

$$\text{Buradan } R_A = \left[x\left(\frac{W}{g}\frac{v^2}{R}\sin\theta + W\cos\theta\right) - \left(\frac{W}{g}\frac{v^2}{R}\cos\theta - W\sin\theta\right)h\right]\frac{1}{2x}$$

$$= \frac{1}{2x}\left\{\left[\frac{W}{g}\frac{v^2}{R}(x\sin\theta - h\cos\theta)\right] + W(x\cos\theta + h\sin\theta)\right\}$$

$$= \frac{W}{g}\frac{v^2}{R}\left[\frac{1}{2}\sin\theta - \frac{h}{2x}\cos\theta\right] + W\left[\frac{1}{2}\cos\theta + \frac{1}{2x}\sin\theta\right]$$

$$= \frac{1814{,}3 \times \left(\dfrac{48{,}27 \times 1000}{3600}\right)^2}{9{,}8 \times 30{,}48}\left[\frac{0{,}1736}{2} - \frac{1{,}066 \times 0{,}9848}{1{,}524}\right]$$

$$+ 1814{,}3\left[\frac{0{,}9848}{2} + \frac{1{,}066 \times 0{,}1736}{1{,}524}\right] = 456{,}24 \text{ kg.}$$

$$R_A + R_B = \frac{W}{g}\,\frac{v^2}{R}\sin\theta + W\cos\theta$$

$$= \left[\frac{1814{,}3}{9{,}8} \times \frac{\left(\frac{48{,}27\times 1000}{3600}\right)^2}{30{,}48} \times 0{,}1736\right] + (1814{,}3\times 0{,}9848)$$

$$= 1976{,}3 \text{ kg.}$$

Buradan $R_B = 1976{,}3 - 456{,}24 \cong 1520$ kg.

Mil etrafındaki açısal momentum $= I\,.\,\omega$

Yatay'a göre açısal momentum $= I\,.\,\omega\,.\cos\theta$

O zaman,

jiraskobik kuvvet çifti $T = I\,.\,\omega\,.\,\Omega\,.\cos\theta$

$$= \frac{2\times 226{,}79}{9{,}8}\left(\frac{25{,}4}{100}\right)^2 \times \frac{\left(\frac{48{,}27\times 1000}{3600}\right)}{\frac{34{,}29}{100}} \times \frac{\left(\frac{48{,}27\times 1000}{3600}\right)}{30{,}48} \times 0{,}9848$$

$$= 50{,}58 \text{ kg-m}$$

Jiraskobik etki arabayı dış tekerler üzerinde devirmeye çalışacaktır. Bu nedenle

$$R_B' = \frac{T}{2x} = \frac{50{,}58}{1{,}524} \cong 33{,}2 \text{ kg. ve } R_A' = -33{,}2 \text{ kg}$$

Sonuç olarak

dış raylardaki toplam reaksiyon $= 1520 + 33{,}2 = 1553{,}2$ kg.

iç raylardaki toplam reaksiyon $= 456{,}24 - 33{,}2 = 423{,}0$ kg.

9) Her biri 3,62 kg ağırlığındaki iki A ve B disklerinin çapları 15,24 cm dir. (Şekil 5.16) $k_{xx} = 5{,}08$ cm, $k_{yy} = 3{,}81$ cm olup, diskler sabit bir C diski üzerinde yuvarlanıyorlar. Diskler, ZZ ekseni etrafında dönebilen D bloku üzerindeki pimlere takılmışlardır. D'nin ağırlığı 3,17 kg. ve $k_{zz} = 3{,}81$ cm dir. Bir E ipi 7,62 cm çapındaki bir D kasnağının kanalına tesbit edilmiştir. İp, ağırlığı 0,226 kg, yarıçapı 3,17 cm ve $k_F = 1{,}9$ cm olan bir F kasnağından geçirilip ucuna da 0,907 kg. lık bir ağırlık asılmıştır. 0,907 kg. lık ağırlık serbest bırakıldıktan 30 sn. sonra her bir disk merkezinin çizgisel hızını bulunuz. Sürtünmeyi ihmal ediniz.

Bu anda, bir disk üzerindeki jiraskobik döndürme momentinin büyüklüğünü ve hangi eksen etrafında etkiyeceğini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 5.16 ile ilgili olarak, r_A, r_B, r_D ve r_F = sırasıyla A, B, D ve F'nin yarıçapları olsun.

$\alpha_A, \alpha_B, \alpha_D$ ve α_F = A, B, D ve F'nin açısal ivmeleri olsun

$\Omega_A, \Omega_B, \Omega_D$ ve Ω_F = A, B. D ve F'nin, sistem harekete geçirildikten 30 sn. sonraki açısal hızları olsun.

W_A, W_B, W_D, ve W_F = A, B, D ve F'nin ayrı ayrı ağırlıkları olsun.

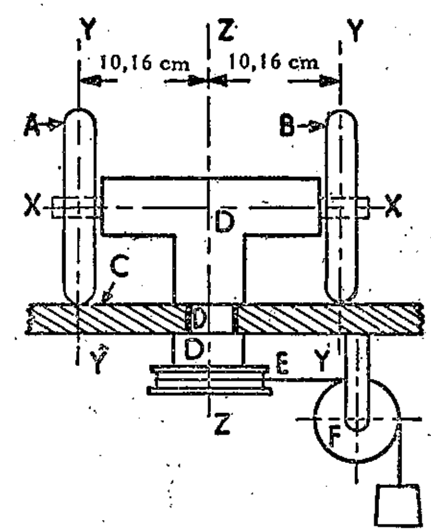
Q_1 = F kasnağına değme noktası ile 0,907 kg lık ağırlık arasında kalan E ipindeki gerginlik olsun.

Q_2 = E ipinin D kasnağı ile F kasnağı arasında kalan yatay kısmındaki gerginlik olsun.

Şimdi F kasnağını, 0,907 kg lık ağırlığı, Q_1 ve Q_2 gerginliklerini ele alalım. Newton'un ikinci hareket kanunundan

$$0{,}907 - Q_1 = \frac{0{,}907\, f_F}{g} = \frac{0{,}907\, r_F\,.\,\alpha_F}{g} = \frac{2{,}875\,\alpha_F}{g} \qquad (1)$$

F kasnağındaki döndürme momenti $T_F = I_F\,.\,\alpha_F$



Şekil: 5.16

Bu nedenle $\quad (Q_1 - Q_2)\, r_F = \dfrac{W_F}{g} \,.\, k^2_F \,.\, \alpha_F$

$$3{,}17\,(Q_1 - Q_2) = \frac{0{,}226 \times (1{,}9)^2 \times \alpha_F}{g}$$

Buradan $\quad Q_1 - Q_2 = \dfrac{0{,}257\,\alpha_F}{g} \qquad (2)$

D kasnağındaki döndürme momenti $T_D = Q_2 \,.\, r_D = 3{,}81\, Q_2$ kg-cm (3)

Bu T_D momenti, θ_D rad. lık açı boyunca 30 sn etki etsin.

O zaman

T_D'nin yaptığı iş = D'nin ZZ ekseni etrafındaki açısal K.E. si + A ve B'nin ZZ ekseni etrafındaki açısal K.E. si + A ve B'nin XX ekseni etrafındaki açısal K.E. si.

Bu nedenle

$$T_D \,.\, \theta_D = \frac{1}{2}\, I_D \,.\, \Omega^2_D + \frac{1}{2}\,\Omega^2_D \left[2\left(I_{yy} + \frac{W_A}{g} \times 10{,}16 \times 10{,}16 \right) \right] + \frac{1}{2}\, I_A \,.\, \Omega^2_A + \frac{1}{2}\, I_B \,.\, \Omega^2_B \qquad (4)$$

Şimdi $\quad \Omega_A = \Omega_B = \dfrac{\Omega_D \,.\, 10{,}15}{r_A} = \dfrac{10{,}16}{7{,}62}\,\Omega_D = \dfrac{4}{3}\,\Omega_D$

ayrıca $\quad \Omega^2_D = 2\,\alpha_D \,.\, \theta_D$

Buradan $\quad \theta_D = \dfrac{\Omega^2_D}{2\,\alpha_D}$

Bu değerleri (4) nolu eşitlikte yerine koyarsak

$$\frac{T_D\,\Omega^2_D}{2\,\alpha_D} = \frac{\Omega^2_D}{2}\left\{ I_D + 2\,I_{yy} + \frac{206{,}45\,W_A}{g} + 2\,I_{xx}\left(\frac{4}{3}\right)^2 \right\}$$

Burada $\quad I_{xx} = I_A = I_B$

Bu nedenle

$$T_D = 3{,}81\,Q_2 = \frac{\alpha_D}{g}\left\{ (3{,}17 \times 3{,}81^2) + (2 \times 3{,}62 \times 3{,}81^2) + (206{,}45 \times 3{,}62) + \left(\times 3{,}62 \times 5{,}08^2 \times \frac{16}{9} \right) \right\}$$

$$= \frac{12306{,}\alpha_D}{g} \qquad (5)$$

(1) ve (2) nolu eşitlikleri toplarsak,

$$0{,}907 - Q_2 = \frac{3{,}13\,\alpha_F}{g} = \frac{3{,}132 \times 3{,}81 \,.\, \alpha_D}{g \times 3{,}170}$$

$$= \frac{3{,}76\,\alpha_D}{g} \quad \ldots . \; (r_D \,.\, \alpha_D = r_F \,.\, \alpha_F) \qquad (6)$$

Eşitlik (5) ve (6) dan

$$3{,}81\left(0{,}907 - \frac{3{,}76\,\alpha_D}{g}\right) = \frac{1230{,}6\,\alpha_D}{g}$$

$$3{,}45 = \frac{1244{,}9\,\alpha_D}{g}$$

Buradan $\quad \alpha_D = \dfrac{3{,}45 \times 980}{1230{,}6} = 2{,}747$ rad/sn²

$$\Omega_D = \alpha_D \,.\, t = 2{,}747 \times 30 = 82{,}41 \text{ rad/sn}$$

Bu nedenle,

disk merkezlerinden her birinin çizgisel hızı $v = \dfrac{10{,}16\,\Omega_D}{100} = 8{,}37$ m/sn.

A diskinin presesyonunun açısal hızı $= \Omega_D = 82{,}41$ rad/sn

A diskinin XX ekseni etrafındaki hızlı dönmesine ait açısal hız $= \omega\ (= \Omega_A)$

ve $\quad \omega = \dfrac{\Omega_D \times 10{,}16}{r_A} = \dfrac{10{,}16}{7{,}62} \times 82{,}41 = 109{,}8$ rad/sn.

A diski için $\quad I_{xx} = \dfrac{W_A}{g} \,.\, k^2_{xx} = \dfrac{3{,}62 \times (5{,}08)^2}{9{,}80 \times (100)^2}$ kg-m-sn²

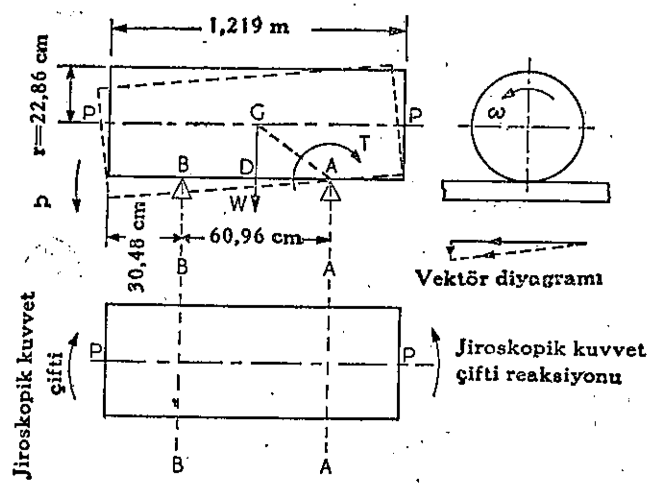
A diskindeki jiraskobik döndürme momenti

$$= I_{xx} \,.\, \Omega_D \,.\, \omega$$

$$= \frac{93{,}4 \times 82{,}41 \times 109{,}8}{9{,}80 \times 10000}$$

$$= 8{,}62 \text{ kg-m}$$

Bu jiraskobik moment, A diskinin çapı ile çakışan yatay eksen etrafında etkir. (Yani, eksen ve çap, XX ve YY eksenlerine diktirler.)



Şekil: 5.17

10) Özgül ağırlığı 7,19 kg/dm³ olan bir malzemeden yapılmış 45,72 cm çapında ve 1,219 m boyunda içi dolu bir silindirin, ucundan 30,48 cm mesafedeki dik kesite teğet bir eksene göre atalet momentini bulunuz.

Bu silindir, silindir uçlarından 0,3048 metre mesafede bulunan ve silindirin hareketine paralel olan bir çift bıçak ağızlı, yatay destek üzerinde v m/sn hızla yuvarlanıyor. Silindir belirli bir yere varınca sol destek üzerinde 0,635 cm lik bir çukura düşüyor. Çukurluğun boyu 20,32 cm olup, silindir çukurluğun ilk yarısında düzgün olarak ivmeleniyor, ikinci yarısında ise düzgün olarak yavaşlıyor.

Eğer silindir destekten yukarı yükselemeyecekse v'nin maksimum değerini hesap ediniz.

Ayrıca, oluşan maksimum jiraskobik kuvvet çiftini ve silindirin dönmeye çalıştığı yönü belirtiniz.

ÇÖZÜM : Şekil 5.17 ile ilgili olarak, AA sağ uçtan 0,3048 m mesafedeki teğet olsun.

r = silindirin yarıçapı, L = silindirin boyu, G = silindirin ağırlık merkezi, W = silindirin ağırlığı, A ve B = bıçak ağızlı destek olsun. Burada $AB \cong 0{,}61$ m.

$$W = \frac{\pi}{4} \times \left(\frac{45{,}72}{10}\right)^2 \times (1{,}219 \times 10) \times 7{,}19 = 1439 \text{ kg.}$$

Silindirin AA'ya göre atalet momenti

$$I_{AA} = \frac{W}{g}\left(\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{12} + AG^2\right)$$

$$= \frac{1439}{9{,}81}\left[\frac{\left(\frac{22{,}86}{100}\right)^2}{4} + \frac{1{,}219^2}{12} + (0{,}381)^2\right]$$

Buradan $$I_{AA} = \frac{1439 \times 0{,}282}{9{,}81}$$

$$= 41{,}36 \text{ m-kg-sn}^2$$

Silindir, v m/sn hızla yatay olarak 20,32 cm hareket ederken, aynı zamanda B noktasında düşey olarak 0,635 cm ilerler. Bu nedenle

$$\text{Ortalama düşey hız } v_{ort} = \frac{0{,}635\, v}{20{,}32} = \frac{v}{32} \text{ m/sn}$$

fakat silindir aşağı düştüğünde ivme ve yavaşlatma ivmesi f düzgündür. Bu nedenle

$$\text{Maksimum düşey hız } v_{max} = 2 \times v_{ort} = \frac{v}{16} \text{ m/sn}$$

Şimdi $v^2_{max} = 2fs$, burada $s = 0{,}3175$ cm $= 0{,}003175$ m

bu yüzden, $$f = \frac{v^2_{max}}{2s} = \left(\frac{v}{16}\right)^2 \times \frac{1}{2 \times 0{,}003175} = \frac{v^2}{1{,}6256}$$

$$= 0{,}615\ v^2 \text{ m/sn}^2$$

Silindirin sol başı aşağı düşerken, α = onun açısal ivmesi olsun.

Sınırlayıcı koşullar için, silindir bıçak ağızlı destekten yükseleceği anda A'ya göre moment alınırsa, o zaman

AA'ya göre atalet döndürme momenti (saat yönünde) T = AA'daki yerçekimi momenti

Buradan $$I_{AA} \cdot \alpha = W \cdot AD$$

$$41{,}36\, \alpha = 1439 \times 0{,}3048$$

$$\alpha = 10{,}6 \text{ rad/sn}^2$$

ve $\qquad f = \alpha \,.\, AB = 10{,}6 \times 0{,}6096 = 6{,}46 \text{ m/sn}^2$

Buradan $\qquad 0{,}615 \; v^2 = 6{,}46$

Bu nedenle v'nin gerekli maksimum değeri $= 3{,}24$ m/sn

presesyonun maksimum açısal hızı

$$\Omega = \frac{v_{max}}{AB} = \frac{v}{16 \times 0{,}6096} = \frac{3{,}24}{9{,}75} = 0{,}332 \text{ rad/sn}$$

Dönmenin açısal hızı $\omega = \dfrac{v}{r} = \dfrac{3{,}24}{0{,}2286} = 14{,}17$ rad/sn

Silindirin polar atalet momenti

$$I_{pp} = \frac{W \,.\, r^2}{g \,.\, 2} = \frac{1439}{9{,}81} \times \frac{\left(\dfrac{22{,}86}{100}\right)^2}{2} = 3{,}83 \text{ m-kg-sn}^2$$

Maksimum jiraskobik kuvvet çifti $= I_{pp} \,.\, \Omega \,.\, \omega = 3{,}83 \times 0{,}332 \times 14{,}17$
$= 18$ kg-m

Sağ vida kaidesini kullanarak ve vektör diagramının incelenmesi ile reaksiyon jiraskobik kuvvet çiftinin silindiri sol tarafa doğru çekeceği anlaşılır.

11) 4'üncü grup problemlerden 8 numaralı (şekil 4.20) problemi çözüp jiraskobik kuvvet çiftinin

$$M_0 = \frac{W L^2 \Omega^2 \sin 2\alpha}{24 g}$$ olduğunu gösteriniz ve α_3'ü bulunuz.

12) Bir elektrikli tren motorunun rotoru 544,31 kg ağırlığında olup atalet yarıçapı 22,86 cm dir. Rotor mili 76,2 cm aralıklı yataklanmış olup tekerleklerin geçtiği mile paraleldir. Rotorun ağırlık merkezi yatakların tam arasındadır. Trenin hızı 64,37 km/saat iken motor 1500 dev/dak ile dönüyor.

Tren 152,4 m yarıçaplı bir virajı geçerken her bir yatağa gelen kuvveti bulunuz. Yatakların viraj merkezine göre konumu belirtilecektir.

Cevap : 70 kg.

13) Bir geminin türbin rotorunun kütlesi 20,32 ton, atalet yarıçapı 72,1 cm ve hızı 2000 dev/dak dır. Gemi yatayla aşağı ve yukarı 6° lik yalpa yapıyor. Hareket basit ve uyumlu olup ,komple bir salınımı 20 sn. de tamamlıyor.

(a) türbini tutan vidaları kesmeye çalışan maksimum kuvvet çiftini,

(b) geminin salınma anındaki maksimum açısal ivmesini,

(c) geminin arka tarafından bakınca rotorun dönüşü saat yönünde ise, geminin ucu kalkarken dönmeye çalışacağı yönü bulunuz.

Cevap : (a) 7,4 ton-m, (b) 0,0103 rad/sn², (c) sancak tarafına (sağa).

14) Bir gemiye çift hız düşürmeli bir dişli kutusu bağlanıyor. Uskur'a takılan 5 ton ağırlığındaki son dişlinin jirasyon yarıçapı 1,067 m dir, ve önden bakıldığında saat yönünde 110 dev/dak ile dönmektedir. Ara mili, dişlisi ile beraber 1360,77 kg, atalet yarıçapı 0,558 m ve pervane milinin 4 misli bir hızla dönüyor. Türbin milindeki pinyon dişli 181,43 kg ağırlığında olup atalet çapı 0,1016 m ve ara milinin altı misli bir hızla dönüyor. Üç milin hepsi paraleldir.

Dişlilere bağlı olarak geminin gövdesinde etkiyen, bileşke jiraskobik döndürme momentinin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

(a) gemi, 137,16 m yarıçaplı bir yayın sol yanını 27,79 km/saat hızla dönerken,

(b) 0,15 rad/sn lik açısal hızla salınan geminin burnu aşağı inerken.

Cevap : (a) 272,63 kg-m, kuvvet çiftinin etkisi geminin burnunu yükseltmeye çalışır, (b) 726,2 kg-m, geminin ucunu sola döndürmeye çalışır.

15) Tek kişilik bir motorsikletin sürücüsü ile birlikte ağırlığı 226,79 kg ve ağırlık merkezi yerden 60,96 cm yukarıdadır. Tekerlerden her birinin atalet momenti 1,053 kg-m² ve yuvarlanma çapı 60,96 cm dir. Motorun krank mili, tekerlerle aynı yönde ve 5 misli hızla dönüyor. Motorun dönen kısımlarının atalet momenti volanın atalet momenti olan 0,21 kg-m² ye eşittir.

Motor, yarıçapı 60,96 m olan bir virajı 96,56 km/saat hızla dönerken gerekli yatma açısını bulunuz.

Cevap : $\theta = 52° 16'$

16) Motoru arkada olan bir otomobil, ortalama yarıçapı 91,44 m olan bir yolda hareket ediyor. Dört tekerden her birinin atalet momenti 1,58 kg-m² ve efektif çapları 60,96 cm dir. Motorun dönen kısımlarının atalet momenti 0,843 kg-m², motor mili arka dingile paralel, ve krank mili tekerlerle aynı yönde dönüyor. Motorla arka dingil arasındaki dişli oranı 3 : 1 dir. Aracın ağırlığı 1360,77 kg ve ağırlık merkezi yerden 47,72 cm yukarıdadır. Otomobilin tekerler arası mesafesi 1,524 m dir.

Otomobil virajı dönerken 4 tekerin yere değmesi için sınırlayıcı hızı bulunuz.

Cevap : 136 km/saat

17) Bir disk rotorun ağırlığı 29,2 kg, simetri eksenine göre atalet yarıçapı 12,7 cm, ve simetri eksenine 90° olan rotor çapına göre atalet yarı çapı 7,62 cm dir. Rotor, mil üzerine sıkı geçiriliyor fakat her iki eksen rotorun ağırlık merkezinden geçmesine rağmen delikteki hata yüzünden, simetri ekseni ile gerçek dönme ekseni arasında 0,25 derecelik bir açı vardır. Milin rijid olduğunu ve 20,32 cm aralıklı yataklar tarafından taşındığını varsayarak, bu hata nedeniyle 6000 dev/dak da yataklara gelen kuvveti bulunuz. Merkezkaç kuvvet çiftini bulmak için formül kullanılıyorsa, bu formülün doğruluğu kanıtlanacaktır.

Cevap : Her bir yatakta 260,3 kg. lık eşit ve zıt yönlü kuvvetler.

BÖLÜM 6

HIZ VE İVME DİYAGRAMLARI
ATALET DÖNDÜRME MOMENTİ

Krank-Biyel Mekanizması : Kros'un hızı ve ivmesi; biyelin açısal hızı ve ivmesi.

(a) Analitik metod. Şekil 6.1'le ilgili olarak, $L = BC$ biyel kolunun boyu, $r = AB$ krankının yarıçapı, $\Omega = AB$'nin düzgün açısal hızı olsun. Kros (ve piston) C, t saniye sonra kurs başlangıcı C_1 den C'ye kadar hareket etsin, ve $x =$ C'nin çizgisel yer değiştirmesi olsun. $\theta =$ AB'nin iç ölü merkezle yaptığı açı, ve $\varnothing =$ BC'nin açısal yer değiştirme miktarı olsun.

Şimdi $\quad x = L + r - L\cos\varnothing - r\cos\theta \qquad (1)$

Ayrıca $\quad L\sin\varnothing = r\sin\theta = BD \qquad (2)$

Buradan $\quad L^2\cos^2\varnothing = L^2(1 - \sin^2\varnothing) = L^2 - r^2\sin^2\theta$

$$\cos\varnothing = \sqrt{1 - \frac{r^2}{L^2}\sin^2\theta} \cong 1 - \frac{r^2\sin^2\theta}{2L^2}$$

ve

$$x = L + r - L + \frac{r^2\sin^2\theta}{2L} - r\cos\theta$$

$$= r\left(1 - \cos\theta + \frac{r^2\sin^2\theta}{2L}\right) \qquad (3)$$

Şimdi, C'nin çizgisel hızı $= v = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{dx}{d\theta}\cdot\dfrac{d\theta}{dt} = \Omega\cdot\dfrac{dx}{d\theta}$

Bu nedenle $v = \Omega r\left(\sin\theta + \dfrac{r\sin 2\theta}{2L}\right) \qquad (4)$

ayrıca, C'nin çizgisel ivmesi $= f = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dv}{d\theta}\cdot\dfrac{d\theta}{dt} = \Omega\,\dfrac{dv}{d\theta}$

Buradan $f = \Omega^2 r \left(\cos\theta + \frac{r\cos 2\theta}{L}\right)$ (5)

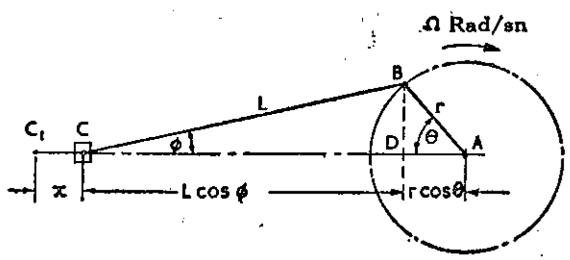
(Bkz. Prb. 6, No 14)

(2) nolu eşitliğin iki tarafının t'ye göre türevini alırsak, o zaman

$$L\cos\varnothing \cdot \frac{d\varnothing}{dt} = r\cos\theta \cdot \frac{d\theta}{dt} = \Omega\, r\cos\theta$$

Bu nedenle

$$\text{biyelin açısal hızı} = \frac{d\varnothing}{dt} = \frac{\Omega\, r\cos\theta}{L - \dfrac{r^2\sin^2\theta}{2L}}$$



Şekil: 6.1

ve $\frac{r^2}{2L}$ $\sin^2\theta$, L ile kıyaslandığında çok küçük olduğundan

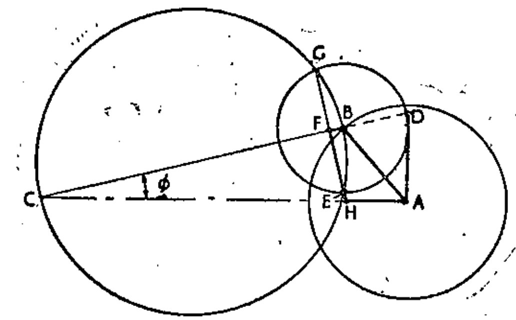
$$\frac{d\varnothing}{dt} = \frac{\Omega\, r\cos\theta}{L} \quad \text{yazabiliriz.} \tag{6}$$

Buradan;

$$\text{Biyel kolunun açısal ivmesi} = \frac{d^2\varnothing}{dt^2} = -\frac{\Omega^2 r\sin\theta}{L} \tag{7}$$

(4), (5), (6) ve (7) numaralı eşitlikler ancak yaklaşık değerleri verirler, fakat genel kullanım için yeteri kadar doğrudurlar.

(b) Grafik Metod — Klein'in çizim metodu. Bu v, f, $\frac{d\varnothing}{dt}$ ve $\frac{d^2\varnothing}{dt}$ nin bulunması için uygulanan bir grafik metotdur.



Şekil: 6.2

Şekil 6.2 ABC krank-biyel mekanizmasının verilen konumda ölçekli şeklini gösteriyor. Grafiğin çizimi aşağıda anlatıldığı gibi yapılır :

CB'yi D noktasına kadar uzatın, burada $\widehat{CAD} = 90°$ dir. CB'yi çap kabul ederek bir çember çizin. Birinci çemberi G ve E noktasında kesen, B merkezli ve BD yarıçaplı bir çember çizin. CB'yi F, AC'yi de H noktasında kesmesi için GE'yi birleştirin (gerekirse GE'yi uzatın). O zaman $\triangle$ ABD hız diagramını gösterir, burada :

$$v_{B-A} = \Omega \cdot AB; \quad v_{C-A} = \Omega \cdot AD; \quad v_{B-C} = \Omega \cdot BD \text{ dir.}$$

$$\text{Biyelin açısal ivmesi} = \frac{d\varnothing}{dt} = \frac{\Omega \cdot BD}{BC \text{ uzunluğu}}$$

Bunlara ek olarak ABFHA ivme diyagramını gösterir,

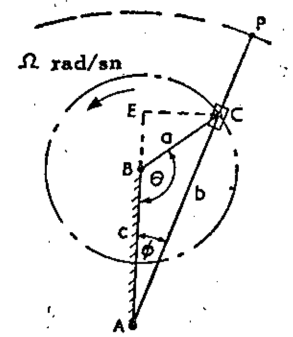
Burada $\Omega^2 \cdot AB$ = B'nin A'ya göre bağıl ivmesi $= A_{B-A}$;

ve $\Omega^2 \cdot AH$ = C'nin A'ya göre bağıl ivmesi $= A_{C-A}$

$$\text{Biyelin açısal hızı} = \frac{d^2\varnothing}{dt^2} = \frac{\Omega^2 \cdot FH}{BC \text{ uzunluğu}}$$

Hızlı Geri Dönüş Mekanizması. Analitik Metod. Şekil 6.3 hızlı geri dönüş mekanizmasının bir bölümünü gösteriyor. Burada BC krank kolu Ω rad/sn lik sabit bir hızla B merkezi etrafında dönerken, AP kolu sabit bir A merkezi etrafında salınım hareketi yapıyor. AP'nin üzerinde kayıcı bir blok vardır.

AC = b, AB = c, $\varnothing$ = CAB açısı, θ = ABC açısı, CE = AB'nin uzantısına inilen dikme olsun.



Şekil: 6.3

Şimdi $CE = b \sin \varnothing = a \sin (180° - \theta) = a \sin \theta$

Ayrıca $EA = EB + BA$

$$b \cos \varnothing = a \cos (180° - \theta) + c = c - a \cos \theta$$

Buradan $\dfrac{b \sin \varnothing}{b \cos \varnothing} = \dfrac{a \sin \theta}{c - a \cos \theta}$

ve $$\tan \varnothing = \frac{a \sin \theta}{c - a \cos \theta} \tag{1}$$

Eşitlik (1)'in iki tarafının t zamanına göre türevini alırsak, o zaman

$$\sec^2 \varnothing \cdot \frac{d\varnothing}{dt} = \left[\frac{(c - a \cos \theta)\ (a \cos \theta) - (a \sin \theta)\ (a \sin \theta)}{(c - a \cos \theta)^2} \right] \frac{d\theta}{dt}$$

$$= \left[\frac{ac \cos \theta - a^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{(c - a \cos \theta)^2} \right] \Omega$$

$$= \left[\frac{a\ (c \cos \theta - a)}{(c - a \cos \theta)^2} \right] \Omega \tag{2}$$

Eşitlik (1)'den

$$\sec^2 \varnothing = 1 + \tan^2 \varnothing = 1 + \left(\frac{a \sin \theta}{c - a \cos \theta} \right)^2$$

Buradan $$\sec^2 \varnothing = \frac{c^2 - 2\,ac \cos \theta + a^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)}{(c - a \cos \theta)^2}$$

$$= \frac{c^2 + a^2 - 2\,ac \cos \theta}{(c - a \cos \theta)^2}$$

Eşitlik (2) de yerine koyarsak, AP'nin açısal hızı ,

$$\frac{d\varnothing}{dt} = \left[\frac{a\ (\cos \theta - a)}{(c - a \cos \theta)^2} \right] \Omega \times \frac{(c - a \cos \theta)^2}{c^2 + a^2 - 2\,ac \cos \theta}$$

$$= \frac{\Omega\, a\ (c \cos \theta - a)}{c^2 + a^2 - 2\,ac \cos \theta} \tag{3}$$

AP'nin açısal ivmesi,

$$\frac{d^2\varnothing}{dt^2} = \Omega^2 a \left[\frac{(c^2 + a^2 - 2\,ac \cos \theta)\ (-c \sin \theta) - (c \cos \theta - a)\ (2\,ac \sin \theta)}{(c^2 + a^2 - 2\,ac \cos \theta)^2} \right]$$

$$= \frac{\Omega^2\ (a^3 c - c^3 a) \sin \theta}{(c^2 + a^2 - 2\,ac \cos \theta)^2} \tag{4}$$

Kosinüs kuralından,

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2\,ac \cos \theta$$

İki tarafın zamana göre türevini alırsak

$$2b \cdot \frac{db}{dt} = 2ac \sin \theta \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

bu nedenle, kayıcı blokun AP boyunca hızı

$$\frac{db}{dt} = \frac{\Omega \cdot ac \cdot \sin \theta}{b} = \frac{\Omega \cdot a \cdot c \cdot \sin \theta}{\sqrt{(c^2 + a^2 - 2\,ac \cos \theta)}} \tag{5}$$

Eğer (5) nolu eşitliğin zaman t'ye göre türevi alınırsa, kayıcı blokun AP boyunca ivmesi bulunabilir.

Kayıcı blok'un AP boyunca çizgisel ivmesi

$$f = \frac{d^2b}{dt^2} = \frac{b\, \Omega^2\, ac \cos \theta - \Omega^2\, ac \sin \theta \times \dfrac{ac \sin \theta}{b}}{b^2}$$

$$= \frac{\Omega^2\, ac}{b^3}\ [\, b^2 \cos \theta - ac \sin^2 \theta \,] \tag{6}$$

(Bkz. Prb. 6, No 6 ve 9)

Hız Diagramları. Şekil 6.4 Ω rad/sn lik açısal bir hızla saat yönünde dönen L metre uzunluğundaki bir AB çubuğunu gösteriyor.

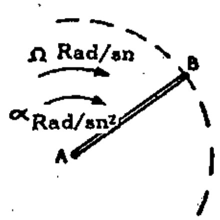
Burada, B'nin A'ya göre hızı $= v_{B-A} = \Omega \,.\, AB$ m/sn $= \underrightarrow{ab}$ vektörü. $\underrightarrow{ab}$ vektörü AB'ye 90° lik açı altında ve AB nin dönüş yönünde etkir. (Şekil 6.5)

Temel Hız Eşitlikleri. Bir mekanizma üzerinde, aynı düzlemde bulunan üç nokta A, B ve C değişik hızlarla hareket ediyorsa (veya biri sabit diğer ikisi hareketliyse) o zaman

C'nin A'ya göre hızı = C'nin B'ye göre hızı + B'nin A'ya göre hızı

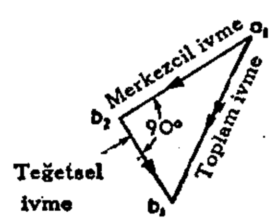
Bu nedenle $\quad v_{C-A} = v_{C-B} + v_{B-A}$

ve $\quad \underrightarrow{ac} = \underleftarrow{bc} + \underleftarrow{ab} = \underleftarrow{ab} + \underleftarrow{bc}$



Şekil: 6.4

Şekil: 6.5



Şekil: 6.6

İvme Diagramları. Eğer Şekil 6.4 deki AB çubuğunun, bir de α rad/sn² lik bir açısal ivmesi varsa, o zaman mafsalın iki tane ivme bileşeni olacaktır. Yani,

(i) B'nin A'ya göre merkezcil ivmesi:

$$= \frac{(\underrightarrow{ab})^2}{AB \text{ boyu}} \quad m/sn^2 = \underrightarrow{a_1 b_2}$$

(ii) B'nin A'ya göre teğetsel ivmesi :

$= \alpha \,.\, AB$ m/sn² $= \underrightarrow{b_2 b_1}$

Bu ikisini vektörel olarak toplarsak, $\underrightarrow{a_1 b_1}$ = B'nin A'ya göre toplam ivmesi $= A_{B-A}$ 'ı elde ederiz.

Şekil 6.6 da gösterildiği gibi.

Temel İvme Eşitlikleri : C'nin A'ya göre toplam ivmesi = C'nin B'ye göre toplam ivmesi + B'nin A'ya göre toplam ivmesi.

$$A_{C-A} = A_{C-B} + A_{B-A}$$

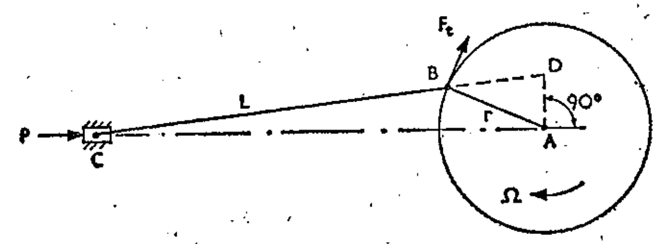
Buradan $\quad \underrightarrow{a_1c_1} = \underleftarrow{b_1c_1} + \underleftarrow{a_1b_1} = \underleftarrow{a_1b_1} + \underleftarrow{b_1c_1}$

Alternatif Doğrusal Hareket Yapan Makinaların Krank Millerindeki Döndürme Momenti veya Tork. Şekil 6.7, AB krankı Ω rad/sn. lik sabit bir hızla dönen bir alternatif hareket makinasını gösteriyor.

Şimdi, $\quad v_{B-A} = v_{B-C} + v_{C-A}$

Bu nedenle $\quad \underrightarrow{ab} = \underleftarrow{cb} + \underleftarrow{ac} = \underleftarrow{ac} + \underleftarrow{cb}$

Şekil 6.8 hız diagramını gösteriyor. CB'yi D noktasına kadar uzatınız. Burada AD, CA'ya diktir.



Şekil: 6.7

Şekil: 6.8

O zaman △ abc ve △ BDA, benzer üçgenlerdir.

fakat $\quad \underrightarrow{ab} = \Omega \,.\, AB$

bu nedenle $\quad \underrightarrow{ac} = \Omega \,.\, AD$

P = C'de etkiyen yatay kuvvet

F_t = B'de etkiyen teğetsel kuvvet olsun.

Yüzde yüz verim olduğunu kabul edersek, iş ilkesinden, C'de 1 sn. de yapılan iş = B'de 1 sn. de yapılan iş.

Bu nedenle

$$P \,.\, \underleftarrow{ac} = F_t \,.\, \underrightarrow{ab}$$

$$P \,.\, \Omega \,.\, AD = F_t \,.\, \Omega \,.\, AB$$

$$P \cdot AD = F_t \cdot AB$$

Fakat $\quad F_t \cdot AB = A$ milindeki tork $= T$

Ayrıca yukarıdaki eşitlikten $T = P \cdot AD$

(Bkz. Prb. 6, No 14 ayrıca Prb. 7 No. 6

Dinamikce Eşdeğer Biyel Kolu. Alternatif hareket yapan makinalarda BC biyel kolunun atalet etkisini incelerken BC çubuğunun kütlesini, iki konsantre kütleden oluşan dinamikçe eşdeğer bir sistemle göstermek uygun olur. Gerçek ve dinamikçe eşdeğer sistemin aynı atalet etkisini yapması için üç şartın yerine getirilmesi gerekir: (1) BC çubuğunun toplam kütlesi = iki kütlenin toplamı, (2) çubuğun ağırlık merkezi ile iki kütlenin ağırlık merkezi üst üste gelmeli, (3) Ağırlık merkezine göre BC çubuğunun ve iki kütleli sistemin atalet momenti; aynı olmalıdır.

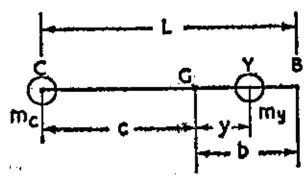
BC biyel kolu için, $L =$ merkezler arasındaki uzaklık, $I_G =$ Çubuğun G ağırlık merkezine göre polar atalet momenti olsun. $CG = c$; $GB = b$; ve $m =$ çubuğun toplam kütlesi olsun.

Şekil 6.9 da, m kütlesinin yerine, C de m_C ve Y de m_Y kütlesini koyalım. $GY = y$ dir. Sonra (1), (2) ve (3) üncü koşulların yerine getirilmesi için,

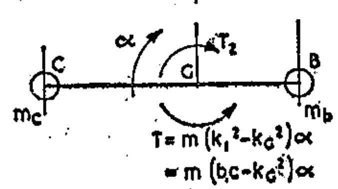
$$m = m_C + m_Y \tag{1}$$

$$m_C \cdot c = m_Y \cdot y \tag{2}$$

$$I_G = m \cdot k^2{}_G = m_c \cdot c^2 + m_y \cdot y^2 \tag{3}$$



Şekil: 6.9



Şekil: 6.10

Eşitlik (1), (2) ve (3) den,

$$k^2{}_G = \frac{m_C \cdot c^2 + m_Y \cdot y^2}{m} = \frac{m_C \cdot c^2 + m_C \cdot c \cdot y}{m_C + m_Y} = \frac{m_C \cdot c(c+y)}{m_C + \dfrac{m_C \cdot c}{y}}$$

$$= \frac{m_C \cdot c(c+y)y}{m_C \cdot (y+c)} = c \cdot y$$

Bu nedenle bir m_C kütlesi C'ye yerleştirilirse, o zaman diğer m_Y kütlesi, $k^2{}_G = c \cdot y$ olan Y noktasına yerleştirilir.

Şimdi Şekil 6.10 da m_C kütlesi mil ucundaki C pimine ve m_b kütlesi de B krank pimine yerleştirilmiş olduğunu varsayalım.

Burada $m_C + m_b = m$

$I'_G =$ sistemin G'ye göre polar atalet momenti olsun (Şekil 6.10) $= m\,k_1{}^2$

$k_1 =$ G'ye göre atalet yarıçapı

Şimdi $\quad m_C = \dfrac{m \cdot b}{b+c} \quad$ ve $\quad m_b = \dfrac{m \cdot c}{b+c}$

Bu nedenle

$$I'_G = m_C \cdot c^2 + m_b\,b^2 = \frac{mbc^2 + mbc^2}{b+c} = m \cdot b \cdot c = m\,k_1{}^2$$

Buradan $\quad k_1{}^2 = b \cdot c$

Bunun sonucu olarak biyel kolu, C de m_C kütlesi ve B de m_B kütlesi ile değiştirilirse, polar atalet momenti ,gerçeğinden daha büyük olacağından dengeleme için bir T kuvvet çiftine gereksinme vardır.

$\alpha =$ BC biyel kolunun açısal ivmesi olsun.

İki kütleli sistemi hızlandırmak için (Şekil 6.10) tork $T_1 = I'_G\,\alpha$

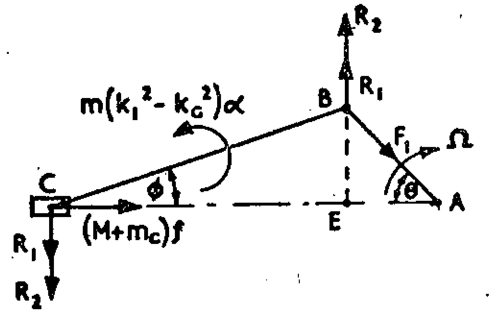
BC biyel kolunu ivmelendirmek için tork $T_2 = I_G \cdot \alpha$ olsun.

Bu nedenle Şekil 6.10 daki iki kütleli sistemin, BC biyel kolu ile dinamikçe eşit olması için uygulanacak düzeltme torku (veya kuvvet çifti),

$$T = T_1 - T_2 = m\,(k_1{}^2 - k_G{}^2)\,\alpha = \frac{W}{g}\,(k_1{}^2 - k_G{}^2)\,\alpha$$

burada $\quad W =$ BC biyel kolunun ağırlığıdır.

(Bkz. Prb. 6, No. 11, 13 ve 14)



Şekil: 6.11

Makina Gövdesinde Etkiyen Kuvvetler — biyel kolunun ve ileri - geri hareket eden parçaların ataletine bağlı olarak.

M ve m = sırasıyla, ileri - geri hareket eden parçaların ve çubuğun kütlesi

W ve w = ileri - geri hareket eden parçaların ve çubuğun ağırlığı olsun.

ve AB krankı saat yönünde Ω rad/sn ile dönsün.

f = ileri - geri hareket eden parçaların ve m_c kütlesinin çizgisel ivmesi olsun.

α = BC biyel kolunun açısal ivmesi ve

L = biyel kolunun boyu olsun.

F_1 ve F_2 = AB üzerindeki merkezcil ve merkezkaç kuvvetleri (ayrı ayrı)

Şekil 6.11'le ilgili olarak, eğer R_1 = düzeltme kuvvet çifti $m\,(k_1^2 - k_G^2)\,\alpha$'ya bağlı olarak C de etkiyen düşey kuvvet ise, o zaman

$$R_1 = \frac{m\,(k_1^2 - k_G^2)\,\alpha}{L \cos \varnothing}$$

Şimdi yatay hızlandırma kuvveti $(M+m_c)\,f$, C deki düşey kuvvet R_2'yi artırır.

$$R_2 = (M+m_c)\,f \,.\, \tan \varnothing.$$

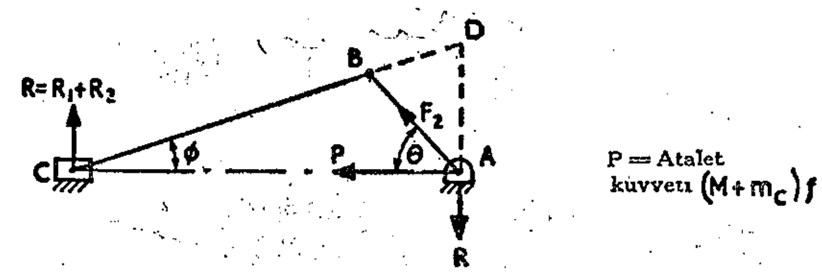
Makinanın üzerinde etkiyen kuvvetler Şekil 6.12 de gösterildiği gibidir. O zaman, C de aşağı doğru etkiyen toplam kuvvet $R = R_1+R_2$ dir. Bu nedenle Şekil 6.12 de C kros yatağında düşey olarak yukarı doğru etkiyen R tepkisi,

$$R = R_1+R_2 = \frac{m\,(k_1^2 - k_G^2)\,\alpha}{L \cos \varnothing} + (M+m_c)\,f \tan \varnothing \text{ olur.}$$

BE, B noktasından AC'ye inilen düşey dikme olsun ve CB'yi D noktasına kadar uzatalım. Burada CAD açısı = 90° olur.

O zaman, ileri - geri hareket eden parçalarla, biyel kolunun atalet etkisini yenmek için krank milindeki döndürme momenti,

$$(M+m_c)\,f\,.\,AD + R_1\,.\,AE \text{ dir.}$$



Şekil: 6.12

f ve α'nın değerleri, grafik veya analitik yollardan biri ile bulunabilir.

$$f = \Omega^2 r \left(\cos\theta + \frac{r}{L} \cos 2\theta \right)$$

$$\alpha = \frac{d^2\varnothing}{dt^2} = -\frac{\Omega^2 r \sin\theta}{L}$$

Eğer yerçekimi etkisi hesaba katılırsa, o zaman W_B = BC çubuğunun B noktasındaki ağırlık oranı olsun. O zaman,

Döndürme momenti veya atalet torku

$$= (M+m_c)\,f\,.\,AD + R_1\,.\,AE + w_B\,.\,AE$$

$$M = \frac{W}{g}\ ;\quad m_c = \frac{w_c}{g}$$

(Bkz. Prb. 6 No. 14)

PROBLEMLER 6

1) OC, O ekseni etrafında sabit ω açısal hızı ile dönen bir kranktır. AB, A etrafında dönen çatal bir çubuktur ve C, çatal içerisinde kayan sürgüye pimlenmiştir. Eğer $AC = x$, $<OAC = \alpha$, ve N de O'dan AB'ye inilen dikmenin tabanı ise, (i) $\dot{x} = -\omega . ON$, (ii) $x\dot{\alpha} = \omega . CN$, ve (iii) $\ddot{x} = \frac{-\omega^2 . CN . NA}{(CN+NA)}$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM : Şekil 6.13'le ilgili olarak CJ, OA uzantısına inilen dikme ve NK da OA'ya inilen dikme olsun. $OC = r$; $\theta = COJ$ açısı, $y = OA$ olsun.

(i) $\triangle$ AOC için kosinüs teorimini kullanırsak,

$$x^2 = r^2 + y^2 + 2r . y . \cos\theta$$

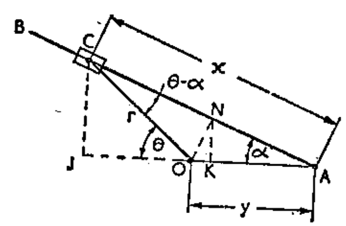
İki tarafın, t'ye göre türevini alırsak

$$2x\dot{x} = -2ry\,\dot{\theta}\sin\theta \;\ldots\; \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

Bu nedenle $\dot{x} = \frac{-\omega . y . r\sin\theta}{x} = \frac{-\omega . OA . CJ}{AC}$

$$= -\omega . OA\sin\alpha = -\omega . ON \qquad (1)$$

(ii) Şimdi $r\sin\theta = x\sin\alpha = CJ$



Şekil: 6.13

İki tarafın t'ye göre türevini alırsak, o zaman

$$\omega r\cos\theta = x\dot{\alpha}\cos\alpha + \dot{x}\sin\alpha \qquad (2)$$

$$x\dot{\alpha} = \frac{\omega r\cos\theta - \dot{x}\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\omega . OJ - (-\omega . ON\sin\alpha)}{\cos\alpha}$$

$$= \frac{(OJ+OK)}{\cos\alpha} = \frac{\omega . JK}{\cos\alpha}$$

$$= \omega . CN \qquad (3)$$

(iii) Şimdi $ON = r\sin\sphericalangle OCA = r\sin(\theta - \alpha)$ (4)

(1)'den (4)'e kadar olan eşitliklerden,

$$\dot{x} = -\omega r\sin(\theta-\alpha) = -\omega r[\sin\theta\cos\alpha - \sin\alpha\cos\theta]$$

İki tarafın t'ye göre türevini alırsak

$$\ddot{x} = -\omega r[-\sin\theta . \sin\alpha . \dot{\alpha} + \dot{\theta}\cos\theta\cos\alpha + \dot{\theta}\sin\alpha . \sin\theta - \dot{\alpha}\cos\alpha\cos\theta]$$

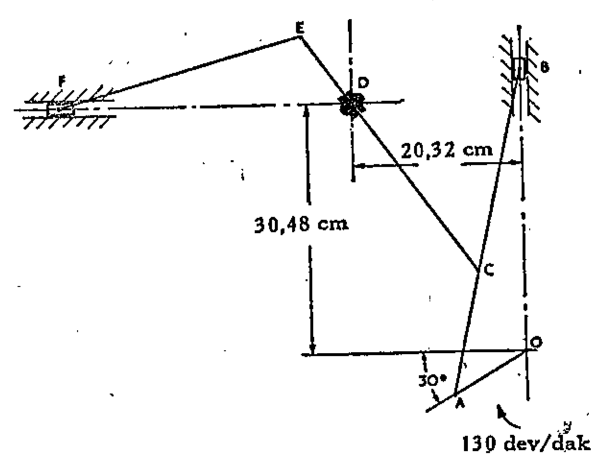
$$= -\omega r[(\dot{\theta} - \dot{\alpha})(\cos\theta\cos\alpha + \sin\alpha\sin\theta)]$$

$$= -\omega r\left[\left(\omega - \frac{\omega . CN}{x}\right)\cos(\theta-\alpha)\right]$$

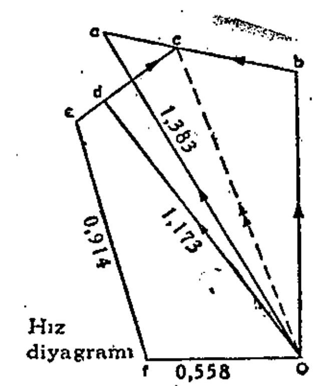
$$= -\omega^2 r\left[\left(\frac{x - CN}{x}\right)\cos(\theta-\alpha)\right]$$

$$= \frac{-\omega^2 . CN . NA}{(CN+NA)} \;\ldots\; \left.\begin{array}{l} r\cos(\theta-\alpha) = CN \\ x = CA = CN + NA \end{array}\right\}$$

2) Şekil 6.14, 10,16 cm uzunluğunda ve O ekseni etrafında 130 dev/dak ile dönen OA krankını gösteriyor. AB, 40,64 cm uzunluğunda bir biyel koludur. AB üzerinde ve A'dan 15,24 cm uzaktaki bir C noktasına



Şekil: 6,14



Şekil: 6.15

35,56 cm uzunluğunda bir CE çubuğu bağlanıyor. CE çubuğu, D noktasındaki muylunun kanalından kayabiliyor. Çubuğun E ucu, 30,48 cm uzunluğundaki bir EF koluyla ,yatay olarak hareket eden bir F sürgüsüne bağlanıyor. Görülen konumdaki mekanizma için, 1 cm'si 0,12 m/sn yi gösteren bir hız diyagramı çiziniz. F'nin hızını, CE'nin muylu içindeki kayma hızını ve CE'nin açısal hızını bulunuz.

ÇÖZÜM :

$$v_{A-O} = \overrightarrow{oa} = \Omega \,.\, OA = \frac{130}{60} \times 2\pi \times \frac{10{,}16}{100} = 1{,}38 \text{ m/sn.}$$

OACB bağlantı sistemini ele alalım, o zaman temel hız eşitliğini kullanarak,

$$v_{A-O} = v_{A-B} + v_{B-O}$$

buradan $\overrightarrow{oa} = \overleftarrow{ba} + \overleftarrow{ob} = \overleftarrow{ob} + \overleftarrow{ba}$

AO'ya dik olarak $\overrightarrow{oa} = 1{,}38$ m/sn lik bir doğru çiziniz, AB'ye dik olarak $\overleftarrow{ba}$'yı çiziniz ve $\overleftarrow{ba}$ ile b noktasında kesişen $\overleftarrow{ob}$ dikmesini çıkınız. (Şekil 6.15).

$\overleftarrow{ba}$ üzerinde, $\dfrac{ca}{ba} = \dfrac{CA}{AB}$ olacak şekilde $\overleftarrow{ca}$'yı işaretleyin sonra v_{C-O}'yu veren ve kesik çizgilerle gösterilen $\overleftarrow{oc}$ yi birleştirin.

Şimdi CDEF bağlantı sistemini ele alalım. Burada, $v_{C-O} = \overleftarrow{oc}$ olup iki bileşene ayrılabilir: (i) CDE kolunun muylu kanalında ve CD yönündeki kayma hızı $v_{D-O} = \overleftarrow{od}$, (ii) CD'ye dik olan $v_{C-D} = \overleftarrow{dc}$. Bu nedenle, $\overleftarrow{od}$ ve $\overleftarrow{dc}$ vektörlerini, d noktasında birleşecek şekilde çiziniz.

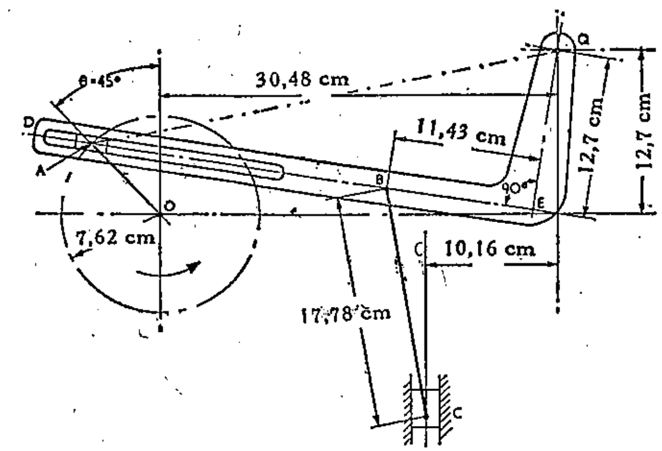
Şimdi $\overrightarrow{cd}$'yi $\dfrac{cd}{ce} = \dfrac{CD}{CE}$ olacak şekilde e noktasına kadar uzatınız. Sonra EF'ye dik olarak $\overleftarrow{ef}$'yi, ve son olarak da $\overleftarrow{ef}$ yi f noktasında kesen yatay $\overrightarrow{of}$ vektörünü çiziniz

O zaman, F'nin O'ya göre hızı $= v_{F-O} = \overrightarrow{of} = 0{,}558$ m/sn.

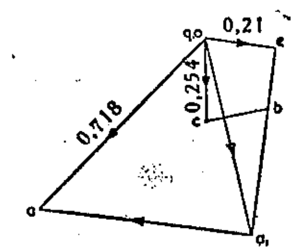
CE'nin kanal içindeki kayma hızı $= \overleftarrow{od} = 1{,}173$ m/sn

$$\text{CE'nin açısal hızı} = \frac{\overrightarrow{ce}}{\text{CE uzunluğu}} = \frac{45{,}27}{35{,}56} = 1{,}286 \text{ rad/sn.}$$

3) Şekil 6.16 da görülen kanallı manivela mekanizmasında OA krankı, sabit bir O ekseni etrafında saatin ters yönünde 90 dev/dak. ile dönerken, DEQ koluna Q noktası etrafında salınım hareketi yaptırıyor. DEQ kolunun açısal hızının büyüklüğü ve yönünü ayrıca, θ = 45° olduğu zaman C sürgüsünün hızını bulunuz.



Şekil: 6.16



Hız diyagramı

Şekil: 6.17

ÇÖZÜM : $v_{A-O} = \overrightarrow{oa} = \Omega \,.\, OA = \dfrac{90}{60} \times 2\pi \times \dfrac{7{,}62}{100} = 0{,}718$ m/sn.

Hız diagramı Şekil 6.17. OA'ya dik olarak $\overrightarrow{oa} = 0{,}718$ m/sn vektörünü çiziniz. QA'ya dik olarak $\overleftarrow{qa_1}$'i ve ED yönünde (yani kanal boyunca) $\overleftarrow{a_1a}$ vektörünü çiziniz.

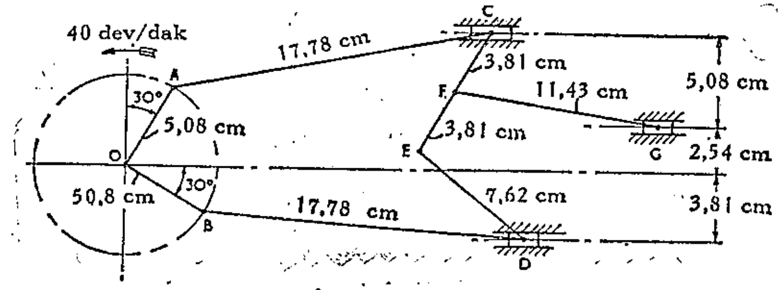
QE'ye dik olarak $\overleftarrow{qe}$'yi ve EA'ya dik olarak da $\overleftarrow{ea_1}$'i çiziniz ve $\overleftarrow{ea_1}$ üzerinde $\dfrac{eb}{ea_1} = \dfrac{EB}{EA}$ olacak şekilde b noktasını işaretleyiniz. BC'ye dik olarak $\overrightarrow{bc}$'yi ve son olarak da düşey olarak $\overrightarrow{qc}$'yi çiziniz.

$$\text{DEQ kolunun açısal hızı} = \frac{qe}{EQ} = \frac{21}{12{,}7}$$

$$= 1{,}65 \text{ rad/sn saatin ters yönünde}$$

C sürgüsünün hızı $= v_{C-Q} = \overrightarrow{qc} = 0{,}254$ m/sn

$\underrightarrow{a_1a} = 0,635$ m/sn ve A blokunun kanal içinde ve ED yönündeki kayma hızına eşit olduğuna dikkat ediniz.



Şekil: 6.18

4) Şekil 6.18 deki sistemde, OA ve OB, aynı boyda birbirine dik ve O noktasında 40 dev/dak ile dönen iki kranktır.

C, D ve G, üç ayrı sürgü olup, G sürgüsüne, EC kolunun ortasında bulunan F noktasından hareket veriliyor. Görülen konum için hız diagramını çiziniz ve G sürgüsünün hızını bulunuz. Hız diagramı için 1 cm = 0,02 m/sn olarak alınız.

ÇÖZÜM :

$$v_{A-O} = \underrightarrow{oa} = \Omega \, . \, OA = \frac{40}{60} \times 2\pi \times \frac{5,08}{100} = 0,213 \text{ m/sn.}$$

$$v_{B-O} = \underrightarrow{ob} = 0,213 \text{ m/sn.}$$

OAC'yi ele alırsak, $v_{A-O} = v_{A-C} + v_{C-O}$

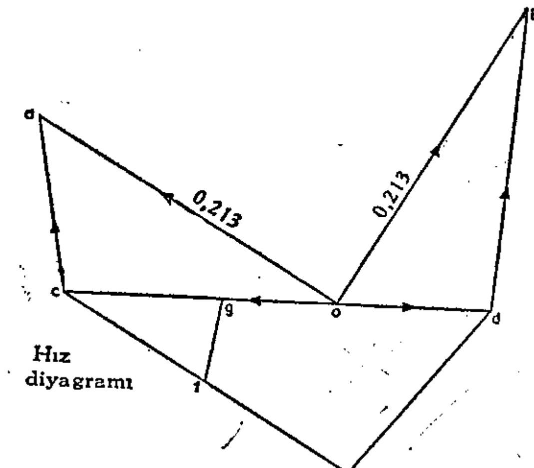
Buradan $\underrightarrow{oa} = \underleftarrow{ca} + \underleftarrow{oc} = \underleftarrow{oc} + \underleftarrow{ca}$

Aynı şekilde OBD için, $\underrightarrow{ob} = \underleftarrow{od} + \underleftarrow{db}$

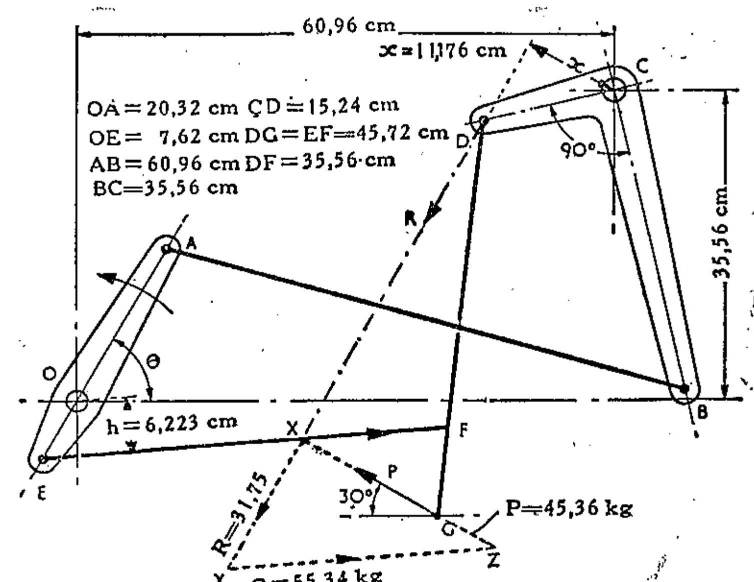
Şekil 6.19 hız diyagramı. OA'ya di kolarak $\underrightarrow{oa} = 0,213$ m/sn vektörünü çiziniz. Yatay olarak çizilen $\underleftarrow{oc}$ ile kesişmesi için, AC'ye dik olarak $\underleftarrow{ca}$ vektörünü çiziniz. OB'ye dik olarak $\underrightarrow{ob} = 0,213$ m/sn vektörünü çiziniz, BD'ye dik olarak $\underleftarrow{db}$'yi ve $\underleftarrow{db}$ ile d noktasında birleşecek şekilde yatay $\underleftarrow{od}$ vektörünü çiziniz. CE'ye dik olarak $\underrightarrow{ce}$ vektörünü ve $\underrightarrow{ce}$'yi e noktasında kesen $\underleftarrow{de}$ vektörünü DE'ye dik olarak çiziniz. $\underrightarrow{ce}$ yi f noktasında $\frac{cf}{ce} = \frac{CF}{CE}$ olacak şe-

kilde bölün. Sonra FG'ye dik olarak $\underrightarrow{fg}$'yi ve $\underrightarrow{fg}$'yi g noktasında kesen yatay $\overrightarrow{og}$ vektörünü çiziniz.

$$v_{G-O} = \underrightarrow{og} = 0,068 \text{ m/sn.}$$



Şekil: 6.19



XYZ kuvvetler üçgeni noktalı gösterilmiştir

Şekil: 6.20

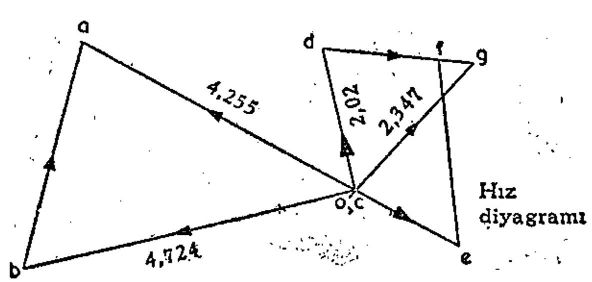
5) Şekil 6.20 de görülen mekanizmada EOA ikili krankı sabit bir O merkezi etrafında ve saatin ters yönünde 200 dev/dak. lık sabit bir hızla dönüyor. BCD krank kolu, sabit C merkezi etrafında AB kolu tarafından sallanıyor ve rijid DFG çubuğunun hareketi, D'deki pimli bağlantı ve EF çubuğu ile kontrol ediliyor. θ açısı 60° olduğu zaman, şekilde görüldüğü gibi yatayla 30° lik açı altında ve G noktasında etkiyen 45,36 kg lık bir P kuvveti vardır. (a) G'nin çizgisel hızını ve DG'nin açısal hızının büyüklüğünü ve yönünü, (b) D'de etkiyen kuvvetin büyüklük ve yönüyle, AE üzerinde etkiyen torku bulunuz.

ÇÖZÜM :

$$v_{A-O} = \overrightarrow{oa} = \Omega \, . \, OA = \frac{200}{60} \times 2\pi \times \frac{20,32}{100} = 4,255 \text{ m/sn.}$$

$$v_{A-O} = v_{A-B} + v_{B-C}$$

Bu nedenle $\overrightarrow{oa} = \overleftarrow{cb} + \overleftarrow{ba}$



Şekil: 6.21

İzlenecek yol için Şekil 6.21'e bakınız. OA'ya dik olarak $v_{A-O} = \overrightarrow{oa} = 4,25$ m/sn vektörünü çiziniz, $v_{A-B} = \overrightarrow{ba}$'yı AB'ye dik olarak çiziniz, sonra $\overrightarrow{ba}$'yı b noktasında kesecek olan $v_{B-C} = \overleftarrow{cb}$'yi BC'ye dik olarak çiziniz. O ve C, sabit merkezler olduğu için burada üst üste iki noktadır. $\overleftarrow{ao}$'yu $\frac{oa}{oe} = \frac{OA}{OE} = \frac{20,32}{7,62}$ olacak şekilde e noktasına kadar uzatın. $\frac{cd}{cb} = \frac{CD}{CB} = \frac{15,24}{35,56}$ olacak şekilde, $\overleftarrow{cd}$'yi, $\overleftarrow{cb}$ (veya (CD)'ye dik olarak çizin, sonra, EF'ye dik olarak $\overrightarrow{ef}$'yi, DF'ye dik olarak da $\overrightarrow{df}$'yi çizin. $\overrightarrow{df}$'yi

$\frac{df}{dg} = \frac{DF}{DG} = \frac{35,56}{45,72}$ olacak şekilde g'ye kadar uzatın ve $\overrightarrow{cg}$ yi birleştirin.

(a) O zaman, G'nin çizgisel hızı $= v_{G-C} = \overrightarrow{cg} = 2,347$ m/sn.

$$\text{DG'nin açısal hızı} = \frac{v_{G-D}}{\text{DG boyu}} = \frac{2,09 \times 100}{45,72}$$
$$= 4,57 \text{ rad/sn. saatin ters yönünde}$$

v_{G-D} hızı $\overrightarrow{dg}$ (= 2,09 m/sn) vektörünün yönüyle verildiği için ters yönlüdür.

(b) DFG sisteminde etkiyen 3 tane kuvvet vardır. Bunlar,

(1) P kuvveti = 45,36 kg, (2) EF boyunca etkiyen Q kuvveti, (3) D'de DX yönünde etkiyen R kuvveti. X, P ve Q'nün kesişme noktasıdır. XYZ kuvvetler üçgeni (kesik çizgili) çizilebilir. Burada Q = 55,34 kg ve R = 31,75 kg, D'de düşeyle 30° lik açı altında etkiyor.

$$\Omega_{CD} = \frac{cd}{CD} = \frac{2,02 \times 100}{15,24} = 13,25 \text{ rad/sn.}$$

$$\text{CD üzerinde etkiyen T torku} = R \, . \, x = 31,75 \times \frac{11,176}{100} = 3,548$$

kg-m. saatin ters yönünde

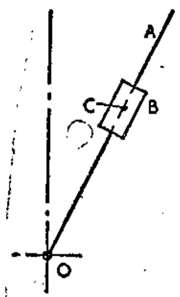
T_2 torkunun AE üzerinde bir saniyede yaptığı iş = T_1'in CD üzerinde bir saniyede yaptığı iş.

Bu nedenle $T_2 \, . \, \Omega_{AE} = T_1 \, . \, \Omega_{CD}$

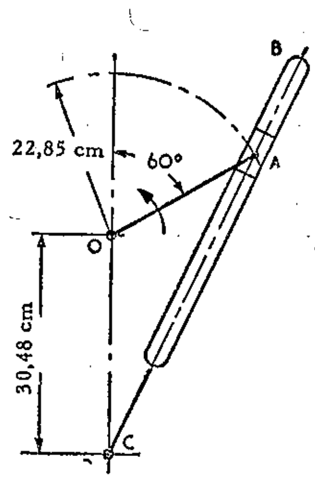
ve $T_2 \times \frac{200}{60} \times 2\pi = 3,548 \times 13,25$

Sonuç olarak $T_2 = 2,25$ kg-m. ve saat yönünde, fakat AE üzerinde saatin ters yönünde etkiyen bir $Q \, . \, h = 55,34 \times \frac{6,223}{100} = 3,44$ kg-m $= T_3$ torku vardır. Bu nedenle AE üzerinde etkiyen net tork $= T_3 - T_2 = 1,19$ kg-m. ve saatin ters yönünde.

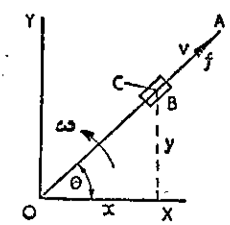
6) Şekil 6.22 de, OA çubuğu O noktası etrafında ω rad/sn lik sabit bir açısal hızla dönüyor, B takozu OA üzerinde v m/sn lik bir çizgisel hızla kayıyor, ve OA üzerindeki C noktası bir an için B ile üst üste geliyor. B'nin C'ye göre, Coriolis ivmesinin $2\omega \times v$ olduğunu gösterin ve ω ve v'nin yönü belli olduğuna göre, ivme yönünün nasıl bulunduğunu açıklayınız.



Şekil: 6.22



Şekil: 6.23



Şekil 6.24

Şekil 6.23 deki diyagramda gösterilen çabuk geriye dönüş mekanizmasın, OA krankı 2,5 rad/sn lik düzgün bir hızla dönüyor. CB kolunun açısal ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜM : OA'nın saatin ters yönünde döndüğünü ve B takozunun radyal olarak dışa doğru kaydığını kabul edelim. (Bkz. Şekil 6.24)
$OB = OC = r$, ve x ve y, B'nin dik koordinatları olsun.

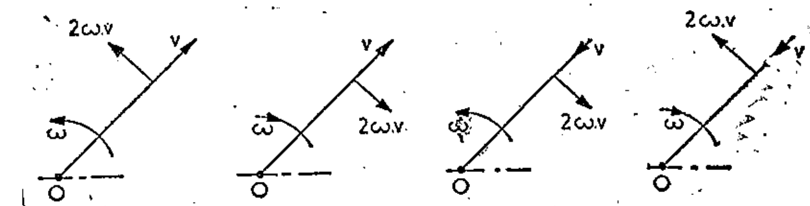
Şimdi $$y = r \sin\theta \tag{1}$$

İki tarafın t zamanına göre türevini alırsak

$$\frac{dy}{dt} = r\cos\theta \,.\, \frac{d\theta}{dt} + \sin\theta \,.\, \frac{dr}{dt}$$
$$= \omega \,.\, r\cos\theta + v\sin\theta \tag{2}$$

Bir kez daha türevini alırsak

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\,\omega\, r\sin\theta \,.\, \frac{d\theta}{dt} + r\cos\theta\,\frac{d\omega}{dt} + \omega\cos\theta \,.\, \frac{dr}{dt}$$
$$+ v\cos\theta \,.\, \frac{d\theta}{dt} + \sin\theta \,.\, \frac{d\theta}{dt}$$



Şekil: 6.24 A

Burada $\frac{dv}{dt} =$ radyal ivme f; $\frac{d\omega}{dt} =$ sıfır; $\frac{d\theta}{dt} = \omega$

Bu nedenle $$\frac{d^2y}{dt^2} = -\,\omega^2 r\sin\theta + 2\omega\, v\cos\theta + f\sin\theta$$
$$= (f - \omega^2 r)\sin\theta + 2\,\omega\, v\cos\theta \tag{3}$$

$\theta = 0°$ olduğu zaman, eşitlik (3)'den

$$\frac{d^2y}{dt^2} = 2\,\omega\, v$$

B'nin C'ye göre "Coriolis" ivme bileşeni olan bu değer OA'ya diktir.

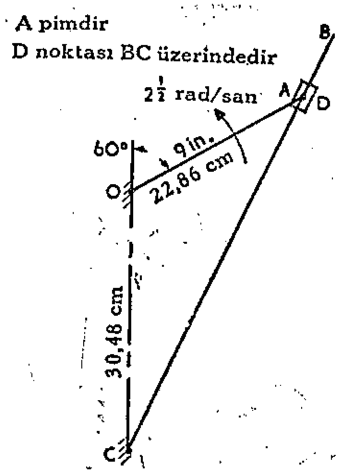
Burada ω için saatin ters yönü, v için de radyal olarak dışarı yön pozitif olarak alındı. Eğer ω veya v'den birisinin yönü ters alınsaydı Coriolis ivme bileşeninin işareti değişecekti, fakat ω ve v'nin ikisinin birden yönü değiştirilirse Coriolis ivme bileşeninin işareti değişmeyecektir. Coriolis ivme bileşeninin yönü, v'yi başlangıç noktası etrafında ω ile aynı yönde 90° döndürerek elde edilir. (Bkz. Şekil 6.24 A) v ve ω'nin yönüne bağlı olarak, dört olasılık için Coriolis ivme bileşeninin yönünde meydana gelen değişiklikler 6.24 A'da gösteriliyor. (Ayrıca bkz. Prb. 6, No. 7, 9 ve 10)

İzlenilecek yol: (Şekil 6.25); D, BC çubuğu üzerinde bulunan bir nokta olsun ve sürgü üzerindeki A noktası ile üst üste bulunsun

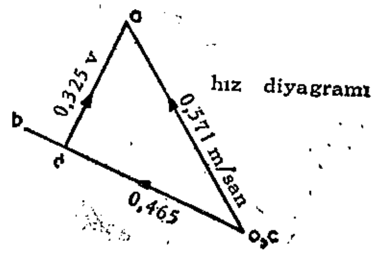
Şekil 6.26 : Hız diyagramı. Burada OA'ya dik olarak

$v_{A-O} = \underrightarrow{oa} = \omega \,.\, OA = 2{,}5 \times \frac{22{,}86}{100} = 0{,}57$ m/sn lik hız vektörünü çiziniz.

Bu $\underrightarrow{oa}$ hızı, iki bileşene ayrılabilir, (i) $v_{A-D} = \underrightarrow{da} = v =$ sürgünün BC çubuğu üzerindeki kayma hızı, (ii) $v_{D-C} =$ BC çubuğuna dik $\underrightarrow{cd}$ hızı.



Şekil: 6.25



Şekil: 6.26

Ölçekli çizimle $\overrightarrow{da} = v = 0{,}325$ m/sn; $\overrightarrow{cd} = 0{,}465$ m/sn olarak bulunur.

$$\text{O'ya göre merkezcil ivme } A = \frac{oa^2}{OA} = \frac{0{,}571^2}{\dfrac{22{,}86}{100}} = 1{,}426 \text{ m/sn}^2$$

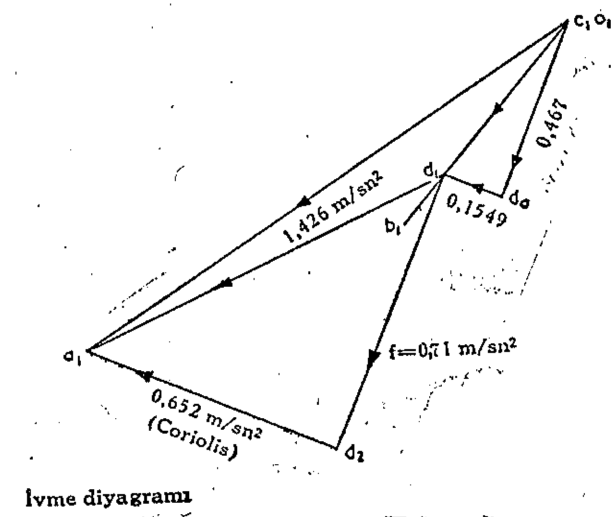
$$\text{C'ye göre merkezcil ivme } D = \frac{cd^2}{CD} = \frac{0{,}465^2}{\dfrac{46{,}35}{100}} = 0{,}467 \text{ m/sn}^2$$

$$\text{CD'nin açısal hızı} = \Omega = \frac{cd}{CD} = \frac{0{,}465}{0{,}4635} = 1{,}003 \text{ rad/sn}$$

$$\begin{aligned}\text{Coriolis ivme bileşeni } &= 2\,\Omega\, v = 2\,\Omega \,.\, \overrightarrow{da}\\ &= 2 \times 1{,}003 \times 0{,}325\\ &= 0{,}652 \text{ m/sn}^2\end{aligned}$$

Şekil 6.27 : İvme diagramı. İlk olarak O'ya göre merkezcil ivme A $(\overrightarrow{o_1 o_1})$'yi $\overrightarrow{C}$'ye göre merkezcil ivme D $(\overrightarrow{c_1 d_0'})$ye ve Coriolis ivme bileşenini hesaplayınız. $\overrightarrow{o_1 a_1} = 1{,}426$ m/sn² lik vektörü AD yönünde, $\overrightarrow{c_1 d_0} = 0{,}467$ m/sn² lik vektörü DC yönünde çiziniz. $\overrightarrow{a_1 d_2} = 0{,}652$ m/sn² (Coriolis ivme bileşeni)ni BC'ye dik olarak ve $\overrightarrow{d_2 d_1}$'i CB yönünde (d_1 henüz saptanmadı)

çiziniz. Son olarak, $\overrightarrow{d_2 d_1}$'le d_1 noktasında kesişecek şekilde ve BC'ye dik olarak $\overrightarrow{d_0 d_1}$ vektörünü çiziniz. $\overrightarrow{o_1 d_1}$'i birleştirin ve b_1'i uzatın.



İvme diyagramı

Şekil: 6.27

O zaman $\overrightarrow{d_0 d_1}$ = D'nin C'ye göre teğetsel ivmesi

Bu nedenle

$$\text{BC'nin açısal ivmesi} = \alpha_{BC} = \frac{d_0 d_1}{\text{CD boyu}} = \frac{15{,}49}{46{,}35}$$
$$= 0{,}334 \text{ rad/sn}^2$$

Ayrıca $\quad \overrightarrow{d_2 d_1}$ = Sürgünün CD boyunca olan ivmesi = f

$$= 0{,}71 \text{ m/sn}^2$$

Görülebileceği gibi, D'nin C'ye göre merkezcil ivmesi vektörel olarak D'nin C'ye göre teğetsel ivmesine eklenirken, Coriolis ivme bileşeni vektörel olarak kayma ivmesine eklenir. Böylece 4 ivme bileşeni iki çift olarak dikkate alınır.

Yukarıda bulunan sonuçlar analitik olarak da elde edilebilir. (Çabuk geriye dönüş mekanizması teorisine bakınız.)

$$\text{BC'nin açısal ivmesi} = \frac{d^2\varnothing}{dt^2} = \frac{\Omega^2 (a^3c - c^3a)\sin\theta}{(c^2 + a^2 - 2\,ac\cos\theta)^2}$$

Burada $\theta = 120°$, $c = 30{,}48$ cm, $a = 22{,}86$ cm, $\Omega = 2{,}5$ rad/sn.

Bu nedenle

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = \frac{2{,}5^2\,(364119 - 647323)\;0{,}866}{(929 + 522{,}58 + 2 \times 22{,}86 \times 30{,}48 \times 0{,}5)^2} = -0{,}332 \text{ rad/sn}^2$$

Şimdi

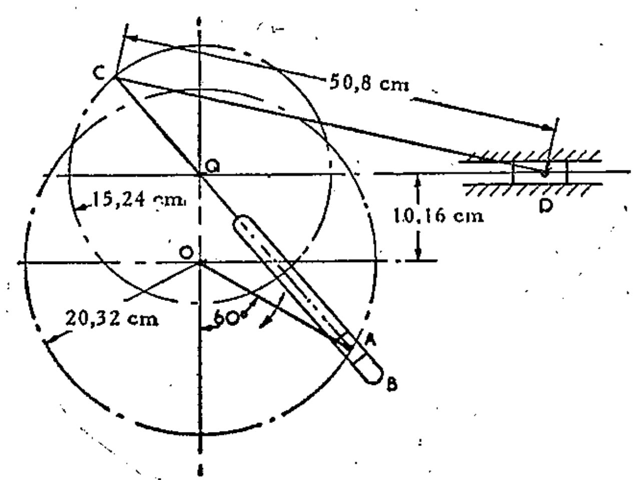
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2\,ac\cos\theta = 929 + 522{,}58 + (2 \times 22{,}86 \times 30{,}48 \times 0{,}5) = 2148{,}35$$

Sürgünün BC çubuğu boyunca kaymasının çizgisel hızı

$$f = \frac{\Omega^2\,ac}{b^3}\,[\,b^2\cos\theta - ac\sin^2\theta\,]$$

$$= \frac{6{,}25 \times 22{,}86 \times 30{,}48\,[\,(2148{,}35 \times -0{,}5) - (22{,}86 \times 30{,}48 \times 0{,}866^2)\,]}{99576{,}6}$$

$$= -69{,}8 \text{ cm/sn}^2 = -0{,}698 \text{ m/sn}^2$$



Şekil: 6.28

7) Şekil 6.28, OA krankı saat yönünde 120 dev/dak ile dönen bir hızlı geriye dönüş hareketini gösteriyor. Görülen konum için; (a) D sürgüsünü nivmesini, (b) kanallı QB çubuğunun açısal ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

ÇÖZÜM :

(a) $v_{A-O} = \vec{oa} = \Omega\,.\,OA = \frac{120}{60} \times 2\pi \times \frac{20{,}32}{100} = 2{,}55$ m/sn

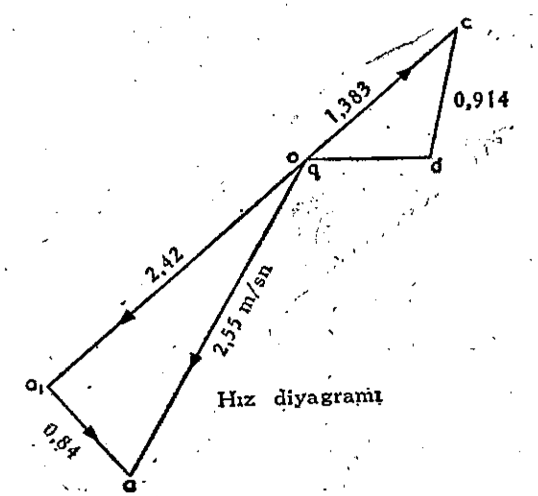
Bu $\vec{oa}$ hızı, iki bileşene ayrılabilir, (i) OA'ya dik olan $v_{A-Q} = \vec{qa_1}$

(ii) QA boyunca kayma hızı $\vec{aa_1} = v_s$

İşlem sırası : P, QB üzerinde bulunan ve sürgü üzerindeki A noktası ile çakışık bir nokta olsun.

Şekil 6.29, Hız diyagramı. Burada önce $v_{A-O} = \vec{oa} = 2{,}55$ m/sn lik hız vektörünü sonra $v_{A-Q} = \vec{qa_1}$ vektörünü, QA'ya dik olarak çiziniz ve $\vec{qa_1}$ ile $\vec{aa_1}$ vektörlerinin a_1 noktasında birleşmesi için QA boyunca $\vec{aa} = v_s$ vektörünü çiziniz.

$\frac{qa_1}{qc} = \frac{QA}{QC}$ olacak şekilde $\vec{a_1 q}$ vektörünü C'ye kadar uzatınız.



Şekil: 6.29

Bundan sonra CD'ye dik olarak $v_{D-C} = \vec{cd}$ vektörünü ve cd ile d noktasında birleşecek şekilde yatay $v_{D-Q} = \vec{qd}$ vektörünü çiziniz.

Yapılan ölçekli çizimde $\overrightarrow{qa_1} = 2{,}42$ m/sn, $\overrightarrow{aa_1} = 0{,}84$ m/sn, $\overrightarrow{cd} = 0{,}914$ m/sn, $\overrightarrow{q_c} = 1{,}383$ m/sn olarak bulunur.

Şekil 6.30 İvme diyagramı.

O'ya göre merkezcil ivme A

$$= \frac{oa^2}{OA} = \frac{2{,}55^2}{\left(\frac{20{,}32}{100}\right)} = 32 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{o_1a_1}$$

Q'ya göre merkezcil ivme P

$$= \frac{qa_1^2}{QA} = \frac{2{,}42^2}{\left(\frac{26{,}92}{100}\right)} = 21{,}75 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{q_1P_3}$$

C'ye göre merkezcil ivme D

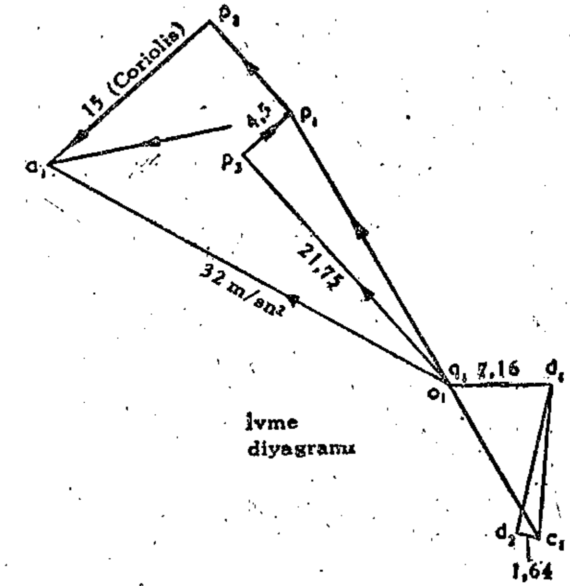
$$= \frac{cd^2}{CD} = \frac{0{,}914^2}{\left(\frac{50{,}8}{100}\right)} = 1{,}64 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{c_1d_2}$$

QA'nın açısal hızı $= \Omega_{QA} = \dfrac{qa_1}{QA} = \dfrac{2{,}42}{\left(\frac{26{,}92}{100}\right)} \cong 9$ rad/sn

Coriolis ivme bileşeni $= 2 \cdot \Omega_{AQ} \cdot v_s = 2 \times 9 \times 0{,}84$
$= 15 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{a_1p_2}$

Önce 32 m/sn² lik $\overrightarrow{o_1a_1}$ vektörünü AD yönünde, sonra 21,75 m/sn² lik $\overrightarrow{q_1p_3}$ vektörünü AQ yönünde çiziniz (o_1 ve q_1 üst üstedir).

Bundan sonra 15 m/sn² lik $\overrightarrow{a_1p_2}$ vektörünü (Coriolis ivme bileşeni) AQ'ye dik olarak çiziniz. Sonra AQ yönünde $\overrightarrow{p_1p_2}$'yi çiziniz ve $\overrightarrow{p_1p_2}$ vektörüne dik ve p_1 noktasında buluşacak şekilde $\overrightarrow{p_1p_3}$ vektörünü çiziniz. $\overrightarrow{p_1q}$ yü birleştirin ve $\dfrac{p_1q_1}{q_1c_1} = \dfrac{AQ}{CQ}$ olacak şekilde c_1'i uzatın. Bundan sonra DC yönünde 1,64 m/sn² lik $\overrightarrow{c_1d_2}$ vektörünü ve CD'ye dik olan $\overrightarrow{d_2d_1}$ vektörünü, son olarak da $\overrightarrow{d_2d_1}$ ile d_1 noktasında kesişecek olan yatay $\overrightarrow{o_1d_1} = A_{D-O}$ vektörünü çiziniz.



Şekil: 6.30

O zaman, D sürgüsünün ivmesi $= \overrightarrow{o_1d_2} = 7{,}16$ m/sn²

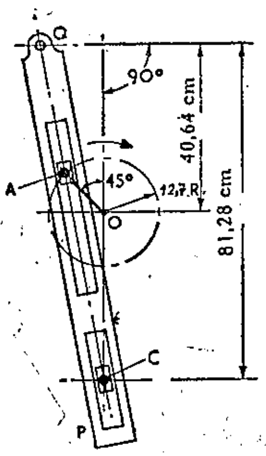
(b) QB'nin açısal ivmesi $= \dfrac{\text{Teğetsel ivme } \overrightarrow{p_3p_1}}{\text{AQ boyu}}$

Buradan $\qquad \alpha_{QB} = \dfrac{4{,}5 \times 100}{26{,}92} = 16{,}72$ rad/sn²

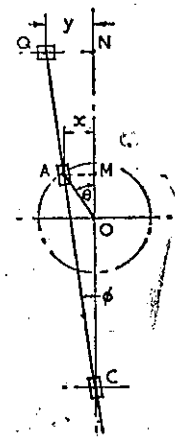
AQ uzunluğu = 26,92 cm olarak ölçekli resimden bulunur.

8) Şekil 6.31 küçük bir vargel tezgahı için hızlı geriye dönüş mekanizmasını gösteriyor. PQ kolu, saat yönünde 25 dev/dak ile dönen OA krankı ile çevriliyor. Kolun P ucu kanallı olup, sabit eksenli bir mile takılı C bloku ile yataklanıyor. Kolun Q ucu yatay olarak hareket ederek takım başlığını çalıştırıyor. Görülen konum için Q'nün hız ve ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 6.32, Şekil 6.31'in şematik resmi olsun ve OA, CON düşey doğrusu ile θ açısı yapsın. $y = QN$ = verilen bir andaki yatay yer değiştirme miktarı olsun. CON üzerine; $AM = x_1$ dikmesini inelim.



Şekil: 6.31



Şekil 6.32

$\varnothing = NCQ$ açısı olsun.

Şimdi $\quad x = OA \sin\theta = MC \tan\varnothing = (OA \cos\theta + OC)\ \tan\varnothing$

Bu nedenle $\quad OA \sin\theta = \dfrac{y}{CN}\ (OA \cos\theta + OC)$

Buradan

$$y = \frac{CN\,.\,OA \sin\theta}{OA\,.\cos\theta + OC} = \frac{81{,}28 \times 12{,}7 \sin\theta}{12{,}7 \cos\theta + 40{,}64} = \frac{1032{,}2 \sin\theta}{40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta}$$

$$\text{Q'nün çizgisel hızı} = v = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

Bu nedenle

$$v = \left[\frac{(40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta)\ 1032{,}2 \cos\theta - [1032{,}2 \sin\theta \times (-12{,}7 \sin\theta)]}{(40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta)^2}\right] \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$\theta = 45°$ olduğu zaman, $\sin\theta = \cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $\dfrac{d\theta}{dt} = \Omega = \dfrac{25}{60} \times 2\pi = \dfrac{5}{6}\pi$ rad/sn.

Bu değerleri yerine koyarsak

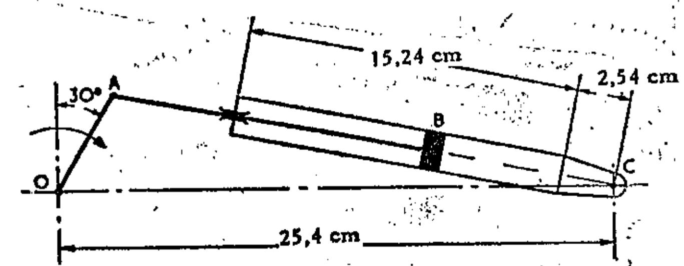
$$v = 1032{,}2 \times \frac{5}{6}\pi \left[\frac{\left(40{,}64 \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(12{,}7 \times \frac{1}{2}\right) + \left(12{,}7 \times \frac{1}{2}\right)}{(40{,}64 + 6{,}35\sqrt{2})^2}\right] \text{cm/sn}$$

$$= 45{,}44 \text{ cm/sn} = 0{,}4544 \text{ m/sn.}$$

Gene $\quad v = \dfrac{1032{,}2\ [40{,}64 \cos\theta + 12{,}7 \cos^2\theta + 12{,}7 \sin^2\theta]}{(40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta)^2} \cdot \dfrac{d\theta}{dt}$

$$= \frac{1032{,}2\ (40{,}64 \cos\theta + 12{,}7)}{(40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta)^2} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

O zaman Q'nün çizgisel ivmesi $= f = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dv}{d\theta} \cdot \dfrac{d\theta}{dt}$ olur.



Şekil: 6.33

Bu nedenle,

$$f = 1032{,}2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \left[\frac{(40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta)^2\ (-40{,}64 \sin\theta) - (40{,}64 \cos\theta + 12{,}7)\ (40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta)\ (-25{,}4 \sin\theta)}{(40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta)^4}\right]$$

$$= 1032{,}2\ \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \left[\frac{(40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta)\ (-40{,}64 \sin\theta) - (40{,}64 \cos\theta + 12{,}7)\ (-25{,}4 \sin\theta)}{(40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta)^3}\right]$$

$$= 1032{,}2\ \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \left[\frac{516 \sin\theta \cos\theta - 1329 \sin\theta}{(40{,}64 + 12{,}7 \cos\theta)^3}\right]$$

$$= 1032{,}2 \times \frac{25}{36}\pi^2 \left[\frac{258 - 939{,}74}{(40{,}64 + 6{,}35\sqrt{2})^3}\right] = -39{,}476 \text{ cm/sn}^2 = 3{,}9476 \text{ m/sn}^2$$

9) Şekil 6.33 de gösterilen salınan silindir mekanizmasında, OA krankı 5,08 cm ve AB piston kolu 15,24 cm uzunluğundadır. OA krankı O ekseni etrafında 300 dev/dak. lık sabit bir hızla döndüğüne göre görülen konum için,

(a) B pistonunun silindir duvarlarına göre bağıl hızını,

(b) AB piston kolunun açısal hızını

(c) B pistonunun silindir duvarlarına göre kayma ivmesini, ve

(d) AB piston kolunun açısal ivmesini bulunuz.

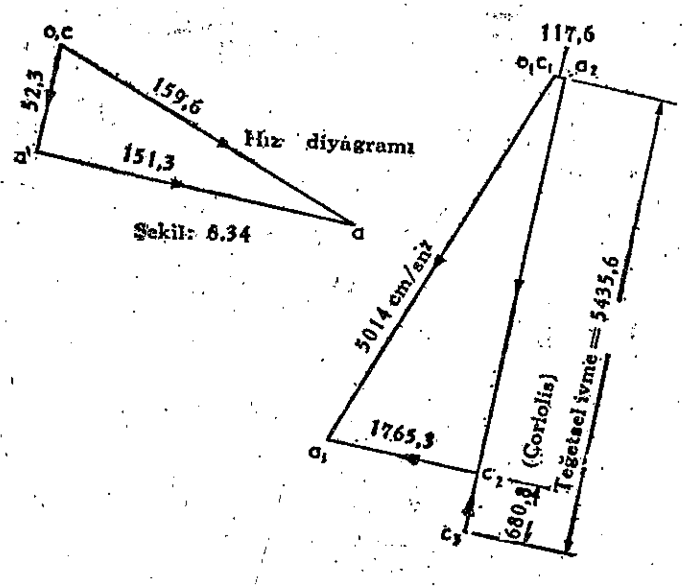
Burada grafik metodla çözüm salık verilir.

Hız diyagramında, 20 cm/sn'yi 1 cm ile ve,

İvme diyagramı için 500 cm/sn²'yi 1 cm ile gösteriniz.

ÇÖZÜM : $v_{A-O} = \underset{\rightarrow}{oa} = = \Omega \,.\, OA = \dfrac{300}{60} \times 2\pi \times 5{,}08 = 159{,}6$ cm/sn

Şekil 6.34, Hız diyagramı.



İvme diyagramı

Şekil: 6.35

İşlem sırası : OA'ya dik olarak, $v_{A-O} = \underset{\rightarrow}{oa} = 159{,}6$ cm/sn vektörünü çiziniz, $\underset{\rightarrow}{oa}$ vektörünün iki bileşeni vardır, (i) AC'ye dik $\underset{\rightarrow}{ca'}$, (ii) B pistonunun silindir duvarlarına göre A C yönündeki rölativ hızı $= \underset{\rightarrow}{aa'}$, bu nedenle hız diyagramı tamamlanabilir.

(a) $\underset{\rightarrow}{a'a} = 151{,}3$ cm/sn = Pistonun silindir duvarlarına göre rolativ hızı

(b) AB'nin açısal hızı $= \dfrac{ca'}{AC} = \dfrac{52{,}3}{23{,}26} = 2{,}25$ rad/sn.

(c) Coriolis ivme bileşeni

$2 \,.\, \Omega_{AB} \,.\, \underset{\rightarrow}{a'a} = 2 \times 2{,}25 \times 151{,}3 = 680{,}8$ cm/sn² $= \underset{\rightarrow}{c_2c_3}$

A'nın O'ya göre rölativ merkezcil ivmesi

$$= \frac{oa^2}{OA} = \frac{159{,}6^2}{5{,}08} = 5014 \text{ cm/sn}^2 = 50{,}14 \text{ m/sn}^2 = \underset{\rightarrow}{o_1a_1}$$

A'nın C'ye göre rölativ merkezcil ivmesi

$$= \frac{a'c^2}{AC} = \frac{52{,}3^2}{23{,}26} = 117{,}6 \text{ cm/sn}^2 = \underset{\rightarrow}{c_1a_2}$$

İvme diyagramı, Şekil 6.35

İşlem sırası : $\underset{\rightarrow}{o_1a_1} = 5014$ cm/sn² vektörünü AD yönünde, $\underset{\rightarrow}{c_1a_2} = 117{,}6$ cm/sn² lik vektörü AC yönünde ve $\underset{\rightarrow}{a_2c_2}$'yi AC'ye dik olarak çiziniz. Sonra $\underset{\rightarrow}{a_1c_2}$ vektörünü AC yönünde ve $\underset{\rightarrow}{c_2c_3} = 680{,}8$ cm/sn² (Coriolis) vektörünü $\underset{\rightarrow}{a_1c_1}$'e dik olarak çizip C_3 noktasını bulunuz.

O zaman B pistonunun silindir duvarlarına göre rölativ kayma ivmesi $\underset{\rightarrow}{a_1c_2} = 1765{,}3$ cm/sn² $= 17{,}653$ m/sn².

(d) AB'nin açısal ivmesi $= \dfrac{\text{Teğetsel ivme } c_3a_2}{\text{AC boyu}}$

$$= \frac{5435{,}6}{23{,}26} = 233{,}7 \text{ rad/sn}^2$$

(c) ve (d) sonuçları, hızlı geri dönüş mekanizmasındaki —Analitik Metod— (4) ve (6) nolu eşitlikleri kullanarak kanıtlayabiliriz. Burada $c = 25{,}4$ cm, $a = 5{,}08$ cm, $\theta = 60°$.

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos 60° = 645 + 25{,}8 - (2 \times 5{,}08 \times 25{,}4 \times 0{,}5) = 541{,}7$

O zaman,

$$\frac{d^2\varnothing}{dt^2} = \alpha_{AB} = \frac{\Omega^2 \, (a^3c - c^3a) \sin\theta}{b^4} = \frac{100\,\pi^2 \,(3329{,}85 - 83246{,}3)\; 0{,}866}{541{,}7 \times 541{,}7}$$

$$= -232{,}7 \text{ rad/sn}^2$$

ayrıca $\quad f = \dfrac{d^2b}{dt^2} = \dfrac{\Omega^2\, ac}{b^3}\,[\, b^2 \cos\theta - acsin^2\theta \,]$

$$= \frac{100\,\pi^2 \times 5{,}08 \times 25{,}4}{541{,}7\,\sqrt{541{,}7}}\,[\,(541{,}7 \times 0{,}5) - (5{,}08 \times 25{,}4 \times 0{,}866 \times 0{,}866)]$$

$$= 1758 \text{ cm/sn}^2 = 17{,}58 \text{ m/sn}^2$$

Çizime bağlı hatalar hesaba katıldığı zaman grafik ve analitik hesapların birbirine uyduğu görülür.

10) Çalışan bir motorun silindirleri, 6,35 cm uzunluğunda ve düşey konumdaki bir krankın alt ucunda 900 dev/dak. lık değişmez bir açısal hızla dönüyorlar. 21,59 cm uzunluğundaki biyel kolları, krankın üst ucunda dönüyor ve pistonları silindirler içerisinde ileri - geri hareket ettiriyorlar. Pistonun, silindir duvarlarına göre ivmesini ve biyel kollarından birinin, dış ölü merkezi 45° geçtikten sonraki açısal ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 6.36 silindir ekseni OP'nin açısal hızı

$$\Omega = \frac{900}{60} \times 2\pi = 30\pi \text{ rad/sn.}$$

v_{A-P}'nın iki bileşeni vardır. (i) PO boyunca olan kayma hızı, (ii) OP'ye dik ve $\Omega \,.\, OP = \dfrac{1}{100}\,(30\pi \times 16{,}76) = 15{,}8$ m/sn $= \overrightarrow{Op_1}$'e eşit hız.

Hız diyagramı için, Şekil 6.37, 15,8 m/sn lik $\overrightarrow{op_1}$ vektörünü OP'ye dik olarak çiziniz, $\overrightarrow{p_1p}$'yi OP yönünde çiziniz ve $\overleftarrow{ap}$'yi AP'ye dik ve $\overrightarrow{p_1p}$'yi P noktasında karşılayacak şekilde çiziniz. A ve O merkezleri durağan olduğu için a ve o üstüste çakışıktır. O zaman pistonun silindire göre rölativ kayma hızı $= \overrightarrow{p_1p} = v_s = 3{,}29$ m/sn.

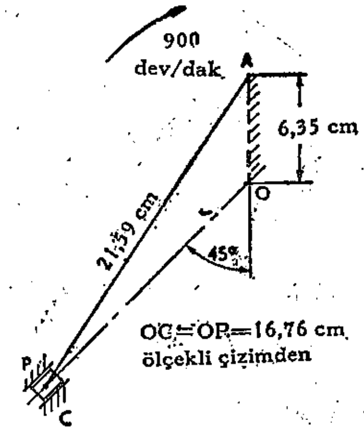
İvme diyagramı için Şekil 6.38'e bakınız.

Coriolis ivme bileşeni $= 2\,\Omega\, v_s = 2 \times 20\pi \times 3{,}29$

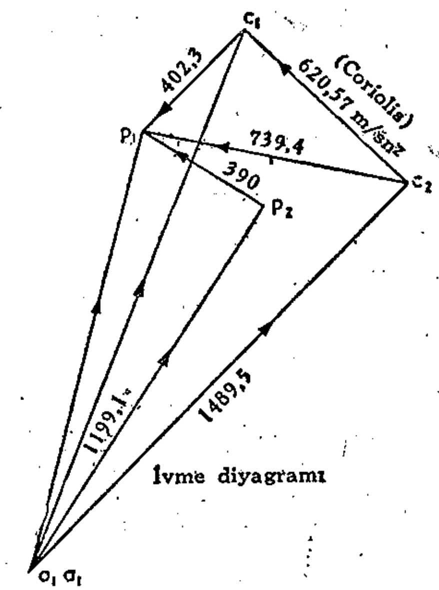
$$= 620{,}1 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{c_2c_1}$$

C, piston üzerindeki P noktası ile çakışan ve silindir ekseni üzerinde bulunan bir nokta olsun.

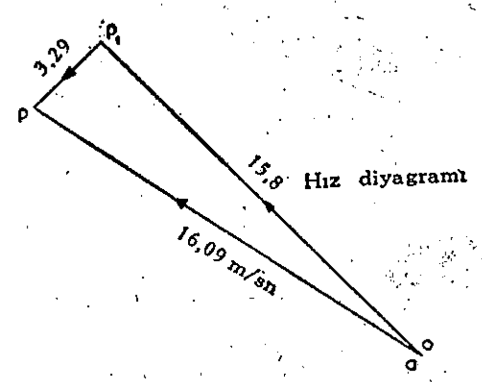
C'nin O'ya göre rölativ merkezcil ivmesi



Şekil: 6.36



Şekil: 6.38



Şekil: 6.37

$$= \frac{op_1^2}{OP} = \frac{15{,}8^2 \times 100}{16{,}76} = 1489{,}5 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{c_1c_2}$$

A'nın P'ye göre merkezcil ivmesi

$$= \frac{ap^2}{AP} = \frac{16{,}09^2 \times 100}{21{,}59} = 1199{,}1 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{ap_2}$$

1489,5 m/sn² lik $\overrightarrow{o_1c_2}$ vektörünü CO yönünde, ve 620,1 m/sn² $\overrightarrow{c_2c_1}$ vektörünü şekilde görüldüğü gibi CO'ya dik olarak çiziniz. 1199,1 m/sn² lik PA vektörünü PA yönünde ve $\overrightarrow{p_2p_1}$ vektörünü $\overrightarrow{a_1p_2}$'ye dik olarak çiziniz (p henüz belirlenmedi), sonra OC yönünde $\overrightarrow{c_1p_1}$ vektörünü $\overrightarrow{p_2p_1}$'i p_1 noktasında kesinceye kadar uzatınız. $\overrightarrow{o_1p_2'}$, $\overrightarrow{o_1c_1}$ ve $\overrightarrow{c_2p_1}$ noktalarını birleştirin o_1 ve a_1 üstüstedir.

$$\text{Biyel kolunun açısal ivmesi} = \frac{\text{P'nin A'ya göre açısal ivmesi}}{\text{AP uzunluğu}}$$

Buradan $\quad \alpha_{AB} = \dfrac{p_2p_1}{AP} = \dfrac{390 \times 100}{21{,}59} = 1806{,}4 \text{ rad/sn}^2.$

Pistonun silindire göre, OC boyunca olan ivme bileşeni $= \overrightarrow{c_1p_1}$

$$= 402{,}3 \text{ m/sn}^2$$

Pistonun silindire göre rölativ ivmesinin OC'ye dik bileşeni, Coriolis ivme bileşenidir ve $\overrightarrow{c_2c_1} = 620{,}57$ m/sn².

Pistonun silindire göre rölativ bileşke ivmesi $= \overrightarrow{c_2p_1} = 739{,}4$ m/sn²

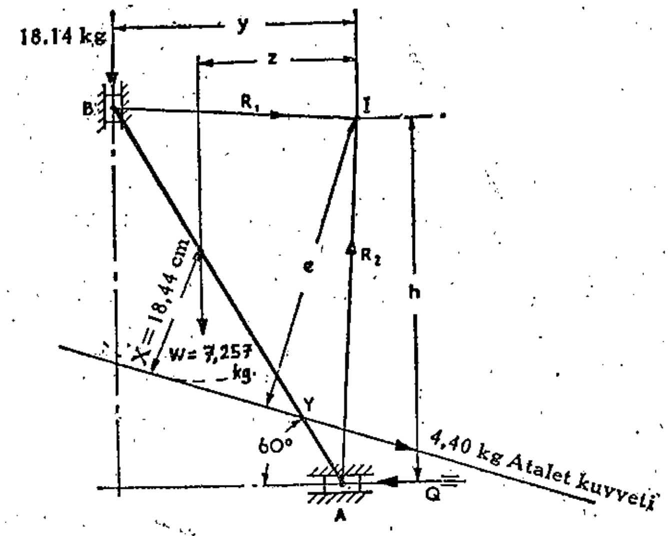
11) Bir AB çubuğunun A alt ucu yatay, B üst ucu da düşey kayıtlar arasında kayıyor. 7,257 kg ağırlığındaki çubuğun boyu 60,96 cm, ağırlık merkezi A ucundan 38,1 cm, çubuğun ağırlık merkezinden geçen ve çubuğa dik olan bir eksene göre atalet yarıçapı 21,33 cm dir. Çubuk yatayla 60° lik eğimli olduğu anda, A ucunun düşey kayıtlara doğru hızı 1,524 m/sn ve aynı yöndeki ivmesi 1,524 m/sn² dir. Kayıtlardaki sürtünme katsayısı 0,05 ise, B'deki 18,14 kg lık bir direnci yenmek için A'da gerekli olan kuvveti bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 6.39 ve 6.43'e bakınız.

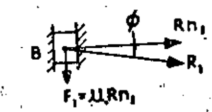
Hız diyagramı Şekil 6.42

$v_{A-O} = \overrightarrow{oa} = 1{,}524$ m/sn olarak verilen vektörü çiziniz,

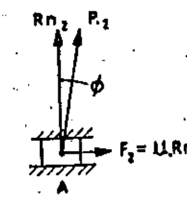
$v_{B-O} = \overleftarrow{ob}$'yi düşey olarak çiziniz ve $v_{A-B} = \overleftarrow{ab}$'yi AB'ye dik olarak çiziniz ve $\overleftarrow{ob}$'yi b noktasında kesinceye kadar uzatınız. $\overleftarrow{ab} = 1{,}760$ m/sn, $\overleftarrow{ob} = 0{,}880$ m/sn,



Şekil: 6.39



Şekil: 6.40



Şekil: 6.41

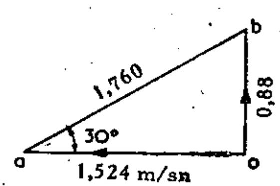
İvme diyagramı, Şekil 6.43

$A_{A-O} = \overrightarrow{o_1a_1} = 15{,}24$ m/sn² olarak verilen vektörü çiziniz.

B'nin A'ya göre rölativ merkezcil ivmesi $= \dfrac{ab^2}{BA} = \dfrac{1{,}760^2 \times 100}{60{,}96} = 5{,}08$ m/sn²

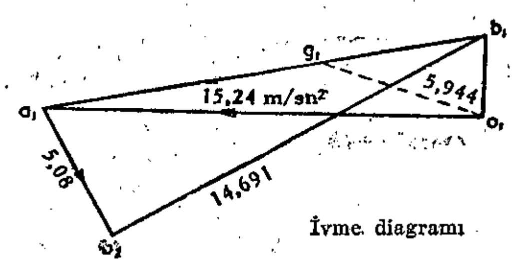
$= \overleftarrow{a_1b_2}$'yi BA yönünde çiziniz. $\overrightarrow{b_1b_2}$'yi BA'ya dik olarak çiziniz ve $\overleftrightarrow{o_1b_2}$'yi düşey olarak ve $\overleftrightarrow{b_1b_2}$'yi b noktasında kesecek şekilde uzatınız.

$\overleftarrow{a_1b_1}$'i birleştirin ve $\dfrac{b_1g_1}{b_1a_1} = \dfrac{BG}{BA}$ olacak şekilde g_1 noktasını işaretleyin ve $\overleftarrow{o_1g_1}$'i birleştirin.



Hız diyagramı

Şekil: 6.42



İvme diagramı

Şekil: 6.43

AB'nin açısal ivmesi $= \frac{b_1 b_2}{AB} = \frac{14,691 \times 100}{60,96} = 24,1$ rad/sn$^2 = \alpha$

$\overrightarrow{o_1g_1}$ yönünde AB üzerine etkiyen bileşke kuvvet

$$F_G = \text{AB'nin kütlesi} \times \text{G'nin çizgisel hızı} = \frac{W}{g} \cdot \overrightarrow{o_1g_1}$$

$$= \frac{7,257}{9,81} \times \frac{594,4}{100} = 4,4 \text{ kg dır.}$$

bu nedenle, ters yönde etkiyen ivmelendirme kuvveti veya atalet kuvveti $F_G = 4,4$ kg ve $\overrightarrow{g_1o_1}$ yönündedir.

Şimdi AB çubuğu üzerindeki atalet torku

$$T = F_G \cdot x = I_G \cdot \alpha = \frac{W}{g} \quad K_G^2 \alpha$$

Buradan $\quad 4,4 \cdot x = \frac{7,257}{9,81} \times \left(\frac{21,33}{100}\right)^2 \times 24,1$

$$x = 0,184 \text{ m} = 18,4 \text{ cm}$$

A ucu soldan sağa doğru hareket ettiğinden, bileşke tepki R_2 düşeyle $\varnothing = \tan^{-1} 0,05$ derecelik bir açı yapıyor, aynı şekilde B düşey olarak yukarı doğru hareket ettiğinden bileşke tepki R_1, yatayla ve yatayın altında $\varnothing = \tan^{-1} 0,05$ derecelik bir açı yapar.

Sisteme etkiyen kuvvetler, (i) B de aşağı doğru 18,14 kg, (ii) AB çubuğunun ağırlığı, $W = 7,257$ kg ve G den aşağı doğru (iii) $\overrightarrow{g_1o_1}$ yönünde ve AB üzerindeki Y noktasında etkiyen 4,4 kg.lık atalet kuvveti, etki doğrultusu G'den $x = 18,44$ cm mesafede, (iv) B'de R_1 bileşke tepkisi (v) A'da bileşke tepki R_2, (vi) B noktasındaki 18,14 kg lık direnci yenmek için A'daki yatay Q kuvveti.

R_1 ve R_2'nin kesiştiği I noktasına göre moment alınırsa,

$$Q \cdot h = 18,14 \cdot y + W \cdot z + 4,4\,e$$

$$Q \times 4,2 = (18,4 \times 2,74) + (7,257 \times 1,78) + (4,4 \times 3,49)$$

Buradan $\quad Q = 18,7$ kg.

12) Şekil 6.44'deki krank OA, 10,16 cm uzunluğunda ve saat yönünde 100 dev/dak ile dönüyor. Düzgün BCD çubuğu, sabit C pimi üzerinde salınıyor. BC ve CD'nin herbiri 20,32 cm uzunluğunda ve AB çubuğu 30,48 cm uzunluğundadır. 9,07 kg ağırlığındaki E sürgüsü, D noktasından, 25,4 cm uzunluğundaki DE çubuğu ile hareket ettiriliyor. Yatay kayıtlarla sürgü arasındaki sürtünme katsayısı 0,1 dir.

Şekilde görüldüğü gibi OA krankı yatayla alttan 30° lik bir açı yaptığı zaman

(a) E'nin hızını ve ivmesini bulunuz,

(b) Eğer sürgünün hareketine karşı koyan P kuvveti 31,75 kg ise, krank miline o noktasında uygulanması gereken döndürme momentini bulunuz.

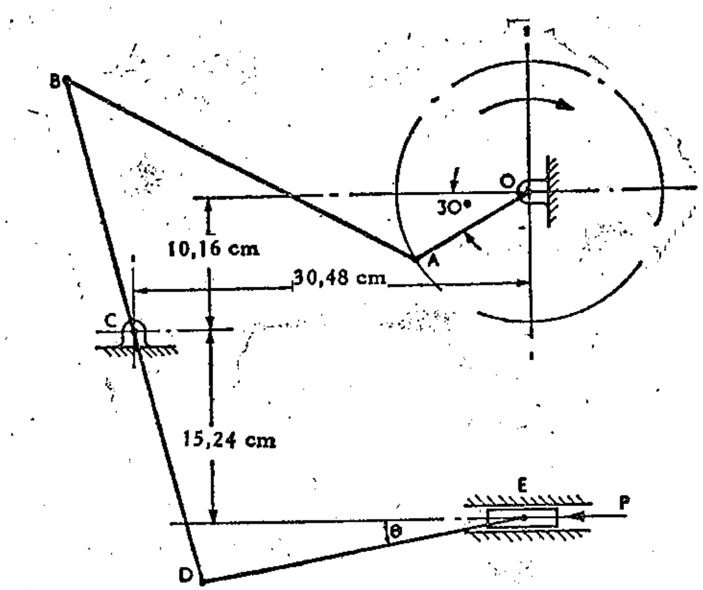
ÇÖZÜM : $v_{A-O} = \overrightarrow{oa} = \Omega \cdot OA = \frac{100}{60} \times 2\pi \times \frac{10,16}{100} = 1,06$ m/sn.

(a) Şekil 6.45, Hız diyagramı. OABC bağlantı sistemi için temel hız eşitliğini kullanırsak,

$$v_{A-O} = v_{A-B} + v_{B-C}$$

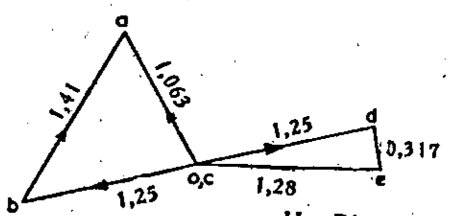
Bu nedenle $\overrightarrow{oa} = \overleftarrow{ba} + \overleftarrow{cb} = \overleftarrow{cb} + \overleftarrow{ba}$

O ve C'nin ikisi de sabit merkez olduklarından, hız diyagramında o ve c çakışacaktır.



Şekil: 6.44

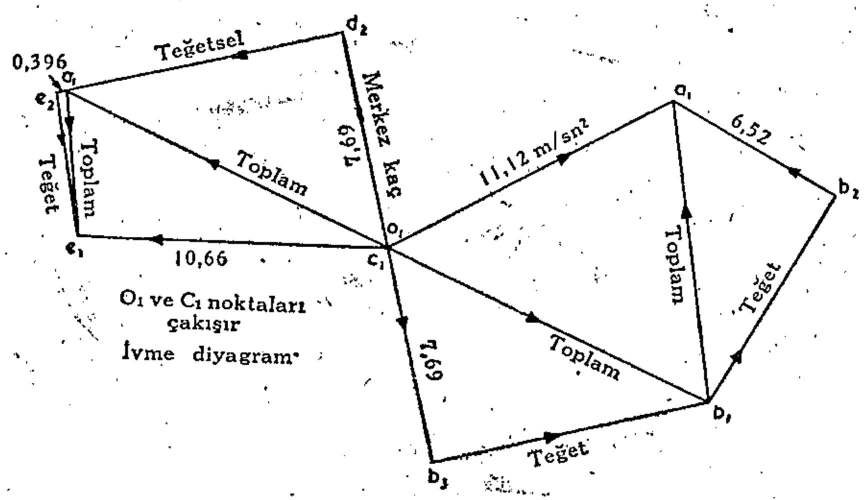
İşlem sırası : 1,06 m/sn lik $\overrightarrow{oa}$ vektörünü OA'ya dik olarak çizin, $\overleftarrow{ba}$'yı AB'ye dik olarak ve $\overleftarrow{cb}$'yi de BC'ye dik olarak çizin ve $\overleftarrow{ba}$ ile b noktasında birleşinceye kadar uzatınız. $\frac{bc}{cd}=\frac{BC}{CD}$ olacak şekilde $\overrightarrow{bc}$'yi d'ye kadar uzatınız. $\overrightarrow{de}$'yi ED'ye dik olarak çizin ve son olarak $\overrightarrow{oe}$ vektörünü e noktasında $\overrightarrow{de}$ ile kesişinceye kadar uzatın.



Şekil: 6.45

O zaman $v_{E-O} = \overrightarrow{Oe} = 1{,}28$ m/sn

(b) Şekil 6.46 İvme diyagramı. OABC bağlantı sistemi için temel ivme eşitliğini kullanırsak



Şeki:l 6.46

$$A_{A-O} = A_{A-B} + A_{B-C}$$

Bu nedenle $\overrightarrow{o_1a_1} = \overleftarrow{b_1a_1} + \overleftarrow{c_1b_1} = \overleftarrow{c_1b_1} + \overleftarrow{b_1a_1}$ } o_1 ve c_1 üstüste çakışacaktır.

A'nın O'ya göre merkezcil ivmesi

$$= \frac{oa^2}{OA} = \frac{1{,}063^2 \times 100}{10{,}16} = 11{,}12 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{o_1a_1}$$

A'nın B'ye göre bağıl merkezcil ivmesi

$$= \frac{ba^2}{AB} = \frac{1{,}41^2 \times 100}{30{,}48} = 6{,}52 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{a_1b_2}$$

B'nin C'ye göre merkezcil ivmesi

$$= \frac{cb^2}{BC} = \frac{1{,}25^2 \times 100}{20{,}32} = 7{,}69 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{c_1b_3}$$

D'nin C'ye göre merkezcil ivmesi

$$= \frac{cd^2}{CD} = \frac{1{,}25^2 \times 100}{20{,}32} = 7{,}69 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{c_1d_2}$$

E'nin D'ye göre merkezcil ivmesi

$$= \frac{de^2}{DE} = \frac{0{,}317^2 \times 100}{25{,}4} = 0{,}396 \text{ m/sn}^2 = \overrightarrow{d_1e_2}$$

CDE bağlantı sistemi için,

$$A_{E-C} = A_{E-D} + A_{D-C}$$

Buradan $\overrightarrow{c_1e_1} = \overleftarrow{d_1e_1} + \overleftarrow{c_1d_1} = \overleftarrow{c_1d_1} + \overleftarrow{d_1e_1}$

İşlem sırası : 11,12 m/sn² lik $\overrightarrow{o_1a_1}$ vektörünü AO yönünde, 6,52 m/sn² lik $\overleftarrow{a_1b_2}$ vektörünü BA yönünde çizin ve $\overleftarrow{b_2b_1}$'i $\overleftarrow{a_1b_2}$'ye dik olarak çizin (b_1 henüz tesbit edilmedi). 7,69 m/sn lik $\overrightarrow{c_1b_3}$ vektörünü BC yönünde çiziniz. $\overleftarrow{b_2b_1}$ vektörü ile b noktasında buluşacak şekilde $\overleftarrow{b_1b_3}$ vektörünü $\overleftarrow{c_1b_3}$'e dik olarak çizin. $\overleftarrow{b_1a_1}$ ve $\overleftarrow{c_1b_1}$'i birleştirin.

$\overrightarrow{c_1d_2}$ (= 7,69 m/sn²) yi DC yönünde çizin ve $\overleftarrow{d_2d_1}$'i $\overleftarrow{c_1d_2}$'ye dik olarak çizin, burada $\overleftarrow{b_1c_1}$ vektörünü, $\frac{b_1c_1}{c_1d_1} = \frac{BC}{CD}$ olacak şekilde d_1'e kadar uzatın.

$\overleftarrow{d_1e_2}$ ($= 0{,}396$ m/sn²) yi ED yönünde ve $\overleftarrow{e_2e_1}$'i ED'ye dik olarak çizin ve son olarak $\overleftarrow{e_2e_1}$'i e_1 noktasında kesecek şekilde yatay $\overleftarrow{e_1c_1}$ vektörünü çizin.

O zaman, E'nin çizgisel ivmesi $= \overrightarrow{c_1e_1} = 10{,}66$ m/sn²

Yatay ivmelendirme kuvveti E = kütle × ivme

$$= \frac{W}{g} \times \overrightarrow{c_1e_1}$$

$$= \frac{9{,}07}{9{,}81} \times 10{,}66 = 9{,}86 \text{ kg } (\overrightarrow{c_1e_1} \text{ yönünde})$$

buradan $\overrightarrow{e_1c_1}$ yönündeki atalet kuvveti $Q = 9{,}86$ kg, bu nedenle E'deki yatay net kuvvet $P_E = P - Q = 31{,}75 - 9{,}86 = 21{,}90$ kg.

Kayıtlardaki normal tepki $R_n = W - P_E \tan\theta$ kg, bu nedenle kayıtlardaki sürtünme kuvveti

$F = \mu\,(W - P_E \tan\theta) = \mu R_n = 0{,}1\,(9{,}07 - 21{,}90 \tan 10{,}5°) = 0{,}501$ kg.

Bu nedenle E'deki toplam kuvvet $= P_E' = P_E + F = 22{,}4$ kg.

İş ilkesinden

A'daki teğetsel kuvvet $P_A \times \overrightarrow{oa} = P_E' \times \overrightarrow{ce}$

Buradan $\quad P_A \times 1{,}06 = 22{,}4 \times 1{,}28$

ve $\quad P_A = 27{,}00$ kg.

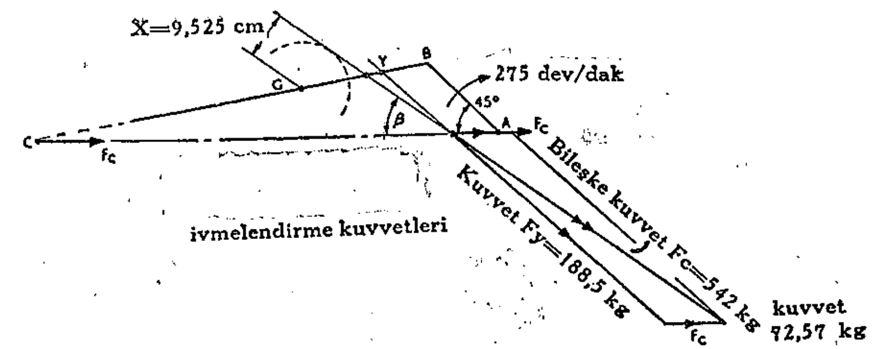
Bu nedenle, krank milinde O'ya uygulanması gereken tork,

$$T = P_A \times OA = 27{,}00 \times \frac{10{,}16}{100} = 2{,}74 \text{ kg-m}$$

13) Bir biyel kolu için eşdeğer bir dinamik sistemin, kol kütlesinin bir kısmı kros piminde, geri kalan kısmı da kolun başka bir yerinde toplanmış olarak gösterilebileceğini kanıtlayınız.

Bir gaz motorunun biyel kolunun merkezler arası uzaklığı 101,6 cm ve ağırlığı 35,38 kg. dır. Ağırlık merkezi krank pimi merkezinden 24,13 cm ve krank yarıçapı 20,32 cm dir. Kol küçük uç merkezinden asıldığı zaman salınma frekansı dakikada 31 tam titreşimdir.

(a) Kütlelerden biri küçük uçta kabul edilirse iki eşit kütlenin büyüklüğünü ve (b) Genleşme anında krank açısı 45° ise bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz. Motorun hızı 273 dev/dak dır.



Şekil: 6.47

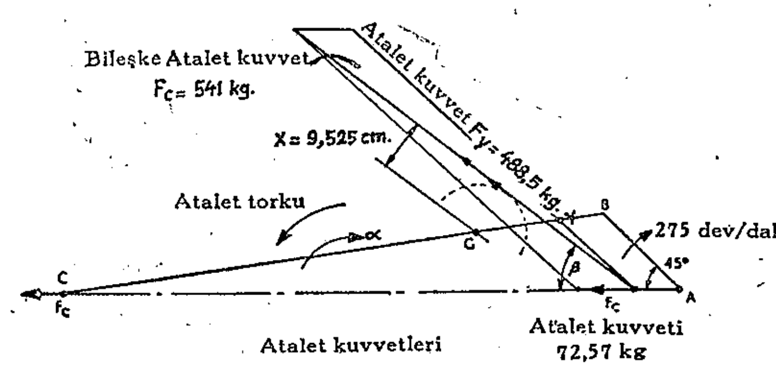
ÇÖZÜM : (a) Bileşik bir sarkaç için

$$\text{frekans } n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g \cdot c}{k_G^2 + c^2}}$$

Burada $\quad n = \dfrac{31}{60}$ salınım/sn, $L = 101{,}6$ cm, $b = 24{,}13$ cm.

$c = 77{,}47$ cm. O zaman $k_G^2 + c^2 = \dfrac{g \cdot c}{4\pi^2 n^2}$ olur.

$$\text{Bu nedenle} \quad k_G^2 = \frac{9{,}81 \times 100 \times 77{,}47}{4\pi^2 \left(\frac{31}{60}\right)^2} - 77{,}47^2 = 1209{,}8 \text{ cm}^2$$



Şekil: 6.48

Dinamikçe eşdeğer 2-kütleli bir sistem için $k_G^2 = c \cdot y$

Bu nedenle $1209{,}8 = 77{,}47 \cdot y$, veya $y = 15{,}61$ cm

O zaman $m_y = \dfrac{m \cdot GC}{YC} = \dfrac{35{,}38 \times 77{,}47}{(7747 + 15{,}64)} = 29{,}4$ kg.

ve $m_c = \dfrac{m \cdot GY}{YC} = \dfrac{33{,}38 \times 15{,}64}{93{,}08} = 5{,}93$ kg.

(b) $v_{B-A} = \underrightarrow{ob} = \Omega \cdot AB = \dfrac{275}{60} \times 2\pi \times \dfrac{20{,}32}{100} = 5{,}85$ m/sn.

Hız diyagramı, Şekil 6.49.

$$v_{B-A} = v_{B-C} + v_{C-A}$$

Buradan $\underrightarrow{ab} = \underleftarrow{cb} + \underleftarrow{ac} = \underleftarrow{ac} + \underleftarrow{cb}$

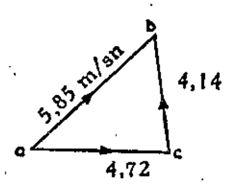
İvme diyagramı, Şekil 6.50

B'nin A'ya göre merkezcil ivmesi

$$= \frac{ab^2}{AB} = \frac{5{,}85^2}{20{,}32} \times 100 = 168{,}4 \text{ m/sn}^2 = \underrightarrow{a_1b_1}$$

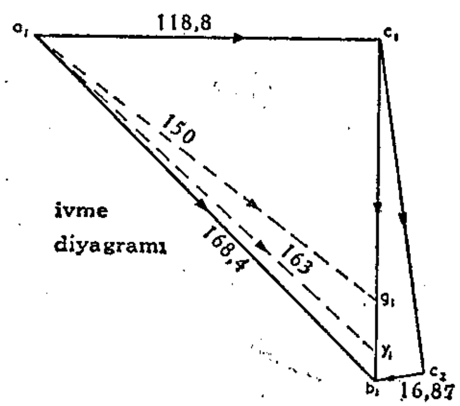
B'nin C'ye göre merkezcil ivmesi

$$= \frac{cb^2}{BC} = \frac{4{,}14^2}{101{,}6} \times 100 = 16{,}87 \text{ m/sn}^2 = \underrightarrow{c_2b_1}$$



Hız diyagramı

Şekil: 6.49



Şekil: 6.50

İvme diyagramında, $\underleftarrow{c_1b_1}$ üzerinde g_1 ve y_1'i işaretleyin,

burada $\dfrac{c_1g_1}{c_1b_1} = \dfrac{CG}{CB}$ ve $\dfrac{c_1y_1}{c_1b_1} = \dfrac{CV}{CB}$ dir. $\underrightarrow{a_1g_1}$ ve $\underrightarrow{a_1y_1}$'i birleştirin.

O zaman $A_{Y-A} = \underrightarrow{a_1y_1} = 163$ m/sn²; $A_{G-A} = \underrightarrow{a_1g_1} = 150$ m/sn² ve

$A_{C-A} = \underrightarrow{a_1c_1} = 118{,}8$ m/sn²

C'deki ivmelendirme kuvveti $= m_c \cdot \underrightarrow{a_1c_1} = \dfrac{5{,}93}{9{,}81} \times 118{,}8 = 71{,}81$ kg $= F_c$

ve $\underrightarrow{a_1c_1}$ yönünde etkiyor.

Y'deki ivmelendirme kuvveti $= m_y \cdot \underrightarrow{a_1y_1} = \dfrac{29{,}4}{9{,}81} \times 163 = 488{,}5$ kg $= F_y$

ve $\underrightarrow{a_1y_1}$ yönünde.

G'deki ivmelendirme kuvveti $= m \cdot \underrightarrow{a_1g_1} = \dfrac{35{,}38}{9{,}81} \times 150 = 540{,}9$ kg $= F_G$

ve $\underrightarrow{a_1g_1}$ yönünde etkir.

Şekil 6.47'de $F_y = 488{,}5$ kg'ı $\underrightarrow{a_1y_1}$ yönünde ve Y'den geçecek şekilde çiziniz. Sonra $\underrightarrow{a_1c_1}$ yönünde $F_c = 71{,}81$ kg'ı ve bileşke kuvvet F_G'yi gösterildiği gibi çizin. Çizimden bulunan F_G (= 542 kg) hemen hemen $m \cdot \underrightarrow{a_1g_1} = F_G$'ye = 540,9 kg'a eşittir.

Buradan bileşke ivmelendirme kuvveti $F_G = 542$ kg olup $\underrightarrow{a_1g_1}$ yönünde ve ağırlık merkezinden $x = 9{,}525$ cm mesafede $\beta = 38°$ açı altında etkir.

Yukarıdaki problemin bir devamı olarak; (c) atalet torkunu da bulalım.

(c) Şekil 6.48'den atalet kuvveti $F_G = 542$ kg ve $\underrightarrow{g_1a_1}$ doğrultusundadır, yani bileşke kuvvet F_G'ye tamamen zıt yöndedir.

Atalet torku = (atalet kuvveti) × (x mesafesi) $= F_G \cdot x$

$$= 542 \times \frac{9{,}525}{100} = 51{,}62 \text{ kg.}$$

Atalet torku değişik bir yoldan aşağıdaki gibi de bulunabilir.

$$\text{BC'nin açısal ivmesi} = \alpha = \frac{\text{Teğetsel ivme } c_1c_2}{\text{BC boyu}}$$

$$= \frac{119{,}17 \times 100}{101{,}6} = 117{,}3 \text{ rad/sn}^2$$

Atalet torku $T = I_G . \alpha = m . k_G{}^2 . \alpha$

$$= \frac{35{,}38}{9{,}81} \times \frac{1209{,}8}{10000} \times 117{,}3 \text{ kg-m} = 51{,}17 \text{ kg-m}$$

bu değer yukarıdaki sonuca çok yakındır.

14) Kurs boyu 12 cm olan bir motorun, piston kolunun uzunluğu 26,67 cm ve ağırlığı 1,247 kg dır. Kütle merkezi, büyük uç merkezinden 8,25 cm olup pim ekseninden sarkaç gibi asıldığı zaman 20 sn de 21 tam salınım yapıyor.

(a) Kolun kütle merkezinden geçen bir eksene göre atalet yarıçapını, ve (b) krank mili üst ölü nokta ile 40° açılı ve motor 1500 dev/dak ile dönerken krank miline uygulanan atalet torkunu bulunuz.

ÇÖZÜM : Bileşik bir sarkaç için

$$\text{frekans } n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g . c}{k_G{}^2 + c^2}}$$

burada $n = \dfrac{21}{20}$ salınım/sn, $L = 26{,}67$ cm, $b = 8{,}25$ cm

$$c = 18{,}42 \text{ cm o zaman } k_G{}^2 + c^2 = \frac{g . c}{4\pi^2 n^2}$$

$$\text{Bu nedenle } k_G{}^2 = \frac{9{,}81 \times 18{,}42 \times 100}{4 \times \pi^2 \left(\frac{21}{20}\right)^2} - 18{,}42^2 = 75{,}87 \text{ cm}^2$$

(a) Buradan, atalet yarıçapı $k = \sqrt{75{,}87} = 8{,}71$ cm.

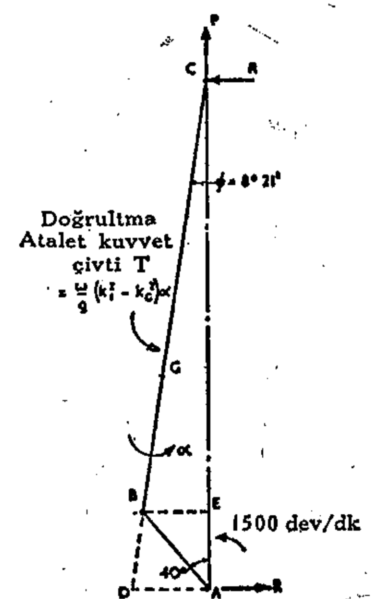
(b) Burada f ve α'yı hem grafik, hem de analitik olarak bulmak öğretici olacaktır. (bkz. Şekil 6.51). Verilenler r = yarım kurs = 6 cm, $\theta = 40°$

$$\Omega = \frac{1500}{60} \times 2\pi = 50\pi \text{ rad/sn}, \quad L = 26{,}67 \text{ cm}, \quad \text{O zaman,}$$

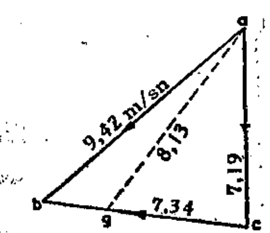
$$f = \Omega^2 r \left(\cos\theta + \frac{r}{L}\cos 2\theta\right)$$

$$= \frac{2500\pi^2 \times 6}{100}\left(0{,}7660 + \frac{6}{26{,}67} \times 0{,}1736\right) = 1191{,}8 \text{ m/sn}^2$$

$$\alpha = -\frac{\Omega^2 r \sin\theta}{L} = -\frac{2500\pi^2 \times 6 \times 0{,}6428}{26{,}67} = -3568 \text{ rad/sn}^2$$



Şekil: 6.51



Hız Diyagramı

Şekil: 6.52

Grafik metodu :

$$\overrightarrow{ab} = v_{B-A} = \Omega . AB = \frac{1500}{60} \times 2\pi \times \frac{6}{100} = 9{,}42 \text{ m/sn.}$$

Hız diyagramı, Şekil 6.52

$$v_{B-A} = v_{B-C} + v_{C-A}$$

Buradan $\overrightarrow{ab} = \overleftarrow{cb} + \overleftarrow{ac} = \overleftarrow{ac} + \overleftarrow{cb}$

$\overrightarrow{ab}$ (= 9,42 m/sn) vektörünü AB'ye dik olarak çiziniz, $\overleftarrow{cb}$'yi BC'ye dik olarak ve $\overleftarrow{ac}$'yi $\overleftarrow{cb}$ ile c noktasında birleşecek şekilde yatay olarak çiziniz.

$\underset{\rightarrow}{dg}$'yi birleştiriniz, burada $\frac{cg}{cb} = \frac{CG}{CB}$ olur.

İvme diyagramı, Şekil 6.53

$$A_{B-A} = A_{B-C} + A_{C-A}$$

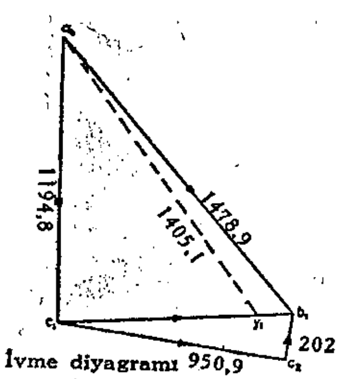
buradan $\underset{\rightarrow}{a_1b_1} = \underset{\leftarrow}{c_1b_1} + \underset{\leftarrow}{a_1c_1} = \underset{\leftarrow}{a_1c_1} + \underset{\leftarrow}{c_1b_1}$

B'nin C'ye göre rölativ merkezcil ivmesi

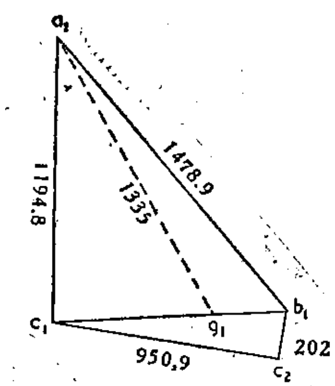
$$= \frac{ab^2}{AB} = \frac{9,42^2}{6} \times 100 = 1478,9 \text{ m/sn}^2 = \underset{\longrightarrow}{a_1b_1}$$

B'nin C'ye göre merkezcil ivmesi

$$= \frac{cb^2}{BC} = \frac{7,34^2}{26,67} \times 100 = 202,0 \text{ m/sn}^2 = \underset{\longrightarrow}{b_1c_2}$$



Şekil: 6.53



Şekil: 6.53 A

$\underset{\longrightarrow}{a_1b_1}$ (= 1478,9 m/sn²) vektörünü BA yönünde, $\underset{\longleftarrow}{b_1c_2}$ (= 202 m/sn²) yi CB yönünde çiziniz ve $\underset{\longleftarrow}{c_2c_1}$'i CB'ye dik olarak ($c_1$ henüz bulunmadı) ve $\underset{\longleftarrow}{a_1c_1}$ vektörünü yatay olarak $\underset{\longleftarrow}{c_2c_1}$ vektörü ile c_1 noktasında kesişinceye kadar uzatınız.

$\underset{\longrightarrow}{c_1b_1}$ vektörünü (ve $\underset{\longrightarrow}{a_1y_1}$ burada $\frac{c_1y_1}{c_1b_1} = \frac{CY}{CB}$, alternatif çözüme bakınız) birleştirin.

O zaman, C'nin A'ya göre rölativ çizgisel ivmesi

$$f = \underset{\longleftarrow}{a_1c_1} = 1194,8 \text{ m/sn}^2$$

BC'nin açısal ivmesi

$$= \alpha = \frac{c_1c_2}{BC} = \frac{950,9}{26,67} \times 100 = 3565 \text{ rad/sn}^2$$

Şimdi piston kolunun ağırlığı W; C'de W_C ve B'de W_B olmak üzere iki kısma ayrılır.

$$W_C = \frac{BG}{BC} \times W = \frac{8,25}{26,67} \times 1,247 = 0,386 \text{ kg}$$

ve $\qquad W_B = 1,247 - 0,386 = 0,861$

Düzeltme kuvvet çifti $T = \frac{W}{g}(k_1^2 + k_G^2)\,\alpha = R_1 \,.\, CE$

Bu nedenle

$$T = \frac{1,247}{9,81 \times 100}\,(8,25 \times 18,42 - 75,87)\;3565 = 344,8 \text{ kg-cm}$$

O zaman

$$R_1 = \frac{T}{BC \cos \varnothing} = \frac{344,8}{26,67 \cos 8°21'} = \frac{344,8}{26,67 \times 0,9894} = 13 \text{ kg.}$$

Düşey atalet kuvveti $= \frac{W_C}{g} \times f = \frac{0,386}{9,81} \times 1194,8 = 47,00$ kg

$$\text{atalet torku} = (m_c \,.\, f - m_c)\; AD + R_1 \,.\, AE - m_B \,.\, BE$$

(Motor düşey konumda olduğu için yerçekimi etkisi, yani m_c . AD ve m_B . BE değerleri dikkate alınır). Bu nedenle

$$\text{atalet torku} = (47,00 - 0,386)\,\frac{4,57}{100} + 13 \times \frac{4,62}{100} - 0,861 \times \frac{3,88}{100}$$

$$= 2,69 \text{ kg-m.}$$

AD, BE ve AE büyüklükleri ölçekli resimden alınabilir.

Şekil 6.54'le ilgili olarak, yukarıdaki problemin çözümüyle ilgili ikinci metod, aşağıdaki şekildedir. Piston kolu, iki kütleli bir sistem olarak gösterilebilir, yani C de m_c kütlesi ve Y de m_y kütlesi ile. Burada $k_G^2 = c \,.\, y$

Bu nedenle $y = \dfrac{k^2_G}{c} = \dfrac{75{,}87}{18{,}42} = 4{,}12$ cm $=$ GY mesafesi

O zaman $m_y = \dfrac{m\,.\,GC}{YC} = \dfrac{1{,}247\times 18{,}42}{(18{,}42+4{,}12)} = 1{,}02$ kg.

ve $m_c = \dfrac{m\,.\,GY}{YC} = \dfrac{1{,}247\times 4{,}12}{22{,}54} = 0{,}228$ kg

Şekil 6.53'te $\dfrac{c_1y_1}{c_1b_1} = \dfrac{CY}{CB}$ olarak işaretleyip $\overrightarrow{a_1y_1}$'i birleştirirsek, buradan $A_{Y-A} = \overrightarrow{a_1y_1} = 1405{,}1$ m/sn

C'deki atalet kuvveti $P = m_c\,.\,f = m_c\,.\,\overrightarrow{a_1c_1}$

Buradan $P = \dfrac{0{,}228\times 1194{,}8}{9{,}81} = 27{,}77$ kg.

Y'deki atalet kuvveti $Q = m_y\,.\,\overrightarrow{a_1y_1} = \dfrac{1{,}02\times 1405{,}1}{9{,}81} = 146{,}09$ kg.

Şimdi, AB'yi ani merkez I'ya kadar uzatın. Burada CI, kurs doğrultusu AC'ye diktir. Ayrıca W'nin etki doğrultusunu, IC'yi X noktasında kesinceye kadar uzatın. O zaman etkiyen kuvvetler, (i) düşey olarak yukarı doğru P, (ii) $\overrightarrow{y_1a_1}$ yönünde Q, (iii) G'de w, (iv) kros ve kayıtlar arasındaki yan baskı S, (v) merkezcil kuvvet U.

F = AB krankı üzerinde denge için gerekli teğetsel kuvvet olsun, o zaman I'ya göre moment alırsak, $F\,.\,IB = Q\,.\,IJ + P\,.\,IC - W\,.\,IX$ (yerçekimi etkisi)

Buradan

$$F\times 17{,}24 = (145{,}78\times 2{,}87) + (27{,}89\times 13) - (1{,}247\times 11{,}63)$$

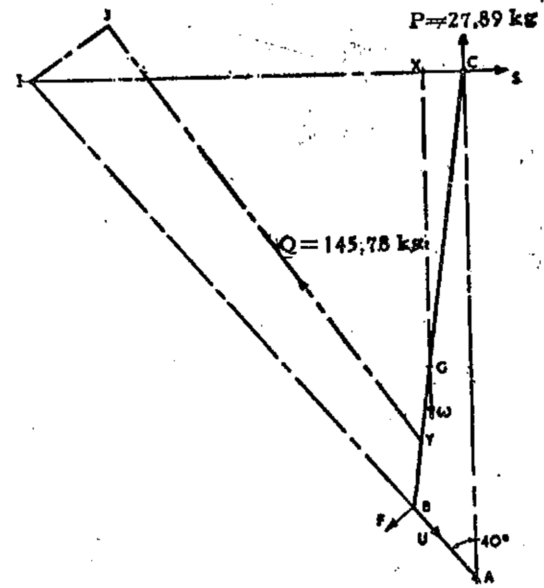
ve

$$F = 44{,}46 \text{ kg.}$$

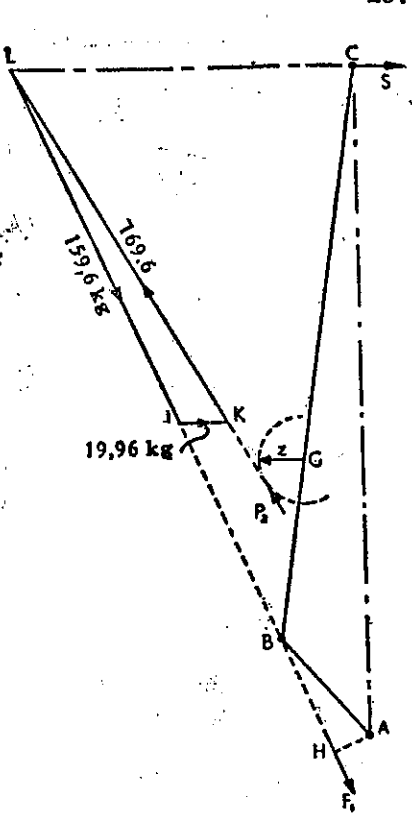
Bu nedenle krank mili üzerinde etkiyen atalet torku $= F\,.\,AB = 44{,}46\times\dfrac{6}{100} = 2{,}67$ kg-m olup birinci metodda bulunan 2,66 kg-m'ye çok yakındır.

6

Eğer S, krosla kayıtlar arasındaki yan baskı ise, o zaman



Şekil: 6.54



Şekil: 6.54 A

$R_1 = 13$ kg. Önceki işlemlerden

$R_2 = (M+m_c)\ f\ \tan\varnothing$; fakat $M =$ sıfır

Bu nedenle

$$R_2 = \frac{0{,}386}{9{,}81}\times 1194{,}8\ \tan\ 8°21' = 47{,}00\times 0{,}1468 = 6{,}89 \text{ kg.}$$

ve $R = R_1 + R_2 = 19{,}89$ kg $=$ S

burada R, kros ile kayıtlar arasındaki yan baskıdır.

S'nin değeri Şekil 6.55'teki kuvvet poligonlarının çizimi ile seçenek olarak ikinci bir metodla bulunabilir,

Etkiyen kuvvetler;

(i) atalet kuvveti $P = 27,89$ kg

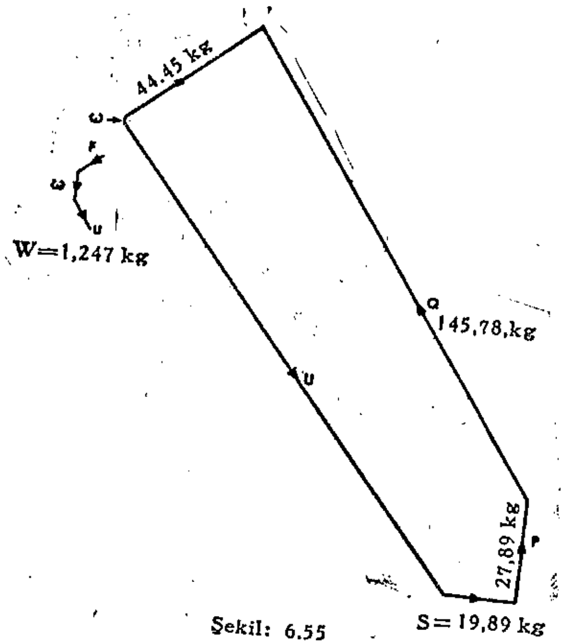
(ii) atalet kuvveti $Q = 145,78$ kg

(iii) merkezcil kuvvet U

(iv) teğetsel kuvvet F

(v) Kayıtlardaki yan baskı S

(vi) ağırlık $W = 1,247$ kg.



Şekil: 6.55

Q, U ve F'yi büyüklük ve yönüne uygun olarak çiziniz, sonra poligonu tamamlamak için U'yu radyal olarak içeri doğru BA yönünde çizin ve son olarak S'yi yatay olarak çizin.

Çizimden bulunan $S = 19,5$ kg, ilk metoddaki sonuca çok yakın bir şekilde uyuyor.

Şekil 6.53A ve 6.54A ile ilgili olarak, yukarıdaki problemi çözmek için üçüncü fakat önemli bir metod aşağıdaki gibidir :

Şekil 6.53'teki ivme diyagramını $\overrightarrow{a_1g_1}$ vektörünü ekleyerek çizin. Burada g_1, $\overrightarrow{b_1c_1}$ üzerinde

$$\frac{b_1g_1}{b_1c_1} = \frac{BG}{BC} = \frac{8,25}{26,67} \quad \text{olacak şekilde işaretlenir.}$$

$\overrightarrow{a_1g_1}$ vektörü 1335 m/sn² ölçeğindedir ve G'nin A'ya göre bağıl ivmesidir.

Şimdi BC üzerindeki ivme kuvveti

$$P_1 = \frac{W}{g} \cdot \overrightarrow{a_1g_1} = \frac{1,247}{9,81} \times 1335$$

$$= 169,6 \text{ kg ve } \overrightarrow{a_1g_1} \text{ yönünde}$$

buradan, atalet kuvveti $P_2 = 169,6$ kg ve $\overrightarrow{g_1a_1}$ yönünde.

BC üzerindeki atalet torku

$$T_1 = \frac{W}{g} \cdot k_G{}^2 \cdot \alpha = \frac{1,247 \times 75,87 \times 3565}{9,81 \times 100} = 343,8 \text{ kg-cm}$$

z = G'den P_2'nin etki çizgisine olan uzaklık olsun, o zaman

$$P_2 \cdot z = T_1$$

buradan

$$z = \frac{T_1}{P_2} = \frac{343,8}{169,6} = 2,02 \text{ cm}$$

BC piston kolu üzerinde etkiyen üç kuvvet vardır. Bunlar (1) G'den, $z = 0,8$ cm mesafede ve $\overrightarrow{g_1a_1}$ yönünde etkiyen P_2 kuvveti $= 169,6$ kg., (2) kros ve kayıtlar arasında C noktasında etkiyen yan baskı S, (3) B krank piminde LB yönünde etkiyen F_1 kuvveti. Burada L, P_2 ve S kuvvetlerinin tesir çizgilerinin kesişme noktasıdır. Buradan bir LJK kuvvetler üçgeni çizilebilir ve bu üçgenden, $S_1 = 19,95$ kg ve $F_1 = 159,6$ kg olarak bulunur.

LB'yi H'ye kadar uzatalım, burada AH, F_1'in A noktasına göre efektif manivela koludur. O zaman

$$\text{Atalet torku} = F_1 \cdot AH = 159,6 \times \frac{1,727}{100} = 2,75 \text{ kg-m}$$

Bu yerçekimi etkisini yok eder.

Eğer yerçekimi etkisi yok edilirse, birinci metodla, atalet torku

$$2,69 + \left(\frac{4,57}{100} \times 0,386\right) + \left(\frac{4,82}{100} \times 0,861\right) = 2,75 \text{ kg-m}$$

ikinci metodla

$$2{,}67+\frac{1{,}247\times 11{,}63\times 6}{17{,}24\times 100}=2{,}72 \text{ kg-m}$$

Üçüncü metodla da atalet torku = 2,75 kg-m olarak bulunur.

15) Bundan önceki problemde krank mili A, krank pimi B ve motorun uç pimi C'nin çapları sırasıyla 2,54 cm, 3,175 cm ve 1,905 cm ise her pimdeki sürtünme hızını bulunuz.

Ayrıca piston kolu BC'nin toplam kinetik enerjisini hesaplayınız.

ÇÖZÜM :

$$\text{BC'nin açısal hızı} = \Omega_1 = \frac{\underset{\rightarrow}{bc}}{BC}=\frac{7{,}34}{26{,}67}\times 100$$
$$= 27{,}52 \text{ rad/sn.}$$

$$\text{AB'nin açısal hızı} = \Omega = \frac{1500}{60}\times 2\pi = 50\pi \text{ rad/sn.}$$

$$\text{A'daki sürtme hızı} = \Omega \, . \, r_A = 50\pi\times\frac{1{,}27}{100}=1{,}99 \text{ m/sn.}$$

$$\text{C'deki sürtme hızı} = \Omega_1 \, . \, r_c = 27{,}52\times\frac{0{,}952}{100}=0{,}262 \text{ m/sn.}$$

$$\text{B'deki sürtme hızı} = r_B \times \text{rölativ açısal hız} = r_B\ (\Omega\pm\Omega_1)$$

AB ve BC ters yönde dönerse +, ve aynı yönde dönerse — kullanılır.

Çizimden B, A'ya göre saatin ters yönünde, ve C'ye göre saat yönündedir. Bu nedenle + işaretini kullanınız.

$$\text{B'deki sürtme hızı} = \frac{1{,}587}{100}\ (50\pi+27{,}52) = 2{,}93 \text{ m/sn}$$

$$\text{BC'nin çizgisel K.E. si} = \frac{wv^2}{2g}=\frac{w}{2g}\ (\underset{\rightarrow}{ag})^2 \ldots \underset{\rightarrow}{ag} = v_{G-A}$$

burada $\frac{bg}{bc}=\frac{BG}{BC}$ $\underset{\rightarrow}{ag}$ = 8,14 m/sn, ve G, BC'nin ağırlık merkezidir.

$$\text{Bu nedenle, çizgisel K.E.} = \frac{1{,}247}{2\times 9{,}81}\times(8{,}14)^2 = 4{,}21 \text{ m-kg}$$

$$\text{BC çubuğunun açısal K.E. si} = \frac{1}{2}\ I_G\,\Omega_1^2 = \frac{w}{2g}\ k_G^2\,.\,\Omega_1^2$$
$$=\frac{1{,}247}{2\times 9{,}81}\times\frac{75{,}87}{10000}\times(27{,}52)^2$$
$$= 0{,}365 \text{ m-kg}$$

Bu nedenle

BC çubuğunun toplam K.E. si = Çizgisel K.E. si + açısal K.E.
$$= 4{,}21 + 0{,}365 = 4{,}575 \text{ m-kg}$$

16) 15,24 cm uzunluğundaki düzgün bir PQ çubuğu bir mekanizmanın bir parçasını oluşturuyor. Çubuğun P ucu düzgün, düşey bir yatak içerisinde basit harmonik bir harekete zorlanıyor ve saniyede 5 tam salınım yapıyor. P'nin uç konumlar arasındaki hareketi 5,08 cm dir. PQ çubuğu sabit bir O noktasında yataklanmış olan küçük bir blok içerisinde kayıyor. O noktası, P noktasının orta konumunun 5,08 cm sağında ve 5,08 cm altındadır.

P noktası, kurs ekseni merkezinin 1,27 cm altında yukarı doğru hareket ederken Q'nün hızını ve ivmesini bulunuz. Hız diyagramı için 0,1 m/sn'yi 1 cm ile ve ivme diyagramı için 2 m/sn²'yi 1 cm ile gösteriniz.

ÇÖZÜM : Şekil 6,56A'ya bakınız.

Basit harmonik hareket için Titreşimle ilgili bölüme bakınız.

Basit harmonik hareket için,

$$\Omega = 2\pi\times\text{frekans} = 2\pi\times 5 = 10\pi \text{ rad/sn.}$$

$$\text{Salınım uzanımı } r = \text{düşey hareketin yarısı} = \frac{1}{2}\times 5{,}08 = 2{,}54 \text{ cm}$$

$$\theta = 60°$$

$$x = r\cos\theta;\ \dot{x} = v = -\Omega\,.\,r\sin\theta$$

$$\ddot{x} = f = -\Omega^2\,.\,r\cos\theta$$

$$\text{P'nin düşey hızı } v = -\Omega\,.\,r\sin\theta = -10\pi\times\frac{2{,}54}{100}\times\sin 60°$$
$$= 0{,}69 \text{ m/sn, yukarı doğru}$$

ikinci metodla

$$2,67+\frac{1,247\times 11,63\times 6}{17,24\times 100}=2,72 \ \text{kg-m}$$

Üçüncü metodla da atalet torku = 2,75 kg-m olarak bulunur.

15) Bundan önceki problemde krank mili A, krank pimi B ve motorun uç pimi C'nin çapları sırasıyla 2,54 cm, 3,175 cm ve 1,905 cm ise her pimdeki sürtünme hızını bulunuz.

Ayrıca piston kolu BC'nin toplam kinetik enerjisini hesaplayınız.

ÇÖZÜM :

$$\text{BC'nin açısal hızı} = \Omega_1 = \frac{\overrightarrow{bc}}{BC} = \frac{7,34}{26,67}\times 100$$
$$= 27,52 \ \text{rad/sn.}$$

$$\text{AB'nin açısal hızı} = \Omega = \frac{1500}{60}\times 2\pi = 50\pi \ \text{rad/sn.}$$

$$\text{A'daki sürtme hızı} = \Omega \, . \, r_A = 50\pi\times\frac{1,27}{100} = 1,99 \ \text{m/sn.}$$

$$\text{C'deki sürtme hızı} = \Omega_1 \, . \, r_c = 27,52\times\frac{0,952}{100} = 0,262 \ \text{m/sn.}$$

$$\text{B'deki sürtme hızı} = r_B \times \text{rölativ açısal hız} = r_B \ (\Omega \pm \Omega_1)$$

AB ve BC ters yönde dönerse +, ve aynı yönde dönerse — kullanılır.

Çizimden B, A'ya göre saatin ters yönünde, ve C'ye göre saat yönündedir. Bu nedenle + işaretini kullanınız.

$$\text{B'deki sürtme hızı} = \frac{1,587}{100}\ (50\pi + 27,52) = 2,93 \ \text{m/sn}$$

$$\text{BC'nin çizgisel K.E. si} = \frac{wv^2}{2g} = \frac{w}{2g}\ (\overrightarrow{ag})^2 \ \ldots \ \overrightarrow{ag} = v_{G-A}$$

burada $\frac{bg}{bc} = \frac{BG}{BC}$ $\overrightarrow{ag} = 8,14$ m/sn, ve G, BC'nin ağırlık merkezidir.

$$\text{Bu nedenle, çizgisel K.E.} = \frac{1,247}{2\times 9,81}\times (8,14)^2 = 4,21 \ \text{m-kg}$$

$$\text{BC çubuğunun açısal K.E. si} = \frac{1}{2}\ I_G\,\Omega_1^2 = \frac{w}{2g}\ k_G^2 \, . \, \Omega_1^2$$
$$= \frac{1,247}{2\times 9,81}\times\frac{75,87}{10000}\times (27,52)^2$$
$$= 0,365 \ \text{m-kg}$$

Bu nedenle

$$\text{BC çubuğunun toplam K.E. si} = \text{Çizgisel K.E. si} + \text{açısal K.E.}$$
$$= 4,21 + 0,365 = 4,575 \ \text{m-kg}$$

16) 15,24 cm uzunluğundaki düzgün bir PQ çubuğu bir mekanizmanın bir parçasını oluşturuyor. Çubuğun P ucu düzgün, düşey bir yatak içerisinde basit harmonik bir harekete zorlanıyor ve saniyede 5 tam salınım yapıyor. P'nin uç konumlar arasındaki hareketi 5,08 cm dir. PQ çubuğu sabit bir O noktasında yataklanmış olan küçük bir blok içerisinde kayıyor. O noktası, P noktasının orta konumunun 5,08 cm sağında ve 5,08 cm altındadır.

P noktası, kurs ekseni merkezinin 1,27 cm altında yukarı doğru hareket ederken Q'nün hızını ve ivmesini bulunuz. Hız diyagramı için 0,1 m/sn'yi 1 cm ile ve ivme diyagramı için 2 m/sn²'yi 1 cm ile gösteriniz.

ÇÖZÜM : Şekil 6,56A'ya bakınız.

Basit harmonik hareket için Titreşimle ilgili bölüme bakınız.

Basit harmonik hareket için,

$$\Omega = 2\pi\times\text{frekans} = 2\pi\times 5 = 10\pi \ \text{rad/sn.}$$

$$\text{Salınım uzanımı } r = \text{düşey hareketin yarısı} = \frac{1}{2}\times 5,08 = 2,54 \ \text{cm}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$x = r\cos\theta;\ \dot{x} = v = -\Omega\,.\,r\sin\theta$$

$$\ddot{x} = f = -\Omega^2\,.\,r\cos\theta$$

$$\text{P'nin düşey hızı } v = -\Omega\,.\,r\sin\theta = -10\pi\times\frac{2,54}{100}\times\sin 60^\circ$$
$$= 0,69 \ \text{m/sn, yukarı doğru}$$

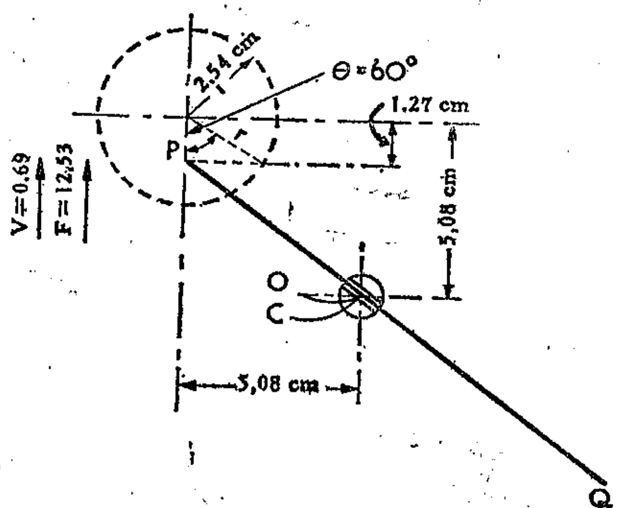
P'nin düşey ivmesi $f = -\Omega^2 r \cos\theta = -100\pi^2 \times \frac{2,54}{100} \times \cos 60°$

$= 12,53$ m/sn² yukarı doğru

OP uzunluğu $= \sqrt{5,08^2 + 3,81^2} = 6,35$ cm, OQ $= 8,89$ cm

O ile çakışan C, PQ üzerinde bir nokta olsun.

Hız diyagramı. Şekil 6.56B



Şekil: 6.56 A

İşlem sırası : $V_{P-O} = v = 0,69$ m/sn $= \overrightarrow{op}$ vektörünü düşey olarak yukarı doğru, Pcq'yü POCQ'ye dik olarak çiziniz (c ve q henüz tesbit edilmedi) pcq ile c noktasında birleşecek şekilde oc'yi PQ'ye paralel olarak çizin. Bundan sonra pcq üzerinde q'yü

$\frac{pc}{cq} = \frac{PC}{CQ} = \frac{OP}{OQ} = \frac{6,35}{8,89}$ olacak şekilde işaretleyin ve $\overleftarrow{o_1q_1}$'i birleştirin

Q'nün O'ya göre hızı $V_{Q-O} = \overrightarrow{oq} = 0,88$ m/sn.

İvme diyagramı Şekil 6.56 C.

İşlem sırası :

PQ'nün açısal hızı $= \Omega_{PQ} = \frac{cp}{CP} = \frac{55,37}{6,35} = 8,72$ rad/sn.

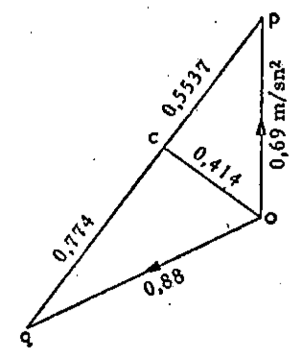
Kayma hızı $= V_s = \overrightarrow{oc} = 0,414$ m/sn

Coriolis ivme bileşeni $= 2 \,.\, \Omega_{PQ} \,.\, V_s = 2 \times 8,72 \times 0,414$
$= 7,22$ m/sn² $= \overleftarrow{o_1c_2}$

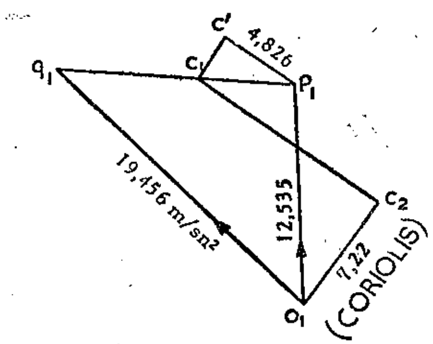
P'nin C'ye göre merkezcil ivmesi $= \frac{cp^2}{CP} = \frac{55,37^2}{6,35}$

$= 482,8$ cm/sn² $= 4,826$ m/sn² $= \overleftarrow{c'P_1}$

$o_1p_1 = f = 12,535$ m/sn² yi düşey olarak yukarı doğru, $\overleftarrow{c'p_1} = 4,826$ m/sn² yi PC yönünde ve $\overleftarrow{c'c_1}$ vektörünü $\overleftarrow{c'p_1}$'e dik olarak çiziniz (c_1 henüz bulunmadı). Bundan sonra $\overleftarrow{o_1c_2} = 7,22$ m/sn² yi PQ'ye dik olarak ve $\overleftarrow{c_2c_1}$ vektörünü $\overleftarrow{c'c_1}$ ile c noktasında birleşecek şekilde PQ ye paralel olarak çiziniz. $\overleftarrow{p_1c_1}$ vektörünü birleştirin ve q_1'i $\frac{p_1c_1}{c_1q_1} = \frac{PC}{CQ} = \frac{OP}{OQ} = \frac{6,35}{8,89}$ olacak şekilde uzatın.



Şekil: 6.56 B



Şekil 6.56 C

$\overrightarrow{o_1q_1}$'i birleştirin.

Q'nün O'ya göre ivmesi $A_{Q-O} = o_1q_1 = 1945,6$ cm/sn²
$= 19,456$ m/sn²

17) 50,8 cm uzunluğundaki düzgün bir AB çubuğunun ağırlığı 6,8 kg ve AB üzerinde alınan bir C noktası A'dan 35,56 cm uzaklıktadır. A ve C noktaları, birbirine dik doğrultuda devinmeye zorlanan iki bloka mafsallı olarak bağlanmışlardır.

A noktası 7,62 m/sn lik sabit bir hızla devinirken, çubuk A'nın devinim doğrultusu ile 30° lik bir açı yaptığı zaman, atalet etkisine bağlı olarak C noktasındaki eğme momentini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 6.57A'ya bakınız.

O noktası, mekanizma üzerinde sabit bir nokta olsun.

Hız diyagramı Şekil 6.57B,

$V_{A-O} = \overrightarrow{oa} = 7{,}62$ m/sn.

$\overrightarrow{oa} = 7{,}62$ m/sn'yi yatay olarak çiziniz. $\overrightarrow{oc}$'yi düşey olarak (c henüz tesbit edilmedi) ve $\overrightarrow{oc}$ ile c noktasında birleşmek üzere $\overrightarrow{ac}$ yi AC'ye dik olarak çiziniz. Son olarak $\overrightarrow{ac}$ yi b noktasına kadar uzatın.

$$\frac{ac}{ab} = \frac{AC}{AB} = \frac{35{,}56}{50{,}8}$$

Hız diyagramından, $\overrightarrow{ac} = 15{,}24$ m/sn ve $\overrightarrow{ab} = 21{,}77$ m/sn.

İvme diyagramı, Şekil 6.57C

A'nın B'ye göre merkezcil ivmesi

$$= \frac{ab^2}{AB} = \frac{21{,}77^2}{50{,}8} \times 100 \cong 933 \text{ m/sn}^2 = \overleftarrow{a_1b_2}$$

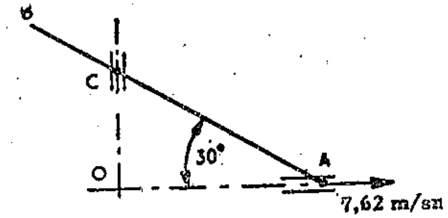
A noktası 7,62 m/sn lik sabit bir hızla devindiği için, A'nın O'ya göre rölativ ivmesi $= A_{A-O} = \overleftarrow{o_1a_1} =$ sıfır olur, ve buradan o_1 ve a_1 üst üstedir.

$\overleftarrow{a_1b_2} = 933$ m/sn² yi BA yönünde çiziniz. $\overleftarrow{o_1b_1}$'i düşey olarak (b_1 henüz tesbit edilmedi) çiziniz ve $\overleftarrow{b_2b_1}$'i, $\overleftarrow{o_1b_1}$ ile b noktasında birleşecek şekilde AB'ye dik olarak çiziniz. $\overleftarrow{o_1b_1}$ üzernde c_1 noktasını $\frac{o_1c_1}{o_1b_1} = \frac{35{,}56}{50{,}8}$ olacak şekilde işaretleyin.

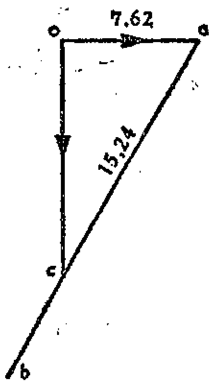
B'nin O'ya göre rölativ ivmesi $= A_{B-O} = \overleftarrow{o_1b_1} = \frac{933}{\sin 30°}$

$$= 1866 \text{ m/sn}^2$$

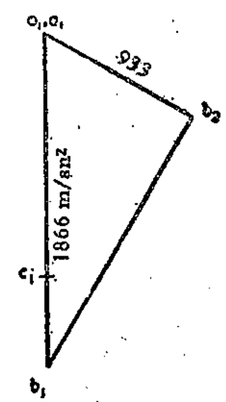
AB'ye dik atalet yükü = AB çubuğunun 1 cm. sinin ağırlığı × ivmenin dik bileşeni.



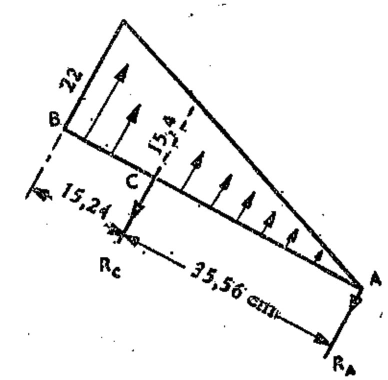
Şekil: 6.57 A



Şekil: 6.57 B



Şekil 6.57 C



Şekil: 6.57 D

B noktasındaki AB'ye dik atalet yükü $= \frac{6{,}8}{50{,}8 \times 9{,}81} \times 1866$ c6os $30° = 1$ cm lik devim için 22 kg. A noktasında atalet yükü sıfırdır.

Şekil 6.57D, atalet yüklerinin AB boyunca (AB'ye dik) dağılışını ve yönlerini gösteriyor.

R_A ve R_C, sırası ile A ve C'deki normal tepki olsun.

C'deki normal atalet yükü $= \frac{35{,}56}{50{,}8} \times 22 = 15{,}4$ kg/cm.

C ve B arasındaki yükleme momentlerini dikkate alırsak, C'deki eğme momenti

$$M_c = (15{,}4\times15{,}24\times7{,}62) + \left(6{,}6\times\frac{1}{2}\times15{,}24\times\frac{2}{3}\times15{,}24\right)$$
$$= 1788{,}4+511{,}3$$
$$\cong 2300 \text{ kg-cm} = 23{,}00 \text{ kg-m.}$$

18) Bir üniversal mafsal, eksenleri birbiriyle α açısı yapan iki mili birleştiriyor. Çeviren mil ω rad/sn lik sabit bir hızla dönüyor. Verilen bir açısal konum için çevrilen mil hızının $\dfrac{\omega\cos\alpha}{1-\cos^2\theta\sin^2\alpha}$ olduğunu kanıtlayınız. Burada θ açısı çeviren mil çatalının düzlemi ile mil düzlemleri aynı olduğu konumda ölçülür.

Böyle bir düzenin çeviren mili 250 dev/dak lık sabit bir hızla dönüyor ve eksenler arasındaki α açısı 25° dir. Çevrilen milin bağlı kütlelerle birlikte ağırlığı 54,43 kg, atalet yarıçapı 15,24 cm dir.

Eğer çevrilen milin dönmesine 20,74 kg-m lik sabit bir moment karşı koyarsa, $\theta = 45°$ olduğu zaman çeviren mile uygulanması gereken döndürme momentini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 6.58 de XY kolu çeviren mil OB'ye ,UV kolu da çevrilen mil OA'ya bağlıdır.

Başlangıçta XY yatay, UV de düşeydir.

XY, başlangıç durumuna göre θ açısı kadar dönerse, U_1V_1 (UV'nin izdüşümü) θ açısı kadar döner. OU_1, kısaltılmış kol ve OU_2 de tam boy olduğundan çevrilen milin gerçek dönme açısı $\varnothing$ olur.

Şimdi $\qquad \tan\theta = \dfrac{U_1K}{OK}$

$\qquad \tan\varnothing = \dfrac{U_2K}{OK}$

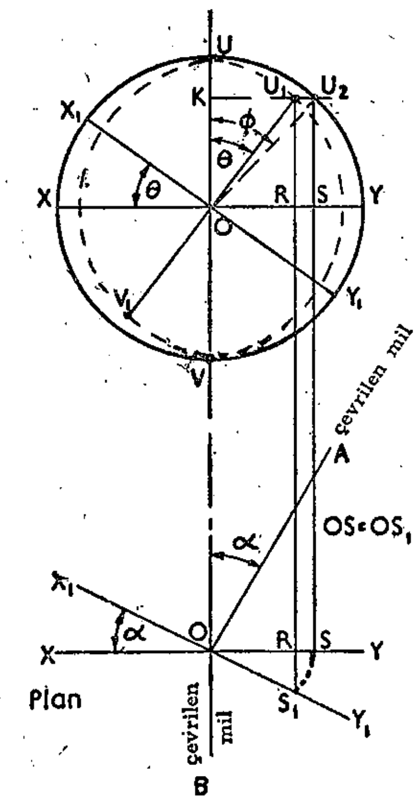
ayrıca $\qquad U_1K = OR$

ve $\qquad U_2K = OS = OS_1$

Bu nedenle $\qquad \dfrac{OR}{OS_1} = \dfrac{U_1K}{U_2K} = \cos\alpha$

O zaman $\qquad \dfrac{\tan\theta}{\tan\varnothing} = \dfrac{U_1K}{OK}\cdot\dfrac{OK}{U_2K} = \dfrac{U_1K}{U_2K} = \cos\alpha$

Buradan $\qquad \tan\theta = \cos\alpha \,.\, \tan\varnothing \qquad (1)$



Şekil: 6.58

Eşitliğin iki tarafının zaman t ye göre türevini alalım.

$$\sec^2\theta\,.\,\frac{d\theta}{dt} = \cos\alpha\sec^2\varnothing\,.\,\frac{d\varnothing}{dt} \qquad (2)$$

Eşitlik (1) den

$$\tan\varnothing = \frac{\tan\theta}{\cos\alpha}$$

Bu nedenle $\quad \sec^2 \varnothing = 1 + \tan^2 \varnothing = 1 + \dfrac{\tan^2\theta}{\cos^2\alpha}$

ayrıca $\quad \dfrac{d\theta}{dt} = \omega =$ çeviren milin açısal hızı,

ve $\quad \dfrac{d\varnothing}{dt} = \omega_1 =$ çevrilen milin açısal hızı olsun.

O zaman eşitlik (2) de yerine koyarsak,

$$\omega \sec^2\theta = \omega_1 \cos\alpha \left[\frac{\cos^2\alpha + \tan^2\theta}{\cos^2\alpha}\right] \text{ olur.}$$

Buradan

$$\omega_1 = \frac{\omega \cos\alpha \, . \sec^2\theta}{\cos^2\alpha + \tan^2\theta} = \frac{\omega \cos\alpha}{\cos^2\theta \, (1 - \sin^2\alpha + \tan^2\theta)}$$

$$= \frac{\omega \, . \cos\alpha}{\cos^2\theta \, (\sec^2\theta - \sin^2\alpha)} = \frac{\omega \cos\alpha}{1 - \cos^2\theta \sin^2\alpha} \qquad (3)$$

Çevrilen milin açısal ivmesini bulmak için, eşitlik (3) ün iki tarafının t zamanına göre türevini alalım. O zaman

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{O - \omega \cos\alpha \, [+2 \sin\theta \cos\theta \, . \sin^2\alpha]}{(1 - \cos^2\theta \sin^2\alpha)^2} \frac{d\theta}{dt}$$

$$= \frac{-\omega^2 \cos\alpha \sin^2\alpha \sin 2\theta}{(1 - \cos^2\theta \sin^2\alpha)^2} \qquad (4)$$

$=$ çevrilen milin açısal ivmesi

$$\omega = \frac{250}{60} \times 2\pi = \frac{25}{3} \pi \text{ rad/sn}$$

$\alpha = 25°$; $\theta = 45°$; buradan $2\theta = 90°$ olarak verildiğinden

açısal ivme $\quad \dfrac{d\omega_1}{dt} = \dfrac{-625 \, \pi^2}{9} \times \dfrac{0{,}9063 \times 0{,}4226^2 \times 1}{(1 - 0{,}5 \times 0{,}4226^2)^2}$

$$= -133{,}8 \text{ rad/sn}^2$$

Çevrilen mili ivmelendirme torku

$$T_1 = I \, . \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{W}{g} k^2 \, . \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{54{,}43}{9{,}81} \times \left(\frac{15{,}24}{100}\right)^2 \times (-133{,}8)$$

$$= -17{,}24 \text{ kg-m.}$$

Eğer çevrilen milin üzerinde 20,74 kg-m lik sabit direnç torku varsa, çeviren mil üzerinde bir T_2 torkuna gerek olacaktır. Burada

$$T_2 \, . \, \omega = T_1' \, . \, \omega_1$$

Bu nedenle $\quad \dfrac{\omega}{\omega_1} = \dfrac{1 - \cos^2\theta \sin^2\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{T_1'}{T_2}$

$$\frac{1 - 0{,}5 \, (0{,}4226)^2}{0{,}9063} = \frac{20{,}74 - 17{,}24}{T_2}$$

ve $\quad T_2 = 3{,}48$ kg-m

Çevrilen mil üzerindeki T_1' toplam torku $=$ ivmelendirme torku $T_1 + 20{,}74$ kg-m lik direnç torku

Bundan önceki örnekde, (a) çevrilen milin maksimum açısal hızını, (b) çevrilen milin maksimum ve minimum ivmesini, (c) çevrilen mildeki toplam hız değişimi 30 dev/dak olduğuna göre α açısının değerini bulunuz.

(a) Şimdi çevrilen milin açısal hızı

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{-\omega^2 \cos\alpha \sin^2\alpha \sin 2\theta}{(1 - \cos^2\theta \sin^2\alpha)^2} \text{ dır.}$$

ve eğer ifadenin diferansiyeli alınıp sıfıra eşitlenirse, maksimum açısal ivme için,

$$\cos 2\theta \cong \frac{2 \sin^2\alpha}{2 - \sin^2\alpha} = \frac{2 \, (0{,}4226)^2}{2 - (0{,}4226)^2} = 0{,}1961$$

$$2\theta = 78° \, 41' \text{ veya } 281° \, 19'$$

ve $\quad \theta = 39° \, 21'$ veya $140° \, 39'$ olarak bulunur.

Yukarıdaki eşitlikte yerine koyarsak,

$$\frac{d\,\omega_{1\,max}}{dt} = \frac{-625 \, \pi^2}{9} \times \frac{0{,}9063 \times 0{,}4226^2 \times 0{,}9806}{(1 - 0{,}7732^2 \times 0{,}4226^2)^2}$$

$$= 136 \text{ rad/sn}^2$$

(b) Eşitlik (3) den

$$\omega_1 = \frac{\omega \cos\alpha}{1 - \cos^2\theta \sin^2\alpha}$$

α sabit olduğu için, $\cos\theta =$ sıfır olduğu zaman, ω_1 minimum değerini alacaktır.

Bu nedenle $\omega_{1\,min} = \omega \cos\alpha = 250 \times 0{,}9063 = 226{,}6$ dev/dak.

Buna ek olarak $\cos\theta = 1$ olduğu zaman, ω_1 maksimum değerini alacaktır.

Bu nedenle

$$\omega_{1\,max} = \frac{\omega \cos\alpha}{1 - \sin^2\alpha} = \frac{\omega}{\cos\alpha} = \frac{250}{0{,}9063} = 275{,}8 \text{ dev/dak}$$

(c) $\omega_{1\,max} - \omega_{1\,min} = 30$

Bu nedenle $\quad \dfrac{\omega}{\cos\alpha} - \omega \,.\, \cos\alpha = 49$

$$\omega \cos^2\alpha + 30 \cos\alpha - \omega = 0$$

$$\cos\alpha = \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 4\omega^2}}{2\,\omega} \quad \ldots\ \omega = 250 \text{ dev/dak}$$

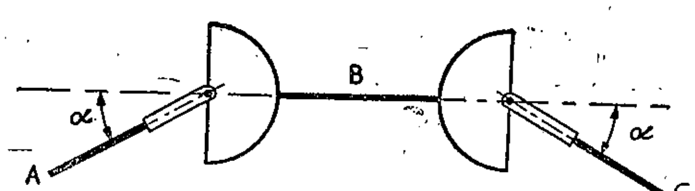
$$= \frac{-30 \pm \sqrt{250900}}{500} = 0{,}9418$$

Buradan $\quad \alpha = 19°\ 38'$

19) Aralarında α açısı bulunan iki mili birleştirmek için kullanılan tek bir Hook kaplininde, eğer çeviren milin açısal hızı sabit ve birleştirmede pim eksenleri birbirini keserse, hızdaki dalgalanmanın, ortalama hıza oranının $\sin\alpha \,.\, \tan\alpha$ olacağını gösteriniz.

Çift kaplin kullanıldığı zaman, çeviren milin hızı sabit ise, çevrilen milin düzgün bir açısal hızla dönmesi için hangi koşulların yerine getirilmesi gereklidir.

Böyle bir çift kaplin sisteminde, çeviren ve çevrilen miller paralel ve ara mille bunların her biri arasındaki açı 20° dir. Ara mil üzerinde bulunan çevirme piminin ekseni, bilmeden gerçek konumdan 90° öne alınırsa, çeviren milin maksimum ve minimum hızını bulunuz. Çeviren mil 200 dev/dak lık düzgün bir hızla dönüyor.



Şekil: 6.59 A

ÇÖZÜM : Hız dalgalanması $= \omega_{1\,max} - \omega_{1\,min}$

$$= \omega \sec\alpha - \omega \cos\alpha$$

$$= \frac{\omega}{\cos\alpha}\,(1 - \cos^2\alpha) = \frac{\omega \sin^2\alpha}{\cos\alpha}$$

ω ortalama hız olduğu için, hız oranı,

$$\frac{\text{Hız dalgalanması}}{\text{Ortalama hız}} = \frac{\omega \sin^2\alpha}{\omega \cos\alpha}$$

$$= \sin\alpha \,.\, \tan\alpha$$

Şekil 6.59A ile ilgili olarak, A, B ve C sırasıyla çeviren mil ara mil ve çevrilen mil olsun ve B'nin iki ucunda Hook mafsalı olsun. B'nin iki ucundaki çatallar aynı düzlemde olsun ve A ve C milleri B mili ile α açısı yapsın. ω_A, ω_B, ω_C = sıradan A, B ve C nin açısal hızları olsun.

A ve B mili için

$$\omega_B = \frac{\omega_A \,.\, \cos\alpha}{1 - \cos^2\theta \sin^2\alpha}$$

B ve C mili için

$$\omega_B = \frac{\omega_C \,.\, \cos\alpha}{1 - \cos^2\theta \sin^2\alpha}$$

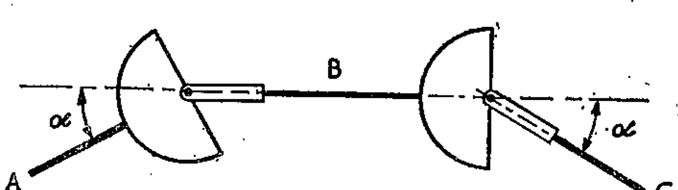
ve ω_A sabit olduğu ve $\omega_A = \omega_C$ olduğu için ω_C de sabittir.

ω_C'nin ω_A ile aynı olması için gerekli iki koşul, (a) A ve C'nin ikisi de B ile aynı α açısını yapmalı, ve (b) B'nin iki ucundaki çatallar aynı düzlemde olmalıdır.

Şekil 6.59B bir Hook mafsalı düzenini gösteriyor. Burada aramil üzerindeki çeviren pim, gerçek konumdan 90° önde ve B'nin iki ucundaki çatallar aynı düzlemde değildir.

A ve B milleri için

$$\omega_{B\,max} = \omega_A \sec\alpha \quad \text{ve} \quad \omega_{B\,min} = \omega_A \cos\alpha$$



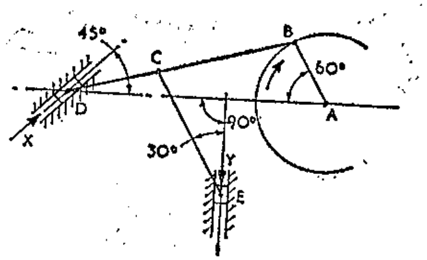
Şekil: 6.59 B

B ve C milleri için

$$\omega_{C\max} = \frac{\omega_A}{\cos^2\alpha} = \frac{200}{\cos^2 20°} = \frac{200}{(0{,}9397)^2}$$
$$= 226{,}5 \text{ dev/dak.}$$

ve çevrilen mil C'nin minimum hızı

$$\omega_{C\min} = \omega_A \cos^2\alpha = 200 \times (0{,}9397)^2$$
$$= 176{,}6 \text{ dev/dak.}$$



Şekil 6.60

20) Şekil 6.60, AB krankı 180 dev/dak ile dönen ve D ve C de bulunan blokları da sürtünmesiz kayıtlar içinde çalışan bir mekanizmayı gösteriyor. AB = 45,72 cm, BD = 152,4 cm, BC = 91,44 cm ve CE = 91,44 cm olduğuna göre, hız vektörü diyagramını çiziniz, D ve E bloklarının kayıtları içindeki hızlarını ifade ediniz. Eğer D'de 45,36 kg lık bir kuvvet X oku yönünde ve E de de 68 kg lık bir kuvvet Y oku yönünde etkirse A'daki döndürme momentini bulunuz.

Cevap : D'nin hızı = 9,6 m/sn sağa doğru, E'nin hızı = 1,75 m/sn yukarı doğru, A'daki döndürme momenti = 16,77 kg-m.

21) Bir vargel tezgahının hızlı geri dönüş mekanizması, Şekil 6.61 de görülüyor. Krank, saatin ters yönünde 90 dev/dak bir hızla dönüyor. QP uzunluğu 81,28 cm dir.

(a) P'nin maksimum hızını ve ivmesini bulunuz.

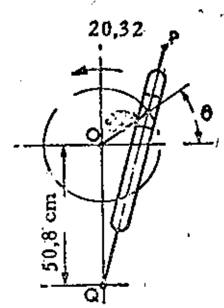
(b) $\theta = 45°$ olduğu zaman P'nin ivmesini bulunuz.

Cevap : (a) 5,1 m/sn, 48 m/sn² (b) 7,55 m/sn²

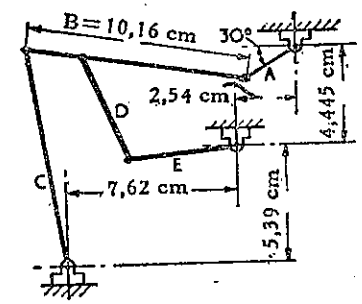
22) Şekil 6.62 de gösterilen mekanizmada, B, C ve D çubuklarının ani merkezlerini bulunuz. Eğer A, saat yönünde 10 rad/sn ile dönerse E'nin

açısal hızını bulunuz. A'yı 2.54 cm, B ve C'yi 10,16 cm, D ve E'yi 5,08 cm olarak alın. D çubuğu, B'nin sol ucundan 2,54 cm uzaklıkta mafsallı olarak bağlanıyor.

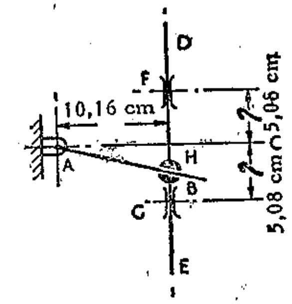
Cevap : 1,9 rad/sn.



Şekil: 6.61



Şekil: 6.62



Şekil: 6.63

23) Şekil 6.63 de gösterilen AB çubuğu A mili etrafında dönüyor. 2,268 kg ağırlığındaki düşey DE çubuğu ,sabit F ve G kayıtları arasında kayıyor. Çubuğun H noktasında bulunan kanallı pim içerisinde de AB çubuğu kayıyor. CAB açısı = 20° olduğu zaman, AB'nin saatin ters yönündeki açısal hızı 5 rad/sn ve saatin ters yönündeki ivmesi 10 rad/sn² olduğuna göre, bu anda DE'nin hızını ve ivmesini bulunuz. Eğer bütün kayıcı yüzeylerdeki sürtünme katsayısı 0,15 ve dönen çiftlerdeki sürtünme ihmal edilebilirse, bu anda DE'yi kaldırmak için AB'nin uygulaması gereken döndürme momentini bulunuz.

Cevap : 0,575 m/sn, 0,939 m/sn², 0,27 kg-m.

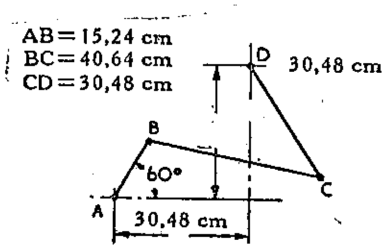
24) Kurs boyu 43,18 cm ve çapı 22,86 cm olan bir benzinli motorun, piston ve uç piminin ağırlığı 49,44 kg dır. Piston kolunun merkezler arası uzaklığı 11,68 cm, ağırlığı 55,34 kg, ağırlık merkezi, pim merkezinden 69,34 cm mesafede ve ağırlık merkezinden piston pimine paralel olarak geçen bir eksene göre atalet yarıçapı 44,45 cm dir. Krank iç ölü merkezi 140° geçtiği zaman, piston, uç pimi ve piston kolunun ataletine bağlı olarak, pistonun silindir üzerindeki yan baskısını bulunuz. Krank mili 270 dev/dak ile dönüyor. Yerçekimi kuvvetini hesaba katmayın.

Cevap : 49,89 kg.

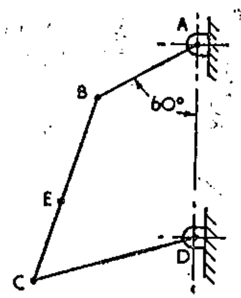
25) Şekil 6.64 de görülen bağlantı sisteminde AB krankı, saat yönünde 120 dev/dak ile dönüyor. BC kütlesi 4,536 kg ağırlığında olup ağırlık merkezi B'den 15,24 cm mesafededir. BC'nin, ağırlık merkezine göre atalet yarıçapı 11,43 cm dir. Şekilde görüldüğü gibi, AB yatayla 60° olduğu zaman, BC'nin ataletine bağlı olarak, B ve C eklemlerinde etkiyen kuvvetleri bulunuz.

Cevap : B eklemindeki kuvvet = 8,2 kg,
C ekleminde etkiyen kuvvet = 1,13 kg.

26) Yatay bir motorda, 12,7 cm uzunluğundaki OA krankı 240 dev/dak ile dönüyor. Biyel kolu AB'nin uzunluğu 60,96 cm, ağırlığı 11,34 kg, ağırlık merkezi, A'dan 25,4 cm uzaklıkta ve ağırlık merkezine göre atalet yarıçapı 20,32 cm dir. Krank düşey konumda iken, bağlama çu-



Şekil: 6.64



Şekil: 6.65

bukların ataletine bağlı olarak, kayıtların kros üzerine uyguladığı düşey kuvveti bulunuz.

Cevap : 11 kg.

27) Ölçüleri değişmeyen bir biyel kolunun boyu 121,92 cm ve çapı 7,62 cm dir. Krank boyu 30,48 cm ve motor hızı 240 dev/dak dır. Krank iç ölü merkezle 60° açılı olduğu zaman, biyel kolunun atalet - yük diyagramını çiziniz. Maksimum eğme momentini bulup yerini belirleyin. Malzemenin yoğunluğu 7,68 kg/dm³ dür.

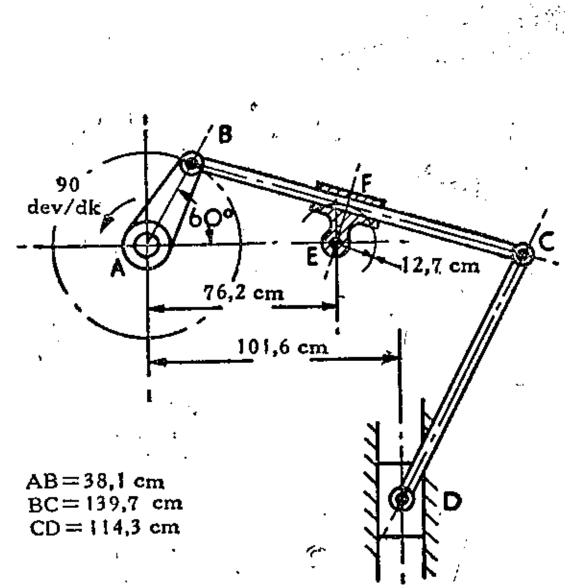
Cevap : Atalet yükü krosdan krank pimine doğru 1 cm lik çalışma için 0,559 kg dan 6,56 kg'a kadar düzgün olarak değişir. Maksimum eğme momenti 67,33 kg-m olup, çubuk üzerinde krosdan 68,88 cm beride etkir.

28) Bir motorun piston kolu ağırlığı 90,71 kg ve kolun merkezler arası uzaklığı 142,24 cm dir. Ağırlık merkezi, kros merkezinden 88,9 cm uzaklıkta ve ağırlık merkezi etrafındaki atalet yarıçapı 60,96 cm dir. Krank uzunluğu 30,48 cm ve motor hızı 240 dev/dak. olduğuna göre, kolun ataletine bağlı olarak, krank iç ölü merkezden 45° lik bir konumda olduğu zaman, kros kayıtındaki ve krank pimindeki kuvvetleri bulunuz. Kros kayıtları sürtünmesiz olarak kabul ediliyor.

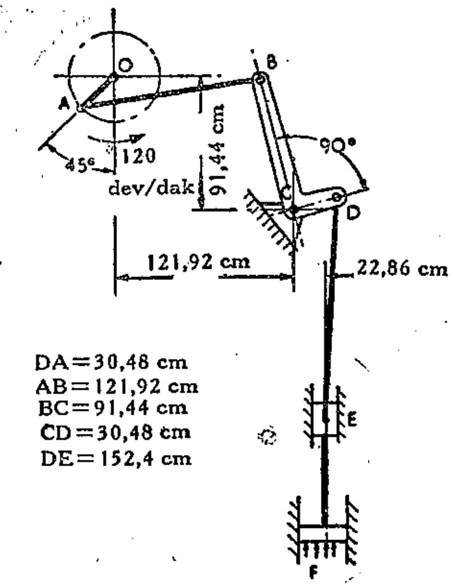
Cevap : Kros kayıtındaki kuvvet 136 kg, krank pimindeki kuvvet 1417,4 kg.

29) Şekil 6.65, 60,96 cm uzunluğundaki AB krankı, A ekseni etrafında, ve düşey düzlemde saat yönünde 100 dev/dak ile dönüyor. CD çubuğu 91,44 cm uzunluğunda olup, A'dan düşey olarak 106,68 cm aşağıdaki D noktasına serbest dönecek şekilde pimleniyor. 106,68 cm uzunluğundaki BC çubuğu B'den 60,96 cm uzaklıkta bulunan E noktasında 9,98 kg lık yoğunlaştırılmış bir kütleyi üzerinde taşıyor.

BAD açısı = 60 derece olduğu zaman E'nin hızını ve ivmesini ve CD' nin açısal hızını ve açısal ivmesini bulunuz. Bu anda E'nin atalet ve ağır-



Şekil: 6.66



Şekil: 6.67

lığını yenmek için, AB çubuğu üzerinde gerekli olan döndürme momentini bulunuz.

Cevap : 5,53 m/sn, 55,62 m/sn², 5,47 rad/sn, 52 rad/sn², 20,35 kg-m.

30) Şekil 6.66 da görülen mekanizmada, 38,1 cm uzunluğundaki AB krankı, saatin ters yönünde 90 dev/dak lık düzgün bir hızla dönüyor. BC çubuğu, sabit bir E merkezi etrafında salınabilen F bloku içerisinde serbest olarak kayıyor. Verilen şekil için, (a) D sürgüsünün hızını ve (b) F blokunun açısal hızını bulunuz.

Cevap : (a) 1,397 m/sn, (b) $\Omega_{EF} = \Omega_{BC} = \dfrac{bc}{BC} = 1{,}09$ rad/sn

31) Bir pompa, bir motor krankından, şekil 6.67 de görülen mekanizma ile hareket almaktadır. F de görülen pompa pistonu 22,86 cm çapında, ve krank hızı 120 dev/dak dır. Görülen konum için,

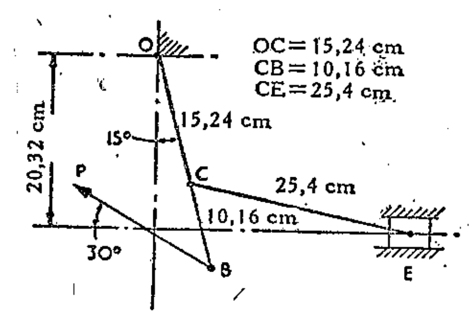
(a) E krosunun hızını,

(b) 5,08 cm çaplı B pimindeki sürtme hızını,

(c) F'deki 3,515 kg/cm² lik bir basıncı yenmek için milde gerekli olan torku bulunuz.

Cevap : (a) 0,716 m/sn, (b) 1,597 m/sn², (c) 82,26 kg-m.

32) Şekil 6.68 de, kayar bir bloku çalıştıran mekanizmanın bir parçası görülüyor. Verilen şekilde, O merkezi etrafında sallanan OB kolunun açısal hızı, 11,2 rad/sn ve açısal ivmesi 56,6 rad/sn² olup, her ikisi de saat yönündedir. E de ileri - geri hareket eden kütlenin ağırlığı 31,75 kg



Şekil: 6.68

dır. CE çubuğunun ağırlığı 22,68 kg, ağırlık merkezi çubuğun orta noktasında ve bu noktaya göre atalet momenti 0,1785 kg-m dir. E'de ileri-

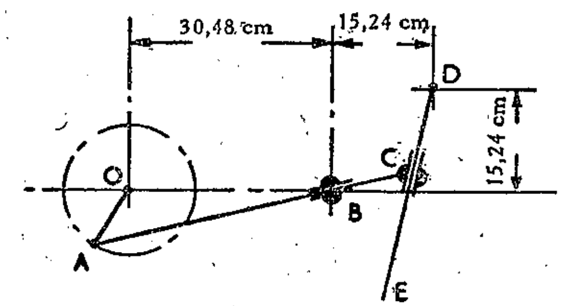
geri devinen kütlenin ve CE çubuğunun K.E. sini bulunuz. Ayrıca yalnız E noktasındaki kütleyi hızlandıracak olan gerekli P kuvvetini hesaplayınız.

Cevap : 3,87 m-kg, 3,04 m-kg, P = 44,3 kg.

33) 10,16 cm uzunluğundaki bir OA krankı, şekil 6.69 da görüldüğü gibi, saat yönünde 100 dev/dak ile dönüyor. 50,8 cm uzunluğundaki AC çubuğu, B deki döner pim içerisinde kayıyor. C ucu, sallantılı DE bağlantısı üzerinde kayabiliyor. BOA açısı 120 derece olduğu zaman DE'nin açısal hızını ve açısal ivmesini bulunuz.

Cevap : 5,17 rad/sn, 87,6 rad/sn²

34) İki yatay mil Hook mafsalı ile birleştiriliyor. Miller arasındaki açı 160° dir. Çeviren mil 150 dev/dak.lık düzgün bir hızla dönüyor. Çevrilen mil, atalet yarıçapı 10,16 cm olan 9,07 kg ağırlığındaki bir volanı üzerinde taşıyor. Çeviren mil üzerindeki çatal uç yatay düzlemden 30°



Şekil: 6.69

döndürüldüğü zaman, volanı harekete geçirmek için çeviren mil üzerinde gerekli olan döndürme momentini bulunuz.

Kullandığınız formülün çıkarılışını gösteriniz.

Cevap : 0,276 kg-m.

35) İki mil bir Hook mafsalı ile bağlanacaktır. Çeviren mil 500 dev/dak lık düzgün bir hızla dönerken, çevrilen milin hızı 475 ile 525 dev/dak arasında değişiyor.

Birinci ilkeden giderek miller arasındaki müsaade edilebilir maksimum açıyı bulunuz ve böyle iki mafsalı bulunan bir düzenle çeviren ve çevrilen milin aynı dönme hızına sahip olabileceğini kanıtlayınız.

Cevap : 17° 45′

36) Bir Hook mafsalı iki mili birlikte bağlamak için kullanılıyor. Çeviren mil 1000 dev/dak lık düzgün bir hızla dönüyor. Birinci ilkeden giderek, mil eksenleri arasındaki maksimum açıyı, çevrilen milin hız dalgalanması 150 dev/dak yı geçemiyeceğine göre, saptayınız. O zaman çevrilen milin maksimum hızı ne olur?

Cevap : 21° 54′, 1077 dev/dak.

37) Eksenleri kesişen, fakat biri diğerine göre 20° eğik olan iki mil bir Hook mafsalı ile birleştiriliyor. Eğer çeviren milin 1000 dev/dak lık düzgün bir hızı varsa, çevrilen milin hızındaki değişmeyi birinci ilkeden giderek bulunuz.

Çevrilen mil, 13,6 kg ağırlığında ve atalet yarıçapı 26,4 cm olan döner bir kütleyi üzerinde taşıyor. Çevrilen milin çatal ucu, iki milin de içinde bulunduğu bir düzleme göre 45° döndüğü zamanki konum için çevrilen mildeki ivmelendirme torkunu bulunuz.

Cevap : 939,7 den 1064 dev/dak'ya kadar, 132,3 kg-m.

38) Eksenleri birbirine göre α dar açısı yapan iki mili bir Hook mafsalı birleştirirse, bu iki mil arassındaki ani hız oranının $\left(\dfrac{\sec^2\theta}{\sec^2\varnothing \cos\alpha}\right)$ ifadesi ile verilebileceğini gösteriniz. Burada θ ve $\varnothing$, mafsalın iki yarısının bir referans düzlemine göre ayrı ayrı dönme açısıdır. Bu referans düzleminin ne olduğunu belirtiniz.

$\alpha = 10°$ olduğu zaman, bu oranın maksimum ve minimum değerini bulunuz.

Cevap : 1,015, 0,9848

39 - 46) 2, 3, 4, 5, 20, 22, 30 ve 31 sayılı problemlerin ivme diyagramlarını çiziniz.

47 - 52) Aşağıdaki problemlerin her birini 2 ayrı alternatif metodla çözünüz (14 sayılı probleme bakınız) — 24, 26 ve 28.

53 - 62) 34 - 38 sayılı problemlerin herbiri için

(a) çevrilen milin maksimum açısal ivmesini

(b) 19 sayılı problemde olduğu gibi, çeviren pim 90° önde olan bir ikili Hook mafsalı kullanıldığı zaman maksimum hız oranını bulunuz.

Cevap :

(a) 30,8; 268; 1655; 1370; 0,0306 ω^2 rad/sn².

(b) 1,132; 1,103; 1,161; 1,132; 1,03

BÖLÜM 7

DÖNDÜRME MOMENTİ DİYAGRAMLARI

PROBLEMLER

1) Bir makina presi, 3 B.G.'lük bir elektrik motoru ile çalıştırılıyor. İşleme başlama anında, atalet momenti 50,56 kg-m² olan ve pres üzerinde bulunan bir volan 250 dev/dak ile dönüyor. Basma işlemi 483,89 m-kg lık bir enerji gerektiriyor ve 0,75 sn. sürüyor. 1 saatteki maksimum basma sayısını ve her bir basmadan sonra volanın hız azalma miktarını bulunuz. Sürtünme kayıplarını ihmal ediniz.

ÇÖZÜM : Motorun 1 saatde sağladığı iş $= 3 \times 2700000$ m-kg.

Bir vuruş için gerekli iş $= 483{,}89$ m-kg.

Bu nedenle

$$\text{Saatdeki vuruş sayısı} = \frac{3 \times 270000}{483{,}89} = 1674$$

motor 0,75 sn. içerisinde $3 \times 75 \times 0{,}75$ m-kg $= 168{,}75$ m-kg'lık enerji sağlar.

N dev/dak = Volanın vuruş sonrası hızı olsun.

$$\text{Volanın K.E. değişimi} = \frac{1}{2}\ I\,(\Omega_1^2 - \Omega_2^2)$$

$$= \frac{1}{2}\ I \times 4\pi^2\,(250^2 - N^2)/3600$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{50{,}56}{9{,}81} \times \frac{4\pi^2}{3600}\,(250^2 - N^2)$$

$$= \frac{\pi_2}{349{,}2}\,(250^2 - N^2) \text{ m-kg.}$$

Motorun sağladığı iş = Bir vuruş için gerekli enerji — Volanın K.E. değişimi

Bu nedenle $168,75 = 483,89 - \frac{\pi_2}{349,2}\,(250^2 - N^2)$

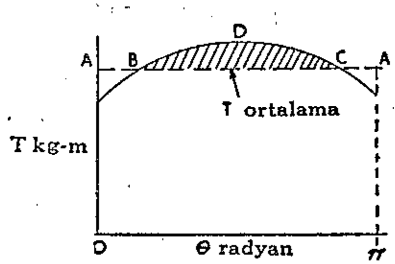
$$250^2 - N^2 = \frac{315,14 \times 349,2}{\pi^2} = \frac{110046,89}{\pi^2}$$

$$N = 226,6 \text{ dev/dak.}$$

Buradan her bir vuruştan sonra pres hızındaki azalma

$250 - 226,6 = 23,4$ dev/dak dır.

2) Bir motorun krank miline uygulanan etkin döndürme momenti $T = 1,219 + 0,152 \sin 2\theta - 0,3048 \cos 2\theta$ ton-m olarak gösteriliyor. Burada θ = krankın iç ölü merkezle olan eğimidir. Volanın ağırlığı 1.6 ton ve atalet yarıçapı 0,762 m dir. Motor hızı 120 dev/dak ve dış dirençler sabittir. (a) Sağlanan Beygir-gücünü, (b) hızdaki değişiklik yüzdesi toplamını, (c) Volanın maksimum açısal yavaşlatma ivmesini bulunuz.



Şekil: 7.1

ÇÖZÜM : Şekil 7.1 ile ilgili olarak $g = 9,8$ m/sn² olarak alalım.

(a) Bir kursta yapılan iş $= \int_0^\pi T \, . \, d\theta$

$$= \int_0^\pi (1,219 + 0,152 \sin 2\theta - 0,3048 \cos 2\theta)\, d\theta$$

$$= \Big[\, 1,219\theta - 0,076 \cos 2\theta - 0,1524 \sin 2\theta \,\Big]_0^\pi$$

$$\cong 1,219\,\pi \text{ m-ton}$$

$$\text{B.G.} = \frac{\text{Bir dakikadaki kurs sayısı} \times \text{Bir vuruşta yapılan iş}}{4500}$$

$$= \frac{240 \times 1,219\,\pi \times 1000}{4500} = 204,2$$

(b) $T_{ortalama} = T_0 = \frac{1,219\,\pi}{\pi} = 1,219$ ton-m.

$T_0 = T$ olan B ve C noktalarını bulmak için

$$1,219 = 1,219 + 0,152 \sin 2\theta - 0,3048 \cos 2\theta$$

buradan $\tan 2\theta = 2$

$$2\theta = 63°\,26' \text{ ve } 180° + 63°\,26'$$

$$\theta_B = 31°\,43' \text{ ve } \theta_C = 121°\,43'$$

Enerji dalgalanması = taranmış DBC alanı.

Bu nedenle, $e = \int_{\theta_B}^{\theta_C} T \, . \, d\theta - \int_{\theta_B}^{\theta_C} T_0 \, . \, d\theta = \int_{\theta_B}^{\theta_C} (T - T_0)\, d\theta$

$$= \int_{\theta_B}^{\theta_C} (0,152 \sin 2\theta - 0,3048 \cos 2\theta)\, d\theta$$

$$= \Big[-0,076 \cos 2\theta - 0,1524 \sin 2\theta \Big]_{31°\,43'}^{121°\,43'}$$

$$= 0,340 \text{ m-ton}$$

Şimdi $e = \frac{1}{2} I (\Omega_2^2 - \Omega_1^2) = \frac{W}{2g} k^2 (\Omega_2 - \Omega_1)(\Omega_2 + \Omega_1)$

$$= \frac{W}{g} k^2 \Omega_0 (\Omega_2 - \Omega_1) \;\ldots\; \Omega_0 = \text{ortalama hız}$$

$$= \frac{120}{60} \times 2\pi \text{ rad/sn.}$$

Buradan $\Omega_2 - \Omega_1 = \frac{g \, . \, e}{W k^2 \Omega_0} = \frac{9,8 \times 0,340}{1,6 \times 0,58 \times 4\pi} = 0,2857$

Toplam hız dalgalanma yüzdesi $= \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{\Omega_0} \times 100$

$$= \frac{0{,}2857}{4\pi} \times 100$$

$$= \text{yüzde } 2{,}273$$

(c) T_{max} ve T_{min} 'u bulmak için T'nin θ'ya göre türevini alıp sıfıra eşitleyelim. O zaman

$$\frac{dT}{d\theta} = 0{,}3048 \cos 2\theta + 0{,}6096 \sin 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta = -0{,}5$$

buradan $2\theta = (180° - 26° 34')$ veya $(360° - 26° 34')$

$2\theta = 153° 26'$ olduğu zaman

$$T = 1{,}219 + 0{,}152 \sin 153° 26' - 0{,}3048 \cos 153° 26'$$

$$= 1{,}559 \text{ ton-m.}$$

$$2\theta = 333° 26'$$

$$T = 1{,}219 + 0{,}152 \sin 333° 26' - 0{,}3048 \cos 333° 26'$$

$$= 0{,}878 \text{ ton-m}$$

Bu nedenle $T_{max} = 1{,}559$ ton-m ve $T_{min} = 0{,}878$ ton-m

$T_{ort} - T_{min} = I \times$ maksimum açısal yavaşlatma ivmesi α

$$\text{Buradan} \quad \alpha = \frac{T_{ort} - T_{min}}{I} = \frac{1{,}219 - 0{,}878}{\frac{1{,}6}{9{,}8} \times 0{,}58}$$

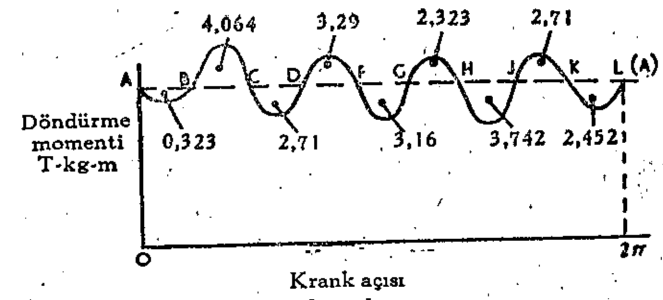
$$= 3{,}60 \text{ rad/sn}^2$$

3) Çok silindirli bir motorun, bir devri için döndürme momenti eğrisi ve direnç torkunun kesişmesi ile ortaya çıkan alanlar aşağıdaki gibidir.

$-0{,}322$, $+4{,}064$, $-2{,}71$, $+3{,}29$, $-3{,}16$, $+2{,}323$
$-3{,}742$, $+2{,}71$, $-2{,}452$ cm²

düşey ve yatay ölçekler sırasıyla, 544 kg-m 1 cm ile, ve 23,62° 1 cm ile gösterilecek şekildedir. Motor kursu 53,34 cm, ortalama hızı 250 dev/dak olup hızdaki değişme ortalama hızın yüzde 1,5'ini geçmeyecektir.

Merkezkaç gerilmeleri 56,24 kg/cm² yi geçemeyeceğine göre, volanın çapını ve kesit alanını bulunuz. Malzemenin yoğunluğu 7,19 kg/dm³ dür. Volanın kasnak genişliği, kalınlığının dört katı olacaktır.



Şekil: 7.2

ÇÖZÜM : A'daki toplam enerji $= E$ olsun, o zaman şekil 7.2 ile ilgili olarak,

A daki enerji $= E$
B " " $= E - 0{,}323$ ... minimum enerji
C " " $= E - 0{,}323 + 4{,}064 = E + 3{,}741$
D " " $= E + 3{,}741 - 2{,}71 = E + 1{,}031$
F " " $= E + 1{,}031 + 3{,}29 = E + 4{,}21$ ... maksimum enerji
G " " $= E + 4{,}321 - 3{,}16 = E + 1{,}161$
H " " $= E + 1{,}161 + 2{,}323 = E + 3{,}484$
J " " $= E + 3{,}484 - 3{,}742 = E - 0{,}258$
K " " $= E - 0{,}258 + 2{,}71 = E + 2{,}452$
L " " $= E + 2{,}452 - 2{,}452 = E =$ A daki enerji

Maksimum enerji dalgalanması $e = (E + 4{,}321) - (E - 0{,}323)$

$$= 4{,}644 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ cm}^2 = 544 \times \frac{23{,}62\pi}{180} = \text{m-kg}$$

$$\text{Bu nedenle} \quad e = 4{,}644 \times 544 \times \frac{23{,}62\pi}{180} = 1041{,}47 \text{ m-kg.}$$

$$\text{Ortalama hız} \quad \Omega_0 = \frac{250}{60} \times 2\pi = 26{,}17 \text{ rad/sn.}$$

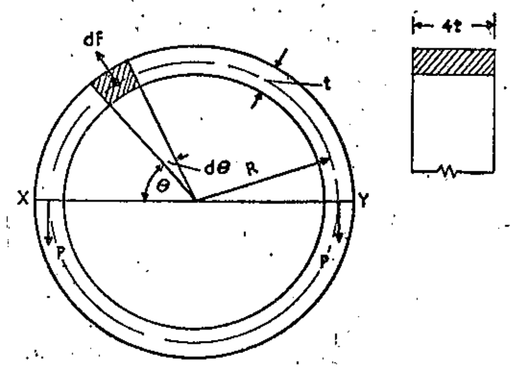
$$\text{Hızdaki dalgalanma} = \Omega_2 - \Omega_1 = \frac{1{,}5}{100} \times 26{,}17 = 0{,}3926 \text{ rad/sn.}$$

$$\text{Şimdi} \quad e = \frac{1}{2} I (\Omega_2^2 - \Omega_1^2) = I \Omega_0 (\Omega_2 - \Omega_1)$$

Buradan $1041{,}47 = I \times 26{,}17 \times 0{,}3926$

$$I = 101{,}4 \text{ m-kg-sn}^2 = 994{,}73 \text{ kg-m}^2$$

Volanın kasnağındaki merkezkaç gerilmesini bulmak için



Şekil: 7.3

Şekil 7.3'le ilgili olarak, R = volan kasnağının ortalama yarıçapı ... cm, A = Kasnağın kesit alanı ... cm², ρ = kasnak malzemesinin yoğunluğu ... kg/dm³, Ω = açısal hızı ... rad/sn. olsun.

$d\theta$ açısının gördüğü bir kasnak elemanı alalım.

Eleman üzerindeki merkezkaç kuvveti $dF = \dfrac{\rho . A . R . d\theta . \Omega^2 R}{g}$

$$dF\text{'nin düşey bileşeni} = dF . \sin\theta$$

Kasnağı XY boyunca parçalamaya çalışan toplam düşey kuvvet

$$Q = \frac{\rho . AR^2 . \Omega^2}{g} \int_0^{\pi} \sin\theta . d\theta = \frac{2\rho . AR^2 \Omega^2}{g}$$

Bu kuvvete karşı 2P kuvveti karşı koyar.

$$2P = 2f . A$$

f = merkezkaç (veya çember) gerilmesi

O zaman $2P = Q$

Buradan $2fA = \dfrac{2\rho \, AR^2 \Omega^2}{g}$

ve $f = \dfrac{\rho}{g} \Omega^2 R^2 = \dfrac{\rho}{g} v^2$

burada $v = \Omega . R$ = Ortalama yarıçaptaki çizgisel hız

Şimdi $\Omega_2 = 1{,}0075 \times 26{,}17$ rad/sn

O zaman yukarıdan $f = \dfrac{\rho}{g} \Omega_2^2 R^2$

$$56{,}24 = \frac{7{,}19}{981 \times 1{,}000} (1{,}0075 \times 26{,}17)^2 R^2$$

Buradan $R^2 = 11038$ cm² ve $R = 105$ cm

Şimdi $I = WR^2$ (yaklaşık olarak)

Bu nedenle $994{,}73 \times 10000$ kg-cm² $= 11038\, W$

Buradan kasnağın ağırlığı $= W = 901$ kg.

Ayrıca $W = 2 . \pi . R . A . \rho$ olduğundan

$$901 = 2\pi \times 105 \times \frac{7{,}19}{1000} \times A$$

ve kasnağın kesit alanı $A = 189{,}9$ cm²

t = kasnak kalınlığı olsun, o zaman $4t$ = kasnak genişliği

Bu nedenle $A = 4t^2 = 189{,}9$ cm²

$t = 6{,}874$ ve $4t = 27{,}50$ cm

Özetlersek

Volan çemberinin ortalama yarıçapı $= 210$ cm $= 2{,}1$ m

volan çemberinin kalınlığı $= 6{,}874$ cm $\cong 7$ cm

volan çemberinin genişliği $= 27{,}50$ cm $= 28$ cm

4) Tek etkili ve üç silindirli bir motorun krank kolları 120° açılı olup 600 dev/dak. ile dönmektedir. Krank kolu ilgili ölü merkeze 60° açılı ve 8,295 kg-m maksimum momente sahip dolu kurs için tork-krank açısı diyagramı üçgen şeklindedir. Dönüş kursu üzerindeki moment sıfırdır.

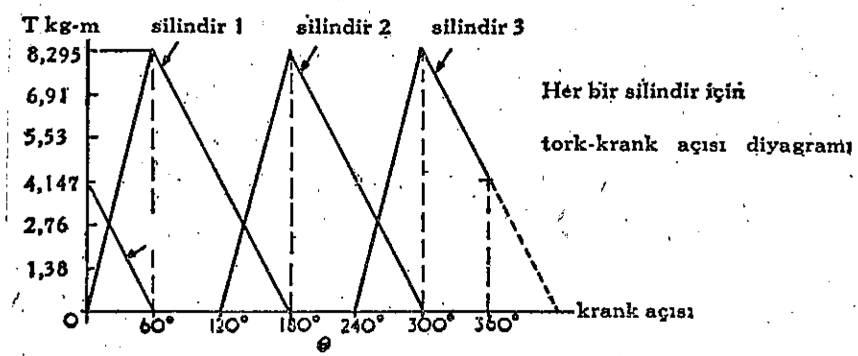
(a) Sağlanan beygir-gücünü, (b) Kullanılan volanın ağırlığı 7,25 kg ve atalet yarıçapı 7,62 cm ise, hız dalgalanma katsayısını, (c) enerji dalgalanmasını, ve (d) Volanın maksimum açısal ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜM : Bir çevrimde yapılan iş = 3 üçgenin alanı (bkz. Şekil 7.4)

$$= 3 \times \frac{\pi \times 8{,}295}{2} = 12{,}44\pi \text{ m-kg.}$$

(a) elde edilen Beygir-Gücü $= \dfrac{\text{Bir çevrimde yapılan iş} \times \text{çevrim/dak.}}{4500}$

$$= \frac{12{,}44\pi \times 600}{4500} = 5{,}21 \text{ B.G.}$$



Şekil: 7.4

(b) Ortalama tork $T_m = \dfrac{\text{Bir çevrimde yapılan iş}}{\text{Bir çevrim için krank açısı}} = \dfrac{12{,}44\pi}{2\pi}$

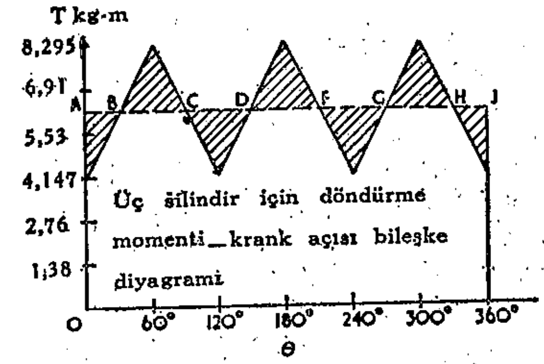
$$= 6{,}22 \text{ kg-m}$$

A'daki toplam enerji = E olsun, o zaman (şekil 7.5)

$$\text{B'deki enerji} = E - \frac{2{,}074 \times \pi}{2 \times 6} = E - 0{,}173\,\pi$$

$$\text{C'deki enerji} = E - 0{,}173\,\pi + \left(\frac{2{,}074 \times \pi}{2 \times 3}\right) = E + 0{,}173\,\pi$$

D, F, G, H ve J'deki enerji sırasıyla, $E - 0{,}173\,\pi$, $E + 0{,}173\,\pi$, $E - 0{,}173\,\pi$ $E + 0{,}173\,\pi$; ve E



Şekil: 7.5

Maksimum enerji dalgalanması $e = (E + 0{,}173\,\pi) - (E - 0{,}173\,\pi)$

Bu nedenle $e = 0{,}346\,\pi$ m-kg

Şimdi, ortalama hız $\Omega_m = \dfrac{600}{60} \times 2\pi = 20\pi$ rad/sn

O zaman $e = \dfrac{W}{g}\,k^2 \Omega_m\,(\Omega_2 - \Omega_1)$

Böylece

$$\Omega_2 - \Omega_1 = \frac{e \cdot g}{W\,k^2\,\Omega_m} = \frac{0{,}346\,\pi \times 9{,}81}{7{,}25 \times \left(\dfrac{7{,}62}{100}\right)^2 \times 20\pi} = 4{,}032 \text{ rad/sn}$$

Buradan

$$\text{Hız dalgalanma katsayısı} = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{\Omega_m} \times 100$$

$$= \frac{4{,}032}{20\pi} \times 100$$

$$= \text{yüzde } 6{,}4$$

(d) $T_{max} - T_{ort} = I \times$ açısal ivme α

Bu nedenle $\alpha = \dfrac{T_{max} - T_{ort}}{I} = \dfrac{8{,}295 - 6{,}22}{\dfrac{7{,}25}{9{,}81} \times \left(\dfrac{7{,}62}{100}\right)^2}$

$$\alpha = 483{,}5 \text{ rad/sn}^2$$

5) Bir volana takıştırılmış olan bir mil 250 dev/dak ile dönüyor ve direnç torku, üç devirlik bir süreçte çevrimsel bir tarzda değişerek bir makinayı çeviriyor. Döndürme momenti $\frac{1}{2}$ devirlik zamanda 69,125 kg-m den 276,5 kg-m'ye kadar düzgün olarak artıyor ve bundan sonraki 1 devir süresince sabit kalıyor. Bundan sonraki $\frac{1}{2}$ devir için 69,125 kg-m'ye düzgün olarak düşüyor ve son 1 devir de sabit kalıyor. Çevrim bu şekilde yineleniyor.

Eğer mile uygulanan döndürme momenti sabit, volan ağırlığı 453,6 kg ve atalet yarıçapı 60,96 cm ise, makinayı çevirmek için gerekli B.G.'nü ve hızdaki dalgalanma yüzdesini bulunuz.

ÇÖZÜM : Bir çevrimde yapılan iş

$$= \pi \left(\frac{69{,}125 + 276{,}5}{2}\right) + (2\pi \times 276{,}5) + \pi \left(\frac{276{,}5 + 69{,}125}{2}\right) + (2\pi \times 69{,}125)$$

$= 1037\pi$ m-kg.

$$\text{Çevrim sayısı/dak} = \frac{250}{3}$$

Bu nedenle

$$\text{Makinayı çevirecek B.G.} = \frac{\text{Bir çevrimde yapılan iş} \times \text{çevrim/dak.}}{4500}$$

$$= \frac{1037\pi \times 250}{4500 \times 3} = 60{,}3$$

$$\text{Ortalama tork } T_m = \frac{\text{Bir çevrimde yapılan iş}}{\text{Bir çevrimdeki krank açısı}} = \frac{1037\pi}{6\pi}$$

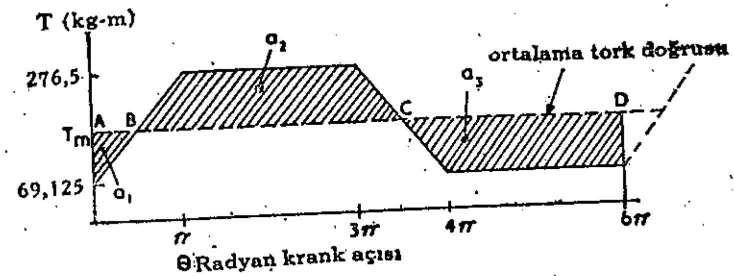
$= 172{,}8$ kg-m.

Şekil 7.6 ile ilgili olarak,

$$\text{alan } a_1 = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{2} \cdot (172{,}8 - 69{,}125) = 25{,}92\pi \text{ m-kg.}$$

$$a_2 = \left(\frac{3\pi + 2\pi}{2}\right)(276{,}5 - 172{,}8) = 259{,}2\pi \text{ m-kg.}$$

$$a_3 = \left(\frac{2{,}5\pi + 2\pi}{2}\right)(172{,}8 - 69{,}125) = 233{,}3\pi \text{ m-kg.}$$



Şekil: 7.6

A daki toplam enerji $= E$ olsun

Bu nedenle B deki toplam enerji $= E - a_1 = E - 25{,}92\pi$

$$\begin{aligned} \text{C deki enerji} &= E - a_1 + a_2 \\ &= E - 25{,}92\pi + 259{,}2\pi \\ &= E + 233{,}3\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D deki enerji} &= E - a_1 + a_2 - a_3 \\ &= E + 233{,}3\pi - 233{,}3\pi = E \end{aligned}$$

Böylece

$$\begin{aligned} \text{Maksimum enerji dalgalanması } e &= (E + 233{,}3\pi) - (E - 25{,}92\pi) \\ &= a_2 = 259{,}2\pi \text{ m-kg.} \end{aligned}$$

Şimdi Ortalama hız $\Omega_m = \frac{250}{60} \times 2\pi = \frac{25\pi}{3}$ rad/sn

O zaman $e = \frac{1}{2}\, I\, (\Omega_2^2 - \Omega_1^2) = \frac{W}{2g} K^2 (\Omega_2 - \Omega_1)(\Omega_2 + \Omega_1)$

$$= \frac{W}{g} K^2 \Omega_m (\Omega_2 - \Omega_1)$$

Buradan

$$\Omega_2 - \Omega_1 = \frac{e \cdot g}{W k^2 \Omega_m} = \frac{259{,}2\pi \times 9{,}81}{453{,}6 \times \left(\frac{60{,}96}{100}\right)^2 \times 8{,}34\pi}$$

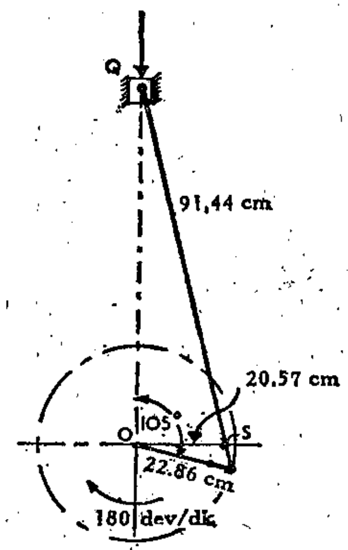
$= 1810$ rad/sn

Sonuç olarak

$$\text{Hız dalgalanma yüzdesi} = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{\Omega_m} \times 100$$

$$= \frac{1{,}810}{8{,}34\pi} \times 100$$

$$= \text{yüzde } 6{,}91.$$



Şekil: 7.7

6) Kros piminin hareket çizgisi krank ekseninden geçen bir krank biyel mekanismasında, krosun çizgisel ivmesi ile ilgili yaklaşık bir formül çıkarınız.

Bir dik motorun aşağıdaki özellikleri vardır:

Biyel kolu uzunluğu = 91,44 cm, kurs boyu = 45,72 cm, silindir çapı = 15,24 cm, Piston mili çapı = 5,08 cm, piston üzerindeki buhar basıncı = 7,03 kg/cm² (göstergede okunan basınç), piston altındaki buhar basıncı = 0,35 kg/cm², ileri - geri devinen parçaların ağırlığı = 145,1 kg, ortalama krank hızı = 180 dev/dak.

Krank üst ölü merkezden başlayarak 105° döndüğü an krank milindeki döndürme momentini bulunuz.

ÇÖZÜM : (Şekil 7.7'ye bakınız) Krosun çizgisel ivmesi f aşağıdaki gibi verilir.

$$f = \Omega^2 r \left(\cos\theta + \frac{r}{L} \cos 2\theta\right) \quad \text{(Bölüm 6'ya bkz.)}$$

Şimdi Krosdaki ivmelendirme kuvveti F

$$F = \frac{W}{g}\, \Omega^2 r \left(\cos\theta + \frac{r}{L} \cos 2\theta\right)$$

$$= \frac{145{,}1}{9{,}81}\left(\frac{180}{60} \times 2\pi\right)^2 \frac{22{,}86}{100}\left(-0{,}2588 - \frac{22{,}86}{91{,}44} \times 0{,}866\right)$$

$$= -571 \text{ kg} \ldots \theta = 105° \quad r = \frac{1}{2} \times \text{kurs} = 22{,}86 \text{ cm.}$$

$$\text{Net buhar basıncı } P = (7{,}03 \times \pi \times 7{,}62^2) - (0{,}35 \times \pi \times \overline{7{,}62^2 - 2{,}54^2})$$

$$= 1225{,}6 \text{ kg.}$$

Krosdaki elde edilebilir kuvvet,

Q = ileri - geri çalışan parçaların ağırlığı W + net buhar basıncı P + atalet kuvveti F

$$= 145{,}1 + 1225{,}6 + 571 = 1941{,}7 \text{ kg.}$$

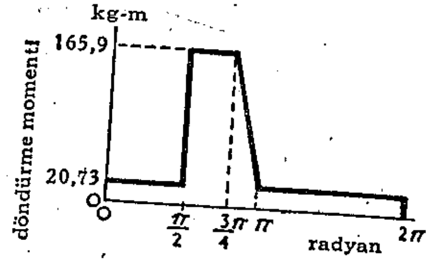
Krank mili üzerindeki döndürme momenti

$$T = Q \times OS$$

$$= 1941{,}7 \times \frac{20{,}57}{100} = 399{,}4 \text{ kg-m}$$

OS kesmesi, ölçekli çizimden bulunur.

7) Dış ve iç çapı verilen dairesel bir bileziğin atalet yarıçapı ile ilgili bir ifade oluşturunuz. Küçük bir petrol motorunun disk biçimli ve dökme demirden yapılmış volanın ölçüleri; motor iskeleti ve kavrama gereksinmeleri nedeniyle aşağıdaki şekilde sınırlanmaktadır. Jant, 40,64 cm dış ve 35,66 cm iç çap ve 5,08 cm uzunlukta; göbek, 10,16 cm dış çap, 5,08 cm delik çapı ve 3,81 cm uzunlukta, jantla göbek arasındaki kısmın kalınlığı 1,27 cm dir. Motorun döndürme momenti diyagramı 49 m-kg lık bir maksimum enerjidalgalanması gösteriyor. 1500 dev/dak lık ortalama hız için, hız dalgalanma katsayısını bulunuz. Dökme demirin yoğunluğunu 7,196 kg/dm³ olarak alınız.



Şekil: 7.8

Cevap : Yüzde 3,55.

8) Bir kesme deneyi makinasının çevrim süreci 2 sn. olup, çalıştırma krankının döndürme momenti gereksinimi, Şekil 7.8 deki diyagramda görülüyor. Makinayı çalıştıran motorun ortalama hızı 1500 dev/dak olup sabit bir döndürme momenti sağlıyor.

(a) Sürtünme kayıpları ihmal edilirse, motorun beygir-gücünü,

(b) Motor mili üzerindeki efektif volan; 20,32 cm lik yarıçap üzerindeki 24,94 kg lık kütleye eşdeğerse, her çevrim için motor hızındaki yüzde değişmeyi bulunuz.

Cevap : (a) 1,97 B.G., (b) yüzde 5

9) Bir motorun döndürme momenti diyagramı, krank açısı temeline göre çizilir ve ortalama direnç torku eklenir. Ortalama çizginin altında ve üstünde kalan alanlar, sırasıyla + 34,83 — 9,03 + 10,32, — 36,13 cm² olup, çizimde kullanılan 1 cm = 108,86 kg-m lik torku ve yine 1 cm = 11,81° lik krank açısını gösteriyor. Motor hızını 297 ile 300 dev/dak arasında tutmak için gerekli volan ağırlığını bulunuz. Volanın atalet yarıçapı 0,534 cm dir.

Cevap : 1416,5 kg.

10) Bir motorun krank mili üzerine uygulanan tork aşağıdaki eşitlikle veriliyor.

T (kg-m) $= 1451{,}62 + 223{,}97 \sin 2\theta - 185{,}2 \cos 2\theta$ burada θ, krankın iç ölü merkezden başlayarak açısal yer değiştirme miktarıdır. Direnç torkunun sabit olacağını varsayarak,

(a) Hız 150 dev/dak olduğu zamanki beygir-gücünü,

(b) Ortalama hıza göre hız dalgalanması ± yüzde 0,5'i geçmeyeceğini düşünerek volanın atalet momentini, ve

(c) krank iç ölü merkezden başlayarak 30° döndüğü an, volanın açısal ivmesini bulunuz.

Cevap : (a) 298 B.G., (b) 1156 kg-m², (c) 0,86 rad/sn².

11) Piston çapı 38,1 cm ve kurs boyu 76,2 cm olan yatay bir buhar makinası 240 dev/dak. ile çalışıyor. Biyel kolunun uzunluğu 133,35 cm ve ileri-geri devinen parçaların ağırlığı 54,43 kg dır. Krank, iç ölü merkezi 60° geçtiği an, pistonun koruyucu tarafındaki basıncı 6,327 kg/cm², krank tarafındaki ise 0,703 kg/cm² dir. Piston kolu alanını ihmal ederek, (a) piston miline gelen kuvveti, (b) krank milindeki döndürme momentini bulunuz.

Cevap : (a) 5935 kg, (b) 2246,6 kg-m.

12) Tek silindirli düşey bir motorun silindir çapı 30,48 cm, kurs boyu 45,72 cm ve biyel kolunun boyu 76,2 cm dir. İleri-geri çalışan parçaların ağırlığı 136 kg. dır. Piston, kurs boyunun $\frac{1}{4}$ 'üne eşit bir mesafeden aşağı inerken piston üzerindeki net basınç 6,327 kg/cm² dir. Eğer motor hızı 250 dev/dak ise, krank mili üzerindeki döndürme momentini bulunuz.

Cevap : 885,2 kg-m.

13) Bir hava kompresörünün tek etkili üç silindiri vardır. Krank milinin 120 derece açılı aralıklarla yerleştirilmiş üç krank kolu vardır. Krank dış ölü merkezden başlayarak 150 derece döndüğü zaman, döndürme momenti sıfırdan 82,95 kg-m ye kadar yükselip; bundan sonraki 30° için düzgün olarak sıfıra kadar azalıyor. Geri kalan 180° lik krank dönüşü için döndürme momenti sıfırdır.

(a) Üç krankın birleşik moment diyagramını ölçekli olarak çiziniz.

(b) Krank miline bağlanan bir volan, ortalama hıza göre toplam hız değişimini yüzde 5 olarak sınırlıyor. Döndürme momentinin sabit olacağını varsayarak, volanın ortalama kinetik enerjisini bulunuz.

Cevap : (b) 171 m-kg.

14) 19,92 beygir-gücündeki 4 zamanlı bir benzin motoru, her çev-

rimde ateşleme yaparak 200 dev/dak ile çalışıyor. Hız değişimi yüzde ± 2,5'den fazla olmayacaktır.

Maksimum enerji dalgalanması, bir ateşlemeden elde edilen faydalı işin dörtte üçü olduğuna göre volanın atalet momentini bulunuz. Volan ortalama çapı 152,4 cm ve volan, yoğunluğu 7,2 kg/dm^3 olan dökme demirden yapıldığına göre uygun kesit alanını ve ölçülerini seçiniz.

Cevap : I = 306,3 kg-m^2, kesit alanı A = 1,5316 m^2, jant ölçüsü 20,32 × 7,62 cm.

15) Tek silindirli, çift etkili bir motorun döndürme momenti diyagramı, taban uzunluğu π radyanlık krank açısına eşit iki üçgenle gösteriliyor. Maksimum döndürme momentleri 829,5 kg-m ve 636,97 kg-m dir. Karşı moment sabit olup; krank 120 dev/dak lık ortalama hızla dönüyor. Volanın atalet yarıçapı 106,68 cm dir.

(a) Motorun ortalama B.G.'nü, (b) toplam hız dalgalanmasını, ortalama hızın yüzde 3'ü değerinde sınırlayacak olan volan ağırlığını bulunuz.

Cevap : (a) 60,2 B.G., (b) 739,8 kg.

16) Belirli bir makinanın çalışabilmesi için, (193,55 + 27,65 sin θ) kg-m lik bir döndürme momentine ihtiyacı vardır. Burada θ, motor milinin belirli bir referansa göre dönme açısıdır. Motor, (193,55 + 34,56 sin 2θ) kg-m lik bir moment üreten bir motora direkt olarak akuple ediliyor. Mile bağlanmış volan ve diğer dönen parçaların ağırlığı 340 kg, ve atalet yarıçapı 43,18 cm dir. Ortalama hız 160 dev/dak olduğuna göre, (a) hızdaki dalgalanma yüzdesini, (b) volanın maksimum açısal ivmesini bulunuz.

Cevap : (a) yüzde 3,79, (b) 8,56 rad/sn^2

17) Bir perçin makinası 4,98 B.G.'ndeki bir motorla çalıştırılıyor. Volanın takıldığı mildeki dönen parçaların atalet momenti 63,21 kg-m^2 ye eşittir. Çalışmaya başlama anında, volan 240 dev/dak yapıyor. Bir perçinin yapımı 1 sn sürüyor ve 1106 m-kg lık bir enerji sarfını gerektiriyor. Volanın hız azalmasını bulunuz.. Maksimum perçinleme hızı ne olur?

Cevap : 47,5 dev/dak, Saatte 1237 adet.

18) Belirli bir motor, (221,2 + 41,475 sin 2θ) kg-m lik moment üretiyor. (Burada θ, belirli bir referansa göre ölçülen krank açısıdır). Bu motor, (221,2 + 23,5 sin θ) kg-m'lik bir döndürme momentine gereksinmesi olan bir makinayı çalıştırıyor. Dönen parçaların ağırlığı 344,73 kg ve atalet yarıçapı 48,26 cm dir. Dönen parçaların maksimum hızı 200 dev/dak olarak ölçülüyor.

(a) Dönen parçaların minimum hızını,

(b) Hızdaki dalgalanma katsayısını, ve

(c) Motor tarafından sağlanan ortalama beygir-gücünü bulunuz.

Cevap : (a) 196,2 dev/dak, (b) 0,0192, (c) 60,1 B.G.

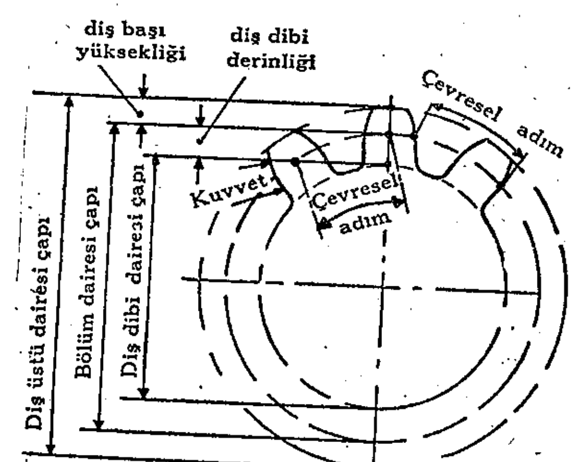
BÖLÜM 8

DİŞLİ ÇARKLAR

Şekil 8.1'le ilgili olarak, bir dişlinin "bölüm dairesi", (sürtünme çarklarında olduğu gibi), kusursuz bir yuvarlanma hareketiyle gerçek dişlinin vereceği hareketi veren dairedir. Bu dairenin çapına da "bölüm dairesi çapı" denilir.

"Adım noktası P", iki bölüm dairesi arasındaki ortak değme noktasıdır.

"Kuvvet açısı ∅" veya "uzaklaşma açısı ∅", değme noktasında iki dişe ortak normal ve adım noktasından geçen ortak teğet arasındaki açıdır. Hareket anında, birlikte çalışan veya eş dişler arasındaki "kavrama eğrisi", ortak normal boyunca olur.



Şekil: 8.1

"Diş üstü yüksekliği", bölüm dairesinden diş başına kadar olan radyal uzaklıktır.

"Diş dibi derinliği" bir dişin bölüm dairesinden diş dibine kadar olan radyal uzaklıktır.

"Temel dairesi" ortak normal (veya kavrama eğrisine) teğet olarak çizilen dairedir. Bu nedenle Şekil 8.2 den,

Temel dairesi çapı = bölüm dairesi çapı × cos ∅, burada cos ∅ = kuvvet açısıdır.

"çevresel adım" (Şekil 8.1) bölüm dairesi üzerinde komşu iki diş merkezi veya uygun iki nokta arasındaki yayın uzunluğudur.

Krameyer dişlide, bölüm dairesi, "bölüm çizgisi" olur, ve diş yanları profilli değil düzdür. Diş yanları AP doğrusu ile ∅ açısı yapar (bkz. Şekil 8.4).

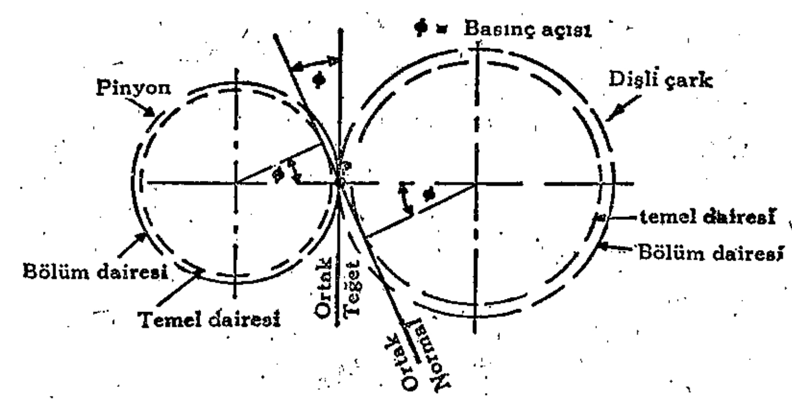
"Kavrama yolu uzunluğu", dişli çarkların diş üstü daireleri veya krameyerin diş üstü doğrusu ile karşılık dişlisinin diş üstü dairesi tarafından kesilen kuvvet doğrusu veya ortak normalin uzunluğudur.

Dıştan çalışan dişlilerde (Şekil 8.3) kavrama yolu uzunluğu = EPF.

İçten çalışan dişlilerde (Şekil 8.5) kavrama yolu uzunluğu = EPF.

Krameyer ve dişlisinde (Şekil 8.4) kavrama yolu uzunluğu ≐ EPF.

Şekil 8.3, 8.4 ve 8.5'deki üç halde de birlikte çalışan dişlerde, temas F noktasında başlar E noktasında biter. Şekil 8.5'deki dişli çarkların ikisi de saatin ters yönünde dönerler.



Şekil: 8.2

"Kavrama yayının uzunluğu", $\dfrac{\text{Kavrama yolu boyu}}{\cos \varnothing}$ 'ye eşittir ve en azından bir çift diş temas halinde olması gerektiğinden bu uzunluk, devimin devamlılığı için, çevresel adıma eşit veya ondan büyük olmalıdır.

$$\text{Temas oranı} = \frac{\text{Kavrama yayı uzunluğu}}{\text{çevresel adım}}$$

Kavrama yayı iki parçadan oluşur: "yaklaşma yayı" ve "uzaklaşma yayı". Şekil 8.3 ve 8.5 için

$$\text{Uzaklaşma yayı uzunluğu} = \frac{FP}{\cos \varnothing}$$

$$\text{Yaklaşma yayı uzunluğu} = \frac{PE}{\cos \varnothing}$$

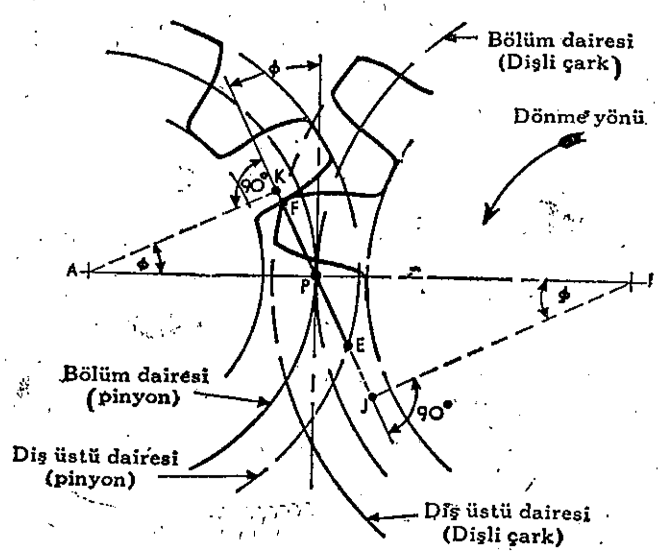
"Çapsal adım" veya diametral piç (D.P.), bir dişlinin bölüm dairesi çapının bir parmaklık boyuna düşen diş sayısıdır.

Herhangi bir dişlide eğer T = diş sayısı, p = çevresel adım, d = bölüm dairesi çapı (B.D.Ç.) ise, o zaman

$$\pi \cdot d = p \cdot T$$

Bu nedenle $\quad \text{çapsal adım} = \dfrac{T}{d} = \dfrac{\pi}{p}$

$$\text{"Modül"} = \frac{d}{T} = \frac{1}{\text{çapsal adım}}$$



Şekil: 8.3

Bir çift düz dişli çarkta sabit hız oranı için yeterli koşullar.

Şekil 8.3 dıştan kavramalı bir çift düz dişliyi (pinyon ve dişli) gösteriyor. Ω_A ve Ω_B = pinyon ve dişlinin açısal hızları olsun. F, beraber çalışan iki diş arasındaki değme noktasıdır.

Şekil 8.3 ve 8.3A ile ilgili olarak,

A'nın çizgisel hızı $v_A = \Omega_A \cdot AF \equiv$ vektör FG

B'nin çizgisel hızı $v_B = \Omega_B \cdot BF \equiv$ vektör FC

Eğer iki diş temasta kalacaksa, v_A ve v_B hızlarının ortak normal (kuvvet doğrusu) üzerindeki iz düşümleri eşit olmalıdır. Bu nedenle

$$v_A \cdot \cos \Psi = v_B \cdot \cos \theta$$

ve $\quad \Omega_A \cdot AF \cos \Psi = \Omega_B \cdot BF \cos \theta$

buradan $\quad \Omega_A \cdot AK = \Omega_B \cdot BJ \qquad (1)$

Şimdi P, JK ile AB ekseninin kesiştiği noktadır. AKP ve BJP üçgenlerinden,

(i) AKP açısı = BJP açısı = 90°

(ii) APK açısı = BPJ açısı, ters açılar.

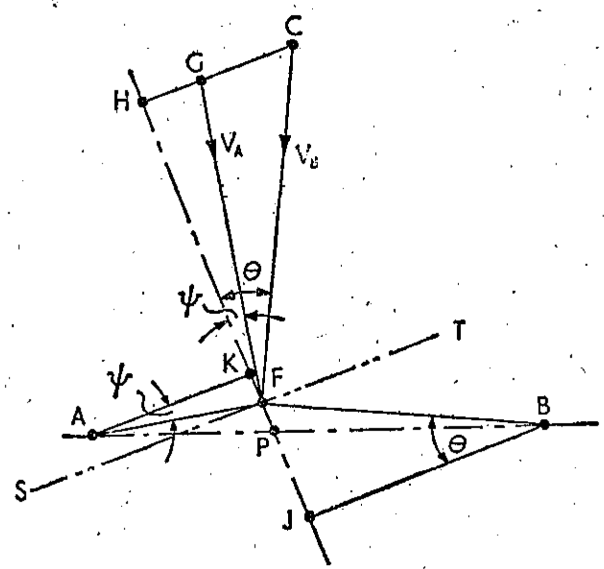
(iii) KAP açısı = JBP açısı. İç ters açılar.

buradan AKP ve BJP üçgenleri benzer üçgenlerdir.

Bu nedenle $\quad \dfrac{BP}{AP} = \dfrac{JP}{KP} = \dfrac{BJ}{AK} = \dfrac{\Omega_A}{\Omega_B} \qquad (2)$

Sonuç olarak, birlikte çalışan iki dişlinin sabit bir hız oranını iletmesi için yerine getirilmesi gereken temel koşul: Eğer iki diş bir F noktasında temas ediyorsa, F den geçen ortak normal (Kuvvet doğrusu), AB ekseni üzerindeki sabit adım noktası P den de geçmelidir. Adım noktası P, iki bölüm dairesi arasındaki ortak değme noktasıdır.

Dişli çark dişlerinde; sikloit ve evolvent profilleri temel koşulu sağlarlar ve pratikte yapımı kolaylaştırmak için evolvent dişler kullanılır. Evolvent dişleri kullanmanın bir diğer üstünlüğü de, dişli çark merkezleri arasındaki uzaklık biraz daha artırılabilir. Bu da basınç açısını değiştirir, fakat dişliler halâ yeteri kadar kavradığı için sabit hız oranını verirler. Sikloit dişler için, dişli çarkların merkezleri arasındaki uzaklık tam olmalıdır.



Şekil: 8.3 A

Beraber çalışan bir çift düz dişlinin dişleri arasındaki kayma hızı. Kayma, ortak normala 90° olan SFT doğrusu boyunca olur. O zaman, birlikte çalışan iki diş arasındaki kayma hızı v_s, SFT yönündeki rölativ hızdır.

Bu nedenle

$$\text{Kayma hızı} = v_s = v_B \cdot \sin\theta - v_A \cdot \sin\Psi$$
$$= \Omega_B \cdot BF \sin\theta - \Omega_A \cdot AF \sin\Psi$$
$$= \Omega_B \cdot FJ - \Omega_A \cdot FK$$
$$= \Omega_B (FP + JP) - \Omega_A (KP - FP)$$
$$= FP\,(\Omega_B + \Omega_A) + JP \cdot \Omega_B - KP \cdot \Omega_A$$

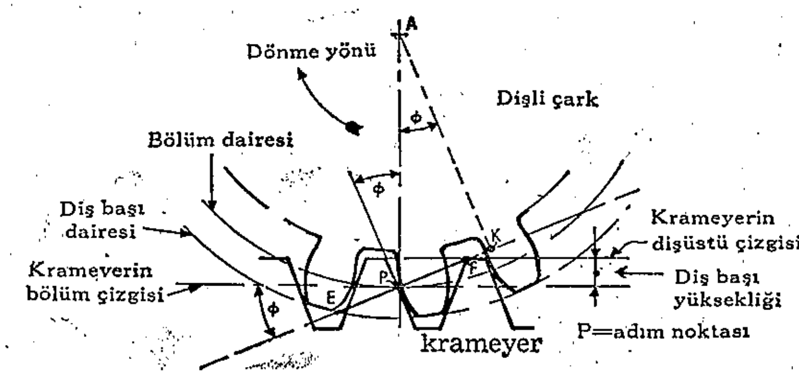
fakat eşitlik (2) den $\quad JP \cdot \Omega_B = KP \cdot \Omega_A$

Bu nedenle $\quad v_s = FP\,(\Omega_B + \Omega_A) \qquad (3)$

Eğer dişliler içten kavrayacaklarsa (Şekil 8.5), o zaman kayma hızı aşağıdaki gibi gösterilebilir.

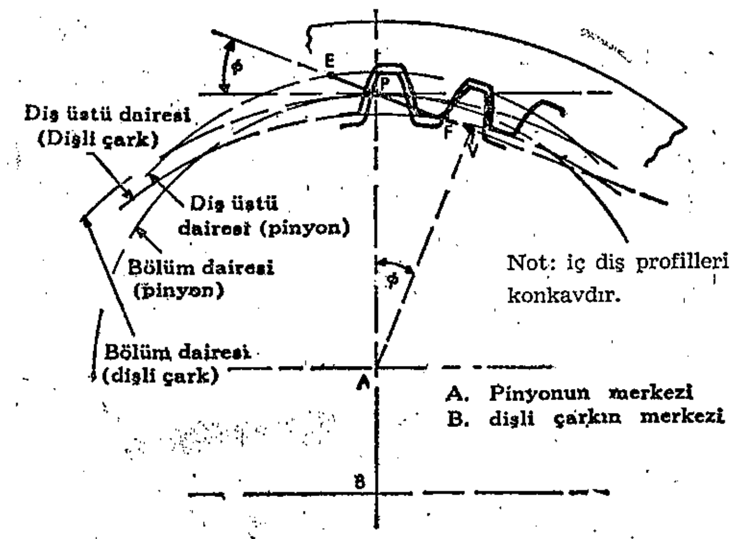
$$v_s = FP\,(\Omega_A - \Omega_B) \qquad (4)$$

Burada F, birlikte çalışan iki diş arasındaki değme noktası, ve P de adım noktasıdır.



Şekil: 8.4

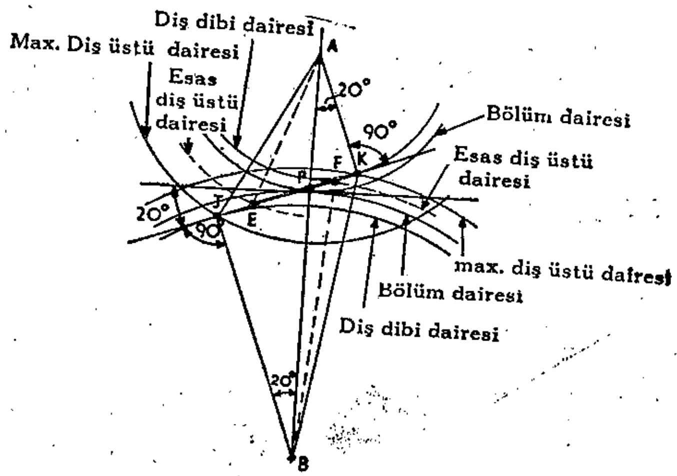
Çark dişlerinin birbirine girmemesi için bağlayıcı koşullar, Şekil 8.3 için, dişli çarkın diş üstü dairesi K noktasından, pinyonun diş üstü dairesi de J den geçmeli, Şekil 8.4 için krameyerin diş üstü doğrusu, K nok-



Şekil: 8.5

tasından geçmeli ve şekil 8.5 içinse, dişli çarkın diş üstü dairesi V den, pinyonun diş üstü dairesi de E den geçmelidir. Eğer diş üstü dairesi veya doğrusu kavrama yolunu K, J, E ve V nin dışında bir yerde keserse dişler birbirine gireceğinden diş diblerinin boşaltılması gerekebilir. Şekil

8.5'de iç dişli çark diş profilinin iç bükey olduğuna, iç bükey — dış bükey değmenin iyi bir yağlamaya yardımcı olacağına ve üstelik karşı direncin azaltılacağına dikkat edilmelidir. Bundan başka içten kavramalı dişlilerde dişli çark ve pinyon aynı yönde dönerler.



Şekil: 8.6

PROBLEMLER 8

1) Birlikte çalışan evolvent profilli iki dişlinin diş sayıları 20 ve 40, modülü 1,25 ve kuvvet açısı 20 derecedir. Her iki dişlinin diş üstü yüksekliği öyle bir boyda yapılmalıdır ki, adım noktasının iki tarafında kalan kavrama boyu, mümkün olan maksimum boyun yarısı olsun.

Her bir dişli çark için diş üstü yüksekliğini ve temas hattı uzunluğunu saptayınız.

Eğer küçük dişli 250 dev/dak ile dönerse, (a) küçük dişlinin diş başı temasta olduğu anda, değme noktasının iki diş yüzeyi boyunca olan hızını ve, (b) bu andaki kayma hızını bulunuz.

ÇÖZÜM: (Şekil 8.6 ve 8.3'e bakınız) Eğer EF temas hattı mümkün olan en büyük değerde olsaydı, diş üstlerinin çarpmaması için F ile K ve E ile J üst üste gelecekti. Burada JK = Maksimum kavrama doğrusu boyu

$$EF = \frac{1}{2}\ JK, \qquad EP = \frac{1}{2}\ PJ \ \text{ ve } \ FP = \frac{1}{2}\ PK$$

Gerçek diş üstü dairesi, JK'yı E ve F noktasında keserken maksimum diş üstü dairesi J ve K'den geçiyor.

Şimdi

$$AP = \frac{\text{Modül} \times \text{diş sayısı}}{2} = \frac{1{,}25 \times 20}{2} = 12{,}5 \text{ cm. bölüm dairesi yarıçapı}$$

$$\text{ve } BP = \frac{1{,}25 \times 40}{2} = 25 \text{ cm. bölüm dairesi yarıçapı}$$

$$EP = \frac{1}{2}\ PJ = \frac{1}{2}\ BP \sin 20° = \frac{1}{2} \times 25 \times 0{,}3420 = 4{,}275 \text{ cm}$$

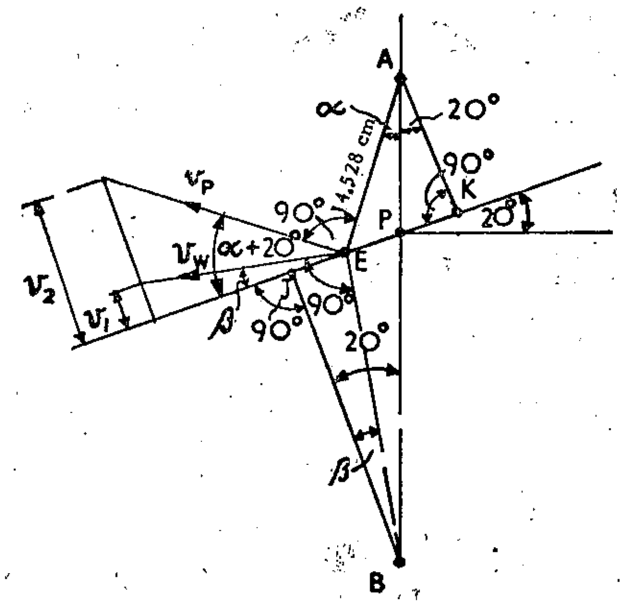
$$FP = \frac{1}{2}\ PK = \frac{1}{2}\ AP \sin 20° = \frac{1}{2} \times 12{,}5 \times 0{,}3420 = 2{,}1375 \text{ cm.}$$

Bu nedenle

kavrama doğrusu boyu $EF = EP + FP = 6{,}413$ cm

Şimdi $AE = \sqrt{AK^2 + EK^2} = \sqrt{(12{,}5 \cos 20°)^2 + (EP + PK)^2}$

$= \sqrt{137{,}97 + (4{,}275 + 4{,}275)^2} = 14{,}528$ cm



Şekil: 8.7

Buradan

20 dişli çarkın diş üstü yüksekliği = AE — AP = 2,028 cm.

Ayrıca $BF = \sqrt{BJ^2+FJ^2} = \sqrt{(25 \cos 20°)^2 + (FP+PJ)^2}$

$= \sqrt{23{,}492^2 + (2{,}1375+8{,}55)^2} = 25{,}8$ cm

Bu nedenle

40 dişli çarkın diş üstü yüksekliği = BF — BP = 0,8 cm.

(a) Şekil 8.7. Burada E, küçük dişli üzerindeki bir diş ucunun değme noktasıdır.

α = PAE açısı

β = EBJ açısı

Ω_P = küçük (pinyon) dişlinin açısal hızı

Ω_W = Büyük dişlinin açısal hızı olsun.

Pinyon dişlinin hızı $v_P = \Omega_P \cdot AE$

Büyük dişlinin hızı $v_W = \Omega_W \cdot BE$

Temasta kalacak iki dişin birlikte çalışan yüzeyleri için

$$v_P \cos(\alpha + 20°) = v_W \cos\beta$$

AEP üçgeninden, $\dfrac{EP}{\sin\alpha} = \dfrac{AE}{\sin 110°}$

$$\frac{4{,}275}{\sin\alpha} = \frac{14{,}528}{0{,}9397}$$

böylece $\sin\alpha = 0{,}27652$ ve $\alpha = 16° \, 3'$.

JEB üçgeninden,

$$\tan\beta = \frac{EJ}{BJ} = \frac{4{,}275}{23{,}49} = 0{,}1820 \text{ ve } \beta = 10° \, 18'$$

JK'ye 90° de değme noktasının hızı (pinyon)

$$v_2 = v_P \sin(\alpha + 20°) = \Omega_P \cdot AE \sin 36° \, 3'$$

$$= \frac{250}{60} \times 2\pi \times 14{,}528 \times 0{,}5885 = 223{,}83 \text{ cm/sn}$$

$$\cong 2{,}24 \text{ m/sn},$$

JK'ye 90° de dişli çarkın değme noktasının hızı

$$v_1 = v_W \sin\beta = \Omega_W \cdot BE \sin 10° \, 19' \text{ burada } \Omega_W = \frac{1}{2} \, \Omega_P$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{250}{60} \times 2\pi \times 4{,}725 \ \ldots \ BE \sin\beta = EJ = 4{,}275$$

$$= 55{,}96 \text{ cm/sn} = 0{,}5596 \text{ m/sn}$$

(b) Bu andaki kayma hızı

$v_2 - v_1 = 1{,}68$ m/sn

2) Dıştan kavrayan iki dişlinin hız oranı 3 tür. Dişler evolvent biçimli olup; modülü 6, diş üstü yüksekliği = 1 modül, ve kuvvet açısı 18° dir.

(a) Batmayı önlemek için her bir dişlinin diş sayısını,

(b) değme yolu ve değme yayının uzunluğunu,

(c) kavrayan dşi çiftlerinin sayısını,

(e) her hangi bir çift dişli temasta iken, pinyon dişlinin dönme açısını,

(f) pinyon dişli 6 B.G. nü 90 dev/dak ile iletecektir. İki çift dişin temasta olduğunu ve toplam kuvvetin iki çift diş arasında eşit olarak bölüşüleceğini varsayarak, dişler arasındaki dik (normal) kuvveti bulunuz. Sürtünmeyi ihmal ediniz.

ÇÖZÜM : (a) Şekil 8.8'le ilgili olarak,

QK = diş üstü yüksekliği = 1 modül = 6 mm.

AP ve PB = pinyon ve dişli çarkın bölüm dairesi yarıçapı, ve AP = r olsun.

O zaman PB = 3r

Çarpma için sınırlayıcı koşul, dişli çarkın diş üstü dairesinin K noktasından geçmesidir. Burada AK hareket çizgisi JK'ye diktir.

O zaman BK = BQ + QK = BP + QK

= 3r + 6 mm

AK = r cos 18° = 0,9511 r mm.

PK = r . sin 18° = 0,3090 r mm,

Buradan

20 dişli çarkın diş üstü yüksekliği $= AE - AP = 2{,}028$ cm.

Ayrıca $BF = \sqrt{BJ^2+FJ^2} = \sqrt{(25\cos 20°)^2+(FP+PJ)^2}$

$= \sqrt{23{,}492^2+(2{,}1375+8{,}55)^2} = 25{,}8$ cm

Bu nedenle

40 dişli çarkın diş üstü yüksekliği $= BF - BP = 0{,}8$ cm.

(a) Şekil 8.7. Burada E, küçük dişli üzerindeki bir diş ucunun değme noktasıdır.

$\alpha = PAE$ açısı

$\beta = EBJ$ açısı

$\Omega_P =$ küçük (pinyon) dişlinin açısal hızı

$\Omega_W =$ Büyük dişlinin açısal hızı olsun.

Pinyon dişlinin hızı $v_P = \Omega_P \,.\, AE$

Büyük dişlinin hızı $v_W = \Omega_W \,.\, BE$

Temasta kalacak iki dişin birlikte çalışan yüzeyleri için

$$v_P \cos(\alpha+20°) = v_W \cos\beta$$

AEP üçgeninden, $\dfrac{EP}{\sin\alpha} = \dfrac{AE}{\sin 110°}$

$$\frac{4{,}275}{\sin\alpha} = \frac{14{,}528}{0{,}9397}$$

böylece $\sin\alpha = 0{,}27652$ ve $\alpha = 16°\,3'$.

JEB üçgeninden,

$$\tan\beta = \frac{EJ}{BJ} = \frac{4{,}275}{23{,}49} = 0{,}1820 \text{ ve } \beta = 10°\,18'$$

JK'ye 90° de değme noktasının hızı (pinyon)

$$v_2 = v_P \sin(\alpha+20°) = \Omega_P \,.\, AE \sin 36°\,3'$$

$$= \frac{250}{60}\times 2\pi\times 14{,}528\times 0{,}5885 = 223{,}83 \text{ cm/sn}$$

$$\cong 2{,}24 \text{ m/sn},$$

JK'ye 90° de dişli çarkın değme noktasının hızı

$$v_1 = v_W \sin\beta = \Omega_W \,.\, BE \sin 10°\,19' \text{ burada } \Omega_W = \frac{1}{2}\,\Omega_P$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{250}{60}\times 2\pi\times 4{,}725 \ldots BE\sin\beta = EJ = 4{,}275$$

$$= 55{,}96 \text{ cm/sn} = 0{,}5596 \text{ m/sn}$$

(b) Bu andaki kayma hızı

$v_2 - v_1 = 1{,}68$ m/sn

2) Dıştan kavrayan iki dişlinin hız oranı 3 tür. Dişler evolvent biçimli olup; modülü 6, diş üstü yüksekliği = 1 modül, ve kuvvet açısı 18° dir.

(a) Batmayı önlemek için her bir dişlinin diş sayısını,

(b) değme yolu ve değme yayının uzunluğunu,

(c) kavrayan dşi çiftlerinin sayısını,

(e) her hangi bir-çift dişli temasta iken, pinyon dişlinin dönme açısını,

(f) pinyon dişli 6 B.G. nü 90 dev/dak ile iletecektir. İki çift dişin temasta olduğunu ve toplam kuvvetin iki çift diş arasında eşit olarak bölüşüleceğini varsayarak, dişler arasındaki dik (normal) kuvveti bulunuz. Sürtünmeyi ihmal ediniz.

ÇÖZÜM : (a) Şekil 8.8'le ilgili olarak,

QK = diş üstü yüksekliği = 1 modül = 6 mm.

AP ve PB = pinyon ve dişli çarkın bölüm dairesi yarıçapı, ve AP = r olsun.

O zaman $PB = 3r$

Çarpma için sınırlayıcı koşul, dişli çarkın diş üstü dairesinin K noktasından geçmesidir. Burada AK hareket çizgisi JK'ye diktir.

O zaman $BK = BQ+QK = BP+QK$

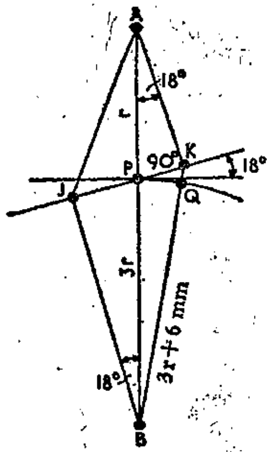
$= 3r+6$ mm

$AK = r\cos 18° = 0{,}9511\ r$ mm.

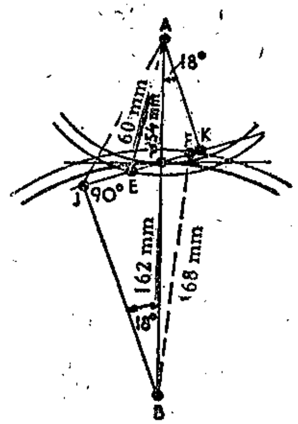
$PK = r\,.\sin 18° = 0{,}3090\ r$ mm,

Kosinüs kaidesini kullanırsak, ABK üçgeninden,

$$BK^2 = AB^2 + AK^2 - 2AB \cdot AK \cos 18°$$



Şekil: 8.8



Şekil: 8.9

$$(3r+6)^2 = 16\,r^2 + 0{,}9045\,r^2 - 2 \times 4r \times r\ (0{,}9511)^2$$

Böylece $9\,r^2 + 36\,r + 36 = 9{,}668\,r^2$

ve $0{,}668\,r^2 - 36\,r + 36 = 0$

eşitliği çözersek $r = 52{,}87$ mm.

Bu nedenle pinyon dişlinin bölüm dairesi çapı $= 2r = 105{,}74$ mm.

ve pinyon dişlinin diş sayısı $= \dfrac{105{,}74}{6} = 17{,}6$

$= 18$ diş, en yakın tam sayıya çevrilir.

Büyük dişlinin diş sayısı $= 3 \times 18 = 54$ diş

(b) Şekil 8.9'la ilgili olarak, pinyon dişlinin gerçek bölüm dairesi çapı $= 22 \times 6 = 132$ mm.

Bu nedenle $AP = \dfrac{18 \times 6}{2} = 54$ mm

$BP = 3 \times AP = 162$ mm

$AE = 54 + 6 = 60$ mm

$BF = 162 + 6 = 168$ mm

$JB = BP \cos 18° = 162 \times 0{,}9511 = 154$ mm

$AK = AP \cos 18° = 54 \times 0{,}9511 = 51{,}35$ mm

$FP = FJ - PJ = \sqrt{BF^2 - BJ^2} - BP \sin 18°$

$= \sqrt{168^2 - 154^2} - 162 \times 0{,}3090$

$= 17$ mm

$EP = EK - PK = \sqrt{AE^2 - AK^2} - AP \sin 18°$

$= \sqrt{60^2 - 51{,}36^2} - 54 \times 0{,}3090$

$EP = 14{,}33$ mm.

Değme yolu boyu $EF = EP + FP = 31{,}33$ mm

Şimdi, Çevresel adım $P = \dfrac{\pi \times \text{bölüm dairesi çapı (pinyon)}}{\text{diş sayısı}}$

$= \dfrac{\pi \times 132}{18}$

$= 23{,}00$ mm.

Kavrama yayının uzunluğu $= \dfrac{\text{Değme yolu boyu}}{\cos 18°} = \dfrac{31{,}33}{0{,}9511}$

$= 32{,}94$ mm

(c) Temas halinde bulunan diş - çifti sayısı $= \dfrac{\text{Kavrama yayı}}{P} = \dfrac{32{,}94}{23}$

$= 1{,}43$

(d) $FP > EP$ olduğu için, maksimum kayma hızı

$$v_s = (\Omega_{pinyon} + \Omega_{dişli\ çark})\,FP$$

$$= \left[\left(\frac{90}{60} \times 2\pi\right) + \left(\frac{30}{60} \times 2\pi\right)\right] \times \frac{17}{1000}$$

$$= 0{,}214 \text{ m/sn}$$

(e) dişlilerden herhangi bir çifti temastayken, pinyonun dönme açısı

$$= \frac{\text{Temas yayı uzunluğu} \times 360°}{\text{Pinyonun bölüm dairesi çevresi}}$$

$$= \frac{32{,}94 \times 360°}{\pi \times 132} = 28{,}6°$$

(f) Şekil 8.10. Şimdi

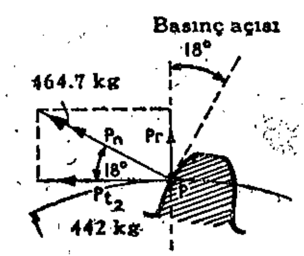
$$\text{Pinyondaki tork } T = \frac{B.G. \times 4500}{2\pi N} \text{ kg-m}$$

$$\text{Buradan} \qquad T = \frac{6 \times 4500}{2\pi \times 90} = 47{,}75 \text{ kg-m}$$

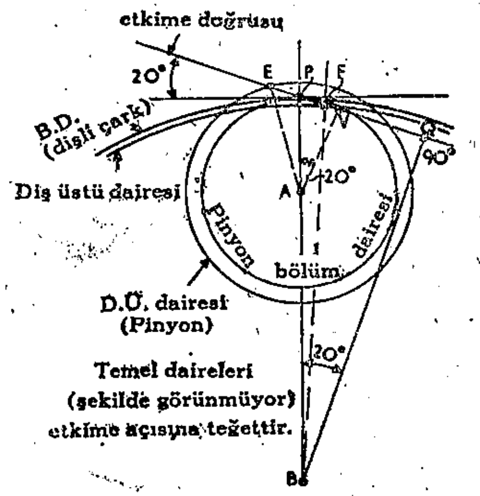
Bu nedenle

$$\text{Pinyondaki teğetsel kuvvet } P_{t_1} = \frac{T}{\text{Bölüm dairesi yarıçapı}}$$

$$= \frac{47{,}75 \times 1000}{54}$$



Şekil: 8.10



Şekil: 8.11

Böylece $P_{t_1} = 884$ kg.

fakat bu kuvvet 2 çift diş arasında eşit olarak paylaşılır, bu nedenle bir çift diş üzerindeki teğetsel kuvvet $P_{t_2} = 442{,}0$ kg.

Diş üzerinde etkiyen kuvvetler, teğetsel kuvvet P_{t_2} ve radyal kuvvet P_r olacaktır. Burada $\dfrac{P_r}{P_{t_2}} = \tan 18°$

Normal kuvvet P_n, ortak normal boyunca etkidiğinden; P_r ve P_{t_2} nin bileşkesi olacaktır.

$$\text{Bu nedenle} \quad P_n = \frac{P_{t_2}}{\cos 18°} = \frac{442}{0{,}9511} = 464{,}7 \text{ kg.}$$

3) İki dişlinin sabit bir hız oranını vermesi için, dişli çarkların diş profillerini belirleyen temel koşulları ifade ediniz ve bu koşulların, iç dişli çarkla birlikte çalışan evolvent profilli bir pinyon dişli tarafından nasıl sağlanacağını gösteriniz.

Eğer 18 dişli bir pinyon 72 dişli bir iç dişli çarkla birlikte çalışıyorsa temas yolu boyunu, hesapla veya grafik metodla bulunuz. Kuvvet açısı 20°, modül 6, pinyon ve dişli çarkın diş üstü yükseklikleri 8 ve 4 mm dir.

ÇÖZÜM : Şekil 8.11 ve ayrıca Şekil 8.5 le ilgili olarak P, dişli çark ve pinyonun bölüm dairesi çaplarının temas ettiği adım noktası olsun. Kuvvet doğrultusu P den geçer ve şekilde görüldüğü gibi 20° lik bir açı yapar.

EPF, temas yoludur.

E, kuvvet doğrultusunun pinyonun diş üstü dairesini kestiği noktadır.

F, kuvvet doğrultusunun dişli çark diş üstü dairesini kestiği noktadır.

Şimdi

$$BP = 36 \times 6 = 216 \text{ mm.}, \quad AP = 9 \times 6 = 54 \text{ mm.}$$

$$BF = BP - \text{diş üstü yüksekliği} = 216 - 4 = 212 \text{ mm.}$$

$$AE = AP + \text{diş üstü yüksekliği} = 54 + 8 = 62 \text{ mm.}$$

$$BQ = BP \cos 20° = 216 \times 0{,}9397 = 203 \text{ mm}$$

$$AV = AP \cos 20° = 54 \times 0{,}9397 = 50{,}74 \text{ mm}$$

$$PV = AP \sin 20° = 54 \times 0{,}3420 = 18{,}47 \text{ mm}$$

Şimdi

$$EV = \sqrt{AE^2 - AV^2} = \sqrt{62^2 - 50{,}74^2} = 35{,}63 \text{ mm.}$$

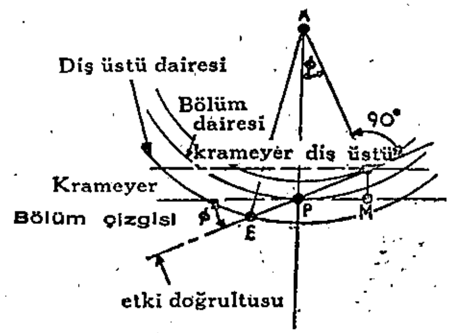
$$EP = EV - PV = 35{,}63 - 18{,}47 = 17{,}16 \text{ mm}$$

$$PQ = BP \sin 20° = 216 \times 0{,}3420 = 73{,}87 \text{ mm}$$

$$FQ = \sqrt{BF^2 - BQ^2} = \sqrt{212^2 - 203^2} = 61{,}1 \text{ mm}$$

Bu nedenle

$$PF = PQ - FQ = 73{,}87 - 61{,}1 = 12{,}77 \text{ mm}$$



Şekil: 8.12

Sonuç olarak

temas yolu boyu $EPF = EP + PF = 17{,}16 + 12{,}77$
$= 29{,}93$ mm.

4) Bölüm dairesi 120 mm olan 20 dişli ve evolvent profilli bir pinyon dişli bir krameyere hareket veriyor. Pinyon ve krameyerin ikisinin de diş başı yüksekliği 6 mm dir. Diş diplerinin incelmeşini önleyecek en küçük kuvvet açısı nedir? Bu kuvvet açısı altında, temas yayı uzunluğunu ve bir anda temas eden minimum diş sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 8.12 ve 8.4 de krameyerin diş üstü doğrusu kuvvet doğrusunu K noktasında, pinyonun diş üstü dairesi de E noktasında keser.

Diş başı yüksekliğinin çarpmayı önleyecek sınır değeri = KM

Şimdi $PK = AP \sin \varnothing$
ve $KM = PK \sin \varnothing$
Bu nedenle

$$KM = AP \sin^2 \varnothing$$
$$6 = 60 \sin^2 \varnothing$$
$$\sin \varnothing = \sqrt{0{,}1} = 0{,}3162$$

Böylece diş diplerini zayıflatmayacak ve batmayı önleyecek en küçük kuvvet açısı

$$\varnothing = 18° \, 26'$$

Şimdi $AE = AP + \text{diş başı yüksekliği} = 60 + 6 = 66$ mm
$AK = AP \cos \varnothing = 60 \cdot \cos 18° \, 26' = 56{,}92$ mm.

Etki çizgisi boyu $= EK = \sqrt{AE^2 - AK^2}$
$= \sqrt{66^2 - 56{,}92^2} = 33{,}4$ mm

Böylece temas yayı $= \dfrac{EK}{\cos \varnothing} = \dfrac{33{,}4}{0{,}9487} = 35{,}2$ mm

$$\text{çevresel adım } p = \frac{\text{Bölüm dairesi çapı} \times \pi}{\text{pinyonun diş sayısı}}$$
$$= \frac{120\,\pi}{20} = 18{,}85 \text{ mm}$$

Sonuç olarak

temasda bulunan diş çiftleri sayısı $= \dfrac{\text{temas yayı}}{P} = \dfrac{35{,}2}{18{,}85}$
$= 1{,}867$

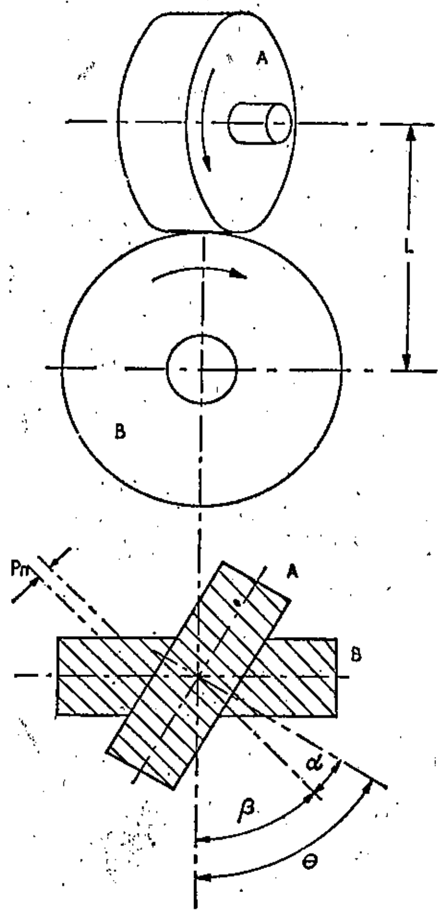
Buradan minimum 1 çift diş kavrar durumda olur.

Helis Dişliler. Helis dişliler, paralel olmayan ve eksenleri kesişmeyen millerin birleştirilmesi ve bu miller arasında hareket iletiminde kullanılırlar.

Şekil 8.13 her ikisi de sol helisli (yani ayni yönlü) olan bir çift A ve B helis dişlisini gösteriyor. Mil açısı θ, millerden birini diğerine paralel hale getirmek için döndürülmesi gerekli açı olup, bu iki milin ters yönde dönmesi gerekiyor.

α ve β = A ve B dişlilerinin helis açısı,
p_A ve p_B = A ve B dişlilerinin çevresel adımı,
t_A ve t_B = A ve B dişlilerinin diş sayıları,
p_n = normal adım
d_A ve d_B = A ve B dişlilerinin bölüm dairesi çapı, ve
L = Mil eksenleri arasındaki en yakın merkez uzaklığı olsun.

$$p_A = \frac{p_n}{\cos \alpha} \quad (1)$$



Şekil: 8.13

ve

$$p_B = \frac{p_n}{\cos\beta} \qquad (2)$$

Fakat p_n, A ve B dişlileri için aynı olduğundan,

$$p_n = p_A \cdot \cos\alpha = p_B \cdot \cos\beta \qquad (3)$$

$$\pi \cdot d_A = p_A \cdot t_A \qquad (4)$$

$$\pi \cdot d_B = p_B \cdot t_B \qquad (5)$$

$$L = \frac{d_A + d_B}{2} \qquad (6)$$

Aynı yönlü bir çift helis dişli için,

$$\theta = \alpha + \beta \qquad (7)$$

Karşıt yönlü bir çift helis dişli için,

$$\theta = \alpha - \beta \qquad (8)$$

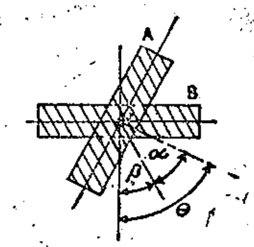
$\theta = 90°$ olduğu zaman, iki helis de aynı yönde olmalıdır.

Normal modül P_n, p_n'ye bağlı olan modüldür ve

$$P_n = \frac{p_n}{\pi} \qquad (9)$$

Şekil 8.13 de A ve B dişlisinin ikisi de sol helisli olup dişliler karşıt yönde dönüyorlar, fakat dişliler sağ helisli olsalardı o zaman, A ve B aynı yönde dönerlerdi.

5) Bir takım tezgahında hareket, aynı yönlü iki A ve B helis dişlileri ile sağlanıyor. Dişliler eşit çaplı olup, normal adım 12,7 mm, millerin merkezler arası uzaklığı aşağı yukarı 146 mm, miller arasındaki açı 80° ve A'nın hızı $= 1{,}25 \times$ B'nin hızı olduğuna göre,



Şekil: 8.14

(a) her bir dişlinin helis açısını, (b) her bir dişlinin diş sayısını, (c) sürtünme açısı 6° ise iletimin verimini, (d) eğer pinyon dişli 120 dev/dak ile dönerse, dişler arasındaki sürtünme hızını bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 8.14'le ilgili olarak, t_A ve t_B = A ve B dişlilerinin diş sayısı; α ve β = A ve B dişlilerinin helis açıları; $\theta = \alpha + \beta$ = miller arasındaki açı $= 80°$, d_A ve d_B = A ve B'nin bölüm dairesi çapı, p_A ve p_B = A ve B'nin çevresel adımı, L = mil eksenleri arasındaki en yakın merkez uzaklığı ve p_n = normal adım olsun.

(a) Şimdi $d_A = \frac{t_A \cdot p_A}{\pi} = \frac{t_A \cdot p_n}{\pi \cos \alpha}$

$$d_B = \frac{t_B \cdot p_B}{\pi} = \frac{t_B \cdot p_n}{\pi \cos \beta}$$

Fakat $d_A = d_B$

$$\frac{t_A}{\cos \alpha} = \frac{t_B}{\cos \beta}$$

ayrıca, A'nın hızı $= 1{,}25 \times$ B'nin hızı olduğundan, $t_B = 1{,}25\ t_A$

Böylece $\frac{t_A}{\cos \alpha} = \frac{1{,}25\ t_A}{\cos \beta} = \frac{1{,}25\ t_A}{\cos (80^\circ - \alpha)}$

$$1{,}25 \cos \alpha = \cos (80^\circ - \alpha) = 0{,}1736 \cos \alpha + 0{,}9848 \sin \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{1{,}0764}{0{,}9848} = 1{,}093$$

$$\alpha = 47^\circ\ 33' \text{ ve } \beta = 32^\circ\ 27'$$

(b) Şimdi $L = \frac{d_A + d_B}{2} \cong 146$ mm.

$$d_A = d_B \cong 146 \text{ mm.}$$

Bu nedenle $t_A = \frac{\pi\, d_A \cos \alpha}{p_n} = \frac{\pi \times 146 \times 0{,}675}{12{,}7} = 24{,}39$

$= 24$ diş ve $z_B = 1{,}25 \times 24 = 30$ diş.

Merkezler arası gerçek uzaklık $L = \frac{24}{24{,}39} \times 146 = 143{,}6$ mm.

(c) İki helisel dişli temasta iken, dişli üzerindeki kuvvetler yaklaşık olarak A üzerindeki teğetsel P_A kuvvetine ve B üzerindeki teğetsel P_B direnç kuvvetine ayrışır. (Şekil 8.15)

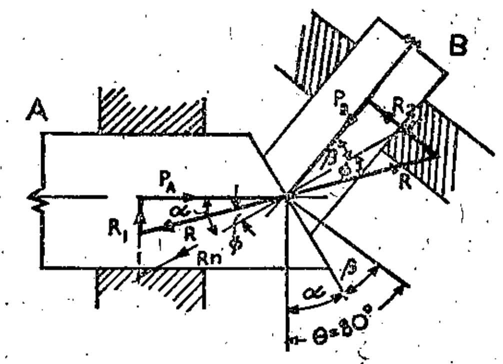
$\varnothing =$ sürtünme açısı $= 6^\circ$, ve $\mu =$ sürtünme katsayısı olsun

Sürtünme olduğu zaman

A bloku için $P_A = R \cos (\alpha - \varnothing)$

$R = R_n + \mu R_n$, A ve B blokları için aynı olduğundan

$$P_B = R \cos (\beta + \varnothing)$$



Şekil: 8.15

Bu nedenle $\frac{P_A}{P_B} = \frac{R \cos (\alpha - \varnothing)}{R \cos (\beta + \varnothing)} = \frac{\cos (\alpha - \varnothing)}{\cos (B + \varnothing)}$

Sürtünme olmadığı zaman

$\frac{P_A'}{P_B} = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$ ... P_B çıkış tarafında olduğu için değeri aynıdır.

$$\text{Verim} = \frac{P_A'}{P_A} = \frac{P_A' \cdot P_B}{P_B \cdot P_A} = \frac{\cos \alpha \cdot \cos (\beta + \varnothing)}{\cos \beta \cdot \cos (\alpha - \varnothing)}$$

$$= \frac{0{,}6750 \cos 38^\circ\ 27'}{0{,}8438 \cos 41^\circ\ 33'} = \frac{0{,}675 \times 0{,}7832}{0{,}8438 \times 0{,}7484}$$

$$= 0{,}8374 \text{ veya yüzde } 83{,}74$$

Eğer maksimum verim koşullarını bulmak istersek aşağıdaki gibi devam ederiz.

$$\text{Verim } \eta = \frac{\cos \alpha \cdot \cos (\beta + \varnothing)}{\cos \beta \cdot \cos (\alpha - \varnothing)} = \frac{\cos \alpha \cdot \cos (\theta - \alpha + \varnothing)}{\cos (\theta - \alpha) \cos (\alpha - \varnothing)}$$

Şimdi $\cos (X + Y) = \cos X \cos Y - \sin X \sin Y$

$\cos (X - Y) = \cos X \cos Y + \sin X \sin Y$

Böylece $\frac{1}{2} [\cos (X + Y) + \cos (X - Y)] = \cos X \cos Y$

Bunu verimin (η) pay ve paydası için kullanırsak

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} \cos [\alpha + \theta - \alpha + \varnothing) + \cos (\alpha - \theta + \alpha - \varnothing)]}{\frac{1}{2} \cos [(\alpha - \varnothing + \theta - \alpha) + \cos (\alpha - \varnothing - \theta + \alpha)]}$$

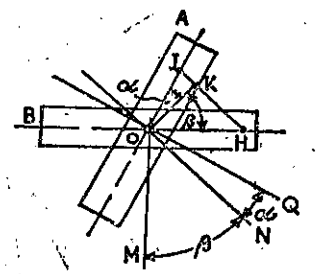
$$\eta = \frac{\cos(\theta+\varnothing)+\cos(2\alpha-\theta-\varnothing)}{\cos(\theta-\varnothing)+\cos(2\alpha-\theta-\varnothing)}$$

θ ve $\varnothing$ belirli olduğu için maksimum verim,

$\cos(2\alpha-\theta-\varnothing)$ maksimum; yani, $2\alpha-\theta-\varnothing =$ sıfır olduğu zaman ortaya çıkar.

Bu nedenle maksimum verim için

$$\alpha = \frac{\theta+\varnothing}{2}$$



Şekil: 8.16

Böylece, maksimum verim için α'yı yukarıdaki eşitlikte yerine koyarsak,

$$\eta_{max} = \frac{\cos(\theta+\varnothing)+1}{\cos(\theta-\varnothing)+1}$$

ve yukarıdaki örnekte

$$\eta_{max} = \frac{\cos 86°+1}{\cos 74°+1} = \frac{1{,}0698}{1{,}2756} = 0{,}8388 \text{ veya } \%\ 83{,}88$$

ayrıca η_{max} için, $\alpha = \frac{1}{2}\times 86° = 43°$ ve $\beta = 37°$

(d) Şekil 8.16 ile ilgili olarak, OJ'yi OQ'ye dik olarak çiziniz. OH' yi OM'ye dik olarak, OK'yi ON'ye dik olarak çizin ve OK, JH'yi K noktasında kessin. O, A ve B'nin yuvarlanma silindirlerinin değme noktası olsun.

Ω_A ve Ω_B = A ve B'nin açısal hızları olsun

O, A üzerinde bir nokta olduğu zaman O'nun hızı $\frac{1}{2}\ \Omega_A . d_A = OJ$

ve B üzerinde olduğu zaman O'nun hızı $\frac{1}{2}\ \Omega_B . d_B = OH$ dir.

Şimdi $\frac{d_A}{d_B} = \frac{t_A . p_n}{\pi\cos\alpha} \cdot \frac{\pi\cos\beta}{t_B . p_n}$, ve $\frac{\Omega_A}{\Omega_B} = \frac{t_B}{t_A}$

Bu nedenle $\frac{\Omega_A d_A}{\Omega_B d_B} = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = \frac{OJ}{OH}$

Kayma hızı, ON (veya JH) yönünde olacaktır, bu nedenle bu yöndeki bileşenini alırsak, dişler arasındaki kayma hızı veya sürtünme hızı

$$v_s = OJ \sin\alpha + OH \sin\beta$$

$$= \frac{1}{2}(\Omega_A . d_A \sin\alpha + \Omega_B . d_B \sin\beta)$$

Bu örnekte

$$\Omega_A = \frac{120}{60}\times 2\pi = 4\pi \text{ rad/sn}$$

$$\Omega_B = \frac{4}{5}\ \Omega_A = 3{,}2\pi \text{ rad/sn}$$

$$\sin\alpha = \sin 47°\ 33' = 0{,}7379$$

$$\sin\beta = \sin 32°\ 27' = 0{,}5365$$

$$d_A = d_B = 143{,}73 \text{ mm.}$$

O zaman $v_s = \frac{1}{2}\left[(4\pi\times 143{,}73\times 0{,}7379) + (3{,}2\pi\times 143{,}73\times 0{,}5365)\right]$

$= 1054$ mm/sn $= 1{,}054$ m/sn.

6) Bir çift helis dişlinin, 177,8 mm açıklıktaki iki mil arasında hareket iletmesi isteniyor. Miller arasındaki açı 70° dir. Hız oranı 1'e $1\frac{1}{2}$ dir. Hızlı dişlinin diş sayısı 80, bölüm dairesi çapı 101,6 mm dir. Her bir dişlinin helis açısını bulunuz. Eğer hızlı dişli üzerindeki tork 6,91 kg-m ise, sürtünmeyi ihmal ederek her bir mildeki eksenel baskıyı bulunuz.

ÇÖZÜM : Verilenler, $t_A = 80$ diş, $\theta = \alpha+\beta = 70°$

$L = 177{,}8$ $d_A = 101{,}6$ mm ve $t_B = 1\frac{1}{2}\ t_A = 120$ diş.

Şimdi $L = 177{,}8 = \frac{1}{2}\ (d_A + d_B) = \frac{1}{2}\ (101{,}6 + d_B)$

Buradan $d_B = 254$ mm

Ek olarak $d_A = \frac{t_A \cdot p_A}{\pi} = \frac{t_A \cdot p_n}{\pi \cos \alpha}$

$$101{,}6 = \frac{80\, p_n}{\pi \cos \alpha} \qquad (1)$$

ve $d_B = \frac{t_B \cdot p_B}{\pi} = \frac{t_B \cdot p_n}{\pi \cos \beta}$

$$254 = \frac{120\, p_n}{\pi \cos \beta} \qquad (2)$$

(1) ve (2) nolu eşitliğin birbirine bölümünden

$$\frac{101{,}6}{254} = \frac{80\, p_n}{\pi \cos \alpha} \cdot \frac{\pi \cos \beta}{120\, p_n} = \frac{2}{3}\ \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$$

Bu nedenle $\cos \beta = 0{,}6\ \cos \alpha = 0{,}6 \cos (70° - \beta)$

$$= 0{,}6\ [\cos 70° \cos \beta + \sin 70° \sin \beta]$$

$$= 0{,}2052 \cos \beta + 0{,}5638 \sin \beta$$

buradan $0{,}5638 \sin \beta = 0{,}7948 \cos \beta$

$$\tan \beta = \frac{0{,}7948}{0{,}5638} = 1{,}409$$

böylece $\beta = 54°\ 38'$ ve $\alpha = 15°\ 22'$

A çarkını gözönüne alırsak (Şekil 8.17)

$$\text{teğetsel kuvvet } P_t = \frac{\text{A üzerindeki tork}}{\text{A'nın bölüm dairesi yarıçapı}}$$

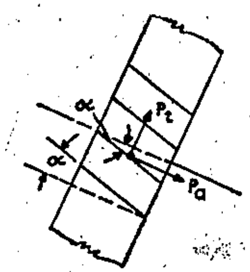
$$= \frac{6{,}91 \times 1000}{50{,}8} = 136 \text{ kg}$$

Buradan

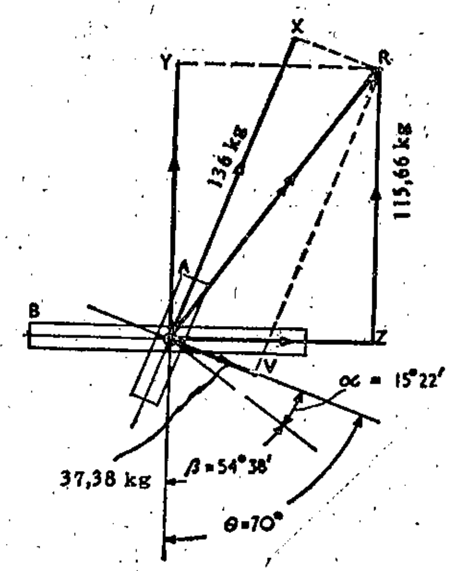
A mili üzerindeki eksenel baskı $P_a = P_t \cdot \tan \alpha = 136 \tan 15°\ 22'$

$$= 136 \times 0{,}2749 = 37{,}38 \text{ kg}$$

A dişlisini ele alırsak, Şekil 8.18, teğetsel kuvvet $P_t = 136$ kg $\equiv$ OX; ve eksenel baskı $P_a = 37{,}38$ kg $\equiv$ OV olacaktır. OX ve OV'nin bileşkesi OR dir. Şimdi OR iki bileşene ayrılabilir.



Şekil: 8.17



Şekil: 8.18

(1) B üzerindeki teğetsel kuvvet = OZ = 82,55 kg.

(2) B üzerindeki aksiyal baskı = OY = 115,66 kg (= ZR)

Ölçeğe göre vektör diyagramı çizilir.

O zaman; A mili üzerindeki eksenel baskı = 37,38 kg.

ve B mili üzerindeki eksenel baskı = 115,66 kg

7) Şekil 8.19 daki konik dişlide, ortalama bölüm dairesi çapına teğet ve Z yönündeki F kuvveti, iletilen beygir gücünden elde ediliyor.

(a) dişlere dik olan F_n bileşke kuvveti için,

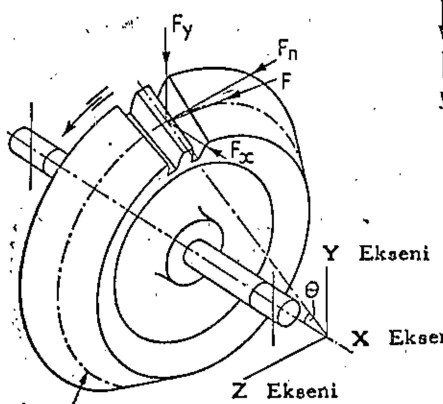
(b) F_n'nin X ekseni yönündeki F_x bileşeni için, ve

(c) F_n'nin Y ekseni yönündeki F_y bileşeni için,

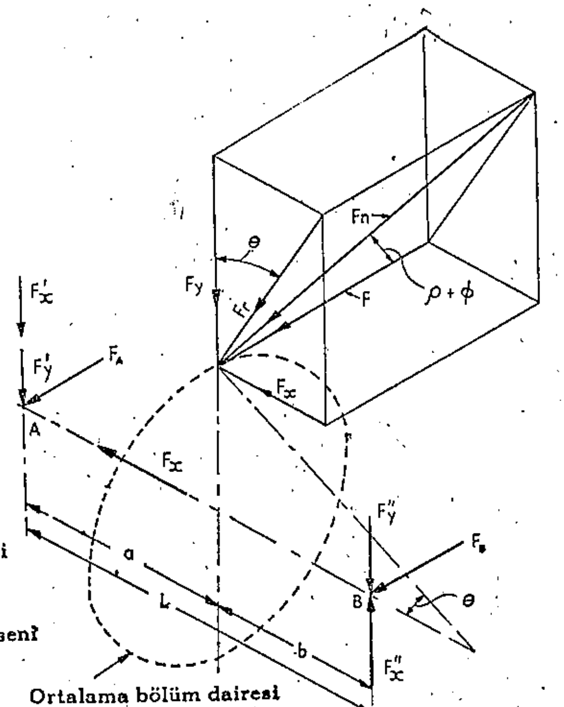
F kuvveti, merkez açısı θ, basınç açısı ρ ve sürtünme açısı Ø cinsinden bir ifade bulunuz.

Bir konik dişli çiftinde ortalama çapı 152,4 mm olan dişli, 76,2 mm çapındaki pinyonu çeviriyor. Dişli çark 36 B.G. nü 500 dev/dak ile iletiyor ve açıklığı 127 mm olan iki yatak tarafından destekleniyor. Dişlilerin merkez düzlemine olan uzaklıkları 57,15 ve 69,85 mm dir.

Dişler için kuvvet açısı 20° ve sürtünme açısı 3° ise, her bir yataktaki radyal yükü ve mil boyunca oluşan baskıyı bulunuz. Mil ve dişlinin ağırlığını ihmal ediniz.



Şekil: 8.19



Şekil: 8.20

ÇÖZÜM : Şekil 8.19, 8.20 ve 8.21'e bakınız.

(a) D ve d = Konik dişli ve pinyonun "ortalama" bölüm dairesi çapı ve N = dişlinin dev/dak cinsinden hızı olsun.

Dişli üzerindeki tork $T = \dfrac{B.G \times 4500}{2\pi N}$ kg-m

ve $$F = \frac{2T}{D}$$

$$F_n = F \cdot \sec(\rho + \varnothing) \qquad (1)$$

(b) F_n 'nin X ekseni yönündeki bileşenini bulursak

$$F_x = F_r \cdot \sin\theta = F \cdot \tan(\rho + \varnothing) \sin\theta \qquad (2)$$

burada F_r, F_x ve F_y nin bileşkesidir.

(c) F_n kuvvetinin Y ekseni yönündeki izdüşümünü alırsak,

$$F_y = F_r \cdot \cos\theta = F \cdot \tan(\rho + \varnothing) \cos\theta \qquad (3)$$

(1) nolu eşitlik şöyle kanıtlanabilir.

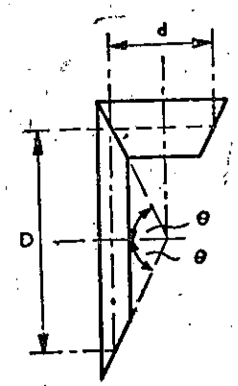
$$\begin{aligned} F_n^2 &= F^2 + F_x^2 + F_y^2 \\ &= F^2 + F^2 \tan^2(\rho + \varnothing) \cdot (\sin^2\theta + \cos^2\theta) \\ &= F^2 [1 + \tan^2(\rho + \varnothing)] \\ &= F^2 \cdot \sec^2(\rho + \varnothing) \end{aligned}$$

bu nedenle $F_n = F \cdot \sec(\rho + \varnothing)$

Şimdi, $T = \dfrac{36 \times 4500}{2\pi \times 500} \times 1000 = 51566$ kg-mm

böylece $F = \dfrac{51566 \times 2}{152{,}4} = 676{,}7$ kg

Şekil 8.21'den



Şekil: 8.21

$$\tan\theta = \frac{0{,}5\,D}{0{,}5\,d} = \frac{0{,}5\times 152{,}4}{0{,}5\times 76{,}2} = 2$$

buradan $\theta = 63°\,26'$

$\rho = 20°$, ve $\varnothing = 3°$ olarak verildiğinden, eşitlik (2) den, mil boyunca etkiyen eksenel baskı F_x,

$$F_x = 676{,}7 \tan 23° \sin 63°\,26'$$
$$= 676{,}7\times 0{,}4245\times 0{,}8945 = 257 \text{ kg.}$$

L = A ve B yatak merkezleri arasındaki uzaklık = 127 mm.

a = A yatağının merkezi ile dişlinin merkez düzlemi arasındaki uzaklık = 69,85 mm.

b = B yatağı merkezi ile dişlinin merkez düzlemi arasındaki uzaklık = 57,15 mm.

Eşitlik (2) ve (3) den,

$$F_x = F_y \cdot \tan\theta$$

A yatağını gözönüne alırsak,

$$\text{F'ye bağlı radyal yük} = F_A = \frac{F \cdot b}{L} = \frac{676{,}7\times 57{,}15}{127} = 304{,}5 \text{ kg}$$

$$F_x\text{'e bağlı radyal yük} = F'_x = \frac{F_x \cdot D}{2L} = \frac{257\times 152{,}4}{2\times 127} = 154{,}2 \text{ kg}$$

$$F_y\text{'ye bağlı radyal yük} = F'_y = \frac{F_y \cdot b}{L} = \frac{F_x \cdot b}{L \tan\theta}$$
$$= \frac{257\times 57{,}15}{127\times 2} = 57{,}8 \text{ kg.}$$

A yatağındaki bileşke radyal yük

$$R_A = \sqrt{F_A{}^2 + (F_x' + F_y')^2} = \sqrt{(304{,}5)^2 + (212)^2}$$
$$= 371 \text{ kg.}$$

B yatağını incelersek,

$$\text{F'ye bağlı radyal yük} = F_B = \frac{F \cdot a}{L} = \frac{676{,}7\times 69{,}85}{127} = 372 \text{ kg.}$$

$$F_x\text{'e bağlı radyal yük} = F_x'' = F_x' = 154{,}2 \text{ kg.}$$

$$F_y\text{'ye bağlı radyal yük} = F_y'' = \frac{F_y \cdot a}{L} = \frac{F_x \cdot a}{L \tan\theta} = \frac{257\times 69{,}85}{127\times 2}$$
$$= 70{,}67 \text{ kg.}$$

B yatağı üzerindeki bileşke radyal yük.

$$R_B = \sqrt{F_B{}^2 + (F_x'' - F_y'')^2} = \sqrt{(372)^2 + (83{,}58)^2}$$
$$= 381{,}26 \text{ kg.}$$

Bu soruda, a ve b açıkça belirlenmediğinden, a = 57,15 mm ve b = 69,85 mm olan alternatif durum ele alınacaktır.

Araştırma ile,

$$F_A = 372{,}2 \text{ kg}, \quad F_x' = 154{,}2 \text{ kg}, \quad F_y' = 70{,}67 \text{ kg.}$$

böylece $R_A = \sqrt{(372{,}2)^2 + (224{,}87)^2} = 434{,}8$ kg.

$$F_B = 304{,}5 \text{ kg}, \quad F_x'' = 154{,}2 \text{ kg}, \quad F_y'' = 57{,}8 \text{ kg.}$$

Sonuç olarak

$$R_B = \sqrt{(304{,}5)^2 + (96{,}4)^2} = 319{,}4 \text{ kg.}$$

8) Evolvent biçimli, 20 dişli ve kuvvet açısı 20 derece olan 6,25 modül bir dişli çark aynı ölçülerde başka bir dişliyi çeviriyor.

Eğer diş başı yükseklíği 6,25 mm ise, değme yayı uzunluğunu hesaplayınız.

Değme yayının maksimum olması için diş başı yüksekliği değiştirilirse bu yayın uzunluğunu ve bunun için gerekli olan diş başı yüksekliğini bulunuz.

Cevap : 31 mm, 45 mm, 10 mm.

9) 4,25 modüllük iki dişlinin diş sayıları 24 ve 33 dür. Kuvvet açısı 20° ve her bir dişlinin standart diş başı yüksekliği 1 modüldür. Eğer küçük dişli 120 dev/dak ile çalışıyorsa, temas yayı uzunluğunu ve maksimum kayma açısını bulunuz.

Cevap : 21,8 mm, 0,227 m/sn.

10) Evolvent biçimli ve çevresel adımı 12,7 mm olan 20 dişli bir dişli çark, düz kenarlı krameyer tipi bir kesici ile yapılacaktır. Kesicinin ve dişlinin diş başı yüksekliği 4 mm dir. Diş diplerinin boşaltılmasını önlemek için verilecek en küçük kuvvet açısı ne olmalıdır?

Belirtilen cinsten ve her biri 20 dişli olan iki dişli çark doğru kavratılırsa, birinci prensiplerden giderek, temas yayı uzunluğunu hesaplayınız.

Cevap : 18° 26′, 20,49 mm.

11) Bölüm dairesi çapı 381 mm ve modülü 6.25 olan iki eşit dişli birlikte çalışıyor. Dişliler evolvent biçimli olup kuvvet açıları 20° dir.

Devamlı olarak en azından iki çift dişli temasta olacaksa, en küçük diş başı yüksekliğini bulunuz. Eğer dişli çarklar 110 dev/dak ile dönüyorlar ve 8 B.G. iletiyorlarsa, toplam kuvvetin iki çift dişli arasında eşit olarak bölüşüldüğünü kabul ederek dişler arasındaki normal kuvveti bulunuz. Sürtünmeyi ihmal ediniz.

Cevap : 7,2 mm, 147,5 kg.

12) Evolvent biçimli ve bölüm dairesi çapı 152,4 mm olan bir pinyon dişli bir krameyere hareket veriyor. Pinyon ve krameyerin diş başı yüksekliği 6,25 mm dir.

Diş dibi boşaltılmasını önlemek için en küçük kuvvet açısı nedir? Bu kuvvet açısını kullanarak, temas yayı uzunluğunu ve bir anda temasta bulunan minimum diş sayısını bulunuz.

Cevap : 16° 47′, 40 mm, 2 çift diş.

13) Açılı iki mili birleştiren bir çift helis dişlide, çeviren dişlinin helis açısı, mil ve sürtünme açısının yarısı olduğu zaman verimin maksimum olacağını gösteriniz.

Birbirine 65° açılı ve aralarındaki en yakın mesafe 171,5 mm olan iki mil, normal adımı 15,24 mm olan ve 3 : 1 hız azaltması verebilecek iki helis dişli ile irtibatlandırılıyor. Helis açıları maksimum verim koşuluna göre belirlenirse, uygun çapları, diş sayıları ve verimi bulunuz. Sürtünme açısı 7° dir.

Cevap : 89,96 mm, 249,6 mm, 15 ve 45 diş, verim = % 85,53

14) İki mil, hız oranı 3 : 1 olan iki helis dişli ile birleştiriliyor. Miller arasındaki açı 45° ve mil eksenleri arasındaki en yakın mesafe 228,6 mm dir. Normal modül 5 olup pinyon dişlinin 20 dişi vardır. Bölüm dairesi çapını ve helis açısını bulunuz. Helis açısı aynı yönde olacaktır.

Eğer pinyon 240 dev/dak ile dönerse, dişler arasındaki sürtünme hızı ne olacaktır?

Cevap : 105 mm, 352 mm, 15° 30′, 1,07 m/sn.

15) Hız oranı 2 : 3 olan helisel dişliler, milleri arasındaki açı 80° olan bir makinada kullanılacaktır. Miller arasındaki yaklaşık merkez uzaklığı 127 mm, dişlerin normal adımı 10,2 mm, ve dişli çapları eşittir. Her bir dişlinin diş sayısını, bölüm dairesi çapını ve helis açısını bulunuz. Eğer sürtünme açısı 5° ise, iletimin verimini bulunuz.

Cevap : 24 ve 36 diş, 130 mm, $\alpha = 53°\ 24'$, $\beta = 26°\ 36'$ Verim = % 85,53

16) (a) N_A ve N_B hızlarında dönen A ve B helis dişli çiftinin, bölüm dairesi çapları D_A ve D_B ve helis açıları α ve β ise, adım noktasında diş helisleri boyunca kayma hızının

$\pi\,(N_A\,D_A \sin\alpha + N_B\,D_B \sin\beta)$'ya eşit olduğunu gösteriniz.

(b) Buradan, dişli oranı r, merkez uzaklığı C, normal modül P_n ve mil açısı θ sabitse, kayma hızının,

$\cot\alpha = \left\{\dfrac{r+\cos\theta}{\sin\theta}\right\}$ olduğu zaman minimum olacağını kanıtlayınız.

17) Helis açıları 20° ve 50° olan A ve B helis dişlilerinin diş sayıları 45 ve 15 dir. Her iki dişli helisi aynı yönlü olup, A dişlisi 152,4 mm çapındadır.

Miller arasındaki açıyı ve uzaklığı bulunuz.

Dişler 20° lik evolvent biçimli ve sürtünme katsayısı 0,08 ise (a) eğer A çevirense, (b) eğer B çeviren dişliyse, dişli çarkların verimini bulunuz.

Kullanacağınız bir formülü çıkarınız.

Cevap : 113 mm, 70°, (a) % 87,16, (b) % 88.

18) Bir çift helis dişlinin, aralarında 90° açı bulunan iki mili birleştirilmesi tasarlanıyor. Dişli çapları eşit, merkez uzaklığı 203,2 ile 198,12 mm arasında ve normal modülü 3,25 olacaktır. Miller arasındaki hız oranının 3 : 1 olması için, her bir dişlinin diş sayısını, helis açısını ve gerçek merkezler arası uzaklığı bulunuz.

Cevap : $t_A = 20$ diş, $t_B = 60$ diş, $\alpha = 71° 34'$, $\beta = 18° 26'$, 200 mm.

19) İki yatay mil, A ve B helis dişlileri ile birleştiriliyor. Miller arasındaki açı 60 derecedir. A çeviren dişli olup, B'nin 1,5 katı hızla dönüyor. A'nın diş sayısı 40 ve helis açısı 25 derecedir. Normal adım 12,7 mm, A'ya uygulanan tork 2,765 kg-m dir.

(a) bölüm dairesi çapını bulunuz.

(b) evolvent diş basıncındaki eğiklik etkisini ve sürtünmeyi ihmal ederek, millerdeki uç baskı kuvvetlerini bulunuz.

Cevap :

(a) A dişlisi, 178 mm, B dişlisi, 296 mm.

(b) A dişlisi tarafından uygulanan uç baskı kuvveti = 14,47 kg, B dişlisi tarafından uygulanan kuvvet = 19,64 kg.

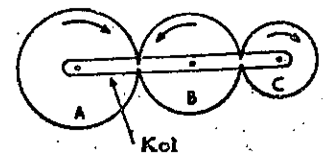
BÖLÜM 9

EPİSİKLİK DİŞLİLER

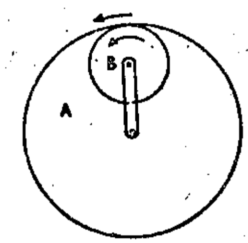
Şekil 9.1, üzerinde, A, B, ve C gibi 3 dişliyi taşıyan bir kolu gösteriyor. A, B ve C dişlilerinin diş sayıları, T_A, T_B, ve T_C ve dönme hızları da N_A, N_B, ve N_C olsun. O zaman,

$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{T_B}{T_A} \quad \text{ayrıca} \quad \frac{N_B}{N_C} = \frac{T_C}{T_B}$$

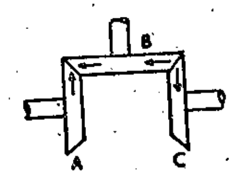
Bu nedenle
$$\frac{N_A}{N_C} = \frac{N_A}{N_B} \cdot \frac{N_B}{N_C} = \frac{T_B}{T_A} \cdot \frac{T_C}{T_B} = \frac{T_C}{T_A}$$



Şekil: 9.1



Şekil: 9.2



Şekil: 9.3

Şekil 9.2 Pinyon dişli B ile kavratılmış bir halka veya iç dişliyi gösteriyor.

Gene
$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{T_B}{T_A}$$

Dişliler Şekil 9.1 deki gibi dıştan kavratılırlarsa, ters yönlü ve şekil 9.2 deki gibi içten kavratılırlarsa, aynı yönde dönerler.

Şekil 9.3 birlikte çalışan konik dişlileri ve dönüş yönlerini gösteriyor. Burada da

Burada da
$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{T_B}{T_A} \; ; \; \frac{N_B}{N_C} = \frac{T_C}{T_B}$$

ve
$$\frac{N_A}{N_C} = \frac{T_C}{T_A} \quad \text{olur.}$$

Sıradan bir dişli takımında, dişlileri taşıyan kol sabittir. Bu kol döndüğü zaman episiklik dişli gurubu elde ederiz.

Episiklik dişli grubu ile ilgili problemleri çözmede kullanılan genel metod aşağıdaki gibidir :

(a) Kolu sabitleştirin ve dişlilerden birine +1 devir yaptırın. Bundan sonra, normal bir dişli takımında olduğu gibi geriye kalan dişlilerin dönüş yönünü ve hızlarını hesaplayınız.

(b) Dişlilerin her birinin dönme miktarlarını x ile çarpın.

(c) x ile çarpılan bu dönme değerlerine y değerini ekleyin.

Buradan, kol ve her bir dişlinin devirleri x ve y cinsinden ifade edilir. Bundan başka iki dişlinin veya bir dişli ile kolun dönüş yönü ve hızı verilirse, x ve y bilinmeyenini içeren iki eşitlik olacağından x ve y hesap edilebilir. x ve y'ye göre denklemi çözerek her hangi bir dişlinin açısal hızı hesap edilebilir ve dönme yönü araştırma ile bulunur.

Episiklik dişli takımında döndürme momenti (veya tork). Eğer episiklik dişli takımının döner parçalarının hiç açısal ivmesi yoksa ve dişli grubu dıştan uygulanan üç momentle dengede tutuluyorsa yani, giriş torku T_1, çıkış torku T_2, ve halkasal tork T_3. (halka sabit olduğu zaman T_3'e tesbit edici veya tutucu moment denilir).

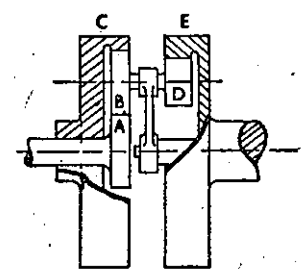
$$T_1 + T_2 + T_3 = 0 \qquad (1)$$

Bundan başka, eğer giriş, halka ve çıkışın açısal hızları Ω_1, Ω_2 ve Ω_3 ise ve sürtünme önemsenmezse, giriş gücü = çıkış gücü olur ve buradan,

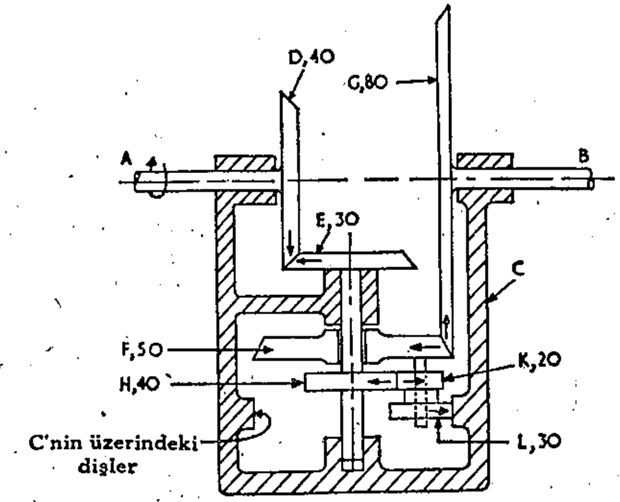
$$T_1 . \Omega_1 + T_2 . \Omega_2 + T_3 . \Omega_3 = 0 \qquad (2)$$

PROBLEMLER 9

1) Şekil 9.4 de görülen episiklik dişlide, çeviren dişli A'nın diş sayısı 14 ve durağan C iç dişlisinin diş sayısı ise 100 dür. E ve D dişlilerinin diş sayıları oranı 98 : 41 dir. Eğer A dişlisine 1200 dev/dak ile 2,5 B.G. verilirse, E dişlisinin hızını, dönüş yönünü ve C de gerekli olan tesbit edici momenti bulunuz.



Şekil: 9.4



Şekil: 9.5

ÇÖZÜM : C'nin diş sayısı $= t_C = t_A + 2t_B$

$$100 = 14 + 2t_B$$

buradan $t_B = 43$ diş

Durum	Kol	A — 14 çeviren mil	B — 43	D — 41	C — 100 sabit	E — 98 çevrilen mil
			Bileşik			
Kolu sabitleştir ve A'ya +1 devir ver	0	+1	$-\frac{14}{43}$	$-\frac{14}{43}$	$-\frac{14}{43} \cdot \frac{43}{100}$	$-\frac{14}{43} \cdot \frac{41}{98}$
x'le çarp	0	+x	$-\frac{14}{43} \times$	$-\frac{14}{43} \times$	$-\frac{7}{50} \times$	$-\frac{41}{301} \times$
y'yi ekle	y	y+x	$y - \frac{14}{43} \times$	$y - \frac{14}{43} \times$	$y - \frac{7}{50} \times$	$y - \frac{41}{301} \times$

Verilenler $\left.\begin{array}{l} y + x = 1200 \\ y - \frac{7}{50} x = 0 \end{array}\right\}$ eşitliğin çözümünden $x = 1052,6$, $y = 147,4$

Çevrilen milin hızı = E'nin hızı = $y - \frac{41}{301}\times$

Bu nedenle E'nin hızı $= 147{,}4 - \frac{41}{301}\times 1052{,}6 = 4$ dev/dak.

Böylece E'nin hızı = 4 dev/dak ve A ile aynı yönde

$$\text{A'daki tork} = T_A = \frac{\text{B.G.}\times 4500}{2\pi\, N_A} = \frac{2{,}5\times 4500}{2\pi\times 1200} = 1{,}492 \text{ kg-m}$$

$$\text{E'deki tork} = T_E = \frac{\text{B.G.}\times 4500}{2\pi\, N_E} = \frac{2{,}5\times 4500}{2\pi\times 4} = 447{,}6 \text{ kg-m}$$

Bu nedenle

C üzerindeki tesbit edici tork = göreli tork $= 447{,}6 - 1{,}492$
$= 446{,}1$ kg-m

2) Şekil 9.5 de gösterilen dişliyle iletim sisteminde A, 300 dev/dak ile görülen yönde dönen çeviren mil ve B çevrilen mildir. C çerçevesi sabit tutuluyor. E ve H dişlileri, düşey merkez miline kamalanıyor. F, bu mil üzerinde serbest olarak dönebiliyor. Birbirine rijid olarak bağlanmış K ve L dişlileri, F dişlisinin alt yüzüne tesbit edilmiş bir pim üzerinde serbest olarak dönüyorlar. L dişlisi C çerçevesi üzerindeki iç dişlerle kavratılmıştır.

H ve L üzerindeki dişlerin modülü 6.25, ve değişik dişlilerin diş sayıları şekilde görüldüğü gibidir.

C'nin üzerindeki dişlerin sayısını ve B'nin dönüş yönüyle dönüş hızını bulunuz.

ÇÖZÜM : Burada D ve G dişlileri yardımcı dişliler olup, episiklik dişli takımının parçası değildir. E'nin hızı $= \frac{40}{30}\times 300 = 400$ dev/dak.

C'nin üzerindeki diş sayısı $= t_C = t_H + \frac{1}{2}\, t_K + \frac{1}{2}\, t_K + \frac{1}{2}\, t_L + \frac{1}{2}\, t_L$

Buradan $t_C = 40+10+10+15+15 = 90$ diş

F dişlisi, bir kol gibi hareket eder.

Durum	F — 50 kol	E — 30	H — 40	K — 20 (bileşik)	L — 30 (bileşik)	C — 90 sabit
F kolunu sabitleştir ve E'ye +1 devir ver.	0	+1	+1	$-\frac{40}{20} = -2$	—2	$-\frac{2\times 30}{90} = -\frac{2}{3}$
x'le çarp	0	+x	+x	—2x	—2x	$-\frac{2}{3}\times$
y'yi ekle	y	y+x	y+x	y—2x	y—2x	$y-\frac{2}{3}\times$

Verilenler $\left.\begin{array}{l} y+x=400 \\ y-\frac{2}{3}x=0 \end{array}\right\}$ buradan $x=240$ ve $y=160$

Böylece, F kolunun hızı $= +160$ dev/dak.

G dişlisinin hızı $= \frac{50}{80}\times 160 = 100$ dev/dak.

yani, B'nin hızı = 100 dev/dak ve A ile karşıt yönlü. Bu, dönüş yönlerini gösteren ok uçlarının takibinden anlaşılabilir.

3) Sabit dış çemberli bir episiklik dişli sisteminde, güneş dişlisi 1000 dev/dak ile dönerken, üzerinde üç tane gezegen dişliyi taşıyan ve örümceğe benzer kol, 200 dev/dak ile döndürülecektir. Bütün dişlilerin modülü, 5 dir ve sabit iç dişlinin bölüm dairesi çapı mümkün olduğu kadar 381 mm ye yakın olacaktır.

Aşağıdaki değerler verildiğine göre sistemin toplam kinetik enerjisini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 9.6 ile ilgili olarak; S, P ve F'nin diş sayıları sırasıyla

t_S , t_P ve t_F olsun.

F'nin bölüm dairesi çapı

	Ağırlık (kg)	Polar eksen etrafındaki atalet yarıçapı (cm)
Mil ve kavraması ile güneş dişlisi	4,08	3,81
Mil ve kavrama ile örümceğe benzer kol	9,07	7,62
Gezegen dişlinin her biri	1,81	5,08

$$P\,(t_S + 2\,t_P) = 5\,(t_S + 2\,t_P) = 381$$

Bu nedenle

$$t_S + 2t_P = t_F = 76 \text{ (geçici)}$$

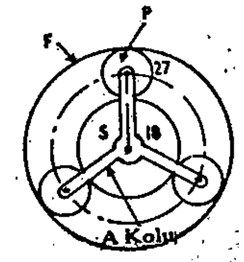
Durum	Örümcek A kolu	Güneş dişlisi S	Gezegen dişli P	İç dişli F (sabit)
A kolunu sabitleştir ve S'ye +1 devir yaptır	0	+1	$-\frac{t_S}{t_P}$	$-\frac{t_S}{t_P}\cdot\frac{t_P}{t_F} = -\frac{t_S}{t_F}$
x'le çarp	0	+x	$-\frac{t_S\,.\,x}{t_P}$	$-\frac{t_S\,.\,x}{t_F}$
y'yi ekle	y	y+x	$y-\frac{t_S\,.\,x}{t_P}$	$y-\frac{t_S\,.\,x}{t_F}$

Şimdi, verilenler $y + x = 1000$ ve $y = 200$

buradan $x = 800$ ayrıca $y - \frac{t_S}{t_F}\,.\,x = 0$

bu nedenle $200 - \frac{800\ t_S}{t_F} = 0$

$$t_F = 4\,t_S, \text{ fakat } t_F = 76$$
$$= t_S + 2t_P$$
$$4t_S = t_S + 2t_P, \text{ buradan}$$
$$t_S = \frac{2}{3}\,t_P$$



Şekil: 9.6

Araştırma ile

$$t_S = \frac{1}{4}\quad t_F = \frac{76}{4} \text{ diş (pratik bir değer değildir)}$$

$$t_S = 18 \text{ olsun, o zaman } t_P = \frac{3}{2}\times 18 = 27$$

ve $t_F = 72$ diş, yine F nin bölüm dairesi çapı $= 5\times 72 = 360$ mm.

$$\text{Gezegen dişli P'nin hızı} = y - \frac{t_S}{t_P}\,.\,x = 200 - \frac{18}{27}\times 800$$
$$= -333\ \frac{1}{3} \text{ dev/dak.}$$

Şimdi Güneş dişlisi ve kolun açısal K.E. sine karşılık üç gezer dişlinin hem çizgisel hem de açısal K.E. si vardır.

Ω_A ; Ω_S ve Ω_P = A, S, ve P'nin açısal hızı,

I_A ; I_S ve I_P = A, S ve P'nin atalet momentleri olsun,

v = gezegen dişli merkezinin çizgisel hızı olsun.

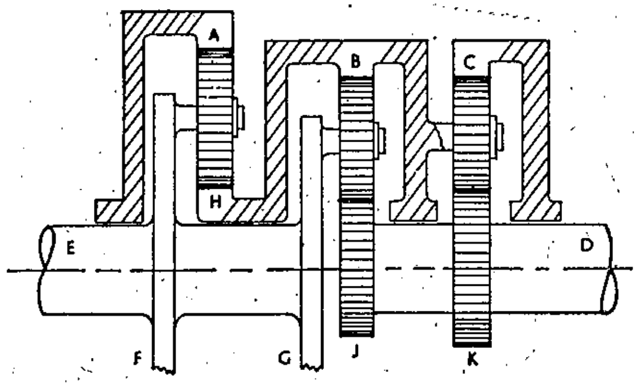
$= \Omega_A$ x P ve A merkezleri arasındaki yarıçap $= \Omega_A\,.\,r$

$$= \left(\frac{200}{60}\times 2\pi\right)\times 5\left(9 + 13\ \frac{1}{2}\right) = 750\pi \text{ mm/sn.}$$

$$\text{Toplam açısal K.E.} = \frac{1}{2}\,I_A\,\Omega_A^2 + \frac{1}{2}\,I_S\,\Omega_S^2 + 3\times\frac{1}{2}\,I_P\,\Omega_P^2$$

$$= \frac{1}{2\times 9{,}81}\left[9{,}07\left(\frac{7{,}62}{100}\right)^2\left(\frac{200}{60}\times 2\pi\right)^2 + 4{,}08\left(\frac{3{,}81}{100}\right)^2\left(\frac{1000}{60}\times 2\pi\right)^2 + 3\times 1{,}81\left(\frac{5{,}08}{100}\right)^2\left(\frac{1000}{3\times 60}\times 2\pi\right)^2\right] \text{ m-kg.}$$

$$= 5{,}358 \text{ m-kg.}$$



Şekil: 9.7

$$3 \text{ gezegen dişlinin çizgisel K.E. si} = \frac{3\,W\,v^2}{2g} = \frac{3 \times 1{,}81}{2 \times 9{,}81}\left(\frac{750\,\pi}{1{,}000}\right)^2$$
$$= 1{,}536 \text{ m-kg.}$$

Bu nedenle episiklik dişlilerin toplam K.E. si $= 5{,}358 + 1{,}536$
$= 6{,}894$ m-kg.

4) Şekil 9.7 de görülen bileşik episiklik dişlide, çeviren mil D ve çevrilen mil, F ve G kollarının bağlandığı E milidir. Kollara bağlı gezegen dişliler, A ve B iç dişlileri ve H ve J güneş dişlileri ile birlikte çalışıyor. H güneş dişlisi, B nin bir parçasıdır. J ve K dişlileri D miline tesbit edilmiştir. K dişlisi, B üzerinde bulunan gezegen dişliye ve bu dişli de C iç dişlisine kavratılmıştır. Dişli çarkların diş sayıları, A-120, B-100, H-30, J-20, ve K-25 dir.

D mili saat yönünde 1500 dev/dak ile döndüğü zaman çevrilen mil E ve A dişlisinin dönüş yönünü ve hızını bulunuz. Eğer D milindeki giriş gücü 12 B.G. ve mekanik verim yüzde 80 ise, C sabit milini döndürmeye çalışan momenti bulunuz.

ÇÖZÜM : K, C ve B (kol) takımını ele alalım.

Verilenler, $y + x = 1500$

$$y - \frac{x}{4} = 0$$

buradan $x = 1200$

ve $y = 300$

J, B, kol F, A ve H takımını ele alalım,

Durum	B — 100 kol	K — 25 ve D	C — 100 sabit
B kolunu sabitleştir ve K'ye +1 devir yaptır	0	+1	$-\frac{25}{100} = -\frac{1}{4}$
x'le çarp	0	+x	$-\frac{x}{4}$
y'yi ekle	y	y+x	$y - \frac{x}{4}$

Durum	Kol F, G ve E	J — 20	B — 100	H — 30	A — 20
			Bileşik		
F kolunu sabitleştir ve J'ye +1 devir yaptır	0	+1	$-\frac{20}{100} = -\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$+\frac{1}{5} \cdot \frac{30}{120}$
x_1 ile çarp	0	$+x_1$	$-\frac{x_1}{5}$	$-\frac{x_1}{5}$	$+\frac{x_1}{20}$
y_1'i ekle	y_1	$y_1 + x_1$	$y_1 - \frac{x_1}{5}$	$y_1 - \frac{x_1}{5}$	$y_1 + \frac{x_1}{20}$

Şimdi $y = y_1 = \frac{x_1}{5} = 300$

ayrıca $y + x = y_1 + x_1 = 1500$

Bu nedenle

$$-\frac{6}{5}\,x_1 = -1200 \text{ buradan } x_1 = 1000 \text{ ve } y_1 = 500$$

Böylece

Çevrilen mil E'nin hızı $= y_1 = 500$ dev/dak saat yönünde.

A dişlisinin hızı $= y_1 + \frac{x_1}{20} = 550$ dev/dak ve saat yönünde.

$$B.G. = \frac{2\pi N T}{4500} \quad \text{olduğundan}$$

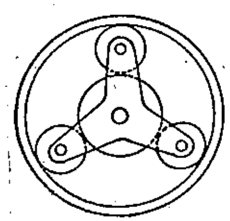
$$\text{D üzerindeki tork} = T_D = \frac{12 \times 4500}{2\pi \times 500} = 5{,}73 \text{ kg-m.}$$

$$\text{ve E üzerindeki tork} = T_E = \frac{12 \times 4500}{2\pi \times 1500} \times 0{,}8 = 13{,}75 \text{ kg-m}$$

Bu nedenle

$$\text{C üzerindeki tork} = T_C = \text{rölativ tork} = T_E - T_D = 8{,}02 \text{ kg-m}$$

5) Şekil 9.8 deki "Güneş ve gezegen" tipi episiklik dişli takımında iç dişlinin bölüm dairesi çapı mümkün olduğu kadar 228,6 mm ye yakın ve dişlerin modülü 4,25 mm olacaktır. Çember sabit olduğu zaman, güneş dişlisini taşıyan mil beş devir yaparsa, eş ölçülü üç gezegeni üzerinde taşıyan üçlü kol (örümcek) bir devir yapıyor.



Şekil: 9.8

Bütün dişliler için uygun diş sayılarını ve çemberin gerçek bölüm dairesi çapını bulunuz.

Güneş dişlisini taşıyan mile 1,659 kg-m lik bir tork uygulandığı zaman, çemberi sabit tutmak için gerekli olan torku bulunuz.

ÇÖZÜM : t_A, t_B ve t_S sırasıyla iç dişli, her bir gezegen ve güneş dişlisinin diş sayıları olsun.

O zaman $\quad t_A = t_S + 2\,t_P$

ve t_A = çap ÷ modül = 228,6 ÷ 4,25 = 54 diş (bu sayı diğer koşullara uydurma bakımından değiştirilebilir)

Durum	Kol H	Güneş dişlisi S — t_S	Gezegen dişli P — t_P	İç dişli (sabit) A — t_A
H kolunu sabitleştir ve S'ye +1 devir ver.	0	+1	$-\frac{t_S}{t_P}$	$-\frac{t_S}{t_P} \cdot \frac{t_P}{t_A} = -\frac{t_S}{t_A}$
x ile çarp	0	+x	$-\frac{t_S \cdot x}{t_P}$	$-\frac{t_S \cdot x}{t_A}$
y'yi ekle	y	y+x	$y - \frac{t_S \cdot x}{t_P}$	$y - \frac{t_S \cdot x}{t_A}$

H'nin S ile aynı yönde döneceğini varsayalım.

Şimdi $\quad$ S'nin hızı = 5 × H'nin hızı

$y = 1$ dev/sn olsun, o zaman $y + x = 5$ dev/sn

Buradan $\quad x = 4$ dev/sn

ayrıca $\quad y - \frac{t_S}{t_A}\, x = 0$

bu nedenle $\quad 1 - \frac{4\,t_S}{t_A} = 0$

Böylece $\quad t_A = 4\,t_S \quad$ ek olarak $t_A \cong 54$ diş.

yarım diş olmayacağı için t_A'nın 2 muhtemel değeri vardır, ya 52 diş veya 56 diş.

52 dişi denersek, o zaman $t_S = 13$ diş ve $t_P = \frac{t_A - t_S}{2} = \frac{52 - 13}{2}$

$= 19\frac{1}{2}$ diş, böylece $t_A = 52$ diş uygun değildir.

56 dişi deneyelim, o zaman $t_S = 14$ diş ve $t_P = \frac{56 - 14}{2} = 21.$

Buradan gerekli diş sayıları,

$t_A = 56, \quad t_S = 14, \quad t_P = 21$

A çemberinin B.D.Ç = 4,25 × 56 = 238 mm, Verimin 100'de yüz olduğunu kabul edersek,

H üzerinde bir saniyede yapılan iş = S üzerinde bir sn. de yapılan iş

H torku × H'nin hızı = tork S × S'nin hızı

tork H = 1,659 × 5 = 8,295 kg-m

Bu nedenle çemberi sabit tutmak için gerekli tork

$T_H - T_S = 8{,}295 - 1{,}659 = 6{,}636$ kg-m.

6) Şekil 9.9 değişgen hızlı ve sürtünmeli iletim sistemi ile donatılmış bir episiklik dişli çark sistemini gösteriyor. A motor mili ve B çevrilen mildir. A mili C pinyonunu, D ve E sürtünme çarklarını taşıyor. B mili, F pinyonunun, üzerinde serbest olarak döndüğü pimin takıldığı kolu taşıyor. Bu pinyon C ile dıştan ve G iç dişlisi ile de içten kavrıyor. G üzerindeki dış dişliler, K mili üzerindeki H pinyonu ile kavratılıyor. K mili; K üzerine tesbit edilmiş L diski ile D ve E üzerinde bulunan sertleştirilmiş M ve N makaraları yardımıyla çevriliyor. A ve K'nin eksenleri arasındaki mesafe 203,2 mm ve A motor mili 600 dev/dak ile dönüyor.

Hiç kayma olmadığını kabul ederek, K'nin hızını 200 dev/dak.dan 1000 dev/dak'ya kadar değiştirmek için makaraların eksenel hareket miktarını bulunuz.

Eğer B'nin hızı ± 100 dev/dak. ve G'nin üzerindeki iç ve dış dişler eşitse, C ve H üzerindeki dişlerin de eşit olacağını gösteriniz; ve C ile G'nin diş sayıları oranını bulunuz.

ÇÖZÜM : A'dan B'ye doğru boylamasına baktığımız zaman, D (E ve C)'nin saat yönünde döndüğünü varsayarsak, o zaman şekil 9.9'dan, L (K ve H)'nin de saat yönünde döneceği görülür.

N_A ve N_K = sırasıyla ve K'nın açısal hızı olsun.

Şimdi $N_K \cdot y = N_A\,(203{,}2 - y)$ (1)

$N_A = 600$ dev/dak ve $N_K = 200$ dev/dak olduğu zaman

$200\,y = 600\,(203{,}2 - y)$

buradan $y = 152{,}4$ mm.

$N_A = 600$ dev/dak ve $N_K = 1000$ dev/dak olduğu zaman

$1000\,y = 600\,(203{,}2 - y)$

$y = 76{,}2$ mm.

böylece makaraların eksenel hareketi, $152{,}4 - 76{,}2 = 76{,}2$ mm dir.

H nin yardımcı bir dişli olduğunu ve episiklik dişli takımının bir parçası olmadığına dikkat ediniz.

t_C, t_G, ve t_H = sırasıyla C, G ve H üzerindeki dişlerin diş sayıları olsun.

C, F, G ve B kolu takımını ele alalım.

Durum	Kol B Çevrilen mil	C Motor mili A	G
B kolunu tesbit et ve C'ye +1 devir yaptır.	0	+1	$-\frac{t_C}{t_G}$
x ile çarp	0	+x	$-\frac{t_C}{t_G}\,x$
y_1'i ilave et	y_1	$y_1 + x$	$y_1 - \frac{t_C}{t_G}\,.\,x$

$$H\text{'nin hızı} = -G\text{'nin hızı} \times \frac{t_G}{t_H}$$

$$= -\frac{t_G}{t_H}\left(y_1 - \frac{t_C}{t_G}\,.\,x\right) \qquad (2)$$

(a) A'nın hızı = 600 dev/dak, ve H (veya K)'nin hızı = 200 dev/dak olduğu zaman B'nin hızı = 100 dev/dak.

(b) A'nın hızı = 600 dev/dak, ve H (veya K)'nin hızı = 1000 dev/dak olduğu zaman B'nin hızı = — 100 dev/dak.

(a) dan $y_1 + x = 600$ ve $y_1 = 100$

böylece $x = 500$

eşitlik (2) de yerine koyarsak,

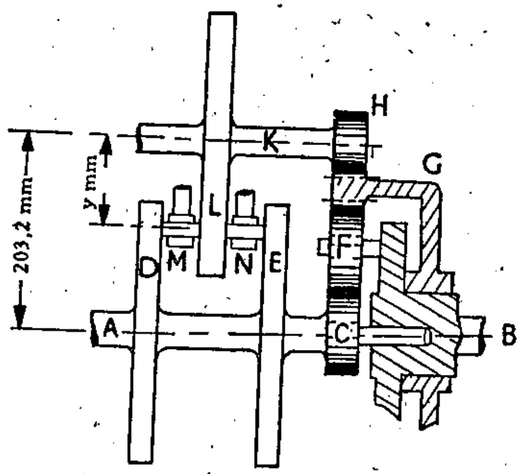
$$200 = -\frac{t_G}{t_H}\left(100 - 500\,\frac{t_C}{t_G}\right) \text{'yi elde ederiz.} \qquad (3)$$

(b) den $y_1 + x = 600$ ve $y_1 = -100$

ve $x = 700$ olur.

eşitlik (2) de yerine koyarsak,

$$1000 = -\frac{t_G}{t_H}\left(-100 - 700\,\frac{t_C}{t_G}\right) \tag{4}$$



Şekil: 9.9

Eşitlik (3) ve (4)'ü toplarsak

$$1200 = 1200\,\frac{t_C}{t_H} \tag{4}$$

bu nedenle $t_C = t_H$ olur.

Eşitlik (4) de yerine koyarsak,

$$1000 = 100\,\frac{t_G}{t_H} + 700\,\frac{t_C}{t_H} = 100\,\frac{t_G}{t_H} + 700$$

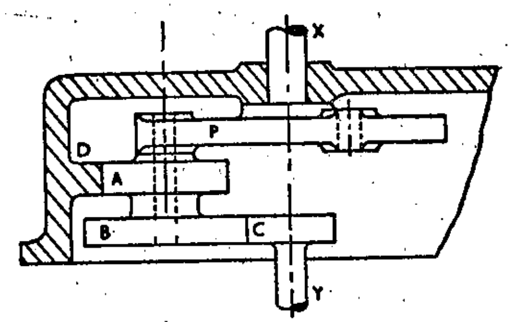
buradan $\frac{t_G}{t_H} = 3$, fakat $t_H = t_C$ olduğundan

$t_G = 3\,t_C$

7) Şekil 9.10 da görülen episiklik dişlide, X miline bağlanmış bir P diski, üzerinde üç takım dişli bulunan, üç pimi taşıyor. A ve B takımları pim üzerinde serbest olarak dönüyor. A dişlisi, kasa üzerinde bulunan D iç dişlisiyle, ve B dişlisi de Y miline bağlanmış C dişlisiyle kavratılmıştır.

(a) D dişlisinin diş sayısını, (b) X ve Y arasındaki hız oranını, (c) Y'nin hızını 5 sn. içerisinde 2500 dev/dak'ya çıkartmak için X'e uygulanacak sabit torku bulunuz.

Dişli	Diş sayısı	Modül	Ağırlık	Atalet yarıçapı
p diski ve X mili	—	—	2,449 kg.	71,22 mm
A B	16 32	5 3,25	toplam 0,544 kg	36,83 mm
C dişlisi ve Y mili	16	3,25	1,270 kg	40,64 mm



Şekil 9.10

ÇÖZÜM : D'nin B.D.Ç. $= \text{Modül} \times T_C + P \times T_B + P \times T_A$

$= 3{,}25 \times 16 + 3{,}25 \times 32 + 5 \times 16 = 236$ mm.

Şimdi D'nin modülü, A ile kavrayabilmesi için 5 olmalıdır.

Bu nedenle $T_D = \frac{236}{5} = 47$ diş

(b)

Durum	Kol P ve X	C — 16 Y mili	B — 32 Bileşik	A — 16	D — 47 sabit
P kolunu sabitleştir ve C'ye +1 devir yaptır	0	+1	$-\frac{16}{32}=-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\times\frac{16}{47}=-\frac{8}{47}$
x ile çarp	0	+x	$-\frac{x}{2}$	$-\frac{x}{2}$	$-\frac{8}{47}\cdot x$
y'yi ekle	y	y+x	$y-\frac{x}{2}$	$y-\frac{x}{2}$	$y-\frac{8}{47}\times$

$y = 1$ dev/dak olsun, ayrıca $y - \frac{8}{47}x = 0$ ve buradan $x = \frac{47}{8}$

Bu nedenle

$$C\text{nin hızı} = y + x = 1 + \frac{47}{8} = \frac{55}{8} \text{ dev/dak} = Y\text{'nin hızı}$$

Buradan Hız oranı $= \dfrac{Y \text{nin hızı}}{x \text{in hızı}} = \dfrac{55}{8}$

(c) P (X) nin açısal hızı $= \Omega_P = y = 1$ dev/dak

C (Y) nin açısal hızı $= \Omega_C = y + x = \frac{55}{8}$ dev/dak.

B (A)'nın açısal hızı $= \Omega_{B-A} = y - \frac{x}{2} = -\frac{31}{16}$ dev/dak.

α_P, α_C, α_{BA} = P, C ve B(A)'nın açısal ivmesi ve

I_P, I_C, I_{AB} = P, C ve B (ve A) nın atalet momenti olsun.

Şimdi

$$\alpha_C = \alpha_Y = \frac{\text{Hız değişimi}}{\text{süreç}} = \frac{2500 \times 2\pi}{60 \times 5} = \frac{50\pi}{3} \text{ rad/sn}^2$$

Bu nedenle $\alpha_P = \alpha_X = \frac{8}{55}\alpha_C \ldots \frac{\Omega_X}{\Omega_Y} = \frac{8}{55}$

$$= \frac{8}{55} \times \frac{50\pi}{3} = 7{,}616 \text{ rad/sn}^2$$

Şimdi,

P (ve X)'i hızlandırmak için X'e uygulanan tork

$$T_{P_1} = I_P \cdot \alpha_C \qquad (1)$$

C (ve Y) i hızlandırmak için Y'ye uygulanan tork $T_C = I_C \cdot \alpha_C$

Yüzde 100 lük bir iletim verimi olduğunu kabul edersek

$$T_C \cdot \Omega_C = T_{P_2}\,\Omega_P \quad \text{ve} \quad \frac{\alpha_P}{\alpha_C} = \frac{\Omega_P}{\Omega_C}$$

Bu nedenle Y'ye T_C torkunu vermek için X'e uygulanan T_{P_2} torku,

$$\frac{T_C\,\Omega_C}{\Omega_P} = I_C\,\alpha_C \cdot \frac{\Omega_C}{\Omega_P} = I_C\,\alpha_P\left(\frac{\Omega_C}{\Omega_P}\right)^2 \qquad (2)$$

A ve B'yi hızlandırmak için, bunların merkezlerine uygulanan tork $T_{BA} = I_{AB} \cdot \alpha_{AB}$

Ayrıca A ve B yi hızlandırmak için X'in merkezi etrafında uygulanan tork $T_{P_3} = \frac{W}{g} \cdot a^2 \cdot \alpha_P$ (3)

burada W = A ve B'nin ağırlığı

ve a = X ve A'nın merkezler arası uzaklığı.

$$= \frac{1}{2}\, t_C \times p + \frac{1}{2}\, t_B \times p = \frac{16 \times 3{,}25}{2} + \frac{32 \times 3{,}25}{2}$$

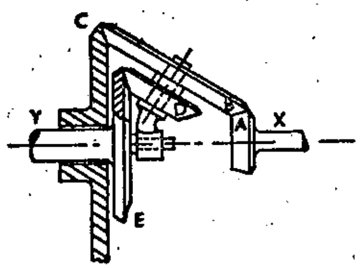
$= 78$ mm.

Şimdi yüzde 100 verimle

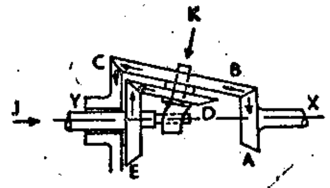
$$T_{AB} \cdot \Omega_{AB} = T_{P_4}\,\Omega_P \quad \text{ve} \quad = \frac{\alpha_P}{\alpha_{AB}} = \frac{\Omega_P}{\Omega_{AB}}$$

Bu nedenle A ve B'ye T_{AB} torkunu vermek için X'e uygulanan T_{P_4} torku

$$\frac{T_{AB} \cdot \Omega_{AB}}{\Omega_P} = I_{AB} \cdot \frac{\alpha_{AB} \cdot \Omega_{AB}}{\Omega_P} = I_{AB} \cdot \alpha_P \left(\frac{\Omega_{AB}}{\Omega_P}\right)^2 \qquad (4)$$



Şekil: 9.11



Şekil: 9.12

Üç takım bileşik dişli A — B olduğundan, Y'nin hızını 5 sn içinde 0'dan 2500 dev/dak'ya çıkartmak için X'e uygulanacak sabit tork

$$T_P = T_{P_1} + T_{P_2} + 3T_{P_3} + 3T_{P_4}$$

$$= \alpha_P\left[I_P + I_C\left(\frac{\Omega_C}{\Omega_P}\right)^2 + 3\,\frac{W}{g}\,a^2 + 3I_{AB}\left(\frac{\Omega_{AB}}{\Omega_P}\right)^2\right]$$

$$= \frac{7{,}616}{9{,}81\times1000}\left[(2{,}449\times71{,}12^2) + 1{,}270\times40{,}64^2\times\frac{3025}{64}\right)$$

$$+ (3\times0{,}544\times78{,}0\times78{,}0) + \left(3\times0{,}544\times36{,}83^2\times\frac{961}{216}\right)\Bigg]$$

$$= 102 \text{ kg-mm.}$$

8) Şekil 9.11 de görülen dişli treninde; C sabit, X çeviren mil ve Y çevrilen mildir. BD bileşik dişlisi, X ve Y eksenleri etrafında serbest olarak dönebilen bir mil üzerinde dönüyor.

(a) Eğer diş sayıları oranı T_B/T_D, T_C/T_E'den büyükse E dişlisinin A ile aynı yönde döndüğünü, (b) Eğer T_B/T_D oranı T_C/T_E'den küçükse E'nin ters yönde döneceğini kanıtlayınız.

Eğer A, B, C, D ve E dişlilerinin diş sayıları sırasıyla 17, 60, 75, 19 ve 25 ise ve X miline 500 dev/dak da 10 B.G. veriliyorsa, Y milinin çıkış torku ne olur? Ayrıca B ve D'nin ortalama çapları 375 mm ve 118,75 mm ise D ve E dişlileri ile B ve C dişlileri arasındaki değme noktalarında; bölüm konisine teğetsel kuvvetler nedir?

ÇÖZÜM : Burada kabul edilen esasa göre, J ve K yönünde bakıldığında saat yönündeki dönüşler pozitif, ve saatın ters yönündekiler negatiftir. (Şekil 9.12'ye bakınız.)

Durum	Kol	A — T_A ve X	B — T_B	D — T_D	C — T_C sabit	E — T_E ve Y
			Bileşik			
Kolu tesbit et ve A'ya +1 devir ver	0	+1	$+\frac{T_A}{T_B}$	$+\frac{T_A}{T_B}$	$-\frac{T_A}{T_B}\cdot\frac{T_B}{T_C}$	$-\frac{T_A}{T_B}\cdot\frac{T_D}{T_E}$
x'le çarp	0	+x	$+\frac{T_A}{T_B}\,x$	$+\frac{T_A.x}{T_B}$	$-\frac{T_A.x}{T_C}$	$-\frac{T_A.T_D.x}{T_B.T_E}$
y'yi ekle	y	y+x	$y+\frac{T_A.x}{T_B}$	$y+\frac{T_A.x}{T_B}$	$y-\frac{T_A.x}{T_C}$	$y-\frac{T_A.T_D.x}{T_B.T_E}$

Şimdi $\quad y+x=1 \quad$ ve $\quad y-\frac{T_A.x}{T_C}=0 \quad$ kabul edelim.

Bu nedenle

$$y=1-x=\frac{T_A.x}{T_C} \quad \text{buradan} \quad T_C = T_C.x + T_A.x$$

Buradan

$$x=\frac{T_C}{T_C+T_A} \quad \text{ve} \quad y = 1-\frac{T_C}{T_C+T_A} = \frac{T_A}{T_C+T_A}$$

(a) $\;$ Y nin hızı $= y-\frac{T_A.T_D.x}{T_B.T_E} = \frac{T_A}{T_C+T_A} - \frac{T_A.T_D}{T_B.T_E}\cdot\frac{T_C}{(T_C+T_A)}$

$$= \frac{T_A}{T_C+T_A}\left[1-\frac{T_D.T_C}{T_B.T_E}\right]$$

Şimdi, X'in hızı $= y+x = +1$ dev/sn.

Y nin hızını dikkate aldığımız zaman, eğer kare parantez içindeki değer, deki değer,

$$\frac{T_D.T_C}{T_B.T_E}<1 \quad \text{ise}$$

Y (E)'nin hızı pozitif değerli olacak ve buradan X ve Y aynı yönde dönecektir. Bu durum için,

$$\frac{T_D \, . \, T_C}{T_B \, . \, T_E} < 1 \quad \text{veya} \quad \frac{T_B \, . \, T_E}{T_D \, . \, T_C} > 1 \quad \text{olacaktır.}$$

Bu nedenle A ve E nin aynı yönde dönmesi için

$$\frac{T_B}{T_D} > \frac{T_C}{T_E} \quad \text{olacaktır.}$$

(b) Benzer şekilde $\quad \frac{T_D \, . \, T_C}{T_B \, . \, T_E} > 1$ ise

Y'nin hızı negatif değerli olup X ve Y (veya A ve E) ters yönde dönerler ve bu durum için,

$$\frac{T_D \, . \, T_C}{T_B \, . \, T_E} > 1 \quad \text{veya} \quad \frac{T_B \, . \, T_E}{T_D \, . \, T_C} < 1$$

Bu nedenle A ve E'nin ters yönde dönmeleri için

$$\frac{T_B}{T_D} < \frac{T_C}{T_E} \quad \text{olmalıdır.}$$

verilenler : $T_A = 17$, $T_B = 60$, $T_C = 75$, $T_D = 19$, $T_E = 25$

X (veya A)'nın hızı $= y + x = 500$ dev/dak.

$$\text{C nin hızı} = y - \frac{T_A \, . \, x}{T_C} = y - \frac{17}{75} \, x = 0$$

Buradan $\quad x = \frac{75}{92} \times 500 = 407{,}6$ ve $y = 92{,}4$

Böylece

$$\text{Y'nin hızı} = y - \frac{T_A \, . \, T_D \, . \, x}{T_B \, . \, T_E} = 92{,}4 - \frac{17 \times 19 \times 407{,}6}{60 \times 25}$$

$= 4{,}64$ dev/dak. ve X mili ile aynı yönde.

$$\text{Çıkış torku } T_Y = \frac{\text{B.G.} \times 4500}{2\pi \, . \, N_Y} = \frac{10 \times 4500}{2\pi \times 4{,}64} = 1543{,}5 \text{ kg-m}$$

$$\text{Giriş torku } T_X = \frac{\text{B.G.} \times 4500}{2\pi \, . \, N_X} = \frac{10 \times 4500}{2\pi \times 500} = 14{,}32 \text{ kg-m.}$$

C üzerindeki tutma torku $= T_C =$ rölativ tork $= T_Y - T_X$

$= 1529{,}2$ kg-m

B ve D dişlilerinin diş sayıları sırasıyla 60 ve 19, ve onların bölüm dairesi çapları da 375 mm ve 118,75 mm olduğundan

$$\text{Modül} = \frac{375}{60} = \frac{118{,}75}{19} = 6{,}25$$

Böylece E dişlisinin B.D.Ç. $= 6{,}25 \times 25 = 156{,}25$ mm.

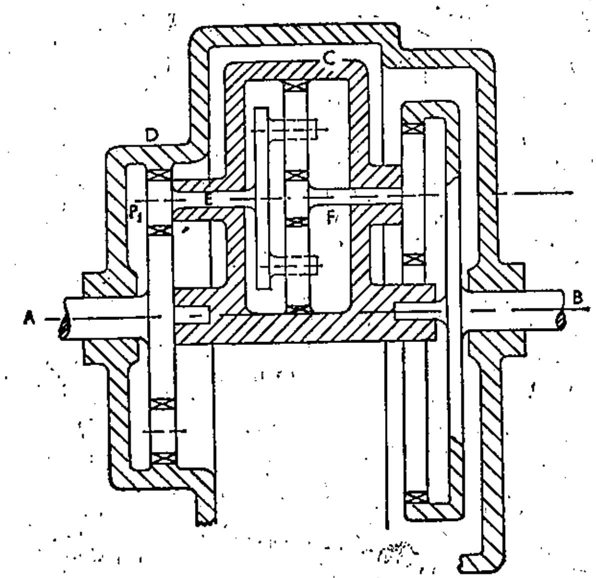
ve $\quad$ C dişlisinin B.D.Ç. $= 6{,}25 \times 75 = 468{,}75$ mm.

D ve E dişlileri arasındaki teğetsel kuvvet

$$= \frac{\text{çıkış torku } T_Y}{\text{C dişlisinin B.D. yarıçapı}} = \frac{1543{,}5 \times 1000}{78{,}125} = 19756 \text{ kg.}$$

B ve C dişlileri arasındaki teğetsel kuvvet

$$= \frac{\text{tutma torku } T_C}{\text{E dişlisinin B.D. yarıçapı}} = \frac{1529{,}2 \times 1000}{234{,}375} = 6524{,}6 \text{ kg.}$$



Şekil: 9.13

9) Şekil 9.13 bileşik bir episiklik dişliyi gösteriyor. Burada Büyük D kafesi içinde bulunan C kafesi, bir episiklik dişli grubunu kapsıyor.

D kafesi sabit tutulduğu zaman, B çıkış mili hızının A giriş miline göre hız oranını bulunuz. Aşağıdaki sayılar değişik dişlilerin diş sayılarını gösteriyor.

A dişlisi	80
B üzerindeki iç dişli	160
C " " "	100
D " " "	120
F üzerindeki küçük pinyon	20
F üzerindeki büyük pinyon	66

ÇÖZÜM : Diğer dişlilerin diş sayıları $P_1 = 20$, $P_2 = 40$. A, P_1 D ve kol (C kafesi) takımını ele alalım. P_1, E'nin üzerindedir.

Durum	Kol	A — 80	P — 20	D — 120 sabit
Kolu sabitleştir ve A'ya +1 devir yaptır.	0	+1	$-\frac{80}{20} = -4$	$-\frac{4 \times 20}{120}$
x ile çarp	0	+x	—4x	$-\frac{2}{3}x$
y'yi ekle	y	y+x	y — 4x	$y - \frac{2}{3}x$

A'nın 1 dev/sn yaptığını kabul edelim.

Bu nedenle $y + x = 1$

$$y - \frac{2}{3}x = 0$$

buradan $x = \frac{3}{5}$, $y = \frac{2}{5}$

Böylece kol hızı $= y = \frac{2}{5}$

P_1'in hızı $= y - 4x = -2$

C, P_1, P_2 ve F üzerindeki pinyonu (P_2 ile kavratılmış) ele alalım,

F üzerinde bulunan pinyonun diş sayısı $= 20$

C'nin hızı = 1 inci guruptaki kolun hızı

Bu nedenle $y_1 - \frac{x_1}{5} = y = \frac{2}{5}$

Durum	Kol P_1 veya E	C — 100	F — 20	P_2 — 40
E kolunu tesbit et ve F'ye +1 devir yaptır.	0	$-\frac{1}{2} \times \frac{40}{100}$	+1	$-\frac{20}{40} = -\frac{1}{2}$
x_1 ile çarp	0	$-\frac{x_1}{5}$	$+x_1$	$-\frac{x_1}{2}$
y_1'i ekle	y_1	$y_1 - \frac{x_1}{5}$	$y_1 + x_1$	$y_1 - \frac{x_1}{2}$

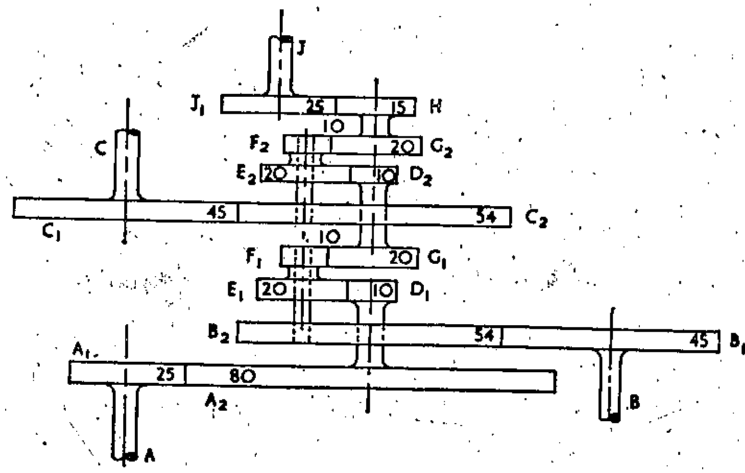
P_1 (veya E)'nin hızı $= y_1 = y - 4x = -2$

Buradan $y_1 = -2$ ve $\frac{x_1}{5} = y_1 - \frac{2}{5} = -2\frac{2}{5}$

Böylece $x_1 = -12$

F, F_2, B ve C kolu takımını ele alalım.

Durum	Kol C	F — 66	B — 160
C kolunu tesbit et ve B'ye +1 devir yaptır.	0	$+\frac{160}{66}$	+1
x_2 ile çap	0	$+\frac{80}{33}x_2$	$+x_2$
y_2'yi ilave et	y_2	$y_2 + \frac{80}{33}x_2$	$y_2 + x_2$



Şekil: 9.14

Şimdi C'nin hızı

$$y_2 = y_1 - \frac{x_1}{5} = y = \frac{2}{5}$$

ayrıca $\quad y_2 + \frac{80}{33}\, x_2 = y_1 + x_1 = -14$

Buradan $\quad -\frac{80}{33}\, x_2 = \frac{72}{5}$

ve $\quad x_2 = -\frac{297}{50}$

Bu nedenle

$$\text{B'nin hızı} = y_2 + x_2 = \frac{2}{5} - \frac{297}{50} = -5{,}54 \text{ dev/sn.}$$

fakat A nın hızı $= +1$ dev/sn

Böylece B'nin hızı $= 5{,}54 \times$ A'nın hızı ve bu iki mil ters yönde dönerler.

10) Şekil 9.14, iki episiklik dişli sisteminden oluşan bir fiat hesaplama mekanizmasının bir parçasını gösteriyor. A, B ve C milleri, diğer dişlilerle (görülmüyor) aynı yönde döndürülüyor ve sırası ile 16, 8 ve

24 devir yapıyorlar. B mili üzerindeki B_1 dişli çarkı, üzerinde E_1F_1 bileşik dişlisinin serbest olarak döndüğü bir pimi taşıyan B_2 dişlisi ile kavratılıyor. C_1, üzerinde E_2F_2 bileşik dişlisinin serbest olarak döndüğü pimi taşıyan C_2 ile kavratılıyor. A_1, D_1 ile bileşik olan A_2 dişlisiyle irtibatlı, G_1 ile D bileşik ve G_2 ile H bileşikdir.

H dişlisi ile birlikte çalışan J_1 dişlisinin kamalandığı J milinin yaptığı devir sayısını bulunuz. Diyagramda yazılı rakamlar diş sayılarını gösteriyor.

ÇÖZÜM : A, B ve C sırasıyla $+16$, $+8$ ve $+24$ devir yaptıklarından

A_2 (ve D_1), $\frac{25}{80} \times 16 = -5$ dev. yapar.

ayrıca B_2, $\frac{45}{54} \times 8 = -\frac{20}{3}$ dev. ve

C_2, $\frac{45}{54} \times 24 = -20$ dev. yapar.

İlk olarak B_2 (kol), D_1 (ve A_2), E_1, ve F_1 takımını ele alalım.

TABLO I

Durum	B_2 (kol) 54	D — 10	E_1 — 20	F_1 — 10
B_2 kolunu tesbit et ve D_1'e +1 devir yaptır	0	+1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
x ile çarp	0	+x	$-\frac{x}{2}$	$-\frac{x}{2}$
y'yi ilave et	y	y+x	$y - \frac{x}{2}$	$y - \frac{x}{2}$

Sonra F_1, G (D_2), E_2, F_2, G_2 (H) ve C_2 (kol) takımını ele alalım.

TABLO II

Durum	C_2 (kol)	G_1 (D_2) 20 10	F — 10	E_2 — 20	F_2 — 10	G_2 — 20
C_2 kolunu tesbit et ve G_1'e +1 devir yaptır.	0	$+1$	-2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{4}$
x_1 ile çarp	0	$+x_1$	$-2x_1$	$-\frac{x_1}{2}$	$-\frac{x_1}{2}$	$+\frac{x_1}{4}$
y_1'i ekle	y_1	y_1+x_1	y_1-2x_1	$y-\frac{x_1}{2}$	$y-\frac{x_1}{2}$	$y_1+\frac{x_1}{4}$

I ve II nolu tablolardan ve çıkarılan bilgilerden

$$D_1 = y+x = -5$$

$$B_2 = y = -\frac{20}{3}$$

$$C_2 = y_1 = -20$$

$$F_1 = y - \frac{x}{2} = y_1 - 2x_1$$

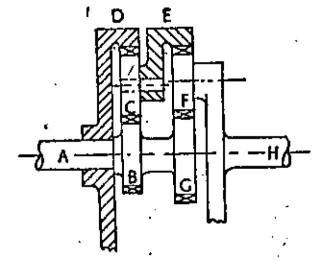
Buradan $y = -\dfrac{20}{3}$

$$x = -5 - y = +\frac{5}{3}$$

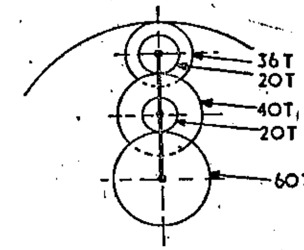
$$F_1 = -\frac{20}{3} - \frac{5}{6} = -20 - 2x_1$$

Bu nedenle $x_1 = -6\,\dfrac{1}{4}$

ve



Şekil: 9.15



Şekil: 9.16

G_2 (ve H)'nin devir sayısı $= y_1 + \dfrac{x_1}{4}$

$$= -20 - \frac{25}{16} = -\frac{345}{16}$$

Böylece

J_1 (ve J)'nin devir sayısı $= +\dfrac{345}{16} \times \dfrac{15}{25}$

$= 12\dfrac{15}{16}$ devir ve A, B ve C ile aynı yönlü.

11) Şekil 9.15 de bileşik bir episiklik dişli görülüyor. B ve G dişlileri A mili ile bütündür ve D iç dişlisi sabittir. C gezegen dişli, E iç dişlisi üzerinde bulunan bir pim etrafında ve F gezegen dişlisi de H miline kamalı kol üzerinde bulunan bir pim etrafında serbest olarak dönüyor.

Dişlilerin diş sayıları şöyledir: B — 20, D — 80, G — 24, ve E — 80.

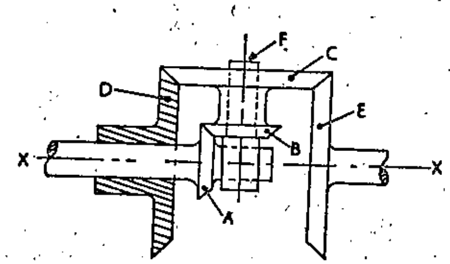
A mili 2000 dev/dak ile döndüğü zaman, H milinin rölativ dönme yönünü ve hızını bulunuz.

Cevap : 769,2 dev/dak ve A ile aynı yönde.

12) Bir episiklik dişli sistemi, güneş dişlisi merkezi etrafında dönebilen bir kola bağlanmış olan bileşik bir takımdan oluşuyor. Şekil 9.16. Bütün dişli çark dişlerinin modülü aynıdır. Eğer güneş dişlisi sabit olarak tutulursa, iç dişli saat yönünde 1 dev/sn ile döndürüldüğü zaman kolun açısal hızını ve dönme yönünü bulunuz.

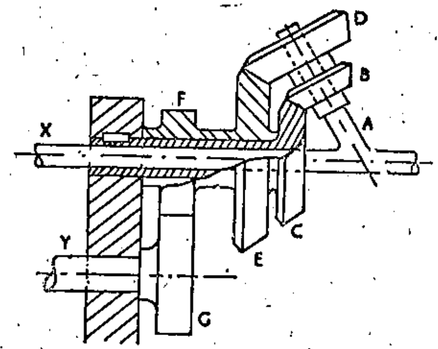
İç dişli dönmeye devam ederken, güneş dişlisi saatin ters yönünde 2 dev/sn ile döndürülürse, kolun yeni açısal hızını ve dönüş yönünü bulunuz.

Cevap : 4,4 dev/sn. saatin ters yönünde, 15,2 dev/sn. ve saatin ters yönünde.



Diferansiyel dişli A-20 B-25 C-50
D-60 E-60

Şekil: 9.17



Şekil: 9.18

13) Bir episiklik dişli, Şekil 9.17 de görüldüğü gibi düzenlenmiş düz konik dişlilerden oluşuyor. Çevrilen dişli A'nın 20 dişi olup, 25 dişli B çarkı ile birlikte çalışıyor.

Bir-birine tesbit edilmiş B ve C dişlileri F mili üzerinde serbest olarak dönüyorlar. F mili, ana eksen XX etrafında radyal olarak dönüyor. C dişlisinin 50 dişi olup, her birinde 60 diş olan D ve E dişlileri ile kavratılıyor. A, 200 dev/dak ile döndüğü zaman E'nin hızını ve yönünü bulunuz. a) Eğer D sabitse, (b) Eğer D, A ile aynı yönde 100 dev/dak ile dönerse. Her iki durumda da A ve E dişlileri millerinin ilettiği tork oranını sürtünmeyi ihmal ederek bulunuz.

Cevap : (a) 800 dev/dak ve A ile ters yönde, (b) 300 dev/dak ve A ile ters yönde.

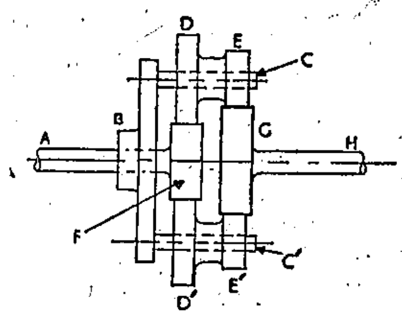
$$\frac{\text{A üzerindeki tork}}{\text{E üzerindeki tork}} = 4 \quad \text{(a) şıkkı ve (b) şıkkı için aynı.}$$

14) Şekil 9.18 de X mili 500 dev/dak ile dönen bir dişli takımı görülüyor. X mili ile tek parça olan A mili üzerinde bileşik B ve D düz konik dişlileri birlikte serbest olarak dönebiliyor. B dişlisi C dişlisiyle ve D dişlisi de F düz dişlisi ile tek parça olan E dişlisi ile birlikte çalışıyor. F dişlisi, X ile ters yönde dönüş yapan Y mili üzerinde bulunan G dişlisi ile kavratılıyor. C düz konik dişlisi yatağa kama ile bağlanmıştır.

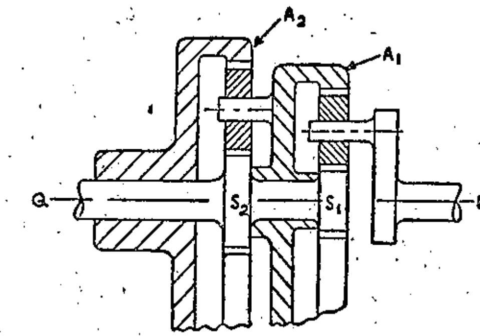
C, D, E F ve G dişlilerinin diş sayıları sırasıyla 20, 27, 32, 24 ve 30 dur. X ve Y milleri arasında 1 : 20 lik bir hız düşürmesi yapmak için B dişlisi üzerinde bulunması gerekli olan diş sayısını bulunuz.

Cevap : 18 diş.

15) Şekil 9.19 da görülen episiklik dişli grubunda, bütün dişlerin modülü 6,25 dir. A miline bağlanmış F (40 T) dişlisi sabittir D (50 T) ve E (30 T) dişlileri tek bir parçadan yapılmış olup, B diskine bağlı C pimi üzerinde serbest olarak dönebiliyor. Buna benzer bir D' ve E' pinyonları C' pimine geçiriliyor. B serbest olarak A mili üzerinde dönebiliyor. G dişlisi, H çeviren mil üzerine takılmıştır. B diskinin polar atalet momenti, C ve C' pimlerininki dahil, 3511,67 kg-cm² dir. D ve E birlikte



Şekil: 9.19



Şekil: 9.20

3,175 kg ve eksenlerine göre polar atalet yarıçapı 76,2 mm dir. G'nin 585,27 kg-cm² lik bir polar atalet momenti vardır.

B'nin açısal ivmesinin 5 rad/sn² olması için H miline uygulanacak ve sistemi hızlandıracak olan torkun değerini bulunuz.

Cevap : 857 kg-mm.

16) Şekil 9.20, S_1 ve S_2 dişlileri Q miline rijid olarak bağlanmış olan bileşik bir episiklik dişli trenini gösteriyor A_2 iç dişlisi saatin ters yönünde 500 dev/dak ile döndürülürken P mili saat yönünde 1000 dev/dak ile dönerse, Q milinin hızını ve dönüş yönünü bulunuz.

Dişli çarkların diş sayıları şöyledir: $S_1 = 25$, $S_2 = 40$; $A_1 = 100$, $A_2 = 120$.

Cevap : 3250 dev/dak ve saat yönünde.

17) Bir episiklik dişli takımının sabit bir dış halka dişlisi, 50 dişli bir güneş dişlisi ve her birinin diş sayısı 25 olan ve üçlü kol üzerinde taşınan 3 gezegen dişlisi vardır. Gezegen dişlilerin merkez yörüngeleri yarıçapı 101,6 mm dir. Değişik parçaların ağırlıkları ve polar eksenlerine göre atalet yarıçapları şöyledir:

	Ağırlık	Atalet yarıçapı
Güneş dişlisi	3,62 kg	50,8 mm
Üçlü kol	9,07 kg	76,2 mm
Gezegen dişliler (herbiri)	1,13 kg	25,4 mm

Eğer güneş dişlisi 600 dev/dak ile döndürülürse dişli trenin toplam kinetik enerjisini m-kg cinsinden bulunuz.

Cevap : 4,285 m-kg.

18) (a) İki dişli çark arasında sabit bir hız oranı için esas olan ve diş profilleri tarafından karşılanan geometrik koşulları belirleyiniz ve bu koşulları, bir iç dişli ile birlikte çalışan bir pinyonun oluşturduğu evolvent profilin sağlayacağını kanıtlayınız.

(b) Basit bir episiklik takımda, güneş dişlisi etrafında simetrik olarak dizilmiş ve halka dişli ve güneş dişli ile irtibatlı N tane gazegen dişli vardır.

Güneş dişlisinin diş sayısı S ve her bir gezegen dişlinin diş sayısı W dir.

Dişli takımı bir araya getirildiği zaman $\frac{2\,(W+S)}{N}$ değerinin bir tam sayı olacağını kanıtlayınız.

19) Bir episiklik dişli kutusunda, çeviren mile takılmış modülü 3,25 ve diş sayısı 36 olan bir güneş dişlisi vardır. Çeviren milin, güneş dişlisi ile birlikte ağırlığı 3,628 kg ve atalet yarıçapı 38,1 mm dir. Çevrilen milin dönen parçalarının ağırlığı örümcekle birlikte (gezegen dişliler hariç) 8,164 kg ve atalet yarıçapı 101,6 mm dir.

Çatal kol, her birinin ağırlığı 0,907 kg ve atalet yarıçapı 31,75 mm olan 12 dişli üç gezegen dişliyi üzerinde taşıyor. Gezegen dişliler, güneş dişli ve iç tarafına diş açılmış halka dişli ile kavratılıyor.

Belirli bir anda çeviren milin açısal hızı 15 rad/sn ve açısal ivmesi 60 rad/sn² dir. (a) Çevrilen milin açısal hızını ve ivmesini, (b) belirtilen ivmeyi sağlamak için çeviren mile uygulanacak torku, ve (c) dişli kutusu üzerindeki tutma momentini bulunuz.

Cevap : (a) 5,625 rad/sn, 22,5 rad/sn²

(b) 156 kg-m

(c) 80,64 kg-m.

20) "Güneş ve gezegen" tipi bir episiklik dişlide, halka dişlinin 72 dişi, güneş dişlisinin 18 dişi vardır. (a) Eğer güneş dişlisini çeviren giriş mili 300/dak ile döner ve 5 B.G. iletilirse, dönmeyi önlemek için halka dişliye uygulanacak torku bulunuz.

(b) Eğer çıkış gücü kolda 3 B.G.ne düşürülürse ve giriş (a) maddesinde olduğu gibi ise, halka dişli hangi hızda dönmeye bırakılmalıdır?

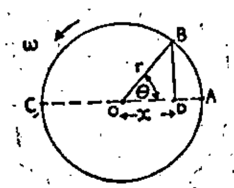
Cevap : (a) 47,75 kg-m, (b) 30 dev/dak.

BÖLÜM 10

TİTREŞİMLER

Basit Harmonik (uyumlu) Hareket : Bir cisim, bir O denge konumunun herhangi bir yanında, O'ya yönelik ivmesi, O'dan itibaren yer değiştirme miktarı ile doğru orantılı olacak şekilde salınırsa, o zaman cisim basit harmonik hareket (B.H.H.) yapmış olur.

Şekil 10.1 r yarıçaplı dairesel bir yörünge üzerinde ω rad/sn lik düzgün bir açısal hızla devinen küçük bir A cismini gösteriyor.



Şekil: 10.1

$r =$ uzanım (amplitud) olsun.

A, t sn. içinde θ radyanlık bir açı kadar dönerek B'ye gelsin ve D de B noktasının AC çapı üzerindeki iz düşümü olsun.

O zaman, Çizgisel yer değiştirme $x = r\cos\theta = r\cos\omega t$ (1)

Çizgisel hız $v = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{dx}{d\theta}\cdot\dfrac{d\theta}{dt} = -\omega r\sin\theta = -\omega r\sin\omega t$ (2)

ve çizgisel ivme $f = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \dfrac{dv}{d\theta}\cdot\dfrac{d\theta}{dt} = -\omega^2 r\cos\theta$

$= \omega^2 r\cos\omega t$

Bu nedenle $f = -\omega^2 x$ (3)

Böylece, $\dfrac{\text{Çizgisel ivme } f}{\text{Çizgiselyer değiştirme } x} = \omega^2 = \text{bir sabit}$ (4)

Eksi işaret yazılmaz. İşaretin önemi; x, 0 noktasından başlayarak ölçüldüğü zaman, f çizgisel ivme O'ya doğru etkir.

Buradan görülebileceği gibi, eğer cisim AC yolunda ileri-geri sallanır ve O denge konumunun herhangi bir tarafında B.H.H. yaparsa, O zaman cismin hareketi, cismin ω açısal hızı ile çevresinde döndüğü ve uzanımı $r = \frac{1}{2}$ AC olan B.H.H. dairesi ile temsil edilebilir.

Şimdi

frekans $N = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\text{Çizgisel ivme } f}{\text{Çizgisel yer değiştirme } x}}$ salınım/sn (5)

ve, Salınım Süreci $t = \dfrac{1}{N} = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{x}{f}}$ sn. (6)

Çizgisel ivme = yarıçap × açısal ivme α,

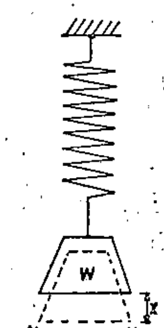
Çizgisel yer değiştirme = yarıçap × açısal yer değiştirme θ olduğundan; dairesel bir yörünge içinde B.H.H. yapan bir cisim için,

$\dfrac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \omega^2$ yazabiliriz. (7)

Böylece açısal salınımın frekansı,

$N = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta}}$ salınım/sn. (8)

Bir Yayın Düşey Salınımı (veya Titreşimi) : Şekil 10.2 üst ucundan bağlanmış ve alt ucunda W kg lık bir ağırlık taşıyan helisel bir çekme yayını gösteriyor. s = kg/cm cinsinden yay sabiti olsun ve sistem



Şekil: 10.2

düşey olarak salınmaya bırakıldığı zaman; x = her hangi bir anda, XX denge konumuna göre cismin düşey yer değiştirme miktarı olsun.

O zaman, yerine getirme kuvveti = s . x ayrıca, ivmelendirme kuvveti = kütle × ivme = $\frac{W}{g} . f$

Bu nedenle $\frac{W}{g} . f = s . x$

ve, $\frac{\text{Çizgisel ivme } f}{\text{Çizgisel yer değiştirme } x} = \frac{s . g}{W} = \text{bir sabit} = \omega^2$

Ek olarak, $\frac{W}{s} = W$ nin kalıcı uzaması $= \delta$

Bu nedenle, düşey titreşimin frekansı

$$N = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{s . g}{W}} \text{ . salınım/sn.} \tag{9}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\delta}} \tag{10}$$

Eğer W_s = yay ağırlığı ise, o zaman yayın atalet etkisine bağlı olarak, W ağırlığına $\frac{1}{3}$ W_s eklenmelidir. Bu durumda

$$N = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{s . g}{W + \frac{1}{3} W_s}} \tag{11}$$

Bileşik Sarkaç (Pendulum) : Şekil 10.3, yatay bir O mili etrafında, düşey düzlem içinde salınan bir cismi gösteriyor.

G, cismin ağırlık merkezi; K = G'nin cm. cinsinden atalet yarıçapı; a = cm. cinsinden OG uzaklığı; θ = radyan cinsinden açısal yer değiştirme miktarı; ve W = kg. cinsinden cismin ağırlığı olsun.

I_O = O'ya göre kütle atalet momenti

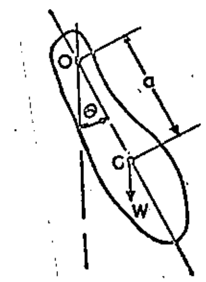
I_G = G'ye göre kütle atalet momenti $= \frac{W}{g} K^2$

Paralel eksenler teoremine göre,

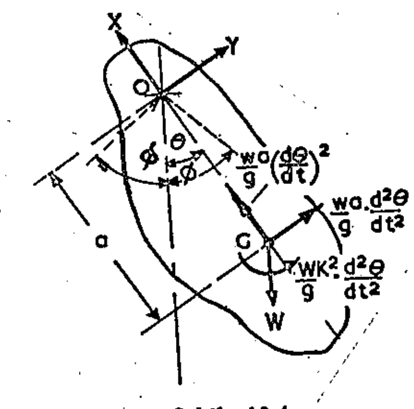
$$I_O = I_G + \frac{W}{g} a^2 = \frac{W}{g} (K^2 + a^2)$$

Cisim titreşirken, küçük uzanımlar için

Yerine getirme torku $T = W . a . \sin\theta \cong W . a . \theta$



Şekil: 10.3



Şekil: 10.4

ayrıca, tork $= I_O \times$ açısal ivme $\alpha = \frac{W}{g} (K^2 + a^2)\, \alpha$

Bu nedenle $\frac{W}{g} (K^2 + a^2)\, \alpha = W . a . \theta$

ve $\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{g . a}{K^2 + a^2} = \text{sabit} = \omega^2$

Böylece, küçük açısal salınımlar için frekans,

$$N = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g . a}{K^2 + a^2}} \text{ salınım/sn.} \tag{12}$$

ve, salınım süreci $t = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{K^2 + a^2}{g . a}}$ sn. (13)

Bileşik Sarkaç Tepkimeleri : Şekil 10.4, O ekseni etrafında salınan bileşik bir sarkacı gösteriyor. Sarkacın ağırlık merkezi G'de olup, OG = a dır.

Sarkaç üzerinde etkiyen kuvvetler; (i) cismin ağırlığı W, (ii) GO yönünde etkiyen merkezcil kuvvet $\frac{W \cdot a}{g}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$, (iii) ivmelendirme kuvveti $\frac{W}{g} f = \frac{W}{g} a \frac{d^2\theta}{dt^2}$, ve kuvvet çifti $I \cdot \alpha = \frac{W}{g} K^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$

O noktasındaki tepkimenin, GO yönünde x ve buna dik doğrultuda etkiyen y bileşenleri vardır.

Şimdi O'ya göre moment alırsak,

$$\frac{W}{g} a^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{W}{g} K^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -W a \sin\theta$$

Buradan $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g \cdot a \sin\theta}{a^2 + K^2} = 0$

Bütün terimleri $2 \frac{d\theta}{dt}$ ile çarpalım. O zaman,

$$\frac{2\,d\theta}{dt} \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{2 g a \cos\theta}{K^2 + a^2} \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad \text{olur.}$$

İntegralini alırsak,

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{2 g a \sin\theta}{K^2 + a^2} + C$$

$\varnothing$ = Düşey konuma göre maksimum açısal yer değiştirme miktarı olsun

$\theta = \varnothing$ olduğu zaman

$\frac{d\theta}{dt} = O$ olur.

Bu nedenle $C = -\frac{2g a}{K^2 + a^2} \cos\varnothing$ olarak bulunur.

Böylece $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{2ga(\cos\theta - \cos\varnothing)}{K^2 + a^2}$

X tepkisini bulmak için, GO yönünde etkiyen kuvvetleri ve efektif kuvvetlerin bu doğrultudaki bileşenlerini alarak eşitleyelim. O zaman

$$X - W\cos\theta = \frac{W}{g} a \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{2 W a^2}{K^2 + a^2} (\cos\theta - \cos\varnothing)$$

ve buradan $X = W\left\{\cos\theta + \frac{2a^2}{K^2 + a^2}(\cos\theta - \cos\varnothing)\right\}$

Y tepkisini bulmak için, G'ye göre moment alalım.

$$Y \cdot a = -\frac{W}{g} K^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{W}{g} K^2 \left(-\frac{g a \sin\theta}{K^2 + a^2}\right)$$

Buradan $Y = \frac{W K^2 \sin\theta}{K^2 + a^2}$

(Bkz. Prob. 10, No. 16)

Burulma Titreşimi. Şekil 10.5, serbest ucunda atalet momenti I olan bir volan bulunan, L boyunda ve d çapındaki düzgün bir mili gösteriyor. Bu durumda sistemin burulma titreşiminin frekansını bulalım.

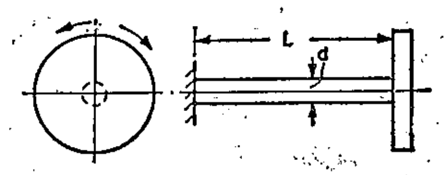
Eğer W = Volanın ağırlığı

ve K = atalet yarıçapı ise,

O zaman $I = \frac{W}{g} K^2$ dir.

q = milin burulma katsayısı, yani, mile 1 radyanlık açısal burulma veren tork miktarı olsun.

θ = radyan cinsinden burulma açısı



Şekil: 10.5

Burulma formülünden $\frac{T}{I_p} = \frac{C \cdot \theta}{L}$ ... $\theta = 1$ rad olduğu zaman $T = q$ olur.

Bu nedenle $q = \frac{C \cdot I_p}{L} = \frac{\pi d^4 C}{32 L}$

C = Mil gerecinin dayanıklılık modülü

Mil ve volan titreşim yaptığı an,

Yerine getirme torku $= q \cdot \theta$

ve, ivmelendirme torku $= I \times$ açısal ivme $= I \cdot \alpha$

Bu nedenle $I \cdot \alpha = q \cdot \theta$

ve $\dfrac{\text{açısal ivme } \alpha}{\text{açısal yer değiştirme } \theta} = \dfrac{q}{I} = \text{sabit} = \Omega^2$

Sonuç olarak, frekans $N = \dfrac{\Omega}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{q}{I}}$ salınım/sn.

(Bkz. Prob. 10, No 18 — 23)

Eğer, milin atalet etkisi dikkate alınsaydı volanın kütle atalet momenti I'ya $\frac{1}{3}$ I_s eklenecekti. Burada I_s = milin kütle atalet momentidir.

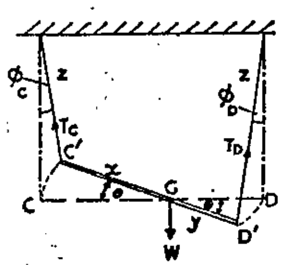
İki İple Asılma. Şekil 10.6, her birinin boyu z olan, iki uzun elastik iple asılmış W ağırlığındaki bir CD çubuğunu gösteriyor.

Çubuk, G ağırlık merkezinden geçen düşey bir eksen etrafında salınım yapmaya zorlandığında, hemen hemen yatay bir düzlem içinde titreşim yapacaktır. x ve y sırasıyla CG ve GD mesafesi olsun.

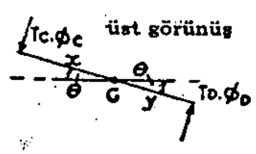
Titreşim anında, cismin yatay düzlemdeki denge konumuna göre açısal yer değiştirme miktarı θ, ve iplerin düşey konuma göre açısal yer değiştirme miktarı da $\varnothing_C$ ve $\varnothing_D$ olsun.

Cisim dururken iplerdeki yükler,

$$T_C = \frac{W \cdot y}{x+y} \quad \text{ve} \quad T_D = \frac{W \cdot x}{x+y} \quad \text{olacaktır.}$$



Şekil: 10.6



Şekil: 10.7

CD cismi titreşim yaparken, $\varnothing$ çok küçük olduğu için düşey ivme etkisi önemsenmiyebilir ve bu gerginliklerin yatay düzlem içinde etkiyen yatay bileşenleri,

C'D' doğrusuna dik olarak C' noktasında etkiyen $T_c \cdot \varnothing_c$

ve C'D' doğrusuna dik olarak D' noktasında etkiyen $T_D \cdot \varnothing_D$

olacaktır.

Küçük açılar için

$x \cdot \theta = z \cdot \varnothing_C$ ve $y \cdot \theta = z \cdot \varnothing_D$ olacağından

$$\phi_C = \frac{x \cdot \theta}{z} \quad \text{ve} \quad \varnothing_D = \frac{y \cdot \theta}{z}$$

Şimdi $T_C \cdot \varnothing_C = T_D \cdot \varnothing_D = \dfrac{W \cdot y \cdot x \cdot \theta}{(x+y)\, z}$

ayrıca, yerine getirme torku $= T_C \cdot \varnothing_C \cdot x + T_D \cdot \varnothing_D \cdot y = \dfrac{W \cdot y \cdot x \cdot \theta}{z}$

ve, ivmelendirme torku = G etrafındaki atalet momenti × açısal ivme

$= I_G \cdot \alpha = \dfrac{W}{g} K^2 \alpha$ olduğundan,

$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{(W \cdot y \cdot x)\, g}{z\, W\, K^2} = \frac{g \cdot x \cdot y}{z\, K^2} = \text{sabit} = \omega^2 \text{ olur.}$$

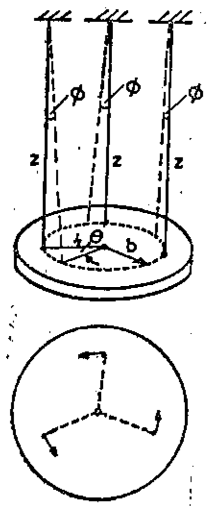
Bu nedenle, frekans $N = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{x \cdot y \cdot g}{z\, K^2}}$ salınım/sn.

Eğer $x = y = L/2$ ise, burada $CD = L$ dir.

$$N = \frac{L}{4\pi K}\sqrt{\frac{g}{z}} \quad \text{salınım/sn.}$$

Üç İple Asılma. Şekil 10.8, her birinin boyu z olan elastik üç uzun iple asılmış W ağırlığındaki bir cismi gösteriyor. İpler G ağırlık merkezi etrafındaki b yarıçaplı daire üzerine, aralarındaki açı 120° olacak şekilde simetrik olarak yerleştirilmiştir.

Titreşim anında, θ = cismin yatay düzlemdeki denge konumuna göre açısal yer değiştirme miktarı, $\varnothing$ = her bir ipin düşey konuma göre, açısal yer değiştirme miktarı olsun. $\varnothing$ ve θ küçük olduklarından, düşey



Şekil: 10.8

İvmenin etkisi önemsenmeyecek kadar küçüktür. Bu nedenle her bir ipteki gerginlik $T = \frac{1}{3} W$,

ayrıca $b \cdot \theta = z \cdot \varnothing$ olur. O zaman her bir gerginliğin yatay bileşeni,

$$T \cdot \varnothing = \frac{1}{3} W \times \frac{b\theta}{z} \text{dir.}$$

Şimdi, yerine getirme torku $= 3 \cdot T \cdot \varnothing \cdot b = \frac{W \cdot b^2 \cdot \theta}{z}$

Ayrıca, ivmelendirme torku $= I_G \cdot \alpha = \frac{W}{g} K^2\alpha$ olduğundan

$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{W b^2 g}{zW K^2} = \frac{g b^2}{z K^2} = \text{sabit} = \omega^2$$

ve frekans $N = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{b}{2\pi K}\sqrt{\frac{g}{z}}$ salınım/sn. olur.

(Bkz. Prob. 10, No. 17)

PROBLEMLER 10

1) Düşey konumda duran geniş kollu ve uçları açık bir U - borusu kısmen civa ile dolduruluyor. U'nun tabanındaki yarım dairenin ortalama yarıçapı 10,16 cm ve civa yüksekliği durgun haldeyken daire merkezinden 25,4 cm yukarıdadır. Civa sütunu hareket ettirilip bırakılıyor. Salınımın frekansını bulunuz.

ÇÖZÜM : $L =$ tüp içindeki civanın toplam boyu, 00 denge konumu, $w =$ birim boydaki civa ağırlığı, ve $y =$ civanın OO'ya göre düşey yer değiştirme miktarı olsun (Şekil 10.9)

Yerine getirme kuvveti $= 2\,\omega\, y$

ayrıca, ivmelendirme kuvveti $=$ kütle $\times$ ivme $= \frac{w L}{g} \cdot f$

Bu nedenle

$$\frac{\text{ivme } f}{\text{Yer değiştirme } y} = \frac{2\,w\,g}{w L} = \frac{2g}{L} = \text{sabit} = \Omega^2$$

Şimdi $L = 25{,}4 + 25{,}4 + \left(\frac{1}{2} \times \pi \times 20{,}32\right) = 82{,}72$ cm.

O zaman, salınım süreci $t = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$

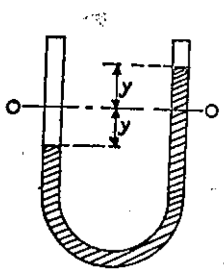
Sonuç olarak $t = 2\pi\sqrt{\frac{82{,}72}{2 \times 9.81 \times 100}} = 1{,}29$ sn.

2) 60,96 cm çapındaki bir volan yatay bir mile sürtünmesiz olarak geçiriliyor. 4.536 kg ağırlığında ve 20,32 cm çapındaki bir silindirik kütle, volan üzerine, ekseni volan eksenine paralel ve ondan 20,32 cm uzağa vida ile tutturuluyor. Bütün sistemin 3,18 sn. süreçli bir salınım yaptığı saptanıyor. Volanın kütlesi nedir?

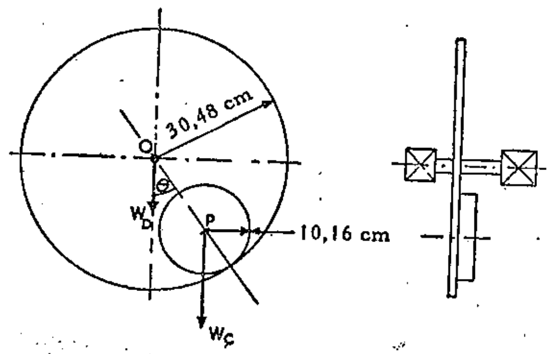
ÇÖZÜM : Şekil 10.10'la ilgili olarak, $g = 9{,}8$ m/sn² olduğunu kabul edelim. W_D ve W_C sırasıyla diskin ve silindirin ağırlığı, D ve d diskin ve silindirin çapı, O volan ve kütlenin salınım merkezi; ve θ küçük açısal yer değiştirme miktarı olsun.

Şimdi,

yerine getiren kuvvet çifti $= W_C \cdot OP \sin\theta \cong W_C \cdot OP \cdot \theta = 4{,}536 \times 20{,}32\,\theta$
ivmelendiren kuvvet çifti $= I_O \cdot \alpha$



Şekil: 10.9



Şekil: 10.10

burada I_O = sistemin O'ya göre atalet momentidir.

O zaman, $\text{Kuvvet çifti} = \left\{\frac{W_D}{g}\cdot\frac{D^2}{8} + \left(\frac{W_C . d^2}{g . 8} + \frac{W_C}{g}\cdot OP^2\right)\right\}\alpha$

$$= \left\{\underbrace{\frac{W_D \times 3716}{8\times g\times 100}}_{\text{Disk}} + \underbrace{\left(\frac{4{,}536\times 412{,}9}{8\times g\times 100} + \frac{4{,}536\times 412{,}9}{g\times 100}\right)}_{\text{silindir}}\right\}\alpha$$

$$= \left\{\frac{W_D}{2{,}1} + 2{,}15\right\}\alpha$$

Bu nedenle $92{,}17\,\theta = \left\{\frac{W_D}{2{,}1} + 2{,}15\right\}\alpha = \frac{1}{2{,}1}(W_D + 4{,}52)\,\alpha$

Buradan $\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{92{,}17\times 2{,}1}{W_D + 4{,}52} = \omega^2$

ve salınım süreci $t = \frac{2\pi}{\omega}$ veya $t^2 = \frac{4\pi^2}{\omega^2}$

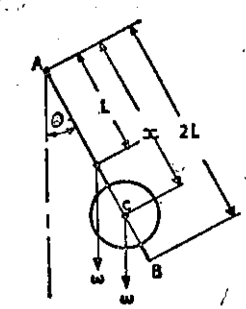
Sonuç olarak, $(3{,}18)^2 = \frac{4\pi^2 (W_D + 4{,}52)}{92{,}17\times 2{,}1}$

ve buradan, $W_D = 45$ kg.

3) Bileşik bir sarkaç, ağırlığı w ve uzunluğu 2L olan düzgün ve ince bir AB çubuğu ile, çapı bu çubukla çakışacak şekilde rijid olarak bağlanmış w ağırlığında ve $\sqrt{\frac{2}{3}}\,L$ yarıçapındaki düzgün dairesel bir diskten oluşuyor. Diskin merkezi A dan x kadar uzaklıktadır. Sarkaç A ucundan

asılı olup, çubuk ve disk düzleminde küçük salınımlar yapıyor. $x = L\left(2\sqrt{\frac{2}{3}} - 1\right)$ olduğu zaman salınım sürecinin en az olduğunu kanıtlayınız.

ÇÖZÜM : Şekil 10.11'le ilgili olarak, sistemin A noktasına göre toplam atalet momenti



Şekil: 10.11

$$I_A = \frac{w}{3g}(2L)^2 + \left(\frac{wr^2}{2g} + \frac{wx^2}{g}\right)$$

$$= \frac{4\,w\,L^2}{3g} + \frac{w}{2g}\left[\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\,L\right) + 2x^2\right]$$

$$= \frac{w}{g}\left[\frac{5}{3}L^2 + x^2\right]$$

Yerine getirme torku $= w\,L \sin\theta + w\,x \sin\theta \cong w\,(L+x)\,\theta$

ve, $\text{tork} = I_A . \alpha$

B.H.H. için $\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{g . w\,(L+x)}{w\left(\frac{5}{3}L^2 + x^2\right)} = \Omega^2$

Bu nedenle, salınım süreci $t = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{5}{3}L^2 + x^2}{(gL + x)}}$

t ile $\sqrt{\frac{\frac{5}{3}L^2 + x^2}{L + x}}$ orantılı olduğundan, t_{min} için, $\sqrt{\frac{\frac{5}{3}L^2 + x^2}{L + x}}$

veya $\dfrac{\frac{5}{3}L^2+x^2}{L+x}$ bir minimum olmalıdır. Bu nedenle bu ifadenin x'e göre türevini alıp sıfıra eşitleyelim.

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{\frac{5}{3}L^2+x^2}{L+x}\right]=\frac{dt}{dx}=\frac{(L+x)\,(2x)-1\left(\frac{5}{3}L^2+x^2\right)}{(L+x)^2}=0$$

$$2\,L\,x+2x^2=\frac{5}{3}\,L^2+x^2$$

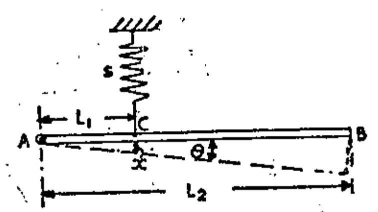
$$x^2+2Lx-\frac{5}{3}\,L^2=0$$

Buradan

$$x=\frac{-2L\pm\sqrt{4L^2+\frac{20}{3}L^2}}{2}=\frac{-2L\pm L\sqrt{\frac{32}{3}}}{2}$$

$$=L\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}-1\right),\quad \text{pozitif değer için}$$

4) 3,048 m uzunluğunda, ve 31,75 kg ağırlığındaki düzgün kesitli rijid bir çubuk, düşey düzlemde serbest olarak salınabilecek şekilde bir ucundan mafsallanıyor. Çubuk hareketsizken, mafsaldan 0,9144 m. uzaklığa konmuş düşey konumdaki küçük bir yayla yatay konumda tutuluyor. Eğer yay, 1,785 kg lık çekme için 1 cm uzayacak sertlikte ise, sistemin titreşim süresini bulunuz.



Şekil: 10.12

ÇÖZÜM : Şekil 10.12 ile ilgili olarak, L_2 = çubuğun boyu = 3,048 m; W = çubuğun ağırlığı = 31,75 kg; L_1 = AC uzaklığı = 0,9144 m; s = yay sabiti = 178,5 kg/m. olsun.

Sistem titreşim yaparken, belirli bir anda,

yayı yerine getirme kuvveti $= P = s\,.\,x = s\,.\,L_1\,.\,\theta$

Bu nedenle

yayı yerine getirme torku $= P\,.\,L_1 = s\,.\,L_1^2\,.\,\theta$

Ayrıca, $\quad \text{tork} = I\,\alpha = \frac{W}{g}\cdot\frac{L_2^2}{3}\,.\,\alpha$

Torkları eşitlersek $\quad \frac{W\,L_2^2}{3g}\;\alpha = s\,.\,L_1^2\,\theta$

Buradan $\quad \dfrac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta}=\dfrac{3\,s\,.\,L_1^2\,g}{W\,L_2^2}=\Omega^2$

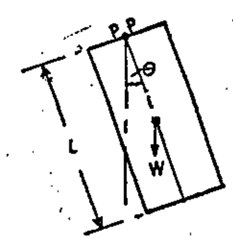
$$\Omega=\sqrt{\frac{3sL_1^2\,g}{W\,L_2^2}}=\sqrt{\frac{3\times178{,}5\times0{,}9144\times0{,}9144\times9{,}81}{31{,}75\times3{,}048\times3{,}048}}=3{,}86\ \text{rad/sn}$$

Bu nedenle titreşim süreci $t=\dfrac{2\pi}{\Omega}=1.628$ sn.

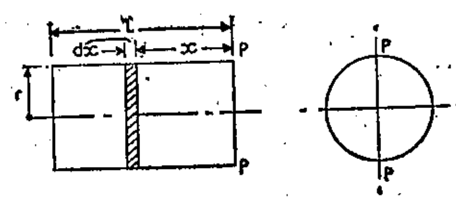
5) Şekil 10.13, üst ucunda çapla çakışan bir yatay eksen etrafında ve düşey düzlem içinde salınan düzgün kesitli bir silindiri gösteriyor. Küçük açısal salınımın frekansını bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 10.13 ve 10.14'e bakınız. İlk olarak PP çapı etrafındaki I_{PP} atalet momentini bulmamız gerekiyor. M, ρ, r ve L sırasıyla silindirin kütlesi, yoğunluğu, yarıçapı ve boyu olsun.

PP den x uzaklıkta bulunan ve kalınlığı dx olan bir disk elemanı alalım.



Şekil: 10.13



Şekil: 10.14

O zaman, Paralel Eksenler Teoreminden

$$I_{PP} = dM \,.\, \frac{r^2}{4} + dM \,.\, x^2 = \pi\, r^2 \rho dx \left(\frac{r^2}{4} + x^2 \right)$$

Toplam $\quad I_{PP} = \pi\, r^2 \rho \int_0^L \left(\frac{r^2}{4} + x^2 \right) dx = \pi\, r^2 \rho \left[\frac{r^2 x}{4} + \frac{x^3}{3} \right]_0^L$

$$= \pi\, r^2 \rho \left[\frac{r^2 L}{4} + \frac{L^3}{3} \right] \quad \text{fakat } M = \pi\, r^2\, L_P$$

Bu nedenle, $I_{PP} = M \left[\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{3} \right] = \frac{W}{g} \left[\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{3} \right]$

Şimdi, $\quad$ yerine getirme torku $= \frac{WL}{2} \sin\theta \cong \frac{W L \theta}{2}$

ek olarak $\quad$ tork $= I_{PP} \,.\, \alpha = \frac{W}{g}\, \alpha \left[\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{3} \right]$ $\quad$ olduğundan,

$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{\frac{1}{2}\, W L}{\frac{W}{g} \left[\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{3} \right]} = \frac{g L}{\frac{r^2}{2} + \frac{2}{3} L^2} = \Omega^2$$

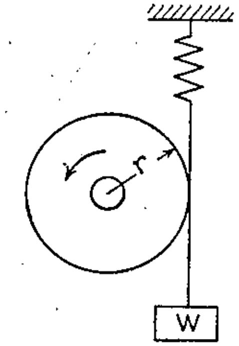
Bu nedenle,

$$\text{frekans } N = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \,.\, L}{2 \left(\frac{r^2}{4} + \frac{L^2}{3} \right)}} \quad \text{salınım/sn.}$$

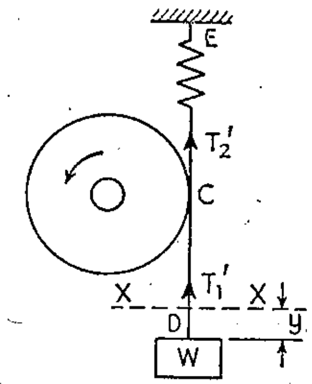
6) Şekil 10.15, bir ipli frenin dinamometresine bağlanmış, atalet momenti I kg-m² ve yarıçapı r m. olan bir volanı gösteriyor. İple volan arasındaki sürtünme katsayısı μ, yay sabiti S kg/m, ve asılı ağırlık W kg. dır. Volan sabit bir tork etkisiyle, sabit bir ortalama hızla döndürülüyor.

W'nin düşey salınım frekansının, $\frac{e^{\mu\pi}}{2\pi} \sqrt{\frac{gs}{W}}$ olduğunu, ve bu miktarın aynı zamanda, volan hızının ortalama volan hızına göre değişim frekansı olduğunu gösteriniz.

$I = 84{,}28$ kg-m²; $W = 49{,}89$ kg; $\mu = 0{,}2$; $r = 0{,}762$ m olarak veriliyor. Volanın açısal salınım uzanımının, volan üzerine sarılmış ipinkine oranını bulunuz.



Şekil: 10.15



Şekil: 10.15 A

ÇÖZÜM : Şekil 10.15 ve 10.15A ile ilgili olarak, W ağırlığının ortalama konumu XX olsun. O zaman bu konumda, ipin CD parçasındaki kuvvet $T_1 = W$; ve CE bölümündeki kuvvet T_2 = ortalama yay kuvvetidir.

İpli-frendeki sürtünme için (Bölüm 3) $\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\theta}$, ve Şekil 10.15 için $\theta = 2\pi$ rad. olduğuna dikkat edersek

$$T_1 = W = T_2 \,.\, e^{2\pi\mu} \tag{1}$$

Salınım anında W ağırlığı, XX'in altında bir y uzaklığında bulunuyorsa

$$W - T_1' = \frac{W}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} \tag{2}$$

ve

$$T_2' = T_2 + S \,.\, y \tag{3}$$

Şimdi,

$$\frac{T_1'}{T_2'} = \frac{W - \frac{W}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2}}{T_2 + S \,.\, y} = e^{\mu\theta} = e^{2\pi\mu} \tag{4}$$

O zaman $\quad W - \frac{W}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = e^{2\pi\mu} (T_2 + S \,.\, y) = W + S \,.\, y \,.\, e^{2\pi\mu}$

buradan,

$$-\frac{W}{g} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = y \,.\, s \,.\, e^{2\pi\mu} \tag{5}$$

böylece, $$\frac{\text{Çizgisel ivme } \frac{d^2y}{dt^2}}{\text{Çizgisel yer değiştirme } y} = \frac{g \,.\, S \,.\, e^{2\pi\mu}}{W} = \text{sabit} = \Omega^2 \qquad (6)$$

W ağırlığı B.H.H. yaptığından, W nin düşey salınım frekansı

$$n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g \,.\, S \,.\, e^{2\pi\mu}}{W}}$$

$$= \frac{e^{\mu\pi}}{2\pi}\sqrt{\frac{g \,.\, S}{W}} \quad \text{salınım/sn.} \qquad (7)$$

$y = A \cos(\Omega t + \varnothing)$ olsun. Burada $A =$ W'nin uzanımı

Volan üzerindeki ani tork $Q = (T_1' - T_2')\, r$

İvmelendirme torku $M = Q -$ Ortalama tork

bu nedenle, $$-\frac{I}{g} \,.\, \frac{d^2\theta}{dt^2} = (T_1' - T_2')\, r - (T_1 - T_2)\, r$$

$$= r\,[T_2'\,(e^{2\pi\mu} - 1) - T_2\,(e^{2\pi\mu} - 1)]$$

$$= r\,(e^{2\pi\mu} - 1)\,(T_2' - T_2)$$

$$= r \,.\, S \,.\, y\,(e^{2\pi\mu} - 1)$$

$$= r \,.\, S \,.\, (e^{2\pi\mu} - 1) \,.\, A \cos(\Omega t + \varnothing)$$

buradan, $$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{r \,.\, S \,.\, g}{I}\,(e^{2\pi\mu} - 1) \,.\, A \cos(\Omega t + \varnothing) = 0 \qquad (8)$$

Eşitlik (8)'in çözümünden

$$\theta = \frac{r \,.\, S \,.\, g}{\Omega^2 \,.\, I}\,(e^{2\pi\mu} - 1) \,.\, A \cos(\Omega t + \varnothing) \qquad (9)$$

Böylece, volanın salınım hızı frekansının volan ortalama hızına oranı,

$$n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{e^{\mu\pi}}{2\pi}\sqrt{\frac{g \,.\, S}{W}} \quad \text{salınım/sn.} \qquad (10)$$

Eğer $\theta_f =$ Volan salınımının açısal uzanımı, ve $\theta_r =$ Volan çevresindeki ipin uzanımı ise, o zaman (6) ve (9) nolu eşitliklerden,

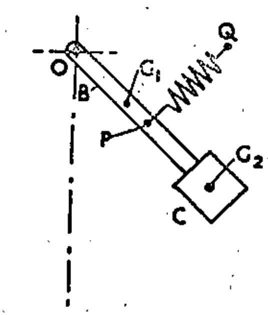
$$\frac{\theta_f}{A} = \frac{r \,.\, S \,.\, g\,(e^{2\pi\mu} - 1)}{\Omega^2 \,.\, I} = \frac{W \,.\, r \,.\, S \,.\, g\,(e^{2\pi\mu} - 1)}{g \,.\, S \,.\, e^{2\pi\mu} \,.\, I}$$

$$= \frac{W \,.\, r}{I}\,(1 - e^{-2\pi\mu}) = \frac{49{,}89 \times 0{,}762}{84{,}28}\,(1 - e^{-0{,}4\pi}) = 0{,}322$$

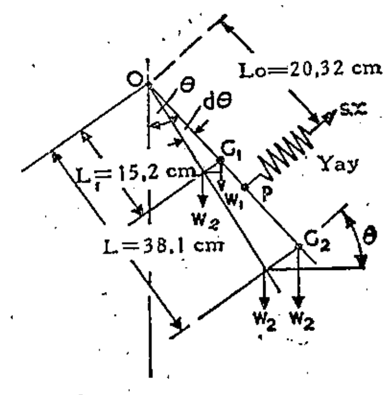
fakat $A = r \,.\, \theta_r = 0{,}762\,\theta_r$

bu nedenle $\frac{\theta_f}{\theta_r} = 0{,}322 \times 0{,}762 = 0{,}245$

7) Şekil 10.16 da görülen sarkaç, sabit bir O miline asılıyor. Sarkaç 0,907 kg ağırlığındaki bir B çubuğu ile, 5,44 kg ağırlığındaki bir C blokundan oluşuyor. B ve C nin ağırlık merkezleri G_1 ve G_2; O merkezinden 15,24 cm ve 38,1 cm uzakta bulunuyor. B ve C'nin atalet yarıçapları, kendi ağırlık merkezlerine göre sırasıyla 10,16 cm, ve 2,54 cm dir. Bir ucundan sabit bir Q noktasına tespit edilmiş hafif bir yay, sarkacın O merkezinden 20,32 cm uzakta bulunan P noktasına bağlanıyor. Sarkaç



Şekil: 10.16



Şekil: 10.16 A

dengede olduğu zaman, OG_1PG_2 doğrultusu düşeyle 45° açılı ve OPQ açısı da 90° dir. Yay 0,714 kg lık gerilmeye karşılık 1 cm uzuyor.

Sarkacın, denge konumuna göre küçük salınımı için, tabii frekansını hesaplayınız.

ÇÖZÜM : W_1 ve $W_2 =$ B ve C nin ağırlıkları, ve $s =$ yay sabiti olsun. Titreşim anında sarkacın, denge konumuna göre $d\theta$ kadar açısal bir yer değiştirmesi ve yayın da x kadar bir uzaması olsun.

Şekil 10.16A'da görülebileceği gibi

W_1'in $L_1 \,.\, d\theta \cos\theta$ büyüklüğünde yatay bir yer değiştirmesi ve W_2'nin, $L_2\, d\theta \cos\theta$ kadar yatay bir hareketi olacaktır.

Bu nedenle, yer çekimi etkisine bağlı olarak, D noktasındaki tork değişimi,

$$T_1 = (W_1 L_1 + W_2 . L_2) \cos\theta . d\theta \; ... \; \theta = 45^\circ$$

Yay kuvvetine bağlı olarak O'daki tork değişimi

$$T_2 = \text{yay kuvveti} \times \text{kuvvet kolu} = s . x . L_0 = s . L_0^2\, d\theta$$

B ve C'nin O merkezi etrafındaki kütle atalet momenti

$$I_0 = \frac{W_1}{g}(K_1^2 + L_1^2) + \frac{W_2}{g}(K_2^2 + L_2^2)$$

$$= \frac{1}{g}\left[0{,}907\,(103{,}23 + 232{,}3) + 5{,}44\,(6{,}45 + 1451{,}6)\right] = \frac{8236}{g} \;\; \text{cm}^2\text{-kg-sn}$$

$$T_1 = \left[(0{,}907 \times 15{,}24) + (5{,}44 \times 38{,}1)\right] 0{,}7071\, d\theta$$
$$= 156{,}33\, d\theta \;\text{kg-cm}$$
$$T_2 = 0{,}714 \times 20{,}32 \times 20{,}32\, d\theta = 294{,}8\, d\theta \;\text{kg-cm}$$

Şimdi, ivmelendirme torku $= I_0 \times$ açısal ivme

ve Toplam yerine getirme torku $= T_2 + T_1 = 451{,}13\, d\theta$ kg-cm

Buradan $451{,}13\, d\theta = \dfrac{8236 \times \alpha}{9{,}81 \times 100}$

$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } d\theta} = \frac{451{,}13 \times 9{,}81 \times 100}{8236} = 53{,}73 = \Omega^2$$

Bu nedenle, Frekans $N = 60 \times \dfrac{\Omega}{2\pi} = \dfrac{30}{\pi}\sqrt{55{,}73}$

$$= 70 \text{ salınım/sn.}$$

8) Ağırlık merkezi, C mil ekseni üzerinde bulunan W ağırlığındaki bir türbin rotorunun atalet momenti Şekil 10.17 de görülen metodla bulunacaktır. Bilinen bir w ağırlığı eksenden R uzaklıktaki bir noktaya bağlanıyor ve r yarıçaplı yatak, sertleştirilmiş yatay bir düzlem üzerinde, denge konumunun her iki yanında küçük bir miktar yuvarlanarak T salınım süreci bulunuyor.

Rotorun, C eksenine göre atalet momenti ile ilgili olarak, verilen değerler cinsinden bir ifade bulunuz ve

$R = \left(\dfrac{W}{w} + 1\right) r$ olduğu an, r deki değişme etkisinin en az olacağını kanıtlayınız.

ÇÖZÜM : Şekil 10.17'le ilgili olarak milin düzlem yüzeye değdiği P noktası bir ani merkezdir. Paralel eksenler teoremine göre sistemin P noktasına göre atalet momenti

$$I_P = I_C + \frac{W}{g} r^2 + \frac{w}{g}(R - r)^2$$
$$= \frac{W}{g}(k^2 + r^2) + \frac{w}{g}(R - r)^2$$

k = C'ye göre atalet yarıçapıdır.

θ = ağırlıklı kolun küçük, açısal yer değiştirme miktarı olsun. O zaman

Sistemi yerine getiren kuvvet çifti $= w R \sin\theta \cong R\theta$

Sistemi ivmelendiren kuvvet çifti $= I_p . \alpha$ ... α = açısal ivme ve

Kuvvet çiftlerinin eşitlenmesinden $I_p . \alpha = w . R . \theta$

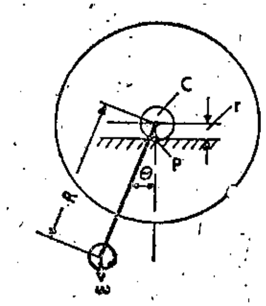
$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{w . R}{I_p} = \text{sabit} = \Omega^2$$

Bu nedenle, rotor B.H.H. yapar.

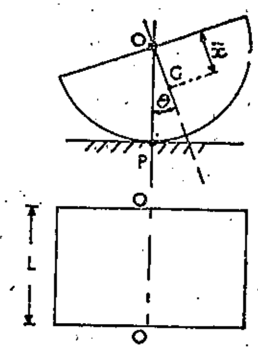
Şimdi, salınım süreci $T = \dfrac{2\pi}{\Omega}$

Bu nedenle $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{\Omega^2} = \dfrac{4\pi^2 I_p}{w . R}$

$$I_p = \frac{w . R . T^2}{4\pi^2}$$



Şekil: 10.17



Şekil: 10.18

Böylece $I_G + \frac{W.r^2 + w(R - r^2)}{g} = \frac{w.R.T^2}{4\pi}$

ve $I_G = \frac{w.R.T^2}{4\pi} - \frac{W.r^2 + w(R - r)^2}{g}$

Şimdi I_G'nin r'ye göre türevini alıp sıfıra eşitleyelim, o zaman

$$\frac{dI_G}{dr} = \frac{-2Wr + 2w(R - r)}{g} = 0$$

buradan $wR = r(W + w)$

Bu nedenle r'deki küçük değişmeler etkilerini en az

$$R = \left(\frac{W}{w} + 1\right) r$$ olduğu zaman gösterecektir.

9) Yatay bir zemin üzerinde bulunan, bir yarım silindirin, küçük bir yuvarlanma salınımı için frekansını bulunuz.

Cevap : r, L, w ve ρ yarım silindirin yarıçapı, boyu, ağırlığı ve yapıldığı gerecin yoğunluğu olsun ve çözüm için şekil 10.18'e bakınız.

Şimdi, 00 dan itibaren ağırlık merkezi $\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$

ve $I_{OO} = \frac{Wr^2}{2g} = \frac{\pi r^2 L.\rho r^2}{2g.2} = \frac{\pi r^4 \rho.L}{4g}$

$$I_G = I_{OO} - \frac{W}{g}\bar{x}^2$$

$$= \frac{\pi r^4 L\rho}{4g} - \frac{\pi r^2 L\rho}{2g}\left(\frac{4r}{3\pi}\right)^2$$

$$= \frac{\pi r^4 \rho L}{g}\left[\frac{1}{4} - \frac{8}{9\pi^2}\right]$$

$$= \frac{2Wr^2}{g}\left[\frac{1}{4} - \frac{8}{9\pi^2}\right]$$

$$= \frac{Wr^2}{g}\left[\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2}\right]$$

Şimdi, Potansiyel enerji $= W.\bar{x}(1 - \cos\theta)$

$$= \frac{4Wr}{3\pi}(1 - \cos\theta) = A$$

I_P = P ye göre atalet momenti olsun.

Açısal kinetik enerji $= \frac{1}{2} I_P \Omega^2 = \frac{\Omega^2}{2}\left[I_G + \frac{W}{g}(r - \bar{x})^2\right]$

$$= \frac{\Omega^2}{2}\left\{\frac{W}{g} r^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2}\right] + \frac{W}{g}(r - \bar{x})^2\right\}$$

$$= \frac{W}{2g}\Omega^2\left[\frac{r^2}{2} - \frac{16r^2}{9\pi^2} + r^2 - 2r\bar{x}\ \bar{x}^2\right]$$

$$= \frac{W}{2g}\Omega^2\left[\frac{r^2}{2} - \frac{16r^2}{9\pi^2} + r^2 - \frac{8r^2}{3\pi}\ \frac{16r^2}{9\pi^2}\right.$$

$$= \frac{W}{2g}\Omega^2 r^2\left[\frac{3}{2} - \frac{8}{3\pi}\right] = B$$

Şimdi, P.E.+K.E. = sabit = A+B

Bu nedenle $\frac{4Wr}{3\pi}(1 - \cos\theta) + \frac{W}{2g}\Omega^2 r^2\left[\frac{3}{2} - \frac{8}{3\pi}\right] = A + B$ (1)

Eşitlil (1)'in zamana göre türevini alıp sıfıra eşitleyelim.

O zaman

$$\frac{d(A+B)}{dt} = \frac{4Wr}{3\pi}\sin\theta.\frac{d\theta}{dt} + \frac{W}{2g}.2\Omega.\frac{d\Omega}{dt} r^2\left[\frac{3}{2} - \frac{8}{3\pi}\right] = 0$$

Küçük açılar için $\sin\theta \cong \theta$, ayrıca $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$ ve $\frac{d\Omega}{dt} = \alpha$ dır.

Bu nedenle $\frac{4r}{3\pi}\theta + \frac{\alpha r^2}{g}\left[\frac{3}{2} - \frac{8}{3\pi}\right] = 0$

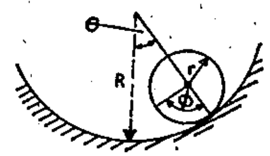
$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{\frac{4r}{3\pi}g}{r^2\left(\frac{3}{2} - \frac{8}{3\pi}\right)} = \frac{4g}{r\left(\frac{9}{2}\pi - 8\right)} = \omega^2$$

Böylece küçük yuvarlanma salınımı frekansı

$$N = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{8g}{r(9\pi - 16)}}$$ olarak bulunur.

10) d yarıçaplı bir küre, R yarıçaplı sabit bir silindirin iç yüzeyinde kaymadan yuvarlanıyor. Kürenin, silindirin en alt noktasındaki küçük bir yuvarlanma salınımına ilişkin frekansı bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 10.19'a bakınız. $v =$ küre ağırlış merkezinin çizgisel hızı, $\Omega_1 =$ kürenin açısal hızı, $W =$ kürenin ağırlığı, $I =$ kürenin küt-



Şekil: 10.19

le atalet momenti $= \frac{2}{5}\ \frac{W}{g}\ r^2 \ldots\ d = 2\,r.$

Burada, kürenin hem çizgisel hem açısal K.E. si vardır.

Bu nedenle toplam K.E. $= \frac{W\,v^2}{2g} + \frac{1}{2}\ I\Omega_1^2$

$$= \frac{W}{2g}\ \Omega^2\,(R - r)^2 + \frac{2}{5}\ \frac{W}{2g}\ r^2\,\Omega_1^2$$

burada $R\,.\,\theta = r\,.\,\varnothing;\ \Omega_1 = \frac{d\varnothing}{dt} - \frac{d\theta}{dt}\ ;\ \Omega = \frac{d\theta}{dt}$

Buradan $\Omega_1 = \left(\frac{R}{r} - 1\right)\Omega \ldots\ R\ \frac{d\theta}{dt} = r\,.\,\frac{d\varnothing}{dt}$

Böylece

$$\text{toplam K.E.} = \frac{W}{2g}\ \Omega^2\,(R - r)^2 + \frac{W}{5g}\ \Omega^2\left(\frac{R - r}{r}\right)^2 r^2$$

$$= \frac{7\,W}{10\,g}\ \Omega^2\,(R - r)^2$$

Şimdi, potansiyel enerji $= W\,(R - r)\,(1 - \cos\theta)$

Enerjinin Sakınımı İlkesinden,

K.E. + P.E. = sabit

İki tarafın t zamanına göre türevini alalım.

$$\frac{d}{dt}(\text{K.E.} + \text{P.E.}) = \frac{7\,W\,(R - r)^2\Omega}{5g}\ .\ \frac{d\Omega}{dt} + W\,(R - r)\sin\theta\,.\,\frac{d\theta}{dt} = 0$$

$$\left(\alpha = \frac{d\Omega}{dt}\ ;\ \Omega = \frac{d\theta}{dt} \text{ve küçük açılar için } \theta \cong \sin\theta\right)$$

Bu nedenle

$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{5g}{7\,(R - r)} = \omega^2$$

Buradan küçük yuvarlanma salınımları için frekans

$$N = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{5\,g}{7\,(R - r)}} \quad \text{salınım/sn. olur.}$$

11) Düzgün kesitli metal bir şerit, Şekil 10.20 (a) ve (b) de görüldüğü gibi çember şeklinde bükülüyor. Çemberin ortalama yarıçapı R ve yayı gören merkez açı 270° dir. Eğer çemberin serbest A ucuna bir W yükü asılırsa, şeritin titreşim süreci ile ilgili bir ifadeyi aşağıdaki koşullar için bulunuz:

Çemberin sabit B ucuna çizilen teğet,

(i) Şekil 10.20 (a) daki gibi yatay,

(ii) Şekil 10.20 (b) deki gibi düşey duruyorsa.

Ayrıca bu iki sürecin birbirine oranı ne olur?

ÇÖZÜM : Birinci Castigliano teoremine göre, "eğer elastik bir yapının dış kuvvetler cinsinden ifade edilen toplam şekil değiştirme enerjisinin dış kuvvetlerden her hangi birine göre kısmî türevi alınırsa, elde edilen sonuç, dış kuvvetin kendi etki doğrultusundaki yer değiştirme miktarını verir."

Bu nedenle, eğer $U =$ elastik yapının (veya cismin) toplam şekil değiştirme enerjisi, ve $W =$ dış yük ise, W nin sapma miktarı δ şu eşitlikle verilir.

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial W} \qquad (1)$$

Eğer elastik cisim, bir M eğme momentinin etkisinde kalırsa, o zaman cismin şekil değiştirme enerjisi U,

$$U = \int \frac{M^2\,.\,ds}{2\,E\,I} \qquad (2)$$

larak ifade edilir. (Cisimlerin dayanımı ile ilgili kitaplara bakınız.) Burada ds = elemanın boyu, E = Young'ın esneklik modülü, ve I = kesitin ilgili ikinci alan momentidir.

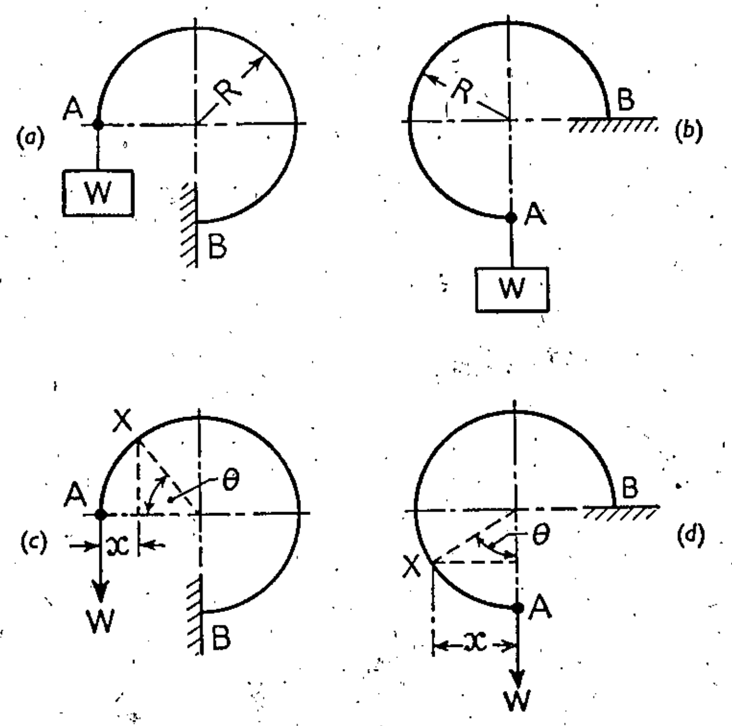
(i) Şekil 10.20 (a) ve (c) ile ilgili olarak

X noktasındaki eğme momenti $= M_X = W \cdot x = W \cdot R\,(1 - \cos\theta)$

$$\frac{\partial M_x}{\partial W} = R\,(1 - \cos\theta)\,;\quad ds = R \cdot d\theta$$

Eşitlik (1) ve (2) den

$$\delta_1 = \frac{\partial U}{\partial W} = \frac{1}{E \cdot I}\int M_X \cdot \frac{\partial M_X}{\partial W} \cdot ds$$



Şekiller: 10.20 (a), (b), (c) ve (d).

Buradan $\delta_1 = \dfrac{W \cdot R^3}{E \cdot I}\displaystyle\int_{0^\circ}^{270^\circ} (1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta)\, d\theta$

$$= \frac{W \cdot R^3}{E \cdot I}\int_{0^\circ}^{270^\circ}\left(\frac{3}{2} - 2\cos\theta + \frac{1}{2}\cos 2\theta\right) d\theta$$

$$= \frac{W \cdot R^3}{E \cdot I}\left[\frac{3\theta}{2} - 2\sin\theta + \frac{1}{4}\sin 2\theta\right]_{0^\circ}^{270^\circ}$$

$$= \frac{W \cdot R^3}{E \cdot I}\left[\frac{9\pi}{4} + 2\right]$$

$$= \frac{9{,}068\, W \cdot R^3}{E \cdot I} \qquad (3)$$

Salınım süreci $t_1 = \dfrac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{\delta_1}{g}}$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{9{,}068\, W R^3}{E \cdot I \cdot g}}\ \text{sn.} \qquad (4)$$

(ii) Şekil 10.20 (b) ve (d) ile ilgili olarak

$M_X = W \cdot x = W \cdot R\sin\theta;\quad ds = R \cdot d\theta$

$$\frac{\partial M_X}{\partial W} = R \cdot \sin\theta$$

$$\delta_2 = \frac{\partial U}{\partial W} = \frac{1}{E \cdot I}\int M_X \cdot \frac{\partial M_X}{\partial W} \cdot ds$$

$$= \frac{W \cdot R^3}{E \cdot I}\int_0^{270^\circ} \sin^2\theta \cdot d\theta = \frac{W \cdot R^3}{E \cdot I}\int_0^{270^\circ}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\theta\right) d\theta$$

$$= \frac{W \cdot R^3}{E \cdot I}\left[\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\theta\right]_0^{270^\circ} = \frac{3\, W \cdot R^3 \cdot \pi}{4\, E \cdot I} \qquad (5)$$

Salınım süreci $t_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\delta_2}{g}}$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{3\, W \cdot R^3 \cdot \pi}{4\, E \cdot I \cdot g}}\ \text{sn.} \qquad (6)$$

Salınım süreci oranı $\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{\delta_1}{\delta_2}} = \sqrt{\frac{9{,}068 \times 4}{3\pi}}$

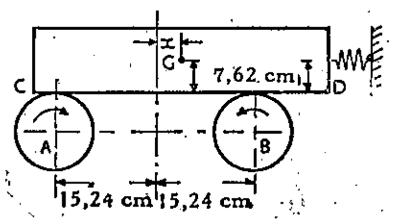
$= 1{,}962$ (7)

12) Şekil 10.21 yatay CD alt yüzü A ve B makarası üzerinde duran 18,14 kg ağırlığındaki bir bloku gösteriyor. Blokun ağırlık merkezi G noktasındadır, ve şekilde görüldüğü gibi yatay olarak bağlanmış 0,892 kg/cm sertlikteki yay çekilmeye ve basılmaya çalışabilmektedir. Makaralar ters yönde ve blokla makaralar arasında devamlı bir kaymanın olacağı bir hızla döndürülüyor. Her bir değme çizgisi için sürtünme katsayısı 0,2 dir. G; A ve B nin tam ortasında olduğu zaman yayda gerilme yoktur. Blok'a, bu konumdan x kadar bir yer değiştirme yaptırılıyor.

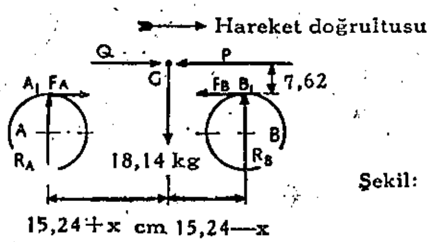
(a) Blokun B.H. Salınım yapacağını gösteriniz.

(b) Salınımın sürecini hesaplayınız.

ÇÖZÜM : Şekil 10.21 ve 10.22'ye bakınız. Blokun sağa hareket ettiğini ve denge konumundan x uzaklıkta olduğunu varsayalım.



Şekil: 10.21



Şekil: 10.22

R_A ve R_B = A ve B noktalarındaki normal tepki,

F_A ve F_B = A_1 ve B_1 de CD boyunca olan sürtünme kuvvetleri olsun.

$F_A = \mu R_A$; $F_B = \mu R_B$

P = yay kuvveti

= yay sabiti × yer değiştirme

= 0,892 . x kg.

Q = ivmelendirme kuvveti $= \frac{W}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$

burada $W = 18{,}14$ kg.

Düşey konumdaki kuvvetler : $R_A + R_B = 18{,}14$ kg. (1)

Devim yönündeki yatay ivmelendirme kuvveti

$Q = -P - F_B + F_A = -0{,}892\,x - \mu\,(R_B - R_A)$

$= -0{,}892x - 0{,}2\,(R_B - R_A)$ (2)

G ağırlık merkezine göre moment alırsak,

$R_A(15{,}24 + x) + 7{,}62\,F_B = R_B\,(15{,}24 - x) + 7{,}62\,F_A$

Buradan $R_A\,(15{,}24 + x) + 1{,}524\,R_B = R_B\,(15{,}24 - x) + 1{,}524\,R_A$

$R_A\,(13{,}716 + x) = R_B\,(13{,}716 - x)$ (3)

Eşitlik (1) ve (3) ten

$$R_A = R_B\left(\frac{13{,}716 - x}{13{,}716 + x}\right) = 18{,}14 - R_B$$

$$R_B\left(\frac{13{,}716 - x + 13{,}716 + x}{13{,}716 + x}\right) = 18{,}14$$

Buradan $R_B = \frac{248{,}8 + 18{,}14\,x}{27{,}432}$

ve $R_A = 18{,}14 - R_B = \frac{248{,}8 - 18{,}14\,x}{27{,}432}$

Yatay kuvvetleri çözersek;

$$Q = \frac{18{,}14}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -\left\{0{,}892\,x + 0{,}2\left[\frac{(248{,}8 + 18{,}14\,x) - (248{,}8 - 18{,}14\,x)}{27{,}432}\right]\right\}$$

Buradan $\frac{18{,}14}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -\left\{0{,}892\,x + \frac{36{,}28\,x}{137{,}16}\right\} = -\frac{158{,}63\,x}{137{,}16}$

$$\frac{\text{Çizgisel ivme } \frac{d^2x}{dt^2}}{\text{Çizgisel yer değiştirme } x} = \frac{9,81\times100}{18,14} \times \frac{158,63}{137,16} = \text{sabit} = \Omega^2$$

Böylece blok B.H.H. yapar.

(b) Salınım peryodu $t = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{18,14\times137,16}{9,81\times100\times158,63}}$

$= 0,794$ sn.

Eğer blok sola hareket etseydi ve G hâlâ denge konumundan (A ile B'-nin ortası) x uzaklıkta bulunsaydı, o zaman baskı yayının yerini çekme yayı alacaktı ve Q, F_A, F_B ve P kuvvetleri ters çevrilecekti. Buradan $-Q = P + F_B - F_A$ ve yine salınım süreci $t = 0,794$ sn.'ye götürecekti.

13) Yakın sarımlı helisel bir yay üst ucundan bağlanıp düşey olarak asılıyor. Silindirik bir disk, yayın alt ucuna aksiyal olarak bağlanıyor. Düşey eksen etrafındaki açısal salınım ve düşey salınım süreçlerinin eşit olduğu kanıtlanıyor. Yayın ağırlık ve atalet etkisini ihmal ederek, $\frac{E}{C} = \left(\frac{\text{Disk çapı}}{\text{Ortalama sarım çapı}}\right)^2$ olduğunu gösteriniz. Burada $E =$ Young'ın Esneklik Modülü, $C =$ Young'ın Rijidlik Modülü'dür.

0,635 cm çapındaki telden yapılan, yakın-sarımlı helisel yayın sarım sayısı 30, ortalama sarım çapı 5,08 cm dir. Dairesel diskin ağırlığı 36,28 kg ve çapı 40,64 cm dir. Yay ve disk harekete geçirildiği zaman, küçük açısal salınımın frekansını bulunuz. $E = 2,1\times10^6$ kg/cm²

ÇÖZÜM : $R_1 =$ disk yarıçapı olsun. $R_2 =$ yayın ortalama sarım yarıçapı; $N =$ sarım sayısı; $\delta = W$ disk ağırlığına bağlı olan düşey kalıcı uzama; $d =$ yayın yapıldığı tel çapı; ve $q =$ burulma katsayısı, yani bir radyanlık burulma için gerekli tork, $L =$ yay boyu $= 2\pi R_2 N$.

B.H.H. için $\frac{\text{Çizgisel ivme}}{\text{Çizgisel yer değiştirme}} = \frac{g}{\delta} = \Omega_1^2$

Yay için $\delta = \frac{64\, W R_2^3 N}{C \cdot d^4}$

Bu nedenle $\Omega_1^2 = \frac{g\, C\, d^4}{64\, W R_2^3 N}$ (1)

Şimdi,

tork $T = I_1 \cdot \alpha = q \cdot \theta \ldots I_1 =$ diskin atalet momenti

$= \frac{W}{g} \cdot \frac{R_1^2}{2}$

Bu nedenle $\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{q}{I_1} = \Omega_2^2$

M eğme momentine maruz kalan bir yay için, burulma açısı $\varnothing = \frac{M \cdot L}{E I_2}$, ve $\varnothing = 1$ radyan olduğu zaman, $M = q$, ayrıca $I_2 =$ telin 2 nci alan momenti $= \frac{\pi d^4}{64}$

Buradan $q = \frac{E I_2}{L} = \frac{E}{2\pi R_2 N} \cdot \frac{\pi d^4}{64} = \frac{d^4 E}{128\, NR}$

O zaman $\Omega_2^2 = \frac{q}{I_1} = \frac{d^4 E}{128\, N R} \times \frac{1}{\frac{W}{g} \cdot \frac{R_1^2}{2}} = \frac{d^4 \cdot E \cdot g}{64\, NR_2 R_1^2 W}$

Şimdi $\Omega_1 = \Omega_2$

ve $\Omega_1^2 = \Omega_2^2$

Böylece $\frac{g\, C\, d^4}{64\, W R_2^3 N} = \frac{d^4 E g}{64\, N R_2 R_1^2 W}$

$$\frac{C}{R_2^3} = \frac{E}{R_2 R_1^2}$$

$$\frac{E}{C} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{D_1^2}{D_2^2} = \left(\frac{\text{Disk çapı}}{\text{Ortalama sarım çapı}}\right)^2$$

Şimdi

$q = \frac{d^4 E}{128\, N R_2} = \frac{(0,635)^4\times2,1\times10^6}{128\times30\times2,54} = 35,00$ kg-cm/rad

$q = 0,3500$ kg-m/rad

$$I_1 = \frac{W}{g} K^2 = \frac{W}{g} \cdot \frac{R_1^2}{2} = \frac{36,28}{9,8} \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{20,32}{100}\right)^2 = 0,076 \text{ m-kg-sn}^2$$

O zaman

$$N_2 = \frac{\Omega_2}{2\pi} = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{q}{I_1}} = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{0,3500}{0,076}} = 20,49 \text{ salınım/dak.}$$

Böylece

küçük açısal salınımın frekansı $N_2 = 20,49$ salınım/dak.

14) W_1 kg.lık bir kütle, yay sabiti c_1 olan bir yayla sabit bir noktadan asılıyor. W_1 kütlesine bağlanmış c_2 sertliğindeki bir yaya da W_2 kg.lık diğer bir kütle asılıyor. Sistem serbest titreşime başlatıldığı zaman, yayın ataleti ihmal edilirse;

$$W_1 W_2 \frac{\omega^4}{g^2} - [W_1 c_2 + W_2 (c_1 + c_2)] \frac{\omega^2}{g} + c_1 c_2 = 0$$

olduğunu gösteriniz. Burada ω, faz hızıdır.

Eğer W_1 ve W_2 nin her biri 226,8 kg, c_1 ve c_2 sırasıyla 267,87 ve 133,9 kg/cm ise titreşimin frekansını ve W_1 ve W_2 nin uzanım oranını bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 10.23'e bakınız. Notasyonlar : $\dot x = \frac{dx}{dt}$, $\ddot x = \frac{d^2x}{dt^2}$

$x_1 = W_1$'in, durma konumuna göre düşey yer değiştirme miktarı,

$x_2 = W_2$ nin durma konumuna göre düşey yer değiştirme miktarı olsun.

W_1 in aşağı doğru hareket ettiğini varsayarsak, onun üzerinde etkiyen 2 kuvvet, (i) yayın yerine getirme kuvveti $= -c_1 x_1$ (ii) 2 nci yayın sıkıştırılmasına bağlı kuvvet $= -c_2 (x_1 - x_2)$.

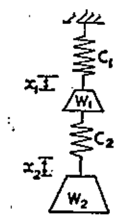
Bu nedenle

$$\frac{W_1}{g}\ddot x_1 = -c_1 x - c_2 (x_1 - x_2) \qquad (1)$$

Eğer yeni referans noktası, 2 nci yayın durma konumuna taşınırsa ve bunun aşağı doğru hareket ettiği kabul edilirse 2 nci yay $x_2 - x_1$ kadar uzar.

Bu nedenle $\frac{W_2}{g}\ddot x_2 = -c_2 (x_2 - x_1)$ (2)

$x_1 = a_1 \sin \omega t$ ve $x_2 = a_2 \sin \omega t$ olsun,



Şekil : 10.23

Buradan

$\dot x_1 = a_1 \omega \cos \omega t$ ve $\dot x_2 = a_2 \omega \cos \omega t$

$\ddot x = -a_1 \omega^2 \sin \omega t$ ve $\ddot x_2 = -a_2 \omega^2 \sin \omega t$

Eşitlik (1) de yerine koyarsak

$$\frac{W_1}{g}\omega^2 x_1 = c_1 x_1 + c_2 (x_1 - x_2) \qquad (3)$$

Eşitlik (2) de yerine koyarsak

$$\frac{W_2}{g}\omega^2 x_2 = c_2 (x_2 - x_1) \qquad (4)$$

eşitlik (3) den $x_1 - x_2 = x_1 \left[\frac{W_1}{g}\frac{\omega^2}{c_2} - \frac{c_1}{c_2}\right] = x_1 [A]$ (5)

(4) den $x_2 - x_1 = x_2 \left[\frac{W_2}{g}\frac{\omega^2}{c_2}\right] = x_2 [B]$ (6)

(5) den $x_2 = x_1 [1 - A]$ (7)

(6) dan $x_2 = \frac{x_1}{[1 - B]}$ (8)

(7) ve (8) nolu eşitlikleri eşitleyip gerekli basitleştirmeyi yapalım.

$[A\,B] - A - B = 0$ olur.

$$\frac{W_1 W_2 \omega^4}{g_2 c_2^2} - \frac{W_2 c_1 \omega^2}{g c_2^2} - \frac{W_1 \omega^2}{g c_2} + \frac{c_1}{c_2} - \frac{W_2}{g}\frac{\omega^2}{c_2} = 0$$

$$W_1 W_2 \frac{\omega^4}{g^2} - [W_1 c_2 + W_2 (c_1 + c_2)] \frac{\omega^2}{g} + c_1 c_2 = 0$$

Bu nedenle $\omega^4 - \omega^2 g \left[\frac{c_2}{W_2} + \frac{(c_1 + c_2)}{W_1}\right] + \frac{c_1 c_2 g^2}{W_1 W_2} = 0$

Eşitlikte $W_1 = 226{,}8 \text{ kg} = W_2$; $c_2 = 133{,}93$ ve $c_1 = 267{,}87$ kg/cm. ve $\Omega = \omega^2$ değerlerini koyarsak

$$\Omega^2 - \Omega g \left[\frac{133{,}93}{226{,}8} + \frac{401{,}8}{226{,}8}\right] + \frac{267{,}87 \times 133{,}93}{226{,}8 \times 226{,}8} g^2 = 0$$

$$\Omega^2 - 2{,}36\, \Omega g + 0{,}697\, g^2 = 0$$

buradan $\Omega = (1{,}18 \pm 0{,}833)\, g = 2{,}013\, g$ veya $0{,}347\, g$

Böylece

$$\omega_1 = \sqrt{\Omega_1} = \sqrt{2{,}013 \times 9{,}81 \times 100} = 44{,}44 \text{ rad/sn.}$$

ve $N_1 = 424$ titreşim/dak.

Ayrıca $\omega_2 = \sqrt{\Omega_2} = \sqrt{0{,}347 \times 9{,}81 \times 100} = 18{,}45$ rad/sn.

$N_2 = 176{,}2$ titreşim/dak.

Böylece iki titreşim frekansı 424 ve 176,2 titreşim/dak. dır.

Frekansın uzanım oranı $= \dfrac{x_2}{x_1} = 1 - [A] = 1 - \left[\dfrac{W_1}{g} \dfrac{\omega^2}{c_2} - \dfrac{c_1}{c_2}\right]$

$\omega = 44{,}44$ rad/sn olduğu zaman,

$$[A] = \frac{226{,}8}{9{,}81 \times 100} \cdot \frac{(44{,}44)^2}{133{,}9} - \frac{267{,}87}{133{,}9} = 1{,}41$$

$\omega = 18{,}45$ rad/sn olduğu zaman,

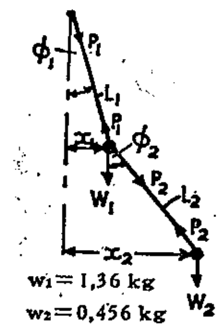
$$[A] = \frac{226{,}8}{9{,}81 \times 100} \cdot \frac{(18{,}45)^2}{133{,}9} - \frac{267{,}87}{133{,}9} = -1{,}41$$

Bu nedenle $\dfrac{x_2}{x_1} = 1 \pm 1{,}410 = -0{,}410$ ve $2{,}410$

$$\frac{W_1 \text{ in uzanımı}}{W_2 \text{ nin uzanımı}} = \frac{x_1}{x_2} = -2{,}410 \text{ ve } +0{,}410$$

15 Bir sarkaç, 0,6096 m uzunluğundaki hafif bir telin ucuna bağlanmış 1,36 kg ağırlığındaki bir küreyle, bu küreye bağlı aynı uzunluktaki bir telin ucuna asılan 0,454 kg ağırlığındaki ikinci bir küreden oluşuyor. Küçük salınımın frekansını ve kürelerin devim uzanımları oranını bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 10.24 de verilen bir anda, üst ve alt iplerin açısal yer değiştirme miktarları $\varnothing_1$ ve $\varnothing_2$ olsun. Bu tellerdeki gerginlikler P_1



Şekil: 10.24

ve P_2, ve W_1 ve W_2 ağırlıklarının yatay yer değiştirme miktarları da x_1 ve x_2 olsun.

Alt sarkacı ele alalım :

$$P_2 \sin \varnothing_2 = P_2 \left(\frac{x_2 - x_1}{L_2}\right)$$

ve $P_2 \cong W_2$; ve $\varnothing_2$'de küçük olduğundan

$$\frac{W_2}{g} \ddot{x} = -\frac{W_2 (x_2 - x_1)}{L_1} \qquad (1)$$

Üst sarkacı göz önüne alalım: Tekrar $\varnothing_1$ küçük ve

$P_1 \cong W_1 + W_2$ olduğundan

$$P_2 \sin \varnothing_2 - P_1 \sin \varnothing_1 = \frac{W_2 (x_2 - x_1)}{L_2} - \frac{(W_1 + W_2)\, x_1}{L_1}$$

Yatay kuvvetleri çözelim :

Burada $\dfrac{W_1}{g} \ddot{x}_1 = \dfrac{W_2 (x_2 - x_1)}{L_2} - \dfrac{(W_1 + W_2)\, x_1}{L_1}$ (2)

$x_1 = \cos \omega t$ ve $x_2 = b \cos \omega t$ olsun. O zaman

$$\ddot{x}_1 = -\omega^2 a \cos \omega t = -\omega^2 x_1 \text{ ve } \ddot{x}_2 = -\omega^2 x_2$$

Eşitlik (1) ve (2) de yerine koyarsak,

$$\frac{-W_2\,\omega^2 x_2}{g} = \frac{-W_2\,(x_2-x_1)}{L_2} \quad \text{veya} \quad \frac{\omega^2 x_2}{9{,}8} = \frac{x_2-x_1}{0{,}6096}$$

Bu nedenle $\omega^2 x_2 = 16\,(x_2-x_1)$ (3)

ayrıca $-\frac{W_1}{g}\,\omega^2 x_1 = -(W_1+W_2)\,\frac{x_1}{L_1} + \frac{W_2\,(x_2-x_1)}{L_1}$

Buradan $-\frac{1{,}36}{9{,}8}\,\omega^2 x_1 = -(1{,}36+0{,}454)\,\frac{x_1}{0{,}6096} + \frac{0{,}454\,(x_2-x_1)}{0{,}6096}$

ve $\omega^2 x_1 = 21{,}44\,x_1 + 5{,}36\,(x_2-x_1)$ (4)

Eşitlik (3) ve (4) den

$$\omega^2 = \frac{16\,(x_2-x_1)}{x_2} = \frac{21{,}44\,x_1}{x_1} - \frac{5{,}36\,(x_2-x_1)}{x_1}$$

Buradan $\frac{x_2-x_1}{x_2} = \frac{21{,}44}{16}\,\frac{x_1}{x_1} - \frac{5{,}36}{16}\,\frac{(x_2-x_1)}{x_1}$

ve $x_2^2 - 2\,x_1 x_2 - 3\,x_1^2 = 0$

denklemin çözümünden

$x_2 = 3\,x_1$ veya $-x_1$

Böylece, W_1 ve W_2 ortalama konumlarının aynı tarafında iseler, o zaman uzanım oranı $= \frac{x_2}{x_1} = 3$, ve ters tarafta iseler bu oran $= \frac{x_2}{x_1} = -1$ olur.

W_1 ve W_2 ortalama konuma göre aynı tarafta olduğu zaman,

$$\omega_1^2 = \frac{16\,(x_2-x_1)}{x_2} = \frac{16\,(3x_1-x_1)}{3\,x_1} = 10\,\frac{2}{3} \quad \text{olur.}$$

Buradan $N_1 = \frac{\omega_1}{2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{10\,\frac{2}{3}} = 0{,}52$ titreşim/sn.

W_1 ve W_2, ortalama konumun ters tarafında oldukları zaman,

$$\omega_2^2 = \frac{16\,(x_2-x_1)}{x_2} = \frac{16\,(-x_1-x_1)}{-x_1} = 32$$

ve buradan $N_2 = 0{,}9$ titreşim/sn.

16) 29 kg ağırlığında ve 0,9144 m. × 0,3048 m. ölçüsündeki dikdörtgen bir plaka, yatay O mili etrafında Şekil 10.25 de görüldüğü gibi salınıyor. Eğer düşeyin her hangi bir yanında kalan maksimum salınma açısı 15° ise, $\theta = 10°$ iken X ve Y tepkimelerini bulunuz.

Ayrıca (i) plakanın maksimum açısal hızını ve (ii) küçük açısal salınımın sürecini bulunuz.

ÇÖZÜM :

$$I_{polar} = I_G + I_x = \frac{0{,}3048\times 0{,}9144^3}{12} + \frac{0{,}9144\times 0{,}3048^3}{12} = 0{,}0216 \text{ m}^4$$

Bu nedenle G etrafındaki $K^2 = \frac{I_{polar}}{\text{Alan}} = \frac{0{,}0216}{0{,}9144\times 0{,}3048} = 0{,}0775 \text{ m}^2$

$$X = W\left\{\cos\theta + \frac{2a^2}{K^2+a^2}\,(\cos\theta - \cos\varnothing)\right\}$$

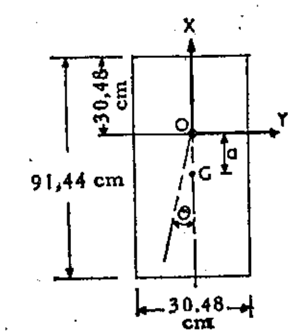
$$= 29\left\{\cos 10° + \frac{2\times(0{,}1524)^2}{0{,}0775+0{,}023}\,(\cos 10° - \cos 15°)\right\}$$

$$= 29\,\{0{,}9848 + 0{,}457\,(0{,}9849 - 0{,}9659)\}$$

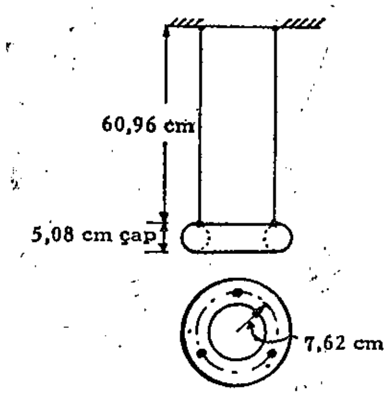
$$= 28{,}80 \text{ kg.}$$

$$Y = \frac{W\,K^2\sin\theta}{K^2+a^2} = \frac{29\times 0{,}0775\times 0{,}1736}{0{,}0775+0{,}023}$$

$$= 3{,}88 \text{ kg.}$$



Şekil: 10.25



Şekil: 10.26

(i) Şimdi $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{2\,g\,a\,(\cos\theta - \cos\varnothing)}{K^2+a^2}$, ancak

maksimum hız, $\theta = 0$ olduğu zaman olur.

Bu nedenle

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{max} = \left[\frac{2\,g\,a\,(1-\cos\varnothing)}{K^2+a^2}\right]^{1/2} \sqrt{\frac{2\times 9{,}81\times 0{,}1524\times(1-0{,}9659)}{0{,}0775+0{,}013}}$$

$$= 1{,}00 \text{ rad/sn.}$$

(ii) Salınım süreci $t = 2\pi\sqrt{\frac{K^2+a^2}{g\,.\,a}}$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{0{,}0775+0{,}023}{9{,}81\times 0{,}1524}}$$

$$= 1{,}63 \text{ sn.}$$

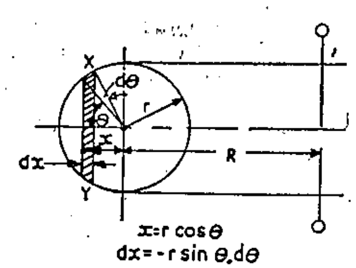
17) Şekil 10.26, üç telle asılmış dış çapı 20,32 cm ve iç çapı 10,16 cm olan metal bir bileziği gösteriyor. Küçük, açısal salınımın frekansını bulunuz.

İlk olarak, ağırlık merkezinden geçen polar eksene göre atalet momenti bulunmalıdır. Şekil 10.27 ye bakınız.

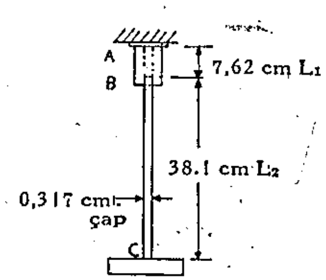
ρ = bilezik malzemesinin yoğunluğu,

XY elemanının kütlesi $= \delta M$ olsun.

O zaman $\delta M = 2\pi\,(R+x)\,\rho\times 2\sqrt{r^2-x^2}\,.\,dx$



Şekil: 10.27



Şekil: 10.28

ve,

$$I_{00} = \int \delta M\,(R+x)^2 = 4\pi\rho\int_{-r}^{+r}(R+x)^3\sqrt{r^2-x^2}\,.\,dx$$

$$= 4\pi\rho\, r^2\int_0^{\pi}(R+r\cos\theta)^3\sin^2\theta\,.\,d\theta$$

$$= 4\pi\rho\, r^2\int_0^{\pi}\left[\frac{R^3}{2}(1-\cos 2\theta) + 3R^2 r\cos\theta\sin^2\theta + \frac{3}{8}Rr^2(1-\cos 4\theta) + (r^3\cos^3\theta\sin^2\theta)\right]d\theta$$

$$= 4\pi\rho\, r^2\left[\frac{R^3}{2} - \frac{R^3\sin 2\theta}{4} + R^2 r\sin^3\theta + \frac{3}{8}Rr^2\theta - \frac{3R\,r^2\sin 4\theta}{32} + \frac{r^3\sin^3\theta}{3} - \frac{r^3\sin^5\theta}{5}\right]_0^{\pi}$$

$$= \frac{\pi^2\rho R r^2}{2}(4R^2+3r^2) \quad \text{ancak } M = 2\pi R\,.\,\pi r^2\rho$$

Bu nedenle

$$I_{00} = M\left[\frac{4R^2+3r^2}{4}\right] = \frac{W}{g}\left[\frac{4R^2+3r^2}{4}\right] = \frac{W}{g}K^2$$

Burada $K^2 = \frac{4R^2+3r^2}{4} = \frac{(4\times 58)+(3\times 6{,}45)}{4} = 62{,}8$ cm²

$b = 7{,}62$ cm. $x = 0{,}6096$ m.

O zaman, frekans $N = \frac{b}{2\pi K}\sqrt{\frac{g}{z}} = \frac{7{,}62}{2\pi\sqrt{62{,}8}}\sqrt{\frac{9{,}81}{0{,}6096}}$

$$= 0{,}614 \text{ salınım/sn.}$$

18) Şekil 10.28 de, burulma salınımı deneyinin yapıldığı bir düzen görülüyor. BC teli ve AB tutucusunun ikisi de pirinçten yapılmıştır. Tel, B deki tutucu tarafından kavranılıyor. Telin geçtiği yuvanın dış çapı 0,52 mm ve iç çapı 3,17 mm dir. Tel çapı 3,17 mm ve yuvanın ve telin boyu sırasıyla 7,62 mm ve 381 mm dir. Yuvanın tam rijid olduğu kabul edilirse, salınım süresindeki tahmin yanılgısının ancak yüzde 0,125 civarında olacağını gösteriniz.

Bu aparatla yapılan bir deneyde, 20,32 cm çapında ve 2,267 kg ağırlığındaki bir diskin dakikada 87 salınım yapacağı kanıtlandı. Pirinç için rijidite (katılık) modülünü bulunuz.

ÇÖZÜM :

I_{p_1} ve I_{p_2} = AB ve BC'nin 2 nci polar alan momenti,

L_1 ve L_2 = AB ve BC'nin boyları,

d_1 ve d_2 = AB ve BC nin çapları

θ_1 ve θ_2 = sırasıyla AB ve BC'nin burulma açısı,

q = AB ve BC'nin burulma katılığı,

I = diskin kütle atalet momenti, ve

G = pirincin rijidite modülü olsun.

Uygulanan T torku ABC boyunca aynıdır. O halde

$$\theta_1 = \frac{T \cdot L_1}{I_{p_1} G} \quad \text{ve} \quad \theta_2 = \frac{T \cdot L_2}{I_{p_2} G}$$

Şimdi, toplam burulma açısı $\theta = \theta_1 + \theta_2$, O zaman

$$\theta_1 + \theta_2 = \frac{T}{G}\left(\frac{L_1}{I_{p_1}} + \frac{L_2}{I_{p_2}}\right) = \frac{32\,T}{\pi G}\left[\frac{L_1}{d_1^4 - d_2^4} + \frac{L_2}{d_2^4}\right]$$

$$= \frac{32\,T}{\pi G}\left[\left(\frac{7{,}62}{9{,}52^4 - 3{,}17^4}\right) + \left(\frac{381}{3{,}17^4}\right)\right] = \frac{32 \times T}{\pi G}\,[0{,}0009 + 3{,}77\,]$$

$$= KT\,[0{,}0009 + 3{,}77\,] \quad \text{burada } K = \frac{32}{\pi G}$$

$\theta = 1$ rad olduğu zaman, $T = q$ ve sistem titreşirken

Yerine getirme torku $= q \cdot \theta$

ayrıca, ivmelendirme torku $= I \cdot \alpha$

$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{q}{I} = \Omega^2$$

Şimdi, frekans $\propto \sqrt{q}$ ... $\propto$ ≡ orantılıdır.

Eğer tel yuvası rijidse, o zaman $\frac{L}{I\rho_1} \propto 0{,}0009$ değeri önemsenmez

ve frekans $\Omega_2 \propto \sqrt{q_2}$

Şimdi $q = \frac{1}{K \times 3{,}7709}$ ve $q_2 = \frac{1}{K \times 3{,}77}$

fakat salınım süreci $t \propto \frac{1}{\Omega} \propto \frac{1}{\sqrt{q}}$, ve salınım süreci $t_2 \propto \frac{1}{\Omega} \propto \frac{1}{\sqrt{q_2}}$

AB yuvasının rijid olacağı kabul edilirse, süredeki hata yüzdesi,

$$\frac{t - t_2}{t} \times 100 = \frac{\frac{1}{\sqrt{q}} - \frac{1}{\sqrt{q_2}}}{\frac{1}{\sqrt{q}}} = \left(1 - \sqrt{\frac{q}{q_2}}\right) \times 100$$

$$= \left(1 - \sqrt{\frac{3{,}77\,K}{3{,}7709\,K}}\right) 100$$

$$= \text{yüzde } 0{,}12 \cong \text{yüzde } \frac{1}{8}$$

frekans N = 87 salınım/dak. olarak verildiğinden

$$\Omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{174\,\pi}{60} \text{ rad/sn.}$$

disk için $I = \frac{W}{g} k^2 = \frac{W}{g} \frac{r^2}{2}$

$$= \frac{2{,}267}{9{,}81 \times 100} \times \frac{10{,}16 \times 10{,}16}{2} \text{ cm-kg-sn}^2$$

$$= 0{,}1192 \text{ cm-kg-sn}^2$$

$$q = \Omega^2 I = \left(\frac{174\,\pi}{60}\right)^2 0{,}1192 = 9{,}89 \text{ kg-cm/rad.}$$

$$q = 9{,}89 \text{ kg-cm/rad.}$$

ayrıca $q = \frac{1}{3{,}7709\,K} = \frac{\pi G}{32 \times 3{,}7709} = 9{,}89$

Buradan $G = 379{,}87$ kg/cm²

19) 1,524 m uzunluğundaki ABCD milinin iki ucunda A ve D volanları vardır. A volanının ağırlığı 544,3 kg, atalet yarıçapı 0,6096 m ve D volanının ağırlığı 725,7 kg, atalet yarıçapı ise 0,9144 m dir.

Milin 38,1 cm boyundaki AB kısmının çapı 5,08 cm, 50,8 cm boyundaki BC parçasının çapı 6,35 cm ve 63,5 cm boyundaki CD kısmının çapı d cm. dir.

(a) Burulma titreşiminin hareketsiz noktasının BC kısmının tam ortasında olması için; CD kısmının d çapını bulunuz.

(b) Çeliğin rijidite modülü $= 0{,}844 \times 10^6$ kg/cm² olarak verildiğine göre burulma titreşiminin doğal frekansını bulunuz. Hareketsiz noktanın yerinin bulunmasında ve frekans hesaplamada kullanılan eşitlikleri çıkarınız.

ÇÖZÜM : Şekil 10.29 ve 10.30'la ilgili olarak,

L_1, L_2, L_3 = AB, BC ve CD kısımlarının boyu,

d_1, d_2, d_3 = AB, BC ve CD kısımlarının çapı,

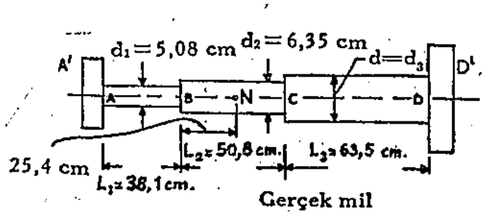
q_1, q_2, q_3 = AB, BC ve CD kısımlarının burulma katılığı

q_0 = Gerçek ABCD milinin burulma katsayısı,

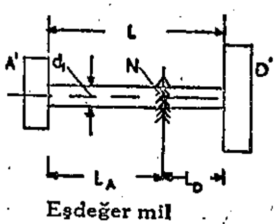
L, d, ve q_0 = eşdeğer milin boyu, çapı ve burulma katsayısı,

θ_1, θ_2, θ_3 = AB, BC ve CD kısımlarının burulma açısı

ve θ_0 = ABCD gerçek milin burulma açısı olsun.



Şekil: 10.29



Şekil: 10.30

Şimdi $\theta_0 = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$, ayrıca genel olarak $T = q \cdot \theta$ olduğu için milin bütün boyunca uygulanan tork T aynıdır. Böylece

$$\frac{T}{q_0} = \frac{T}{q_1} + \frac{T}{q_2} + \frac{T}{q_3} \quad \text{veya} \quad \frac{1}{q_0} = \frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} + \frac{1}{q_3} \tag{1}$$

ve $\theta = 1$ radyan iken $\dfrac{T}{I_p} = \dfrac{C\,\theta}{L}$

O zaman $T = q$, bu nedenle $q = \dfrac{C \cdot I_p}{L}$ dir.

Gerçek ve eşdeğer mil burulma yönünden eşit olmalıdır, bu nedenle bulunan değeri eşitlik (1) de yerine koyarsak,

$$\frac{L}{CI_{p_1}} = \frac{L_1}{CI_{p_1}} + \frac{L_2}{CI_{p_2}} + \frac{L_3}{CI_{p_3}} \quad \text{ve } I_p = \frac{\pi q^4}{22} \quad \text{olduğundan}$$

$$\frac{L}{d_1^4} = \frac{L_1}{d_1^4} + \frac{L_2}{d_2^4} + \frac{T_3}{d_3^4}$$

Buradan $$L = L_1 + L_2\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 + L_3\left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 \tag{2}$$

$$= 38{,}1 + 50{,}8\left(\frac{5{,}08}{6{,}35}\right)^4 + 63{,}5\left(\frac{5{,}08}{d_3}\right)^4 = 58{,}9 + \frac{42289}{d_3^4} \tag{3}$$

N, hareketsiz nokta olsun, ve eşdeğer mili ele alalım.

O zaman, ölü noktanın solundaki frekans = ölü noktanın sağındaki frekans

Bu nedenle $n_A = n_D$

ve $$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{q_A}{I_A'}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{q_D}{I_D'}} \tag{4}$$

Şimdi $q_A = \dfrac{C.I_{p_1}}{L_A}$ ve $q_D = \dfrac{C.I_{p_1}}{L_D}$

Böylece $\dfrac{q_A}{I_A'} = \dfrac{q_D}{I_D'}$ ve $\dfrac{C.I_{p_1}}{L_A I_A'} = \dfrac{C.I_{p_1}}{L_D . I_D'}$

Buradan $L_A . I_A' = L_D . {}_D'$

Şimdi $I_A' = \dfrac{544{,}3}{9{,}8} \times 0{,}6096 \times 0{,}6096 = 20{,}64$ m-kg. sn²

ve $I_{D'} = \dfrac{725{,}7}{9{,}8} \times 0{,}9144 \times 0{,}9144 = 61{,}92$ m-kg-sn² olduğundan

$20{,}64\, L_A = 61{,}92\, L_D$ veya $L_A = 3\, L_D$

fakat $L_A = 38{,}1 + 25{,}4 \left(\dfrac{5{,}08}{6{,}35}\right)^4 = 48{,}5$ cm, ve $\quad$ BN = NC olduğundan

$$L_D = \frac{1}{3} L_A = 16{,}17 = 10{,}4 + \frac{42289}{d_3^4}$$

$$d_3 = \sqrt[4]{\frac{42289}{5{,}77}} = 9{,}25 \text{ cm} = \text{CD'nin çapı}$$

Şimdi

$$q_A = \frac{\pi d_1^4 C}{32 L_A} = \frac{\pi \times 5{,}08^4 \times 0{,}844 \times 10^6}{32 \times 48{,}5} = 1{,}137 \times 10^6 \text{ kg} - \text{cm/rad}$$

$$I_A = 20{,}64 \times 100 = 2064 \text{ cm-kg.sn}^2$$

Böylece burulma titreşiminin frekansı

$$n_A = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{q_A}{I_A'}} = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{1{,}137 \times 10^6}{2064}}$$
$$= 224 \text{ salınım/sn.}$$

20) Bir motor, dişli çarklar aracılığıyla bir santrifüj pompayı çeviriyor. Pompa hızı motor hızının 1/3'ü kadardır. Motorun atalet momenti 42,14 kg-m², motorla pinyon arasındaki milin boyu 25,4 cm ve çapı 5,71 cm dir. Pompa milinin çapı 10,16 cm, uzunluğu 60,96 cm ve atalet momenti 147,5 kg-m² dir.

Birinci ilkeden giderek, sistemin burulma salınımı frekansını bulunuz. Dişlinin esnekliği ve ataletiyle milin ataletini ihmal ediniz. Milin rijidite modülü $= 0{,}844 \times 10^6$ kg/cm².

ÇÖZÜM : Orijinal veya gerçek sistemin yerine, tek bir hızla dönen, düzgün kesitli ve kesintisiz bir eşdeğer mil konulacak ve atalet etkisi yok kabul edildiği için dişli sistemi kaldırılacaktır.

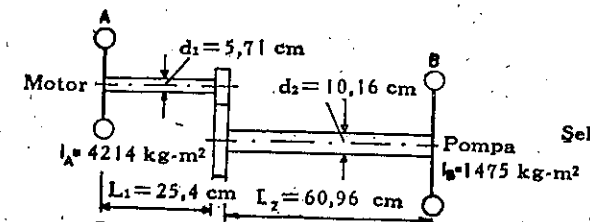
Eşdeğer bir sistem için yeterli şartlar : (1) eşdeğer sistemin kinetik enerjisi = gerçek sistemin kinetik enerjisi, (2) eşdeğer sistemin şekil değiştirme enerjisi = gerçek sistemin şekil değiştirme enerjisi.

Şekil 10.31, 10.32, ve 10.33'e bakınız. Şekille ilgili olarak,

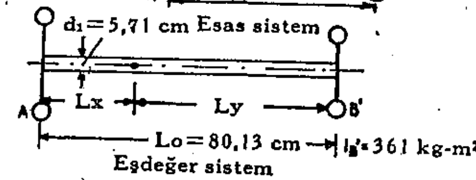
d_1 ve d_2 = motor ve pompa millerinin çapı

L_1 ve L_2 = motor ve pompa millerinin boyu

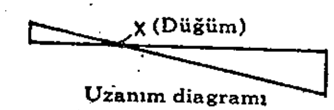
I_A ve I_B = motor ve pompanın atalet momenti,



Şekil: 10.31



Şekil: 10.32



Şekil: 10.33

d_1 ve L_0 = eşdeğer milin çapı ve boyu,

I_B' = eşdeğer pervanenin atalet momenti, ve

$$G = \text{dişli oranı} = \frac{\text{motor mili hızı}}{\text{pervane mili hızı}} = \frac{\Omega_A}{\Omega_B} \text{ olsun.}$$

Bu nedenle gerçek sistemin yerini, mil boyu L_0 ve mil çapı d_1 olan eşdeğer bir sistem alacaktır. Milin bir ucunda A rotoru ve diğer ucunda da B' rotoru vardır.

Verilen bir yük için, (1) nci koşula göre,

L_1 kısmının K.E. si + $(L_0 - L_1)$ kısmının K.E. si = L_1 kısmının K.E. si + L_2 kısmının K.E. si (1)

Bu nedenle $(L_0 - L_1)$'in K.E. si = L_2'nin K.E. si

$$\frac{1}{2} I_B' \Omega_A^2 = \frac{1}{2} I_B \Omega_B^2 \tag{2}$$

$$I_B' = \frac{I_B}{G^2} \tag{3}$$
$$= \frac{147{,}5}{9} \text{ kg-m}^2$$

$$\Omega_A = G \,.\, \Omega_B$$

Verilen bir mil çapı için (2) nci koşula göre,

L_1 ve $L_0 - L_1$'in şekil değiştirme enerjisi $= L_1$ ve L_2'nin şekil değiştirme enerjisi

Bu nedenle

$L_0 - L_1$'in şekil değiştirme enerjisi $= L_2$'nin şekil değiştirme enerjisi

$$\frac{1}{2} T_0\theta_0 = \frac{1}{2} T_2\theta_2 \tag{4}$$

Burada T_0 ve $T_2 = L_0 - L_1$ ve L_2 kesitlerindeki burulma momenti

θ_0 ve $\theta_2 = L_0 - L_1$ ve L_2 kesitlerindeki burulma açısı

İki kesitte de iletilen gücün aynı olduğunu kabul edersek, o zaman

$$T_0 \,.\, \Omega_A = T_2 \,.\, \Omega_B \tag{5}$$

Burulma formülünden $\frac{T}{I} = \frac{C\,.\,\theta}{L}$ olduğu için

$$\frac{T_0}{I_0} = \frac{C\,.\,\theta_0}{L_0 - L_1} \tag{6}$$

ve

$$\frac{T_2}{I_2} = \frac{C\,.\,\theta_2}{L_2} \tag{7}$$

Eşitlik (4), (5), (6) ve (7) den

$$\frac{T_0}{T_2} = \frac{\theta_2}{\theta_0} = \frac{\Omega_B}{\Omega_A} = \frac{T_2\,L_2}{C\,.\,I_2} \times \frac{C\,.\,I_0}{T_0\,(L_0 - L_1)} \tag{8}$$

Şimdi $\Omega_A = G\Omega_B$, buradan $T_2 = G\,.\,T_0$, ayrıca eşitlik (8) den

$$\frac{\Omega_B}{\Omega_A} = \frac{1}{G} = \frac{G\,T_0\,.\,L_2\,I_0}{I_2 T_0\,(L_0 - L_1)}$$

Böylece

$$L_0 - L_1 = G^2 L_2 \quad \frac{\pi\, d_1^4 \times 32}{32 \times \pi\, d_2^4} = G^2\,.\,L_2 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 \tag{9}$$

Bu nedenle dişli ile pervane arasındaki eşdeğer mil boyu,

$$L_0 - L_1 = 9 \times 60{,}96 \left(\frac{5{,}71}{10{,}16}\right)^4 = 54{,}73 \text{ cm ve}$$

Buradan da $\quad L_0 = 54{,}73 + 25{,}4 = 80{,}13$ cm.

Eşdeğer sistemin ölü kesiti x noktasında bulunsun, o zaman

$$\text{X'in solundaki frekans } N_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{q_x}{I_A}}$$

$$\text{X'in sağındaki frekans } N_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{q_y}{I_B'}},$$

fakat $\quad N_1 = N_2$

Bu nedenle $\quad \frac{q_x}{I_A} = \frac{q_y}{I_B'}$ veya $\frac{C\,I}{L_X\,I_A} = \frac{C\,I}{L_Y\,I_B'}$

$$L_X\,I_A = L_Y\,I_B'$$

$$42{,}14\,L_x = \frac{147{,}5}{9}\,(80{,}13 - L_x)$$

ve buradan $\quad L_x = 22{,}43$ cm.

O zaman,

$$q_x = \frac{C\,.\,I}{L_X} = \frac{0{,}844 \times 10^6}{22{,}43} \times \frac{\pi}{32}\,(5{,}71)^4$$

$$= 3{,}92 \times 10^6 \text{ kg-cm/rad}$$

$$I_A = 42{,}14 \text{ kg-m}^2 = \frac{42{,}14}{9{,}81} \times 100 = 429{,}56 \text{ cm-kg-sn}^2$$

Sonuç olarak sistemin burulma salınımı frekansı

$$N = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{q_x}{I_x}} \quad \text{salınım/sn} = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{3{,}92 \times 10^6}{429{,}56}}$$

$$= 912 \text{ salınım/sn.}$$

21) İki ucunda volan bulunan 5,08 cm çapında ve 121,92 cm boyundaki bir mil volanlar arasına bulunan bir dişli çarkla çevriliyor.

Sol yandaki volanın kütlesi 362,87 kg ve atalet yarıçapı 60,96 cm iken sol yandaki volanın kütlesi 544,31 kg ve atalet yarıçapı 76,2 cm dir. Kütlesi 226,8 kg ve atalet yarıçapı 38,1 cm olan dişli çark, sol yandaki volandan 45,72 cm uzaklıkta bulunuyor.

Sistemin sahip olabileceği iki ayrı burulma salınımı, frekansını bulunuz. Milin atalet momentini yok kabul ediniz.

$C = 0{,}844 \times 10^6$ kg/cm² olarak veriliyor.

ÇÖZÜM : Şekil 10.34, 10,35 ve 10.36'ya bakınız. Bu problemin çözümünde Holzer'in Burulma sistemleri analizi kullanılacaktır.

$\Omega =$ rad/sn cinsinden titreşim frekansı, $\theta_A =$ radyan cinsinden A volanındaki maksimum burulma açısı (veya maksimum uzanım), $q_1 = L_1$ milinin burulma dayanımı, ve $q_2 = L_2$ milinin burulma dayanımı olsun.

Şimdi B.H.H. için, $\alpha/\theta = \Omega^2$ dir. O zaman

A nın sağındaki tork $T_A =$ A'yı ivmelendirecek maksimum tork

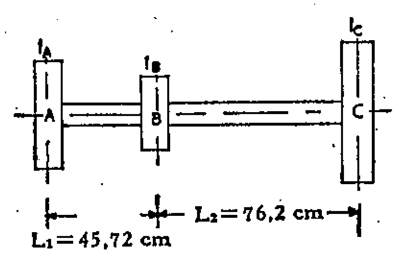
$$= I_A \,.\, \Omega^2 \theta_A \tag{1}$$

$$\text{A ve B arasındaki burulma açısı} = \frac{T_A}{q_1} = \frac{I_A \,.\, \Omega^2 \theta_A}{q_1} \tag{2}$$

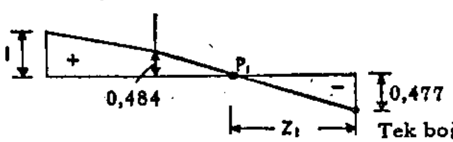
$$\text{Bu nedenle, B deki burulma açısı} = \theta_B = \theta_A - \frac{I_A \,.\, \Omega^2 \theta_A}{q_1} \tag{3}$$

Şimdi, B'nin sağındaki tork $= T_A + $ B'yi ivmelendirecek tork

$$= I_A \,.\, \Omega^2 \theta_A + I_B \Omega^2 \theta_B$$

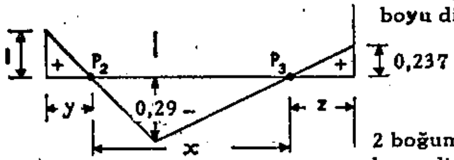


Şekil: 10.34



Tek boğumlu dalga boyu diyagramı

Şekil: 10.35



2 boğumlu dalga boyu diyagramı

Şekil: 10.36

$$\text{Bu nedenle,}\quad T_B = \Omega^2 \theta_A \left[(I_A + I_B) - \frac{I_A I_B}{q_1} \Omega^2 \right] \tag{4}$$

$$\text{C deki burulma açısı } \theta_C = \theta_B - \frac{T_B}{q_2} \tag{5}$$

O zaman,

C'nin sağındaki tork $T_C = T_B +$ C'yi ivmelendirecek tork

Böylece

$$T_C = T_B + I_C \Omega^2 \theta_C = T_B + I_C \Omega^2 \left(\theta_B - \frac{T_B}{q_2} \right)$$

$$= \Omega^2 \theta_A \left[(I_A + I_B) - \frac{I_A I_B \Omega^2}{q_1} \right] + I_C \Omega^2 \left[\theta_A - \frac{I_A \Omega^2 \theta_A}{q_1} \right]$$

$$- \frac{I_C \Omega^2}{q_2} \,.\, \Omega^2 \theta_A \left[(I_A + I_B) - \frac{I_A I_B}{q_1} \,.\, \Omega^2 \right] \tag{6}$$

Sistem üzerinde etkiyen dış bir torkun olmayışı ve $T_C =$ sıfır oluşu nedeniyle sistem Ω doğal frekansında serbest olarak titreşecektir. Bu nedenle eşitlik (6) = sıfır olur ve eşitliğin tamamını $\Omega^2 \theta_A$ ile bölebiliriz.

$$(I_A + I_B) - \frac{I_A I_B \Omega^2}{q_1} + I_C - \frac{I_A I_C \Omega^2}{q_1} - \frac{I_C \Omega^2}{q_2} (I_A + I_B) + \frac{I_A I_B I_C}{q_2 q_1} \Omega^4 = 0$$

$\omega = \Omega^2$ olsun. O zaman,

$$\omega^2 \,.\, \frac{I_A \,.\, I_B \,.\, I_C}{q_2 \cdot q_1} - \omega \left(\frac{I_A I_B + I_A I_C}{q_1} + \frac{I_A I_C\, I_B I_C}{q_2} \right) + (I_A + I_B + I_C) = 0 \tag{7}$$

$$I_A = \frac{362{,}87}{9{,}81 \times 100} \times 60{,}96 \times 60{,}96 = 1374{,}6 \text{ cm-kg-sn}^2$$

$$I_C = \frac{544{,}31}{9{,}81 \times 100} \times 76{,}2 \times 76{,}2 = 3221{,}7 \text{ cm-kg-sn}^2$$

$$I_B = \frac{226{,}8}{9{,}81 \times 100} \times 38{,}1 \times 38{,}1 = 335{,}6 \text{ cm-kg-sn}^2$$

$$q_1 = \frac{C \,.\, I_p}{L_1} = \frac{0{,}844 \times 10^6}{45{,}72} \times \frac{\pi\, (5{,}08)^4}{32} = 1{,}207 \times 10^6 \text{ kg-cm/rad}$$

$$q_2 = \frac{C \,.\, I_p}{L_2} = \frac{0{,}844 \times 10^6}{76{,}2} \times \frac{\pi\, (5{,}08)^4}{32} = 0{,}724 \times 10^6 \text{ kg-cm/rad.}$$

Bu değerleri eşitlik (7) de yerine koyarsak,

$$\frac{\omega^2\times1374{,}6\times335{,}6\times3221{,}7}{1{,}207\times0{,}724\times10^{12}}-\frac{\omega}{10^6}\left(\frac{1374{,}6\times335{,}6+1374{,}6\times3221{,}7}{1{,}207}\right.$$

$$\left.+\frac{1374{,}6\times3221{,}7+335{,}6\times3221{,}7)}{0{,}724}\right)+1374{,}6+335{,}6+3221{,}7=0$$

Buradan $0{,}0017\,\omega^2-11{,}66\,\omega+4932=0$

$$\omega=\frac{11{,}66\pm\sqrt{135{,}95-33{,}53}}{0{,}0034}=6406 \text{ veya } 452{,}86$$

Böylece $\Omega=\sqrt{\omega}=80$ rad/sn veya 21,28 rad/sn.

Tek ölü noktalı salınım için,

$$\text{Frekans } N=\frac{\Omega}{2\pi}\times60=\frac{21{,}28\times60}{2\pi}=203{,}2 \text{ salınım/dak.}$$

İki ölü noktalı salınım için,

$$\text{Frekans } N=\frac{80\times60}{2\pi}=764 \text{ salınım/dak.}$$

Uzanımlar ve ölü nokta konumlarını bulmak için işleme aşağıdaki gibi devam ederiz.

Eşitlik (3) den $\dfrac{\theta_B}{\theta_A}=1-\dfrac{\Omega^2 I_A}{q_1}$

Tek ölü noktalı salınım için

$$\frac{\theta_B}{\theta_A}=1-\frac{452{,}86\times1374{,}6}{1207{,}\times10^6}=0{,}484$$

Çift ölü noktalı salınım için

$$\frac{\theta_B}{\theta_A}=1-\frac{6406\times1374{,}6}{1{,}207\times10^6}=-6{,}29$$

Eşitlik (3), (4) ve (5) den

$$\theta_C=\theta_B-\frac{T_B}{q_2}=\theta_A-\frac{I_A\Omega^2\theta_A}{q_1}-\Omega^2\theta_A\left[\frac{I_A+I_B)}{q_2}-\frac{I_A I_B\Omega^2}{q_1q_2}\right]$$

Bu nedenle $\dfrac{\theta_C}{\theta_A}=1-\Omega^2\left(\dfrac{I_A}{q_1}+\dfrac{I_A+I_B}{q_2}\right)+\dfrac{\Omega^4 I_A I_B}{q_1q_2}$

Tek ölü noktalı titreşim için

$$\frac{\theta_C}{\theta_A}=1-452{,}86\left(\frac{1374{,}6}{1{,}207\times10^6}+\frac{1710}{0{,}724\times10^6}\right)+\frac{452{,}86\times452{,}86\times1374{,}6\times335{,}6}{1{,}207\times0{,}724\times10^{12}}=-0{,}477$$

İki ölü noktalı titreşim için

$$\frac{\theta_C}{\theta_A}=1-6406\left(\frac{1374{,}6}{1{,}207\times10^6}+\frac{1710}{0{,}724\times10^6}\right)+\frac{6406\times6406\times1374{,}6\times335{,}6}{1{,}207\times0{,}724\times10^{12}}=0{,}237$$

Eğer $\theta_A=1$ radyan ise, o zaman tek ölü noktalı salınım için

$\theta_B=0{,}484$ rad. ve $\theta_C=-0{,}477$ rad.

İki ölü noktalı salınım için

$\theta_B=-6{,}29$ rad. ve $\theta_C=0{,}237$ rad.

Tek ölü noktalı titreşim için

$$z_1=\frac{0{,}477\times76{,}2}{0{,}484+0{,}477}=37{,}82$$

O halde P_1 ölü noktasının yeri, C volanından 37,82 cm uzaklıktadır.

İki ölü noktalı salınım için

$$y=\frac{1}{7{,}29}\times45{,}72=6{,}27 \text{ cm.}$$

ve $$z=\frac{0{,}237}{6{,}52}\times76{,}2=2{,}76 \text{ cm.}$$

y ve z değerleri, P_2 ve P_3 ölü noktalarının konumunu gösteriyor.

22) Problem 21'i değişik bir metodla çözünüz.

Şekil 10,34, 10,35, 10,36 ve problem 21 de kullanılan notasyonlara bakınız.

İki ölü noktalı titreşim için ölü noktalar P_2 ve P_1 de bulunsun.

y uzunluğundaki mil için, $n_y = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{q_y}{I_A}}$

z boyundaki mil için, $n_z = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{q_z}{I_C}}$

x boyundaki mil için, $n_x = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{q_x}{I_B}}$

Şimdi, $n_y = n_x = n_z$, buradan

$$\frac{q_y}{I_A} = \frac{q_z}{I_C} = \frac{q_x}{I_B}$$

$$\frac{q_y}{I_A} = \frac{q_z}{I_C}$$

Bu nedenle $\frac{C \,.\, I_p}{1374,6\, y} = \frac{C \,.\, I_p}{3221,7\, z}$

Buradan $y = 2,343\, z$

$$q_x = \frac{C \,.\, I}{L_1 - y} + \frac{C \,.\, I_p}{L_2 - z} = C \,.\, I_p\left[\frac{1}{45,72 - 2,343\, z} + \frac{1}{76,2 - z}\right]$$

$$\frac{q_x}{I_B} = \frac{q_z}{I_C}$$

Bu nedenle $\frac{C \,.\, I_p}{335,6}\left[\frac{121,92 - 3,343\, z}{(45,72 - 2,343\, z)\,(76,2 - z)}\right] = \frac{C \,.\, I_p}{3221,7 \,.\, z}$

Eşitliğin sadeleştirilmesinden

$$9,60\, z\, (121,92 - 3,343\, z) = 3483,86 - 224,2\, z + 2,343\, z^2$$

$$34,43\, z^2 - 1394,6\, z + 3483,86$$

$$z^2 - 40,5\, z + 101,2 = 0$$

Eşitliğin çözümünden $z = 37,82$ cm veya 2,67 cm

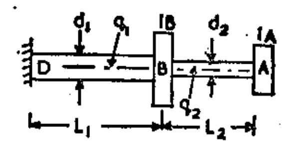
Şimdi $\frac{q_z}{I_C} = \Omega^2 = \frac{C \,.\, I_p}{z \,.\, I_C}$

$$\Omega_1^2 = \frac{0,844 \times 10^6 \times \frac{\pi}{32}(5,08)^4}{37,82 \times 3221,7} = 452,8$$

İlaveten $\Omega_2^2 = \frac{0,844 \times 10^6 \times \frac{\pi}{32}(5,08)^4}{2,67 \times 3221,7} = 6415$

tek ölü noktalı salınım için $\Omega^2 = 452,8$ ve çift ölü noktalı salınım için $\Omega^2 = 6415$ değerlerini problem 21 deki değerlerle karşılaştırınız.

23) Şekil 10.37 bir ucundan bağlanmış ve üzerinde atalet momentleri I_A ve I_B olan iki volanı taşıyan bir mil görülüyor. Eğer q_1 ve q_2, L_1 ve L_2 boylarının burulma dayanımı ise; burulma titreşiminin doğal frekansını bulunuz.



Şekil: 10.37

ÇÖZÜM : Burulma sistemi için Holzer metodunu kullanalım.

Ω = rad/sn cinsinden titreşim frekansı, θ_A = A volanının radyan cinsinden maksimum burulma açısı (veya uzanımı) olsun.

Şimdi,

A'nın solundaki tork T_A = A'yı ivmelendirecek maksimum tork $= I \,.\, \Omega^2 \,.\, \theta_A$ (1)

A ve B arasındaki burulma açısı $= \frac{T_A}{q_2} = \frac{I_A \Omega^2 \theta_A}{q_2}$ (2)

B deki burulma açısı $= \theta_B = \theta_A - \frac{I_A \Omega^2 \theta_A}{q_2}$ (3)

Şimdi, B'nin solundaki tork = T_A + B'yi ivmelendirecek tork

Bu nedenle $T_B = I_A \Omega^2 \theta_A + I_B \Omega^2 \theta_B$

Buradan $T_B = \Omega^2 \theta_A \left[(I_A + I_B) - \frac{I_A I_B \Omega^2}{q_2}\right]$ (4)

D'deki burulma açısı $\theta_D = \theta_B - \frac{T_B}{q_1}$ (5)

ancak θ_D = sıfır, bu nedenle $\theta_B = \frac{T_B}{q_1}$

ve eşitnlik (3), (4) ve (5) den

$$\theta_A - \frac{I_A\Omega^2\theta_A}{q_2} = \frac{1}{q_1}[I_A\Omega^2\theta_A + I_B\Omega^2\theta_B] = \theta_B$$

$$= \frac{1}{q_1}\left[I_A.\Omega^2.\theta_A + I_B\Omega^2\left(\theta_A - \frac{I_A.\Omega^2.\theta_A}{q_2}\right)\right]$$

Bu nedenle

$$q_1.q_2 - q_1.I_A.\Omega^2 = q_2.I_A.\Omega^2 + q_2.I_B.\Omega^2 - I_A.I_B.\Omega^4$$

ve $$I_A.I_B.\Omega^4 - \Omega^2[q_1.I_A + q_2(I_A + I_B)] + q_1.q_2 = 0 \qquad (6)$$

Bu eşitliğin çözümü, burulma titreşimi ile ilgili iki umulur sonuç verecektir.

Eğer B volanı kaldırılırsa, eşitlik (6) dan

$I_B =$ sıfır ve $\Omega^2 I_A (q_1+q_2) = q_1 q_2$

veya $$\Omega^2 = \frac{q_1 q_2}{(q_1+q_2)} \qquad (7)$$

(7) nolu eşitliğin doğruluğu değişik bir metodla kanıtlanabilir. Yani, eğer θ_2; θ_1; ve θ_0, L_2, L_1 ve (L_2+L_1) boylarındaki burulma açısı ve T de uygulanan torksa o zaman,

$$T = q_1\theta_1 = q_2\theta_2 = q_0\theta_0$$

$q_0 =$ bütün milin burulma dayanımıdır.

yalnız $\theta_0 = \theta_1 + \theta_2$

Buradan $$\frac{T}{q_0} = \frac{T}{q_1} + \frac{T}{q_2}$$

ve $$\frac{1}{q_0} = \frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} = \frac{q_1+q_2}{q_1 q_2}$$

Şimdi sistemin frekansı

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{q_0}{I_A}} \quad \text{veya} \quad \Omega^2 = \frac{q_0}{I_A}$$

Bu nedenle $\Omega^2 = \dfrac{q_1 q_2}{I_A(q_1+q_2)}$ olup, yukarıda bulunanın aynıdır.

Üzerinde bir çok yoğunlaştırılmış yük bulunan tek kemerli bir kirişin enine titreşimi : Enerji Metodu. Şekil 10.38 deki kiriş, çapraz olarak titreşim yaparsa; sistem normal konumunu geçerken kirişin enerjisi tamamen kinetik ve uzanımının sonunda ise tamamen şekil değiştirme enerjisidir.

Kirişteki bütün noktaların, her hangi bir andaki, yer değiştirme miktarları kalıcı şekil değişimleriyle aynı oranda olacaklardır. Uzanım, her hangi bir yolla frekansı etkilemediğinden; kirişin titreşimi sona erdiğinde bulunan sehim yayı; kiriş yatay konumdayken aynı yükleme ile oluşan kalıcı sehimle çakışır.

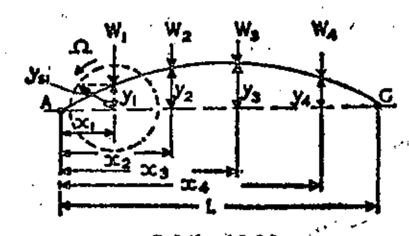
Şekil 10.38 de görülen kiriş boyu L olsun ve taşıdığı W_1, W_2, W_3 ve W_4 yükleri de A dan başlayarak x_1, x_2, x_3 ve x_4 uzaklıkta bulunsunlar.

Bütün yükler görülen konumda iken; W_1, W_2, W_3 ve W_4 yükleri altındaki statik sehimler = sırasıyla y_{s1}, y_{s2}, y_{s3} ve y_{s4} olsun. $\frac{\Omega}{2\pi} =$ her bir elemanın manın B.H.H. frekansı olsun.

Her hangi bir anda,

W_1'in altındaki sehim $= y_1 = y_{s1} . \cos\Omega t$

W_2'nin altındaki sehim $= y_2 = y_{s2} \cos\Omega t$ v.b.



Şekil: 10.38

$$W_1 \text{ deki hız} = \frac{dy_1}{dt} = -\Omega y_{s1} \sin\Omega t$$

$$W_2 \text{ deki hız} = \frac{dy_2}{dt} = -\Omega y_{s2} \sin\Omega t \quad \text{v.b.}$$

$$\text{Sistemin maksimum K.E. si} = \Sigma \frac{W}{2g}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$$

$$= \frac{\Omega^2}{2g}(W_1 y_{s1}^2 + W_2 y_{s2}^2 + \ldots \text{ v.s.})$$

$$= \frac{\Omega^2}{2g}\Sigma W . y_s^2$$

Sistemin maksimum şekil değiştirme enerjisi

$$= \frac{1}{2} W_1 y_{s1} + \frac{1}{2} W_2 y_{s2} + \frac{1}{2} W_3 y_{s3} + \frac{1}{2} W_4 y_{s4} = \frac{1}{2} \Sigma W . y_s$$

Enerjileri eşitleyerek aşağıdaki değeri buluruz.

$$\frac{\Omega^2}{2g} \Sigma W . y_s^2 = \frac{1}{2} \Sigma W . y_s$$

Buradan $\qquad \Omega^2 = \frac{g \Sigma W . y_s}{\Sigma W . y_s^2}$

Bu nedenle sistemin enine titreşim frekansı

$$n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \Sigma W . y_s}{\Sigma W . y_s^2}} \quad \text{titreşim/sn.} \qquad (1)$$

Eğer kiriş düzgün yayılmış, w kg/m lik bir yük taşırsa, o zaman

$$n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \Sigma y_s}{\Sigma y_s^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \int_0^L y_s . dx}{\int_0^L y_s^2 . dx}} \qquad (2)$$

Eğer şekil 10,38, yük altında dönen bir mili gösteriyorsa o zaman eşitlik (1) ve (2) deki n, milin en düşük "kritik" veya "savrulma" hızını verir. (Bkz. prob. 24)

Dunkerley Metodu. Şekil 10.38'le ilgili olarak W_s = milin (veya mil tarafından taşınan düzgün yayılmış yükün) ağırlığı olsun.

y_1, y_2, y_3, y_4 = her bir yük ayrı ayrı etkidiğinde, W_1, W_2, W_3 ve W_4 yükleri altındaki statik şekil değiştirme miktarı olsun.

n_1, n_2, n_3, n_4 = her bir yük ayrı ayrı etkidiğinde, titreşimin doğal frekansı olsun.

n_s = düzgün dağılmış W_s yükünün doğurduğu enine titreşimin doğal frekansı (Bkz. prb. 27)

n = Bütün sistemin enine titreşiminin doğal frekansı. Dunkerley'in ampirik formülünden

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{\Omega_3^2} + \frac{1}{n_4^2} + \frac{1}{n_5^2} \qquad (3)$$

veya

$$\frac{1}{\Omega^2} = \frac{1}{\Omega_1^2} + \frac{1}{\Omega_2^2} + \frac{1}{\Omega_3^2} + \frac{1}{\Omega_4^2} + \frac{1}{\Omega_5^2} \qquad (4)$$

$$= \frac{1}{g}\left[y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \frac{w . L^4}{\pi^4 EI} \right] \qquad (5)$$

Eşitlik (3), (4) ve (5) de; dönen bir milin "kritik" veya "savrulma" hızını verecektir.

24) 1,27 cm çapında uzun bir mil düşey yataklar içinde dönüyor. Milin tam ortasına 14,51 kg ağırlığında bir disk bağlanmıştır. Milin yataklar arasında kalan boyu 50,8 cm dir. Diskin kütle merkezi mil eksininden 0,05 cm uzaktadır. Mil kütlesini yok sayıp, milin sehimini, iki ucundan tesbit edilmiş kirişin sehimi gibi ele alarak kritik dönme hızını bulunuz. Mildeki eğilmeye bağlı olarak 1265,5 kg/cm² lik gerilmeden daha fazla gerilme yaratacak hız sınırını bulunuz. $E = 2{,}1 \times 10^6$ kg/cm².

ÇÖZÜM : Kalıcı eğilme miktarı $\delta = \frac{W L^3}{192 EI}$

Buradan $\qquad \delta = \frac{14{,}51 \times 50{,}8^3 \times 64}{192 \times 2{,}1 \times 10^6 \times \pi (1{,}27)^4} = 0{,}0369$ cm

Şimdi $\qquad \frac{M}{I} = \frac{f}{y_1}$

$$\frac{\frac{W_1 \times 50{,}8}{8}}{\frac{\pi (1{,}27)^4}{64}} = \frac{1265{,}5}{0{,}635}$$

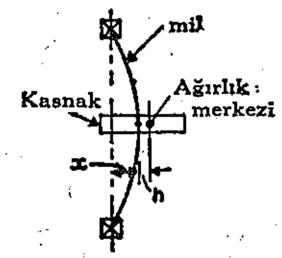
Buradan $\quad$ dinamik yük $W_1 = 40$ kg.

Bu nedenle

$$W_1 \text{ yüküne bağlı x sehimi} = \frac{40}{14{,}51} \times 0{,}0369 = 0{,}1 \text{ cm}$$

Ω = milin açısal dönme hızı

h = Ω sıfır olduğu zaman disk ağırlık merkezinin mil eksenine göre başlangıç kaçıklığı



Şekil: 10.39

$x =$ mil hızı Ω rad/sn olduğu zaman ağıklık merkezinin dönme eksenine göre ek (dinamik) sehimi olsun, ve $s =$ mil dayanımı (merkezde 1 cm lik sehim verecek kuvvet) olsun.

O zaman

Merkezkaç kuvveti = yerine getirme kuvveti

Böylece $\dfrac{W}{g}\,\Omega^2\,(x+h) = s\,.\,x$

$$\text{ve}\qquad x = \frac{h}{\dfrac{s\,.\,g}{W\Omega^2}-1}\qquad \text{veya}\qquad \frac{x}{h} = \frac{1}{\dfrac{s\,.\,g}{W\Omega^2}-1}\qquad (1)$$

B.H.H. için $\Omega^2{}_C = \dfrac{s\,.\,g}{W} = \dfrac{g}{\delta}$ olsun

$$\text{Bu nedenle}\qquad \frac{x}{h} = \frac{1}{\left(\dfrac{\Omega_C}{\Omega}\right)^2-1} = \frac{1}{\left(\dfrac{N_C}{N}\right)^2-1}\qquad (2)$$

Şekil 10.39 ile ilgili olarak $x = 0{,}1$ cm, ve $h = 0{,}05$ cm olarak verildiğinden, eitlik (2) den

$$\frac{\pm\,0{,}1}{0{,}05} = \frac{1}{\left(\dfrac{N_C}{N}\right)^2-1}$$

(mil hızı kritik hızı geçse bile gerilme şartlarını sağlayacağından $\pm$ işareti konulmuştur.)

$$\text{Buradan}\qquad \left(\frac{N_C}{N}\right)^2 - 1 = \pm\,0{,}5$$

$$\text{ve}\qquad \frac{N_C}{N} = \sqrt{1{,}5}\quad \text{veya}\quad \sqrt{0{,}5}$$

Eşitlik (2)'ye göre $N = N_C$ olduğu zaman, $\dfrac{x}{h} = \infty$ olacaktır. Bu nedenle $N = N_C$, milin kritik veya savrulma hızı olacaktır.

Böylece

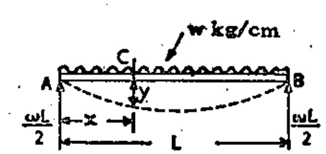
$$\text{kritik hız } N_C = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\delta}} = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{9{,}81\times 100}{0{,}0369}} = 1557 \text{ dev/dak.}$$

$$\text{O zaman}\qquad N_1 = \frac{N_C}{\sqrt{1{,}5}} = \frac{1557}{\sqrt{1{,}5}} = 1271 \text{ dev/dak.}$$

$$\text{ve}\qquad N_2 = \frac{N_C}{\sqrt{0{,}5}} = \frac{1557}{0{,}5} = 2202 \text{ dev/dak.}$$

Bu nedenle $f > 1265{,}5$ kg/cm².den daha büyük bir gerilim doğuracak hız sahası 1271 dev/dak.dan 2202 dev/dak.ya kadardır.

25) Titreşim sehimi eğrisi, statik sehim eğrisi ile aynı olan ve üzerinde düzgün dağılmış yük bulunan, iki ucundan desteklenmiş bir kirişin enine titreşiminin tabii frekansı ile ilgili bir ifade çıkarınız.



Şekil: 10.40

Buradan, destekler arası açıklığı 5,486 m. olan çelik bir kirişin titreşim frekansını bulunuz. Kirişin ikinci alan momenti = 8611,8 cm⁴. olup; üzerinde 22,32 kg/cm. lik düzgün yayılmış bir yük taşıyor.

ÇÖZÜM : Şekil 10.40 ile ilgili olarak, $L =$ kiriş boyu, ve $w =$ düzgün - yayılmış yük olsun.

$$\text{Şimdi,}\qquad EI\,\frac{d^2y}{dx^2} = M_C = \frac{w\,x^2}{2} - \frac{w\,L\,x}{2}\qquad (1)$$

$$\text{Bu nedenle}\qquad EI\,\frac{dy}{dx} = \frac{w\,x^3}{6} - \frac{w\,L\,x^2}{4} + c_1\qquad (2)$$

$$\text{ve} \qquad EIy = \frac{w x^4}{24} - \frac{w L x^3}{12} + c_1 x + c_2 \qquad (3)$$

$x = 0$ iken, $y = 0$ ve buradan $c_2 = 0$

$x = L$ iken, $y = 0$ ve $c_1 = \frac{w L^3}{24}$

Böylece $y = \frac{w}{24EI}(x^4 - 2Lx^3 + L^3 . x)$

$$\text{Şimdi} \quad \int_0^L y \, . \, dx = \frac{w}{24EI} \int_0^L (x^4 - 2Lx^3 + L^3x) \, dx$$

$$= \frac{w}{24EI}\left[\frac{x^5}{5} - \frac{Lx^4}{2} + \frac{L^3 x^2}{2}\right]_0^L$$

$$= \frac{w L^5}{24 EI}\left[\frac{1}{5} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right] = \frac{w L^5}{120 EI}$$

Ayrıca

$$\int_0^L y^2 dx = \left(\frac{w}{24 EI}\right)^2 \int_0^L (x^8 - 4Lx^7 + 2L^3x^5 + 4L^2x^6 - 4L^4x^4 + L^6x^2) \, dx$$

$$= \left(\frac{w}{24 EI}\right)^2 \left[\frac{x^9}{9} - \frac{Lx^8}{2} + \frac{L^3x^6}{3} + \frac{4L^2x^7}{7} - \frac{4L^4x^5}{5} + \frac{L^6x^3}{3}\right]_0^L$$

$$= \left(\frac{w}{24 EI}\right)^2 L^9 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{4}{7} - \frac{4}{5} + \frac{1}{3}\right) = \frac{31}{630} L^9 \left(\frac{w}{24 EI}\right)^2$$

Şimdi "Enerji Metodu" yardımıyla frekansı bulalım.

$$n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \int_0^L y \, . \, dx}{\int_0^L y^2 \, . \, dx}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \, . \, wL^5}{120 \, EI} \, \frac{630}{31L^9} \left(\frac{24 \, E \, I}{w}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{630}{155} \, . \, g \, . \, \frac{24 \, EI}{w \, L^4}}$$

$$= 1{,}572 \sqrt{\frac{E \, . \, I \, . \, g}{w \, L^4}}$$

Sayısal Bölümde,

$L = 5{,}486$ m $= 548{,}6$ cm, $w = 22{,}32$ kg/cm

$E \, . \, I = 2{,}1 \times 10^6 \times 8611{,}8$ kg-cm^2

$$\text{Bu nedenle} \quad n = 1{,}572 \sqrt{\frac{2{,}1 \times 10^6 \times 8611{,}8 \times 9{,}81 \times 100}{22{,}32 \times (548{,}6)^4}}$$

$$= 4{,}66 \text{ titreşim/sn} \cong 280 \text{ titreşim/dak.}$$

26) İki ucundan ankastra edilmiş olup; üzerinde birim boy için w değerinde düzgün-yayılmış bir yük taşıyan bir kirişin, titreşim sehimi eğrisi ile statik sehim eğrisinin aynı olacağını kabul ederek, enine titreşimin tabii frekansı ile ilgili bir ifade bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 10.41 ile ilgili olarak A, başlangıç noktası (orijin) olsun.

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M_C = M_A + \frac{w x^2}{2} - \frac{w L x}{2} \qquad (1)$$

$$\text{Bu nedenle} \quad EI \frac{dy}{dx} = M_A . x + \frac{w x^3}{6} - \frac{w L x^2}{4} + c_1 \qquad (2)$$

$$EIy = \frac{1}{2} M_A . x^2 + \frac{w x^4}{24} - \frac{w L x^3}{12} + c_1 x + c_2 \qquad (3)$$

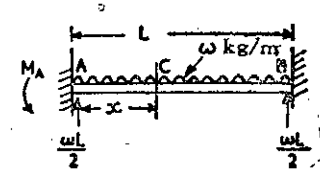
$x = 0$ iken, $\frac{dy}{dx} = 0$, ve buradan $c_1 = 0$

$x = L$ iken, $\frac{dy}{dx} = 0$, ve $0 = M_A . L + \frac{w L^3}{6} - \frac{w L^3}{4}$

bu nedenle $M_A = \frac{w L^2}{12}$

$x = L$ iken, $y = 0$ ve buradan $c_2 = 0$

Böylece



Şekil: 10.41

$$y_C = \frac{1}{EI}\left[\frac{wL^2x^2}{24} + \frac{w\,x^4}{24} - \frac{wLx^3}{12}\right] = \frac{w}{24\,EI}\left[L^2x^2+x^4-2Lx^3\right]$$

$$\int_0^L y^2_C.\,dx = \frac{w}{24\,EI}\int_0^L (L^2x^2+x^4-2Lx^3)\,dx$$

$$= \frac{w}{24\,EI}\left[\left(\frac{L^2x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{L\,x^4}{2}\right)\right]_L^o$$

$$= \frac{w\,L^5}{24\,EI}\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\right] = \frac{w}{24\,EI}\cdot\frac{L^5}{30}$$

$$\int_0^L y^2_C\,.\,dx = \left(\frac{w}{24\,EI}\right)^2\int_0^L (L^4x^4+6L^2x^6-4L^3\,x^5-4Lx^7+x^8)\,dx$$

$$= \left(\frac{w}{24\,EI}\right)^2\left[\frac{L^4\,x^5}{5}+\frac{6L^2\,x^7}{7}-\frac{2L^3\,x^6}{3}-\frac{Lx^8}{2}+\frac{x^9}{9}\right]_o^L$$

$$= \left(\frac{w}{24\,EI}\right)^2 L^9\left[\frac{1}{5}+\frac{6}{7}-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{9}\right] = \left(\frac{w}{24\,EI}\right)^2\frac{L^9}{630}$$

Şimdi $$\Omega^2 = \frac{g\int_0^L y_C\,dx}{\int_0^L y^2_C\,.\,dx} = \frac{g\,.\,\frac{w}{24\,EI}\cdot\frac{L^5}{30}}{\left(\frac{w}{24\,EI}\right)^2\frac{L^9}{630}} = \frac{504\,EIg}{w\,L^4}$$

Böylece

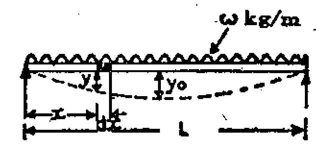
frekans $N = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{504\,EIg}{w\,L^4}} = 3{,}573\sqrt{\frac{EIg}{w\,L^4}}$ titreşim/sn.

Bu nedenle, iki ucunda uzun yatakları olan ve üzerinde düzgün yayılmış yük bulunan bir milin "kritik" veya "savrulma" hızı,

$N = 3{,}573\sqrt{\frac{EIg}{w\,L^4}}$ dev/sn olacaktır.

27) Üzerinde düzgün yayılmış yük bulunan, düzgün kesitli, iki ucundan desteklenmiş bir kirişin enine titreşiminin temel frekansını bulunuz. Statik sehim eğrisinin bir sinüs eğrisi olduğunu kabul edin.

ÇÖZÜM : Sehim eğrisinin $y = y_o \sin\frac{\pi x}{L}$ biçiminde olacağını kabul edelim. Burada y_o = ortadaki sehim miktarıdır. Şimdi, M momentinin etkisinde bulunan kirişin şekil değiştirme enerjisi U.



Şekil: 10.42

$$U = \frac{1}{2}\int M\,.\,d\theta = \frac{1}{2}\int\frac{M^2\,dx}{EI}$$ fakat $EI\,\frac{d^2y}{dx^2} = M$ olduğundan

$$U = \frac{EI}{2}\int_0^L\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx$$

$$\text{Kirişin K.E.si} = \int\frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{w}{2\,g}\int_0^L \Omega^2y^2dx = \frac{w\,\Omega^2}{2g}\int_0^L y^2dx$$

Enerjilerin eşitlenmesinden

$$\frac{w\,\Omega^2}{2g}\int_0^L y\,dx = \frac{EI}{2}\int_0^L\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)dx$$

Burada $y = y_o \sin\frac{\pi x}{L}$ olduğundan

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{\pi^2}{L^2}\,y_o\,\frac{\sin\pi x}{L}$$

Bu nedenle

$$\Omega^2 = \frac{\frac{EI}{2}\int_0^L\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2.\,dx}{\frac{w}{2g}\int_0^L y^2\,dx}$$

$$= \frac{\frac{EIg}{w}\,\frac{\pi^4}{L^4}\, y_0^2 \int_0^L \sin^2 \frac{\pi}{L}\, x\,.\,dx}{y_0^2 \int_0^L \sin^2 \frac{\pi}{L}\, x\,.\,dx} = \frac{\pi^4 gEI}{w\,.\,L^4}$$

Böylece frekans $n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{gEI}{w\,L^4}}$ titreşim/sn.

n değişik bir yolla şöyle bulunur:

Şekil 10.42 ile ilgili olarak

Eleman üzerinde bulunan merkezkaç kuvveti $= \frac{w}{g}\,\delta x\,.\,\Omega^2\,.\,y$

Gene, "Cisimlerin Dayanımı" ile ilgili ders kitaplarında gösterildiği gibi,

birim boydaki yük $= EI\,\frac{d^4y}{dx^2}$

Bu nedenle $-\frac{w}{g}\cdot\frac{d^2y}{dt^2} = +\frac{w}{g}\,\Omega^2 y = EI\,\frac{d^4y}{dx^4}$

ve $\frac{d^4y}{dx^4} - k^4 y = 0$ (1)

burada $k^4 = \frac{w\,\Omega^2}{gEI}$

Eşitlik (1)'in çözümü

$y = A \sin kx + B \cos kx + C \sinh + D \cosh kx$ şeklindedir. (2)

Bu nedenle

$\frac{dy}{dx} = Ak \cos kx - Bk \sin kx + Ck \cosh kx + Dk \sinh kx$ (3)

ve

$\frac{d^2y}{dx^2} = -Ak^2 \sin kx - Bk^2 \cos kx + Ck^2 \sin kx + Dk^2 \cosh kx$ (4)

$x = 0$ iken, $y = 0$

$x = L$ iken, $y = 0$

Eşitlik (2) den $0 = B + D$ (5)

Eşitlik (2) den

$0 = A \sin kL + B \cos kL + C \sinh kL + D \cosh kL$ (6)

$x = 0$ iken, $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

$x = L$ iken, $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

Eşitlik (4) den $0 = -Bk^2 + Dk^2 = -B + D$ (7)

Eşitlik (4) den

$0 = -A \sin kL - B \cos kL + C \sinh kL + D \cosh kL$ (8)

Eşitlik (5) ve (7) den

$B = D = 0$

Eşitlik (6) ve (8) den

$0 = A \sin kL + C \sinh kL = -A \sin kL + C \sinh kL$

$\sinh kL = 0$ olamayacağından

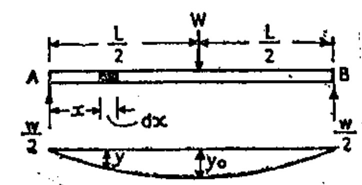
$C = 0$

Bu nedenle $2\,A \sin kL = 0$

ve $\sin kL = 0$

ve buradan $kL = \pi,\ 2\pi,\ 3\pi,\ 4\pi$, v.s.

En küçük veya temel frekans, $kL = \pi$ olarak bulunur. O zaman



Şekil: 10.43

$$k^4 = \frac{\pi^4}{L^4} = \frac{w}{g}\,\frac{\Omega^2}{EI}$$

olur ve enine titreşimin frekansı,

$$n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi^4 gEI}{wL^4}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{gEI}{wL^4}} \text{ titreşim/sn dir.} \qquad (9)$$

Benzer şekilde, eğer milin iki ucu tesbit edilmişse, iki uçta da $\frac{dy}{dx} = 0$ olacağından, (1) den (4)'e kadar eşitlikler kullanılabilir, geçerli uç koşullarını işin içine sokarsak, eşitlik şu şekilleri alır.

$$n = 3{,}56 \sqrt{\frac{g\,E\,I}{w\,L^4}} \qquad (10)$$

Bir ucu ankastra edilmiş ve diğer ucu serbest olan bir konsol kiriş için

$$n = 0{,}56 \sqrt{\frac{g\,E\,I}{w\,L^4}} \qquad (11)$$

Düzgün yayılmış yük taşıyan, dönen miller için (9), (10) ve (11) numaralı eşitlikler dev/sn cinsinden en düşük kritik veya savrulma hızını verir.

28) İki ucundan desteklenmi şolan w kg/cm ağırlığındaki bir kiriş, (w . L)'ye oranla çok büyük ve merkezde yoğunlaşmış W kg lık bir yük taşıyor. Titreşim anındaki sehim eğrisinin, statik sehim eğrisi ile aynı biçimde olacağını kabul ederek kirişin atalet etkisini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 10.43'le ilgili olarak,

$$EI\,\frac{d^2y}{dx^2} = M_x = -\frac{W\,x}{2} \qquad (1)$$

ve

$$EI\,\frac{dy}{dx} = -\frac{W\,x^2}{4} + c_1 \qquad (2)$$

$$EIy = -\frac{W\,x^3}{12} + c_1\,x + c_2 \qquad (3)$$

$x = 0$ iken, $y = 0$ ve buradan $c_2 = 0$

$x = \frac{L}{2}$ iken, $\frac{dy}{dx} = 0$ ve $c_1 = \frac{W\,L^2}{16}$

$x = \frac{L}{2}$ iken,

$$y_0 = y_{max} = \left[-\frac{W}{12}\left(\frac{L}{2}\right)^3 + \frac{W\,L^2}{16}\left(\frac{L}{2}\right)\right]\frac{1}{EI} = \frac{W\,L^3}{48EI}$$

ve $y = \frac{1}{E\,I}\left[\frac{WL^2x}{16} - \frac{W\,x^3}{12}\right] = \frac{W}{48EI}\,[\,3\,L^2\,x - 4\,x_3]$

Buradan

$$\frac{y}{y_0} = \frac{W\,x}{48EI}\,[3L^2 - 4x^2\,]\cdot\frac{48EI}{WL^3} = \frac{x}{L^3}\,[3L^2 - 4x^2\,]$$

ve $y = y_0\,\frac{x}{L^3}\,[3L^2 - 4x^2\,]$

$$\text{dx elemanının K.E.si} = \frac{w\,.\,dx\,.\,v^2}{2g} = \frac{w\,.\,dx\,.\,\Omega^2\,.\,y^2}{2g}$$

Bu nedenle

$$\text{toplam K.E.} = 2\int_0^{L/2} \frac{w}{2g}\,\Omega^2 y^2\,dx$$

$$= \frac{2\,w\Omega^2}{2g}\int_0^{L/2}\left[\frac{y_0^2}{L^6}\,x^2\,(\,3L^2 - 4x^2\,)\right]^2 dx$$

$$= \frac{2\,w\Omega^2}{2g}\;\frac{y_0^2}{L^6}\int_0^{L/2}[9L^4\,x^2 - 24L^2\,x^4 + 16x^6]\,dx$$

$$= \frac{2\,w\Omega^2\,y_0^2}{2g\,.\,L^6}\left[3L^4\,x^3 - \frac{24}{5}\,L^2\,x^5 + \frac{16}{7}\,x^7\right]_0^{L/2}$$

$$= \frac{w\,\Omega^2\,y_0^2}{2g\,.\,L^6} \times \frac{17}{35}\,L^7 = \frac{w\,v_0^2}{2g}\cdot\frac{17}{35}\,L$$

$$= \frac{17\,w\,L}{35}\;\frac{v_0^2}{2g}$$

Sonuç olarak, kirişin atalet etkisi, kiriş ağırlığının $\frac{17}{35}$ i olup, W merkezi yüke eklenmelidir. Böylece merkezi efektif yük $= W + \frac{17}{35}\,wL$ dir.

29) İki ucundan esnek yataklarla desteklenmiş olan 1,524 m uzunluğundaki bir mil, her biri 49,895 kg olan iki kasnağı üzerinde taşıyor. Kasnaklardan biri merkeze, diğeri de merkezden 7,62 cm uzağa yerleşti-

rilmiştir. Milin içi boş olup, dış çapı 7,62 cm ve iç çapı 3,81 cm dir. Mil gerecinin yoğunluğu 7,75 kg/dm³, esneklik modülü de $2,04\times10^6$ kg/cm² dir.

Milin kendi ağırlığını dikkate alarak, en düşük mil hızını bulunuz. Yaklaşık bir metod kullanılabilir.

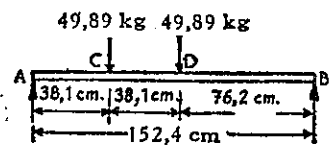
ÇÖZÜM : Bu problem iki değişik metodla çözülecektir : (a) Dunkerley Metodu, (b) Enerji Metodu.

(a) Şekil 10.45 de görülen iki ucundan desteklenmiş kiriş için, yük altında kalıcı eğilme miktarı,

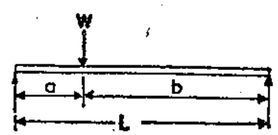
$$y = \frac{W a^2 b^2}{3\,EIL} \quad \text{dir.}$$

İçi boş mil için

$$I = \frac{\pi}{64}\;(7,62^4 - 3,81^4) = 155,1 \text{ cm}^4$$



Şekil: 10.44



Şekil: 10.45

ayrıca milin bir santimetresinin ağırlığı

$$w = \frac{\pi}{4}\;(7,62^2 - 3,81^2)\times1\times\frac{7,75}{1000} = 0,265 \text{ kg}$$

C'de yük altındaki sehim,

$$y_C = \frac{49,89\times38,1^2\times114,3^2}{3\times2,04\times10^6\times155,1\times152,4} = 0,0065 \text{ cm}$$

D'de yük altındaki eğilme miktarı,

$$y_D = \frac{49,89\times76,2^2\times76,2^2}{3\times2,04\times10^6\times155,1\times152,4} = 0,0116 \text{ cm}$$

Düzgün yayılmış w yükü için,

$$\Omega^2_s = \frac{\pi^4\, gEI}{wL^4} = \frac{\pi^4\times9,81\times100\times2,04\times10^6\times155,1}{0,265\times152,4^4} = 211507$$

$$\frac{1}{\Omega_s^2} = 0,00000473$$

Şimdi $\quad \Omega^2_C = \frac{g}{y_C} \quad$ ve $\quad \Omega^2_D = \frac{g}{y_D}$

O zaman $\quad \frac{1}{\Omega^2} = \frac{1}{\Omega^2_C} + \frac{1}{\Omega^2_D} + \frac{1}{\Omega^2_s} = \frac{1}{g}\,(y_C + y_D) + \frac{1}{\Omega^2_s}$

$$= \frac{1}{9,81\times100}\;(0,0065+0,0116) + 0,00000473$$

$$= 0,0000184 + 0,00000473 = 0,0000231$$

Milin (ve kasnakların) en düşük dönme hızı

$$n = \frac{\Omega}{2\pi}\times60 = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{1}{0,0000231}} = 1986,8 \text{ dev/dak.}$$

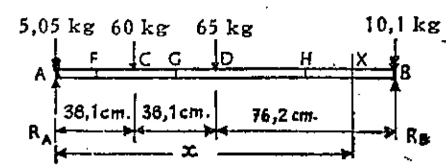
(b) Şekil 10.46 da, AC, CD ve DB nin orta noktaları sırasıyla F, G, ve H olsun. Mil için aşağıdaki yaklaşık hesaplamalar yapılabilir.

A da $\quad AF = 19,05\times0,265 = 5,05$ kg,

C de $\quad FG = 38,1\times0,265 = 10,1$ kg,

D de $\quad GH = 57,15\times0,265 = 15,14$ kg.

B de $\quad HB = 38,1\times0,265 = 10,1$ kg lık ağırlıkları ekleyelim.



Şekil: 10.46

C deki toplam ağırlık $= 49,89 + 10,1 \cong 60$ kg.

D deki toplam ağırlık $= 49,89 + 15,16 \cong 65$ kg.

R_A tepki kuvvetini bulmak için, B ye göre moment alalım,

$152,4\ (R_A - 5,05) = (76,2\times 65) + (114,3\times 60)$

Buradan $R_A - 5,05 = 77,5$ kg ve $R_A = 82,55$ kg

Başlangıç noktasını A kabul edip, **Macaulay** Metodunu kullanalım.

$$EI\ \frac{d^2y}{dx^2} = M_x = 65\ (x - 0,762) + 60\ (x - 0,381) - x\ (R_A - 5,05) \qquad (1)$$

$$EI\ \frac{dy}{dx} = 32,5\ (x - 0,762)^2 + 30\ (x - 0,381)^2 - 38,75\, x^2 + c_1 \qquad (2)$$

$$EIy = 10,83\ (x - 0,762)^3 + 10\ (x - 0,381)^3 - 12,91\, x^3 + c_1 x + c_2 \qquad (3)$$

$x = 0$ iken, $y = 0$

Bu nedenle eşitlik (3) den $c_2 = 0$

$x = 1,524$ m iken, $y = 0$

Bu nedenle eşitlik (3) den

$0 = 10,83\times 0,762^3 + 10\times 1,143^3 - 12,91\times 1,524^3 + 1,524\, c_1$

Buradan $c_1 = 17$

$x = 0,381$ m iken,

$$y_C = \frac{1}{EI}\left[-12,91\times 0,381^3 + 17\times 0,381\right] = \frac{5,763}{EI}$$

$x = 0,762$ m iken,

$$y_D = \frac{1}{EI}\left[10\times 0,381^3 - 12,91\times 0,762^3 + 17\times 0,762\right] = \frac{7,795}{EI}$$

$$\Sigma W.y = \frac{1}{EI}\left[(60\times 5,763) + (65\times 7,795)\right] = \frac{852,455}{EI}$$

$$\Sigma W.y^2 = \frac{1}{E^2I^2}\left[(60\times 5,763^2) + (65\times 7,795^2)\right] = \frac{5,942\times 10^3}{E^2I^2}$$

$$EI = 2,04\times 10^6\times 155,1 = 316,4\times 10^6 \text{ kg-cm}^2 = 31,64\times 10^3 \text{ kg-m}^2$$

$$\Omega^2 = \frac{g\,\Sigma W.y}{\Sigma W.y^2} = \frac{9,81\times 852,455\times 31,64\times 10^3}{5,942\times 10^3} = 44529$$

Milin (ve kasnakların) en düşük dönme hızı,

$$n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{44529} = 33,58 \text{ devir/sn} = 2015 \text{ dev/dak.}$$

(a) ve (b) metodları ile bulunan en düşük mil (ve kasnak) hızları hemen hemen aynıdır.

Sönümlü Titreşimler :

30) Yansız konumdan başlıyarak yerine getirme kuvveti, P kg/cm, ve söndürme kuvveti de p kg/cm/sn olan W ağırlığındaki bir cismin serbest sönümlü titreşimiyle ilgili diferansiyel denklemi yazın ve çözümünü bulun.

Böyle bir sistemde 24,94 kg lık bir ağırlık, yay sabiti 14,91 kg/cm olan helisel bir yayın ucuna asılıyor. Devim, bir şok emici ile öyle kontrol ediliyor ki, titreşimin uzanımı, 2 tam titreşimden sonra başlangıç değerinin bir bölü beşine kadar azalıyor.

(a) Söndürme kuvvetinin değerini, (b) titreşimin frekansını bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 10.47'ye bakınız. W ağırlığının t sn. sonra yansız konuma göre düşey yer değiştirme miktarı x olsun.

Notasyon $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$; $\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$ olsun.

O zaman,

ivmelendirme kuvveti + söndürme kuvveti + yay kuvveti = sıfır.

Bu nedenle $$\frac{W}{g}\ddot{x} + p.\dot{x} \times P.x = 0 \qquad (1)$$

$$\ddot{x} + 2k\dot{x} + m^2 x = 0 \qquad (2)$$

Burada $2k = \frac{p.g}{W}$ ve $m^2 = \frac{P.g}{W}$

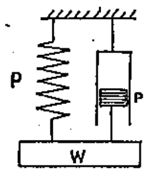
$x = y.e^{ct}$ olsun, o zaman $\dot{x} = e^{ct}\,[\dot{y} + c.y]$

ve $\ddot{x} = e^{ct}\,[\ddot{y} + 2c\,\dot{y} + c^2 y]$

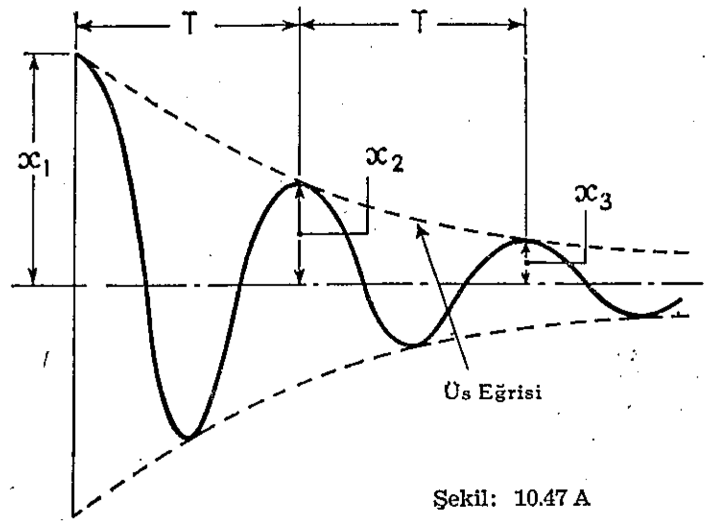
Eşitlik (2) de yerine koyarsak

$$\ddot{y} + \dot{y}\ (2k + 2c) + y\ (c^2 + 2kc + m^2) = 0$$

$$c = -k \text{ olsun, o zaman } \ddot{y} + y\ (m^2 - k^2) = 0 \qquad (3)$$



Şekil: 10.47



Şekil: 10.47 A

(3) nolu eşitliğin çözümü, $m^2 > k^2$ olduğu zaman, en pratik durum olan B.H.H. halidir ve bu nedenle

$$y = C\cos\left(\sqrt{(m^2 - k^2)}\,.\,t - \alpha\right)$$

$$x = y\,.\,e^{ct} = y\,.\,e^{-kt} \quad \text{olduğundan}$$

(2) nolu orijinal eşitliğin çözümü şöyledir :

$$x = e^{-kt}\,.\,C\cos\left(\sqrt{m^2 - k^2}\,.\,t - \alpha\right) \tag{4}$$

Eğer t, W ağırlığına bir A başlangıç yer değiştirmesi yaptırıp, sonra serbest bırakıldığı andan başlıyarak ölçülürse, o zaman $C = A$ ve $\alpha = 0$ olur. Buradan

$$x = A\,.\,e^{-kt}\cos\sqrt{m^2 - k^2}\,.\,t \tag{5}$$

Böylece, salınım süreci $T = \dfrac{2\pi}{\sqrt{m^2 - k^2}}$ (6)

ve sönümlü titreşimin frekansı,

$$N_d = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{m^2 - k^2} \tag{7}$$

Şekil 10.47A, (5) nolu eşitliğin grafiğini gösteriyor. Burada titreşimin uzanımı üsse bağlı olarak azalıyor.

Eğer x_1 ve x_2, denge veya yansız konumun bir tarafındaki uzanımların birbirini izleyen değerleri ise, o zaman

$$\frac{x_1}{x^2} = \frac{A\,e^{-kt}}{A\,e^{-k\,(t+T)}} = e^{kT}$$

kT değeri, devimin Logaritmik azalması olarak adlandırılır.

Bu örnekte

$W = 24{,}94$ kg, $P = 14{,}91$ kg/cm $= 1491$ kg/m

2 tam titreşimden sonra $x_3 = \dfrac{1}{5}$ x olduğu için, $\dfrac{x_1}{x_3} = \left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)^2$

Şekil 10.47A ya bakınız.

bu nedenle $\dfrac{x_1}{x_3} = \dfrac{5}{1} = (e^{kT})^2 = e^{2kT}$

Buradan $2kT = \log_e 5 = 1{,}6094$

Şimdi $T = \dfrac{1{,}6094}{2k} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{m^2 - k^2}}$

fakat $m^2 = \dfrac{P\,.\,g}{W} = \dfrac{1491 \times 9{,}81}{24{,}94} = 586{,}5$

böylece

$$586{,}5 - k^2 = \left(\frac{4\pi\,k}{1{,}6094}\right)^2 \quad \text{ve buradan} \quad k = 3{,}076 = \frac{p\,.\,g}{2W}$$

Bu nedenle

(a) Söndürme kuvveti $p = \dfrac{2 \times 3{,}076 \times 24{,}94}{9{,}81} = 15{,}64$ kg/m/sn

(b) Frekans $N_d = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{m^2 - k^2} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{586{,}5 - 9{,}47}$

$= 3{,}823$ titreşim/sn.

31) Bileşik bir sarkaç, üst ucunun 10,16 cm aşağısında bıçak ağızlı destekler üzerine asılan 127 cm boyunda ve 6,80 kg ağırlığında, düzgün kesitli ince bir çubukla, bunun alt ucuna bağlanmış 9,98 kg ağırlığında yoğunlaştırılmış bir küreden oluşuyor. Birinci prensipten giderek sarkacın serbest salınım sürecini bulunuz.

Sarkaç şimdi, açısal hızıyla orantılı bir torkun etkisindedir, ve salınma açısı, tam bir - çift salınım sonunda ilk değerinin bir bölü sekizine düşüyor. Sönümlü salınımın süresini ve açısal hız 1 rad/sn olduğu zamanki söndürme torkunun değerini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 10.48'e bakınız. W_1 ve W_2 küre ve çubuğun ağırlıkları ve I = sistemin O eksenine göre atalet momenti olsun.

$$I_0 = \frac{W_2}{g}\frac{L^2}{12} + \frac{W_2}{g}\left(\frac{L}{2}-l\right)^2 + \frac{W_1}{g}(L-l)^2$$

$$= \frac{6{,}80\times 16129}{12 . g} + \frac{6{,}80\times 2845{,}15}{g} + \frac{9{,}98\times 13651{,}6}{g}$$

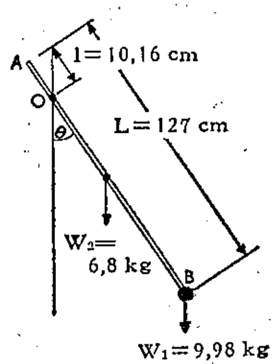
$$= \frac{1976757}{12\times 9{,}81\times 100} = 167{,}92 \text{ cm-kg-sn}^2$$

Şimdi, yerine getiren kuvvet çifti

$$T_1 = W_2\left(\frac{L}{2}-l\right)\sin\theta + W_1\,(L-l)\sin\theta$$

$$\cong 6{,}80\times 53{,}34\,\theta + 9{,}98\times 116{,}84\,\theta$$

$$= 1528{,}77\,\theta \text{ kg-cm}$$



Şekil: 10.48

Ayrıca, kuvvet çifti $T_1 = I_0 . \alpha = 167{,}92\,\alpha$ kg-cm

$$\frac{\text{Açısal ivme } \alpha}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{1528{,}77}{167{,}92} = \omega^2 = 9{,}104$$

Bu nedenle salınım süreci $t = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{9{,}104}} = 2{,}082$ sn.

Şimdi söndürme etkisini ele alalım.

Td = kg-cm/rad/sn cinsinden söndürme torku olsun.

Yerine getirme torku = 1528,77 kg-cm

İvmelendirme torku $= I_0 . \alpha = I_0\,\ddot{\theta} = 167{,}92\,\ddot{\theta}$ kg-cm

$\dot{\theta}$ = açısal hız, o zaman devimin denklemi

$$167{,}92\,\ddot{\theta} + T_d . \dot{\theta} + 1528{,}77\,\theta = 0$$

İvmelendirme torku + söndürme torku + yerine getirme torku = 0

Bu nedenle $\ddot{\theta} + 0{,}00595\; T_d\dot{\theta} + 9{,}104 = 0$

$$\ddot{\theta} + 2\,k\dot{\theta} + m^2\theta = 0 \qquad \text{(a)}$$

Burada $2k = 0{,}00595\,T_d$ ve $m^2 = 9{,}104$

Problem 30'la ilgili olarak (eşitlik (2) den (5) e kadar) karşılaştırma ile, (a) eşitliğinin çözümü şöyledir :

$$\theta = A\,e^{-kt}\cos\sqrt{m^2-k^2}\,.\,t$$

Bu nedenle, salınım süreci $T = \frac{2\pi}{\sqrt{m^2-k^2}}$

Eğer θ_1 ve θ_2, nötr konumun bir tarafındaki birbirini izleyen uzanım değerleri ise, o zaman

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{A\,e^{-kt}}{Ae^{-k\,(t+T)}} = e^{kT}$$

1 tam titreşimden sonra $\theta_2 = \frac{\theta_1}{8}$ olacağından

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = 8 = e^{kT}$$

Bu nedenle $kT = \log_e 8 = 2{,}0794$

$$\frac{2\pi\,k}{\sqrt{m^2-k^2}} = 2{,}0794$$

$$m^2 - k^2 = \frac{4\pi^2 k^2}{(2{,}0794)^2} = 9{,}130\ k^2$$

fakat $m^2 = \omega^2 = 9{,}104$

buradan

$$9{,}104 = 10{,}126\ k^2 \text{ ve buradan } k = 0{,}948 = 0{,}0028\ T_d$$

ve söndürme torku $T_d = 338{,}6$ kg-cm/rad/sn $= 3{,}386$ kg-m/rad/sn.

sönümlü salınım için salınım süresi T;

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{m^2 - k^2}} = \frac{2}{\sqrt{9{,}104 - 0{,}899}} = 2{,}86 \text{ sn.}$$

32) Ağırlığı 181,43 kg ve atalet yarıçapı 38,1 cm olan bir rotor, bir ucundan ankastra edilmiş olan 5,08 cm çapında ve 3,048 m boyundaki içi dolu bir milin serbest ucuna geçiriliyor. Sisteme takılmış olan bir burulma damperi, açısal hıza orantılı olarak karşı tork yaratıyor ve titreşimin uzanımını her tam titreşimde yüzde 30 azaltıyor. Gereç için C değerini 843683,5 kg/cm² alarak sönümlü titreşimin, frekansını ve her bir rad/sn lik açısal hız için söndürme torku miktarını bulunuz.

ÇÖZÜM : Şimdi

$$q = \frac{C \, . \, I_p}{L} = \frac{0{,}8436835 \times 10^6 \times \frac{\pi}{32}\ (5{,}08)^4}{3{,}048 \times 100}$$

$$= 1{,}809 \times 10^5 \text{ kg-cm/rad.}$$

$$I = \frac{W}{g}\ k^2 = \frac{181{,}43 \times 38{,}1^2}{9{,}81 \times 100} = 268{,}5 \text{ cm.kg.sn}^2$$

Şimdi,

ivmelendirme torku + söndürme torku + yerine getirme torku = 0

Bu nedenle $I\ddot{\theta} + T_d \, . \, \dot{\theta} + q\theta = 0$

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = e^{kT} = \frac{100}{70} = 1{,}429$$

$$kT = \log_e 1{,}429 = 0{,}3569$$

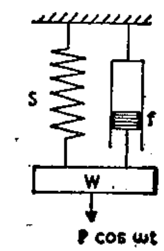
O zaman $kT = \dfrac{2\pi k}{\sqrt{m^2 - k^2}} = 0{,}3569$ olur

Buradan $m^2 - k^2 = \dfrac{4\pi^2 k^2}{(0{,}3569)^2} = 310\ k^2$

Fakat $m^2 = \omega^2 = \dfrac{q}{I} = \dfrac{1{,}809 \times 10^5}{268{,}5} = 673{,}7$

Bu nedenle $k^2 = \dfrac{m^2}{311} = 2{,}167$ ve $k = 1{,}472$

Böylece sönümlü titreşimin frekansı



Şekil: 10.49

$$N_d = \frac{1}{2\pi}\sqrt{m^2 - k^2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{673{,}7 - 2{,}167}$$

$$= 4{,}124 \text{ titreşim/sn.}$$

Şimdi $2k = \dfrac{T_d}{I}$ olduğundan

$$T_d = 2kI = (2 \times 1{,}472 \times 268{,}5)\frac{1}{100} = 7{,}9 \text{ kg-m/rad/sn.}$$

"Kritik sönüm" koşulları için devim "peryodik" olacak ve söndürme torku, $m^2 - k^2 =$ sıfır olacak şekilde artacaktır. Yani, serbest titreşimler tamamen söner ve bu yeni söndürme torku,

$$T'_d = T_d \times \sqrt{311} = 17{,}64 \times 7{,}9 = 139{,}36 \text{ kg-m/rad/sn olacaktır.}$$

Zorlanmış Titreşimler. W = kütlenin ağırlığı, s = yay sabiti, f = birim hız için söndürme kuvveti, N = serbest titreşimin frekansı, x = W' nın t sn. sonra, denge konumuna göre düşey yer değiştirme miktarı ve δ = yaydaki kalıcı uzama miktarı $= \dfrac{W}{s}$ olsun.

O zaamn, (Bkz. Şekil 10.49), ivmelendirme kuvveti+söndürme kuvveti+yay kuvveti = peryodik kuvvet

Bu nedenle $\frac{W}{g}\ddot{x}+f\dot{x}+sx = P\cos\omega t$

$$\ddot{x}+A\dot{x}+Bx = C\cos\omega t \qquad (1)$$

Burada $A = \frac{f\,.\,g}{W}$; $B = \frac{s\,.\,g}{W}$; $C = \frac{P\,.\,g}{W}$

Eşitlik (1) in özel çözümü,

$$x = D\sin\omega t + E\cos\omega t \text{ olsun.} \qquad (2)$$

burada D ve E sabittir.

Bu nedenle $\dot{x} = \omega D\cos\omega t - \omega E\sin\omega t$

$$\ddot{x} = -\omega^2 D\sin\omega t - \omega^2 E\cos\omega t = -\omega^2 (D\sin\omega t + E\cos\omega t)$$

Bu değerleri eşitlik (1) de yerine koyalım.

$$-\omega^2 (D\sin\omega t + E\cos\omega t) + A\omega\,(D\cos\omega t - E\sin\omega t) + B\,(D\sin\omega t + E\cos\omega t) = C\cos\omega t$$

Cos ωt'lerin katsayılarını eşitlersek, o zaman

$$-\omega^2 E + \omega\,.\,A\,.\,D + B\,.\,E = C$$

$$E\,(B-\omega^2) + D\,.\,\omega\,.\,A = C \qquad (3)$$

Sin ωt'lerin katsayılarını eşitlersek, o zaman

$$-\omega^2 D - \omega AE + B\,.\,D = 0$$

$$D\,(B-\omega^2) = \omega\,.\,A\,.\,E \text{ veya } E = \frac{D\,(B-\omega^2)}{\omega A} \qquad (4)$$

Eşitlik (3) ve (4) den

$$E = \frac{C - D\omega A}{B-\omega^2} = \frac{D\,(B-\omega^2)}{\omega A}$$

ve buradan $D = \frac{C\,.\,\omega A}{(B-\omega^2)^2+\omega^2 A^2}$

Eşitlik (4) den

$$E = \frac{C\,\omega A\,(B-\omega^2)}{[\,(B-\omega^2)^2+\omega^2 A^2]\,\omega A} = \frac{C\,(B-\omega^2)}{(B-\omega^2)^2+\omega^2 A^2}$$

Şimdi $x = D\sin\omega t + E\cos\omega t = J\cos(\omega t - \alpha)$

O zaman $J\cos(\omega t - \alpha) = J\,\{\cos\omega t\,\cos\alpha + \sin\omega t\,\sin\alpha\} = E\cos\omega t + D\sin\omega t$

cos ωt ve sin ωt'lerin katsayılarını eşitleyelim

$$J\cos\alpha = E \text{ ve } J\sin\alpha = D$$

Böylece $J^2\,(\text{ios}^2\alpha + \sin^2\alpha) = J^2 = E^2+D^2$

ve $J = \sqrt{E^2+D^2}$, ve $X = (B-\omega^2)^2+\omega^2 A^2$ koyarsak

$$J = \sqrt{\frac{C^2\omega^2A^2 + C^2(B-\omega^2)^2}{X^2}} = \sqrt{\frac{C^2 X}{X^2}}$$

$$\frac{C}{\sqrt{X}} = \frac{C}{\sqrt{(B-\omega^2)^2+\omega^2 A^2}}$$

bu nedenle $x = \frac{C\cos(\omega t - \alpha)}{\sqrt{(B-\omega^2)^2+\omega^2 A^2}}$ (5)

ve Maksimum uzanım

$$x_{max} = \frac{C}{\sqrt{(B-\omega^2)^2+\omega^2 A^2}} \qquad (6)$$

$$\tan\alpha = \frac{J\sin\alpha}{J\cos\alpha} = \frac{D}{E} = \frac{C\,\omega A}{X}\cdot\frac{X}{C\,(B-\omega^2)}$$

$$= \frac{\omega\,.\,A}{B-\omega^2} = \text{yavaşlatma açısı}$$

(5) ve (6) sayılı eşitlikler, devamlı düzgün titreşimlere varıldığı, yani ani titreşimler söndüğü zaman için çok uygundur.

33) Çelik bir şase üzerine monte edilen 290,3 kg ağırlığındaki tek silindirli düşey bir benzin motoru 0,203 cm lik düşey bir kalıcı çökmeye neden oluyor. Motorun 21,77 kg ağırlığındaki ileri - geri devinen parçaları, basit harmonik hareketle 15,24 cm lik düşey kurs yapıyor. Sisteme bağlı bir amortisör, hızla doğru orantılı olarak değişen ve 1 cm/sn de 1,488 kg lık bir söndürme direnci gösteriyor. Devamlı düzgün titreşime ulaşıldığını

kabul ederek ve birinci ilkeden hareketle, (a) motor mili 480 dev/dak ile dönerken, zorlanmış titreşimin uzanımını, ve (b) rezonans ortaya çıktığı zaman motor mili hızını bulunuz.

ÇÖZÜM :

(a) Şimdi $A = \frac{f \cdot g}{W} = \frac{1{,}488 \times 9{,}8 \times 100}{290{,}3} = 5$

$$B = \frac{s \cdot g}{W} = \frac{g}{\delta} = \Omega^2 = \frac{9{,}8 \times 100}{0{,}203} = 4827{,}6$$

$$C = \frac{P \cdot g}{W}$$

burada $P =$ merkezkaç kuvveti $\frac{W}{g}\,\omega^2 r$

$$r = \frac{1}{2} \times \text{kurs} = \frac{1}{2} \times 15{,}24 = 7{,}62 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{480}{60} \times 2\pi = 16\,\pi \text{ rad/sn}$$

$W_1 =$ Motor ağırlığı $= 290{,}3$ kg

Bu nedenle $C = \frac{W_1}{g}\,\frac{\omega^2 r \cdot g}{W} = \frac{21{,}77 \times 256\,\pi^2 \times 7{,}62}{290{,}3} = 1443{,}8$ cm.

O zaman titreşimin uzanımı

$$x_{max} = \frac{C}{\sqrt{(B-\omega^2)^2 + \omega^2 A^2}} = \frac{1443{,}8}{\sqrt{(4827{,}6 - 256\,\pi^2)^2 + 5400\,\pi^2}}$$
$$= 0{,}624 \text{ cm}$$

(b) Dönme hızının sayısal değeri, serbest titreşimin frekansı ile aynı olduğu zaman, yani $\omega^2 = \Omega^2$ olduğu zaman rezonans olayı ortaya çıkar. Burada $\Omega^2 = B$, veya $(B - \omega^2) =$ sıfır ve

Bu nedenle rezonansa neden olacak motor mili hızı,

$$\omega = \sqrt{B} = \sqrt{4827{,}6} \text{ rad/sn} = 69{,}48 \text{ rad/sn} = 663{,}5 \text{ dev/dak dır.}$$

(c) Bu problemin bir uzantısı olarak, eğer motor mili 480 dev/dak ile dönerse, yere iletilen maksimum dinamik kuvveti bulunuz.

(i) yay gibi hareket eden şaseden,

(ii) Amortisörden,

(iii) Şasi ve amortisörden beraberce geçen.

(i) Şimdi eşitlik (5) ve (6) dan

$$x = x_{max} \cos(\omega t - \alpha) \qquad (8)$$

Bu nedenle, $\frac{dx}{dt} = -\omega \cdot x_{max} \cdot \sin(\omega t - \alpha)$ (9)

O zaman, şasiden yere geçen maksimum dinamik yük

$$P_s = s \cdot x_{max} = \frac{W \cdot x_{max}}{\delta} = \frac{290{,}3 \times 0{,}624}{0{,}203} \cong 892 \text{ kg}$$

Şaseden yere iletilen maksimum toplam kuvvet $= P_s + W = 1182$ kg.

(ii) Amortisörden yere iletilen maksimum yük

$$= f \cdot \frac{dx}{dt}$$

ve bu kuvvetin maksimum değeri

$$P_d = f \cdot x_{max} \cdot \omega = 1{,}488 \times 0{,}624 \times 16\,\pi = 46{,}7 \text{ kg.}$$

(iii) Eşitlik (8) ve (9) dan anlaşılacağı gibi P_s ve P_d birbirine göre 90° açılıdır. Bu nedenle şasi ve amortisörden yere iletilen dinamik kuvvet

$$P_t = \sqrt{P_s^2 + P_d^2} = \sqrt{892^2 + 46{,}7^2} = 893{,}2 \text{ kg.}$$

Şasi ve amortisör üzerinden yere iletilen maksimum toplam kuvvet $= P + W = 893{,}2 + 290{,}3 = 1183{,}5$ kg.

(d) Dinamik büyütme faktörü için bir ifade bulunuz.

Şimdi, $x_{max} = \frac{C}{\sqrt{(B-\omega^2)^2 + \omega^2 A^2}}$

ayrıca $C = \frac{P \cdot g}{W}$; $B = \frac{s \cdot g}{W} = \Omega^2$ olduğundan

$$C = \frac{P \cdot B}{s} = B \cdot \delta_0$$

burada $\delta_0 = P$ statik yükünün yarattığı çökme miktarıdır.

Bu nedenle, $$x_{max} = \frac{B \cdot \delta_0}{\sqrt{(B-\omega^2)^2+\omega^2 A^2}} = D \cdot \delta_0 \qquad (10)$$

burada $$D = \frac{B}{\sqrt{(B-\omega^2)^2+\omega^2 A^2}} \text{ dir.} \qquad (11)$$

ve D, dinamik büyütme faktörü olarak ifade edilir.

D, aşağıdaki orana eşit olarak da tanımlanabilir.

$$D = \frac{\text{Gerçek uzanım}}{\text{P statik kuvvete bağlı uzanım}}$$

Eğer hiç bir söndürme etkeni yoksa, yani A (ve buradan f) sıfırsa,

o zaman

$$D = \frac{B}{B-\omega^2} = \frac{\Omega^2}{\Omega^2-\omega^2} \qquad (12)$$

(e) Problemin daha da ileri bir uzantısı olarak, eğer amortisör kaldırılır ve ileri - geri devinen parçalar da B.H.H. yapmazlarsa, motorun düşey hareketini (i) esas denge eksikliğine, ve (ii) ikinci derece denge eksikliğine bağlı olarak hesaplayınız. Piston kolu 34,29 cm dir.

"Dengeleme" bölümünden, krank - biyel sistemi için,

$$\text{ivmelendirme kuvveti} = \frac{P}{g}\,\omega^2 r\left[\cos\theta + \frac{r}{L}\cos 2\theta\right]$$

Burada $\frac{P}{g}\,\omega^2 r \cos\theta$, birinci derece ivmelendirme kuvveti

ve $\frac{P}{g}\,\omega^2 \frac{r^2}{L}\cos 2\theta$ da ikinci derece ivmelendirme kuvvetidir.

Birinci derece ivmelendirme kuvveti için (a) dan

$C = 1443{,}8$ cm

(i) $$x_{max} = \frac{C}{B-\omega^2} = \frac{1443{,}8}{4827{,}6 - 256\,\pi^2} = 0{,}627 \text{ cm}$$

İkinci derece ivmelendirme kuvveti için

$$C_1 = C \times \frac{r}{L}$$

ve, $\cos 2\theta$ terimi olduğu için hız şimdi 2ω dır. Bu nedenle,

(ii) $$x_{max} = \frac{C_1}{B-(2\omega)^2} = \frac{1443{,}8 \times \frac{7{,}62}{34{,}29}}{4827{,}6 - 1024\,\pi^2} = -0{,}060 \text{ cm.}$$

34) 54,43 kg lık bir kütle bir yay ile tutuluyor. Sistem serbest olarak titreştiği zaman, titreşim frekansının saniyede 3 olduğu ve her 10 tam salınımdan sonra amplitudun 100 : 35 oranında azaldığı saptanıyor. Söndürme kuvvetinin hızla orantılı olduğunu kabul ederek, 1 cm/sn lik hıza ait söndürme kuvvetini bulunuz.

Ayrıca kütleyi sabit uzanım ve aynı frekansda titreştirmesi için sisteme uygulanması gereken (m-kg/sn) cinsinden gücü bulunuz. Titreşimin uzanımı (ortalama konuma göre her hangi bir yöndeki maksimum yer değiştirme miktarı) 5,08 cm dir.

ÇÖZÜM : Problem 30 dan (zorlanmış titreşimler)

$$m^2 = \frac{P \cdot g}{W} = \Omega^2 = (2\pi \cdot N)^2 = (2\pi \times 3)^2 = 36\pi^2 = 355{,}3$$

Şimdi $$(e^{kT})^{10} = \frac{100}{35} = 2{,}857$$

Bu nedenle $10\,kT = \log_e 2{,}857 = 1{,}0498$

O zaman $$T = \frac{1{,}0498}{k} = \frac{2\pi}{\sqrt{m^2-k^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{355{,}3-k^2}}$$

ve buradan $k = 0{,}3149$

Bu nedenle zorlama kuvveti miktarı

$$p = \frac{2\,k\,W}{g} = \frac{2 \times 0{,}3149 \times 54{,}43}{9{,}81} = 3{,}49 \text{ kg/m/sn}$$

"Zorlanılmış Titreşimler" ile ilgili olarak, zorlama kuvvetini tamamen yok etmek için, bir $P\cos\omega t$ peryodik kuvvetine gerek vardır. Sonuç olarak $\omega = \Omega$, ve buradan peryodik kuvvet $= P\cos\Omega t$.

$\omega = \Omega$, ve $B = \Omega^2$ olduğundan, eşitlik (6) dan

$$x_{max} = \frac{C}{\sqrt{(B-\omega^2)^2+\omega^2 A^2}} = \frac{C}{\Omega \cdot A}$$

ayrıca $x = x_{max} \cdot \cos\Omega t$

Bu nedenle $\dfrac{dx}{dt} = -\Omega \cdot x_{max} \cdot \sin \Omega t$

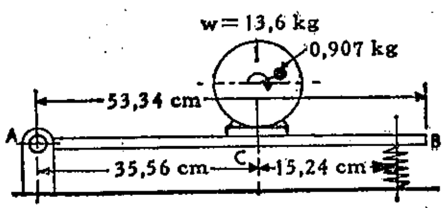
Bir tam çevrim (veya bir tam titreşim) anında, zorlama kuvvetini yenmek için harcanan iş

$$Q = \sum_{0}^{2\pi} \text{zorlama kuvveti} \times \text{hız} \times \text{uzaklık}$$

$$= \int_{0}^{2\pi} f \cdot \frac{dx}{dt} \cdot dx = f \int_{0}^{2\pi} \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot dt$$

$$= f \cdot \Omega^2 \cdot x^2_{max} \int_{0}^{2\pi} \sin^2 \Omega\, t \cdot dt$$

$$= f \cdot \Omega \cdot x^2_{max} \int_{0}^{2\pi} \sin^2 \Omega \cdot t \cdot d\,(\Omega\, t)$$



Şekil: 10.50

Fakat $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \sin^2 \Omega \cdot t \cdot d\,(\Omega\, t) = \int_{0}^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\Omega\, t\right) d\,(\Omega t)$

$$= \left(\frac{\Omega t}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\Omega t\right)_{0}^{2\pi} = \pi$$

Şimdi, $f = p = 3{,}49$ kg/m/sn, $\Omega = 6\pi$ rad/sn, $x_{max} = 5{,}08$ cm $= 0{,}508$ m.

Bu nedenle

$$Q = f \cdot \Omega \cdot x^2_{max} \cdot \pi = 3{,}49 \times 6\pi \times (0{,}0508)^2 \times \pi \text{ m-kg}$$
$$= 0{,}054\, \pi^2 \text{ m-kg.}$$

Fakat saniyede 3 çevrim (veya 3 tam titreşim) olduğundan zorlamayı yenmek ve 5,08 cm lik sabit uzanımı sağlamak için sisteme uygulanacak güç $= 3 \times 0{,}54\, \pi^2 = 1{,}598$ m-kg/sn.

35) Bir motor 11,34 kg ağırlığında dikdörtgen şeklindeki bir tabla üzerine oturtuluyor. Tabla, şekil 10.50 de görüldüğü gibi A kenarından mafsallı olup, karşı B kenarının iki köşesine yerleştirilmiş iki helisel yayla desteklenmiştir. 13,6 kg ağırlığındaki motor 5,08 cm yarıçaplı ve 400 dev/dak ile dönen bir krankla birleştiriliyor. Krank piminde etkiyen kütle ağırlığı 0,907 kg dır. Basılma için yay sabiti 14,286 kg/cm dir. Düşey kuvvetin, mafsaldan 35,56 cm uzakta bulunan C noktasına uygulandığını ve yaylardaki kuvvetlerin eşit olacağını kabul ederek, (a) sistemin tabii frekansını, ve (b) Değişen yüke bağlı olarak C deki maksimum uzanımı hesaplayınız. Yatay kuvvetleri ihmal ediniz.

ÇÖZÜM : W_1 = ileri - geri devinen parçaların ağırlığı, x = motor tablası, denge konumundan θ açısı kadar döndüğü zaman her bir yaydaki kısalma miktarı; s = yay sabiti; L_2 = A dan yayların eksenine olan uzaklık; L_1 = AB uzaklığı, ve L_3 = AC uzaklığı olsun.

O zaman, yerine getirme torku $= 2\, s \cdot x \cdot L_2 = 2s \cdot L_2^2 \theta$

$$= 2 \times 14{,}286 \times (50{,}8)^2 \times \theta$$
$$= 73734\theta \text{ kg-cm}$$

(küçük açılar için $x = L_2 \cdot \theta$ olduğu için)

ayrıca tork $= (I_m + I_p)\, \ddot{\theta}$

(I_m ve I_p, motor ve tablasının A miline göre atalet momentidir)

Bu nedenle tork $= \left(\dfrac{W}{g} L_3^2 + \dfrac{W_p \cdot L_1^2}{3g}\right) \ddot{\theta}$

$$= \frac{\ddot{\theta}}{g}\left([13{,}6 \times 35{,}56 \times 35{,}56] + \frac{[11{,}34 \times 53{,}34 \times 53{,}34]}{3} \right)$$

$$= \frac{27952}{g}\, \ddot{\theta} \text{ kg-cm}$$

$$\frac{\text{Açısal ivme } \ddot{\theta}}{\text{Açısal yer değiştirme } \theta} = \frac{73734 \times 9{,}81 \times 100}{27952} = \Omega^2 = 2587$$

(a) Bu nedenle tabii frekans $N = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{2587}$

$= 8{,}1$ titreşim/sn

(b) $W_p' =$ C deki eşdeğer plaka ağırlığı olsun, o zaman enerji hesabından

Gerçek plakanın açısal K.E.si = eşdeğer plakanın K.E.si

$$\frac{W_p}{2g} \cdot \frac{L_1^2}{3} \cdot \Omega^2 = \frac{W'_p}{2g} \cdot L_3^2 \cdot \Omega^2$$

Buradan $\dfrac{11{,}34 \times 53{,}34^2}{3} = W_p' \times 35{,}56^2$

$W'_p = 8{,}5$ kg.

O zaman "Zorlanmış Titreşim"den

$$C = \frac{P \cdot g}{W + W'_p} = \frac{W_1 \cdot \omega^2 r \cdot g}{g\,(W + W_p')}$$

$$= \frac{0{,}907}{(13{,}6 + 8{,}5)} \left(\frac{400 \times 2\pi}{60}\right)^2 \times 5{,}08 = 365{,}8$$

$$\omega^2 = \left(\frac{400 \times 2\pi}{60}\right)^2 = 1754{,}6;\ B = \Omega^2 = 2587$$

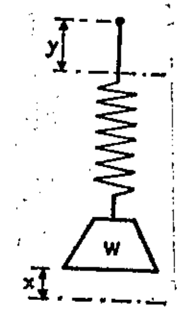
Bu nedenle, C deki maksimum uzanım,

$$x_{max} = \frac{C}{B - \omega^2} \quad \text{(hiç bir zorlama olmadığı için, A = sıfır)}$$

$$= \frac{365{,}8}{2587 - 1754{,}6} = 0{,}439 \text{ cm}$$

36) Bir ağırlık helisel bir yayla asılıyor. Serbest titreşimin düşey doğrultudaki salınım süreci $\frac{2}{3}$ sn. dir. Ağırlık hareketsiz dururken yayın üst ucu yukarı doğru y cm. hareket ettiriliyor. $y = 2 \sin 2\pi t$ ve t, hareketin başlangıcından itibaren ölçülen saniye cinsinden zamandır. Ağırlık ilk 0,4 sn. içerisinde hangi yüksekliğe kaldırılır? Sürtünmeyi ve yay ağırlığını yok sayınız.

ÇÖZÜM : Şekil 10.51'le ilgili olarak, yayın üst ucu ortalama konumdan (veya hareketin başlangıcından) y uzaklıkta iken, W ağırlığının



Şekil: 10.51

ortalama konuma göre düşey hareket miktarı $= x$ olsun.

Şimdi serbest titreşim için,

salınım süreci $t = \frac{2\pi}{\Omega}$

Bu nedenle $\Omega = \frac{2\pi}{t} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$ rad/sn.

Eğer $s =$ yay sabiti ise, o zaman

$$\Omega^2 = \frac{s \cdot g}{W} = 9\pi^2$$

ve $y - x =$ net uzama olduğu için, Newton'un İkinci Hareket Kanununa göre,

$$\frac{W}{g}\,\ddot{x} = s(y - x) \quad \text{veya} \quad \ddot{x} = \frac{s \cdot g}{W}\,(y - x)$$

Buradan $\ddot{x} = 9\pi^2\,(y - x) = 18\pi^2 \sin 2\pi\,t - 9\pi^2\,x$

ve $\ddot{x} + kx = j \sin \omega t$ (1)

$(k = 9\pi^2;\ j = 18\pi^2,\ \omega = 2\pi)$

$x = a + b$ olsun. Burada

a, $\ddot{a} + ka = 0$'ın komple çözümü (2) ve $\quad$ b, $\ddot{b}+kb=j\sin\omega t$'nin bir özel çözümü $\quad$ (3)

Eşitlik (2) nin çözümü,

$$a = A\cos\sqrt{k}\,.\,t + B\sin\sqrt{k}$$

"Zorlanmış Titreşimle" ve eşitlik (5) le ilgili olarak f = sıfır olduğuna dikkat edip, cosinüs yerine sinüs kullanırsak,

$$b = \frac{C\sin(\omega t - \alpha)}{B - \omega^2} = \frac{j\sin\omega t}{\Omega^2 - \omega^2} \quad \text{yi elde ederiz.}$$

α = sıfır ve hiç bir f söndürme faktörü olmadığından, hiç bir azaltma açısı yoktur.

O zaman komple çözüm,

$$x = a + b = A\cos\sqrt{k}\,.\,t + B\sin\sqrt{k}\,.\,t + \frac{j\omega\cos\omega t}{\Omega^2 - \omega^2} \qquad (4)$$

Buradan

$$\dot{x} = -A\sqrt{k}\sin\sqrt{k}\,.\,t + B\sqrt{k}\cos\sqrt{k}\,.\,t + \frac{j\omega\cos\omega t}{\Omega^2 - \omega^2} \qquad (5)$$

t = 0 iken, x = 0 bu nedenle eşitlik (4) den

$A = 0$

t = 0 iken, $\dot{x} = 0$ bu nedenle eşitlik (5) den

$$B\sqrt{k} = \frac{-j\omega}{\Omega^2 - \omega^2}$$

Buradan

$$B = \frac{-j\omega}{(\Omega^2 - \omega^2)\sqrt{k}} = \frac{-18\pi^2\times 2\pi}{(9\pi^2 - 4\pi^2)\,3\pi} = -2{,}4$$

bu nedenle eşitlik (4) den

$$x = -2{,}4\sin\sqrt{k}\,.\,t + \frac{j\sin\omega t}{\Omega^2 - \omega^2}$$

t = 0,4 sn. iken

$$x = -2{,}4\sin 1{,}2\pi + \frac{18\,\pi^2}{5\pi^2}\sin 0{,}8\pi$$

$$= (-2{,}4x - 0{,}5878) + (3{,}6\times 0{,}5878)$$
$$= 3{,}527 \text{ cm.}$$

Ağırlığın uzanımını bulmamız istenildiğini varsayalım. O zaman

$$\ddot{x} = \frac{s\,.\,g}{W}(y - x) = \Omega^2(y - x) = 2\Omega^2\sin 2\pi t - \Omega^2 x$$

Bu nedenle $\ddot{x} + \Omega^2 x = 2\Omega^2\sin 2\pi t$

Önceden olduğu gibi $\quad b = \dfrac{C\sin(\omega t - \alpha)}{B - \omega^2}$

Böylece $\quad$ uzanım $= x_{max} = \dfrac{C}{B - \omega^2} = \dfrac{2\Omega^2}{\Omega^2 - \omega^2}$

fakat $\Omega^2 = 9\pi^2$ ve $\omega = 2\pi$ olduğundan

$$x_{max} = \frac{2\times 9\pi^2}{9\pi^2 - 4\pi^2} = 3{,}6 \text{ cm}$$

Eğer ayrıca bir zorlama varsa, örneğin

$$f = 5{,}95 \text{ kg/m/sn ve } W = 7{,}3 \text{ kg.}$$

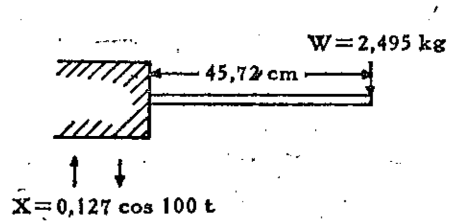
O zaman $\quad A = \dfrac{f\,.\,g}{W} = \dfrac{5{,}95\times 9{,}81}{7{,}3} = 8$

$$\text{Uzanım} = x_{max} = \frac{C}{\sqrt{(B - \omega^2)^2 + A^2\omega^2}}$$

Bu nedenle

$$_{max} = \frac{2\Omega^2}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + 64\omega^2}} = \frac{2\times 9\pi^2}{\sqrt{25\,\pi^4 + 256\,\pi^2}} = 2{,}52 \text{ cm}$$

37) Bir titreşim göstergeci (Endikatör), kesit genişliği 2,54 cm, ve kalınlığı 0,635 cm olan bir ucundan sabit bir gövdeye sağlamca bağlanmış ve bağlı uçtan 45,72 cm uzaklıkta 2,495 kg lık bir ağırlık taşıyan hafif, çelik bir konsol kirişten oluşmaktadır. Hafif bir kayıt aygıtı gövdeye göre rölativ hareketi 10 misli büyüterek veriyor. Konsol serbest olarak titreşime başlatıldığında, aynı yöndeki peşpeşe salınımların oranı 1'e 0,8 olacak şekilde bir bağlama yapılmıştır. Ölçme aleti, x = 0,127 cos 100 t cm kanununa göre titreşen bir gövde üzerine bağlandığında, kontrol ucunun muhtemel uzanımını saptayınız. Burada x, ortalama konuma göre



Şekil: 10.52

yer değiştirme miktarı, ve t; sn. cinsinden zamandır. Konsol kiriş ve kayıt aygıtının kütle etkisinin ağırlık konumunda 0,226 kg'a eşit olduğunu kabul ediniz. $E = 2{,}11 \times 10^6$ kg/cm².

ÇÖZÜM : Şekil 10.52'ye bakınız. Serbest uçtaki kalıcı eğilme;

$$\delta = \frac{W L^3}{3EI} = \frac{2{,}495 \times 45{,}72^3 \times 12}{3 \times 2{,}11 \times 10^6 \times 2{,}54 \times (0{,}635)^3} = 0{,}695 \text{ cm.}$$

Serbest titreşim için

$$B = \Omega^2 = \frac{g}{\delta} = \frac{9{,}81 \times 100}{0{,}695} = 1412 = m^2$$

Sönüm için $\quad \frac{x_1}{x_2} = e^{kT} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$

Bu nedenle $\quad kT = \log_e 1{,}25 = 0{,}2231$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{m^2 - k^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{1412 - k^2}} = \frac{0{,}2231}{k}$$

buradan $\quad k = 1{,}334$

ve $\quad p = f = \frac{2\,k\,W}{g} = \frac{2{,}668 \times 2{,}495}{9{,}81 \times 100} = 0{,}0068$ kg/cm/sn

Zorlanmış Titreşimler için

$$x = 0{,}127 \cos 100\,t = 0{,}127 \cos t$$

Şimdi $\quad A = \frac{f\,.\,g}{W} \; ; \; B = \Omega^2 = \frac{s\,.\,g}{W}$

$$x_1 = \frac{P}{s} = \text{P'ye bağlı kalıcı eğilme miktarı}$$

Fakat $\quad C = \frac{P\,.\,g}{W} = \frac{P}{s} \cdot \frac{s\,.\,g}{W} = x_1 \Omega^2$

$$= 0{,}127 \times 1412 = 179{,}3$$

$$A = \frac{f\,.\,g}{W} = 2k = 2{,}668$$

$$x_{max} = \frac{C}{\sqrt{(B - \omega^2)^2 + A^2\omega^2}} = \frac{179{,}3}{\sqrt{(1412 - 10000)^2 + 266{,}8^2}}$$

$$= 0{,}02086 \text{ cm.}$$

Fakat kayıt aygıtı göstergesinde büyütme faktörü 10 olduğundan, göstergecin uzanımı

$10\,x_{max} = 0{,}2086$ cm. dir.

38) Ağırlığı 1 ton ve atalet yarıçapı 60,96 cm olan bir kütle, 7,62 cm çapında ve 304,8 cm boyundaki milin bir ucuna bağlanıyor. Diğer uçtaki kütlenin ataleti öyle büyük ki, kütlenin bağlantısını rijid olarak kabul edebiliriz. Küçük kütle, uyumlu şekilde değişen bir torka maruz kalıyor. Torkun maksimum değeri 0,4572 ton-m ve uygulama frekansı 200 dev/dak. dır.

Ani titreşim söndüğü zaman, milin atalet etkisini hesaba katmadan küçük kütledeki titreşimin uzanımını bulunuz. Mil gerecinin rijidite modülünü 806 ton/cm² olarak alınız.

ÇÖZÜM : $I = \frac{W}{g}\,k^2$ = küçük kütlenin kütle atalet momenti; I_p = milin ikinci polar alan momenti $= \frac{\pi d^4}{32}$; G = mil gerecinin rijidite modülü; $q = \frac{G\,.\,I_p}{L}$ = milin burulma katsayısı; ve θ = kütlenin t sn. sonra denge konumuna göre açısal yer değiştirme miktarı olsun.

$T \cos \omega t$ = peryodik tork

Şimdi, ivmelendirme torku + yay torku = peryodik tork

Bu nedenle $\quad I\ddot{\theta} + q\theta = T \cos \omega t$

$$\ddot{\theta} + B\theta = C \cos \omega t \qquad (1)$$

Burada B.H.H. için $B = \frac{q}{I} = \Omega^2$

ve $C = \frac{T}{I}$

"Zorlanmış Titreşimler"le ilgili olarak, (1) den (6)'ya kadar olan eşitlikleri karşılaştırıp, söndürme torku olmadığı zaman A = sıfır olacağını hatırlarsak, o zaman maksimum açısal uzanım θ_{max} şöyle verilir:

$$\theta_{max} = \frac{C}{B - \omega^2}$$

Şimdi

$$I = \frac{T}{g} k^2 = \frac{1}{9{,}8 \times 1{,}00} \times (60{,}96)^2 = 3{,}8 \text{ cm-ton . sn}^2$$

$$q = \frac{G \cdot I_p}{L} = \frac{806}{304{,}8} \times \frac{\pi}{32} (7{,}62)^4 = 875 \text{ ton-cm/rad}$$

$$T = 0{,}4572 \text{ ton-m} = 45{,}72 \text{ ton-cm}$$

O zaman $B = \Omega^2 = \frac{q}{I} = \frac{875}{3{,}8} = 230$

vt $C = \frac{T}{I} = \frac{45{,}72}{3{,}8} = 12$

$$\omega = \frac{200}{60} \times 2\pi = \frac{20\,\pi}{3} \text{ rad/sn}$$

Bu nedenle $\omega^2 = \frac{400\,\pi^2}{9} = 438{,}7$

ve $\theta_{max} = \frac{C}{B - \omega^2} = \frac{12}{230 - 438{,}7}$

$$= -0{,}0575 \text{ rad} = -3^\circ\, 17'$$

39) Toplam ağırlığı 90,72 kg olan bir makina, bu ağırlık altında 0,457 cm çöken elastik bir temel üzerine vidalanıyor. Makinanın içinde tek silindirli düşey bir alternatif hareket motoru vardır. Motor 250 dev/dak ile çalışıyor ve maksimum dengesizliği olan bu motordaki birinci ve ikinci derecedeki kuvvetler 2,268 kg ve 0,544 kg. dır.

İki dengesiz kuvvetin bileşik hareketine bağlı olarak altlıktaki maksimum düşey çökme miktarını ve üst ölü noktaya göre ilgili krank konumunu hesaplayınız.

ÇÖZÜM : $\omega . t$ açısı üst ölü merkezden itibaren ölçülür.

$$B = \frac{s \cdot g}{W} = \frac{g}{\delta} = \Omega^2 = \frac{981}{0{,}457} = 2146{,}6$$

$$s = \frac{W}{\delta} = \frac{90{,}72}{0{,}457} = 198{,}5 \text{ kg/cm.}$$

$$\frac{W}{g} \cdot \ddot{y} + s \cdot y = 2{,}268 \cos \omega . t + 0{,}544 \cos 2\,\omega . t$$

Bu nedenle $\ddot{y} + \Omega^2 . y = \frac{g}{W} (2{,}268 \cos \omega\, t + 0{,}544 \cos 2\,\omega . t)$

$$= \frac{981}{90{,}72} (2{,}268 \cos \omega\, t + 0{,}544 \cos 2\,\omega . t) \qquad (1)$$

$\omega = \frac{250 \times 2\pi}{60} = 26{,}17$ rad/sn olduğuna dikkat edersek

(1) nolu eşitliğin çözümü,

$$y = 10{,}81 \left\{ \frac{2{,}268 \cos \omega . t}{\Omega^2 - \omega^2} + \frac{0{,}544 \cos 2\,\omega . t}{\Omega^2 - (2\,\omega)^2} \right\}$$

$$= 10{,}81 \left\{ \frac{2{,}268 \cos \omega . t}{2146{,}6 - 684{,}9} + \frac{0{,}544 \cos 2\,\omega . t}{2146{,}6 - 2739{,}5} \right\}$$

$$= 0{,}016773 \cos \omega . t - 0{,}00992 \cos 2\,\omega . t$$

$\omega . t = 0^\circ$ olduğu zaman

$y = 0{,}016773 - 0{,}00992$, ve

$\omega . t = 180^\circ$ iken

$y = -0{,}016773 - 0{,}00992$ olur.

Bu nedenle maksimum düşey çökme miktarı

$y_{max} = -0{,}026693$ cm,

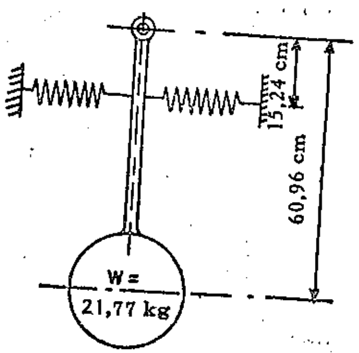
ve üst ölü noktadan 180° lik krank konumunda ortaya çıkar.

40) Yarıçapı r ve yüksekliği 4r olan bir silindir, yarıçapı 2r ve yüksekliği r olan diğer bir silindirle, eksenleri çakışacak şekilde uç uca getirilip ekleniyor. Oluşan cisim bileşik bir sarkaç gibi, uzun silindirin dış ucundaki çaptan geçen yatay bir eksen etrafında salınıyor. Salınımın sürecini bulunuz.

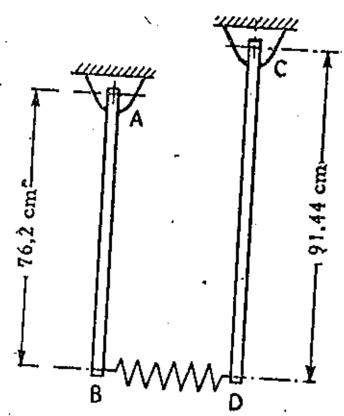
Cismin aynı peryodla salınacağı bir paralel eksen olduğunu kanıtlayıp konumunu saptayınız.

Cevap : Süreç $= 2\pi \sqrt{\frac{323 \cdot r}{78 \cdot g}}$ sn, ikinci eksen birinciye $\frac{323 \cdot r}{78}$ uzaklıktadır.

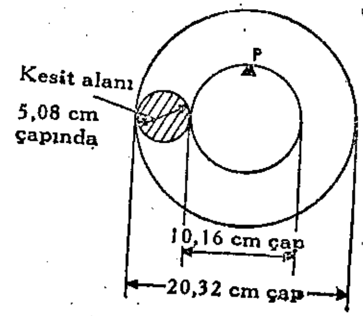
41) Şekil 10.53'deki yay baskılı sarkacın küçük açısal salınımının frekansını bulunuz. Her bir yayın yay sabiti $= 2{,}857$ kg/cm ve W $= 21{,}77$ kg olarak veriliyor. Kolun ağırlığı önemsenmiyebilir.



Şekil: 10.53



Şekil: 10.54



Şekil: 10.55

Cevap : 0,9 salınım/sn.

42) Bir santimetresinin ağırlığı 0,04464 kg olan düzgün, AB ve BC çubuğu, Şekil 10.54 de görüldüğü gibi üst uçlarından asılıp, alt uçlarından bir yayla birleştiriliyorlar.

Başlangıçta çubuklar düşey konumdadır ve yay üzerinde hiç bir kuvvet yoktur. Yayın basılma veya çekilme katsayısı 2,857 kg/cm dir.

Yay şimdi, hafifçe sıkılıp bırakılıyor. Yerçekimi etkisini önemsemiyerek ortaya çıkan titreşimin frekansını bulunuz.

Eğer AB çubuğu düşey konumun her hangi bir yanına 1 derecelik açısal bir sapma yaparsa, buna bağlı olarak CD'nin açısal sapmasını ve yaydaki maksimum kuvveti bulunuz.

Cevap : 642 salınım/sn; 0,7 derece; 6,98 kg.

43) Bıçak ağızlı bir P desteği üzerinde düşey olarak salınan Şekil 10.55 deki halkanın, küçük açısal salınımının frekansını bulunuz.

Cevap : 1,19 salınım/sn.

44) 4a boyunda ve kütlesi m olan düzgün, ince bir çubuğun bir ucunda, ekseni çubuk ekseni ile aynı doğrultuda bulunan a yarıçaplı ve kütlesi m olan düzgün bir disk vardır. Disk düzlemine dik olarak kütle merkezinden geçen bir eksene göre atalet yarıçapını bulunuz.

Eğer cisim, çubuk ucundan disk düzlemine dik olarak geçen bir eksen etrafında sarkaç gibi salınırsa, salınımın sürecini bulunuz.

Çubuk üzerinde, cismin aynı peryodla salınım yapabileceği başka bir paralel eksenin olduğunu gösteriniz.

Cevap : $k = a\sqrt{\frac{23}{13}}$; $t = 2\pi\sqrt{\frac{131 \cdot a}{36 \cdot g}}$ sn, ikinci eksenin birinci eksenden uzaklığı $L = \frac{131}{6}$ a.

45) Kütlesi m ve uzunluğu 18 a olan düzgün bir tel parçası bir ABC dik açısı elde etmek için AB $= 12$a ve BC $= 6$a olacak şekilde bükülüyor. A ucundan pürüzsüz olarak mafsallanan bu cisim düşey düzlemde salınım yapıyor. (i) dönme ekseni etrafındaki atalet momentinin 84 ma² olduğunu ve (ii) eşdeğer sarkaç boyunun $\frac{84a}{\sqrt{65}}$ olacağını kanıtlayınız.

46) Bileşik bir sarkaç yatay bir eksen etrafında salınıyor. Küçük salınım sürecinin $2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$ olduğunu kanıtlayınız. Burada I eksen etrafındaki atalet momenti; h, kütle merkezinin eksene olan uzaklığı ve M, toplam kütledir. Ünüform bir gereçten yapılmış dairesel bir contanın iç yarıçapı a ve dış yarıçapı b dir. İç yüzeyinden, bıçak ağızlı bir destek üzerine oturan bu contanın, conta düzlemindeki küçük salınımının sürecini bulunuz.

Cevap : $t = 2\pi \sqrt{\frac{b^2+3a^2}{2 \cdot g \cdot a}}$

47) Bir kronometre sarkacının, ekseni etrafındaki atalet momenti I dır. Sarkaç tam bir salınımı 1 sn'de yaparsa, kontrol yayının burulma katsayısı nedir?

Eğer sarkaç denge konumuna göre α derecelik maksimum bir kaçma ile salınım yaparsa, hareketin toplam enerjisi nedir?

Cevap : Burulma katsayısı $q = 4\pi r^2 . I$ birim tork/rad.;

enerji $= \frac{\pi^4 . I . \alpha^2}{16200}$ birim iş

48) Bir volan, isbitin iç tarafında yatay olarak duran bıçak ağızlı bir destek üzerine, düşey düzlemde salınacak şekilde asılıyor. oVlan ağırlığı 344,73 kg dır. Bıçak ağızlı destek, volan eksenine paralel ve eksene 35,56 cm uzaklıktadır. Küçük bir salınım yapması için yeterli süre 1,77 sn. dir.

Ağırlık merkezinin volan ekseninde olacağını varsayarak, volanın bu eksen etrafındaki atalet yarıçapını bulunuz.

Ayrıca, volan bu eksen etrafında dönerken volan hızını, $\frac{3}{4}$ sn. içinde sabit bir oranla 240 dan 250 dev/dak'ya çıkartan torku bulunuz.

Cevap : $k = 38{,}80$ cm; tork $= 7{,}383$ kg-m.

49) Yarıçapı r olan düzgün dairesel bir disk, çevresi üzerinde bulunan bir noktadan disk düzlemine dik olarak geçen bir eksen etrafında bileşik bir sarkaç gibi salınım yapıyor. Salınımın sürecini bulunuz.

Eğer diskin kütlesi M ise, disk merkezini dairesel olarak delip bir m kütlesi çıkartıldığında, salınım sürecinin $\sqrt{\left\{\frac{3M+m}{3M}\right\}}$ oranında artacağını kanıtlayınız.

Cevap : $2\pi \sqrt{\frac{3r}{2g}}$ sn.

50) 121,92 cm boyunda ince bir çubuk, bileşik bir sarkaç gibi düşey düzlemde salınacak şekilde bir çift keskin ağızlı destekle donatılıyor. Desteklerin konumu değiştirilebiliyor.

Çubuğun salınım süresini bulunuz. (a) eğer destekler, çubuğun bir ucundan 5,08 cm uzakta ise, (b) eğer destekler, salınım süresi minimum olacak bir şekilde yerleştirildilerse. Çubuk düşey konumun herhangi bir yanında 3° lik salınım yapıyorsa, (a) koşulu için çubuğun maksimum açısal hızını ve maksimum açısal ivmesini bulunuz.

Cevap : (a) 1,772 sn.; (b) 1,683 sn; 0,186 rad/sn; 0,659 rad/sn².

51) 27,21 kg ağırlığındaki bir sarkaç, sarkaç ağırlık merkezinden 38,1 cm uzaklıkta bulunan bir muyludan asılıyor. Salınımın uzanımı küçük olduğu zaman, salınım süreci 1,60 sn. dir.

Eğer sarkaç düşeyin iki tarafında 45° lik bir uzanımla sallandırılırsa mile gelen kuvveti bulunuz. (a) Salınımın en ucunda, ve (b) salınımın ortasında.

Cevap : (a) $X = 19{,}24$ kg; $Y = 7{,}72$ kg;

bileşke kuvvet $= \sqrt{X^2+Y^2} = 20{,}73$ kg.

(b) $X = 36{,}76$ kg; Y = sıfır ve bileşke kuvvet $= 36{,}76$ kg.

52) Üst ucundan 10,16 cm uzaklıkta, bıçak ağızlı hafif desteklerle donatılmış olan 38,1 cm boyunda ve 2,54 cm çapındaki düzgün bir çubuk; sarkaç olarak kullanılıyor. Destekler sabit bir yatay düzlem üzerinde duruyor ve sarkacın milini oluşturuyor. Küçük salınım için salınım sürecini bulunuz.

Eğer destek ağızları keskin olmayıp, 0,635 cm yarıçapında yuvarlatılsaydı, sarkacın salınım sürecindeki yüzde değişim ne olurdu? Yatay düzlemle değme noktasının, önceki gibi, çubuğun üst ucundan 10,16 cm uzaklıkta olacağını kabul ediniz.

Cevap : 0,952 sn.; yüzde 3,37 azalma.

53) 2 ton ağırlığındaki bir volanın atalet momenti aşağıdaki metodla bulunuyor. 68 kg lık bir ağırlık 1,524 m yarıçapta bağlanıyor ve mil muyluları yatay düzlem üzerinde küçük bir mesafede yuvarlanmaya bırakılıyor. Muylu çapı 10,16 cm ve sistemin komple bir salınımı 7,5 sn de yaptığı saptanıyor.

Volanın atalet yarıçapını m cinsinden bulunuz.

Cevap : 0,795 m.

54) 106,6 kg ağırlığındaki bir endüvi, 7,62 çapındaki bir mil üzerine geçiriliyor. Endüvi ağırlık merkezinin eksantrikliğini bulmak için mil, bıçak ağızlı destekler üzerine yatay olarak yerleştiriliyor ve küçük yuvarlanma salınımı yaptırılıyor. Küçük salınımın süreci 5,5 sn. olarak saptanıyor. Ağırlık merkezinden geçen bir eksene göre atalet yarıçapı 15,24 cm dir. Endüvi 1500 dev/dak ile dönerken, endüvi tarafından oluşturulan merkezkaç kuvvetini hesaplayınız.

Cevap : 870,9 kg.

55) d çapında içi boş bir silindir, D çapındaki içi boş başka bir silindirin içinde yuvarlanıyor. Boş silindir sabit olup, ekseni yatay konumdadır. En alt nokta etrafındaki küçük salınımın frekansını hesaplayınız.

Cevap : $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4g}{3\,(D-d)}}$ salınım/sn.

56) 2a boyundaki ince bir çubuk, aynı düzlemdtki iki sabit noktadan, çubuk uçlarına bağlanmış ve her birinin boyu b olan düşey iplerle asılıyor.

Çubuk, merkezinden geçen düşey bir eksen etrafında α açısı kadar döndürülüp, ipler gergin haldeyken serbest bırakılıyor. Bu hareket için enerji eşitliğini oluşturunuz.

Eğer α küçükse, salınım sürecini bulunuz.

Cevap : $2\pi\sqrt{\frac{b}{3g}}$ sn.

57) Kenar uzunluğu 91,44 cm olan eşkenar üçgen bir plaka, üç köşesinden, her birisinin boyu 243,84 cm olan üç ince telle asılıyor. Küçük açısal salınım için salınım sürecini bulunuz.

Cevap : 1,57 sn.

58) Bir Pelton çarkı, üç eşit ve paralel iple ekseni düşey olarak sabit bir destekten asılıyor. İplerden her birinin boyu 1,219 m, ve iplerden biri ile dönme ekseni arasındaki yatay uzaklık 17,78 cm dir. Çark, dönme ekseni etrafında 100 tam salınımı 145 sn de yapıyor. Çarkın bir tam burulma salınımı ile ilgili zaman formülünü çıkartınız ve eğer kütle 56,7 kg ise, buradan atalet yarıçapını ve atalet momentini bulunuz.

Çerçevesi içindeki çarkın, rüzgâr ve sürtünmeleri yenmek için harcanan beygir-gücünü saptamak için su kısılır ve çark yavaşlatılır. Zamana göre çizilmiş dakikadaki devir sayısı cinsinden hızı gösteren grafikten, anlaşıldığına göre 650 dev/dak.lık bir hızla çalışırken yavaşlatma oranı bir saniyede 17 devirdir. Bu hızda sürtünme ve rüzgâr etkisini yenmek için harcanan beygir-gücünü bulunuz.

Cevap : $k = 11,64$ cm; $I = 7681,8$ kg-cm^2; B.G. $\cong 0,125$

59) Bir dinamoyu çeviren motorun volan ağırlığı 136 kg ve atalet yarıçapı 25,4 cm dir. Endüvi ağırlığı 99,8 kg ve atalet yarıçapı 20,32 cm dir. Çevirme milinin efektif boyu 45,72 cm ve çapı 5,08 cm olup, milin bir ucuna yay sabiti $0,288 \times 10^6$ kg-cm/rad olan yaylı bir kavrama takılıyor. Kavrama ve milin atalet etkisini önemsemiyerek, sistemin burulma titreşiminin doğal frekansını hesaplayınız.

Eğer yaylı kavrama olmasaydı, doğal frekans ne olurdu?

$C = 0,836 \times 10^6$ kg/cm^2 olarak alınacaktır.

Cevap : 861 salınım/dak; 1954 salınım/dak.

60) Bir dinamoyu çeviren bir motorún volan ağırlığı 181,43 kg ve atalet yarıçapı 30,48 cm dir. Volan tarafındaki milin efektif boyu 25,4 cm ve çapı 5,08 cm dir. Endüvi ağırlığı 113,4 kg ve atalet yarıçapı 22,86 cm dir. Dinamo mili 4,445 cm çapında ve 20,32 cm boyundadır. Kavramanın ve milin kendisinin atalet etkisini ihmal ederek, burulma salınımının frekansını ve tarafsız noktanın konumunu saptayınız.

$C = 0,844 \times 10^6$ kg/cm^2 olarak alınacaktır.

Cevap : 22,8 salınım/sn; tarafsız nokta 5,08 cm çaplı mil üzerinde ve volandan 15,62 cm uzaktadır.

61) Serbest boyu 2,286 m ve çapı 6,35 cm olan bir milin bir ucuna bağlanmış olan motorun döner kütlelerinin atalet momenti 33,71 kg-m² dir. Milin diğer ucuna da bir volan ve pinyon dişli takılıyor. Volan ve pinyonun atalet momenti 126,42 kg-m² dir. Pinyon, atalet momenti 42,14 kg-m² olan bir dişli aracılığı ile bir pompayı, mil hızının $\frac{1}{4}$ 'ü oranında çeviriyor. Sistemin burulma titreşiminin frekansı saniyede 7,32 dir. Pompa paletlerinin ve içeri alınan suyun efektif atalet momentini hesaplayınız. Rijidite modülü $0{,}844 \times 10^6$ kg/cm² dir.

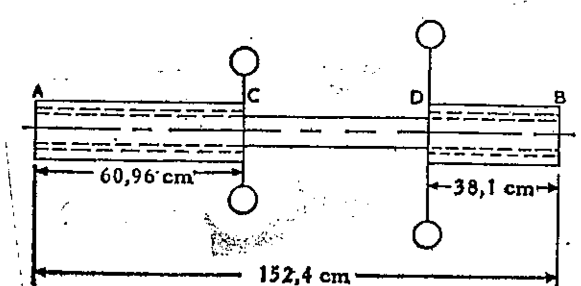
Cevap : 246,43 kg-m².

62) A ve B mili arasına, B nin hızı, A'nınkinin 2,5 katı olacak şekilde dişli donanımı yapılıyor. A mili 5,08 cm çapında ve 60,96 cm uzunluğunda olup serbest ucunda, atalet momenti 1,685 kg-m² olan bir volan taşıyor. B mili, 3,81 cm çapında ve 76,2 cm boyundadır ve serbest ucunda, atalet momenti 0,632 kg-m² olan bir volan bulunuyor.

A milinin eşdeğer boyunun nasıl bulunacağını gösteriniz ve büyüklüğünü bulunuz, ayrıca mil ve dişlilerin etkilerini önemsemiyerek burulma titreşiminin frekansını bulunuz. Rijidite Modülü = $0{,}808 \times 10^6$ kg/cm².

Cevap : 120,54 cm, 2000 salınım/dak.

63) 10,16 cm çapındaki içi dolu bir AB mili, iki ucundan, içi boş iki AC ve BD miline sağlam olarak geçiriliyor. (içi boş millerin ikisinin de dış çapı 13,97 cm ve iç çapı 11,43 cm dir). Şekil 10.56.



Şekil: 10.56

D ve C noktasında, ağırlıkları 127 kg ve 249,5 kg ve atalet yarıçapları da 17,78 cm ve 38,1 cm olan iki kütle içi boş millerin ucuna bağlanıyor. Birinci ilkelerden giderek, burulma titreşiminin frekansını ve tarafsız noktanın konumunu bulunuz.

Rijidite Modülü = $0{,}844 \times 10^6$ kg/cm² dir.

Cevap : 10,16 cm çapındaki milin eşdeğer boyu 195,4 cm, N = 3345 salınım/dak, tarafsız nokta 10,16 cm çapındaki mil üzerinde ve B den 2,95 cm uzakta.

64) Bir elektrik motoru, dişli çarklar aracılığı ile motorun dört katı bir hızla dönen, bir santrifüjü çalıştıracaktır. Motorla dişli çarklar arasındaki çelik mil, 5,39 cm çapında ve L cm uzunluğunda, pinyonla santrifüj arasındaki mil ise, 4,127 cm çapında ve 40,64 cm uzunluğundadır. Motor ve santrifüjün ağırlık ve atalet yarıçapları sırasıyla 34 kg, 10,16 cm ve 27,2 kg, 13,97 cm dir. (dişlilerin atalet etkileri yok sayılabilir)

Eğer dişliler burulma titreşiminin ölü noktasında ise, L'nin değerini bulunuz, ve burulma titreşiminin frekansını hesaplayınız. Kullanılan herhangi bir formül çıkarınız.

Cevap : 179,7 cm, 3158 salınım/sn.

65) Yataklar içerisinde serbest olarak tutulan düzgün çaplı esnek bir AB mili, her bir ucunda bir kasnak taşıyor ve burulma titreşiminin frekansı saniyede 40 olarak saptanıyor. Üçüncü bir kasnak da C noktasına takılıyor. AC = $\frac{3}{4}$ AB dir. Eğer bütün kasnakların atalet momentleri aynı ise, burulma titreşiminin doğal frekansını hesaplayınız.

Cevap : 84,2 salınım/sn ve 38 salınım/sn.

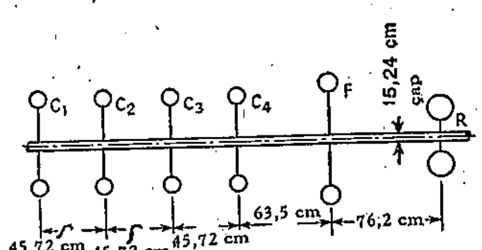
66) 8,89 cm çapındaki düzgün bir mil, atalet momentleri sırasıyla 467,7; 387 ve 232,25 ton-cm² olan üç A, B ve C rotorunu üzerinde taşıyor. A ve B arasındaki uzaklık 76,2 cm ve B ve C arasındaki ise 139,7 cm dir. Serbest burulma titreşiminin frekansını bulunuz. Eğer A rotorunun her koşul için 1° lik bir uzanımı varsa B ve C nin uzanımını bulunuz. Milin Rijidite Modülü 813,75 ton/cm² dir.

Cevap : 2326 ve 1345 salınım/dak, yüksek frekans için:

$\theta_B = -0{,}547°$, $\theta_C = +0{,}197°$,

Düşük frekans için : $\theta_B = +0{,}48°$, $\theta_C = +1{,}522°$

67) 2250 dev/dak ile dönen bir elektrik motoru, tek kademelik hız düşürme dişlileri aracılığı ile 650 dev/dak ile çalışan bir santrifüj pompayı çeviriyor. Motor endüvisinin atalet momenti 69,67 kg-m² ve pompa paletinin her birinin ataltt momenti ise 84,28 kg-m² dir. Pompadan dişlilere



Şekil : 10.57

kadar olan mil çapı 8,89 cm ve mil boyu 3,66 m, motordan dişlilere kadar olan mil ise 0,6096 m uzunluğundadır.

Doğal burulma titreşiminin tarafsız noktasının dişliler üzerinde olması için, motorla dişliler arasındaki milin çapı ne olmalıdır? Bu titreşimin frekansını bulunuz. Ve motordaki bir derecelik bir uzanım için palet titreşimi uzanımını bulunuz.

Mil ve dişlilerin ataletleri önemsenmiyebilir. Çelik mil için rijidite modülü $0{,}844 \times 10^6$ kg/cm² dir.

Cevap : 4,44 cm, 387,7 salınım/dak, 1° 18′.

68) Şekil 10.57, burulma salınımı için, dört silindirli bir alternatif hareket motoru ile mile direkt olarak akuple edilmiş bir volana burulma salınımı için eşdeğer olan rotor sistemini gösteriyor. C_1 den C_4'e kadar her bir kranktaki kütlenin atalet momenti 0,0555 ton-m², (F) volanınki 1,850 ton-m² ve (R) rotorunki ise 0,740 ton-m² dir. Milin eşdeğer çapı 15,24 cm dir.

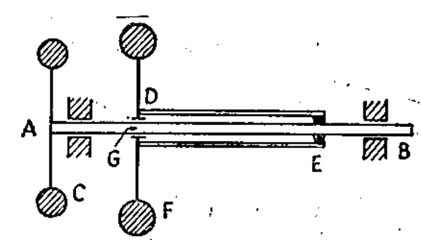
Doğal burulma titreşiminin ilk frekansının yaklaşık olarak 957 titreşim/dak. olduğunu gösteriniz ve tarafsız noktanın volana uzaklığını belirterek milin esneklik çizgisini çiziniz. $G = 0{,}44 \times 10^6$ kg/cm² olacağını kabul ediniz.

Cevap : Tarafsız nokta F ile R arasında ve F'den 18,28 cm uzakta.

69) 5,08 cm çapındaki içi dolu bir AB milinin A ucuna Şekil 10.58 de görüldüğü gibi bir C volanı takılıyor. C volanının ağırlığı 217,7 kg ve atalet yarıçapı 45,72 cm dir. Dış çapı 7,62 cm, iç çapı 5,71 cm ve 304,8 cm boyundaki içi boş bir DE milinin D ucuna da 272,1 kg ağırlığında ve atalet yarıçapı 60,96 cm olan bir F volanı takılıyor. DE mili, E noktasında AB miline rijid olarak bağlanıyor. AE = 3,962 m dir. E noktasının dışında bu iki mil birbirine rölativ olarak serbestçe burulabiliyor. Mil gerecinin Rijidite Modülü $0{,}844 \times 10^6$ kg/cm² dir.

(a) Eğer C volanı F volanına göre rölativ olarak döndürülüp bırakılırsa, ortaya çıkan titreşimin frekansını ve tarafsız noktanın konumunu bulunuz.

(b) Eğer F nin C'ye göre maksimum rölativ burulma açısı 1,2 de-



Şekil: 10.58

rece ise, buna bağlı olarak F nin, AB mili üzerindeki G noktasına göre dönme miktarını bulunuz.

Cevap : (a) 181 salınım/dak, tarafsız nokta A'dan 3,327 m uzaktadır.

(b) 0,972 derece

70) Yakın sarımlı helisel bir yay bir ucundan düşey olarak asılıyor. Daire kesitli, düzgün, silindirik bir çubuk, ekseni yatay olacak şekilde orta noktasından, ortalama sarım çapı 5,08 cm olan bu yayın ucuna bağlanıyor. Eğer boyuna salınım ve açısal salınımın frekansları aynı ise, (i) küçük çaplı çubuğun sınırlayıcı boyunu, (ii) kısa boylu çubuğun sınırlayıcı çapını hesaplayınız.

Cevap : (i) 100,5 cm, (ii) 116 cm.

71) 1500 dev/dak ile çalışan bir petrol motoru, çevrilen makinaya güç iletimini 3,17 cm çapındaki içi dolu bir mille yapıyor. Motor volanı ve krank milinin atalet momenti 0,421 kg-cm² ve çevrilen makina rotorununki ise 0,842 kg-cm² dir. Milin iki ucuna elastik kavrama takılıyor ve mil 91,44 cm açıklığı olan uçlardan desteklenmiş kiriş gibi oluyor. Burulma için, mil ve kavramalar birlikte 11,43 cm boyundaki düzgün bir mile eşdeğerdirler. Mil gerecinin yoğunluğu 7,38 kg/dm³, esneklik modülü $2{,}1 \times 10^6$ kg/cm² ve rijidite modülü 0,808 kg/cm² dir.

Milin dönme hızını ve buna bağlı titreşimin doğal frekansını hesaplayınız. Milin verilen hızda emniyetle çalışıp çalışmayacağını belirtiniz.

Cevap : 4612 dev/dak; 1503 titreşim/dak; Çalışma için emniyetli değil.

72) Uçlarından 0,914 m açıklıkta sürtünmesiz olarak yataklanmış 6,35 cm çapındaki bir mil, her birinin ağırlığı 45,36 kg olan ve yataklardan 30,48 cm uzaklığa takılan iki volanı üzerinde taşıyor. Mil etkisinin, bütün kütle mil ortasında toplandığı zaman yaratılan etkinin 17/35 ine eşit olacağını kabul ederek, milin en düşük dönme hızını hesaplayınız. Çelik için $e = 7{,}75$ kg/dm³ ve $E = 2{,}1 \times 10^6$ kg/cm² olarak alınacaktır.

Cevap : 3385 dev/dak (Dunkerley Metodu ile); 3485 dev/dak (Enerji Metodu ile)

73) Boyu L cm ve birim cm sinin ağırlığı w olan bir konsol kirişin, titreşim sehim eğrisinin statik sehim eğrisi ile aynı olacağını varsayarak, ve birinci ilkeden giderek enine titreşimin temel, tabii frekansı için bir ifade bulunuz.

Buradan, boyu 12,7 cm, ağırlığı 0,0196 kg/cm. ve en düşük atalet momenti 0,266 cm⁴ olan düzgün kesitli ve çelik bir türbin kanadının enine titreşiminin frekansını bulunuz. Merkezkaç yüklemesinin etkisini ihmal ediniz. Çelik için $E = 2{,}1 \times 10^6$ kg/cm².

Cevap : $N = 0{,}5618 \sqrt{\dfrac{EIg}{WL^4}}$ titreşim/sn; 583,7 titreşim/sn.

74) Uçlarından desteklenmiş olup üzerinde w kg/cm lik düzgün yayılmış bir yük taşıyan L boyundaki bir çubuğun enine titreşimin doğal frekansı için bir ifade bulunuz. Titreşim sehim eğrisinin, statik sehim eğrisine benzediğini kabul ediniz.

Üzerinde 89,29 kg/cm ağırlığında düzgün yayılmış yük taşıyan, iki ucundan desteklenmiş, I-kesitli ve 609,6 cm boyundaki çubuğun tabii frekansını bulunuz. $I_{xx} = 6513{,}6$ cm⁴; $E = 2{,}1 \times 10^6$ kg/cm.

Cevap : $N = 1{,}572 \sqrt{\dfrac{EIg}{wL^4}}$ titreşim/sn; 8,46 titreşim/sn.

75) Bir ABCDE mili, aralarındaki açıklık 6,096 m olan A ve E noktalarındaki yataklar tarafından tutuluyor. Mil, A dan uzaklıkları 1,219, 3,048 ve 4,877 m olan B, C ve D noktalarında sırasıyla 2267,96, 1360,7 ve 3628,7 kg ağırlığındaki yükleri taşıyor. Milin kütlesi önemsenmiyebilir. Yalnızca merkezdeki yük uygulandığı zaman milin eğilme miktarı 1,27 cm olarak saptanıyor.

"Enerji" Metodunu kullanarak, sistemin dakikadaki titreşim sayısını bulunuz. Mil kütlesinin nasıl hesaba katılacağını öz olarak gösteriniz.

Not : L aralıkla, serbest olarak desteklenmiş bir mil üzerinde, uçlardan birinden a uzaklıkta etkiyen bir W yükünün aynı uçtan x mesafede ($a \geq x$) ki y sehimi şu eşitlikte bulunur:

$$y = \frac{W}{6EI} \frac{L-a}{L} \left\{ a\,(2L-a)\,x - x^3 \right\}$$

Cevap : 168,6 titreşim/dak.

76) 1,27 cm çapındaki bir mil, aralarındaki açıklık 91,44 cm olan bilyalı yataklar içinde dönüyor ve yatakların arasında kalan kısmın orta noktasında kütlesi 11,34 kg olan bir disk taşıyor.

Eğer diskin kütle merkezi mil ekseninden 0,0254 cm dışarda ise, mil kütlesini ihmal ederek, milin sehimini, milin dönme hızını (rad/sn) cinsinden bulunuz. $E = 1{,}2 \times 10^6$ kg/cm².

Eğer mildeki gerilme 1054,6 kg/cm² yi geçemiyecekse, milin çalıştırılması emniyetsiz olan hız sınırını tesbit ediniz.

Cevap : $x = \dfrac{\pm 0{,}025\,\Omega^2}{3716 - \Omega^2}$ cm; hız sınırı 357,2 den 374,1 dev/dak ya kadardır.

77) Düzgün bir kirişin enine titreşiminin aşağıdaki eşitliğe bağlı olduğunu gösteriniz.

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{a^4 \partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad \text{burada} \quad a^4 = \frac{\rho}{g E k^2}$$

k, kiriş kesit alanının atalet yarıçapı ve ρ, kirişin yoğunluğudur.

Buradan veya başka bir yoldan, iki ucundan desteklenmiş bir kirişin temel frekansının aşağıdaki eşitlikle verildiğini gösteriniz.

$$p = \frac{\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{g E k^2}{\rho}}$$

Yine yukarıdaki eşitlikten veya başka bir yoldan giderek, eğer kirişin kendi ağırlığının doğurduğu sehim δ cm ise, kirişin dakikada $\frac{212}{\sqrt{\delta}}$ titreşim yapacağını gösteriniz.

78) Bir ucundan 60,96 cm uzakta 27,2 kg lık diğer ucundan 91,44 cm uzakta 18,1 kg lık kasnak taşıyan 5,08 cm çapında ve 304,8 cm uzunluğundaki çelik bir milin en düşük dönme hızını her hangi bir metodla hesaplayınız. Mil, uçlarda yataklar içinde desteklenmiş basit bir kiriş olarak kabul edilebilir.

Çeliğin yoğunluğu 7,89 kg/dm³ ve $E = 1,2 \times 10^6$ kg/cm² dir.

Cevap : 467 devir/dak. (Dunkerley Metodu ile)

79) 2,438 m uzunluğunda ve 90,71 kg ağırlığındaki düzgün bir AB çubuğu düşey düzlemde titreşim yapacak şekilde A ucundan mafsallanıyor ve B ucundan bir yayla destekleniyor. Sıkıştırma için yay sabiti 21,43 kg/cm dir. Statik denge konumunda çubuk yatay haldedir. Çubuk eğilmeye karşı rijid kabul edilebilir.

Çubuğun B ucu 1,27 cm sıkıştırılıp sonra serbest bırakılıyor. (a) titreşimin frekansını, ve (b) çubuğun orta noktasındaki maksimum eğme momentini hesaplayınız.

Cevap : (a) 252 titreşim/dak, (b) 40 kg-m (**not :** Çubuğun A ucundan y mesafedeki δy boyu üzerinde bulunan yükün atalet momenti dikkate alınız.)

80) İki ucundan serbest olarak desteklenmiş olan 76,2 cm boyunda ve 2,54 cm çapındaki çelik bir mil orta noktasında 18,14 kg lık bir yük taşıyor. Dunkerley metodunu uygulayarak milin (a) birinci ve (b) ikinci dönme hızını bulunuz. Mil gerecinin yoğunluğu 8,02 kg/dm³ ve $E = 2,03 \times 10^6$ kg/cm² dir.

Cevap : (a) 1434 dev/dak., (b) 20588 dev/dak.

81) 7,62 cm çapındaki çelik bir mil 1,524 m aralıklı iki esnek yatak tarafından tutuluyor. Gerecin elastisite modülü $2,11 \times 10^6$ kg/cm² dir. Mil, 38,1 cm aralıkla simetrik olarak yerleştirilmiş herbirinin ağırlığı 90,72 kg olan üç volanı üzerinde taşıyor.

(a) Jiraskobik etkiyi ve mil çapını ihmal ederek, milin en düşük dönme hızını yaklaşık olarak hesaplayınız.

(b) Başka bir yaklaşık metod kullanarak milin dönme hızını hesaplayınız. Yerçekimi etkisindeki statik sehim aşağıdaki gibi veriliyor.

Merkezi volandaki sehim 0,4572 cm

Diğer volanlardaki sehim 0,323 cm

Kullandığınız iki metoddan hangisi daha geçerlidir.

Cevap : 1483 dev/dak (Dunkerley metodu); (b) 1583 dev/dak (Enerji Metodu); (b) metodu daha güvenilir bir metotdur.

82) 304,8 cm. aralıklı yataklar tarafından desteklenen bir mil beş eşit yükü üzerinde taşıyor. Yükler, yataklardan 30,48 cm uzaklıktaki yüklere göre eşit aralıkla yerleştirilmişlerdir. Statik sehim eğrisinin (i) bir sinüs eğrisi, (ii) bir parabol olduğunu ve maksimum eğilmenin de 0,254 cm olduğunu dikkate alarak milin dönme hızını hesaplayınız.

Cevap : (i) 675,4 dev/dak, (ii) 670,1 dev/dak.

83) 1,219 metre aralıklı yataklarla serbest olarak desteklenen 1,27 cm çapındaki hafif bir mil 0,454 kg lık tek bir merkezi yükü üzerinde taşıyor. Bu tek yükün yerine her biri W kg olan ve yataklardan 30,48 cm uzakta bulunan simetrik iki yük yerleştirilecektir.

İlk dönme hızının değişmemesi için bu iki yükün büyüklüğünü tayin edin ve,

(a) ilk dönme hızını

(b) iki yüklü sistemin ikinci dönme hızını hesap ediniz.

$E = 2,11 \times 10^6$ kg/cm²

Cevap : (i) Enerji metodu ile W = 0,454 kg; (ii) Dunkerley metodu ile W = 0,403 kg; (a) 1187 dev/dak; (b) 3358 dev/dak; (i)'ye göre, 3561 dev/dak (ii)'ye göre.

84) 3,175 cm çapındaki bir mil uzantısı makinaya bağlanmış bir bilezikle rijid olarak tutuluyor, ve yatay olarak 60,96 cm çıkıntı yaptırılıyor. Bu mil uzantısı serbest ucunda 18,14 kg lık bir volanı taşıyor. Motor 420 dev/dak ile dönerken volan üzerinde bu frekansın iki misli ve uzanımı 0,762 cm olan bir enine titreşim doğuruyor. Bileziğin titreşim uzanımını bulunuz ve volan titreşimini gözlenen değerin $\frac{1}{10}$'u kadar düşürmek için azaltılması gereken çıkıntı miktarını saptayınız.

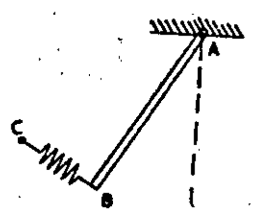
$E = 2{,}11 \times 10^6$ kg/cm².

Cevap : 0,02 cm, kısaltılan miktar = 6,4 cm.

85) 69 kg ağırlığındaki bir makina yaylar üzerine bağlanılıyor ve titreşimi söndürmek için bir amortisörle donatılıyor. Her birinin dayanımı 8,93 kg/cm olan üç adet yay titreşimin uzanımını iki tam titreşim anında 3,81 cm den 0,635 cm'ye düşüyor. Eğer söndürme kuvveti hızla orantılı olarak değişirse, amortisörün birim hız için gösterdiği direnci bulunuz ve zorlanmış titreşimin frekansını, amortisör devre dışı kaldığı zamanki frekansla karşılaştırınız.

Cevap : 0,384 kg/cm/sn, zorlanmış titreşimin frekansı = 3,097 salınım/sn. Serbest titreşimin frekansı = 3,128 salınım/sn.

86) Şekil 10.59 da AB, A noktasında sabit bir mile mafsallanmış olan 4,08 kg ağırlığında ve 40,64 cm uzunluğunda düzgün bir çubuktur.



Şekil: 10.59

Çubuğun B ucuna bir germe yayı bağlanmıştır. Denge konumunda çubuk düşeyle 30° açılı ve yay ekseni çubuğa diktir. Yay sabiti (1 cm lik uzama için gerekli kuvvet) 0,0446 kg/cm dir. Sürtünmeyi ihmal ederek, küçük uzanımlı salınım için sistemin titreşiminin doğal frekansını hesaplediniz. Eğer yayın C ucuna yay ekseni doğrultusunda, 1,27 cm lik toplam uzanım anında bir saniyede bir tam salınım yapan basit harmonik hareket yaptırılırsa, zorlanmış titreşimde B nin hareket miktarı ne kadardır.

Cevap : 1,269 salınım/sn, 3,35 cm.

87) Helisel bir yayın ucuna asılmış bir kütlenin serbest titreşim süresi 0,8 sn dir. Kütle hareketsiz dururken yayın üst ucu y cm yukarı kaldırılıyor. y = 4,57 sin 2π t olup, t hareketin başlangıcından başlayarak ölçülen sn. cinsinden zamandır.

Yayın kütlesini ve zorlama etkisini önemsemiyerek, ilk 0,3 sn içinde kütlenin hareket ettiği düşey uzaklığı bulunuz.

Cevap : 4,89 cm.

88) İkinci alan momenti 4620 cm⁴ olan yuvarlak çelikten yapılmış bir kiriş, yatay bir konsol meydana getirmek için bir ucundan duvarın içine 20,32 cm sokuluyor. Konsol, ekseni duvardan 2,438 m olan ve kirişin serbest ucuna yataklanmış olan bir volan taşıyor. Volanın ağırlığı 163,3 kg ve kütle merkezi dönme ekseninden 0,254 cm uzaktadır.

Volan 1000 dev/dak ile dönerken oluşan zorlanmış salınımın uzanımını hesaplayınız ve kirişte oluşan maksimum gerilmeyi bulunuz.

Kirişin ağırlığını yok sayıp yalnızca düşey düzlemdeki hareketini ele alınız. $E = 2{,}11 \times 10^6$ kg/cm².

Cevap : 2,4 cm; 2682 kg/cm² (Bu değere ölü yüke bağlı eğme gerilmesi dahildir).

89) Bir atelyenin tabanına bağlanmış bir makina, makinanın tam altında 0,2 cm lik bir kalıcı çökmeye neden oluyor. Makina çalışırken, üzerinde bulunan dengesiz bir kütle, frekansı makinanın çevirme mili hızına eşit olan düşey bir değişken kuvvet doğuruyor. Milin hızı 240 dev/dak olduğu zaman, tabanın zorlanmış titreşim uzanımı 0,127 cm dir. Eğer taban elastik olarak dikkate alınır ve söndürme etkisi önemsenmezse, hız 480 dev/dak olduğu zaman, zorlanmış titreşimin uzanımı ne olacaktır? Hangi hızda rezonans görülecektir?

Cevap : 0,927 cm; 663,7 dev/dak.

90) Yay ile asılmış olan bir kütlenin, bir tam salınımı $\frac{1}{2}$ sn de yapacağı ve beşinci salınım uzanımının birincinin yarısı olacağı saptanıyor. Eğer yayın üst ucu, uzanımı 2,54 cm ve süreci 2 sn olan düşey salınım yapmaya zorlanırsa, kütlenin hareket uzanımını bulunuz.

Zorlamanın hızla orantılı olacağı kabul edilebilir.

Cevap : 2,7 cm.

91) Tek silindirli bir buhar makinasının dönen kütleleri (ileri - geri devinen kütlelerin payları dahil); 30,48 cm yarıçapta etkiyen 102 kg lık bir kütleye eşdeğerdir. Makina tarafından üretilen torka, maksimum değeri $\pm$ 13,825 kg-m ve frekansı 150 çevrim/dak olan ve harmonik olarak değişen bir terim de dahildir.

Bu terime bağlı olarak motor krankının ortalama çalışma konumuna göre maksimum yer değiştirme miktarını bulunuz. Eğer motor şimdi, 5,08 cm çapında ve 1,219 m boyundaki bir mil aracılığı ile atalet momenti 21 kg-m^2 olan bir volana direkt olarak akuple edilirse, krank ve volanın normal çalışma konumlarına göre kaçma miktarlarını bulunuz.

$C = 0{,}844 \times 10^6$ kg/cm^2.

Cevap : 3° 19′; krankın yerinden kaçması 0,94°; Volanın yer değiştirmesi 1° 4′.

92) 181,4 kg ağırlığındaki bir motor dört helisel yay üzerinde tutuluyor. Motor 900 dev/dak ile dönerken, ileri - geri devinen dengesiz bir ağırlığa bağlı olarak motorun dengesini bozan ve maksimum değeri 31,75 kg olan bir düşey peryodik kuvvet vardır. Motorun yalnızca düşey olarak titreşim yapacağını varsayarak, taban üzerindeki maksimum peryodik kuvveti 2,27 kg'da tutmak için her bir yayın kg/cm cinsinden basılma katsayısını bulunuz. Motorun hızı 600 dev/dak olduğu zaman titreşimin uzanımı ne olacaktır?

Cevap : 27,37 kg/cm her bir yay için; 0,022 cm.

93) Ağırlığı 5,896 kg olan bir cisim, uzama için yay sabiti 1,07 kg/cm olan bir yayla asılıyor. Ağırlık, statik denge konumundan aşağı doğru 5,08 cm çekilip bırakılıyor. Hızla orantılı olan ve hız 1 m/sn iken 3,72 kg olan bir sürtünme direnci vardır.

Hareketin diferansiyel denklemini ve sabitleri hesap ederek denklemin çözümünü yazınız. Cismin serbest bırakıldığı andan tekrar duruncaya kadar geçecek süreyi ve hareketinin en yüksek kısmındaki uzanımı hesaplayınız.

Cevap : 0,242 sn; 7,48 cm.

94) Bir yay'a asılmış 4,54 kg lık bir kütle sönümlü salınım yapıyor. 50 tam salınım için geçecek süre 20 sn. olup aşağı doğru ilk yer değiştirme miktarının altıncısına oranı 2,25 olarak saptanıyor.

Kg/cm cinsinden yay sabitini ve kg/m/sn cinsinden de söndürme kuvvetini bulunuz.

Cevap : 1,14 kg/cm; 0,375 kg/m/sn.

95) Sabit bir noktaya asılmış ve yay sabiti λ_2 olan bir yay'a m_2 kütlesi asılıyor ve bu kütleye bağlanmış ve yay sabiti λ_1 olan bir başka yayın ucuna da m_1 kütlesi asılıyor.

Kütleler için devim denklemlerini yazınız ve buradan serbest salınımın süreci için bir ifade bulunuz.

Eğer başlangıçta sabit olan bu nokta, **h cos qt** lik bir düşey salınım yapmaya zorlanırsa, kütlelerin titreşim uzanımlarını bulunuz.

Cevap :

$$m_1 m_2 \omega^4 - [\lambda_1 m_2 + m_1 (\lambda_1 + \lambda_2)]\omega^2 + \lambda_1 \lambda_2 = 0$$

$$\text{Alttaki kütlenin uzanımı} = \frac{\lambda_2 . \lambda_1 . h}{\lambda_2 \lambda_1 - q^2 (\lambda_2 m_1 + \lambda_1 m_2 + \lambda_1 m_1) + q^4 m_1 m_2}$$

$$\text{Üstteki kütlenin uzanımı} = \frac{\lambda_2 h (\lambda_1 - m_1 q^2)}{\lambda_2 \lambda_1 - q^2 (\lambda_2 m_1 + \lambda_1 m_2 + \lambda_1 m_1) + q^4 m_1 m_2}$$

96) Tek silindirli yatay bir alternatif hareket motorunun küçük ölçekli bir modeli, esnek iplerle bir üst desteğe asılıyor. Her bir ipin uzunluğu 76,2 cm dir. Modelin ağırlığı 4,54 kg, ileri - geri devinen ağırlık 0,68 kg, krank yarıçapı 1,9 cm ve biyel kolu uzunluğu 7,62 cm dir,

Krank 60 dev/dak ile döndürüldüğünde model ileri-geri devinen parçaların etkisi altında salınmaya başlıyor. Oluşan zorlanmış titreşimin uzanımını hesaplayınız. (a) birinci derece atalet kuvvetinin oluşturduğu, (b) ikinci kuvvetin oluşturduğu. Ayrıca modelin her bir bileşik salınımındaki uzanım miktarını bulunuz.

Cevap : (a) 0,424 cm; (b) 0,0195 cm.; 0,443 cm.

97) Bir mil, iki A ve B kasnaklarını birleştiriyor. Mil, rijidite Modülü $0{,}808 \times 10^6$ kg/cm² olan çelikten olup, çapı 2,54 cm ve kasnaklar arasında kalan boyu da 101,6 cm dir. Kasnakların ağırlığı ve atalet yarıçapları şöyledir: A, 9,07 kg, 25,4 cm; B, 11,34 kg, 30,48 cm. Mil sürtünmesiz yataklar içinde dönüyor ve milin ataleti yok sayılıyor.

(a) Sistemin burulma titreşiminin doğal frekansını bulunuz.

(b) Sistem başlangıçta hareketsiz dururken, A kasnağına uygulanan 11,52 kg-m lik ani bir torkla harekete geçiriliyor, ondan sonra da sabit olarak kalıyor. Mil üzerindeki torkla ilgili zaman cinsinden bir ifade bulunuz, ve mildeki torkun maksimum değerini belirleyiniz.

Cevap : (a) 880 salınım/dak; (b) 14,81 kg-m.

98) 40,82 kg ağırlığında ve atalet yarıçapı 13,97 cm olan bir rotor üzerinde, rotorun bir referans noktasına göre beher radyanlık dönmesine karşılık 34,56 kg-m lik bir tork referans noktası yönünde etkiyor. Milin, her hangi bir etki sonundaki serbest titreşiminin frekansını hesaplayınız.

Şimdi, açısal hızla orantılı ve açısal hız 1 rad/sn olduğu zaman büyüklüğü 0,345 kg-m olan bir durdurma torku uygulanıyor.

Bu hareketin diferansiyel denklemini yazınız ve çözümünü yapınız. $t =$ sıfır iken eğer rotor hareketsiz ve referans noktasına göre 2 derece kaçıksa, Eşitlikteki sabitleri hesaplayınız. Şimdi frekansı ve referans noktasının bir yanındaki birbirini izleyen salınımların uzanım oranlarını bulunuz.

Cevap : 197 salınım/sn; 196 salınım/sn; 1,919.

99) 544,3 kg ağırlığındaki tek silindirli düşey bir motor, motor ağırlığı altındaki statik sehimi 0,965 cm olan elastik taban kirişleri üzerinde taşınıyor. Düşey düzlemdeki serbest titreşimin frekansını hesaplayınız.

Motor şimdi 130 dev/dak ile çalışıyor. İleri-geri devinen parçaların ağırlığı 45,36 kg, kurs boyu 17,78 cm ve biyel kolu uzunluğu 35,56 cm dir.

İlk prensiplerden giderek, motorun düşey yer değiştirme miktarını hesaplayınız.

(a) Birinci denge eksikliğine, (b) ikinci denge eksikliğine bağlı olarak.

Cevap : 304,6 titreşim/dak; (a) 0,165 cm; (b) 0,124 cm.

100) Elektrikle çalıştırılan bir hava kompresörü ünitesi, düşey olarak titreşim yapabilen esnek bir temel üzerine monte ediliyor. Kompresör ünitesinin ağırlığı 136 kg ve desteklerin esneme katsayısı öyle ki, ölü yük altındaki çökme miktarı 0,635 cm dir. Kompresörün ileri-geri devinen parçalarının ağırlığı 1,36 kg ve piston kursu 10,16 cm dir. Pistonun devimi basit harmonik hareket kabul edilebilir.

Birinci prensiplerden hareketle, krank milinin herhangi bir dönüş hızı için, ünitenin zorlanmış düşey hareket sınırını ve hareketin üst ve alt sınırı arasındaki uzaklık 0,508 cm yi geçeceğine göre dev/dak cinsinden hız sınırlarını hesaplayınız.

Cevap : $\pm x_{max} = \dfrac{N^2}{127\,(n^2 - N^2)}$ .... ($x_{max} = 0{,}254$ cm)

burada $N =$ dev/dak cinsinden krank mili hızı

$n =$ ünitenin düşey titreşiminin tabii frekansı

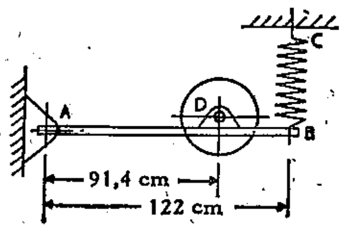
ayrıca $n =$ dev/dak cinsinden kritik mil hızı.

Hız sahası 3242,8 den 419,8 dev/dak'ya kadardır.

101) Şekil 10.60 daki diyagramda, 122 cm uzunluğunda ve birlikte ağırlığı 8,16 kg olan bir çift düzgün AB kirişi A noktasından mafsallanıp, B noktasında yay sabiti 4,464 kg/cm olan tek bir yayla tutuluyorlar. Kiriş, A dan 0,914 m uzaklıkta yataklanmış olan 27,2 kg ağırlığındaki bir volanı taşıyor. Statik denge anında AB yatay konumdadır. Sistemin tabii frekansını bulunuz. Eğer volanın ağırlık merkezi dönme ekseninden 0,317 cm uzakta ise, volan 200 dev/dak ile dönerken B nin toplam düşey hareket miktarını bulunuz.

Cevap : 149 titreşim/dak; 1,613 cm

102) Bir mekanizmadaki rijid bir bağlantı üzerinde bulunan üç F, G ve H noktaları bir doğrultudadır. Kütle merkezi G de olup FG ve GH uzaklıkları sırasıyla x ve y dir.



Şekil: 10.60

Bağlantı, gerçek bağlantıya dinamikçe eşdeğer olan ve F, G ve H noktalarına yerleştirilmiş 3 kütle veya kütle zerreciklerinden oluşan bir sistemle değiştirilecektir. Komple bağlantının kütlesi M ve F noktasından asılmış olan eşdeğer sarkacın boyu L dir.

Üç kütlenin değerini x, y, L ve M cinsinden bulunuz.

Eğer x ve y nin değerleri 40,64 ve 22,86 cm ve F, G ve H noktalarındaki kütlelerin ağırlıkları sırasıyla 3,4; 9,07 ve 6,35 kg ise, bağlantı H noktasından bir sarkaç gibi salındığı zaman, salınımın frekansını bulunuz.

Cevap : F, G ve H noktalarındaki kütleler

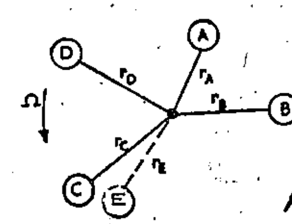
$$\frac{M\,(L-x)}{x+y} \; ; \; \frac{M\,(x+y-L)}{y} \; ; \; \frac{M\,x\,(L-x)}{y\,(x+y)} \quad \text{ve}$$

H noktası etrafındaki frekans = 45,3 salınım/dak.

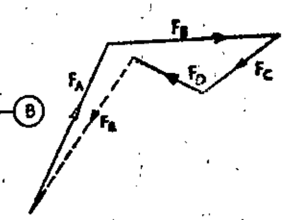
BÖLÜM 11

DENGELEME

Aynı Düzlemde Dönen Kütleler. Şekil 11.1, aynı düzlemde Ω rad/sn. lik bir açısal hızla dönen W_A, W_B, W_C ve W_D kütlelerinin oluşturduğu bir sistemi gösteriyor.

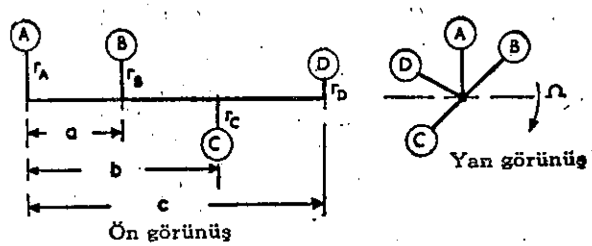


Şekil: 11.1



Şekil: 11.2

A üzerindeki merkezkaç kuvveti $= F_A = \dfrac{W_A}{g}\,\Omega^2 r_A$, aynı şekilde $F_B = \dfrac{W_B}{g}\,\Omega^2 r_B \ldots$, ve $\dfrac{\Omega^2}{g}$ ortak bir faktör olduğu için $F_A \propto W_A \cdot r_A$; $F_B \propto W_B\, r_B$ v.s. ($\propto$ = orantılı). Bu nedenle kuvvetlerin büyüklük ve yönlerini gösteren bir merkezkaç kuvvetleri çokgeni çizilebilir (Şekil 11.2). Çokgenin kesik çizgilerle gösterilen kapatma kenarı, dengesiz F_E kuvveti vereceğinden, $F_E \propto W_E \cdot r_E$ dir. Bu nedenle, r_E yarıçapında etkiyen uygun bir W_E kuvveti, denge için sisteme sokulabilir.



Şekil: 11.3

Farklı Düzlemlerde Dönen Kütleler. Referans Düzlemi. Şekil 11.3, farklı düzlemlerde dönen W_A, W_B, W_C ve W_D kütlelerinin oluşturduğu bir sistemi gösteriyor.

F_A = A düzlemindeki W_A kütlesinin merkezkaç kuvveti,

F_B = B düzlemindeki W_B kütlesinin merkezkaç kuvveti,

F_C = C düzlemindeki W_C kütlesinin merkezkaç kuvveti, ve

F_D = D düzlemindeki W_D kütlesinin merkezkaç kuvveti olsun.

A düzlemini referans düzlemi olarak alalım.

Şimdi diğer düzlemler üzerindeki merkezkaç kuvvetlerinden birini A düzlemi üzerinde, paralel ve eşit bir merkezkaç kuvveti ve bir kuvvet çifti ile gösterebiliriz.

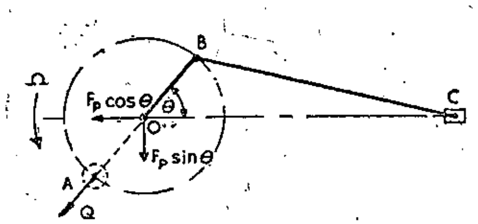
Böylece F_A, A düzlemi üzerinde (kuvvet çifti olmaksızın) eşit ve paralel bir F_A kuvvetiyle; F_B, A düzlemi üzerinde eşit ve paralel bir F_B kuvveti ve $F_B . a$ değerinde bir kuvvet çiftiyle; F_C, eşit ve paralel bir F_C kuvveti ve $F_C . b$ lik bir kuvvet çiftiyle, ve F_D, eşit ve paralel bir F_D kuvveti ve $F_D . c$ değerinde bir kuvvet çifti ile temsil edilebilir.

A düzlemine aktarılmış olan F_A, F_B, F_C ve F_D kuvvetleri, denge koşulu için kapanması gereken yani; ΣF = sıfır olabilen bir kuvvetler çokgeni oluştururlar.

Aynı şekilde $F_B . a$; $F_C . b$; ve $F_D . c$ kuvvet çiftleri de kenarları kapanan yani $\Sigma F . a$ = sıfır olan bir kuvvet-çifti çokgeni meydana getirirler.

Şekil 11.3 de gösterilen ve sayısal örneklerle çözülen dengeleme problemlerinin çözümünde kullanılan genel işlem sırası aşağıdaki gibidir:

Sayısal örneklerde gösterildiği gibi, ilk önce bir liste hazırlayın ve



Şekil: 11.4

bilinmeyen miktarlardan birini (kütle yarıçap, açı veya düzlemler ara-

sındaki uzaklıklardan herhangi biri) içeren uygun bir düzlemi referans düzlemi olarak seçin.

Şimdi kuvvet-çifti poligonunu çizin. Poligonun kapanan kenarı dengesiz kuvvet-çiftini verecektir. Buradan bilinmeyen değerlerden birisi hesaplanabilir. Referans düzleminin bir tarafından ölçülen bütün uzaklıklar pozitif, diğer tarafından ölçülenler ise negatif olarak dikkate alınır. Bütün pozitif kuvvet-çiftlerinin radyal olarak dışa doğru; negatif kuvvet-çiftlerinin de radyal olarak içe doğru etkidiği kabul edilir. O halde kuvvet-çifti poligonundaki bütün ok başlarının saat yönündeki veya saatin ters yönündeki bir yönü izlemeleri gereklidir.

Bundan sonra kapanan kenarı bilinmeyen başka bir büyüklüğü verecek olan bir kuvvetler çokgeni çizin.

İleri - Geri Devinen Kütleler. Şekil 11.4 deki alternatif hareket motorunda C'nin çizgisel ivmesi yaklaşık olarak,

$$= \Omega^2 r \left(\cos\theta + \frac{r}{L}\cos 2\theta\right)$$

ve C parçasını ivmelendirmek için gerekli kuvvet

$$F = \frac{W}{g}\,\Omega^2 r \left(\cos\theta + \frac{r}{L}\cos 2\theta\right) \text{ dır.}$$

burada, W = ileri geri doğrusal devim yapan parçaların ağırlığıdır.

F kuvveti iki bileşene ayrılabilir. Örneğin,

Birinci derece ivmelendirme kuvveti $= \frac{W}{g}\,\Omega^2 r \cos\theta = F_p . \cos\theta$

İkinci derece ivmelendirme kuvveti $= \frac{W}{g} \cdot \frac{\Omega^2 r^2}{L} \cos 2\theta = F_s . \cos 2\theta$.

Temel dengeyi hesaba kattığımız zaman, CO doğrultusundaki yatay ivmelendirme kuvveti $= F_p . \cos\theta$ iken, OC yönündeki atalet kuvveti $= F_p . \cos\theta$ dır.

B nin tam karşısında krank yarıçapı üzerinde bulunan A noktasına bir W kütlesi yerleştirelim. A noktasında W ye bağlı Q merkezkaç kuvveti iki bileşene ayrılabilir. (a) Yatay atalet kuvvetini dengeleyen

$Q \cos \theta = F_p \cdot \cos \theta$ bileşeni, (b) düşey konumdaki dengesiz $Q \sin \theta = F_p \sin \theta$ bileşeni. Buna göre, dönen bir kütle ileri-geri doğrusal olarak devinen bir kütleyi dengeliyemez. Pratikte, genel olarak, A noktasına, maksimum değeri $\frac{1}{3} \cdot \frac{W}{g} \Omega^2 r = \frac{1}{3} F_p$ olan dengesiz bir yatay kuvvet ve $\frac{2}{3} \cdot \frac{W}{g} \Omega^2 r = \frac{2}{3} F_p$ olan dengesiz bir düşey kuvvet oluşturacak olan $\frac{2}{3}$ W değerinde bir Kütle konulur. Bu nedenle dengeleme için, ileri-geri devinen kütlenin $\frac{2}{3}$ ünü A noktasında etkiyor olarak düşünmek ve dönen kütle ile birleştirmek alışkı haline gelmiştir. Böylece, eğer W_1 = krank pimindeki dönen kütlenin ağırlığı ve W = ileri-geri devinen kütlelerin ağırlığı ise, o zaman

$$\text{Krank pimindeki eşdeğer kütle} = W_1 + \frac{2}{3} W \text{ olur.}$$

Silindirleri Bir Sıralı Olan Çok Silindirli Motorlarda Temel ve Yan Dengeleme. Temel dengeleme için,

$$\sum \frac{W}{g} \Omega^2 r \cos \theta = \text{sıfır}$$

yani, temel ivmelendirme kuvvetlerinin cebirsel toplamı = sıfır,

ve
$$\sum \frac{W}{g} \Omega^2 . r . a \cos \theta = \text{sıfır}$$

yani, düzlemde her hangi bir nokta etrafındaki temel kuvvet çiftlerinin cebirsel toplamı = sıfır koşulu sağlanmalıdır. "a" referans düzlemine olan uzaklıktır.

İkinci derece (yan) dengeleme için sağlanması gereken koşullar için-se,

$$\sum \frac{W}{g} \frac{\Omega^2 r^2}{L} \cos 2\theta = \text{sıfır}$$

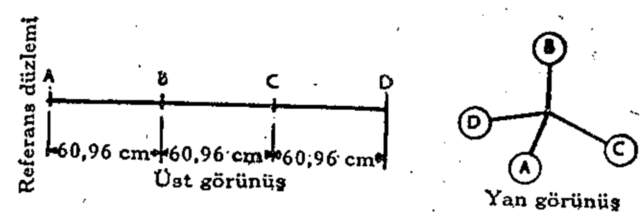
ve
$$\sum \frac{W}{g} \frac{\Omega^2 r^2}{L} a \cos 2\theta = \text{sıfır} \quad \text{olmalıdır.}$$

Eğer θ = gerçek krankın referans çizgisi ile, örneğin, iç ölü merkezle yaptığı açı ise, o zaman 2θ = ikinci (hayali) krankın iç ölü merkezle yaptığı açıdır. Bu nedenle yan kuvvet ve kuvvet-çifti poligonları, gerçek dengelemede kullanılan sayısal değerleri bir farkla alıp (yani, θ yerine 2θ kullanarak) çizilebilir. Sayısal örneklere bakıldığında bu görülecektir. (Bkz. Prob. 11, No 4 den 7 ye kadar)

PROBLEMLER

1) A, B, C ve D, dönen bir mil tarafından 10,16; 12,7; 20,32 ve 15,24 cm lik yarıçaplar üzerinde taşınan dört kütledir. Kütlelerin döndüğü düzlemlerin aralarındaki uzaklık 60,96 cm olup, B, C ve D nin ağırlıkları sırasıyla 9,071, 4,536, ve 3,628 kg dır.

A'da gerekli olan kütleyi ve milin tam dengede olması için dört kütlenin açısal yerleşme düzenini bulunuz.

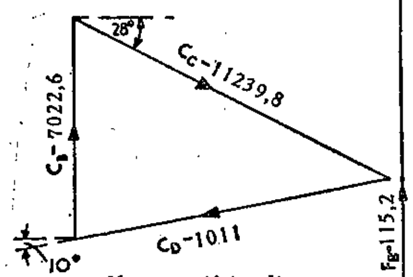


Şekil: 11.5

ÇÖZÜM : Şekil 11.5 deki diyagrama bakınız. A'yı referans düzlemi olarak seçip, aşağıdaki cetveli çiziniz.

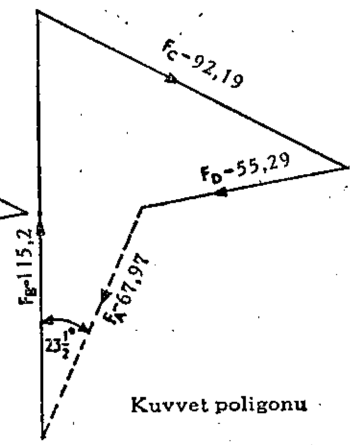
Düzlem	Kütle W kg	Yarıçap r cm	Referans düzlemine olan uzaklık a cm.	Merkezkaç kuvveti ile orantılı W . r	Merkezkaç kuvvet çifti ile orantılı W . r . a
A (Ref.)	W_A	10,16	0	10,16 W_A	0
B	9,071	12,70	60,96	115,2	7022,6
C	4,537	20,32	121,92	92,19	11239,8
D	3,628	15,24	182,88	55,29	10111

Kuvvet-çifti poligonu : Şekil 11.6. Kuvvet-çifti poligonunu görüldüğü şekilde ve $C_B = 7022{,}6$; $C_C = 11239{,}8$ ve $C_D = 10111$ olarak çiziniz. Bu W_C ve W_D kütlelerinin B'ye göre açısal konumunu verecektir.



Kuvvet çifti poligonu

Şekil: 11.6



Kuvvet poligonu

Şekil: 11.7

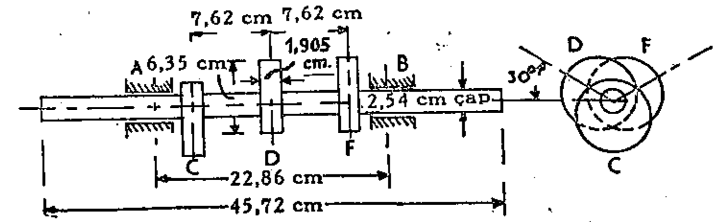
Kuvvet Poligonu : Şekil 11.7. Poligonu, $F_B = 115{,}2$, $F_C = 92{,}19$ ve $F_D = 55{,}29$ alarak görüldüğü şekilde çiziniz. Kesik çizgilerle gösterilen kapatma kenarı F_A'nın büyüklüğünü ve yönünü verir.

Şimdi $F_A = 10{,}16\, W_A = 67{,}97$ buradan A kütlesi $= 6{,}69$ kg

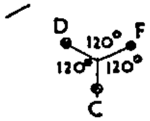
A, B, C ve D kütleleri, şimdi Şekil 11,5'in yan görüşünde görülebilir vt kuvvet-çifti ve kuvvet çokgenlerinden alınan ölçüye göre, B den başlıyarak saat yönünde yapılan açısal ayarlama şöyledir :

B den C'ye = 118°; B'den A'ya = 203,5°; ve B'den D'ye = 260°.

2) Yüksek hızlı bir pompanın kam mili, 2,54 cm çapında ve 45,72 cm boyundaki paralel bir milden oluşuyor ve üç eksantriği üzerinde taşıyor. Her bir eksantriğin çapı 6,35 cm ve kalınlığı 1,905 cm dir. Yatakları A ve B'de bulunan kam mili Ştkil 11.8 de görüldüğü gibi simetriktir. Eksantrikler arasındaki açı 120° ve her birindeki merkez kaçıklığı 1,27 cm dir. Gerecin ağırlığı 6,643 kg/dm³ ve dönme hızı 1430 dev/dak dır. (a) dengesiz kuvvet çifti nedeniyle her bir yatakta oluşan dinamik yükü, (b) komple sisttmin kinetik enerjisini bulunuz.



Şekil: 11.8



Şekil: 11.9

ÇÖZÜM : W_E = her bir eksantriğin ağırlığı olsun.

$$= \frac{\pi}{4}\ (6{,}35)^2 \times 1{,}905 \times \left(\frac{6{,}643}{1000}\right) = 0{,}4 \text{ kg.}$$

Şekil 11.9 daki yan görünüşte, 1,27 cm lik her bir eksantrik yarıçapında W 'nin etkidiği eşdeğer sistem görülüyor.

Düzlem	Kütle W kg	Yarıçap r cm	referansa olan a uzaklığı cm	W . r ∝ Merkezkaç kuvveti	W . r . a ∝ sant. kuvvet çifti
A (ref)	W_A	r_A	0	$W_A . r_A$	0
C	0,40	1,27	3,81	0,508	1,94
D	0,40	1,27	11,43	0,508	5,81
F	0,40	1;27	19,05	0,508	9,67
B	W_B	r_B	22,86	$W_B . r_B$	$22{,}86\, W_B . r_B$

Şekil 11.10 daki kuvvet-çifti poligonundan:

$$C_B = 22{,}86\, W_B . r_B \propto 6{,}73 \quad \text{Buradan } W_B . r_B \propto \frac{6{,}73}{22{,}86} = F_B = 0{,}294$$

Şekil 11.11 deki kuvvetler çokgeninde simetriklik nedeniyle

$$F_A = F_B \quad \text{veya} \quad W_A . r_A = W_B . r_B = 0{,}294$$

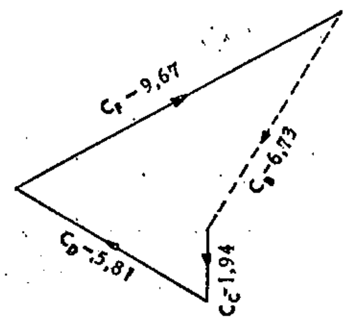
(a) Her bir yatakdaki dinamik yük $= \dfrac{W_A}{g}\ \Omega^2 r_A = \dfrac{W_B}{g}\ \Omega^2 r_B$

$$= \frac{6{,}73}{22{,}86 \times 9{,}81 \times 100} \left(\frac{1430}{60} \times 2\pi \right)$$
$$= 6{,}730 \text{ kg.}$$

(b) Kam milinin ağırlığı $= \frac{\pi}{4} \times 2{,}54 \times 2{,}54 \times (45{,}72 - 3 \times 1{,}905) \times \frac{6{,}643}{1000}$

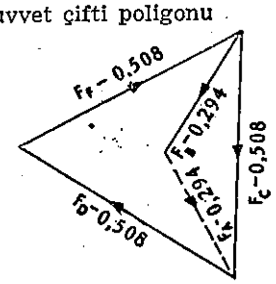
$$= W_1$$

Buradan $W_1 = 1{,}347$ kg.

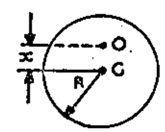


Şekil: 11.10

kuvvet çifti poligonu



Şekil: 11.11



Şekil: 11.12

Kam milinin açısal K.E. si $= \frac{W_1}{2g} \; k^2 \Omega^2$

$$\left(\text{burada daire için } k^2 = \frac{r^2}{2} \right)$$

$$= \frac{1{,}347}{2 \times 9{,}81 \times 100} \times \frac{1{,}27^2}{2} \times \left(\frac{1430}{60} \times 2\pi \right)^2$$
$$= 12{,}41 \text{ cm-kg}$$

Eksantriklerden birini ele alalım, Şekil 11.12.

$$I_o = I_G + \frac{W_E}{g} \; x^2 \ldots \; (W_E = \text{Eksantrik ağırlığı})$$

$$= \frac{W_E}{g} \left[\frac{R^2}{2} + x^2 \right] = \frac{0{,}40}{9{,}81 \times 100} \left[\frac{3{,}175^2}{2} + 1{,}27^2 \right]$$
$$= 0{,}0027 \text{ cm-kg-sn}^2$$

3 eksantriğin K.E. si $= 3 \times \frac{1}{2} \; I_o \Omega^2$

$$= \frac{3}{2} \times 0{,}0027 \left(\frac{1430}{60} \times 2\pi \right)^2$$
$$= 90{,}82 \text{ cm-kg}$$

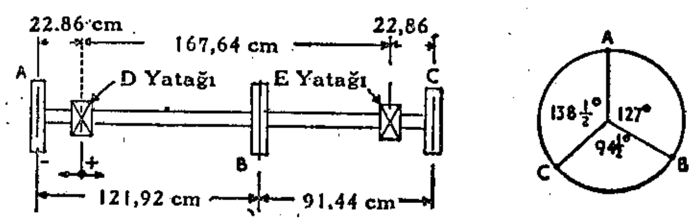
Bu nedenle, bütün sistemin toplam K.E. si $= 12{,}41 + 90{,}82$

$$\cong 103{,}23 \text{ cm-kg.}$$

3) Üç A, B ve C kasnağı bir mil üzerine geçiriliyor. A dan B ye olan eksenel uzaklık 121,92 cm, ve B'den C'ye de 91,44 cm dir. Kasnakların ağırlıkları sırasıyla 13,61 kg, 18,14 kg ve 14,51 kg ve ağırlık merkezlerinin milin dönme eksenine uzaklığı da 2,54 cm, 1,27 cm ve 1,905 cm dir. Mil, aralarındaki açıklık 167,64 cm olan yataklarla destekleniyor ve kasnakların açısal konumları statik denge kuruluncaya kadar ayarlanıyor.

Kasnakların ağırlık merkezi ile mil merkezini birleştiren doğrular arasındaki açıları gösteren yan görünüşünü çiziniz. Mil 140 dev/dak. ile dönerken denge eksikliği nedeniyle her bir yatakda oluşan kuvvet nedir?

A ve C kasnaklarına 38,1 cm yarıçapta; ağırlıklar bağlanarak tam bir dengeye erişmek isteniliyor. Bu ağırlıklar ne kadar olmalıdır? Ağırlıkların açısal konumunu çizdiğiniz resim üzerinde gösteriniz.



Şekil: 11.13

ÇÖZÜM : Mil ve kasnakları şekil 11.13 de görüldüğü gibi çiziniz. A kasnağının D yatağından 22,86 cm ötede olduğu varsayılıyor.

Tabloyu aşağıda görüldüğü gibi çiziniz.

TABLO

Düzlem	Kütle W kg	Yarıçap r cm	Referans düzlemine olan uzaklık a m.	W . r ∝ merkezkaç kuvveti	W . r . a ∝ merkezkaç kuvvet çifti
A	13,61	2,54	— 2286	34,57	— 7,903
D (Ref)	W_D	r_D	0	$W_D . r_D$	0
B	18,14	1,27	+ 0,99	23,04	+ 22,80
E	W_E	r_E	+ 1,6764	$W_E . r_E$	+ 1,6764 $W_E . r_E$
C	14,51	1,905	+ 1,905	27,64	+ 52,65

Şekil 11.13 deki kasnaklar sisteminin statik dengesi için sistemin ağırlık merkezi, dönme ekseni üzerinde bulunmalıdır. Bu nedenle statik denge için

$$\Sigma\, W . r . \sin\theta = 0$$

ve $$\Sigma\, W . r . \cos\theta = 0$$

burada θ, W . r vektörünün yaptığı açıdır. Bu nedenle vektör diyagramı, (Şekil 11.14) kapanmalıdır.

$W_A . r_A$ vektörü düşey referans olarak alınır ve Şekil 11.14 deki vektörlerin değeri yukarıdaki tablonun W . r sütunundan alınır.

Şekil 11.14, B ve C kasnağının A'ya göre açısal konumunu verir.

Bundan sonra Şekil 11.15 deki kuvvet-çifti poligonunu çiziniz.

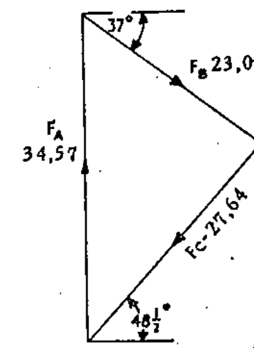
Buradan $\vec{RS} = 1{,}676\, W_E . r_E = 63{,}91$

Bu nedenle $W_E . r_E = F_E = \dfrac{63{,}91}{1{,}6764} = 38{,}12$ kg-cm

E yatağı üzerindeki dinamik yük

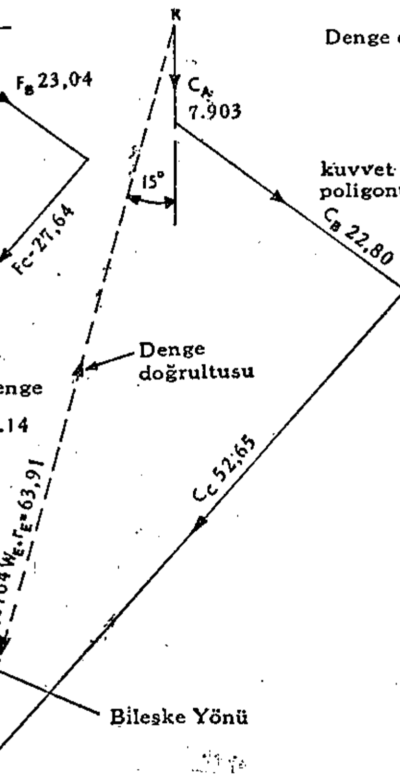
$$R_1 = \frac{W_E}{g}\, \Omega^2 r_E = \frac{38{,}12}{9{,}81\times100}\left(\frac{140}{60}\times2\pi\right)^2 = 8{,}35 \text{ kg}$$

Ondan sonra Şekil 11.16 daki kuvvet poligonunu çiziniz. Burada $F_E = W_E . r_E = 38{,}12$ ve kuvvet poligonundan $\vec{JK} = F_D = W_D . r_D = 38{,}12$ kg.



Statik denge

Şekil: 11.14



Şekil: 11.15

kuvvet poligonu

Şekil: 11.16

O zaman D yatağı üzerindeki dinamik yük

$$R_2 = \frac{W_D}{g}\, \Omega^2 r_D = \frac{38{,}12}{9{,}81\times100}\left(\frac{140}{60}\times2\pi\right)^2 = 8{,}35 \text{ kg}$$

W_A' ve W_C' ağırlıklarını ayrı ayrı A ve C kasnakları üzerine bağlayarak, tam dengeyi sağlamak için gerekli koşullar şunlardır:

(i) kuvvet ve şuvvet-çifti poligonu kapanmalı,

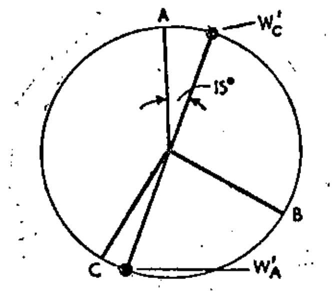
(ii) F_E ve F_D ve buradan R_1 ve R_2'nin her biri sıfır olmalıdır,

W_A' ve W_C'nün birbirine 180° karşıt olduğunu kabul edelim, o zaman kuvvetlerin dinamik dengesi için,

W_A' ne bağlı F_A' merkezkaç kuvveti $= W_C'$ ne bağlı F_C' merkezkaç kuvveti.

Bu nedenle, $W_A' . r_A' = W_C' . r_C'$, de statik denge koşulunu sağlar.

Şimdi $r_A' = r_C' = 38{,}1$ cm., Bu nedenle $W_A' = W_C'$



Ek ağırlığın açısal pozisyonu

Şekil: 11.17

Tablo ve D referans düzlemi ile ilgili olarak,

F_A'ne bağlı C_A' kuvvet çifti $\equiv W_A' . r_A' . a_A'$
$\equiv W_A' \times 38{,}1 \times (-0{,}2286)$

F_C' ne bağlı C_C' kuvvet çifti $\equiv W_C' . r_C' . a_C' \equiv W_C' \times 38{,}1 \times 1{,}905$

Kuvvet çifti poligonu ile ilgili olarak, Şekil 11.15 kuvvet çiftlerinin dengesi için,

$$\underset{\rightarrow}{SR} \equiv C_C' - C_A' \equiv (W_C' \times 38{,}1 \times 1{,}905) - (W_A' \times 38{,}1 \times -0{,}2286)$$

O zaman $63{,}91 = W_C' \times 38{,}1 \times 2{,}13$

ve $W_A' = W_C' = \dfrac{63{,}91}{81{,}15} = 0{,}787$ kg

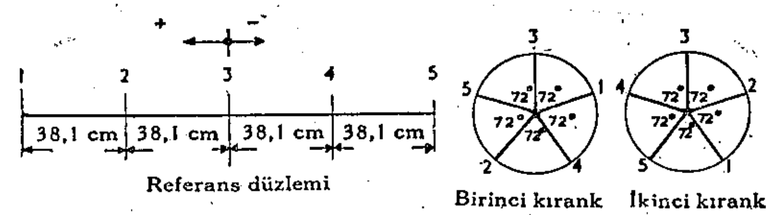
Buradan, $W_A' = 0{,}787$ kg ve A ile 195° açılı
$W_C' = 0{,}787$ kg ve A ile 15° açılı

(Bkz. Şekil 11.17)

4) Beş silindirli tek sıralı bir motorun krank açıları 144° ve silindir eksenleri arasındaki uzaklık 38,1 cm dir. Herbir silindirin ileri-geri devinen parçalarının ağırlığı 15,875 kg, krank yarıçapı 11,43 cm ve biyel kolu uzunluğu da 45,72 cm dir. Motorun çalışma hızı 600 dev/dak dır.

Temel ve yan kuvvet çiftleri için, motor dengesini kontrol ediniz. Bunların en büyük değerlerini ve bu maksimum değerlerin bulunduğu merkezi krankın konumunu belirleyiniz.

ÇÖZÜM : Silindir ve krank konumlarını Şekil 11.18 de görüldüğü gibi çiziniz. 3. ncü düzlemi referans düzlemi, 3 ncü krankı da referans krankı olarak alınız.

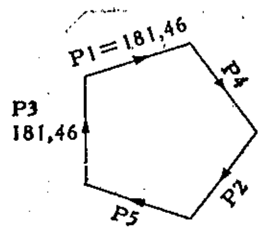


Şekil: 11.18

İkinci krank konumları : 03 den 01'e $= 2 \times 72° = 144°$; 03 den 04'e $= 2 \times 144° = 288°$; 03 den 02'ye $= 2 \times 216 = 432° = 72°$; 03 den 05'e $= 2 \times 288° = 576° = 216°$.

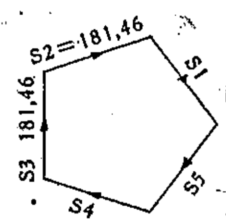
Düzlem	Kütle W kg	Yarıçap r cm	Referans düzlemine olan a uzaklığı cm.	W . r . a ∝ merkezkaç kuvvet çifti	W . r ∝ merkezkaç kuvveti
1	15,876	11.43	+ 76,2	+ 13827,2	181,46
2	15,876	11.43	+ 38,1	+ 6913,6	181,46
3 (Ref)	15,876	11.43	0	0.0	181,46
4	15,876	11.43	— 38,1	— 6913,6	181,46
5	15,876	11.43	— 76,2	+ 13827,2	181,46

Birinci ve ikinci derece kuvvet poligonları, Şekil 11.19 ve 11.20 eşkenarlı kapalı beşgen oldukları için gerçek ve yan kuvvetler dengededir.



Birinci kuvvet poligonu

Şekil: 11.19



İkinci kuvvet poligonu

Şekil: 11.20

Şekil 11.21 deki gerçek kuvvet çifti poligonundan, dengesiz gerçek kuvvet çifti D.G.K.Ç. $\propto$ 18172,9 ile. Bu nedenle

$$\text{D.E.K.Ç.} = \frac{18172,9}{g}\ \Omega^2 = \frac{18172,9}{9,81\times10^4} \times \left(\frac{600}{60}\times 2\pi\right)^2$$
$$= 731 \text{ kg-m.}$$

böylece maksimum gerçek kuvvet çifti 731 kg-m olup, 3 ncü krank; kurs doğrultusuna (kesik çizgilerle gösterilen) 90° ve 270° olduğu zaman bu değeri alır.

Şekil 11.22 deki kuvvet çifti poligonundan D.Y.K.Ç. $\propto$ 29264

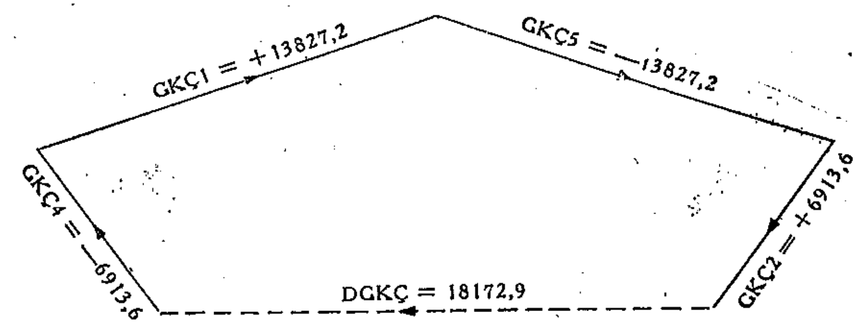
Bu nedenle

$$\text{D.Y.K.Ç.} = \frac{29264}{g\,.\,n} = \frac{29264}{9,81\times10^4} \times \frac{11.43}{45,72}\left(\frac{600}{60}\times 2\pi\right)^2$$
$$= 294.4 \text{ kg-m}$$

böylece maksimum ikinci derece (yan) kuvvet çifti 294,4 kg-m olup, 3 ncü krank, kurs doğrultusuna 45°; 135°; 225° ve 315° olduğu zaman ortaya çıkar.

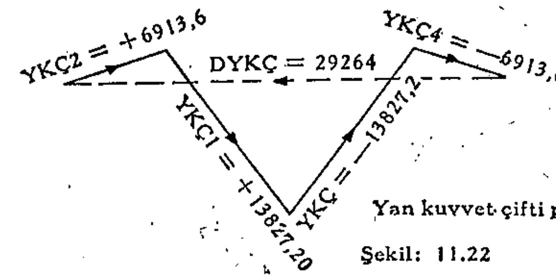
5) Dört zamanlı ve altı silindirli bir motorun ateşleme sırası 1, 4, 2, 6, 3, 5 dir. Piston kursu 10,16 cm ve biyel kolu uzunluğu 20,32 cm dir. Silindir eksenleri arasındaki birbirini izleyen uzaklıklar yaklaşık olarak 10,16 cm, 10,16 cm, 15,24 cm, 10,16 cm, 10,16 cm dir, Herbir silindirin

ileri-geri devinen kütlelerinin ağırlıkları 0,68 kg ve motorun çalışma hızı 3000 dev/dak dır.



Birinci kuvvet çifti poligonu

Şekil: 11.21



Yan kuvvet çifti poligonu

Şekil: 11.22

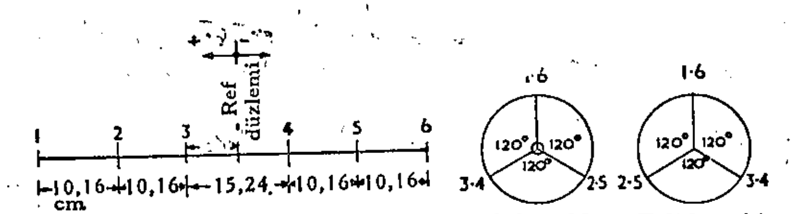
GKÇ ≡ gerçek kuvvet çifti
DGKÇ ≡ Dengesiz gerçek kuvvet çifti
YKÇ ≡ yan (ikinci derece) kuvvet çifti
DYKÇ ≡ Dengesiz yan kuvvet çifti

3 ve 4 ncü silindirlerin arasında bir referans düzlemi alarak, motor üzerindeki kuvvetlerle kuvvet çiftinin dengesizliğini hesaplayınız.

Çözümün grafik-metodla yapılması ve bütün diyagramların ve vektörlerin düzgün bir şekilde etiketlenmesi teklif ediliyor.

ÇÖZÜM : Çok silindirli motorlarda kranklar, genellikle çift sayılı döndürme momentini sağlayacak olan düzenli ateşleme verecek şekilde tertip edilirler ve çalışma zamanları da mümkün olduğu kadar düzenli bir tork verecek şekilde dağıtılırlar. Yukarıdaki 4-zamanlı çevrimle çalışan 6-silindirli bir motor olduğu için, krankın her iki devrine karşılık, her bir silindirde bir iş zamanı olacaktır. Bu nedenle 1, 4, 2, 6, 3 ve 5 nolu kranklar 120° lik açılı aralıklarla yerleştirilecektir. Bkz. Şekil 11.23.

(6-silindirli, 2 zamanlı bir motorda, krankın her devrine karşılık bir iş zamanı olduğu için kranklar 60° lik aralıklarla yerleştirilmiştir).



Şekil : 11.23

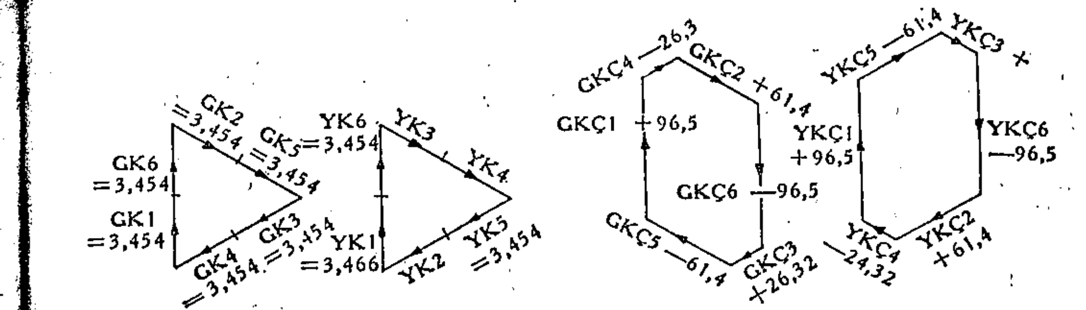
Yan (tali) krank konumları : 01 den 04 (03)'e = 2×120° = 240°; 01 den 02 (05)'ye = 2×240° = 480° = 120°

Referans düzlemi 3 ve 4 ncü düzlemlerin tam arasındadır.

Düzlem	Kütle W kg	Yarıçap r cm	Referans düzlemine uzaklık a cm	W . r ∞ santrifüj kuvvet	W . r . a ∞ sant. kuvvet - çifti
1	0,68	5,08	+ 27,94	3,454	+ 96,5
2	0,68	5,08	+ 17,78	3,454	+ 61,4
3	0,68	5,08	+ 7,62	3,454	+ 26,32
4	0,68	5,08	— 7,62	3,454	— 26,32
5	0,68	5,08	— 17,78	3,454	— 61,4
6	0,68	5,08	— 27,945	3,454	— 96,5

Gerçek ve yan kuvvet poligonları kapalı olduklarından, motor gerçek ve yan kuvvetler için dengelenmiştir.

Gerçek ve yan kuvvet-çifti poligonu kapandığı için, motor gerçek ve yan kuvvet-çiftlerine göre de dengelenmiştir.

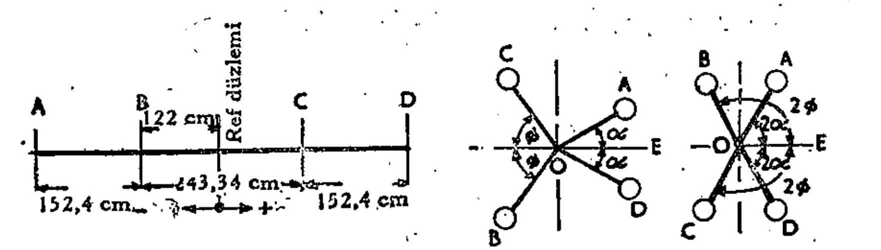


Gerçek kuvvet çifti poligonu — Şekil: 11.24
Yan kuvvet çifti poligonu — Şekil: 11.25
Gerçek kuvvet çifti poligonu — Şekil: 11.26
Yan kuvvet çifti poligonu — Şekil: 11.27

Bu nedenle gerçek ve yan kuvvet ve kuvvet-çiftleri yönünden bir dengesizlik söz konusu değildir.

Bu tip motorların otomobil dizaynlarında kullanılacağını belirtmek dikkate değer niteliktedir.

6) Dört silindirli bir motorun mil boyunca simetrik olarak düzenlenmiş krankları vardır. A ve D dış krankları arasındaki uzaklık 548,64 cm, B ve C iç krankları arasındaki uzaklık 243,84 cm dir. Her bir dış silindirlere ait ileri-geri devinen parçaların ağırlığı 2 ton, ve her bir iç silindirinki ise W ton dur. Eğer gerçek ve yan kuvvetler ayrıca gerçek kuvvet-çiftleri dengeli ise krankın açısal konumlarını ve iç silindirlere ait ileri-geri devinen kütleleri W'yi saptayınız. Ayrıca, eğer kurs boyu 91,44 cm, biyel kolu uzunluğu 182,88 cm ve motor hızı 110 dev/dak ise, dengesiz yan kuvvet-çiftinin maksimum değerini bulunuz.



Şekil: 11.28

ÇÖZÜM : B ve C düzlemlerinin ortasından geçen düzlemi referans düzlemi olarak seçiniz. Şekil 11.28, saptanması gerekli olan gerçek krankın açısal konumu α ve $\varnothing$'yi veren yan görünüşü gösteriyor. DE'yi referans çizgisi olarak seçiniz. O zaman yan krank açılarını bulmak için, şunları biliyoruz :

OE den OA'ya $= 2\alpha$

OE den OC'ye $= 2\,(180° - \varnothing) = 360° - 2\varnothing = -2\varnothing$

OE den OB'ye $= 2\,(180° + \varnothing) = 2\varnothing$

OE den OD'ye $= 2\,(360° - \alpha) = 720° - 2\alpha = -2\alpha$

Saat yönünün tersi pozitif olarak alınır.

Krank yarıçapı $r = \frac{1}{2} \times$ kurs boyu $= \frac{1}{2} \times 91{,}44$

$= 45{,}72$ cm

Düzlem	Kütle W ton	Yarıçap r cm	referans düzlemine olan uzaklık a cm	W . r ∞ sant. kuvvet	W . r . a ∞ sant. kuvvet çifti
A	2	45,72	— 274,32	91,44	— 25083,8
B	W_B	45,72	— 121,92	45,72 W_B	— 5574 W_B
C	W_C	45,72	+ 121,92	45,72 W_C	+ 5574 W_C
D	2	45,72	+ 274,32	91,44	— 25083,8

Şekil 11.29 dan 11.31'e kadar gerçek kuvvet, yan kuvvet ve gerçek kuvvet-çifti poligonlarını gösteriyor. Bunların hepsi de kapalıdır.

Şekil 11.29'dan $\quad 91.44 \cos\alpha = 45{,}72\, W \cos\varnothing \qquad (1)$

Şekil 11.31'den $\quad 25083{,}8 \sin\alpha = 5574\, W \sin\varnothing \qquad (2)$

Şekil 11.30'dan $\quad 91.44 \cos 2\alpha = 45{,}72\, W_C \cos\,(180° - 2\varnothing).$

Bu nedenle $\quad \cos 2\alpha = -0{,}5\, W_C \cos 2\varnothing \qquad (3)$

ve $\quad 2\cos^2\alpha - 1 = -0{,}5\, W_C\,(2\cos^2\varnothing - 1) = 0{,}5\, W_C\,(1 - 2\cos^2\varnothing)$

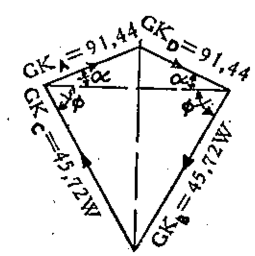
Eşitlik (1) den $\quad \cos^2\varnothing = \left(\frac{91.44\cos\alpha}{45{,}72\, W_C}\right)^2 = \frac{4\cos^2\alpha}{W^2_C}$

Bu nedenle

$$2\cos^2\alpha - 1 = 0{,}5\, W_C\left(1 - \frac{8\cos^2\alpha}{W^2_C}\right) = 0{,}5\, W_C - \frac{4\cos^2\alpha}{W_C}$$

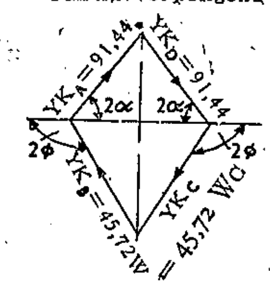
$$\cos^2\alpha\left[2 + \frac{4}{W_C}\right] = 1 + 0{,}5\, W_C$$

Gerçek kuvvet poligonu



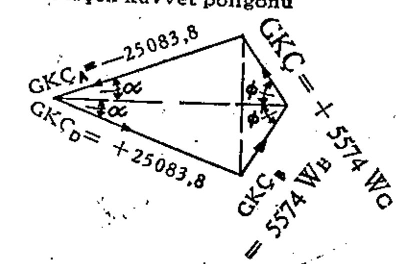
Şekil: 11.29

Yan kuvvet poligonu



Şekil: 11.30

Gerçek kuvvet poligonu



Şekil: 11.31

Bu nedenle $\quad \cos^2\alpha = \left(\frac{1 + 0{,}5\, W_C}{2\, W_C + 4}\right) W_C = \frac{W_C}{4} \qquad (4)$

Eşitlik (2) den $\quad \sin^2\alpha = \left(\frac{6}{27}\, W_C\right)^2 \sin^2\varnothing \qquad (5)$

Böylece (1) ve (5) nolu eşitliklerden

$$1 - \cos^2\alpha = \frac{4}{81}\, W^2_C\,(1 - \cos^2\varnothing) = \frac{4}{81}\, W^2_C\left(\frac{4\cos^2\alpha}{W^2_C}\right)$$

buradan $\quad 1 - \frac{W_C}{4} = \frac{4}{81}\, W^2_C\left(1 - \frac{1}{W_C}\right)$

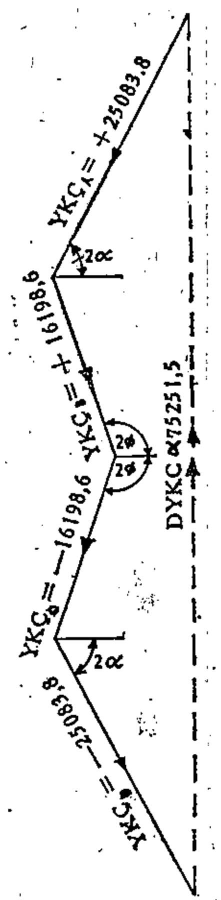
$$\frac{4}{81}\, W^2_C + \frac{65}{324}\, W_C - 1 = 0$$

$$W^2_C + 4.062\, W_C - 20.25 = 0$$

Buradan $\quad W_C = \dfrac{-4.062 \pm \sqrt{16.5+81}}{2}$

$$= 2{,}906 \text{ ton}$$

Böylece $\quad W_C = W_B = W = 2.906$ ton



Şekil: 11.32

$$\cos^2 \alpha = \frac{W_C}{4} = 0{,}7265$$

Buradan $\cos\alpha = 0{,}8524$ ve $\alpha = 31°\,31'$

Eşitlik (1) den

$$\cos \varnothing = \frac{2\cos\alpha}{W_C} = \frac{2 \times 0{,}8524}{2{,}906}$$
$$= 0{,}5856$$

ve buradan $\quad \varnothing = 54°\,6'$

Özetlersek,

$W_C = W_B = W = 2.906$ ton

$\alpha = 31°31'$ ve $\varnothing = 54°6'$

O zaman,

Gerçek kuvvet çifti B = G.K.Ç$_B$ $\propto -5574\, W_B \propto 16198$ ton-cm

O halde,

Gerçek kuvvet çifti C = G.K.Ç$_B$ $\propto +16198$ ton-cm

ayrıca, Y.K.Ç$_B$ $\propto -16198$ ton-cm

ve Y.K.Ç$_B$ $\propto +16198$ ton-cm

Şimdi $2\alpha = 63°\,2'$ ve $2\varnothing = 108°\,12'$, olduğu için Şekil 11.32 deki yan kuvvet-çifti çizilebilir.

Dengesiz yan kuvvet çifti

D.Y.K.Ç. $\propto$ 75251,5

Bu nedenle

$$\text{D.Y.K.Ç} = \frac{75251{,}5\,\Omega^2}{g \cdot n} \quad \ldots \left(n = \frac{\text{piston kolu uzunluğu}}{\text{krank uzunluğu}}\right)$$

$$= \frac{72251{,}5}{9{,}81 \times 100 \times \dfrac{182{,}88}{45{,}72}} \times \left(\frac{110}{60} \times 2\pi\right)^2 \text{ton-cm}$$

$$= 2544{,}6 \text{ ton-cm} = 25{,}446 \text{ ton-m}$$

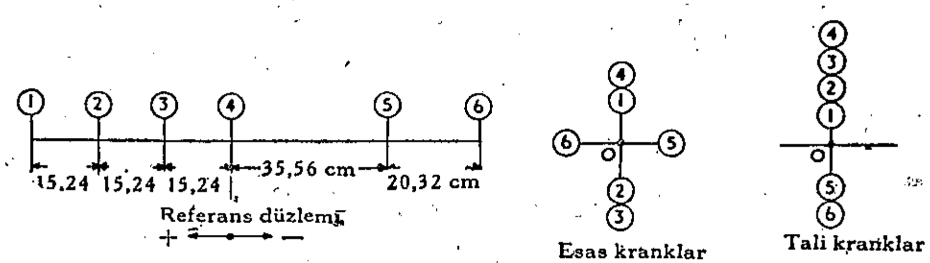
Böylece D.Y.K.Ç.'nin maksimum değeri 25,446 ton-m dir.

7) Bir hava sıkıştırma ünitesi, dört silindirli bir benzin motoru ile buna akuple edilmiş iki-silindirli hava kompresöründen oluşuyor. Bütün

slindirler düşey konumdadır. Altı krankın rölativ açısal konumu ve eksenel uzaklıkları aşağıdaki tabloda veriliyor.

	Krank No.	Açısal konum : derece	Eksenel uzaklık cm
Motor krankı	1	0	0
	2	180	15.24
	3	180	30.48
	4	0	45.72
Kompresör krankı	5	90	81.28
	6	270	101.6

Motor silindirinin her birinde krank yarıçapı 6,35 cm, biyel kolu uzunluğu 25,4 cm ve ileri-geri devinen kütleler 1,814 kg dır. Kompresör silindirindeki belirtilen değerlerse 7,62 cm, 30.48 cm ve 2.72 kg dır. Krank milinin hızı 900 dev/dak. dır.



Şekil: 11.33.

Komple ünite için, ileri-geri devinen kütlelerin ataletine bağlı olarak ortaya çıkan birinci derece ve ikinci derece kuvvetleri ile momentlerin değerlerini bulunuz ve bu değerlerin maksimum olduğu krank milinin açısal konumunu belirtiniz. Moment alırken 4 nolu krank düzlemini referans düzlemi olarak alınız.

ÇÖZÜM : Şekil : 11.33'e bakınız. 4 ncü düzlemi referans düzlemi ve 4 ncü krankı da referans doğrultusu olarak alınız. O zaman tali krank konumu şöyle olacaktır:

04 den 01'e $= 2 \times 0° = 0°$; 04 den 05'e $= 2 \times 90° = 180°$

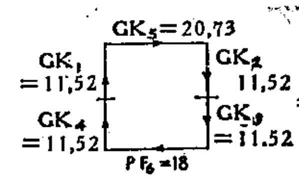
04 den 02 (03)'e $= 2 \times 180^{b} = 360° = 0°$

04 den 06'ya $= 2 \times 270° = 540° = 180°$

Düzlem	Kütle W kg	Yarıçap r cm	Referans düzlemine olan uzaklık a cm.	W . r ∝ sant. kuvvet	W . r . a sant. kuvvet çifti
1	1,814	6,35	+ 45.72	11.52	+ 526.7
2	1,814	6,35	+ 30.48	11.52	+ 351
3	1,814	6,35	+ 15.24	11.52	+ 175.5
4 (Ref)	1,814	6,35	0	11.52	0
5	2,72	7.62	— 35.56	20.73	— 737
6	2,72	7.62	— 55.88	20.73	— 1158.4

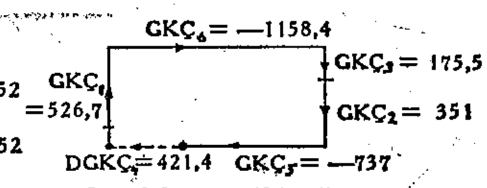
Şekil 11.34 deki esas kuvvet poligonu kapandığı için, esas kuvvet sıfırdır.

Şekil 11.35 deki gerçek kuvvet-çifti poligonundan, dengesiz gerçek kuvvet çifti, D.G.K.Ç., ∝ 421,4



gerçek kuvvet poligonu

Şekil: 11.34



Gerçek kuvvet çifti poligonu

Şekil: 11.35

Bu nedenle

$$\text{D.E.K.Ç.}_{max} = \frac{421{,}4\,\Omega^2}{g \times 100 \times 100} = \frac{421{,}4}{9{,}81 \times 10^4}\left(\frac{900}{60} \times 2\pi\right)^2$$
$$= 38{,}15 \text{ kg-m}$$

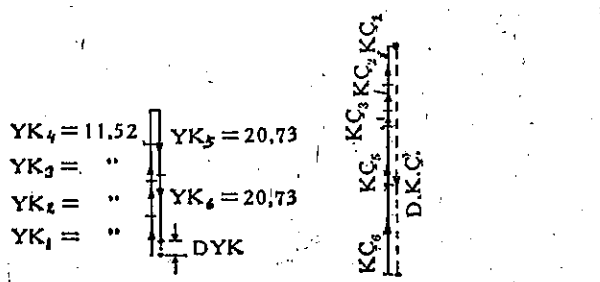
ve (1) nolu krank kurs doğrultusuyla 90° ve 270° açı yaptığı zaman kendini gösterir.

Şekil 11.36 daki yan kuvvet poligonundan, dengesiz yan kuvvet, D.Y.K $\propto$ 4,62

Bu nedenle

$$D.Y.K_{max} = \frac{4{,}62\ \Omega^2}{100 \times g \cdot n} \quad \text{burada } n = \frac{\text{piston kolu uzunluğu}}{\text{krank uzunluğu}} = 4$$

$$= \frac{4{,}62}{100 \times 9{,}81 \times 4}\left(\frac{900}{60} \times 2\pi\right)^2 = 10{,}46 \text{ kg}$$



Yan kuvvet poligonu — Şekil: 11.36

Yan kuvvet çifti poligonu — Şekil: 11.37

ve 1 Nolu krank kurs doğrultusu ile 0°, 90°, 180° ve 270° açılı olduğu zaman oluşur.

Yan kuvvet çifti poligonundan, dengesiz yan kuvvet çifti D.Y.K.Ç., $\propto$ (526,7 + 351 + 175,5 + 737 + 1158,4) $\propto$ 2948,6

Bu nedenle

$$D.Y.K.Ç._{max} = \frac{2948{,}6\ \Omega^2}{100 \times g \cdot n} = \frac{2948{,}6}{10^4 \times 9{,}81 \times 4}\left(\frac{900}{60} \times 2\pi\right)^2$$

$$= 66{,}74 \text{ kg-m}$$

olup 1 numaralı krank, kurs doğrultusu ile 0°, 90°, 180° ve 270° lik açı yaptığı anda bu değere ulaşır.

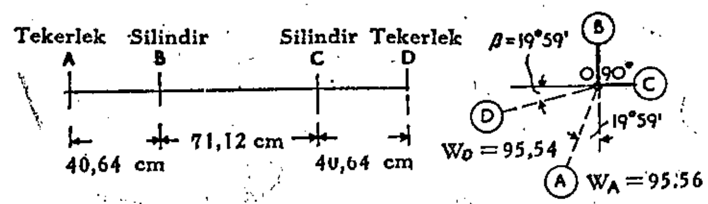
8) Bir lokomotifin, eksenler arası uzaklığı 71.12 cm ve kurs boyu 60,96 cm olan iki iç silindiri vardır. Her bir silindirin dönen kütleleri,

krank pimindeki 136,07 kg'a ve ileri-geri devinen kütleleri de 163,29 kg'a eş değerdir. Teker düzlemleri açıklığı 152,4 cm olarak alınabilir.

Eğer döner kütlelerin tamamı, ileri-geri devinen kütlelerin de üçte ikisini dengeleyecekse; 60,96 cm lik efektif yarıçapta etkiyecek olan denge ağırlıklarını bulunuz. Ağırlıkların açısal konumlarını resim üzerinde açıkça gösteriniz.

350 dev/dak ile dönen bir tekerin ray üzerindeki basınç değişimi ve motorun düşey ekseni etrafında etkiyen kuvvet çiftini bulunuz.

Ayrıca çekme kuvvetinin maksimum değişimini bulunuz.



Şekil: 11.38

ÇÖZÜM : Dönen parçaların krank piminde dengelenecek eş değer ağırlığı

$$= \text{dönen kütleler} + \frac{2}{3} \text{ ileri-geri devinen kütleler}$$

$$= 136{,}07 + \left(\frac{2}{3} \times 163{,}29\right) = 244{,}9 \text{ kg herbir silindir için.}$$

$$\text{krank yarıçapı} = \frac{1}{2} \text{ kurs boyu} = 30{,}48 \text{ cm}$$

B ve C kranklarının bir birine dik olacağı varsayılacaktır.

Düzlem	Kütle W kg	Yarıçap r m	Referans düzlemine olan uzaklık a m.	W . r $\propto$ sant. kuvvet	W . r . a $\propto$ sant. kuvvet çifti
A (Ref)	W_A	0,6096	0	0,6096 W_A	0
B	244,94	0,3048	0,4064	74,657	30.34
C	244,94	0,3048	1,1176	74,657	83,44
D	W_D	0,6096	1,524	0,6096 W_D	0,929 W_D

Şekil 11.39 kuvvet-çifti poligonunu gösteriyor. Buradan

$$C_D = \sqrt{C^2_C + C^2_B} = 0{,}929\ W_D$$
$$= \sqrt{83{,}44^2 + 30{,}34^2} = 88{,}78$$

Bu nedenle denge ağırlığı $W_D = 95{,}56$ kg olup β açısı altında etkir.

burada $\tan\beta = \dfrac{30{,}34}{83{,}44} = 0{,}3636$ ve $\beta = 19°\ 59'$

Şekil 11.40 daki kuvvet poligonunun simetrik oluşu nedeniyle

$$F_A = 0{,}6096\ W_A = 0{,}6096\ W_D = 0{,}6096 \times 95{,}56$$

buradan denge ağırlığı

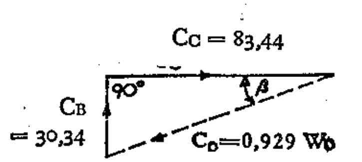
$W_A = 95{,}56$ kg ve OB ile $(180° + 19°59')$ açılı

Her bir denge ağırlığı 95,56 kg olup bunun $\dfrac{136{,}07}{244{,}94} \times 95{,}56$'sı dönen kütleler için ve $\dfrac{108{,}86}{244{,}94} \times 95{,}56$ kg $= 42.47$ kg $= P$ kg'ı ileri-geri devinen kütleler içindir.

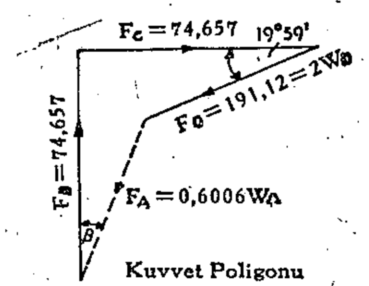
Şimdi P, bir F merkezkaç kuvvetine neden olacaktır. Burada

$$F = \frac{P}{g}\ \Omega^2 r = \frac{42{,}47}{9{,}81}\left(\frac{350}{60} \times 2\pi\right)^2 \times 0{,}6096 = 3545 \text{ kg}$$

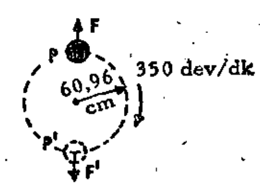
"Çekiç darbesi" olarak da bilinen, ray üzerindeki basınç değişimi $\pm$ 3545 kg dır. P en düşük konumda iken (+), en yüksek konumda iken (—) değerlidir.



Kuvvet çifti poligonu
Şekil: 11.39



Kuvvet Poligonu
Şekil: 11.40



Şekil: 11.41

OB krankının iç ölü merkezle (i.ö.m) α açısı yaptığını varsayalım. O zaman OC krankı da saat yönünde bir dönüşle i.ö.m. ile $90° + \alpha$ açısı yapar.

$W_C = 163{,}29$ kg = her bir silindirin ileri-geri devinen parçalarının ağırlığı ise, o zaman B'ye bağlı net, gerçek ivmelendirme kuvveti

$$F_1 = \frac{\left(W_C - \frac{2}{3}\ W_C\right)}{g}\ \Omega^2 r\ [\cos\alpha]$$

C'ye bağlı net, esas ivmelendirme kuvveti

$$F_2 = \frac{\left(W_C - \frac{2}{3}\ W_C\right)}{g}\ \Omega^2 r\ [\cos(90° + \alpha)]\ \ldots\ [\cos(90° + \alpha) = -\sin\alpha]$$

Bu nedenle ivmelendirme veya çekme kuvvetinin değişimi

$$F_0 = F_1 + F_2 = \frac{W_C}{3g}\ \Omega^2 r\ (\cos\alpha - \sin\alpha) \qquad (1)$$

Maksimum çekme kuvveti değişimini bulmak için $(\cos\alpha - \sin\alpha)$'nın α'ya göre türevini alıp sıfıra eşitleyin.

O zaman

$$\frac{d\ (\cos\alpha - \sin\alpha)}{d\,\alpha} = -\sin\alpha - \cos\alpha = 0$$

buradan $\tan\alpha = -1$ ve $\alpha = -45°$ veya $+135°$

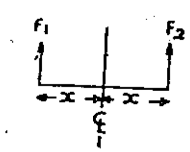
(1) nolu eşitlikte yerine koyarsak maksimum çekme kuvveti değişimini buluruz. Böylece

$$F_0 = \frac{\pm\sqrt{2}\ W_C \Omega^2 r}{3g} = \frac{\pm\sqrt{2} \times 163{,}29}{3 \times 9{,}81} \times \left(\frac{350}{60} \times 2\pi\right)^2 \times 0{,}3048$$
$$= \pm\ 3212{,}8 \text{ kg}$$

Lokomotifi yatırmaya çalışan kuvvet çifti.

$2x$ = B ve C arasındaki uzaklık = 71.12 cm olsun

Eksene göre moment alalım, o zaman



Şekil: 11 42

Yatırma kuvvet çifti $= (F_1 - F_2)\, x$

$$= \frac{W_C}{3g}\ \Omega^2 r \varkappa \left[\cos\alpha - \cos(90° + \alpha)\right]$$

$$= \frac{W_C}{3g}\ \Omega^2 r \varkappa \left[\cos\alpha + \sin\alpha\right]$$

Maksimum kuvvet çifti için,

$$\frac{d(\cos\alpha + \sin\alpha)}{d\alpha} = 0$$

Bu nedenle $\quad -\sin\alpha + \cos\alpha = 0$

buradan $\tan\alpha = 1$ ve $\alpha = 45°$ veya $225°$

Böylece

$$\text{Maksimum yatırma kuvvet çifti} = \pm\frac{W_C}{3g}\ \Omega^2 r \varkappa \left[\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

$$= \frac{\pm\sqrt{2}\times 163{,}29}{3\times 9{,}81}\left(\frac{350}{60}\times 2\pi\right)^2 \times 0{,}3048 \times \frac{35{,}56}{100}$$

$$= \pm\, 1142{,}5 \text{ kg-m}$$

9) Aşağıdaki özellikler, iki tarafında iki çift teker bulunan iki silindirli bir lokomotife aittir: kurs, 66,04 cm; her bir silindir için ileri-geri devinen parçaların ağırlığı, 217,72 kg; her silindirdeki döner parçalar 181,44 kg; tekerleri birleştirme millerinin her birinin ağırlığı, 226,8 kg; birleştirme mili pimine olan yarıçap 25,4 cm; silindirler arası uzaklık, 60,96 cm; tekerler arası uzaklığı, 152,4 cm; ve birleştirme çubukları arası 182,88 cm dir. Gerçek kranklar dik açılı olup, birleştirme çubuğu pimi kendi kranklarına 180° açılıdır.

Bütün döner kütleler ve ileri-geri devinen kütlelerin $\frac{4}{3}$ ünü dengelemek için, denge ağırlıkları, tekerler üzerinde 38,1 cm lik ortalama yarıçap üzerine konulacaktır. İleri-geri devinen kütlelerin dengeleri, çeviren tekerler ve bileşik tekerler arasında eşit olarak bölüştürülecektir. (a) Sürükleyen ve sürüklenen tekerler için gerekli olan ağırlıkların büyüklüklerini ve açısal konumlarını bulunuz. (b) eğer teker çapları 182,88 cm ise, 120,7 km/saat lik hız için raylardaki çekiç darbesini bulunuz.

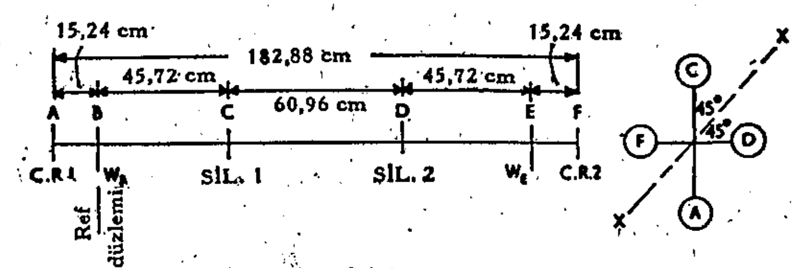
ÇÖZÜM : (Şekil 11.43'e bakınız) Her bir silindir için, dengelenecek olan ileri-geri devinen parçaların ağırlığı $= \frac{3}{4} \times 217{,}72 = 163{,}29$ kg. Bu

ağırlık iki eşit parçaya bölüneceği için 81,65 kg her bir sürükleyen teker için, 81,65 kg da sürüklenen tekerin her biri içindir. Her bir sürükleyici teker için aşağıdakiler dengelenecektir :

$\frac{1}{2} \times$ birleştirme mili ağırlığı $= 113{,}4$ kg

dönen parçalar $= 181{,}44$ kg

İleri-geri devinen parçalar $= 81{,}65$ kg



Şekil: 11.43

Her bir sürüklenen teker için aşağıdakiler dengelenecektir :

$\frac{1}{2} \times$ birleştirme mili ağırlığı $= 113{,}4$ kg

İleri-geri devinen parçalar $= 81{,}65$ kg

ÇİZELGE 1

SÜRÜKLEYİCİ TEKER

Düzlem	Kütle W kg	Yarıçap r cm	referans düzlemine olan uzaklık a m	Merkezkaç kuvveti ile orantılı W . r	Merkezkaç kuvvet çiftiyle orantılı W . r . a
A	113,4	25,4	—0,1524	2880,4	—439
B (Ref)	W_B	68,6	0	68,6 W_B	0
C	181,44+81,65 = 263	33	+0,4572	8679	3968
D	263	33	+1,067	8679	9260,5
E	W_E	68,6	+1,524	68,6 W_E	104,5 W_E
F	113,4	25,4	+1,676	2880,4	4827,55

ÇİZELGE 2

SÜRÜKLENEN TEKER

Düzlem	Kütle W kg	Yarıçap r cm	Referans düzlemine olan uzaklık a m	Merkezkaç kuvveti ile orantılı W . r	Merkezkaç kuvvet-çifti ile orantılı W . r . a
A	113,4	25,4	— 0,1524	2880,4	— 439
B (Ref)	W_B	68,6	0	68,6 W	0
C	81,65	33	+ 0,4572	2694,5	1231,9
D	81,65	33	+ 1,067	2694,5	2875
E	W_E	68,6	+ 1,524	68,6 W	104,5 W
F	113,4	25,4	+ 1,676	2880,4	4827,55

ÇİZELGE 3

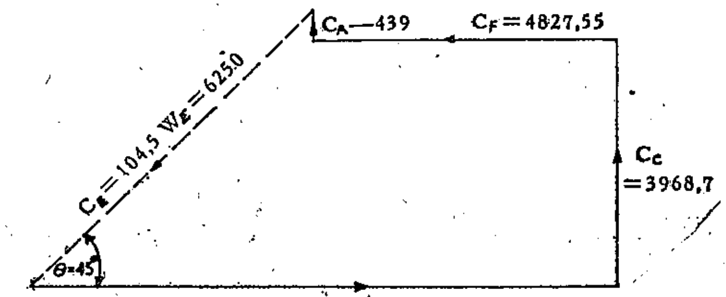
Düzlem	Kütle W kg	Yarıçap r cm	Referans düzlemine olan uzaklık a m	Merkezkaç kuvveti ile orantılı W . r	Merkezkaç kuvvet-çifti ile orantılı W . r . a
B (Ref)	W'_B	68,6	0	68,6 W'_B	0
C	81,65	33	+ 0,4572	2694,5	1231,9
D	81,65	33	+ 1,067	2694,5	2875
E	W_E'	68,6	+ 1,524	68,6 W'_E	104,5 W'_E

Şekil 11.44 deki kuvvet çifti poligonundan,

$C_E = 104{,}5\ W_E = 6250$

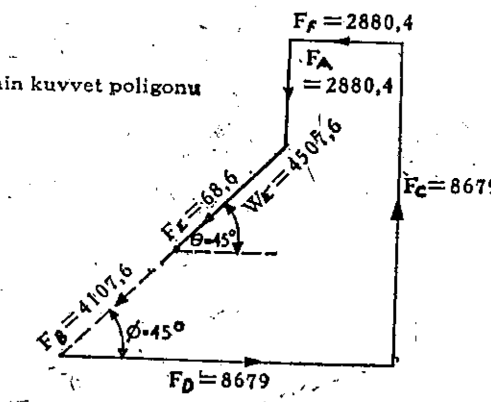
Bu nedenle $W_E = 59{,}80$ kg ve $\theta = 45°$ lik açılı

E tekerleğinin kuvvet çifti poligonu



Şekil: 11.44

Sürükleyici B tekerleğinin kuvvet poligonu



Şekil: 11.45

Şekil 11.45 deki kuvvet poligonundan,

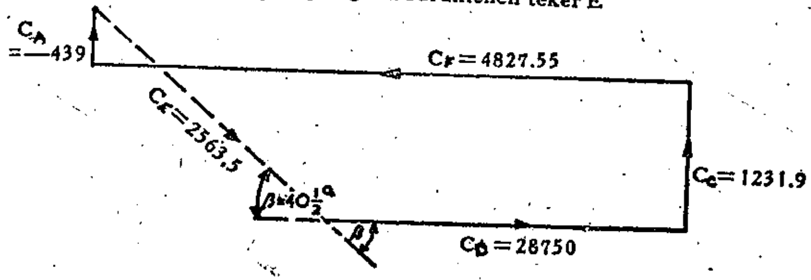
$F_B = 68{,}6\ W_B = 4101{,}6$

Buradan $W_B = 59{,}79$ kg ve $\varnothing = 45°$ açılı

Şekil 11.46 daki kuvvet-çifti poligonundan

$C_E = 104{,}5\ W_E = 2563{,}5$

Bu nedenle $W_E = 24{,}53$ kg ve $\beta = 40\ \frac{1}{2}$



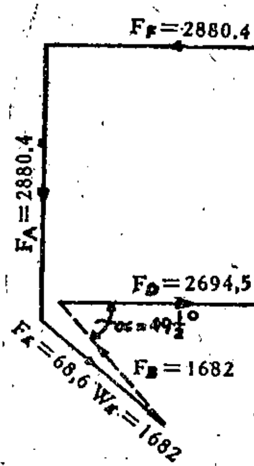
Şekil: 11.46

gene kuvvet poligonundan, Şekil 11.47,

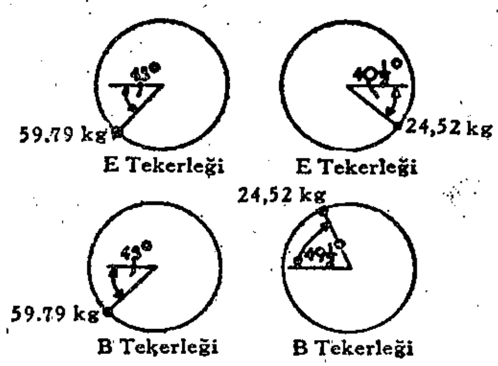
$F_B = 68{,}6\ W_B = 1682$

Buradan $W_B = 24{,}52$ kg ve $\alpha = 49\ \frac{1}{2}$ de

B tekerleğinin kuvvet poligonu



Şekil: 11.47



Şekil: 11.48

Şekil 11.48 dört tekerdeki denge ağırlıklarını gösteriyor. Sürükleyici tekerlere ait denge ağırlıkları Şekil 11.43 de görülen XX eksenine göre simetriktir. Aynı şekilde sürüklenen tekerlere ait denge ağırlıkları da XX eksenine göre simetriktir.

Raylardaki çekiç darbesini bulmak için, yalnızca ileri-geri doğrusal olarak devinen kütleler için gerekli olan denge ağırlıklarını bulmamız gerekiyor, bu nedenle 3 nolu çizelge, kuvvet ve kuvvet çifti poligonları çizilmelidir. Fakat simetriklik nedeniyle yalnızca kuvvet-çifti poligonu çizilecektir. (Şekil 11.49)

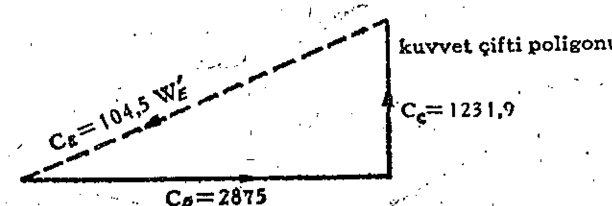
$C_E = 104{,}5\ W'_E = \sqrt{2875^2 + 1231{,}9^2} = 3127{,}8$

Bu nedenle ileri-geri devinen parçalar için denge ağırlığı,

$W_E' = 29{,}93$ kg

$v = \Omega \,.\, R =$ tekerin çizgisel hızı $= 120{,}7$ km/saat $= 33{,}53$ m/sn.

Tekerin açısal hızı $\Omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{33{,}53 \times 100}{91{,}44} = 36{,}67$ rad/sn

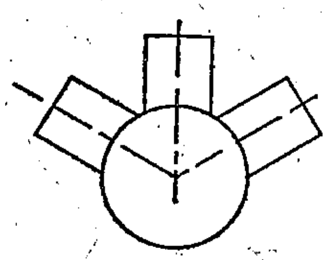


Şekil: 11.49

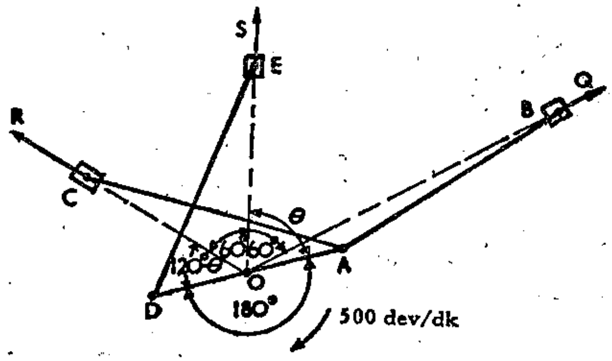
Çekiç Darbesi $= \dfrac{\pm W'_E}{g}\ \Omega^2 r \ \ldots\ (r = 68{,}58$ cm)

$= \pm \dfrac{29{,}93}{9{,}81} \times (36{,}67)^2 \times \dfrac{88{,}58}{100} = \pm 2813{,}6$ kg.

10) Bir hava kompresörünün Şekil 11.50 deki gibi düzenlenmiş üç silindiri vardır. Merkez silindiri düşey, diğer iki silindir de eksenleri düşeyle 60° yapacak şekilde simetrik olarak yerleştirilmiştir. Dış silindirler, aynı krank üzerinde çalışan biyel kolları ile aynı düzlemde bulunuler, ancak merkezi silindirin biyel kolu ayrı bir krank üzerinde çalışabilecek şekilde, yeterli bir miktar bu düzlemden kaçırılmıştır. Kranklar birbirine göre 180° açılıdır. Her bir silindirdeki ileri-geri devinen parçaların ağırlığı 2,27 kg, krank yarıçapı 6,35 cm, ve biyel kolu uzunluğu 24,13 cm dir.



Şekil: 11.50



Şekil: 11.51

İleri-geri devinen parçaların 500 dev/dak. daki ataletine bağlı olarak, motor üzerine düşey olarak uygulanan maksimum kuvveti bulunuz. Atalet momentinin hesaplanması gerekli değildir.

ÇÖZÜM : Her bir silindir için, W = ileri-geri devinen parçaların ağırlığı = 2,27 kg; L = biyel kolu uzunluğu = 24,13 cm; r = krank yarıçapı = 6,35 cm; Ω = krank hızı $= \frac{500}{60} \times 2\pi = \frac{50}{3}\ \pi$ rad/sn. olsun.

Dış silindirlerin kurs doğrultuları OC ve OB; ilgili piston kolları AC ve AB ve ortak krankları da OA olsun. Ayrıca, OD krankına sahip (OD ile OA krankı 180° açılıdır) merkezi silindirin kurs doğrultusu OE, piston kolu da DE olsun.

OA ve OD nin saat yönünde 500 dev/dak. ile döndüğünü kabul edelim.

θ = OA krankının üst düşeyle yaptığı açı olsun.

OC boyuncaki R atalet kuvveti

$$R = \frac{W}{g}\,\Omega^2 r\left[\cos(\theta+60°) + \frac{r}{L}\cos 2(\theta+60°)\right] = F\left[\cos\theta\cos 60° - \sin\theta\sin 60° + \frac{r}{L}(\cos 2\theta\cos 120° - \sin 2\theta\sin 120°)\right] = F\left[\frac{1}{2}\cos\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta + \frac{r}{L}\left(-\frac{1}{2}\cos 2\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\theta\right)\right]$$

OB boyunca oluşan Q atalet kuvveti :

$$Q = \frac{W}{g}\,\Omega^2 r\left[\cos(\theta-60°) + \frac{r}{L}\cos 2(\theta-60°)\right] = F\left[\cos\theta\cos 60° + \sin\theta\sin 60° + \frac{r}{L}\left(\cos 2\theta\cos 120° + \sin 2\theta\sin 120°\right)\right] = F\left[\frac{1}{2}\cos\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta + \frac{r}{L}\left(-\frac{1}{2}\cos 2\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\theta\right)\right]$$

OE boyunca S atalet kuvveti :

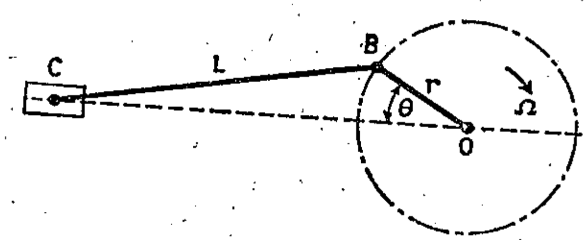
$$S = \frac{W}{g}\,\Omega^2 r\left[\cos(180°+\theta) + \frac{r}{L}\cos 2(180°+\theta)\right] = F\left[\cos 180° \cos\theta - \sin 180°\sin\theta + \frac{r}{L}(\cos 360°\cos 2\theta - \sin 360°\sin 2\theta)\right] = F\left[-\cos\theta + \frac{r}{L}\cos 2\theta\right]$$

Düşey doğrultuda çözüm yaparsak, düşey atalet momenti bileşkesi,

$$V = R\cos 60° + Q\cos 60° + S = \frac{1}{2}(R+Q) + S$$

$$= \frac{1}{2}F\left[\cos\theta - \frac{r}{L}\cos 2\theta\right] + F\left[-\cos\theta + \frac{r}{L}\cos 2\theta\right]$$

$$= \frac{1}{2}F\left[-\cos\theta + \frac{r}{L}\cos 2\theta\right]$$



Şekil: 11.52

Maksimum kuvveti bulmak için V nin θ'ya göre türevini alıp sıfıra eşitleyelim, o zaman

$$\frac{dv}{d\theta} = \frac{1}{2}F\left[\sin\theta - \frac{2r}{L}\sin 2\theta\right] = 0$$

$$\frac{4r}{L}\sin\theta\cos\theta = \sin\theta$$

$$\sin\theta\left(1 - \frac{4r}{L}\cos\theta\right) = 0$$

Bu nedenle $\sin\theta = 0$, buradan $\theta = 0^\circ$ veya 180°

ayrıca $1 - \frac{4r}{L}\cos\theta = 0$ veya $\cos\theta = \frac{L}{4r} = \frac{24{,}13}{4 \times 6{,}35} = 0{,}95$

ve buradan $\theta = 18^\circ\,12'$ veya $341^\circ\,48'$.

$\theta = 0^\circ$ olduğu zaman $V = \frac{1}{2}F\left[-1 + \frac{r}{L}\right]$

$\theta = 180^\circ$ olduğu zaman $V = \frac{1}{2}F\left[+1 + \frac{r}{L}\right]$

araştırma ile, maksimum düşey kuvvetin $\theta = 180^\circ$ olduğu zaman oluşacağı anlaşılır. Bu nedenle

$$V_{max} = \frac{1}{2}\,\frac{W}{g}\,\Omega^2 r\left[1 + \frac{r}{L}\right]$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2{,}27}{9{,}81} \times \left(\frac{50\pi}{3}\right)^2 \times \frac{6{,}35}{100}\left[1 + \frac{6{,}35}{24{,}13}\right]$$

$= 25{,}4$ kg ve düşey olarak yukarı doğru.

Doğru ve Ters Kranklar. Şekil 11.52 ileri-geri devinen bir motoru gösteriyor. OB krankı saat yönünde Ω rad/sn. lik düzgün bir hızla dönerken her hangi bir anda OB, OC ile θ açısı yapmış olsun.

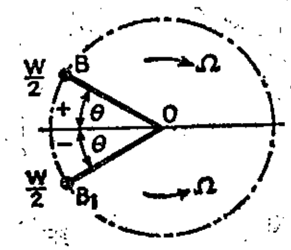
Şekil 11.4 ve "İleri-geri devinen kütleler"le ilgili olarak,

$$\text{Birinci kuvvet} = \frac{W}{g}\,.\,\Omega^2\,.\,r\cos\theta$$

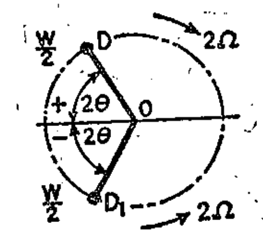
ve bu değer, B krank pimine yerleştirilmiş W ağırlığının yarattığı kuvvetin yatay bileşenine eşit olacaktır.

OB krankının aynadaki görüntüsü olan, yani OC ile $-\theta$ açısı yapan bir hayali OB krankı çizilmiş olsun. Şekil 11.53A. O zaman **birincil**

ters krank denilen OB_1 saatin ters yönünde Ω rad/sn ile dönerken **birincil düz krank** denilen OB, saat yönünde Ω rad/sn ile döner.



Şekil: 11.53 A. Düz ve ters birincil krank



Şekil: 11.53 B. Düz ve ters ikincil krank

Şimdi, her birinin ağırlığı, 0,5 W olan iki kütlenin B ve B_1 noktalarına bağlanmış olduğunu varsayalım. O zaman onların merkezkaç etkileri esas kuvvete eşit ve $\frac{W}{g}\,.\,\Omega^2\,.\,r\,.\cos\theta$ değerinde bir toplam yatay kuvvet üretecek şekilde olacaktır.

Bu nedenle C deki ileri-geri devinen kütlelerin W ağırlığı yerine, B ve B_1 noktalarına her birinin değeri 0,5 W olan iki ağırlık koyabiliriz.

Eğer $n = L/r$ ise, o zaman

$$\text{ikincil kuvvet} = \frac{W}{g} : \frac{\Omega^2\,.\,r}{L}\,.\cos 2\theta = \frac{W}{g}\,.\,\frac{(2\,\Omega)^2\,.\,r^2}{4L}\,.\cos 2\theta$$

$$= \frac{W}{g}\,.\,(2\,\Omega)^2\,.\,\frac{r}{4n}\,.\cos 2\theta$$

Şekil 11.53B'ye bakıldığı zaman görüleceği gibi, aynı nedenlerle ikincil etkilerin yerine D ve D_1 noktalarına her birinin ağırlığı 0,5 W olan iki ağırlık konulabilir. Burada $OD = OD_1 = \frac{r}{4}$ dir. OD ikincil düz krank olup, saat yönünde $2\,\Omega$ rad/sn ile dönerek OC ile $2\,\theta$ lık açı yaparken, OD_1 saatin ters yönünde Ω rad/sn ile dönen ve OC ile -2θ lık açı yapan ikincil ters kranktır.

Düz ve ters krank metodu, bütün piston kolları tek bir ortak kranka bağlanmış olan çok-silindirli radyal motorlarda birincil ve ikincil kuvvetlerin bulunmasında çok faydalı bir metotdur.

11) Bir hava kompressörünün eksenleri birbirine 120° açılı üç silindiri ve tek bir kranka bağlanmış biyel kolları vardır. Kurs boyu 10,16 cm, piston kollarının boyu 15,24 cm ve bir silindirdeki ileri-geri devinen parçaların ağırlığı 1,7 kg dır.

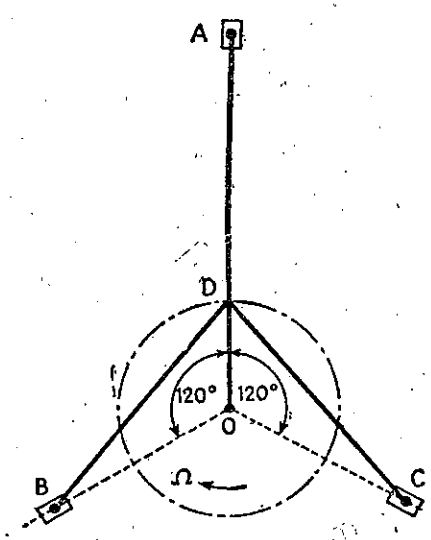
Birinci ilkelerden giderek, 3000 dev/dak ile çalışan kompressörün, bloku üzerinde etkiyen birincil ve ikincil kuvvetleri bulunuz.

Bu kuvvetlerin dengelenebileceği bir metodu açıklayınız.

ÇÖZÜM : Bu problemi birinci ilkelerden giderek çözmek için, 10 nolu problemde görülen analitik metod kullanılmalıdır. Bununla beraber 11 nolu problemi düz ve ters kranklar metodu ile çözmek daha öğretici olacaktır.

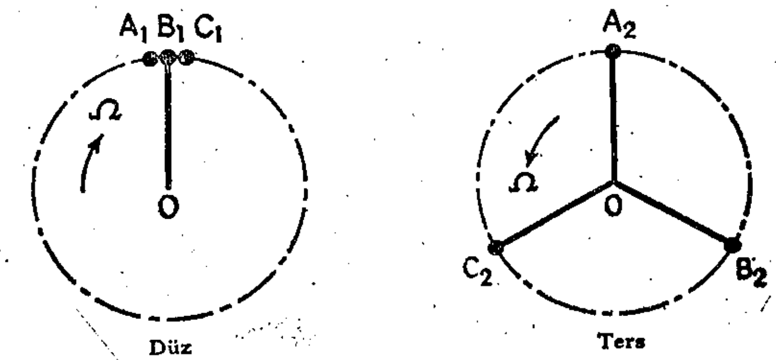
Şekil 11.54 deki OD krankı, A silindirinin iç ölü merkezi ile çakışmış olsun ve OD krankı saat yönünde Ω rad/sn ile dönsün. Burada θ saat yönünde ölçüldüğü için pozitiftir.

İlk olarak birincil kuvvetleri dikkate alınız ve Şekil 11.54;



Şekil: 11.54

A silindiri için, $\theta = 0°$, bu nedenle düz krank OA_1 ve OA_2 nin ikisi de OD ile çakışacaktır.



Şekil: 11.55 A ve Şekil: 11.55 B Birincil krank

B silindiri için, $\theta = \pm 120°$, bu nedenle düz krank OB_1, OB ekseninden saat yönünde 120°, ve ters krank OB_2, OB ekseni ile saatin ters yönünde 120° açılı olacaktır.

C silindiri için, $\theta = \pm 240°$ olduğu için, düz krank OC_1, OC ile saat yönünde 240° açılı, ve ters krank OC_2 de saatin ters yönünde 240° açılı olacaktır.

Şekil 11.55_B ile ilgili olarak birincil ters krank, dengeli bir sistem teşkil eder.

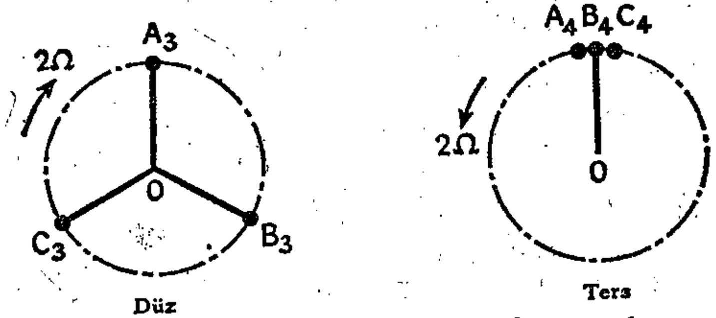
Şekil 11.55_A dan görülebileceği gibi esas bileşke kuvvet D krank piminde, yani r yarıçapta, saat yönünde 3000 dev/dak ile dönen ve her birinin ağırlığı 0,5 W olan üç kütleye eşit olacaktır.

Bu nedenle Maksimum birincil kuvvet $= \dfrac{3 \times 0{,}5\, W \times \Omega^2 \times r}{g}$

$$= \frac{3 \times 0{,}5 \times 1{,}7 \times 5{,}08}{9{,}81 \times 100} \times \left(\frac{3000 \times 2\pi}{60}\right)^2$$

$$= 1303 \text{ kg.}$$

Bu maksimum birincil kuvvet, D nin tam karşı tarafında ve R yarıçapında saat yönünde krank hızıyla dönen bir W_1 ağırlığı ile dengelenebilir. Öyle ki $W_1 . R = 1{,}5\, W . r$, bu nedenle eğer $R = 12{,}7$ cm ise ve $W = 1{,}7$ kg; $r = 5{,}08$ cm olarak verilirse o zaman



Şekil: 11.56 A ve Şekil: 11.56 B İkinci krank

$$W_1 = \frac{1{,}5\times1{,}7\times5{,}08}{12{,}7} = 1{,}02 \text{ kg}$$

Şimdi ikinci derecedeki kuvvetleri ele alalım ve Şekil 11.54, 11.56_A ve 11.56_B'ye bakalım.

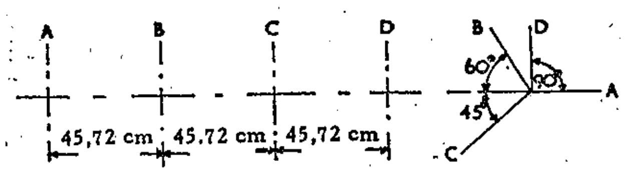
A silindiri için; $\theta = 0°$ ve $2\theta = 0°$ olduğundan, ikincil düz krank OA_3 ve ikincil ters krank OA_4'ün ikisi de OD ile çakışır.

B silindiri için; $\theta = \pm 120°$; ve $2\theta = \pm 240°$ dir. Bu nedenle OB düz krankı OB ekseniyle saat yönünde 240° açılı ve ters krank OB_4 saatin ters yönünde 240° açılı olacaktır.

C silindiri için; $\theta = \pm 240°$ ve $2\theta = \pm 480°$ olduğu için, OC düz krankı OC ekseninden başlayarak saat yönünde 480° açılı, yani 120°, ve ters krank OC_4 saatin ters yönünde 480°, yani 120° açılı olacaktır.

Şekil 11.56_A ile ilgili olarak, ikincil düz kranklar dengeli bir sistem oluştururlar.

Şekil 11.56_B den görüleceği gibi, bileşke ikincil kuvvetler, her birinin ağırlığı 0,5 W olan ve $\frac{r}{4n} = \frac{r^2}{4L}$ yarıçapta 6000 dev/dak ile yani krank hızının iki misli bir hızla fakat krankla ters yönde dönen üç kütleye eşittir.



Şekil: 11.57

Bu nedenle

$$\text{Maksimum ikincil kuvvet} = \frac{3\times0{,}5\,W\times(2\Omega)^2\times r^2}{g\times4\times L}$$

$$= \frac{1{,}5\,W\,.\,\Omega^2\,.\,r^2}{g\,.\,L}$$

$$= \frac{1{,}5\times1{,}7\times5{,}08^2}{9{,}81\times100\times15{,}24} \times \left(\frac{3000\times2\pi}{60}\right)^2$$

$$= 434{,}4 \text{ kg.}$$

Bu maksimum ikinci kuvvet, D'nin tam karşısında ve R_2 yarıçap üzerinde yerleştirilmiş saatin ters yönünde ve krankın iki misli bir hızla dönen W_2 ağırlığı ile dengelenebilir. Şöyle ki;

$$W\,.\,R_2 = \frac{1{,}5\,W\,.\,r}{4n}$$

12) Dönen bir mil, Şekil 11.57 deki diyagramda da görüldüğü gibi değişik düzlemlerde bağlanmış dört kütleyi taşıyor. A, B, C ve D deki kütlelerin ağırlıkları sırasıyla 5,44; 9,07; 13,6 ve 7,26 kg ve ilgili dönme yarıçapları da 38,1; 30,48; 15,24 ve 45,72 cm dir. Mil hızı 120 dev/dak dır. A ve B nin tam ortasından geçen bir düzlemdeki bileşke kuvvet ve bileşke momentin A'ya göre büyüklük ve yönünü bulunuz.

Cevap : 68,9 kg ve saat yönünde A'dan 260° açılı; 60,97 kg-m ve A ile saat yönünde 241,5° açılı.

13) Dört silindirli bir alternatif devim motorunda, her silindirdeki ileri-geri devinen kütlelerin ağırlığı 1,02 kg, kurs boyu 12,7 cm, biyel kolunun uzunluğu 22,86 cm olup, silindirler 12,7 cm aralıkla yerleştirilmişlerdir. Eğer kranklar bir uçtan başlayarak 1 den 4'e kadar numaralandırılırsa, bunlar yan görünüşte peşpeşe 90° lik açılı olarak şu sırada gözükür: 1, 4, 2, 3. Motor hızı 2000 dev/dak. dır.

Motorun merkez düzlemini referans kabul ederek, temel ve yan dengesizlik etkilerinin maksimum değerlerini bulunuz.

Cevap : Temel ve yan kuvvetler = 0; dengesiz temel kuvvet-çifti = 51,98 kg-m; dengesiz yan kuvvet çifti = 40,9 kg-m.

14) Üç eksantrikli bir krank milinin, 15,24 cm yarı çaplı ve birbirine 120° açılı ve 50,8 cm eşit aralıklarla yerleştirilmiş krank kolları yar-

dır. Krank yarıçapında dönen kütleler: 1 numara 27,2 kg; 2 numara 36,28 kg; 3 numara 36,28 kg dır. Denge, 1 nolu krankın dış dirseğine, mil merkezinden 22,86 cm yarıçapta ve kütle merkezi krank merkez düzleminden 15,24 cm uzaklıkta bağlanmış denge ağırlıkları ile ve ayrıca 3 nolu krankın merkez düzleminden 76,2 cm ötede bağlanmış olan tekerden 76,2 cm yarıçapta gereç boşaltarak temin edilmeye çalışılıyor.

Krank üzerine takılan ve boşaltılan ağırlıkları ve bunların 1 nolu kranka göre açısal konumlarını hesaplayınız.

Cevap : 1 nolu kranktan 236° ve 3 nolu krankdan 116° lik konuma 6,9 kg lık ağırlık eklenecek ve 1 nolu kranktan 208° 48′ ve 3 ncüden 88° 48′ lık konumdan da 3,43 kg lık ağırlık çıkartılacaktır.

15) Dört kranklı bir ileri-geri devim motorunun silindir eksenleri sırasıyla 121,92; 152,4 ve 91,44 cm aralıklı ve ileri-geri devinen kütleleri x; 294,83; 317,51 ve 181,43 kg dır. Her bir silindirin kurs boyu 60,96 cm dir. Esas kuvvet ve kuvvet çiftlerinin dengeli olması için, x değerini ve birinci kranka göre krank açılarını bulunuz. Eğer piston kollarının boyu, her bir krank boyunun beş katı ise, motorun hızı 120 dev/dak olduğu zaman ikincil dengesiz kuvveti bulunuz.

Cevap : x = 151,95 kg; krank konumları 1-3 = 66° 1-2 = 202°; 1-4 = 268°; ikincil kuvvet 462,66 kg.

16) Bir lokomotif krank milinin dik açılı iki krankı vardır ve motor ekseninin iki yanında simetrik olarak $\frac{c}{2}$ uzaklıkta yerleştirilmişlerdir. Her bir krank pimindeki eş değer ağırlık W kg olup; dengeleme, sürükleyici tekerlere R cm yarıçapta takılan W kg lık iki adet ağırlıkla sağlanıyor. Tekerler arasındaki uzaklık l cm., ve her bir krank yarıçapı r cm dir. Kusursuz bir denge için $W = w \cdot \frac{r \cdot \sqrt{l^2+c^2}}{R \cdot l \cdot \sqrt{2}}$ olduğunu ve W nin komşu kranka göre açısal konumunun $\tan^{-1} \frac{c-l}{c+l}$ olduğunu gösteriniz.

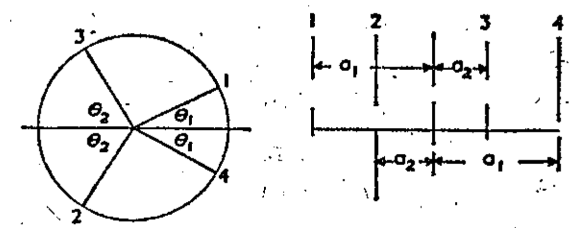
17) Bir hava kompressörünün üç silindiri, bir düzlem üzerinde biri düşey diğerleri düşeyle 50° açılı olarak tertipleniyor. Üç biyel kolu bir krank üzerinde çalışıyor. Kurs boyu 20,32 cm, biyel bolu uzunluğu 35,56 cm ve her bir silindirdeki ileri-geri devinen parçaların ağırlığı 4,536 kg dır. İleri-geri devinen ağırlıkların doğurduğu atalet kuvvetlerini kısmen

dengelemek için, toplamı 5,44 kg olan denge ağırlıkları krankın karşısındaki dirseğe 12,7 cm yarıçapta bağlanıyor. Döner kütleler ayrı-ayrı dengelidir. 500 dev/dak. da makina üzerinde etkiyen maksimum düşey kuvveti bulunuz.

Cevap : 70,76 kg, yerçekimini önemsemiyerek.

18) Bir çok eksantrik kütleyi üzerinde taşıyan bir mile uygulandığı zaman "Statik denge" ve "dinamik denge" terimlerinin anlamlarını dikkatlice açıklayınız.

Düzgün olarak dönen bir mil üzerine mil boyunca eşit aralıklarla yerleştirilmiş dört diskin A B, C ve D ağırlıkları sıra ile 6,80; 11,34; 6,35 ve 5,44 kg dır. Disklerin kütle merkezi, dönme ekseninden sırayla 0,508 cm; 0,381 cm; 0,635 cm ve 1,016 cm uzaklıktadır.



Şekil: 11.58

Dönme ekseninden 7,62 cm lik bir efektif yarıçaptaki D noktasına bir ek M kütlesi bağlanabilir. M ağırlığının minimum değerini ve dönen mil için tam bir dinamik denge sağlamak için bütün ağırlıkların kütle merkezlerinin rölativ açısal konumlarını bulunuz.

Cevap : M = 0,285 kg; A-C = 126°; A-B = 202,5°, A-D = 330°; A-M = 150°. M, D ile tam karşıt yönlüdür.

19) Dönen bir mil üzerine rijid olarak bağlanmış dört A, B, C ve D kütlesini taşıyor. Kütle merkezlerinin dönme ekseninden uzaklığı sıra ile 3,175 cm; 3,81 cm; 4,127 cm ve 3,492 cm dir. A, C ve D ağırlıkları sırasıyla 6,80 kg; 4,536 kg ve 3,63 kg, A ve B arasındaki eksenel uzaklık 40,64 cm, B ile C arasındaki uzaklık 50,8 cm ve A ve C nin eksantrikliği birbirine göre 90° açılıdır.

Tam bir denge için (a) A, B ve D arasındaki açıyı, (b) C ve D dönme düzlemleri arasındaki eksenel uzaklığı ve (c) B kütlesinin ağırlığını bulunuz.

Cevap : (a) A-C = 90°; A-B = 197°; A-D = 313°;

(b) 51,3 cm; (c) 8,34 kg.

20) Şekil 11.58 dört dirsekli bir krankı olan simetrik bir motorun krank düzenini gösteriyor. Krank 1 ve 4 deki ileri-geri devinen parça ağırlıklarının her biri W_1'e ve 2 ve 3'tekilerin her biri de W_2'ye eşittir.

Sistemin esas kuvvetler ve kuvvet-çiftleri için dengeli olduğunu ve,

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}\;;\quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1}\;;\quad \cos\theta_1\cos\theta_2 = \frac{1}{2}$$

eşitlikleri sağlandığı zaman da yan kuvvetlerin dengeli olduğunu gösteriniz.

Ayrica, sistem ω rad/sn ile döndüğü zaman dengesiz yan kuvvet - çiftinin dengesizlik değerini bulunuz.

Cevap : $\dfrac{2\,\omega^2 . r}{g . n}\,[W_1 . a_1 . \sin 2\theta_1 + W_2 . a_2 . \sin 2\theta_2]$

21) 121,92 cm aralıklı yataklar içinde tutulan yatay bir mil, yataklardan 30,48 cm ve 60,96 cm uzakta bulunan ve her birinin ağırlığı 5,443 kg olan iki A ve B kütlesini üzerinde taşıyor. Statik denge, A ve B nin tam ortasında 20,32 cm yarıçapta bulunan bir ek denge ağırlığı ile sağlanıyor. Eğer A ve B nin kütle merkezleri yarıçapı sırayla; 17,78 cm ve 22,86 cm ise, üç ağırlığın göreli açısal konumunu ve mil 100 dev/dak ile dönerken, yataklarda etkiyen dengesiz kuvvet çiftinin büyüklüğünü bulunuz.

Cevap : A-B = 133°; A-C = 262,5°; 3,49 kg-m.

22) İki silindirli ve altı tekerli bir lokomotifin krankları 90° açılı ve çekici tekerlek çapı 12,7 cm dir. Kurs boyu 60,96 cm ve silindirler 66,04 cm aralıklıdır. Üçte ikisi dengelenecek olan ileri-geri devinen parçaların bir silindirde bulunan ağırlığı 244,94 kg dır. Her bir silindirde krank yarı çapında hesaba katılan döner ağırlıklar 272,15 kg dır. Komşu motor kranklarına 180° olan birleştirme millerinin dış krankının yarıçapı

25,4 cm ve her birinin krank piminde bulunan ağırlığı 49,895 kg ve dönme düzlemleri 162,56 cm dir. Her bir birleştirme milinin, ön ve arka teker kranklarında bulunan eş değer ağırlığı 81,646 kg ve sürükleyen tekerinde bulunan ise 127 kg ve bunların düzlemleri de 182,88 cm açıklıktadır.

İleri-geri devinen kütlelerin denge ağırlıklarının yarısı hareket veren tekerler ve bir çeyreği de ön ve arka tekerlerin her biri tarafından taşınacağını kabul ederek, her bir tekere 63,5 cm yarıçapta eklenmesi gereken ağırlıkların büyüklüğünü ve konumunu saptayınız.

Cevap : Sürükleyici tekerin her birindeki denge ağırlığı = 71 kg ve XX ekseninin her hangi bir tarafında 6° açılı (her hangi bir ana kranktan 135° açılı); ön (ve sürüklenen) tekerlerin, her birinde denge ağırlığı = 43,4 kg ve XX ekseninin her hangi bir tarafında 57,5° açılı (herhangi bir ana krankla 45° açılı). (Bkz. Prob. 11, No 9.)

23) Dört silindirli bir motorda, krankların sırasıyla ölçülen açısal konumları; 0; 90; 180 ve 270° dir. Her bir silindirin krank yarıçapı 7,62 cm ve biyel kolu uzunluğu 35,56 cm dir. Her bir silindirde ileri-geri devinen parçaların ağırlığı 6,8 kg dır. Komşu silindir eksenleri arasında bulunan uzaklıklar sırası ile 20,32; 25,4 ve 20,32 cm dir. Motorun temel ve yan kuvvetlere göre dengeli olduğunu gösteriniz.

Esas kuvvet çiftinin üçte birini dengelemek için 1 ve 4 nolu silindir düzlemlerinin 6,35 cm lik yarıçapı üzerine ağırlıklar konuluyor. Bu ağırlıkların miktarını ve açısal konumunu bulunuz. Dengesiz temel ve yan kuvvet-çiftlerinin 400 dev/dak daki değerini hesaplayınız.

Cevap : Denge ağırlıklarının her biri 2,66 kg, 4 nolu düzlemdeki denge ağırlığı 1 numaralı kranka 45° ve 2 nolu kranka da 45° açılıdır. Düzlem 1 deki denge ağırlığı 3 ve 4 üncü kranklara 45° açılıdır. Dengesiz temel kuvvet-çifti = 39,95 kg-m, dengesiz yan kuvvet-çifti = 8,07 kg-m.

24) İki sıranın her birinde dört silindiri bulunan ve dört etkili bir krank mili üzerinde çalışan V-tipi, 8-silindirli bir motorun dengesiz kuvvetlerini araştırınız. İki yamacın eksenleri düşey düzlemin her iki yanında $\frac{1}{2}$ ∅ derece açılıdır. Dört krankın rölativ konumu 0°; 180° 180°; 0° ve iki piston kolu bir krank üzerinde çalışıyor.

Motor üzerindeki yatay ve düşey kuvvetlerin maksimum değerlerini; $\varnothing$ açısı, krank milinin açısal hızı ω; krank yarıçapı r; piston kolu uzunluğu L ve her bir silindirde bulunan ileri-geri devinen ağırlıklar W cinsinden bulunuz. Toplam kuvvetin özelliğini ve miktarını (a) $\varnothing = 90°$; (b) $\varnothing = 60°$ için belirleyiniz.

Cevap : Motor temel kuvvetler için dengelidir. Yan kuvvetler aşağıdaki gibidir:

$$\text{Yatay kuvvet } H = \frac{8 . F . r}{L} . \sin \frac{1}{2} \varnothing . \sin \varnothing . \sin 2\theta$$

$$H_{max} = \frac{8 . F . r}{L} . \sin \frac{1}{2} \varnothing . \sin \varnothing$$

$$\text{Düşey kuvvet } V = \frac{8 . F . r}{L} . \cos \frac{1}{2} \varnothing . \cos \varnothing . \cos 2\theta$$

$$V_{max} = \frac{8 . F . r}{L} . \cos \frac{1}{2} \varnothing . \cos \varnothing$$

(a) Maksimum toplam kuvvet $= 4\sqrt{2}\ \frac{F . r}{L}$; (b) Maksimum toplam kuvvet $= 2\sqrt{3}\ \frac{F . r}{L}$ burada $F = \frac{W . \omega^2 . r}{g}$

25) Dökümden çıkmış bir rotorun ağırlığı 204,1 kg olup, 116,84 cm açıklıktaki puntalar arasında işlenmeye hazır olarak tutuluyor. Kütle merkezinin bulunduğu düzleme 50,8 ve 40,64 cm uzaklıkta bulunan düzlemlerde bulunan iki A ve B kütlesi ile statik denge sağlanıyor. A ve B kütlelerinin ağırlığı sırasıyla 9,07 ve 10,88 kg ve kütle merkezleri, döküm eksenine rölativ olarak bir birine 90° açılı ve sırayla 38,1 cm ve 45,72 cm lik yarıçaplar üzerindedirler.

Dökümün kütle merkezinin eksantrikliğini, A kütlesine göre konumunu ve rotor ve buna bağlı A ve B kütleleri 50 dev/dak ile döndüğü zaman puntalara gelen kuvvetleri bulunuz.

Cevap : 2,97 cm. A ile 124° 47′ ve B ile 214° 47′ açılı, her bir puntadaki kuvvet = 6,4 kg.

26) 5-silindirli bir motor için aşağıdaki düzenlemeler teklif ediliyor. Kranklar mil boyunca eşit aralıklarla yerleştirilecektir. 1 Numara, 3 Numaranın 144° önünde ve 5 numara 144° arkasında, 4 numara 3 numaranın 72° önünde ve 2 numara 72° arkasındadır. Denge durumunu tartışınız.

Cevap : Temel ve yan kuvvetler tamamen dengelenmiştir.

$$\text{Temel kuvvet çifti} = \frac{0{,}45\ W . r . x . \Omega^2}{g}$$

$$\text{Yan kuvvet çifti} = \frac{4{,}98\ W . r . x . \Omega^2}{g . n}$$

burada x = ard-arda gelen kranklar arasındaki eksenel uzaklıktır.

27) İki zamanlı bir motorun hepsi bir mil üzerine bağlanmış olan dört güç silindiri ve iki de hava silindiri vardır. Düzenleme aşağıda olduğu gibidir.

		Kran açısı, derece	eksenel uzaklık, cm.
Hava silindiri	A	135	0
Güç silindiri	1	0	40,64
	2	180	76,2
	3	270	111,76
	4	90	147,32
Hava silindiri	B	315	187,96

Güç silindirinde krank yarıçapı 12,7 cm, biyel kolu uzunluğu 48,26 cm, ve bir silindirdeki ileri-geri devinen ağırlıklar 20,41 kg dır. Hava silindirlerinin her birinde krank yarıçapı 10,16 cm, biyel kolu uzunluğu 38,1 cm ve ileri-geri devinen ağırlıklar 13,6 kg dır.

Temel kuvvetler ve momentlere göre, motorun bütün ileri-geri devinen parçalarını dengelemek için hava silindirlerinin krank dirseklerine 11,43 cm yarıçapta bağlanması gereken denge ağırlıkları miktarını hesaplayınız.

Ayrıca 400 dev/dak lık hız için dengesiz yan kuvvet ve momentlerin miktarlarını bulunuz. Yan momentleri hesaplamak için motorun merkez düzlemini referans olarak alınız

Cevap : A silindiri için denge ağırlığı = 6,03 kg,
B silindiri için denge ağırlığı = 6,03 kg,

Dengesiz yan kuvvet = 131,8 kg,

Dengesiz yan kuvvet-çifti = 173,37 kg-m.

28) İçten silindirli bir lokomotifin, birbirine dik açılı ve sağ-yandaki önde bulunan iki krankı vardır. Silindir eksen açıklıkları 71,12 cm ve teker düzlemleri açıklığı ise 152,4 cm olarak alınabilir. Bir silindirde bulunan döner kütleler 30,48 cm yarıçaptaki 136 kg'a, ileri-geri devinenlerse aynı yarıçaptaki 163,3 kg'a eş değerdirler.

Her bir birleştirme mili için krank, komşu iç kranktan 180° açılı, krank yarıçapı 30,48 cm ve krank tarafından taşınılan mil ağırlığı, teker düzleminden 15,24 cm dışarıda bulunan bir düzlemde 81,64 kg dır.

Dönen kütleleri ve alternatif hareket yapan parçaların $\frac{2}{3}$ ünü dengelemek için 60,96 cm yarıçapta gerekli olan denge ağırlıklarını bulunuz. Denge ağırlıklarının konumlarını resimle açık olarak gösteriniz.

Cevap : Her biri 59,28 kg olan ve öndeki krankla sırayla 129° 18′ ve 140° 42′ olan iki denge ağırlığı vardır.

29) Bir su pompası motorunun 60,96 cm yarıçaplı ve 304,8 cm açıklıktaki düzlemler üzerinde bulunan, birbirine göre dik açılı iki krankı vardır. Her bir krankın iki biyel kolu vardır. Bir tanesi pompa silindiri ile peş peşe konulmuş yüksek basınç silindiri tarafından çevriliyor ve ileri-geri devinen toplam kütle 4535,92 kg ve diğerine pompa silindiri ile peşpeşe bulunan yatay alçak-basınç silindiri tarafından hareket veriliyor ve ileri-geri devinen kütlesi 5443,1 kg dır. Motor 30 dev/dak ile çalışıyor.

Hareketi başlatan krankın düşeyle yaptığı açı cinsinden, temel atalet kuvveti; ve merkez düzlemine göre kuvvet-çiftinin düşey ve yatay bileşenleri ile ilgili ifadeleri bulunuz. Buradan temel kuvvet ve kuvvet-çiftinin maksimum değerini bulunuz.

Cevap : Temel düşey kuvvet $= 2780\ (\cos\theta + \sin\theta)$ kg; temel yatay kuvvet $= 3337\ (\cos\theta - \sin\theta)$ kg; düşey temel kuvvet-çifti $= 4237{,}5\ (\cos\theta - \sin\theta)$ kg-m; yatay temel kuvvet çifti $= -5085\ (\cos\theta + \sin\theta)$ kg-m.

Maksimum temel kuvvet = 4717,3 kg; maksimum temel kuvvet çifti = 7189,2 kg-m; θ = harekete başlatan krankın düşeyle yaptığı açı.

30) Bir motorun V tipi iki silindiri vardır. Silindir eksenleri bir düzlemde olup düşey eksenin iki yanında 45° açılı olarak bulunuyorlar. İki piston kolu aynı krank üzerinde çalışıyor. Her bir silindirdeki ileri-geri devinen parçaların ağırlığı 0,456 kg, krank yarıçapı 4,44 cm ve biyel kolu uzunluğu 16,51 cm dir. Motor üzerinde, ikinci atalet kuvvetine bağlı düşey kuvvetlerin sıfır olduğunu ve krank miline uygun denge-ağırlıkları bağlanırsa, temel atalet kuvvetlerinin de sıfıra indirgenebileceğini gösteriniz. Krank mili hızı 3000 dev/dak olduğu zaman denge ağırlıklarının bu değerleri için, motor üzerinde yatay yönde etkiyen en büyük dengesizlik kuvvetini bulunuz.

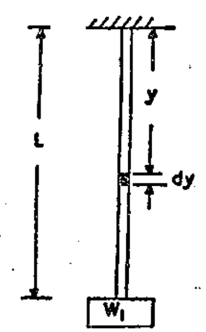
Cevap : Denge ağırlığı W = 0,456 kg ve krank piminin tam karşısında ve 4,44 cm yarıçapta, maksimum yatay kuvvet = 77,1 kg.

BÖLÜM 12

KAMLAR

Kamlar genellikle düzgün hızla dönen ve, profilinin özelliği nedeniyle başka bir makina elemanı (itici) ile direkt temas yaparak, ileri-geri veya salınım devimi yaptıran bir makina elemanıdır. Kamlar genellikle aşağıda belirtilen tiplerdeki devimleri yaptırmak için tasarlanırlar: (a) basit harmonik, (b) düzgün ivmelendirme, düzgün yavaşlatma, (c) düzgün hız. Bazı tip kamların kendileri ya ileri-geri doğrusal devim yaparak veya salınarak iticiye devim verirler. Genel bir kural olarak fazla aşınmayı azaltmak için iticilere makara takılır.

Kamlar otomatik makinalarda kullanılır. Örneğin, (a) otomatik vida tezgahlarında işlemleri kontrol etmek için, (b) makinaları zamanlamak için. Kamlar içten yanmalı motorlarda da subapları çalıştırmak için kullanılır ve burada üretim kolaylığı nedeniyle, teğet kamlar daha fazla kullanılır.



Şekil. 12.1

Kullanılan temel kam tiplerinden ikisi: (a) disk kamlar, (b) silindirik kamlar olup, bu bölümde yalnızca disk kamlar üzerinde durulacaktır.

Yayların Atalet Etkileri.

(Problemler 12, No 2'ye bakınız).

Şekil 12.1, üst ucundan bağlanmış olan ve alt ucunda W_1 kg lık bir ağırlık taşıyan bir yayı gösteriyor. L = yay telinin efektif boyu; w = telin birim boyunun ağırlığı olsun. Titreşim anında v = serbest ucun düşey hızı olsun, o zaman sabit uçtan y uzaklıktaki elementel dy boyunun hızı yaklaşık olarak $\frac{y}{L} \cdot v$ olarak kabul edilebilir. Bu nedenle

$$\text{Elemanın K.E. si} = w \frac{dy}{2g} \left(\frac{y}{L} \cdot v\right)^2$$

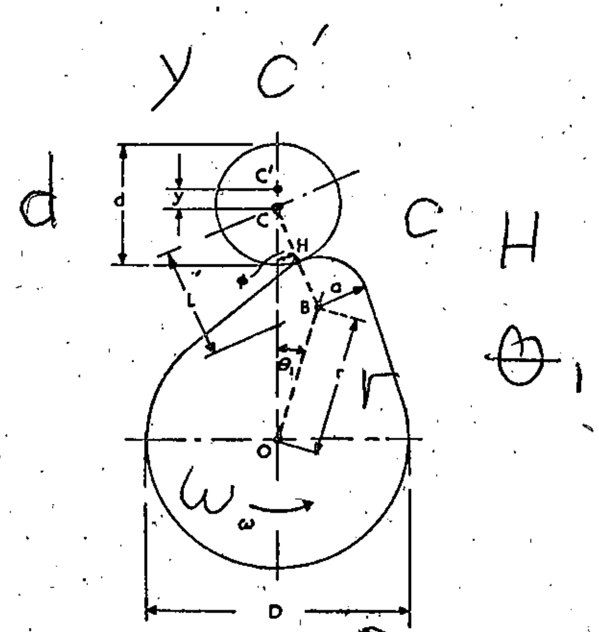
$$\text{ve} \quad \text{yayın K.E. si} = \frac{w\,v^2}{2gL^2} \int_0^L y^2 dy = \frac{w\,v^2}{2gL^2} \left[\frac{L^3}{3}\right]$$

$$= \frac{w\,L}{3} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

buradan yayın atalet etkisi, yayın serbest ucunda toplanmış olan yay kütlesinin $\frac{1}{3}$ 'üne dinamikçe eşdeğerdir, bu nedenle serbest uçtaki efektif ağırlık $W_1 + \frac{w\,L}{3}$ 'e eşittir.

Makara ile Kam Burnu arasında ilişki bulunan ve iticiye ileri-geri devim yaptıran makaralı teğet kamlar. (Şekil 12.2). D = temel daire çapı; d = Makara çapı; θ_1 = kamın OB ekseninin düşey OC′ kurs doğrultusuna göre açısal hareket miktarı; C′ = Yükselme ucunda makara merkezi, C = OB, OC′ ile θ_1 açısı yaptığı zamanki makara merkezi; $C'C = y$ = düşey yer değiştirme miktarı; ω = kamın açısal hızı; $a = BH$ = Kam burnu yarıçapı; $OB = r$; $BC = a + \frac{d}{L} = L$; ve $\varnothing$ = OCB açısı olsun.

Görülebileceği gibi, verilen çizim için gerçekte bir OBC "Sürgü-krank bağı' vardır. (Bkz. bölüm 6). Burada OB, yarıçap r; BC, biyel kolu L olup; C, düşey kayıtlar arasında hareket eder. Bölüm 6 da, C nin yer değiştirme miktarı, ivmesi ve hızı için bulunan yaklaşık ifadeler burada ge-



Şekil: 12.2

çerli değildir. Çünkü, orada $\sin^2\theta$, $\left(\frac{L}{r}\right)^2$ ile oranlandığında çok küçüktü, fakat teğet kamlarda r, L'den daha büyük olabileceği için burada artık geçerli değildir.

Şimdi $y = C'C = OC' - OC = OC' - (OB\cos\theta_1 + BC\cos\varnothing)$

$$= L + r - r\cos\theta_1 - L\cos\varnothing$$

ayrıca $L\sin\varnothing = r\sin\theta_1$

Bu nedenle $L^2\sin^2\varnothing = L^2(1-\cos^2\varnothing) = r^2\sin^2\theta_1$

$$L\cos\varnothing = (L^2 - r^2\sin^2\theta_1)^{\frac{1}{2}}$$

ve $$y = L + r - r\cos\theta_1 - (L^2 - r^2\sin^2\theta_1)^{\frac{1}{2}} \qquad (1)$$

$z = L^2 - r^2\sin^2\theta_1$ ve $y = z^{\frac{1}{2}}$ olsun,

O zaman $$\frac{dz}{d\theta_1} = -2r^2\sin\theta_1\cos\theta_1 = -r^2\sin 2\theta_1$$

ve $$\frac{dy}{dz} = \frac{1}{2}z^{-\frac{1}{2}}$$

O zaman eşitlik (1)'in zamana göre türevini alırsak iticinin (kam takip ucunun) hızı

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\theta_1}\frac{d\theta_1}{dt}$$

$$= r\sin\theta_1\cdot\frac{d\theta_1}{dt} + \frac{r^2\sin 2\theta_1}{2(L^2 - r^2\sin^2\theta_1)^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{d\theta_1}{dt}$$

$$= \omega r\left[\sin\theta_1 + \frac{r\sin 2\theta_1}{2(L^2 - r^2\sin^2\theta_1)^{\frac{1}{2}}}\right] \qquad (2)$$

Eşitlik (2)'nin türevini alırsak iticinin ivmesini buluruz:

$$f = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta_1}\cdot\frac{d\theta_1}{dt}$$

$$= \omega^2 r\left[\cos\theta_1 + \frac{1}{2(L^2 - r^2\sin^2\theta_1)}\left\{(L^2 - r^2\sin^2\theta_1)^{\frac{1}{2}}.2r\cos 2\theta_1 + \frac{r\sin 2\theta_1 . r^2\sin 2\theta_1}{2(L^2 - r^2\sin^2\theta_1)^{\frac{1}{2}}}\right\}\right]$$

$$= \omega^2 r\left[\cos\theta_1 + \frac{(L^2 - r^2\sin^2\theta_1).2r\cos 2\theta_1 + \frac{1}{2}r^3\sin^2 2\theta_1}{2(L^2 - r^2\sin^2\theta_1)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$= \omega^2 r\left[\cos\theta_1 + \frac{2rL^2\cos 2\theta_1 - 2r^3\sin^2\theta_1(1 - 2\sin^2\theta_1) + \frac{1}{2}r^3(2\sin\theta_1\cos\theta_1)^2}{2(L^2 - r^2\sin^2\theta_1)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$= \omega^2 r\left[\cos\theta_1 + \frac{2rL^2\cos 2\theta_1 - 2r^3\sin^2\theta_1(1 - 2\sin^2\theta_1) + 2r^3\sin^2\theta_1(1 - \sin^2\theta_1)}{2(L^2 - r^2\sin^2\theta_1)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$= \omega^2 r\left[\cos\theta_1 + \frac{rL^2\cos 2\theta_1 + r^3\sin^4\theta_1}{(L^2 - r^2\sin^2\theta_1)^{\frac{3}{2}}}\right] \qquad (3)$$

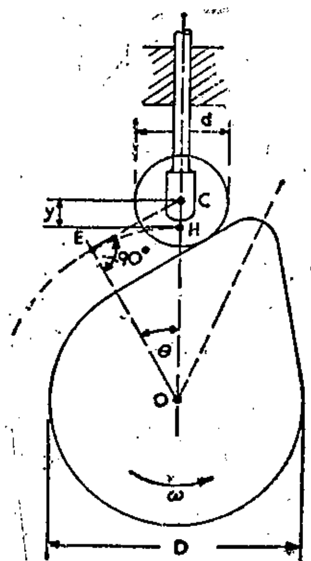
PROBLEMLER 12

1) Bir kamın, D temel daire çapına teğet olan düz çalışma yüzleri vardır. İtici d çaplı bir makara olup; makara, kam mili ekseninden geçen düzgün doğru boyunca hareket ediyor. Kam takip ucu ivmesinin

$\omega^2\left(\frac{D+d}{\cos^3\theta}\right)\left(1 - \frac{\cos^2\theta}{2}\right)$ ifadesi ile verildiğini gösteriniz. Burada θ, iticinin yükselme başlangıcından başlıyarak ölçülen kam dönme açısı ve ω da açısal hızdır.

Böyle bir kamda temel daire çapı 8,89 cm ve makara çapı 3,81 cm dir. Kamın teğet yüzeyleri arasındaki açı 90° olup, yüzeyler 1,016 cm yarıçaplı bir burun dairesi ile birleştiriliyor. Kamın dönme hızı 120 dev/dak dır.

Makara merkezinin ivmesini, (a) kaldırma işleminde makaranın kam böğründen tam ayrılacağı anda; (b) makara, kam yükselmesinin en dış ucunda olduğu zaman bulunuz.



Şekil: 12.3

ÇÖZÜM : Şekil 12.3'e bakınız.

$y =$ En alt uçtan başlıyarak iticinin düşey yükselme miktarı olsun.

$y = CH = OC - OH = OC - OE$

(yarıçap $OE =$ yarıçap OH olduğu için)

Şimdi $\quad OE = \frac{1}{2}(D+d) = OC\cos\theta$

Bu nedenle $\quad y = OC - OE = OE\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) \qquad$ **(1)**

O zaman, iticinin hızı aşağıdaki eşitlikle verilir.

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

$$= OE\left[\frac{\cos\theta\times 0 - 1\,(-\sin\theta)}{\cos^2\theta}\right]\frac{d\theta}{dt}\cdots\left(\frac{d\theta}{dt} = \omega\right)$$

$$= \frac{\omega\,.\,OE\,.\,\sin\theta}{\cos^2\theta} \qquad (2)$$

Eşitlik (2)'nin türevini alırsak, iticinin ivmesi şu eşitlikle verilir.

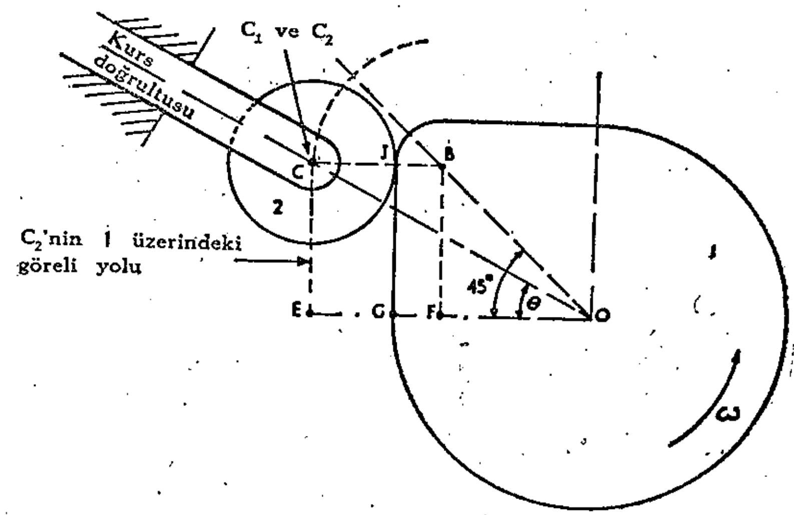
$$f = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

$$= \omega^2\,.\,OE\left[\frac{\cos^2\theta\,.\,\cos\theta - \sin\theta\,(-2\sin\theta\,.\,\cos\theta)}{\cos^4\theta}\right]$$

$$= \frac{\omega^2\,.\,OE}{\cos^3\theta}\,[\cos^2\theta + 2\sin^2\theta]$$

$$= \omega^2\left(\frac{D+d}{\cos^3\theta}\right)\left[\frac{\cos^2\theta + 2\sin^2\theta}{2}\right] \quad \ldots(\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1)$$

$$= \omega^2\left(\frac{D+d}{\cos^3\theta}\right)\left(1 - \frac{\cos^2\theta}{2}\right) \qquad (3)$$



Şekil: 12.4

(a) Şekil 12.4'le ilgili olarak J, değme noktasıdır.

$OG = 4{,}445$ cm.; $\quad CJ = 1{,}905$ cm.; $\quad BJ = 1016$ cm.

$BOF = 45°$; $\quad D = 8{,}89$ cm.; $\quad d = 3{,}81$ cm.

Şimdi $\quad BF = OF = OG - FG = OG - BJ = 4{,}445 - 1{,}016$
$= 3{,}429 \text{ cm} = CE$

O zaman $\quad \tan\theta = \dfrac{CE}{OE} = \dfrac{3{,}429}{4{,}445 + 1{,}905} = 0{,}54$

Bu nedenle $\quad \theta = 28°\,22'$ ve $\cos\theta = 0{,}8799$

Şimdi $\quad \omega = \dfrac{120}{60} \times 2\pi = 4\pi$ rad/sn.

O zaman eşitlik (3) den makara merkezinin; $\theta = 28°\,22'$ olduğu zamanki (yani, makara düz kenardan tam ayrılacağı andaki) ivmesi

$$f = 16\,\pi^2 \left(\frac{8{,}89 + 3{,}81}{0{,}8799^3}\right)\left(1 - \frac{0{,}8799^2}{2}\right) \text{ cm/sn}^2$$
$$= 1804{,}3 \text{ cm/sn}^2 = 18{,}043 \text{ m/sn}^2$$

f'nin değerini değişik bir yolla, grafikle, aşağıdaki şekilde buluruz: Şekil 12.4; 12.5 ve 12.6'ya bakınız.

$1 \equiv$ kam ve $2 \equiv$ itici olsun.

ayrıca C_1 ve C_2, makara merkezi C ile çakışsın, burada C_1 kam'a, C_2 de iticiye aittir.

Kesik çizgi, C_2'nin 1 üzerindeki rölativ yörüngesini gösteriyor.

O zaman, C_1'in O'ya göre rölativ hızı

$$V_{C_1'-0} = \underrightarrow{oc_1} = \omega \,.\, OC_1 = \frac{\omega \,.\, OE}{\cos\theta}$$
$$= \frac{4\pi \times 6{,}35}{0{,}8799} \text{ cm/sn} = 90{,}68 \text{ cm/sn}$$

Şimdi, $\quad V_{C_2-0} = V_{C_2-C_1} + V_{C_1-0}$

Bu nedenle $\quad \underleftarrow{oc_2} = \underrightarrow{c_1 c_2} + \underrightarrow{oc_1} = \underrightarrow{oc_1} + \underrightarrow{c_1 c_2}$

$\underrightarrow{oc_1}$ (= 90,68 cm/sn)'i OC'ye dik olarak çiziniz ve sonra $\underleftarrow{oc_2}$'yi OC kurs

doğrultusu boyunca ve $\underrightarrow{c_1c_2}$ ile GJ kenar doğrultusu üzerindeki c_2 noktasında keşişinceye kadar uzatın.

Şekil 12.5 deki hız diyagramından görüleceği gibi

$$\underleftarrow{oc_2} = oc_1 \tan\theta = \frac{\omega \,.\, OE \sin\theta}{\cos^2\theta}$$

eşitlik (2) deki v ye karşılıktır.

O zaman $\quad v = \underleftarrow{oc_2} = 90{,}688 \times 0{,}54 = 48{,}97$ cm/sn.

ayrıca, kayma hızı $\quad \underrightarrow{c_1c_2} = \dfrac{90{,}688}{0{,}8799} = 103{,}06 \text{ cm/sn} = v_s$

Şekil 12.6, İvme diyagramı

Koriyolis ivme bileşeni $= 2\,.\,\omega\,.\,v_s = 2 \times 4\pi \times 103{,}06$
$= 2590 \text{ cm/sn}^2 = \underrightarrow{c_1'\,c_1''}$

C_1'in O'ya göre rölativ merkezcil ivmesi $= \dfrac{(\underrightarrow{oc_1})^2}{OC}$

$$= \frac{(\underrightarrow{oc_1})^2}{OE} \cos\theta$$

Bu nedenle $\quad \underrightarrow{o_1\,c_1'} = \dfrac{90{,}688^2 \times 0{,}8799}{6{,}35} = 1139{,}6 \text{ cm/sn}^2$

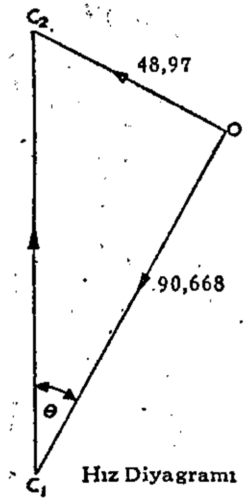
Şimdi,

$$A_{C_2-0} = A_{C_2-C_1} + A_{C_1-0} + \text{Koriyolis ivme bileşeni}$$

Bu nedenle

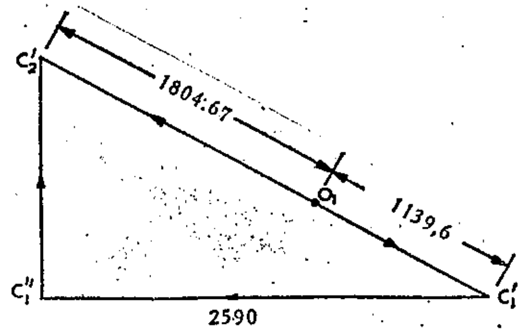
$$\underleftarrow{o_1\,c_2'} = \underrightarrow{c_1''\,c_2'} + \underrightarrow{o_1\,c_1'} + \underrightarrow{c_1\,c_1''} = \underrightarrow{o_1\,c_1'} + \underrightarrow{c_1'\,c_1''} + \underrightarrow{c_1''\,c_2'}$$

$\underrightarrow{o_1\,c_1}$ (= 1139,6 cm/sn)'i CO yönünde çiziniz, sonra $\underrightarrow{c_1'\,c_2''}$ (= 2590 cm/sn²) vektörünü BC yönünde çiziniz. Bundan sonra $\underrightarrow{c_1'\,c_2}$ vektörünü, $c_1'\,o_1\,c_2'$ vektörünü c_2 noktasında kesinceye kadar uzatınız. O zaman $\underleftarrow{o_1\,c_2'} = C$ makara merkezinin 0'ya göre rölativ ivmesi olup, analitik olarak bulunan 1804,67 cm/sn² ye eşittir.



Hız Diyagramı

Şekil: 12.5



İvme diyagramı

Şekil: 12.6

(b) Sayfa 490 daki 3 nolu eşitliğe göre iticinin ivmesi

$$f = \omega^2 r \left[\cos\theta_1 + \frac{rL^2 \cos 2\theta_1 + r^3 \sin^4\theta_1}{(L^2 - r^2 \sin^2\theta_1)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

Şekil 12.4'le ilgili olarak

$$OB = r = OF\sqrt{2} = (OG - FG)\sqrt{2} = (4{,}445 - 1{,}016)\sqrt{2} \text{ cm.}$$
$$= 4{,}85 \text{ cm}$$

$$BC = L = 1{,}016 + 1{,}905 = 2{,}92 \text{ cm}; \quad \omega = \frac{120}{60} \times 2\pi$$
$$= 4\pi \text{ rad/sn}$$

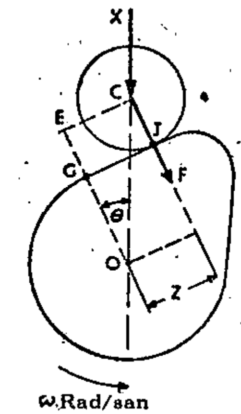
Kamın dönme yönüne dikkat ederek $\theta_1 = 0$ olduğu zaman

$$f = -\omega^2 r\left(1 + \frac{r}{L}\right) = -16\,\pi^2 \times 4{,}85\left(1 + \frac{4{,}85}{2{,}92}\right)$$
$$= -2038 \text{ cm/sn}^2. \text{ (yavaşlatma)}$$

2) Temel daire çapı D cm olan bir kamın teğetsel yanakları olup, R cm. yarıçaplı bir makara aracılığı ile bir iticiyi çalıştırıyor. Makara merkezinin yolu, kam mili merkezinden geçen düzgün bir doğrudur. İtici,

başlangıç sıkıştırması x cm ve yay sabiti S kg/cm olan bir yaya karşı hareket ediyor. İticinin toplam efektif kütlesi M ve yay kütlesi de m dir.

Kam, ω rad/sn ile dönerken, makara ile böğürün değdiği noktaya göre θ açısı kadar döndüğü zaman kam mili üzerine uygulanan torkla ilgili bir ifade elde ediniz. Sürtünme etkisini yok sayınız.



Şekil. 12.7

ÇÖZÜM : Problemler 12, numara 1, ve eşitlik (3) le ilgili olarak ve d yerine 2R koyarak, iticinin böğürle ilişkide olduğu anki ivmesini bulabiliriz.

$$f = \omega^2\left(\frac{D + 2R}{\cos^3\theta}\right)\left(1 - \frac{\cos^2\theta}{2}\right)$$

Şimdi, ivmelendirme kuvveti $Q = M \cdot f = \frac{W}{g} \cdot f$ kg ve f pozitif olduğu için yukarı doğru etkir.

Bu nedenle atalet kuvveti $Q = M \cdot f = \frac{W}{g} \cdot f$ ve aşağı doğru etkiyor.

Yayın atalet etkisine bağlı olarak yay kütlesinin $\frac{1}{3}$ ü M'ye eklenmelidir. Bu nedenle toplam atalet kuvveti

$$Q_1 = \left(M + \frac{m}{3}\right) f = \left(W + \frac{w}{3}\right)\frac{f}{g} \quad \text{kg}$$

Şekil 12.7'ye bakınız.

G noktasında ilişki başladığı anda başlangıç yay kuvveti

$$P = S \, . \, x \text{ kg dır.}$$

açısal yer değiştirme miktarı için düşey doğrultudaki yükselme

$$y = OE\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) = \left(\frac{D}{2} + R\right)\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) \text{ cm}$$

Bu nedenle, değme J noktasında olduğu zaman yay kuvveti

$$P_1 = S\,(x+y) \text{ kg} = S\left[x + \left(\frac{D}{2} + R\right)\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right)\right] \text{ kg}$$

Şimdi, bileşke düşey kuvvet; X = toplam atalet kuvveti + yay kuvveti + iticinin efektif ağırlığı + yay ağırlığı

Bu nedenle $X = Q_1 + P_1 + W + w = Q_1 + P_1$ eğer yerçekimi önemsenmiyebilirse.

F, J noktasındaki normal itme kuvveti olsun.

$$z = CE = OC \sin\theta = \frac{OE}{\cos\theta} \, . \sin\theta$$

$$= \left(\frac{D}{2} + R\right)\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

İş ilkesinden ve sayfa 446 daki (2) nci eşitlikten, kam mili üzerine uygulanan T torku şu eşitlikle verilir.

$$T = \frac{X \, . \, v}{\omega} = \frac{X \, . \, OE \sin\theta}{\cos^2\theta} = F \, . \, z \left(\text{burada } F = \frac{X}{\cos\theta}\right)$$

$$= \frac{(P_1 + Q_1)}{\cos^2\theta}\left(\frac{D}{2} + R\right) \sin\theta$$

$$= \left\{S\left[x + \left(\frac{D}{2} + R\right)\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right)\right] + \left[\left(W + \frac{w}{3}\right)\frac{f}{g}\right]\right\} \times \frac{\left(\frac{D}{2} + R\right)\sin\theta}{\cos^2\theta}$$

$$= \left\{S\left[x + \left(\frac{D}{2} + R\right)\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right)\right] + \left[\left(W + \frac{w}{3}\right)\frac{\omega^2}{g}\left(\frac{D + 2R}{\cos^3\theta}\right)\left(1 - \frac{\cos^2\theta}{2}\right)\right]\right\} \times \left(\frac{D}{2} + R\right)\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$$

3) Dairesel burunlu ve teğetsel yanaklı bir kam, makaralı bir itici kol aracılığı ile bir valfı çalıştırıyor. Valf ve iticinin hareket doğrultusu kam mili ekseninden geçiyor. Yay kütlesini yok sayıp, aşağıda verilen özelliklerden yararlanarak, bir iş periyodu anında makara ile kam arasındaki ilişkiyi sağlayacak minimum yay kuvvetini bulunuz.

Kam temel dairesi çapı 4,445 cm; iticinin yükselme miktarı 1,27 cm; itici makarasının çapı 3,81 cm; burun yarıçapı 0,952 cm; valf, itici ve makara ağırlığı 0,37 kg; yay sabiti 7,143 kg/cm; kam mili hızı, 900 dev/dak.

ÇÖZÜM : İtici (makara) ve kam burnu arasındaki değme J noktasında başlayıp itici yükselmeye devam ediyor. Şekil 12.8'e bakınız.

Şekil 12.8'in geometrisinden

OB = Kam temel dairesi yarıçapı + itici yükselmesi — burun yarıçapı

$$= 2{,}222 + 1{,}27 - 0{,}952 = 2{,}54 \text{ cm.}$$

$$BF = \sqrt{2{,}54^2 - 1{,}27^2} = 2{,}199 \text{ cm} = JG = CE$$

$$\cos\beta = \frac{1{,}27}{2{,}54} = 0{,}5 \quad \text{buradan} \quad \beta = 60°$$

$$\tan\theta = \frac{CE}{OE} = \frac{2{,}199}{4{,}127} = 0{,}5328 \text{ ve buradan } \theta = 28° \, 3'$$

Bu nedenle $\theta_1 = \beta - \theta = 31° \, 57'$

$OB = r = 2{,}54$ cm; $BC = L = 2{,}857$ cm

$$\omega = \frac{900}{60} \times 2\pi = 30\pi \text{ rad/sn.}$$

Eşitlik (3), sayfa 563 den, iticinin ivmesi

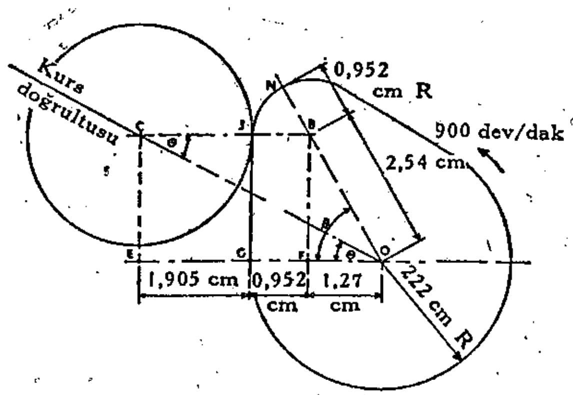
$$f = \omega^2 r \left[\cos\theta_1 + \frac{rL^2 \cos 2\theta_1 + r^3 \sin^4\theta_1}{L^2 - r^2 \sin^2\theta_1)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

N değme noktasında $\theta_1 = 0°$ olduğu zaman

$$f_1 = -\omega^2 r\left[1 + \frac{r}{L}\right] = -900\,\pi^2 \times 2{,}54\left[1 + \frac{2{,}54}{2{,}857}\right]$$

$$= -42620 \text{ cm/sn}^2 = 426{,}2 \text{ m/sn}^2$$

J değme noktasında $\theta_1 = 31°57'$ olduğu zaman,



Şekil: 12.8

$$f_2 = -900\,\pi^2 \times 2{,}54 \left[0{,}8485 + \frac{(2{,}54 \times 8{,}162 \times 0{,}4399) + (16{,}38 \times 0{,}0784)}{(8{,}16 - 6{,}45 \times 0{,}28)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$= -900\,\pi^2\,[2{,}155 + 1{,}649]$$

$$= -33789{,}6 \text{ cm/sn}^2 = -337{,}896 \text{ m/sn}^2$$

Görülebileceği gibi itici (makara), burun üzerinde N ve J noktaları arasında değerek yay kuvvetine karşı yükseliyor. O zaman bu hareket yayı için f negatiftir, yani itici bir yavaşlatma ivmesi ile karşı karşıyadır. Bu nedenle eğer $M = \frac{W}{g}$ = valf, itici ve makaranın kütlesi ise, o zaman aşağı doğru bir yavaşlatma kuvveti $P = \frac{W}{g}$ f oluşacaktır. Buna karşılık yukarı doğru etkiyen $P = \frac{W}{g}$ f atalet kuvveti ortaya çıkacaktır. Bu nedenle atalet kuvvetini yenmek için bir yay kuvvetine gerek vardır. Böylece iticinin kamdan uzaklaşmaya çalıştığı JN değme yayı boyunca kam-la makara arasındaki ilişki sağlanıyor.

O zaman, N konumunda gerekli olan minimum yay kuvveti S_1

= atalet kuvveti $P_1 - W = \frac{W}{g}\, f_1 - W$

Bu nedenle $S_1 = \left(\frac{0{,}73}{9{,}81} \times 426{,}2\right) - 0{,}73 = 30{,}98$ kg

Aynı şekilde, J konumunda gerekli olan minimum yay kuvveti

$$S_2 = \left(\frac{0{,}73}{9{,}81} \times 337{,}896\right) - 0{,}73 = 24{,}4 \text{ kg}$$

Şimdi J ve N konumlarındaki gerçek yay kuvveti farkı

dS = yay sabiti × x mesafesi olacaktır.

burada x = toplam yükselme $- y = 1{,}27 - OE\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right)$ cm

$\theta = 28°\,3'$; $\cos\theta = 0{,}8825$; $OE = 4{,}127$ cm

Bu nedenle $x = 1{,}27 - 4{,}127\,(1{,}1331 - 1) = 0{,}72$ cm

ve $dS = 7{,}14 \times 0{,}72 = 5{,}14$ kg.

(Problemler 12, No. 1'deki (1) nci eşitlikte y için yazılan ifadeye dikkat ediniz).

Bu nedenle araştırma ile görülebileceği gibi N'deki gerçek yay kuvveti 30,98 kg; ve J deki ise $30{,}98 - 5{,}14 = 25{,}84$ kg olup S_2 için hesaplanan gerekli minimum yay kuvveti 24,4 kg dan daha büyüktür.

O zaman, iş süreci boyunca makara ile kam arasındaki ilişkiyi sağlayacak minimum yay kuvveti G konumunda kendini gösterir. Böylece

Minimum yay kuvveti = N deki yay kuvveti — yay sabiti × yükselme

$= 30{,}98 - (7{,}14 \times 1{,}27) = 21{,}9$ kg.

Görülebileceği gibi OBC bir sürgü-krank bağlantısını teşkil ediyor. Bu nedenle f'nin değerini grafik olarak ivme diyagramından bulabiliriz.

$\theta_1 = 31°57'$ olduğu zaman Şekil 12.9'u ele alalım.

Şimdi $v_{B-O} = v_{B-C} + v_{C-O}$

Böylece $\overrightarrow{ob} = \overleftarrow{cb} + \overleftarrow{oc} = \overleftarrow{oc} + \overleftarrow{cb}$

$\overrightarrow{ob} = \omega \,.\, OB = 30\pi \times 2{,}54 = 239{,}4$ cm/sn.

Şekil 12.9 hız diyagramını gösteriyor, buradan

$\overleftarrow{cb} = 228$ cm/sn.

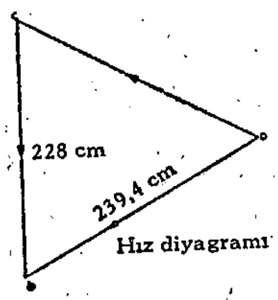
Ayrıca $A_{B-O} = A_{B-C} + A_{C-O}$

Buradan $\quad \underrightarrow{c_1b_1} = \underleftarrow{c_1b_1} + \underleftarrow{o_1c_1} = \underleftarrow{o_1c_1} + \underleftarrow{c_1b_1}$

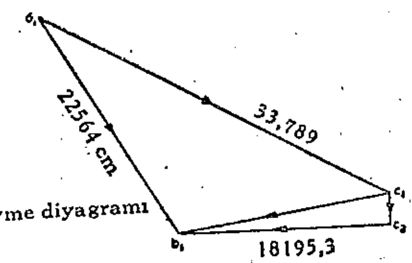
$$\text{Merkezcil ivme B-O} = \frac{(ob)^2}{OB} = \frac{(239{,}4)^2}{2{,}54}$$
$$= 22564 \text{ cm/sn}^2 = \underrightarrow{o_1b_1}$$

$$\text{Merkezcil ivme B-C} = \frac{(cb)^2}{BC} = \frac{(228)^2}{2{,}857}$$
$$= 18195{,}3 \text{ cm/sn}^2 = \underleftarrow{c_2b_1}$$

Şekil 12.10 ivme diyagramını gösteriyor. Buradan $\underrightarrow{o_1c_1}$ = iticinin ivmesi = — 33789 cm/sn² olup hesaplanan değerle uyuşur.



Şekil: 12.9



Şekil: 12.10

İtici OC yönünde devinirken, ivmenin CO yönünde etkidiğine, bu nedenle iticinin yavaşlatılacağına dikkat ediniz.

4) Bir benzin motorunun kam mili, düşey makara, itme çubuğu ve yatay mafsallı kol yardımıyla yüksekteki bir valfı çalıştırıyor. (Şekil 12.11). Valf sapı bileziğine karşı etkiyen bir yay, makara ile kam arasındaki ilişkiyi sağlıyor. Sürgünün hareket doğrultusu kam ekseninden geçiyor.

Hareket eden parçaların ağırlığı şöyledir: makara ve itme çubuğu, 0,158 kg; yatay kol 0,181 kg; valf, 0,680 kg. Yatay mafsallı kolun itme çubuğu tarafındaki kısmının boyu, 2,54 cm, ve valf tarafındaki 3,175 cm dir. Yatay kolun dönme eksenine göre atalet yarıçapı 1,905 cm dir.

Kamın, 2,54 cm çaplı temel dairesi; düz kenarları, 0,635 cm yarıçaplı burnu ve 0,635 cm yükselmesi vardır. Sürgü üzerindeki makara 1,27 cm çaplıdır.

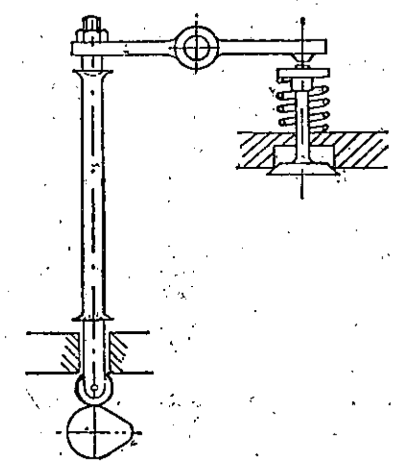
Kam mili 2000 dev/dak ile dönerken valf maksimum açıklığa eriştiği an sürgüyü kamla ilişkide tutmak için gerekli yay kuvvetini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 12.11 deki çizimden anlaşılacağı gibi, kam burnu düşey olarak en üst konumda iken valf en büyük açıklığa sahiptir. Bu nedenle Şekil 12.2 den, D = 2,54 cm; d = 1,27 cm, a = 0,635 cm; BC = L = 1,27 cm; $OB = r = \frac{1}{2}$ D + yükselme — a = 1,27 + 0,635 — 0,635 = 1,27 cm.

Şekil 12.11 de maksimum valf açıklığı için $\theta_1 = 0°$,

$\omega = \frac{2000}{60} \times 2\pi = \frac{200}{3}\,\pi$ rad/sn, o zaman sayfa 563 deki eşitlik (3) den, $\theta_1 = 0°$ olduğu zaman, sürgü ve itme çubuğunun ivmesi

$$f = -\omega^2 r\left[1 + \frac{r}{L}\right] = \frac{40000}{9}\,\pi^2 \times \frac{1{,}27}{100}\left[1 + \frac{1{,}27}{1{,}27}\right]$$
$$= -1114{,}1 \text{ m/sn}^2 \text{ (düşey olarak aşağı doğru etkiyor)}$$



Şekil: 12.11

Bu nedenle, sürgü ve itme çubuğuna bağlı atalet kuvveti P_1

$$= \text{sürgü ve itme çubuğunun kütlesi} \times f$$
$$= \frac{W_1}{g} \times f = \frac{0{,}158}{9{,}81} \times 1114{,}1$$
$$\cong 18 \text{ kg ve düşey olarak yukarı doğru etkiyor.}$$

Valfın çizgisel ivmesi $f_0 = f \times \frac{y}{x} = 1114{,}1 \times 1{,}25$

$$= -1392{,}6 \text{ m/sn}^2$$

S = gerekli yay kuvveti; w_2 = valfın ağırlığı = 0,068 kg olsun.

P_2 = valfa bağlı atalet kuvveti

$$= \frac{W_2}{g} \cdot f_0 = \frac{0{,}068 \times 1392{,}6}{9{,}81} = 9{,}65 \text{ kg.}$$

$$\alpha = \frac{f}{x} = \frac{1114{,}1 \times 100}{2{,}54} = 43862 \text{ rad/sn}^2$$

= mafsallı kolun arısal ivmesi

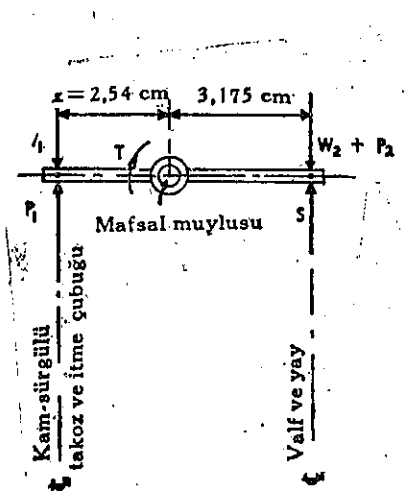
$I = \frac{W_3}{g} k^2$ = mafsallı kolun kütle atalet momenti

$T = I \cdot \alpha$ = kol üzerindeki atalet torku

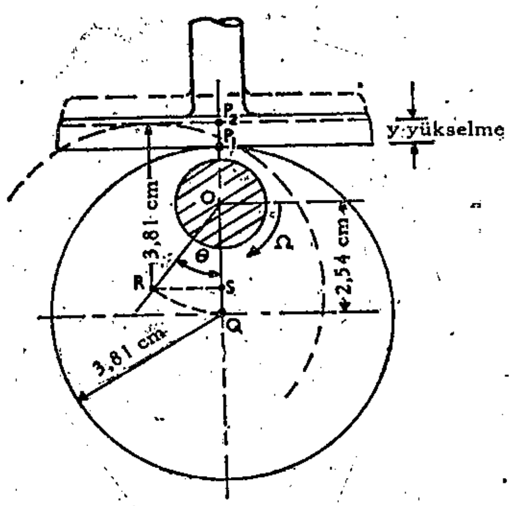
Mafsal muylusuna göre moment alırsak, o zaman

$$(P_1 - W_1)\, x + I \cdot \alpha = [S - (W_2 + P_2)] \cdot y$$

$$(18 - 0{,}158)\, 2{,}54 + \frac{0{,}181}{9{,}81} \cdot \frac{(1{,}9905)^2}{100} \cdot 43862 = [S - (0{,}068 + 9{,}65)]\, 3{,}175$$



Şekil: 12.12



Şekil: 12.13

Sürgüyü kamla temasta tutmak için gerekli yay kuvveti

$$S = 33{,}24 \text{ kg.}$$

5) Bir kamın profili, merkezi kam mili ekseninden 2,54 cm kaçık olan bir daire şeklindedir. İticinin kamla temasta olan ucu düz ve yatay bir düzlemdir ve iticinin hareket doğrultusu düşey olup, mil ekseninden geçiyor. İticinin ağırlığı 2,268 kg dır ve katsayısı 3,57 kg/cm olan bir yayla aşağı doğru bastırılıyor. En alt konumda yay kuvveti 4,536 kg dır.

(a) yükselme başlangıcından itibaren ölçülen dönme açısı cinsinden, iticinin ivmesi ile ilgili olarak bir ifade çıkarınız.

(b) Kam mili hızı yavaş-yavaş artırılırsa, bir değere erişildiğinde itici kam yüzeyinden yükselmeye başlar. Bu durum için kam mili hızını bulunuz.

ÇÖZÜM : (a) dairenin çapı tanımlanmadığı için 7,62 cm çapında olacağını varsayalım.

Şekil 12.13 de, dolu çizgilerle kamın en alt konumu, kesik çizgilerle de θ açısı kadar döndüğü zamanki konumu gösteriliyor.

Şimdi, $P_1P_2 = y$ = yükselme

Buradan

$$y = QP_2 - QP_1 = RO\,(1 - \cos\theta) + 3{,}81 - 3{,}81 = QO\,(1 - \cos\theta)$$
$$= 2{,}54\,(1 - \cos\theta) \;\ldots\; (QO = RO = 2{,}54 \text{ cm})$$

ayrıca görülebileceği gibi dairenin çapı y'nin değerini etkilemez.

Şimdi, iticinin hızı $v = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \Omega \sin\theta$ cm/sn.

Bu nedenle iticinin ivmesi f şöyle verilir.

$$f = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \Omega^2 \cos\theta \text{ m/sn}^2$$

burada $\theta = \frac{d\theta}{dt}$ = kam milinin açısal hızı

(b) W = iticinin ağırlığı = 2,268 kg,

s = yay sabiti = 3,57 kg/cm ve

S_1 = en alt konumdaki yay kuvveti = 4,536 kg olsun.

$$\text{ivmelendirme kuvveti } F = \frac{W}{g}\ f = \frac{2{,}268}{9{,}81\times100}\ \Omega^2\cos\theta \text{ kg}$$

$$= 0{,}00231\ \Omega^2\cos\theta \text{ kg.}$$

Şimdi θ'nın her hangi bir değeri için, yay kuvveti, iticinin ağırlığı ve ivmelendirme kuvvetinin cebirsel toplamı = kam ve itici arasındaki düşey tepki olup; bu tepki sıfır olduğu zaman, itici kamdan ayrılmaya başlayacaktır. Bu nedenle

$$S_1 + s\,.\,y + W + 0{,}0023\ \Omega^2\cos\theta = 0$$

$$4{,}536 + 3{,}57\times2{,}54\ (1 - \cos\theta) + 2{,}268 + 0{,}00231\ \Omega^2\cos\theta = 0$$

$$0{,}00231\ \Omega^2\cos\theta = 9{,}068\cos\theta - 15{,}872$$

$$\Omega^2 = 3925{,}5 - 6871\ \sec\theta$$

$\sec\theta \gtreqless \pm1$ olduğu için, Ω^2 nin en küçük değeri $\theta = 180°$ olduğu zaman ortaya çıkar, buradan

$$\Omega^2 = 3925{,}5 - (-6871) = 10796{,}5$$

Bu nedenle elde edilebilir maksimum kam mili hızı

$$N = \frac{\Omega\times60}{2\pi} = \frac{60}{2\pi}\ \sqrt{10796{,}5} = 992 \text{ dev/dak.}$$

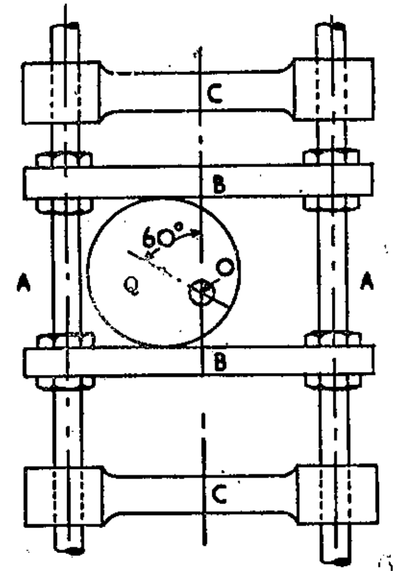
6) Şekil 12.14 de görülen düzende, sabit CC kayıtları içerisinde kayan paralel ve düşey AA kolları BB çubukları ile bağlanıyor.

Kollar ve çubuklara O ekseni etrafında dönen ve dış çerçevesi daire şeklinde olan bir kamla ileri-geri devim yaptırılıyor. Kam çapı 10,16 cm ve kurs boyu 5,08 cm dir. Görülen konumdaki 120 dev/dak lık hız için,

(a) Devinen A ve B parçalarının hızını,

(b) Üst çubuk ve kam arasında oluşan kayma hızını

(c) Eğer üst çubukla kamın değme noktasındaki düşey kuvvet 9,07 kg, ve buradaki sürtünme katsayısı 0,12 ise, kamı döndürmek için O ekseni etrafında uygulanması gereken torku bulunuz.



Şekil: 12.14

ÇÖZÜM : 10,16 cm çaplı kamın merkezi Q olsun.

θ = OQ'nün alt düşey eksenle saat yönünde ölçülen açısal yer değiştirme miktarı

$$QO = \text{yarım kurs} = \frac{1}{2}\times5{,}08 = 2{,}54 \text{ cm}$$

y, v ve f = A (ve B) çubuklarının sırasıyla düşey çizgisel yer değiştirme miktarı, hızı ve ivmesi

$$\Omega = \text{Kamın açısal hızı (diyelim saat yönünde)} = \frac{120}{60}\times2\pi = 4\pi$$

rad/sn.

(a) O zaman Problemler 12, No. 5 te olduğu gibi,

$$y = QO\ (1 - \cos\theta)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = \Omega\,.\,QO\,.\,\sin\theta$$

$$= \frac{dv}{dt} = \Omega^2\,.\,QO\,.\,\cos\theta$$

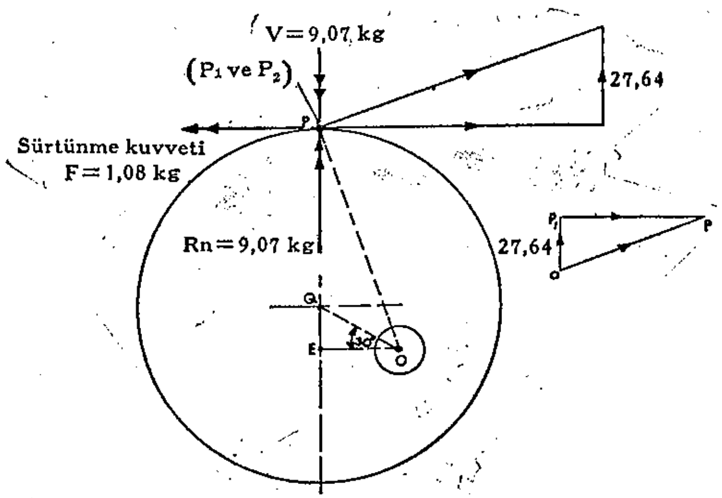
ve Şekil 12.15 de görüldüğü gibi $\theta = 120°$ olduğu zaman

$$v = 4\pi \times 2{,}54 \times 0{,}866 = 27{,}64 \text{ cm/sn}$$

$$f = 16\,\pi^2 \times 2{,}54 \times (-0{,}5) = -200.55 \text{ cm/sn}^2 \text{ (yavaşlatma)}$$

(b) Şekil 12.15 den görülebileceği gibi

$v_{P-O} = \underleftarrow{op} = \Omega \, . \, OP$ hızı iki bileşene ayrılabilir, yatay hız bileşeni $\underrightarrow{p_1p}$; ve düşey hız bileşeni $\underleftarrow{op_1} = v = 27{,}64$ cm/sn, ayrıca $\underleftarrow{op} = \Omega \, . \, OP$, o zaman, PEO üçgeni opp_1 üçgenine benzer olduğu için $v = \Omega \, . \, OE$ ve kayma hızı



Şekil: 12.15

$$v_s = \underrightarrow{p_1p} = \Omega \, . \, PE = \Omega \,(PQ + OQ \sin 30°)$$

$$= 4\pi \,[5{,}08 + (2{,}54 \times 0{,}5)]\text{ cm/sn} = 79{,}8 \text{ cm/sn}$$

(c) Sürtünme kuvveti F = sürtünme katsayısı × P deki normal tepki $R_n = 0{,}12 \times 9{,}07 = 1{,}08$ kg.

Kamı O ekseni etrafında döndürmek için gerekli tork

$$T = F \, . \, PE + V \, . \, OE \; .... \; (V = R_n = 9{,}07 \text{ kg})$$
$$= (1{,}08 \times 6{,}35) + (9{,}07 \times 2{,}54 \times \cos 30°) = 26{,}80 \text{ kg-cm}$$

T'nin değerini değişik bir yol olan iş ilkesi ile aşağıda olduğu gibi buluruz,

T'nin bir saniyede yaptığı iş = iticiyi aşağı doğru iterken bir saniyede yapılan iş + sürtünmeyi yenmek için bir saniyede yapılan iş.

Bu nedenle $\quad T \, . \, \Omega = (9{,}07 \times \underrightarrow{op_1}) + (F \times \underrightarrow{p_1p})$

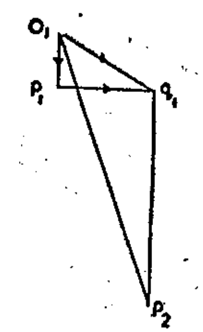
$$4\pi\, T = (9{,}07 \times 4\pi \times 2{,}54 \times 0{,}866) + (1{,}08 \times 25{,}4\,\pi)$$

$$T = 26{,}80 \text{ kg-cm yukarıda olduğu gibi}$$

7) Bundan önceki problemde ,yalnızca üst çubukla kamın değme noktasında bulunan kayma ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜM : P_1 ve P_2 noktaları değme noktası P ile çakışmış olsun ve P_1, B çubuğu üzerinde, P_2 de dairesel kam üzerinde bulunsun.

Şimdi,



Şekil: 12.16

Merkezcil ivme $P_2 - O = \Omega^2 \, . \, OP_2 = \underrightarrow{o_1p_2}$

Merkezcil ivme $P_2 - Q = \Omega^2 \, . \, QP_2 = \underrightarrow{q_1p_2}$

Merkezcil ivme $Q - O = \Omega^2 \, . \, OQ = \underrightarrow{o_1q_1}$

İticinin dünyaya göre rölativ ivmesi

$A_p = f = -200{,}55 \text{ cm/sn}^2 = \underrightarrow{o_1p_1}$

$\underrightarrow{o_1p_2}$'yi PO yönünde; $\underrightarrow{o_1p_1}$'i düşey olarak aşağı doğru ve $\underrightarrow{q_1p_2}$'yi PQ yönünde çiziniz ve son olarak da $\underrightarrow{p_1q_1}$'i yatay olarak $\underrightarrow{q_1p_2}$ vektörünü q_1 noktasında kesinceye kadar uzatınız.

O zaman Şekil 12.15 ve 12.16'nın geometrisinden

$$\begin{aligned} \overrightarrow{p_1q_1} &= \overrightarrow{o_1p_1} + \cot 30^\circ = f \cot 30^\circ \\ &= 20{,}32\,\pi^2 \times 1{,}732 \text{ cm/sn}^2 \\ &= 347{,}4 \text{ cm/sn}^2 \\ &= \text{kaymanın ivmesi} \end{aligned}$$

$\overrightarrow{p_1q_1}$ kayma ivmesini analitik metodla değişik olarak şöyle buluruz:

Sayfa 580 de Şekil 12.13 ve 12.15'le ilgili olarak,

$v_s = p_1p = \Omega \,.\, PE = \Omega\,(PQ - OQ \cos\theta)$ olarak veriliyor.

Bu nedenle kayma ivmesi

$$\begin{aligned} f_s &= \frac{dv_s}{dt} \\ &= \Omega^2 \,.\, OQ \sin\theta \\ &= (4\pi)^2 \times 2{,}54 \times \sin 120^\circ \\ &= 347{,}4 \text{ cm/sn}^2. \end{aligned}$$ (ve yukarıda olduğu gibi.)

8) Yükselme miktarı 1,90 cm olan düz uçlu bir iticiyi çalıştıran dış bükey yanaklı bir kamın, temel dairesi yarıçapı 3,81 cm ve burun yarıçapı 1,01 cm dir. Kam, burun yayı merkezi ile kam mili merkezinden geçecek şekilde çizilen bir doğruya göre simetriktir. Eğer kamın toplam etkime açısı 120° ise, dış bükey yanakların yarıçapını ve kam mili hızı 500 dev/dak olduğu zaman; maksimum hız, maksimum ivme ve maksimum yavaşlatma ivmesini bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 12.17 ile ilgili olarak

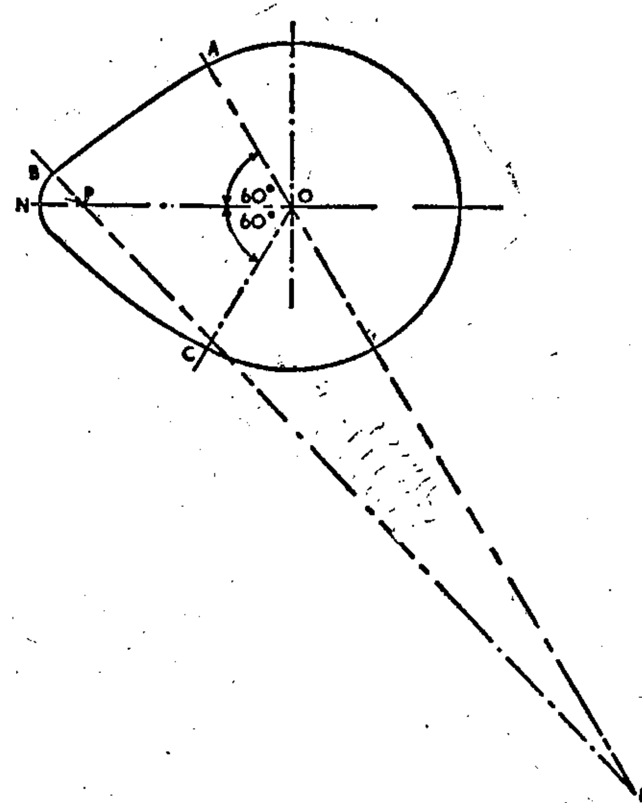
OA = temel daire yarıçapı = 3,81 cm; PB = burun yarıçapı = 1,01 cm

∢ AOC = kamın toplam etkime açısı = 120°

∢ AON = ∢ CON = 60°; P, burun merkezi

OP = temel daire yarıçapı + yükselme — burun yarıçapı
= 3,81 + 1,90 — 1,01 = 4,70 cm

Şimdi AB dış bükey eğrisi temel daireye A, buruna da B noktasında teğetdir. Bu nedenle AB yayının merkezi, AO ve BP uzantılarının kesiştiği E noktasındadır.



Şekil: 12.17

O halde BP + PE = AO + OE = BE = AE

Buradan 1,01 + PE = 3,81 + OE

POE üçgeninde ∢ POE = 120°; OP = 4,70 cm; PE = 2,8 + OE

O zaman cosinüs kaidesini uygularsak,

$$PE^2 = OP^2 + OE^2 - 2OP \,.\, OE \cos 120^\circ$$

$$(2{,}8 + OE)^2 = 4{,}70^2 + OE^2 - 2 \times 4{,}70 \times OE \times (-0{,}5)$$

$$7{,}84 + 5{,}6\,OE + OE^2 = 22{,}09 + OE^2 + 4{,}70\,OE$$

$$OE = \frac{14{,}25}{0{,}9} = 15{,}83 \text{ cm}$$

Bu nedenle

dış bükey yanakların yarıçapı $= AE = AO + OE = 3{,}81 + 15{,}83$
$= 19{,}64$ cm.

İtici ile dış bükey yanaklar arasındaki değme noktası, Şekil 12.18. Kamın saat yönündeki dönüşü için kolaylık sağlaması bakımından, kamın sabit, buna karşılık iticinin saatin ters yönünde θ açısı kadar döndüğünü varsayalım. Bu durumda değme, D noktasında olacaktır. İtici, kam yükselmesinin tabanında olduğu zaman değme noktası A dır.

ED'yi birleştirin ve OV kurs doğrultusu eksenini ED'ye paralel ve O merkezinden geçecek şekilde çiziniz. O noktasından ED üzerine OH dikmesini çiziniz. OV'yi J noktasında kesecek olan OA yarıçaplı AJ yayını çiziniz. İticinin düşey yer değiştirmesi şu eşitlikle verilir:

$y = JK$ (Burada K, itici üzerindeki A noktasına karşılıktır)

$= OK - OJ = HD - AO$

Şimdi $HD = ED - EH = OE + AO - OE \cos\theta$

Buradan $HD - AO = OE\,(1 - \cos\theta)$

ve $y = OE\,(1 - \cos\theta)$ (1)

Bu nedenle iticinin düşey hızı,

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \Omega \,.\, OE \sin\theta \qquad (2)$$

ve iticinin düşey ivmesi

$$f = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \Omega^2 \,.\, OE \,.\, \cos\theta \qquad (3)$$

Şimdi burada $\theta = \beta$ olduğu zaman maksimum hız ortaya çıkar.

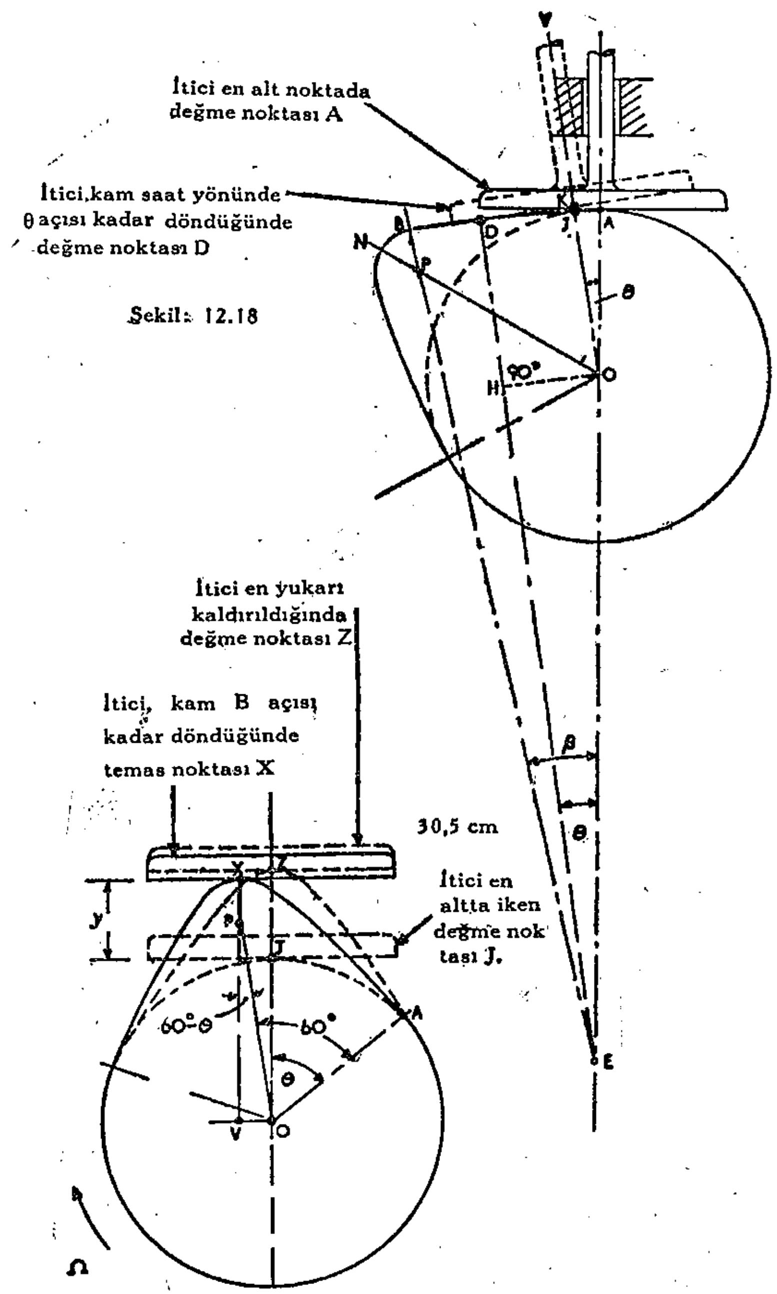
Bu nedenle $v_{max} = \Omega \,.\, OE \,.\, \sin\beta$ (4)

PED üçgenini gözönüne alıp sinüs kaidesini uygularsak,

$$\frac{EP}{\sin \sphericalangle EOP} = \frac{OP}{\sin\beta}$$

$$\sin\beta = \frac{OP \,.\, \sin 120^\circ}{EP} = \frac{4{,}70 \times 0{,}866}{19{,}64 - 1{,}01} = 0{,}2184$$

$$\beta = 12^\circ 36'$$



Şekil: 12.18

Şekil: 12.19

Eşitlik (4) den

$$v_{max} = \frac{500}{60} \times 2\pi \times 15{,}83 \times 0{,}2184$$
$$= 181 \text{ cm/sn} = 1{,}81 \text{ m/sn}$$

Eşitlik (3) den, $\theta = 0°$ olduğu zaman, yani yükselme başlangıcında f_{max} ortaya çıkar. O zaman

$$f_{max} = \Omega^2 \, . \, OE = \left(\frac{500}{60} \times 2\pi\right)^2 \times \frac{15{,}83}{100} \text{ m/sn}^2$$
$$\cong 434 \text{ m/sn}^2 = \text{maksimum ivme}$$

İtici ve burun arasındaki değme, Şekil 12.19.

Kam saat yönünde θ açısı kadar dönmüş olsun. Burada değme noktası X dir. İtici kam yükselmesinin en üst noktasında olduğu zaman değme noktası Z olur.

İtici kam yükselmesinin tabanında olduğu zaman değme noktası J dedir

XP'yi kurs doğrultusu OZ'ye paralel ve düşey olarak çiziniz ve XP yi V'ye kadar uzatınız. Burada OV, XPV'ye diktir.

Temel dairesi, OZ'yi J noktasında kesmiş olsun.

Şimdi iticinin düşey yer değiştirme miktarı şöyle bulunur.

$$y = VX - OJ = VP + PX - OA = OP \cos(60° - \theta) + PX - OA$$
$$= OP \cos(60° - \theta) + 1{,}01 - 3{,}81 = OP \cos(60° - \theta) - 2{,}8 \qquad (5)$$

Bu nedenle

$$\text{hız } v = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \Omega \, . \, OP \sin(60° - \theta) \qquad (6)$$

ve $$\text{ivme } f = \frac{dv}{dt} = -\Omega^2 \, . \, OP \cos(60° - \theta) \qquad (7)$$

ve burada f, yavaşlatma ivmesidir.

(5), (6) ve (7) nolu eşitlikler şu değme sınırları arasında geçerlidir,

$$\theta = 12°36' \text{ ile } 60° \text{ arası,}$$

Araştırma ile; maksimum yavaşlatma ivmesinin $\theta = 60°$ olduğu zaman, yani yükselmenin en üst noktasında ortaya çıktığı bulunur.

Bu ndenle maksimum yavaşlatma ivmesi

$$f_{max} = \left(\frac{500}{60} \times 2\pi\right)^2 \times \frac{4{,}70}{100} = 128{,}85 \text{ m/sn}^2$$

9) Eğer problem 12-8 deki valf, yay ve sürgülü iticinin atalet etkisi, sürgü üzerinde toplanmış 1,134 kg lık bir kütleninkine eşitse, ivmelendirilmiş kütlelerin kam mili üzerindeki maksimum atalet torkunu bulunuz.

ÇÖZÜM : Şimdi, ivmelendirme kuvveti = kütle × pozitif ivme. Bu nedenle Şekil 12.18'le ilgili olarak, ED yönünde etkiyen kuvvet

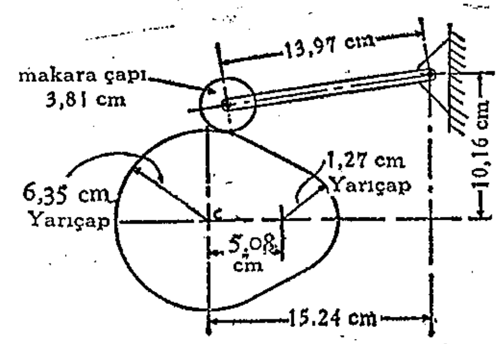
$$F = \frac{W}{g} \; f = \frac{W}{g} \, . \, \Omega^2 \, . \, OE \, . \cos\theta$$

Atalet kuvveti $F = \frac{W}{g} \, . \, \Omega^2 \, . \, OE \, . \cos\theta$ olup DE yönünde etkiyor.

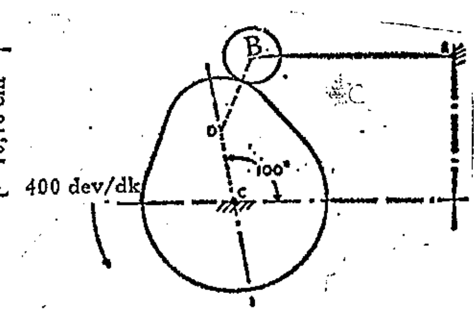
ve Atalet torku $T = F \, . \, OH = F \, . \, OE \sin\theta$

$$= \frac{W}{g} \, . \, \Omega^2 \, . \, OE^2 \, . \sin\theta . \; \cos\theta$$
$$= \frac{W}{2g} \, . \, \Omega^2 \, . \, OE^2 \, . \sin 2\theta$$

Buna göre maksimum atalet torku; θ maksimum olduğu zaman yani $\theta = 12° \, 36' = \beta$ olduğu zaman ortaya çıkar.



Şekil: 12.20



Şekil: 12.21

Böylece

$$T_{max} = \frac{1,134}{2\times 9,81}\times\left(\frac{500}{60}\times 2\pi\right)^2\times\left(\frac{15,83}{100}\right)^2\times 0,42578$$

$$= 1,690 \text{ kg-m}$$

Herhangi bir problemde $\theta \gtrless 45°$ ise; $\sin 2\theta = \sin 90° = 1$ olduğu için Tork, $\theta = 45°$ olduğu zaman maksimum değerine erişeceğine dikkat ediniz.

10) Şekil 12.20, ucunda makara olan ve kam profili ile devamlı ilişkide olan bir kollu iticiyi çalıştıran kamı gösteriyor. Kam yanakları düz olup, temel daire ve burun dairesine teğettir. Kam C merkezi etrafında 400 dev/dak ile saatin ters yönünde dönüyor.

Kam görülen konuma göre saatin ters yönünde 100° döndüğü zaman, kolun açısal hızını ve açısal ivmesini grafikle veya başka bir metodla hesaplayınız.

Cevap : Şekil 12.20 deki kam ve itici, Şekil 12.21 deki dört ABCD çubuklu bağlantıya kinematik olarak eşdeğerdir. Burada A, B, C ve D sırasıyla kollu itici, makara, kam mili ve kam burnu merkezleridir. Bu bizi ABCD'nin hız ve ivme diyagramlarını kullanacağımız grafik çözüme götürür. (Bkz. Bölüm 6).

Hız diyagramı, Şekil 12.22.

$$v_{D-C} = v_{D-B} + v_{B-A}$$

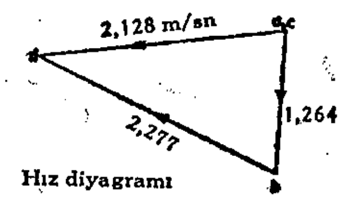
Buradan $\quad \underrightarrow{cd} = \underleftarrow{bd} + \underleftarrow{ab} = \underleftarrow{ab} + \underleftarrow{bd}$

A ve C nin ikisi de sabit merkezler olduğu için, a ve c çakışacaktır.

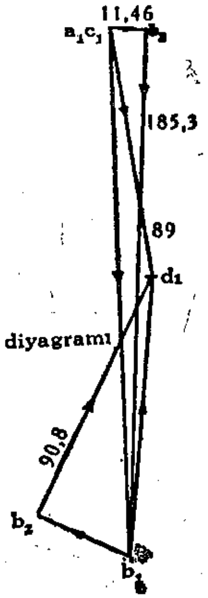
$v_{D-C} = \underrightarrow{cd} = \Omega . CD = \frac{400}{60}\times 2\pi\times\frac{5,08}{100} = 2,128$ m/sn $\underrightarrow{cd}$ yi CD'ye dik olarak; $\underleftarrow{bd}$'yi BD'ye dik olarak ve $\underleftarrow{ab}$ yi de AB'ye dik olarak çizin ve $\underleftarrow{bd}$ yi b noktasında kesinceye kadar uzatın. O zaman Şekil 12.22 den

$$\text{AB nin açısal hızı} = \Omega_{AB} = \frac{\underleftarrow{ab}}{AB} = \frac{1,264\times 100}{13,97} = 9,05 \text{ rad/sn.}$$

İvme diyagramı, Şekil 12.23



Hız diyagramı



İvme diyagramı

Şekil: 12.22

$$A_{D-C} = A_{D-B} + A_{B-A}$$

Bu nedenle $\quad \underrightarrow{c_1d_1} = \underleftarrow{b_1d_1} + \underleftarrow{a_1b_1} = \underleftarrow{a_1b_1} + \underleftarrow{b_1d_1}$

$$\text{Merkezcil ivme D-C} = \frac{(\underrightarrow{cd})^2}{CD} = \frac{(2,128)^2\times 100}{5,08} = 89 \text{ m/sn}^2 = \underrightarrow{c_1d_1}$$

$$\text{Merkezcil ivme D-B} = \frac{(\underleftarrow{bd})^2}{BD} = \frac{(2,277)^2\times 100}{5,71} = 90,8 \text{ m/sn}^2 = \underleftarrow{b_2d_1}$$

$$\text{Merkezcil ivme B-A} = \frac{(\underleftarrow{ab})^2}{AB} = \frac{(12,65)^2\times 100}{13,97} = 11.46 \text{ m/sn}^2 = \underleftarrow{a_1b_3}$$

$\underrightarrow{c_1d_1}$ vektörünü DC yönünde çiziniz, sonra $\underleftarrow{d_1b_2}$'yi BD yönünde $\underleftarrow{b_2b_1}$ i de $\underleftarrow{b_2d_1}$ yönünde çiziniz (b_1 henüz bulunmadı). Bundan sonra $\underleftarrow{a_1b_2}$ vektörünü BA yönünde, ve $\underleftarrow{b_3b_1}$'i de $\underleftarrow{a_1b_3}$'e dik ve $\underleftarrow{b_2b_1}$'i b noktasında kesinceye kadar çiziniz. $\underleftarrow{a_1b}$ ve $\underleftarrow{b_1d_1}$ noktalarını birleştiriniz.

O zaman Şekil 12.23 den :

$$\text{AB'nin açısal ivmesi} = \alpha_{AB} = \frac{\overleftarrow{b_3b_1}}{AB} = \frac{185,3\times 100}{13,97} = 1327 \text{ rad/sn.}$$

11) Bir motorun sübapı bir kam ve sürgülü takoz yardımıyla çalıştırılıyor. Valfın hareket doğrultusu düşeydir fakat kam mili ekseninden geçmeyip 0,635 cm kaçıktır. Sürgülü takozun alt ucuna 1,9 cm çaplı bir makara takılmıştır. Valfın açılması 0,794 mm olup, 50° lik kam dönüşü ve 15° lik bekleme devresinde açık kalıyor ve bundan sonraki 50° de de düşme yapıyor. Dönüşün geri kalan kısmında valf hareketsizdir.

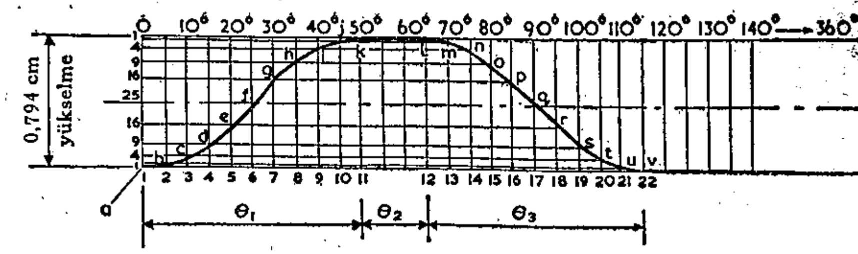
Valfın ivmesi sayısal olarak sabit ve kamın en küçük yarıçapı da 2,222 cm ise kam profilini esas ölçülerinin dört katı büyüklükte çiziniz.

Ayrıca kam mili hızı 500 dev/dak iken, valfın ivmesini ve maksimum hızını bulunuz.

ÇÖZÜM : İlk olarak Şekil 12.24 deki yer değiştirme-zaman grafiği çizilmelidir, ve ivme ve yavaşlatma ivmesi sabit olduğu için, ivme ve negatif ivme devresini kapsayan grafik parabol şeklinde olacaktır. Eğer θ = kamın dönme açısı ise o zaman θ_1, θ_2 ve θ_3 = sırasıyla, kamın yükselme, bekleme ve düşme anındaki dönme açıları olsun.

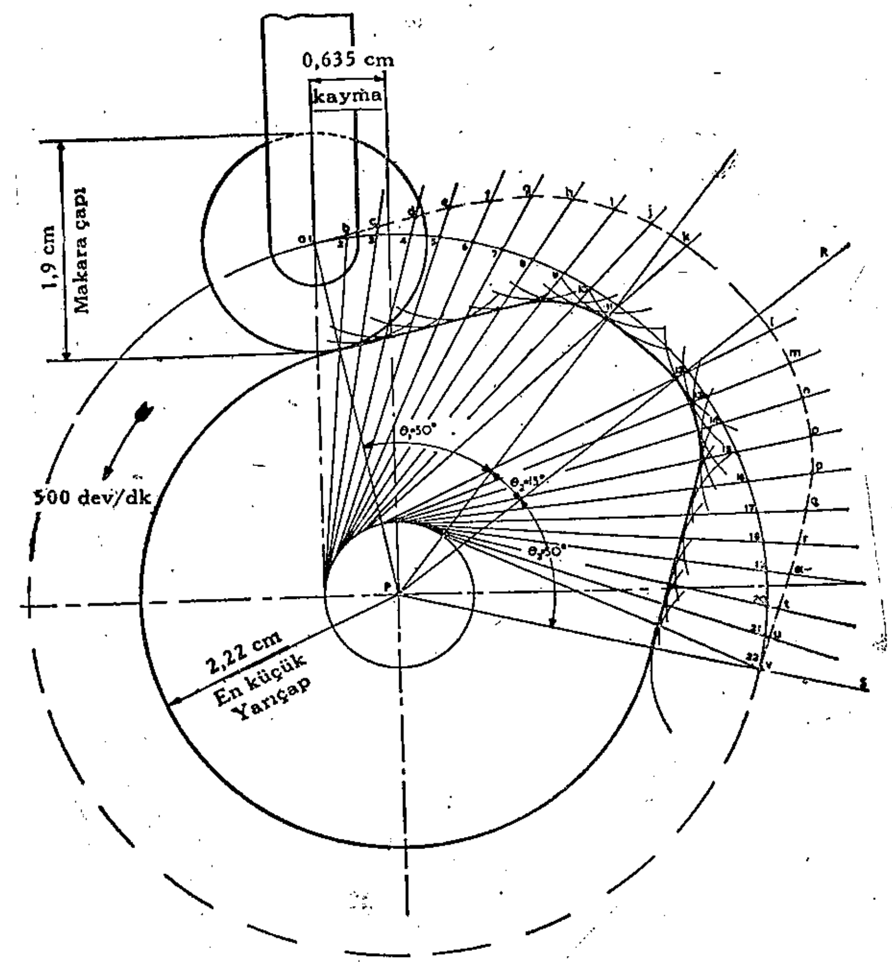
Grafiğin tabanını 5° lik aralıklarla bölün ($\theta = \Omega . t$ ve Ω = kamın sabit açısal hızı olduğu için, θ, t zamanı ile orantılıdır), ve yükselme yarısının her birini 5 parçaya ayırın. Bu parçalar 1^2, 2^2, 3^2, 4^2 ve 5^2 oranındadırlar. Bundan sonra 1, 4, 9, 16 ve 25 nolu bölme noktalarından, ilgili düşey çizgileri kesinceye kadar yatay çizgiler çizin ve kesişme noktalarını birleştirerek parabolü tamamlayınız. Taban 1 den 22'ye kadar numaralanır. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 ve 11 deki düşey yer değiştirme miktarları, yarım valf açıklığı olan 0,397 mm'nin 0, $\frac{1}{25}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{9}{25}$, $\frac{16}{25}$, $\frac{25}{25}$, $\frac{25}{34}$, $\frac{41}{25}$, $\frac{46}{25}$, $\frac{49}{25}$ ve $\frac{50}{25}$ katıdırlar.

Şekil 12.25 deki kam profili için aşağıdaki usul takip edilir: En küçük yarıçapı 2,22 cm olan P merkezli bir daire çizin ve bununla aynı merkezli ve yarıçapı 0,635 cm olan başka bir daire daha çizin. Son çizdiğiniz daireye, kursun düşey doğrultusunu temsil eden bir düşey teğet çiziniz. Düşey teğeti 1 (veya 1'le çakışık a) noktasında kesen P_1 = en küçük yarıçap + makara yarıçapı = 2,222 + 0,953 = 3,175 cm yarıçaplı bir daire



Yer değiştirme - zaman grafiği

Şekil: 12.24



Şekil: 12.25

çiziniz ve 1,9 cm çaplı 1.a merkezli makara dairesini çiziniz. P.1'i referans kabul ederek PQ, PR ve PS radyal doğrularını çiziniz. Burada 1 PQ açısı $= \theta_1 = 50°$, QPR açısı $= \theta_2 = 15°$ ve RPS açısı $= 50°$ dir. PQ, PR ve PS doğruları, P 1 yarıçaplı daireyi 11, 12 ve 22 noktalarında kessin, 1.a-11 yayını 5° lik aralıklarla bölüp yay üzerindeki noktaları 1, 2, 3, 4 ... 10, 11 diye numaralandıralım, aynı şekilde 12-22 yayını da 5° lik parçalara ayırıp 12, 13, 14 ... 21 ve 22 diye numaralandıralım.

2 nolu noktadan, 0,635 cm yarıçaplı kaçık daireyi temsil eden daireye bir teğet çizin ve bu doğru üzerinde b noktasını $b.2 = \frac{1}{25} \times$ yarım-açılış olacak şekilde işaretleyin. 3 nolu noktadan kaçık daireye teğet çizin ve teğet üzerinde $c.3 = \frac{4}{25} \times$ yarım-açılış olacak şekilde C noktasını işaretleyin. Aynı işleme 4, 5, 6, 7, ... 20, 21 ve 22 nolu noktalar için devam ederek d, e, f, g, ... t, u ve v noktalarını bulun. kl yayı, yarıçapı $= P.1 + 0{,}794$ cm olan çemberin bir parçası olacaktır.

a, b, c, d, ... s, t, u ve v noktalarından geçecek bir eğri çiziniz. Bu eğri kamın $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3$ açısı kadar dönmesine karşılık, makara merkezinin yörüngesini verecektir. a, b, c, d, ... s, t, u ve v merkezli ve makara yarıçapında yaylar çizin ve bu yaylara değecek düzgün bir yay çizerek, kam yükselmesi, bekleme ve düşmeyi veren eğri ile geri kalanı 2,222 cm yarıçaplı temel dairesinden oluşan kam profilini tamamlayın.

Şimdi $\quad \Omega =$ kamın açısal hızı $= \frac{500}{60} \times 2\pi = \frac{50\,\pi}{3}$ rad/sn dir.

$t =$ yükselme zamanı $=$ kamın $\theta_1 = \frac{50}{180}\pi$ radyanlık dönme açısı ve

$h =$ yükselme $= 0.794$ cm olsun.

İvme ve negatif ivme sabit olduğu için

$$h = \text{ortalama hız} \times \text{zaman} = \frac{1}{2}\ \text{maksimum hız} \times \text{zaman}$$

$$= \frac{1}{2}\ V.t$$

fakat $\quad \theta_1 = \Omega . t$ veya $t = \frac{\theta_1}{\Omega}$ olduğu için

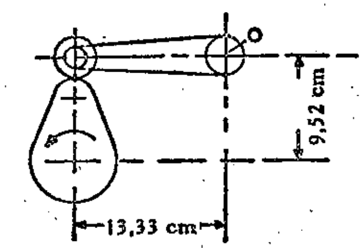
$$V = \frac{2h}{t} = \frac{2h\,\Omega}{\theta_1} = \frac{2 \times 0{,}794}{50\,\pi} \times \frac{50\,\pi}{3} \times 180$$

$$= 95{,}28\ \text{cm/sn} = \text{iticinin maksimum hızı}$$

İticinin ivme kazanması yükselmenin ilk kısmına rastlayıp, toplam olarak $\frac{1}{2}$ t sn. aldığı için,

$$\frac{h}{2} = u\left(\frac{1}{2}\,t\right) + \frac{1}{2}\,f\left(\frac{t}{2}\right)^2 \ldots (u = \text{iticinin başlangıç hızı} = \text{sıfır})$$

Bu nedenle $\quad h = \frac{1}{4}\ f\,t^2$ olur.



Şekil: 12.26

Böylece iticinin ivmesi

$$f = \frac{4h}{t^2} = \frac{4h\,\Omega^2}{\theta_1^2} = \frac{4 \times 0{,}794}{2500\,\pi^2} \times \frac{2500\,\pi^2}{9} \times (180)^2$$

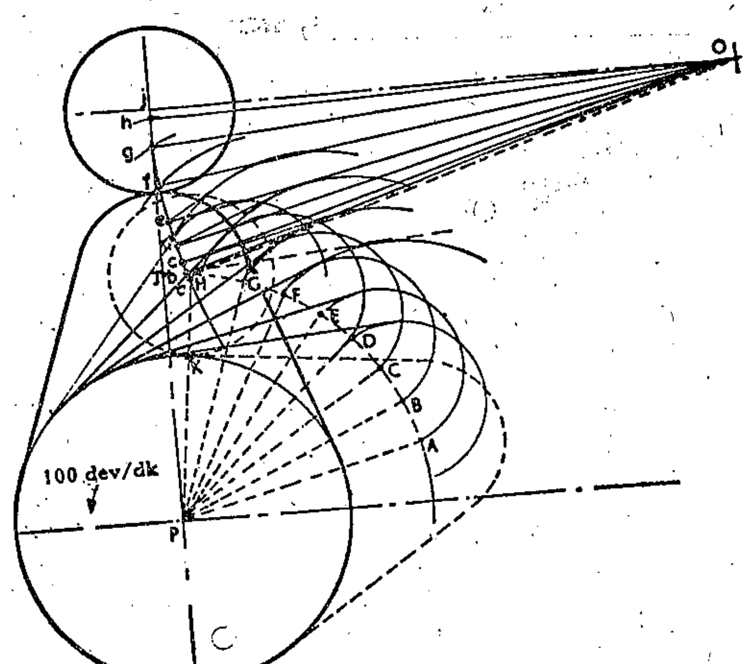
$$= 11433\ \text{cm/sn}^2 = 114{,}33\ \text{m/sn}^2$$

12) Şekil 12.26 da makaralı iticisi olan bir kam görülüyor. Makara çapı 3,81 cm olup, O noktasında mafsallanmış bir kol üzerinde bulunuyor. Kamın temel ve burun daireleri yarıçapı sıra ile 3,81 ve 1,9 cm olup, bunların merkezler arası uzaklığı 5,72 cm dir. Kam yanakları düz olup iki daireye de teğetdir.

Kamın en alt konumdan en üst konuma kadar yükselme peryoduna karşılık, kolun açısal yer değiştirmesini gösteren bir eğri çiziniz. Kamın 20° lik dönüşünü 2,54 cm ile, kolun 5° lik dönüşünü de 2,54 cm ile gösteriniz. Eğer kam 100 dev/dak lık düzgün bir hızla dönüyorsa, yükselme devresinde kolun rad/sn cinsinden maksimum açısal hızı ne olur?

ÇÖZÜM : Şekil 12.27 ile ilgili olarak ilk önce şekli, OJ nin yatay olarak durduğu maksimum yükselme konumunda çiziniz. P ve J kam mili ve kam burnu merkezleri olsun. O zaman sağ üst bölgede PJ = 5,72 cm yarıçaplı bir yay çiziniz. Sonra ilk yayı a noktasında kesen 13,33 cm yarıçaplı başka bir yay çiziniz. Da ve Pa'yı birleştirin ve Pa temel daireyi K noktasında kessin. K noktasından bir teğet çizin, bu teğet, kamın yükselme başlangıcındaki yanağı olacaktır. Sonra bu teğete 1,9 cm uzakta olan ve JA yayını A noktasında kesen bir paralel çizin. A, kam burnunun merkezi olduğu için, kam profilini kamın yükselme başlangıcında çizebiliriz.

AP'yi birleştirin ve APJ açısını (78° olarak ölçülüyor) 8° lik HPJ açısı hariç olarak 10° lik aralıklarla bölün. Kamın AP referans eksenine göre ölçülen açısal yer değiştirme miktarı θ'nın değişik değerlerine göre tesbit edilen burun merkezleri A, B, C, D, ... G, H ve J olsun.



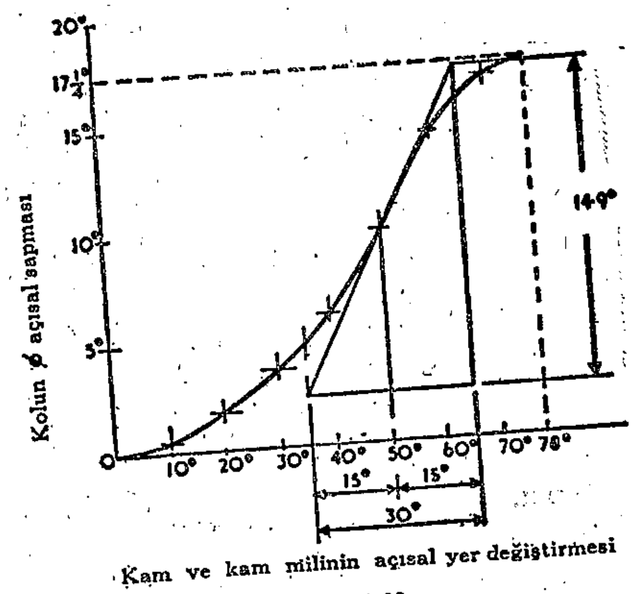
Şekil: 12.27

B merkezli ve 1,9 cm yarıçaplı kam burnunu çiziniz ve bu burun konumu ile temel daireye üstten bir ortak teğet çiziniz. Sonra 1,9 cm ötede bu teğete paralel ve aj yayını b noktasında kesecek olan bir doğru çiziniz. O zaman b, kam ekseni BP konumunda iken makara merkezi olacaktır. aj yayı üzerinde ilgili makara merkezi konumları c, d, e ve f,yi bulmak için aynı işlemi C, D, E ve F merkezleri için tekrarlayınız.

GP, HP ve JP konumları için makara kam burnu ile temas ediyor, buna karşılık AP, BP ... ve FP konumları için makaar kam yanağı ile temas etmektedir. Buradan G merkezli ve 3,81 cm yarıçaplı (= makara yarıçapı + burun yarıçapı) bir yay çizerek aj yayını g noktasında kestirin. Aynı şekilde H merkezli ve 3,81 cm yay ile de aj yayını h noktasında kesiniz.

Oa, Ob, Oc ... Oh ve OJ yi birleştirin. O zaman Oa, kolun ∅ açısal yer değiştirmesi veya yükselmesinde referans hattı olacaktır.

Şekil 12.27 den alınan ölçülerle aşağıya bir cetvel hazırlayıp, buradan da Şekil 12.28 deki grafiği çizebiliriz.



Şekil: 12.28

θ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	78°
Ø	0°	0,5°	1,75°	3,5°	6°	9,75°	14,25°	16,75°	17,25°

Maksimum açısal hız $\frac{dØ}{dt}$, Şekil 12.28 deki grafiğin eğimi en büyük olduğu zaman ortaya çıkar ve bu da araştırma ile $\theta = 50°$ olduğu zamana rastlar.

Bu noktada eğriye, görülen üçgenin tabanı $= 30°$ olacak, yani bu noktanın iki tarafında 15° kalacak şekilde bir teğet çizin, sonra üçgenin buna bağlı düşey kenarını ölçüp, bulunan değeri ölçeğe göre kontrol ederşek 14.9° olduğu anlaşılır.

$\Omega =$ kamın açısal hızı olsun $= \frac{100}{60} \times 2\pi = \frac{10\,\pi}{3}$ rad/sn

Bu nedenle kamın 30° $\left(= \frac{\pi}{6}\text{ rad}\right)$ dönmesi için gerekli zaman

$$t = \frac{\theta}{\Omega} = \frac{\pi}{6} \times \frac{3}{10\,\pi} = \frac{1}{20} \text{ sn.}$$

Bu aynı zaman zarfında kol 14.9° hareket eder.

Bu nedenle kolun maksimum açısal hızı,

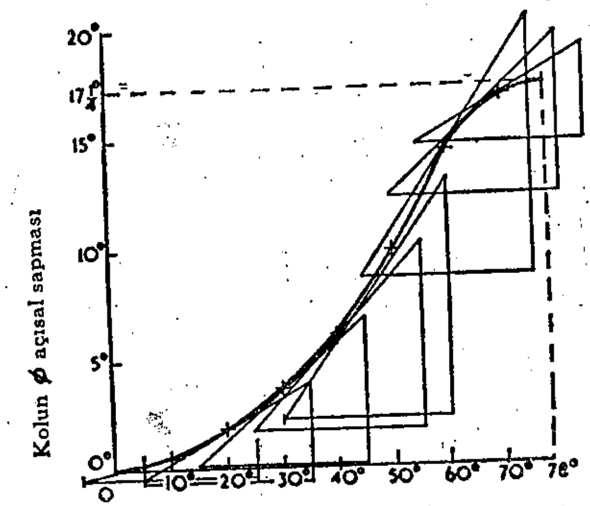
$14.9 \times 20 = 298°/\text{sn} = 5{,}2$ rad/sn olur.

13) Bir önceki problemle ilgili olarak kolun maksimum açısal ivmesini ve maksimum yavaşlatma ivmesini bulunuz.

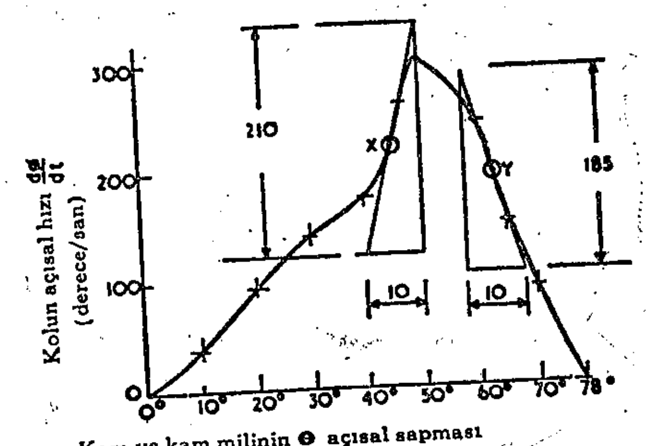
ÇÖZÜM : Gene Şekil 12.28'i çizin ve Şekil 12.29 diye adlandırın, sonra Şekil 12.29 üzerindeki değişik noktaların eğimlerini, $\theta = 0°$, 10°, 20°, 30°, 40°, 45°, 50° (önceden bulundu), 60°, 65°, 70° ve 78° için bulun ve buna da Şekil 12.30 deyin. Çizilen bu grafik, θ açısı zamanla orantılı olduğu için, hız-zaman grafiği olacaktır.

$\theta = 0°$ ile 50° arasında kol hızlanıyor ve $\theta = 50°$ ile 78° arasında ise yavaşlıyor.

Şekil 12.30'un incelenmesinden maksimum açısal ivmenin $\theta = 45°$ olan X noktasında olacağı ve maksimum azalan ivmenin de θ açısının 63° olduğu Y noktasında olacağı anlaşılır. Çünkü maksimum pozitif ve negatif eğim sırasıyla X ve Y noktasında bulunuyor.



Şekil: 12.29



Şekil: 12.30

Kamın 10° lik dönüşü için zaman $t = \frac{10}{30} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{60}$ sn

Bu nedenle

$$\text{Maksimum açısal ivme} = \frac{\text{Hızdaki değişme}}{\text{Zaman aralığı}} = \frac{\frac{210}{180}\pi}{\frac{1}{60}}$$

$$= 220 \text{ rad/sn}^2$$

$$\text{ve maksimum açısal yavaşlatma ivmesi} = \frac{\frac{185}{180}\pi}{\frac{1}{60}} = 193{,}6 \text{ rad/sn}^2$$

Şekil 12.30 dan yukarıda gösterilen işlemle, yani grafikte bir çok noktaların eğimini bularak komple bir ivme grafiği çizilebilirdi.

14) Tekrar problemler 12, No. 12 ile ilgili olarak, kolun açısal yükselmesi $17\frac{1}{4}$ ° de ve kam hızı da 100 dev/dak da tutulurken kam profili, kola basit harmonik hareket yaptıracak şekilde değiştirilirse, kolun yükselme anındaki maksimum açısal hızı ve maksimum açısal ivmesi ne olur?

ÇÖZÜM : $\varnothing_1 = \text{aOJ}$ açısı olsun $= 17{,}25° = 0{,}3011$ radyan.

O zaman, amplitud $r = \text{OJ} \times \frac{1}{2}\varnothing_1$ burada $\varnothing_1$ rad. cinsindendir.

Ω = B.H.H. dairesindeki hayali bir cismin açısal hızı ve

$\frac{d\varnothing}{dt}$ = kolun maksimum açısal hızı olsun.

Şimdi, B.H.H. dairesindeki maksimum çizgisel hız = kolun maksimum teğetsel hızı

Bu nedenle

$$\frac{d\varnothing}{dt} = \frac{\Omega \cdot r}{\text{OJ}} = \frac{\Omega \times \text{OJ} \times \frac{1}{2}\varnothing_1}{\text{OJ}} = \frac{1}{2} \cdot \Omega \cdot \varnothing_1$$

Şimdi komple yükselme için t zamanı = kamın 78° lik dönüş zamanı

Buradan $t = 78° \div \frac{100}{60} \times 360° = \frac{78}{600} = 0{,}13$ sn.

ve bu aynı zamanda B.H.H. dairesindeki 180° lik dönüş içindir, böylece

$$\text{Salınım süreci} = 2t = 0{,}26 = \frac{2\pi}{\Omega}$$

Buradan $\Omega = \frac{\pi}{0{,}13}$ rad/sn = 24,17 rad/sn

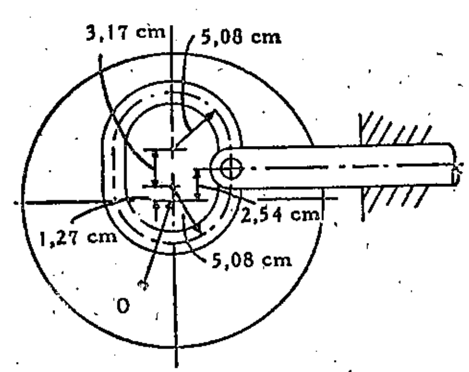
ve $\frac{d\varnothing}{dt} = \frac{1}{2} \times 24{,}17 \times 0{,}3011 = 3{,}64$ rad/sn

Aynı şekilde, B.H.H. dairesinin maksimum çizgisel ivmesi = kolun maksimum teğetsel ivmesi

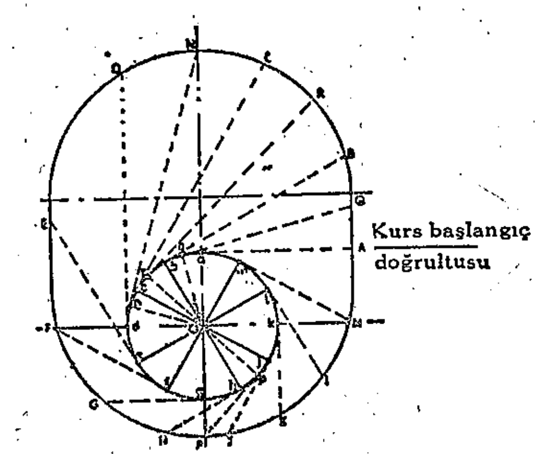
Bu nedenle $\Omega^2 r = \frac{d^2\varnothing}{dt^2} \cdot \text{OJ}$

$$\text{Maksimum açısal ivme} \quad \frac{d^2\varnothing}{dt^2} = \frac{\Omega^2 \cdot r}{\text{OJ}} = \frac{1}{2}\Omega^2\varnothing_1$$

ve $\frac{d^2\varnothing}{dt^2} = \frac{1}{2} \times 24{,}17^2 \times 0{,}3011 = 87{,}94$ rad/sn²



Şekil: 12.31



Şekil: 12.32

15) Çift etkili bir kam, içerisine Şekil 12.31 deki gibi kanal açılmış bir dairesel plakadan ibarettir. Plakanın dönme merkezi O noktasında olup, sürgü, kanala boşluksuz olarak uyan bir makara ile çalıştırılıyor. Yer değiştirme için tam ölçek ve 30° lik kam dönüşü içinde 2,54 cm kullanarak, kam açısına karşılık sürgünün yer değiştirme miktarını göste-

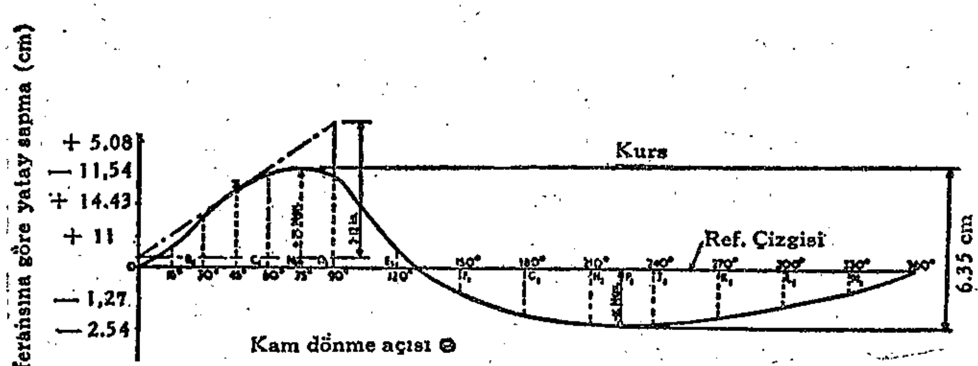
ren diyagramı çiziniz. Verilen konumu referans olarak alın ve kamın saat yönünde döndüğünü farzedin. Sürgünün kursunu tesbit edin. Eğer dönme hızı 1 rad/sn ise, kam verilen konuma göre 45° döndüğü zaman sürgünün hızını bulunuz.

ÇÖZÜM : Şekil 12.32 de kanal ekseni profilini çiziniz. Kam saat yönünde döndüğü için kamın sabit, sürgü kurs doğrultusunun da saatin ters yönünde döndüğünü kabul etmek uygun olur. Dönme anında kurs doğrultusu O merkezinden 2,54 cm uzaklıkta bulunmalıdır, bu yüzden 2,54 cm yarıçaplı bir daire çiziniz. Bu daireyi a, b, c, ... k, l, m ve a gibi 12 eşit parçaya bölünüz. Merkez-çizgisi profilini A, B, C v.b. noktalarda kesecek olan aA, bB, cC, dD ... lL ve mM teğetlerini çiziniz. $\theta = 30°$, 60°, 90°, 120° ... 300° ve 333° olduğu zaman, sürgünün yatay yer değiştirme miktarları bB — aA, cC — aA, dD — aA, eE — aA, lL — aA ve mM — aA boyları verilecektir. Burada θ açısı Oa'dan itibaren saatin ters yönünde ölçülüyor ve aA = 5,08 cm dir.

$\theta = 15°$ ve 45° için yer değiştirme miktarları, daha büyük doğruluk için yer değiştirme eğrisine eklendiler. $\theta = 45°$ de sürgü hızı,

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad \left(\frac{dx}{dt} = \text{X deki eğim}, \frac{d\theta}{dt} = 1 \text{ rad/sn}\right)$$

Kam, 1 rad/sn hızla döndüğü için, kam 90° döndüğü zaman Şekil 12.33 deki sürgü 5,38 cm kayar. O zaman



Şekil: 12.33

90° lik kam dönüş süresi $= \frac{\pi}{2}$ sn = sürgünün 5,38 cm kayma zamanı

Bu nedenle $\theta = 45°$ iken sürgünün hızı,

$$5{,}38 \div \frac{\pi}{2} = 3{,}42 \text{ cm/sn}$$

16) Kamla çalıştırılan bir itme çubuğu, eğimli bir düz hat boyunca basit harmonik bir hareketle kalkıp inecektir. Kamın en küçük yarıçapı 5,08 cm olup, itme çubuğunun alt ucuna 3,81 cm çapında bir makara takılmıştır. Makara merkezi en alt konumunda iken düşey olarak kam ekseninin üstündedir. Makaranın maksimum yer değiştirme miktarı sağa doğru düşeyle 30° açılı ve 5,08 cm dir. Kam saat yönünde 100 dev/dak ile dönüyor. Yükselme süresi 0,15 sn, düşme süresi 0,10 sn ve en üst konumdaki bekleme devresi de 0,05 sn dir. Kam profilini tam ölçüsünde çiziniz.

ÇÖZÜM : Yükselme süresinde kam, θ_1 açısı kadar döner.

Burada

$$\theta_1 = \text{hız} \times \text{zaman} = \frac{100 \times 360}{60} \times 0{,}15 = 90°$$

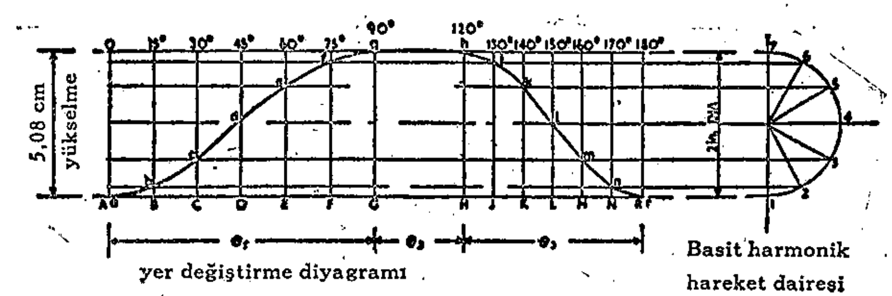
Düşme anında kam, θ_3 açısı kadar döner, burada

$$\theta_3 = \frac{0{,}1}{0{,}15} \times 90° = 60°$$

Bekleme anında ise, kam θ_2 açısı kadar döner ve

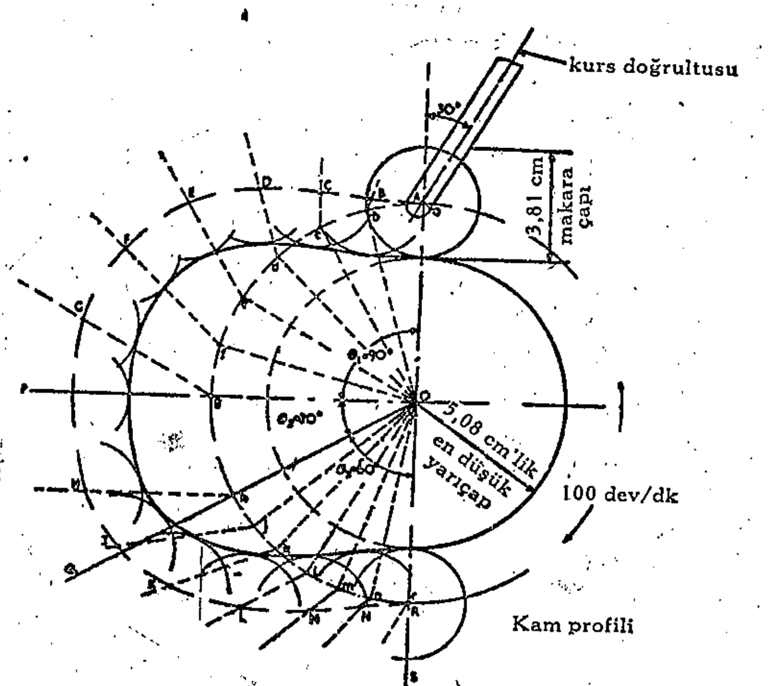
$$\theta_2 = \frac{0{,}05}{0{,}15} \times 90° = 30° \text{ olur.}$$

Şekil 12.34 deki yer değiştirme diyagramı için, diyagramın tabanı θ_1 ve θ_2 nin her birini altı eşit parçaya görüldüğü gibi bölün ve çapı 5,08 cm



Şekil: 12.34

lik yükselmeye eşit bir yarım daire çizin ve yarım daireyi altı eşit parçaya bölün. Bu noktaları 1, 2, 3, 4, 5, 6 ve 7 diye numaralandırıp A, B, C, D v.b. noktalardan çizilen dikmeleri a, b, c, d ve v.b noktalarda kesecek olan yatay doğrular çiziniz. a, b, c, ... m, n ve r noktalarını düzgün bir eğriyle birleştiriniz. Bu B.H.H. için yer değiştirme eğrisini verecektir. Şekil 12.34

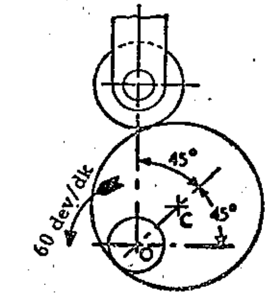


Şekil: 12.35

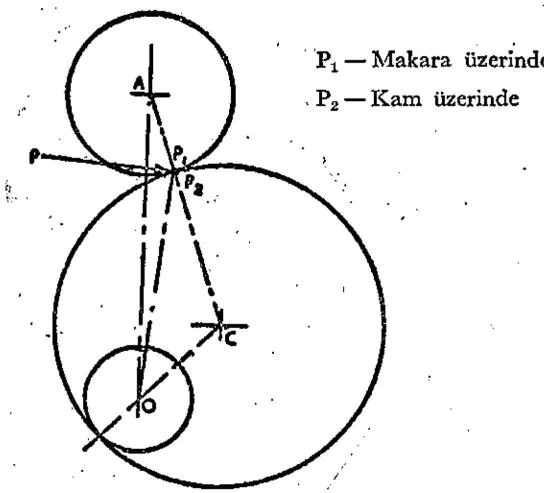
Şekil 12.35 de O merkezli ve 5,08 cm lik en küçük yarıçaplı bir daire çiziniz. Sonra 3,81 cm çaplı makarayı ve kurs doğrultusunu yükselme başlangıç konumunda çiziniz. Üst Oa düşey konumuna göre saatin ters yönünde $\theta_1 = 90°$, $\theta_2 = 30°$, ve $\theta_3 = 60°$ olarak işaretleyiniz. Burada $\sphericalangle AOP = \theta_1$, $\sphericalangle POQ = \theta_2$; $\sphericalangle QOS = \theta_3$; θ_1 ve θ_3'ün herbirini altı eşit parçaya bölünüz ve Ob, Oc, Od, Oe ... On ve Or kesik çizgileri çiziniz. Burada a, b, c, d, e ... n ve r noktaları 5,08 cm yarıçaplı ve O merkezli daire üzerindedir. b, c, d, e, f, g, v.b noktalardan Ob, Oc, Od, Oe, Of, Og v.s. nin sağına doğru 30° lik kesik çizgili doğrular çiziniz. Çizilen bu son çizgiler değişik kam konumlarındaki kurs doğrultularını temsil ediyorlar,

Bu son doğru üzerinde b den başlıyarak bB, c den cC, d noktasından dD, v.s. değerlerini Şekil 12.34 deki yer değiştirme eğrisinden alarak işaretleyiniz.

A, B, C, D, E ... M, N ve R noktalarından geçen düzgün bir yay çiziniz. GH eğrisinin, O merkezli ve OH = OG yarıçaplı daire yayının bir parçası olduğuna dikkat ediniz. Bu noktaları merkez olarak alıp 1,9 cm



Şekil: 12.36



Şekil: 12.37

yarıçaplı (makara yarıçapı) yayları görüldüğü şekilde çiziniz ve bu yaylara değecek olan düzgün bir eğri çiziniz. Bu eğri kamın yükselme, bekleme ve düşme anındaki profilini verecektir.

17) Dairesel bir kam plakası Şekil 12.36 daki diyagramda görülen bir iticiyi çalıştırıyor. Kam çapı 7,62 cm ve itici üzerinde bulunan makara çapı 3,81 cm dir. Kurs doğrultusu, kamın etrafında 60 dev/dak ile döndüğü O ekseninden geçiyor. O ekseni ile kam plakası merkezi arasındaki uzaklık 2,54 cm dir.

Diyagramda görülen konum için (a) iticinin hızını ve (b) makaranın kendi merkezi etrafındaki açısal hızını hesaplayınız.

ÇÖZÜM : Makaranın merkezi A ve makara ve kam arasındaki değme noktası P olsun ve P_1 ve P_2 noktaları P ile üst üste gelmiş olsun. Burada P_1, makara üzerinde P_2 de kam üzerindedir. (Şekil 12.37),

Ω = kamın açısal hızı $= \frac{60}{60} \times 2\pi = 2\pi$ rad/sn olsun.

Şekil 12.37 de OP ve CA'yı birleştirin. Şekil 12.38 de hız diyagramı görülüyor.

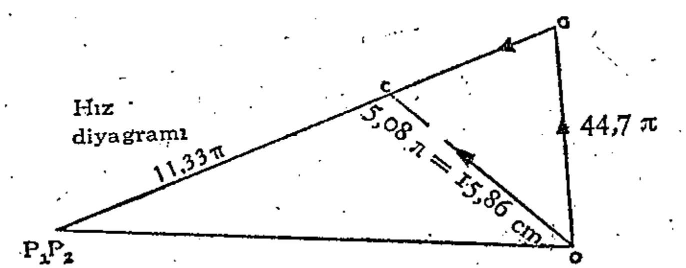
Şekil 12.37 ile ilgili olarak OCA_1 bir kayıcı zincirini temsil ediyor.

$$v_{C-O} = v_{C-A} + v_{A-O}$$

Bu nedenle $\underrightarrow{oc} = \underleftarrow{ac} + \underleftarrow{oa} = \underleftarrow{oa} + \underleftarrow{ac}$

$$v_{C-O} = \underrightarrow{oc} = \Omega \,.\, OC = 2\pi \times 2{,}54 = 5{,}08\,\pi \text{ cm/sn.}$$

$\underrightarrow{oc}$'yi OC'ye dik olarak çiziniz, $\underleftarrow{oa}$'yı düşey olarak ve $\underleftarrow{ac}$'yi de AC'ye dik olarak ve $\underleftarrow{oa}$'yı a noktasında kesecek şekilde çiziniz.



Şekil: 12.38

Sonra $\underleftarrow{op_2} = v_{P_2-O}$ vektörünü OP_2'ye dik olarak çiziniz ve $\underleftarrow{ac}$ vektörünü $\underleftarrow{op_2}$'yi P_2 noktasında kesinceye kadar uzatınız.

Tam bir yuvarlanma olduğunu kabul ediniz, o zaman $v_{P_1-P_2}$ sıfırdır, bu nedenle p_1 ve p_2 üst üstedir.

OCP_2 üçgeninin ocp_2 üçgenine benzediğine, ve buradan $\underleftarrow{op_2} = \Omega \,.\, OP_2$ olduğuna dikkat ediniz.

Şekil 12.38 den

$$v_{P_1-A} = \underleftarrow{ap_1} = 11.33\,\pi \text{ cm/sn}$$

(a) İticinin hızı $= V_{A-O} = \underleftarrow{oa} = 4{,}77\,\pi$ cm/sn

$$= 14{,}98 \text{ cm/sn}$$

(b) Makaranın açısal hızı $= \frac{v_{P_1-A}}{AP_1 \text{ boyu}} = \frac{\underleftarrow{ap_1}}{AP_1} = \frac{11.33 \,.\, \pi}{1{,}9}$

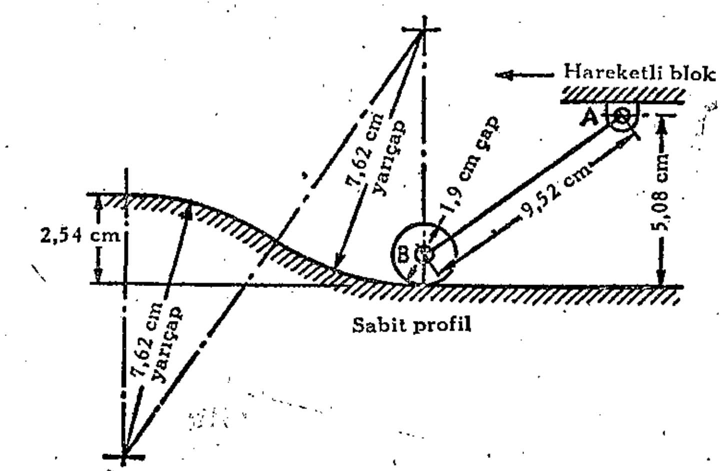
$$= 18{,}7 \text{ rad/sn}$$

18) Şekil 12.39 bir takım tezgahı mekanizmasının bir parçasını gösteriyor. Sabit profil tezgahın gövdesine bağlanıyor. AB kolunun ucundaki makara sabit profili takip ederken, hareketli blok yatay olarak 15,24 m/sn lik sabit bir hızla hareket ediyor.

Hareketli blok görülen konumdan sola doğru 5,715 cm ilerlediği zaman AB kolunun açısal hızını ve açısal ivmesini bulunuz.

Grafik çözüm kabul edilebilir.

ÇÖZÜM : Şekil 12.39 da görülen mekanizmanın yerine Şekil 12.40 da görülen ve birinciye kinematik olarak eşdeğer olan OB_1A_1 mekanizmasını alabiliriz. A ve B hareketli blok pimi ve makaraya ait başlangıç merkezidirler.



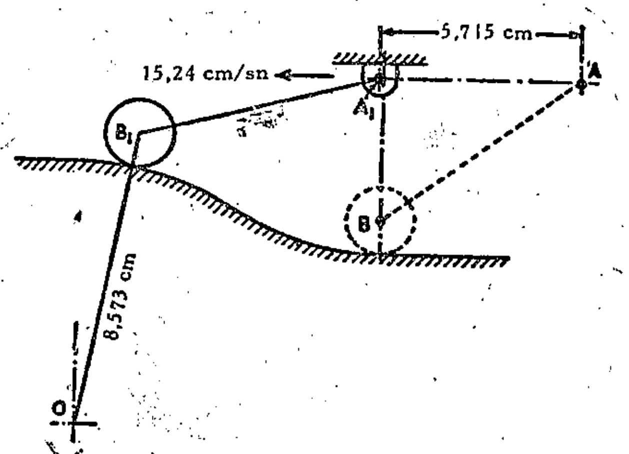
Şekil: 12.39

A_1 ve B_1 de, A yatay olarak sola doğru 5,175 cm ilerlediği zamanki aynı merkezlerdir.

Hız diyagraı Şekil 12.41

$$V_{A_1-O} = V_{A_1-{}_1B} + V_{B_1-O}$$

$$\overrightarrow{oa} = \overleftarrow{ba} + \overleftarrow{ab} = \overleftarrow{ob} + \overleftarrow{ba}$$

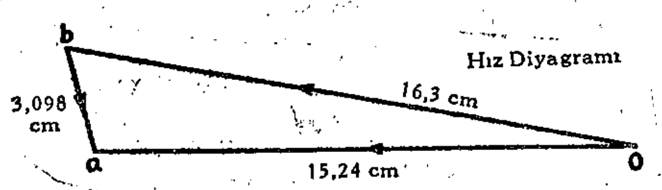


Şekil: 12.40

Yatay olarak $V_{A_1-O} = \overrightarrow{oa} = 15{,}24$ cm/sn vektörünü çiziniz.

$\overrightarrow{ob}$ vektörünü OB_1'e dik olarak ve $\overleftarrow{ba}$ vektörünü de A_1B_1'e dik olarak çiziniz, o zaman Şekil 12.41 hız diyagramını verir. Buradan $\overleftarrow{ob} = 16{,}3$ cm/sn, ve $\overleftarrow{ba} = 3{,}098$ cm/sn

$$A_1B_1\text{'in açısal hızı} = \frac{ab}{A_1B_1} = \frac{3{,}098}{6{,}985}$$
$$= 0{,}444 \text{ rad/sn, saat yönünde}$$



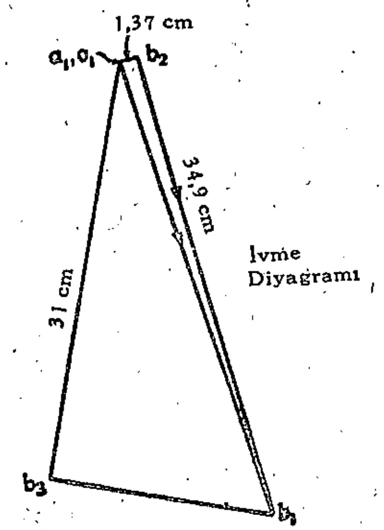
Şekil: 12.41

İvme diyagramı Şekil 12.42

$$A_{A_1-O} = A_{A_1-B_1} + A_{B_1-O}$$

$$\overrightarrow{o_1a_1} = \overleftarrow{b_1a_1} + \overleftarrow{o_1b_1} = \overleftarrow{o_1b_1} + \overleftarrow{b_1a_1}$$

A (veya A_1) 15,24 cm/sn lik düzgün bir hızla hareket ettiği için $\overrightarrow{o_1a_1}$ = sıfırdır. Bu nedenle o_1 ve a_1 üst üste çakışıktır.

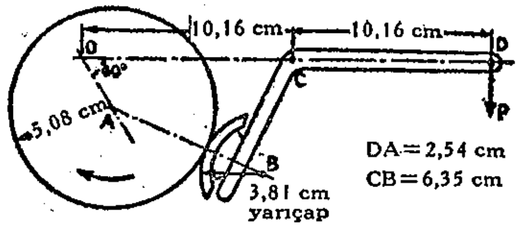


Şekil: 12.42

$$A_1\text{'in } B_1\text{'e göre merkezcil ivmesi} = \frac{(ab)^2}{AB} = \frac{(3{,}098)^2}{6{,}985}$$
$$= 1{,}37 \text{ cm/sn}^2 = \overleftarrow{b_2a_1}$$

$$B_1\text{'in O'ya göre merkezcil ivmesi} = \frac{(ob)^2}{OB_1} = \frac{(16{,}3)^2}{8{,}573}$$
$$= 31 \text{ cm/sn}^2 = \overleftarrow{o_1b_3}$$

$\overleftarrow{b_2a_1}$ (= 1,37 cm/sn²) vektörünü A_1B_1 yönünde çizin ve $\overleftarrow{b_2b_1}$ vektörünü $\overleftarrow{b_2a_1}$'e dik olarak çizin (b_1 henüz tesbit edilmedi). Sonra $\overleftarrow{o_1b_3}$ (= 31 cm/sn²) vektörünü B_1 O yönünde çizin ve bundan sonra $\overleftarrow{b_3b_1}$ vektörünü $\overleftarrow{o_1b_3}$'e dik olarak ve $\overleftarrow{b_2b_1}$ ile b_1 noktasında buluşuncaya kadar çiziniz.

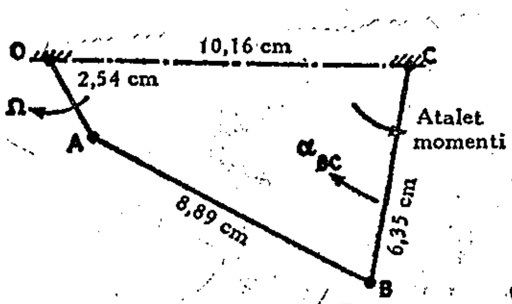


Şekil: 12.43

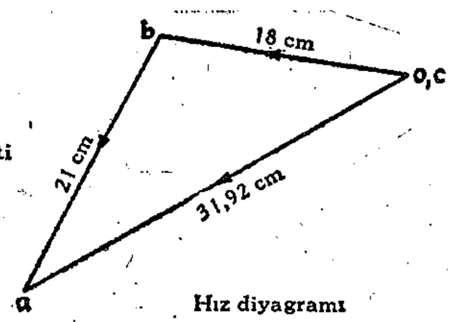
$$A_1B_1\text{'in açısal ivmesi} = \frac{b_2b_1}{A_1B_1} = \frac{34{,}9}{6{,}985}$$
$$= 5\ \text{rad/sn}^2,\ \text{saatin ters yönünde}$$

19) Şekil 12.43, eksantrik merkezinden 2,54 cm kaçık olan O ekseni etrafında dönen 10,16 cm çapındaki dairesel bir eksantriği gösteriyor. 0,227 kg ağırlığındaki iticinin, kendi ağırlık merkezinin bulunduğu C miline göre atalet yarıçapı 3,81 cm dir. D noktasına düşey bir P kuvveti tatbik ediliyor. 120 dev/dak lık bir kam hızı için, AOC açısı 60 derece iken makara ve kam arasındaki teması temin eden P kuvvetinin minimum değerini bulunuz.

Diyagram ölçeklendirilmeyecektir ve bütün ölçüler cm cinsinden olacaktır.



Şekil: 12.44



Şekil: 12.45

ÇÖZÜM : Şekil 12.43 de görülen mekanizma, Şekil 12.44 de görülen OABC dört tekerli bisiklet bağlantı serisi ile kinematik olarak eşdeğerdir.

$$V_{A-O} = \underset{\rightarrow}{oa} = \Omega \,.\, OA = \frac{120}{60}\times 2\pi\times 2{,}54 = 31{,}92\ \text{cm/sn}$$

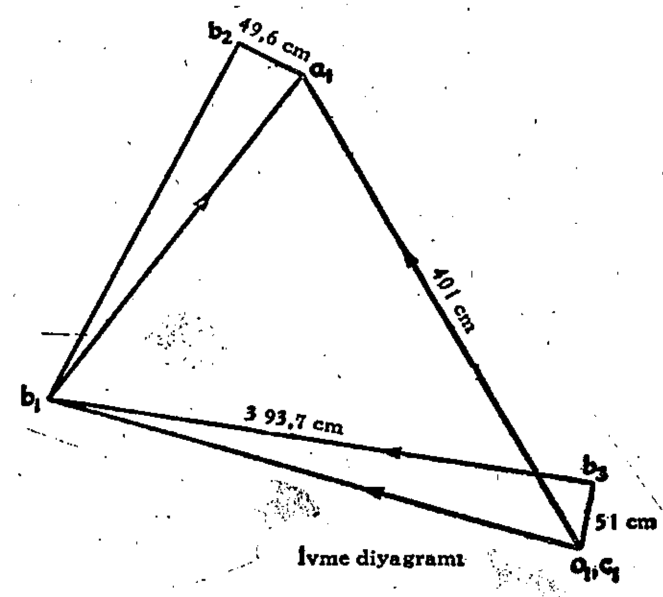
$$V_{A-O} = V_{A-B} + V_{B-C}$$

$$\underset{\rightarrow}{da} = \underset{\leftarrow}{ba} + \underset{\leftarrow}{cb} = \underset{\leftarrow}{cb} + \underset{\leftarrow}{ba}$$

Şekil 12.45 hız diyagramını gösteriyor. Buradan $\underset{\leftarrow}{cb} = 18$ cm/sn ve $\underset{\leftarrow}{ba} = 21$ cm/sn.

$$A_{A-O} = A_{A-B} + A_{B-C}$$

$$\underset{\rightarrow}{o_1a_1} = \underset{\leftarrow}{b_1a_1} + \underset{\leftarrow}{c_1b_1} = \underset{\leftarrow}{c_1b_1} + \underset{\leftarrow}{b_1a_1}$$



Şekil: 12.46

$$A\text{'nın O'ya göre merkezcil ivmesi} = \frac{(oa)^2}{OA} = \frac{(31{,}92)^2}{2{,}54}$$
$$= 401\ \text{cm/sn}^2 = \underset{\rightarrow}{o_1a_1}$$

A'nın B'ye göre merkezcil ivmesi $= \dfrac{(ba)^2}{BA} = \dfrac{(21)^2}{8{,}89}$

$= 49{,}6 \text{ cm}/ = \overleftarrow{b_2a_1}$

B'nin C'ye göre merkezcil ivmesi $= \dfrac{(cb)^2}{CB} = \dfrac{(18)^2}{6{,}35}$

$= 51 \text{ cm/sn}^2 = \overleftarrow{c_1b_3}$

Şekil 12.46 ivme diyagramını gösteriyor. Buradan BC'nin açısal ivmesi

$$\alpha_{BC} = \frac{b_1b_3}{CB} = \frac{393{,}7}{6{,}35} = 62 \text{ rad/sn}^2, \text{ saat yönünde}$$

W = iticinin ağırlığı = 0,227 kg olsun.

K = iticinin C noktası etrafındaki atalet yarıçapı = 3,81 cm

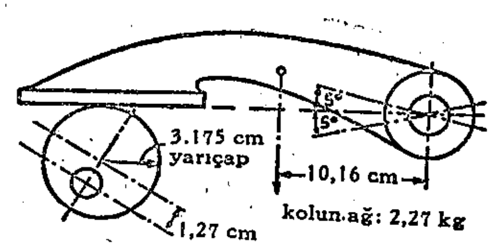
Şekil 12.43 deki şekil için kam ve makara arasındaki ilişkiyi garantilemek için, C noktasında saat yönündeki yerçekimi torku $\geq$ C noktasında saatin ters yönündeki atalet torku olmalıdır. Bu nedenle

$$10{,}16\, P = \frac{W \cdot K^2}{g} \cdot \alpha_{BC}$$

ve $$10{,}16\, P = \frac{0{,}227 \times (3{,}81)^2 \times 62}{9{,}81 \times 100}$$

buradan P'nin gerekli olan minimum değeri 0,02 kg dır.

20) Şekil 12.47 de görülen kol, düşey düzlem içinde ve yatay düzleme göre 5° yukarı ve 5° aşağıya salınım yapıyor. Kol dairesel profilli bir kamla hareket ettiriliyor. Kolun kütle merkezine göre atalet yarıçapı 5,08 cm dir. (a) Kam 100 dev/dak ile dönerken kol ve kam arasındaki



Şekil: 12.47

maksimum normal tepkiyi, ve (b) Kamın çarpması anında kolun kırılmaması için, kam milinin mümkün olan en büyük hızını bulunuz.

Cevap : (a) 1,778 kg, (b) 284 dev/dak.

21) Düz kenarlı bir kamın iki kenarı da 3,175 cm yarıçaplı temel dairesine teğet olup toplam etkime açısı 120° dir. Merkez doğrultusu kam ekseninden geçen 2,54 cm çaplı bir makaraya 1,27 cm lik bir yükselme yaptırılıyor. Kam milinin 240 dev/dak. lık bir hızı vardır.

(a) burun yayı yarıçapını, (b) makara, düz kenarlardan birinin burun tarafı ile temas ettiği anda makara merkezinin hızını, ve (c) makara merkezinin en büyük ivmesini tesbit ediniz.

Cevap : (a) 1,905 cm yarıçap, (b) 61.72 cm/sn, (c) Kenarla burunun birleşme yerinde ivme, +46,63 m/sn² (kenarda) ve —21,3 m/sn² (burunda), yükselmenin en üstünde—28,89 m/sn². Bu nedenle $f_{max} = +46{,}63$ ve —28,89 m/sn²

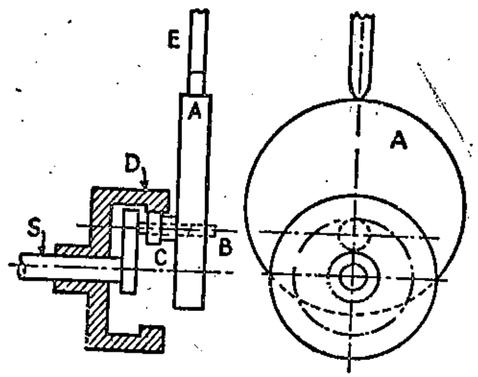
22) Düz uçlu bir valf çubuğu, yanakları ve burnu dairesel profilli olan bir simetrik kamla çalıştırılıyor. İtme çubuğunun düz olan doğrultusu kam ekseninden geçiyor. Toplam etkime açısı 150°, yükselme 0,635 cm, temel daire çapı 3,175 cm ve hızlandırma ivmesi yükselme anında yavaşlatma ivmesinin yarısıdır ve kam 1250 dev/dak ile dönüyor.

(a) Burun ve yanak yarıçaplarını, (b) yükselme anındaki maksimum ivmeyi ve negatif ivmeyi bulunuz.

Cevap : (a) Burun yarıçapı = 1,016 cm; yanak yarıçapı = 3,77 cm; (b) maksimum ivme = 374,6 m/sn²; maksimum negatif ivme = 206,65 m/sn².

23) Şekil 12.48 B pimi etrafında eksantrik olarak dönen 12,7 cm çaplı dairesel bir A kamını gösteriyor. Kam ve pim merkezleri arasındaki uzaklık 1,905 cm dir. B pimi dönen bir S milinin taşıdığı kola bağlanmıştır ve B nin ekseninin S nin ekseninden uzaklığı 2,54 cm dir. Kamla bileşik olan 20-dişli bir C pinyonu, 100 dişli sabit D dişlisi ile içten kavrıyor. E iticisinin kamla teması olup, E eksenini kesen ekşen boyunca hareket ediyor.

S mili görülen konuma göre 15 derece dönerse, iticinin ne kadar ineçeğini hesaplayınız.



Cevap : 1,11 cm.

24) 4-zamanlı bir benzin motorunun giriş subapları, krank 180° döndüğü zaman çalışıyor. cm cinsinden yükselme, 0,317 (1 — cos 2 ωt) formülü ile veriliyor. Burada ω, 3600 dev/dak lık motor hızına karşılık krankın hızıdır.

Eğer subap ekseni yatay; subap ve buna bağlı parçaların kütlesi de 0,217 kg ise ilişkiyi sağlamak için subap-yayları tarafından uygulanılabilecek minimum kuvveti bulunuz.

Cevap : 40 kg.

25) Yatay bir eksen üzerinde dönen bir kam, alt ucuna 3,81 cm çaplı makara takılmış bir düşey kolu çalıştırıyor. Kolun ekseni kam ekseninden geçmiyor fakat 1,9 cm kaçıklığı vardır. Kol, kamın 60° dönüşü anında yükselir, bunu takib eden 60° içinde düşer ve bundan sonraki 240° lik dönüş anında hareketsiz olarak kalır. Kol her kurs anında basit harmonik bir hareketle inip kalkıyor.

Kamın en küçük yarıçapını 6,35 olarak, kam profilini tam ölçüsünde çiziniz. İşlem çizgileri silinmeyecektir.

26) Simetrik bir kamın, kam mili ile aynı merkezli olan temel dairesi yarıçapı 1,90 cm dir. Burun ve yanaklar dairesel yaylardan oluşuyor ve yanak dairesi temel ve burun dairelerine değiyor.

Düz alnı, eksenine dik olan bir valf sürgülü takozu kamla temas edip yatay olarak hareket ediyor. İticinin yükselmesi 1,27 cm ve toplam hareket açısı 180° dir. 360 dev/dak. lık bir hızda sürgüyü kolla ilişkide tutmak için gerekli kuvvet 10.88 kg dır. Sürgüyle birlikte hareket eden parçalar 2,72 kg lık bir kütleye eşittir.

Yanak ve burun yarıçapları ile valf sürgüsünün maksimum hızını hesaplayınız.

Cevap : Yanak yarıçapı = 3,71 cm, burun yarıçapı = 0,41 cm, maksimum hız = 57,15 cm/sn.

27) Düz alınlı bir valf kolu, burun ve yanak profili dairesel yay şeklinde olan bir simetrik kam tarafından çalıştırılıyor. Temel daire çapı 3,81 cm, burun yarıçapı, 0,508 cm, kam yükselmesi 1,27 cm ve toplam etkime açısı 180° dir. Valf, yay ve sürgülü kolun kütle etkisi, sürgüde toplanmış 0,77 kg lık bir kütleninkine eşdeğerdir.

Kamın yanak yarıçapını ve kam 1200 dev/dak ile dönerken kam mili üzerinde etkiyen ivmelendirilmiş kütleye bağlı olarak kam üzerinde oluşan maksimum tepkime torkunu hesaplayınız.

Cevap : Yanak yarıçapı = 3,75 cm, maksimum tork = 0,211 kg-m.

28) Bir valf, temel daire çapı 4,44 cm ve yükselmesi 1,587 cm olan bir kam tarafından çalıştırılıyor. Kamın teğetsel yanakları ve dairesel burnu olup, toplam efektif açısı 120° dir. 1,905 cm çaplı makarası olan itici, kam ekseninden geçen düzgün bir doğru boyunca hareket ediyor. 1000 dev/dak ile dönerken, kam ve makaranın devamlı temasını sağlamak için yay tarafından uygulanan maksimum yükü bulunuz. Valf, sürgü ve yayın efektif ağırlığı 0,567 kg dır.

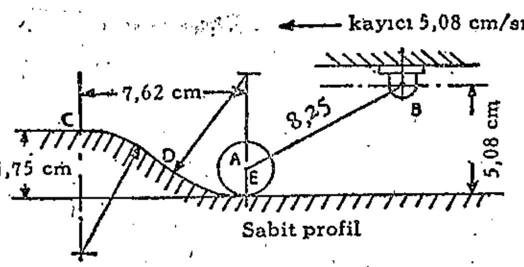
Cevap : 96,2 kg.

29) Bir kam 0,68 kg ağırlığındaki bir sürgünün $\frac{1}{12}$ sn. zarfında (durmadan-durmaya) 5,08 cm hareket etmesine sebep oluyor. Ulaşılan maksimum hızı karşılaştırınız ve gerekli maksimum kuvveti bulunuz.

(i) sürgüye eğer basit harmonik hareket verilecekse, (ii) eğer düzgün olarak ivmelendirip, sonra da düzgün olarak yavaşlatılacaksa, (iii) hareket 10,16 cm yarıçaplı ve 2,54 cm eksantrikliği olan bir dairesel diskin yarım devrinde üretilecek ve sürgünün ucunda 2,54 cm çaplı bir makara bulunacak ve kurs doğrultusu kam ekseninden geçecekse,

Cevap : (i) maksimum hız = 0,957 m/sn; maksimum ivmelendirme kuvveti = 2,5 kg; (ii) maksimum hız = 0,3048 m/sn; maksimum ivmelendirme kuvveti = 2,03 kg; (iii) maksimum hız = 0,98 m/sn; maksimum ivmelendirme kuvveti = 3,06 kg.

30) Bir kam düzeninde itici, kam mili üzerindeki bir düşey hat boyunca hareket ediyor ve iticinin alt ucunda kam yüzeyi ile değen yatay bir düzlem yüzey bulunuyor. İticinin yükselme ve düşme peryodu toplamı kam milinin 180° lik dönüşünü kapsıyor. Kam profili, 3,81 cm yarıçaplı temel daire, 1,27 cm yarıçaplı burun dairesi ve 6,35 cm yarıçaplı bir çemberin yayı olan iki konveks yanaktan oluşuyor. 200 dev/dak. lık kam mili hızı için, iticinin yükselme miktarını ve maksimum hızını ve iticinin aşağı ve yukarı yönlerdeki maksimum ivmelerini bulunuz.



Şekil: 12.49

Bulduğunuz bu değerleri, iticiye aynı yükselme ve düşme peryodunda basit harmonik hareket yaptıran ve yükselme miktarı aynı olan bir kam için bulunan değerlerle karşılaştırınız.

Cevap :

Yükselme = 1,86 cm; V_{max} = 46 cm/sn;

f_{max} = 1113,8 cm/sn² ve —1929,1 cm/sn²

B.H.H. için

V_{max} = 38,96 cm/sn

f_{max} = 1630 cm/sn².

31) Şekil 12.49, yatay olarak 5,08 cm/sn hızla hareket eden bir sürgünün alt tarafına mafsallanmış olan 8,25 cm uzunluğundaki AB kolunu gösteriyor. Kol, CDE sabit profili üzerinde yuvarlanan 2,54 cm çaplı bir makarayı üzerinde taşıyor.

Bu profil eşit yarıçaplı iki dairesel yaydan oluşuyor.

AB nin zamana göre açısal yer değiştirmesini gösteren bir grafiği ölçekli olarak çiziniz. Grafikde 12,7 cm, 1 sn'yi ve 2,54 cm de 10°'yi göstersin. Makara E den C'ye yükselirken AB nin ortalama ve maksimum açısal hızını bulunuz.

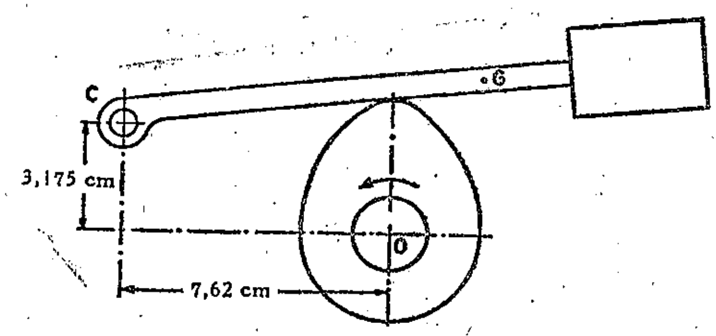
Cevap : Ortalama açısal hız 0,27 rad/sn, maksimum açısal hız 0,63 rad/sn.

32) Şekil 12.50 de sabit O merkezi etrafında dönen bir kam, C noktasında mafsallanmış olan bir kolu hareket ettiriyor. Kam profili, 2,54 cm yarıçaplı bir taban dairesi, 1,27 cm yarıçaplı burun dairesi ve burun dairesine ve temel daireye teğet 4,45 cm yarıçaplı yanak dairelerinden oluşuyor. Burun dairesi merkezi O noktasından 2,54 cm uzaktadır. Kolun ağırlığı 1,36 kg, G ağırlık merkezinin C den uzaklığı 10,16 cm ve C noktasındaki pime göre atalet yarıçapı 11.43 cm dir. Kam dakikada 120 devirle dönüyor.

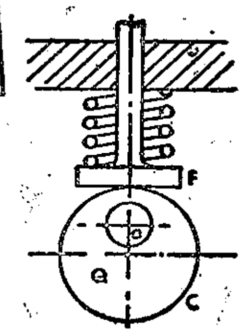
(a) Kolun yukarı ve aşağı olan kursu için geçen süreyi bulunuz.

(b) Her bir kursun başlangıcında ve bitiminde kam ve kol arasındaki oluşan kuvveti bulunuz.

Cevap : (a) 0,139 sn, 0,111 sn, (b) Yukarı doğru kursun başlangıcında (ve aşağı doğru kursun sonunda) kuvvet, 2,64 kg. Yukarı doğru kursun sonunda (ve aşağı doğru olan kursun başlangıcında) kamla kol arasındaki kuvvet, 0,517 kg.



Şekil: 12.50



Şekil: 12.51

33) Şekil 12.51 de görülen mekanizmada 15,24 cm çaplı ve ÖQ eksantrikliği 3,81 cm olan dairesel bir C kamı O ekseni etrafında sabit bir hızla dönüyor. 0,794 kg ağırlığındaki F kolu, yay sabiti 10,71 kg/cm olan bir yayla kama karşı bastırılıyor. Belirli bir hızda kam en alt konumundan 120° döndüğü zaman iticinin kama değmediği saptanıyor. Bu hızı ve iticinin O ekseni üzerinde erişeceği maksimum yüksekliği bulunuz. Görülen kam konumu için yaydaki başlangıç basılması 3,175 cm dir. İticinin ölü ağırlığı ve yayın kütlesi ihmal edilebilir.

Cevap : 2374 dev/dak, 12 cm.

34) Simetrik bir kamın 3,81 cm yarıçaplı temel dairesi, 110° lik aktif yayı ve uçları dairesel olan düzgün yanakları vardır. İticinin hareket doğrultusu kam mili ekseninden geçiyor. 2,54 cm çapında makarası olan iticinin 1,65 cm yükselmesi vardır. Kam 500 dev/dak ile dönerken temas, düz yanağın sonuna doğru yaklaştığı zaman yukarı doğru hareket eden kolun hızını ve ivmesini hesap edin.

Cevap : 1,958 m/sn, 292,1 m/sn².