F. 90 Lira

DAĞITIM YERİ: İstanbul'da Devlet Kitapları ve illerde Millî Eğitim Bakanlığı Yayınevleri

ÖĞRETMEN KİTAPLARI: 147

ALTERNATİF AKIM DEVRELERİ ve TEOREMLERİ

Yazan
İsmail COŞKUN
Ankara Yüksek Teknik Öğretmen Okulu
Öğretim Üyesi

M.E. B.
DEVLET KİTAPLARI

MİLLÎ EĞİTİM BASIMEVİ — İSTANBUL 1979

Ferit Baltacı
5-5-1986 - UTAK

ÖĞRETMEN KİTAPLARI: 147

Baltacı

ALTERNATİF AKIM DEVRELERİ ve TEOREMLERİ

İsmail COŞKUN
Ankara Yüksek Teknik Öğretmen Okulu
Öğretim Üyesi

MİLLÎ EĞİTİM BASIMEVİ — İSTANBUL 1979

Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulunun 29/11/1978 tarih ve 336 sayılı kararı ile kaynak kitabı olarak öğretmen kitapları serisinden bastırılması uygun görülmüş, Yayımlar ve Basılı Eğitim Malzemeleri Genel Müdürlüğünün 22/1/1979 tarih ve 671 sayılı emirleri ile birinci defa 10.000 adet basılmıştır.

ÖNSÖZ

Çağımızın en büyük özelliği her alandaki teknolojik gelişmeler olup milletlerin kalkınması ise bu gelişmelerle günlük yaşantıları arasındaki ilişkiye bağlıdır. Yani milletler teknolojiyi yaşayabiliyor ve yaratabiliyorsa yaşam düzeyleri yükseliyor ve çevrelerini daha iyi kontrol ediyorlar demektir. Teknolojik yönden gelişme uğraşısı içerisinde olan ülkemiz için teknolojik yaratıcılık o alanda uğraşı içinde bulunanların bilgi kaynaklarına bağlıdır.

Mesleki ve teknik öğretimde orta ve yüksek dereceli okullardaki öğretmen ve öğrenciler için kendi alanlarında yeni bilgiler içeren kitapların bulunması bazen büyük bir sorundur. Bu nedenle bu kitap alternatif akım devre ve teoremleriyle ilgili olarak bilgilerini geliştirmek isteyenlere geniş olanaklar sağlayacaktır. Bunun için okuyucuların konuları daha iyi anlaması ve öğrendiklerinde kalıcılığın temini için konular anlatılırken örneklere ve her konunun sonunda problemlere geniş yer verilmiştir. Problemler seçilirken okuyucuların yeteneklerini geliştirmek için biri diğerinin tekrarı olmayacak şekilde seçildiğinden tümünün çözülmesine özen gösterilmelidir.

Konuların anlatılması sırasında ve problemlerde kusurlu olma olasılığı varsayılarak gelecekteki çalışmalarımın kusursuz olmasına yardımcı olması bakımından okuyucuların uyarıları şükranla karşılanacaktır. Bu kitabın okuyucuların bilgi edinme gereksinmelerini karşılama ve daha ileri düzeydeki bilgileri için bir başlangıç olması dileğiyle saygılar sunarım.

Ekim 1978

İsmail COŞKUN

İÇİNDEKİLER

Sayfa

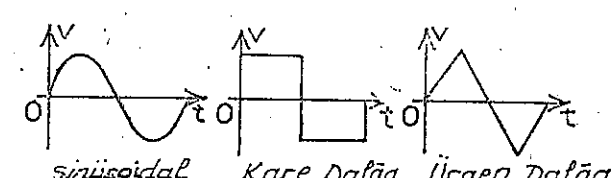
Sayfa

SİNÜSOİDAL ALTERNATİF AKIM

1.1 GİRİŞ

Doğru akım devrelerinde akımın veya gerilimin büyüklüğü sabittir. Bu bölümdeki devre analizinde emk kaynaklarının akım veya gerilim büyüklüğü değişkendir. Özellikle kaynakların emk sının büyüklüğü zamana göre değişim gösterir ve genel olarak alternatif akım (AA) gerilimi diye anılır. Devre analizlerinde alternatif akım veya gerilim sözcükleri sinyallerin şeklini tam yansıtmadığı için yeterli değildir. Endüstride en çok kullanılan kaynaklara ait dalga şekilleri şekil 1.1 de görülmektedir.

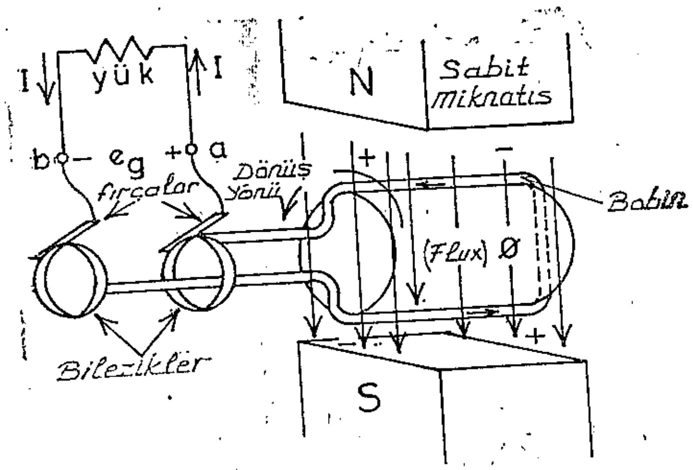
Alternatif sözcüğünden anlaşılıyor ki dalga şekli pozitif ve negatif iki seviye arasında değişiyor. Bundan dolayı bu terimin tam anlam kazanabilmesi için bu iki seviye arasında değşien dalga şekli sinüsoidal, kare dalga ve üçgen dalga sözcükleriyle birlikte söylenmelidir. Çünkü bu tip gerilim kullanma yerlerinin pek çoğunda karşılaşılır ve kısaca alternatif akım gerilimi veya akımı diye şüpheye düşülmeden anlaşılır. Diğer dalga şekillerinin söylenmesinde alternatif akım sözcüğü pek kullanılmayıp kısaca kare dalga emk kaynakları veya üçgen dalga emk kaynakları diye anılır.



Alternatif dalga şekilleri
Şekil 1.1

1.2 SİNÜSOİDAL (A.A.) GERİLİM ÜRETİMİ

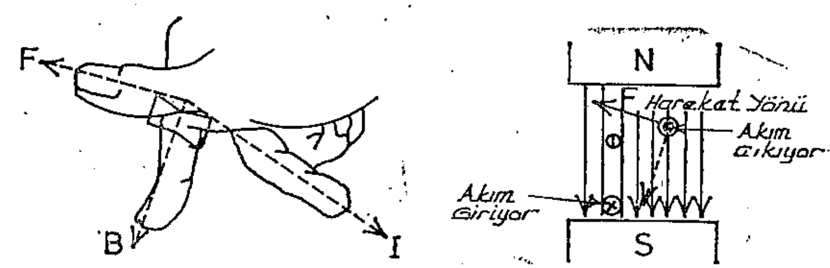
Sinüsoidal gerilim veya akımın karakterleri ve bunların R, L ve C elamanlı devrelere olan etkileri ve bunlara ait geniş bilgi bu bölümde verilecektir. İlkin bunların nasıl üretildiğini inceliyelim. Elektrikle ilgilenenlerin alternatör veya genaratörü bilmemeleri düşünülemez. Alternatörler elektromekanik cihazlar olup mekanik enerjiyi elektrik enerjisine dönüştürürler. Şekil 1.2 de bir A.A genaratörünün temel şeması görülmektedir. Bir alternatör başlıca iki bölümden meydana gelmiştir. Bunlar rotor ve stator dur. Rotor, stator denilen ve mıknatıs kutuplarına sahip alternatör parçasının kutupları arasında dönen kısımdır. Mıknatıs kutupları arasındaki rotor her hangi bir güç kaynağı tarafından döndürülecek olursa rotor üzerinde bulunan iletgenler stator tarafından meydana getirilen mağnetik kuvvet hatlarını keserler ve bu kesme sonucu rotor iletgenlerinde bir gerilim indüklenir (meydana gelir). Alternatörün rotoru bir dizel veya benzin motoruyla döndürülebildiği gibi su kuvvetiyle de döndürülebilir. Mağnetik akıyı meydana getiren stator alternatörün durumuna göre sabit bir mıknatıstan yapılabileceği gibi bu bölümde bulunan silisli saçlardan yapılmış kutuplar üzerine bobin şeklinde iletgenler sarıp bu iletgenlerden doğru akım geçirmek suretiyle mağnetik kutuplar meydana getirilebilir. Meydana gelen bu kutuplar arasında iletgenler döndürülecek olursa şekil 1.2 de görüldüğü gibi o iletgenlerde bir emk indüklenir. Dikkat edilirse her iletgende indüklenen emk bir birini takviye edecek yöndedir. Yani indüklenen terminal



Şekil 1.2

gerilimi bu iletgenlerde indüklenen gerilimlerin toplamına eşittir. Rotorun dönmesiyle çıkış terminali a ve b değeri sabit olan bir yüke bağlanabilir. Bu dönüşten dolayı indüklenen gerilimi dış devreye almak için bileziklere gereksinme vardır. Bilezikler daire şeklinde iletgen parçalardır. Sargılarda indüklenen gerilimi yüke uygulamak için dönen kısım ile duran kısım arasında bir geçiş vasıtasıdır. İndüklenen emk a ve b terminalleri arasında bir polariteye sahiptir. Böylece şekil 1.2 de görülen yönde bir I akımının geçmesine neden olur. Dikkat edilirse devreden geçen I akımının yönü ile indüklenen emk nın yönü aynıdır. Böylece rotorun dönüş yönüne göre indüklenen emk nın yönü veya devreden geçen akımın yönü bulunabilir.

Genaratör için bu yön, sağ elin baş parmağı, işaret parmağı ve orta parmak bir birine 90° lik açı ile tutulur. Şekil 1.3 de görüldüğü gibi. Baş parmak kuvvet yönünde veya iletgenin hareket yönünde, işaret parmağı mağnetik kuvvet hatları yönünde tutulursa ve terminallerde de bir yük bağlı ise orta parmak iletkenlerden veya yükten geçen akımın yönünü gösterir. Eğer terminallere bir yük bağlı değilse orta parmak indüklenen emk. nın yönünü gösterir. Parmakların tutuluşu şekil 1.3 te görülmektedir. Şekle dikkat edilecek olursa iletgenin ortasına konan nokta akımın o noktadan iletgeni terkettiği ve çarpı işareti ise akımın o noktadan iletgene girdiği anlamına gelir. Böylece üstteki iletgenin akım yönüyle alttaki iletgenin akım yönleri bir birinin zıttıdır. Bu iletgenlerin seri bağlanmış olmasının bir gereğidir. Ayrıca baş parmağın gösterdiği hareket yönü ile iletgenden geçen akım yönüde bir birinin zıttıdır.

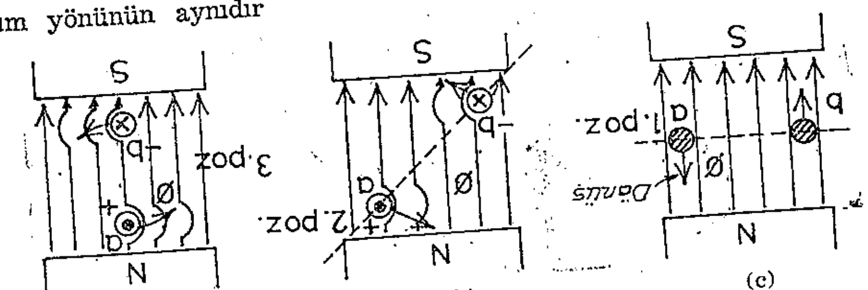


Şekil 1.3

Sağ el kaidesi.

Sağ el kaidesine göre bulunan akım yönü ve dönüş yönü

Aşağıdaki şekillerde görüldüğü gibi bir kaç pozisyon halinde bir bobinin mağnetik alan içinde döndüğünü varsayalım ve meydana gelen indükleme geriliminin büyüklüğünü tesbit edelim. Şekil 1.4a da görülen iletgen 1. pozisyonda mağnetik kuvvet hatları bu iletgen tarafından kesilmiyor. İletgen mağnetik kuvvet hatları tarafından kesilmediği için indüklenen gerilim sıfırdır. İletgen pozisyon 1 den 2 ye doğru hareket ederken şekil 1.4b de görüldüğü gibi birim zamanda kesilen mağnetik kuvvet hatları sayısı artar ve buna bağlı olarak bobinde indüklenen emk yükselir. 2 nolu pozisyonda meydana gelen akım ve a-b terminalindeki gerilimin polarite yönü sağ el kaidesi ile tesbit edilebilir. 3 nolu pozisyonda birim zamanda kesilen mağnetig kuvvet hatlarının sayısı maksimum değere yükselir. Birim zamanda kesilen maksimum mağnetik kuvvet hatları o bobinde maksimum emk ti indükler. İndüklenen bu gerilimin polaritesi ve akımının yönü 2 nolu pozisyondaki polarite ve akım yönünün aynıdır

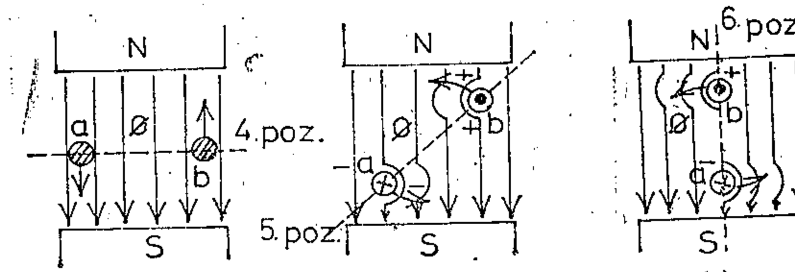


(a) (b) (c)

Şekil 1.4

Bobin dönüşüne devam ederken pozisyon 4 de olduğu gibi indüklenen gerilimin polaritesi ve akımın yönü aynı kalmak şartıyla meydana gelen emk ti miktarında bir düşüş meydana gelir. Meydana gelen bu düşüşün nedeni ise birim zamanda kesilen mağnetik kuvvet hatları sayısının azalmasındandır. A iletgeninin 180° dönmesi neticesinde elde edilen 4 nolu pozisyonda indüklenen emk tekrar sıfır olur. Bu anda birim zamanda kesilen mağnetik kuvvet hatları sayısı sıfırdır.

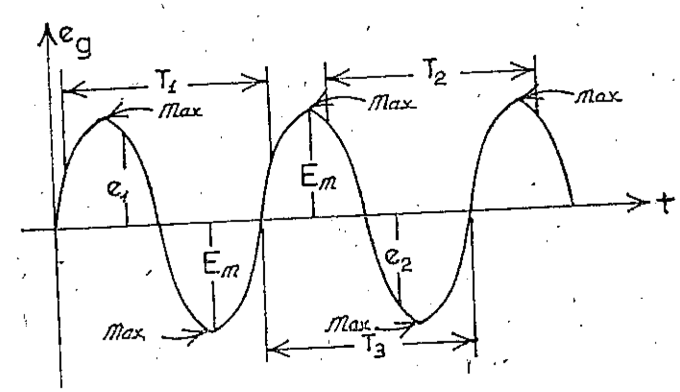
Bobin 5 nolu pozisyona doğru dönerken meydana gelen indüksiyon emk sının büyüklüğü tekrar artış gösterir. Buna bağlı olarak indüksiyon emk sının yönüde değişir. Çünkü a iletgeni birinci yarı bölgeye göre yer değiştirmiştir. Şekil 1.5 te görüldüğü gibi iletgenin bulunduğu pozisyonlar bakımından 2 nolu pozisyon ile 5 nolu pozisyon ve 3 nolu pozisyon ile 6 nolu pozisyonlar bir birinin benzeridir. Değişik olan sadece a ile b iletgenlerinin yerleridir. Yani pozisyon 5 ve 6 da a iletgeni pozisyon 2 ve 3 e göre 180° lik bir dönüş yapmıştır. İletkenlerin bulundukları yeni pozisyonlarda indüklenen emk lar bir birinin eşiti ve ters yönlüsüdür.



(a) (b) (c)

Şekil 1.5

Şekil 1.4a, b, c pozisyonlarında indüklenen emk ile şekil 1.5a, b, c de indüklenen gerliimin şekil ve büyüklüğü grafik olarak şekil 1.6 da görülmketedir. Bu eğri dönen bobinin a ve b terminali arasında indüklenen emk nın zaman değişimine göre çizdiği bir eğridir.

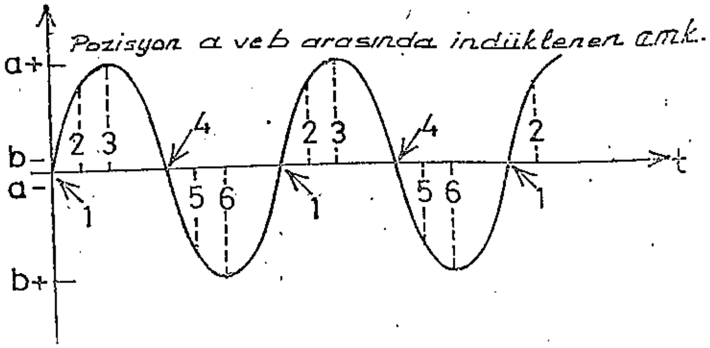


Şekil 1.6

Bobin dönüşüne devam ettiği sürece meydana gelen indükleme emk nin şekli bir dönüşte meydana gelen eğrinin şeklinin bir tekrarı olacaktır. Yani bobinin dönüşü neticesinde meydana gelen indiksiyon emk nin şekli A.A da sinüsoidal eğriyi meydana getirir.

1.3 TARİFLER

Şekil 1.7 de görülen sinüsoidal dalga şekli ve bu dalganın çeşitli bölümlerinin nasıl ifade edileceği görülmektedir. Bu terimler sinüsoidal olan her hangi bir dalga şekline de uygulanabilir.



Şekil 1.7

DALGA ŞEKLİ:

Değişken bir değerin (kıymetin) izlediği yoldur. Bu değer akım, emk gibi değerler olup bunların zaman gibi bir değişkenin fonksiyonu olarak ifade edilir. Değişken zaman, pozisyon, derece ve ısı gibi kıymetler olabilir.

ANİ DEĞER:

Eğrinin her hangi bir anındaki büyüklüğüdür. Ani değerler genel olarak (e_1, e_2) gibi harflerle gösterilir.

BÜYÜKLÜK veya MAKSİMUM DEĞER:

Eğrinin alınış olduğu en büyük değerdir. Genel olarak E ile gösterilir.

PERYODİK DALGA:

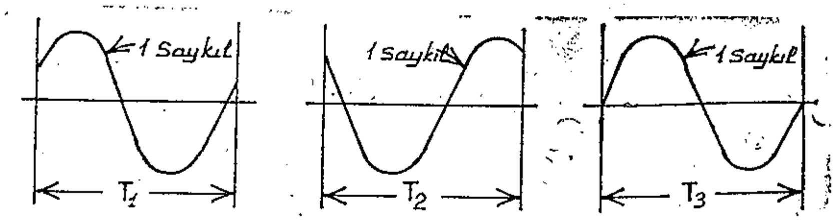
Eşit zaman aralıklarıyla eğrinin bir önceki şeklini tekrar etmesiyle elde edilen eğridir.

PERYOT: (T)

Şekil 1.7 deki gibi bir eğrinin 360° lik bir açı meydana getirmesi için geçen zamana bir peryot denir ve T harfiyle gösterilir. Başka bir ifadeyle eğrinin sıfırdan başlayarak pozitif maksimum sıfır, negatif maksimum ve tekrar sıfır olması için geçen zamna peryot denir.

SAYKIL:

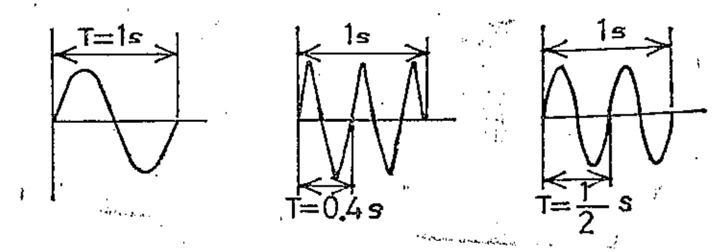
Bir peryotluk zaman geçmesiyle meydana gelen dalga şekline bir saykıl denir. Bir saykıllık eğriler her zaman sıfırdan başlamıyabilir. Şekil 1.8 de çeşitli saykıldaki eğriler görülmektedir.



Şekil 1.8

FREKANS: (F)

Bir saniyede meydana gelen saykıl sayısına frekans denir. Şekil 1.9 a, b, c de bir saniyelik zaman içinde çeşitli frekansa sahip eğriler görülmektedir. Örneğin a da bir saniyede bir saykıllık bir eğri meydana gelirken b de ise 2.5 saykıllık bir eğri meydana gelmiştir. Uzun yıllar frekans birimi olarak saykıl kullanıldı (saniyedeki tekrar sayısı). Son zamanlarda hertz (hz) kullanılmaya başlandı.



Şekil 1.9

$$1 \text{ hertz (hz)} = 1 \text{ saykıl/saniye (c/s)} \tag{1.1}$$

Türkiye için standart frekans 50 Hz dir.

Aşağıdaki formüllerde görüldüğü gibi frekans ile peryot, biri diğerinin tersidir. Yani frekans artarsa peryot azalır veya peryot artarsa frekans azalır. Bu sonuç formül olarak

$$f = \frac{1}{T} \tag{1.2 a}$$

Formülde

f = frekans Hz
T = Zaman (saniye) sn

$$T = \frac{1}{f} \tag{1.2 b}$$

ÖRNEK: 1.1

Peryodik bir dalganın peryodunu aşağıdaki frekans değerleri için bulunuz.

a — 50 Hz
b — 1000 Hz

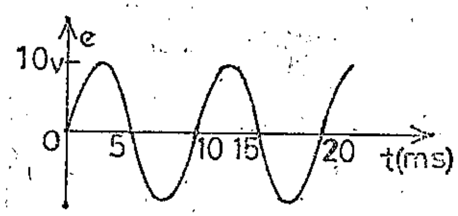
Çözüm:

a — $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02$ sn veya 20 ms

b — $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1000} = 10^{-3}$ sn veya 1 ms

ÖRNEK: 1.2

Şekil 1.10 daki eğrinin frekansını bulunuz.



Şekil 1.10

Çözüm:

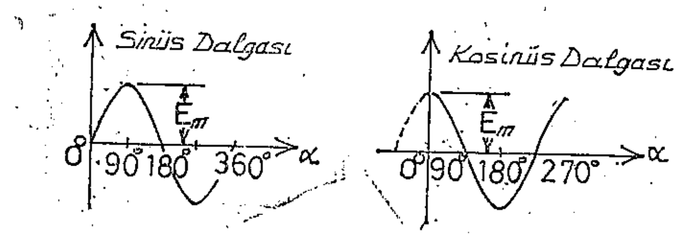
Şekilden T = 10 ms

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10 \times 10^{-3}}$$

$f = 100$ Hz

1.4 SİNÜS EĞRİSİ

Elektrik devrelerinde sinüs eğrisinin önemi çok büyüktür. Çünkü diğer dalga şekillerine göre R, L ve C devrelerine eğer sinüs eğrisi tatbik edilirse bu dalga şekli devrenin karakterinden hiç etkilenmez. Yani devrenin karakteri eğrinin şekline etki etmez. Halbuki eğer devreye sinüs eğrisi olmayan bir eğri tatbik edilirse (kare veya üçgen) bu eğri çeşidi devrenin karakterinden etkilenir. Başka bir ifadeyle eğer dirence, bobine veya kondansatöre bir gerilim tatbik edilirse ve bu gerilimde sinüsoidal ise buna bağlı olarak o devrede meydana gelen akımda sinüsoidal olur. Yani devrenin karakteristik yapısı meydana gelen akımın dalga şeklini etkilemez. Eğer böyle bir devreye kare veya üçgen dalgalı bir gerilim tatbik edilirse yukarıdaki durum olmaz. Yukarıda belirtilen devrelere (R, L, C) kosinüs eğrisi şekline sahip bir gerilim tatbik edilirse meydana gelen eğri şekli yine değişmez. Yani gerilimin eğrisinin şeklindedir. Çünkü sinüs eğrisi ile kosinüs eğrisi arasındaki fark sadece 90° lik açı farkıdır. Şekil 1.11 de sinüs ve kosinüs eğrileri görülmektedir. Bu eğrilerin çiziminde yatay eksende açısal değerler gösterilir. Bu değerler ya derece cinsinden veya radyan cinsinden olabilir. Pek çok elektrik formüllerinde π bir çarpan olarak bulunduğu için açıların ölçülmesinde radyan dereceye oranla daha çok kullanılır. Radyanla derece arasındaki oran aşağıdaki formüllerde görülmektedir.



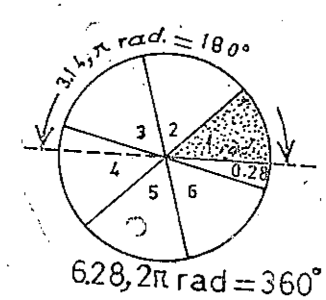
Şekil 1.11

2π radyan = 360°

veya (1.3a)

1 radyan = 57.3° (1.3b)

Şekil 1.12 de derece ve radyan ölçü birimleri görülmektedir. Ayrıca bu iki birim sistemlerinin bir birine dönüştürülmesi aşağıdaki gibidir.



Şekil 1.12

$$\text{Radyan} = \frac{\pi}{180^\circ} \times \text{derece} \tag{1.4a}$$

$$\text{Derece} = \frac{180^\circ}{\pi} \times \text{radyan} \tag{1.4b}$$

Bu formüller yardımıyla bazı radyan değerlerini dereceye ve derece değerlerini de radyana çevirelim.

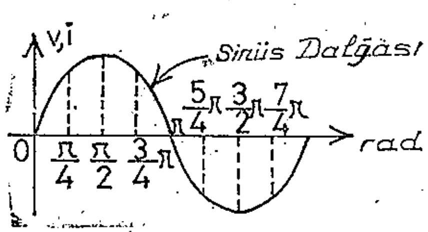
$$30^\circ : \quad \text{Radyan} = \frac{\pi}{180} \times (30^\circ) = \frac{\pi}{6} \text{ radyan}$$

$$90^\circ : \quad \text{Radyan} = \frac{\pi}{180} \times (90^\circ) = \frac{\pi}{2} \text{ radyan}$$

$$\frac{\pi}{3} : \quad \text{Derece} = \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

$$\frac{3\pi}{2} : \quad \text{Derece} = \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{3\pi}{2} = 270^\circ$$

Sinoüs eğrileri derece kullanarak çözülebileceği gibi şekil 1.13 de görüldüğü gibi radyan kullanarak da çözülebilir.

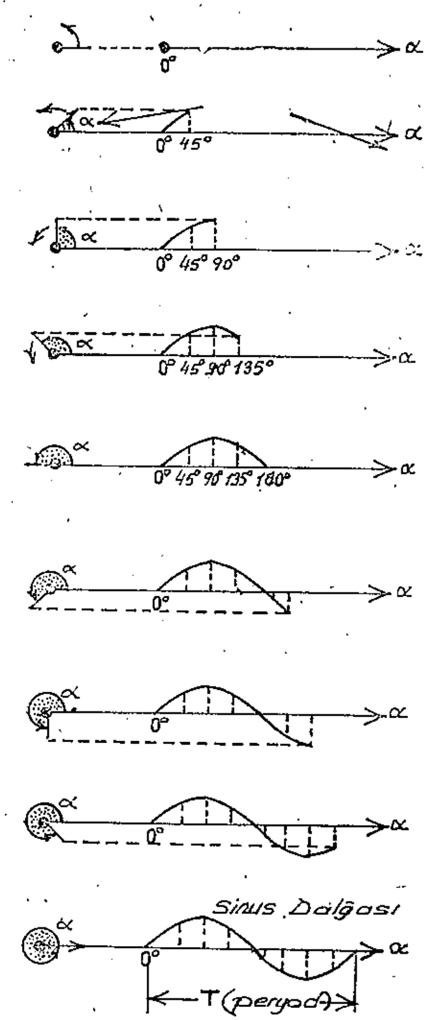


Şekil 1.13

Bir radyanlık vektörün merkeze göre hızına açısal hız denir. Yani açısal hız birim zamanda radyan olarak alınan mesafedir. Formül olarak açısal hız:

$$\text{Açısal hız} = \frac{\text{Alınan yol (rad)}}{\text{Zaman (sn)}} \tag{1.5}$$

Şekil 1.14 de bir dönüşle meydana gelen eğriyi veya bir peryot için gerkeli zamanı gösteren çeşitli eğriler görülmektedir. Birim zaman aralığında yarı çapa eşit olarak alınan yol 2π dir. Bu nedenle alınan yol 2π olarak gösterilirse açısal hız aşağıdaki gibi ifade edilebilir.



Şekil 1.14

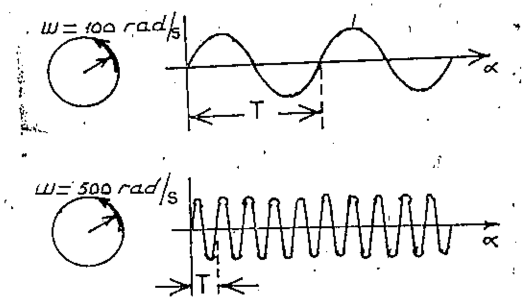
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ (rad/sn)} \tag{1.6}$$

Bu formülle ilgili olarak bir dönüde meydana gelen sinüs eğrisinin frekansı ($F = 1/T$) olduğuna göre açısal hız

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = 2\pi f \text{ (rad/sn)} \tag{1.7}$$

Yukarıdaki formülden anlaşıldığı gibi indüklenen gerilimin frekansı yükseldikçe açısal hızda yükselir. Şekil 1.15 de değişik açısal hızlara ait dalga şekilleri görülmektedir.



Şekil 1.15

ÖRNEK: 1.3

Frekansı 50 Hz olan bir snüs eğrisinin açısal hızını bulunuz.

Çözüm:

$$\omega = 2\pi f = 2 \,.\, 3.14 \,.\, 50$$
$$= 6.28 \,.\, 50$$
$$\omega = 314 \text{ rad/sn}$$

ÖRNEK: 1.4

Şekil 1.15b deki sinüs eğrisinin frekansını ve peryodunu bulunuz.

Çözüm:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \,.\, 3.14}{500} = 12.6 \text{ ms}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{12.6 \times 10^{-3}} = 79.3 \text{ Hz}$$

1.5 SİNÜSOİDAL GERİLİM veya AKIMIN GENEL ŞEKLİ

Sinüsoidal bir eğrinin genel ifadesi aşağıdaki gibi ifade edilir.

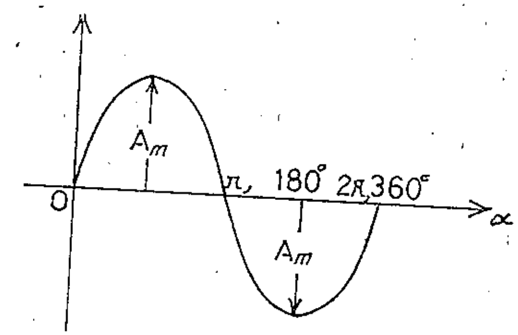
$$A_m \sin\alpha \qquad (1.8)$$

Formülde

A_m = Eğrinin maksimum değeri
α = Yatay eksen için ölçü birimidir.

Şekil 1.16 daki şekilde

$$\alpha = \omega t \qquad (1.9)$$



Şekil 1.16

Sabit zaman aralığı için açısal hızın büyüklüğü arttıkça eğrinin sayısı da artar. Formül 1.9 da $\alpha = \omega t$ olduğundan sinüs eğrisinin genel şekli aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$A_m \sin \omega t \qquad (1.10)$$

Formülde

ωt = Yatay eksendeki ölçü birimidir.

Akım ve gerilim gibi elektriki büyüklüklere yukardaki formülü tatbik edersek

$$i = I_m \sin \omega t = I_m \sin \alpha$$
$$e = E_m \sin \omega t = E_m \sin \alpha$$

Formülde

m eğrinin maksimum değerini gösterir (i) ve (e) eğrinin zamana göre ani değeridir. Sinüs eğrisi yatay eksende zaman gösterilmek suretylie de çizilebilir. Eğer zaman değişimine göre değişen değer sinüsoidal ise zaman ve gerilim veya akımın ani değerlerine göre de çizilebilir. Sinüsoidal olmayan eğriler için ani değer ve zamandan başka değerlerinde bilinmesine gereksinme vardır.

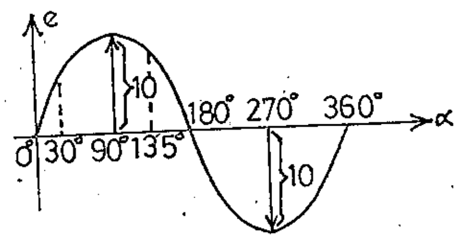
ÖRNEK: 1.5

Ani değeri $e = 10 \sin 377\, t$ olduğuna göre aşağıdaki çeşitli açılara göre sinüs eğrisinin şeklini çiziniz.

a — α derece
b — α radyan
c — t zaman (sn)

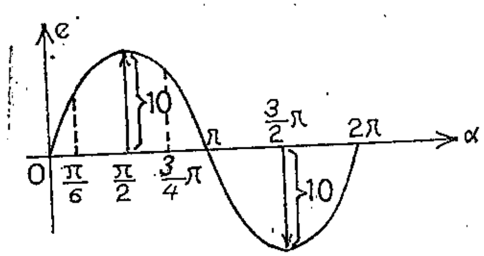
Çözüm:

a — Şekil 1.17



Şekil 1.17

b — Şekil 1.18



Şekil 1.18

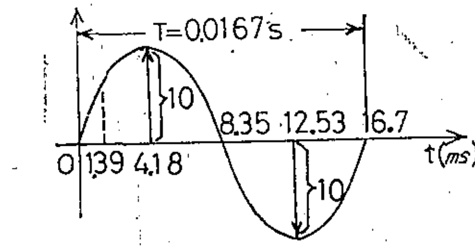
c —

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ veya } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6.28}{377} = 16.7 \text{ ms}$$

$$\frac{T}{2} = \frac{16.7}{2} \times 10^{-3} = 8.35 \text{ ms}$$

$$\frac{T}{4} = \frac{16.7}{4} \times 10^{-3} = 4.18 \text{ ms}$$

$$\frac{T}{12} = \frac{16.7}{12} \times 10^{-3} = 1.39 \text{ ms}$$



Şekil 1.19

1.6 FAZ İLİŞKİLERİ

Şu ana kadar gördüğümüz gibi sadece sinüs eğrisi $\pi/2$ ve $3\pi/2$ değerlerinde maksimum ve $0, \pi$, ve 2π değerlerinde de 0 değeri alan bir eğri şekli olduğunu gördük. Şekil 1.17 deki eğride sinüsoidal eğrinin değeri aşağıdaki gibidir. Yani

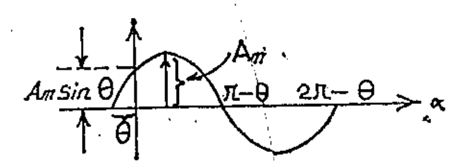
$$A_m \sin \omega t$$

bu eğri 0 değerinin sağ ve sol tarafına kaydırılacak olursa sinüs eğrisinin değeri Θ kadar değişir. Buna göre dalga şekli

$$A_m \sin (\omega t \mp \Theta) \qquad (1.11)$$

Θ = derece veya radyan olarak eğrinin kaydırılması.

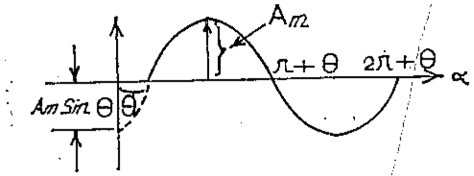
Eğer eğrideki bu kayma dikey eksene göre sol tarafa doğru ise θ değeri pozitif, sağ tarafa doğru ise Θ değeri negatif işaret alır. Bu değişim şekil 1.20 de görülmektedir.



Şekil 1.20

$$A_m \sin (\omega t + \Theta) \qquad (1.12)$$

$\omega t = \alpha = 0°$ değeri için eğrinin büyüklüğü $A_m \sin \theta$ ile tesbit edilir. Eğer eğri şekil 1.21 deki gibi sağa doğru ise θ değeri negatiftir.

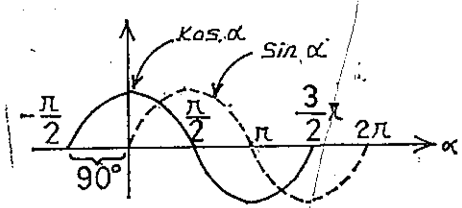


Şekil 1.21

$$A_m \sin(\omega t - \theta) \qquad (1.13)$$

$\omega t = \alpha = 0°$ için büyüklük $A_m \sin(-\theta)$ dir. Büyüklük değeri trigonometrik olarak $-A_m \sin \theta$ olarakta yazılabilir.

Sinüs eğrisindeki bu kaydırmayı dikey eksene göre sol tarafa 90° olarak kaydırırsak şekil 1.22 deki eğri elde edilir. Bu eğriye cosinüs eğrisi denir. Bu eğrinin değeri aşağıdaki gibi ifade edilir.



Şekil 1.22

$$90 = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Sin}(\omega t + 90°) = \text{Sin}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \text{Cosinüs } \omega t \qquad 1.14a)$$

$$\text{Sin } \omega t = \text{Cos}(\omega t - \theta) = \text{Cos}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (1.14b)$$

Sinüs eğrisinin dikey eksene göre sağa ve sola kaydırılmasıyla sinüs eğrisinin durumu ileri veya geri terimleri ile ifade edilir. Şekil 1.22 de cosinüs eğrisi sinüs eğrisine göre 90° ileridir. Başka bir ifadeyle sinüs eğrisi cosinüs eğrisine göre 90° geridedir. Eğrinin ileri veya geri durumuna göre meydana gelen 90° lik açıya iki eğri arasındaki faz açısı denir.

Sinüs ve cosinüs eğrileri ile ilgili trigonometrik ifadeler aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \text{Sin}(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \text{Cos}(-\alpha) &= \text{Cos}\,\alpha \\ -\text{Sin}(\alpha) &= (\alpha \mp 180°) \\ -\text{Cos}(\alpha) &= \cos(\alpha \mp 180°) \end{aligned} \qquad (1.15)$$

Eğer her hangi bir dalganın büyüklüğü aşağıdaki gibi ifade edilirse

$$e = -E_m \sin \omega t$$

negatif işaret doğrudan doğruya bu eğrinin açısal değerini ilgilendirir. Yani eğrinin maksimum değeri ile ilgili değildir. Böylece yukarıdaki değer aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$e = E_m (-\sin \omega t)$$

Çünkü $-\sin \omega t = \sin(\omega t \mp 180°)$ dir. Böylece ani değer aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$e = E_m \sin(\omega t \mp 180°)$$

Bu formüle göre 180° lik açı ωt değerine ya eklenir veya çıkarılır. Buna göre

$$e = -E_m \sin \omega t = E_m \sin(\omega t + 180°) = E_m \sin(\omega t - 180°)$$

İki eğrinin aralarındaki ilişkiyi ileri veya geri diye tarif ederken faz farkı terimi kullanılır. Bu değer derece veya radyan olarak ifade edilir.

ÖRNEK: 1.6

Aşağıdaki sinüsoidal eğriler arasındaki faz farkını eğriler çizerek gösteriniz.

a — $v = 10 \sin(\omega t + 30°)$
$\quad i = 5 \sin(\omega t + 70°)$

b — $i = 15 \sin(\omega t + 60°)$
$\quad v = 10 \sin(\omega t - 20°)$

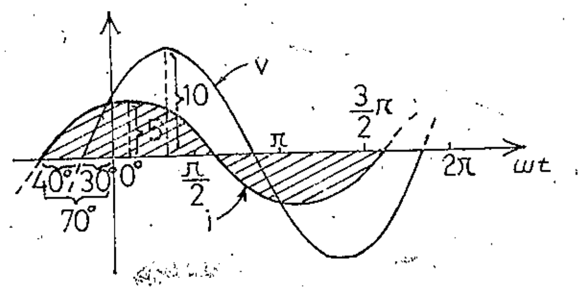
c — $i = 2 \cos(\omega t + 10°)$
$\quad v = 3 \sin(\omega t - 10°)$

d — $i = -\sin(\omega t + 30°)$
$\quad v = 2 \sin(\omega t + 10°)$

e — $i = -2 \cos(\omega t - 60°)$
$\quad v = 3 \sin(\omega t - 150°)$

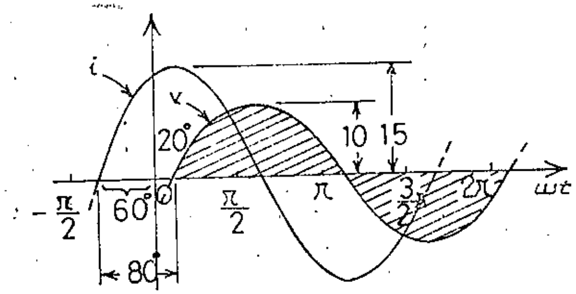
Çözüm:

a — i akımı v gerilimine göre 40° ileridir veya v gerilimi i akımına göre 40° geridir. Buna göre çizilen eğri şekil 1.23 de görülmektedir.



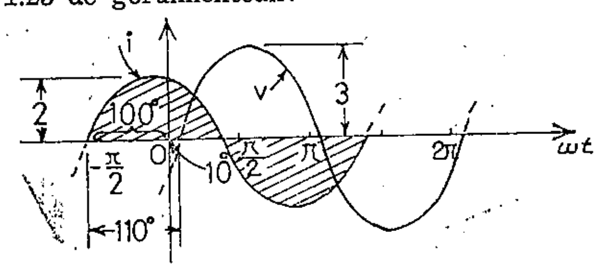
Şekil 1.23

b — i akımı v gerilimine göre 80° ileridir veya v gerilimi i akımına göre 80° geridir. Buna göre çizilen eğri şekil 1.24 de görülmektedir.



Şekil 1.24

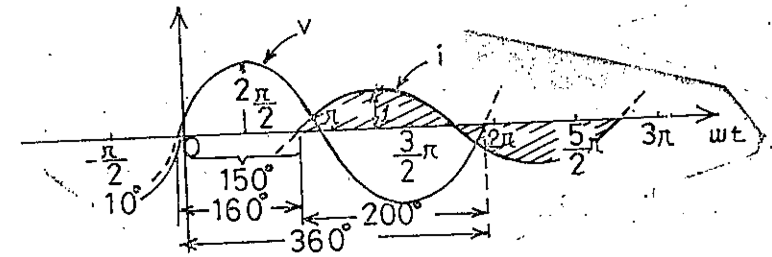
c — $i = 2\cos(\omega t + 10°) = 2\sin(\omega t + 10° + 90°) = 2\sin(\omega t + 100°)$. i akımı v gerilimine göre 110° ileridir veya v gerilimi i akımına göre 110° geridir. Buna göre çizilen eğri şekil 1.25 de görülmektedir.



Şekil 1.25

d — $-\sin(\omega t + 30°) = \sin(\omega t + 30° - 180°) =$ $\sin(\omega t - 150°)$

v gerilimi i akımına göre 160° ileridir veya i akımı v gerilimine göre 160° geridir. Eğri şekil 1.26 dadır.



Şekil 1.26

Başka bir metod kullanarak

$-\sin(\omega t + 30°) = \sin(\omega t + 30° + 180°) = \sin(\omega t + 210°)$

Bu durumda i akımı v gerilimine göre 200° ileridir veya v gerilimi i akımına göre 200° geridir. Bu soru için şekil 1.26 da çizilen dalga şekli doğrudur.

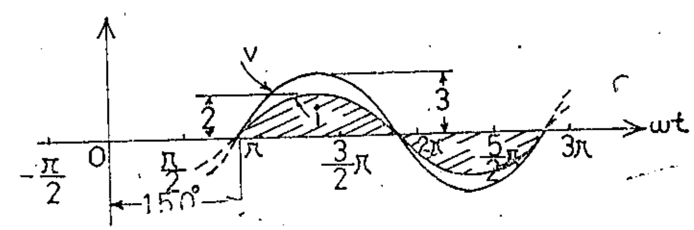
e — $i = -\cos(\omega t - 60°) = 2\cos(\omega t - 60° - 180°) =$ $2\cos(\omega t - 240°)$

Fakat

$\cos\alpha = \sin(\alpha + 90°)$

$2\cos(\omega t - 240°) = 2.\sin(\omega t - 240° + 90°) = 2\sin(\omega t - 150°)$

Bu sonuca göre v ve i değerleri aynı fazdadır. Eğri şekil 1.27 dedir.

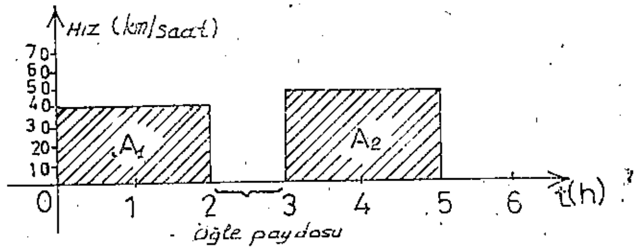


Şekil 1.27

1.7 ORTALAMA DEĞER

Değişik hızlarda 180 km yi 5 saatte giden bir şoförün bu süre zarfında yaptığı ortalama hızı bulmak istersek, bu sürede alınan yolun 5

te bölmek suretiyle her bir saat için ortalama hız bulunmuş olur. Şo-
ün bu süre zarfında aldığı yolu şekil 1.28 deki gibi çizecek olursak
eğriler altında kalan alanların ortalaması bize saatteki hızı verir.



Şekil 1.28

$$\text{Ortalama hız} = \frac{\text{Eğri altındaki alan}}{\text{Eğrinin uzunluğu}} \qquad (1.16)$$

$$= \frac{A_1 + A_2}{2}$$

$$= \frac{40 . 2 + 50 . 2}{5}$$

$$= \frac{180}{5}$$

$$= 36 \text{ km/saat}$$

Yukarıdaki formül akım ve gerilim gibi elektriki değerlerede uygu-
nır. Eğer G ortalama değeri ifade ederse

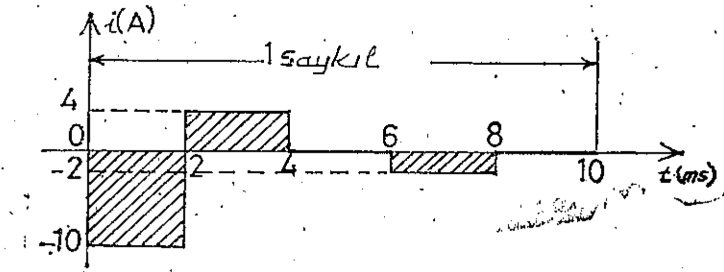
$$G \text{ (ortalama değer)} = \frac{\text{Alanların cebirsel toplamı}}{\text{Eğrinin uzunluğu}} \qquad (1.17)$$

Alanların cebirsel toplamı yapılmalıdır. Çünkü bazı alanlar yatay
ksenin altında bazılarıda bu eksenin üst tarafında olabilir. Bu cebirsel
plamada yatay eksenin üst tarafında olan alanlar pozitif işaretle alt
rafında olanlar ise negatif işaretle işaretlenirler. Her hangi bir geri-
min veya akımın ortalama değeri da. ölçü aletinin gösterdiği değerdir.
Başka bir ifadeyle bir tam saykılın ortalama değeri onun da. eşiti-
r. Elektrik ve elektronik devrelerde da. ve aa kullanıldığına göre bazan
a ortalama değerini yani da. eşitini bulmak gerekli olabilir.

ÖRNEK: 1.7

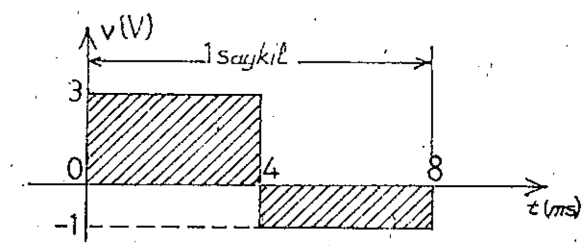
Bir tam saykıl için aşağıdaki eğrilerin ortalama değerlerini bulunuz.

a — Şekil 1.29



Şekil 1.29

b — Şekil 1.30

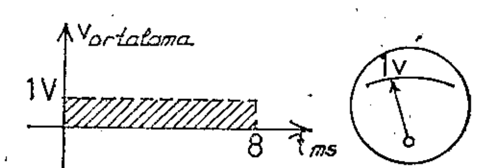


Şekil 1.30

Çözüm:

$$a \;—\; G = \frac{3.4 - 1.4}{8} = \frac{12 - 4}{8} = 1 \text{ volt}$$

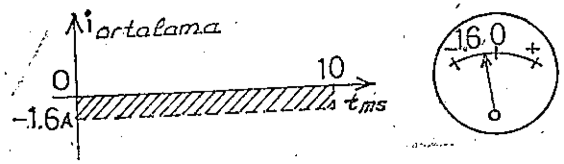
Doğru akım voltmetresinin gösterdiği değer şekil 1.31 dedir.



Şekil 1.31

$$b - G = \frac{-10.2 + 4.2 - 2.2}{10} = \frac{-20 + 8 - 4}{10}$$
$$= -\frac{16}{10}$$
$$= -1.6 \text{ Amper}$$

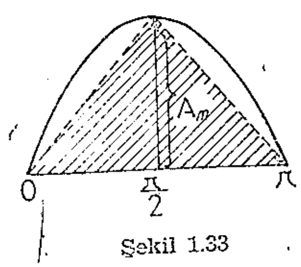
Doğru akım ampermetresi şekil 1.32 de görülen değeri gösterir.



Şekil 1.32

Yukardaki örneklerde eğrilerin altında kalan alanları basit olarak bulduk. Bu alanlar bulunurken eğriler sinüs eğrisi veya başka bir eğri şeklinde olabilir. Bu gibi hallerde alan başka bir yöntemle bulunabilir. Şekil 1.33 ve 34 de görülen eğrilerin altında kalan alanlar integral yöntemle bulunur. Ancak çok küçük bir hatyala bu şekilleri çeşitli üçgen şekillere bölüp bu şekillerin alanlarının toplamı büyük alanın toplamını verir.

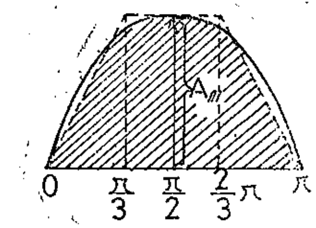
Örneğin sinüs eğrisinin gerçek pozitif veya negatif alanı eğri $2A_m$ ise yaklaşık olarak aşağıdaki gibi bulunur.



Şekil 1.33

$$\text{Alan (Taranmış)} = 2\left(\frac{1}{2}bh\right) = 2\left[\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}\right)(A_m)\right] = \frac{\pi}{2} A_m$$
$$\doteq 1.58 A_m$$

Bu alanı daha yaklaşık bir değerle bulmak için şekil 1.34 deki şekil kullanılır.



Şekil 1.34

$$\text{Alan} = A_m \frac{\pi}{3} + 2\left(\frac{1}{2}bh\right) = A_m \frac{3}{\pi} + \frac{\pi}{3} A_m$$
$$= 1.05\, A_m + 1.05\, A_m$$
$$= 2.1\, A_m \text{ olur.}$$

Bu değer eğrinin meydana getirdiği alana çok yakındır. Eğer eğrilerin şekli düzensiz ise bu yöntem ile alan bulma çok kullanılır. Eğer $2A_m$ eğrisi biliniyorsa ve alanın tam olarak bulunması zorunlu ise integral yöntemi kullanılmalıdır. Bir sinüs eğrisinin pozitif kısmında meydana gelen alanın bulunması istenirse

$$\text{Alan} = \int_0^{\pi} A_m \sin\alpha \, d\alpha$$

Formülde,

$\int$ = İntegral işareti

π ve 0 integral sınırları

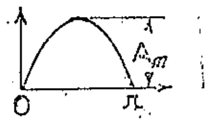
$A_m \sin\alpha$ integrali alınacak fonksiyon

d α yukarıdaki değerin α değerine göre integralin alınacağını gösterir.

Alanın integralini alırsak

$$\text{Alan} = \int_0^{\pi} \sin\alpha \; d\alpha$$
$$= A_m \Big[-\cos\alpha\Big]_0^{\pi}$$
$$= -A_m (\cos\pi - \cos 0)$$
$$\doteq -A_m [-1 - (+1)]$$
$$= -A_m (-2)$$

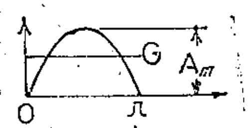
Alan $= 2\ A_m$ (1.18)



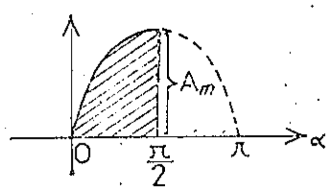
Yarım peryotluk zaman sonunda meydana gelen yarım dalgalık bir bölümün alanı $2\,A_m$ olarak bulunduğuna göre bunun ortalamasını bulmak için, bulunan bu alan eğrinin yatay eksendeki uzunluğuna bölünür. Böylece

$$G = \frac{2A_m}{\pi}$$

$$G = 0.638\ A_m \qquad (1.19)$$



Şekil 1.35 deki eğrinin altında kalan alanın yarısını bulmak istersek



Şekil 1.35

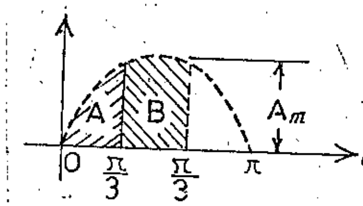
$G = \dfrac{2A_m/2}{\pi/2} = \dfrac{2A_m}{\pi}$ olur. Yani ortalama değer 180° lik saykılın altında bulunan alana eşittir.

Şekil 1.36 daki eğrinin altında kalan alan için A alanının ortalaması

$$G = \frac{2A_m/3}{\pi/2} = \frac{2A_m}{\pi}\ ?$$

meydana gelen alan bu değere eşit değildir. Çünkü A alanı $\neq$ B alanına, dolayısıyla

$$A \text{ alanı} \neq \frac{2A_m}{3}$$

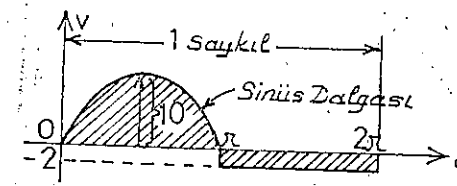


Şekil 1.36

ÖRNEK: 1.8

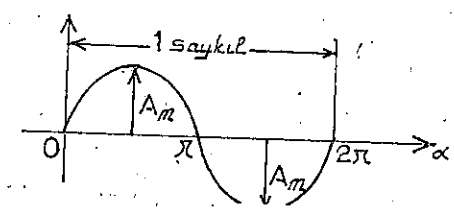
Aşağıdaki eğrilerin ortalama değerlerini bulunuz.

a — Şekil 1.37



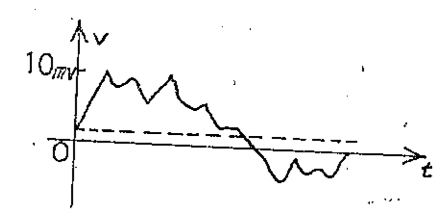
Şekil 1.37

b — Şekil 1.38



Şekil 1.38

c — Şekil 1.39



Şekil 1.39

Çözüm:

$$a — \quad G = \frac{\overbrace{2 . 10}^{2A_m} - 2\pi}{2\pi} = \frac{20 - 2\pi}{2\pi} = \frac{10 - \pi}{\pi}$$

$$G = 2.18 \text{ v.}$$

$$b — \quad G = \frac{2A_m - 2A_m}{2\pi} = 0$$

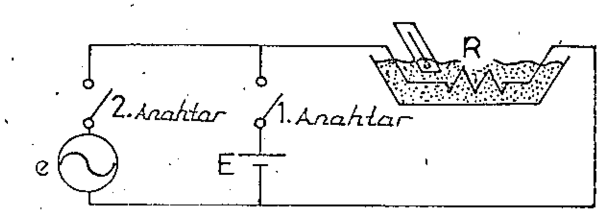
c — Ortalama değer pozitif değerli ve 2 mv civarındadır. Problemin b bölümünden anlaşıldığı gibi normal bir sinüs veya kosünüs eğrilerinin ortalama değerleri sıfırdır. Çünkü pozitif ve negatif değerler bir birine eşittir.

1.8 EFEKTİV DEĞER

Bu bölümde da. ve aa. değerlerinin her hangi bir yükte sarfedilen enerjiye göre aralarındaki ilişkileri inceliyeceğiz. Böylece her hangi bir dirençte sarfedilen da. enerjisi ile aynı değere sahip aa. ın değerini bulmaya yardımcı olacaktır. Burada şöyle bir soru akla gelebilir. Nasıl olur da sinüsoidal aa. değeri tam saykıl boyunca tek bir güç sarfeder. Çünkü net akım, yönlerinin farkından dolayı sıfırdır veya sinüsoidal eğride ortalama değer sıfırdır.

Dirençten geçen akımın yönü değişik olmakla beraber büyüklüğü her iki yön için bir birine eşit olduğu için her iki durumda da direnç üzerinde bir güç harcanır. Başka bir ifadeyle aa. da sinüs eğrisinin pozitif ve negatif kısmı için her hangi ani bir değerde direnç üzerinde bir enerji sarfı olur. Sarfedilen bu enerji aa. ani değerindeki kısmın büyüklüğü değişik olduğu için buna bağlı olarak sarfedilen güçte ani değere bağlı olarak değişir. Sonuç olarak sinüs eğrisi ister pozitif bölümde ister negatif bölümde olduğu için her iki durumda da direnç üzerinden sürekli olarak bir akım geçer. Böylece meydana gelen güç bu bölümlerden birisinde meydana gelen gücün iki katına eşit olur.

Alternatif akım ile doğru akımın bir direnç üzerinde meydana getirdikleri güç, akım ve gerilim değerlerini tesbit etmek için şekil 1.40 daki gibi bir deney yapılabilir. Bu deneyde su kabı içine daldırılan bir direncin iki ucu 1 ve 2 nolu anahtarlar yardımıyla doğru akım ve alternatif akım kaynaklarına bağlanır. Eğer 1 nolu anahtar kapatılırsa devreden bir I akımı geçer, direncin ve E geriliminin değeri belli olduğu için I akımı bulunur. Suya daldırılan bir termometre ile suyun ısısı dolayısıyla driencin sarfettiği güç tesbit edilir. Aynı şekilde 1 nolu anahtar açılır ve 2 nolu anahtar kapatılırsa alternatif akımın gerilimine bağlı olarak I_{max} değerinde bir akım geçer. Böylece suyun ısısı veya aynı direncin sarfettiği güç tesbit edilir. Tesbit edilen bu ısı değerini da. ısı değerine eşit değerde tutmak için aa. giriş gerilimi değiştirilir ve ısılar bir birine eşit ypaılır. Böylece direncin aa. da sarfettiği miktar da. da sarfettiği ısı miktarına eşit olup, yani sarfedilen güç ve direnç değerleri sabit olduğuna göre aynı değerde güç elde etmek için aa. mın gerilimi dolayısıyla akımı değiştirilir. Alternatif akımda her hangi bir ani değer için sarfedilen enerji aşağıdaki gibi bulunur.



Şekil 1.40

$$P_{aa} = (I_{aa})^2 R$$

$$= (I_m \sin \omega t)^2 R = (I_m^2 \sin^2 \omega t) R$$

Ayrıca

$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) \text{ olduğundan}$$

$$P_{aa} = I_m^2 \left[\frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) \right] R$$

$$P_{aa} = \frac{I_m^2 R}{2} - \frac{I_m^2 R}{2} \cos 2\omega t \qquad (1.20)$$

Dirençte sarfedilen aa. mın ortalama değeri formülün ilk teriminin değerine eşittir. Çünkü kosünüs eğrisinin ortalama değeri sıfırdır. Alternatif akımın meydana getirdiği gücü da. mın meydana getirdiği güç değerine eşitliyecek olursak

$P_{aa} = P_{da}$

$\frac{{}^2R}{} = I_{da}^2 R$

$I_m = \sqrt{2}\, I_{da}$

ya

$I_{da} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707\ I_m$ olur

eşitlik şunu ifade eder. Bir doğru akımın (da) değeri alternatif akım ya gerilimin maksimum değerinin $1/\sqrt{2}$ veya 0.707 katına eşittir. Böy- e da. eşiti sinüsoidal akımın veya gerilimin efektif değeri olarak anı- . Yani alternatif akımın veya gerilimin efektif değeri doğru akım veya rilim değerine olan eşitidir.

zet olarak

$$= I_{ef} = 0.707\ I_m \qquad (1.21\ a)$$

ya

$$= \sqrt{2}\ I_{ef} = 1.41\ I_{ef} \qquad (1.21\ b)$$

$$= 0.707\ E_m \qquad (1.22\ a)$$

ya

$$= \sqrt{2}\ E_{ef} = 1.41\ E_{ef} \qquad (1.22\ b)$$

Basit bir örnek olarak 10 amperlik doğru akımın yaptığı işe eşit ğerde bir işi $10 . 1.41 = 14.1$ amperlik alternatif akım yapar. Her hangi r efektif değeri zamanı fonksiyonu olarak bulmak istersek aşağıdaki rmül kullanılır.

$$= \sqrt{\frac{\int_0^T i(t)^2\, dt}{T}} \qquad (1.23\ a)$$

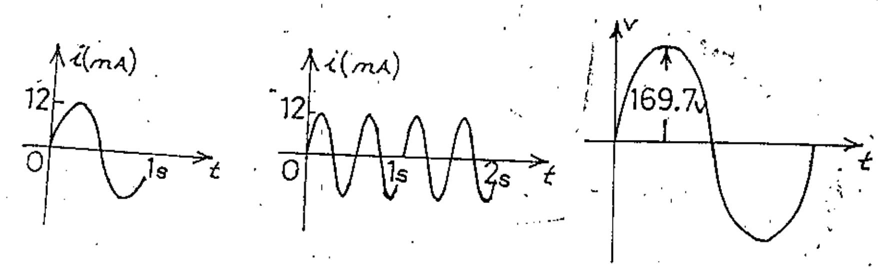
eya

$$= \sqrt{\frac{\text{Alan (A)}\ [i(t)^2]}{T}} \qquad (1.23\ b)$$

Yukarıdaki formüllerin ifade ettiği değere göre efektif değerin bulunması için ilk olarak fonksiyon i (t) nin karesi alınır. Bu değerin karesi alındıktan sonra eğri altındaki alan integral yöntemiyle bulunur. Bu iki değerin çarpımı T ye bölünür. (T = preyot veya bir saykılın yatay eksendeki uzunluğu) Bu değerin T ye bölünmesiyle ortalama değer bulunur. Ortalama değerin kare kökü alınmak suretiyle efektif değer bulunmuş olur.

ÖRNEK: 1.9

Şekil 1.41 deki sinüsoidal eğrilerin efektif değerlerini bulunuz.



Şekil 1.41

Çözüm:

a — $I_{ef} = 0.707 . (12 \times 10^{-3}) = 8.48$ mA

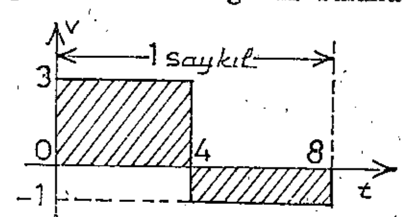
b — $I_{ef} = 8.48$ mA

Dikkat edilirse a eğrisinin efektif değeri değişirken frekansının değişmediği görülüyor.

c — $V_{ef} = 0.707\ (169.7) = 120$ volt

ÖRNEK: 1.10

Şekil 1.42 deği eğrinin efektif değerini bulunuz.



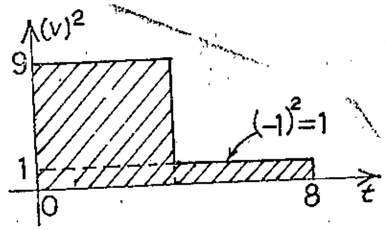
Şekil 1.42

Çözüm:

v^2 (şekil 1.43)

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{9 \cdot 4 + 1 \cdot 4}{8}} = \sqrt{\frac{40}{8}}$$

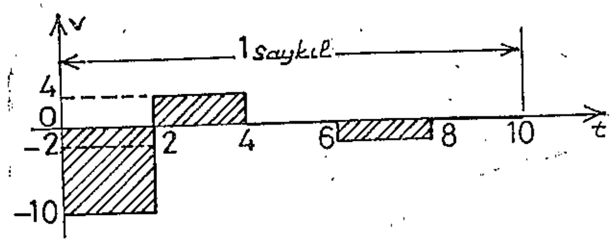
$$= 2.33 \text{ volt}$$



Şekil 1.43

ÖRNEK: 1.11

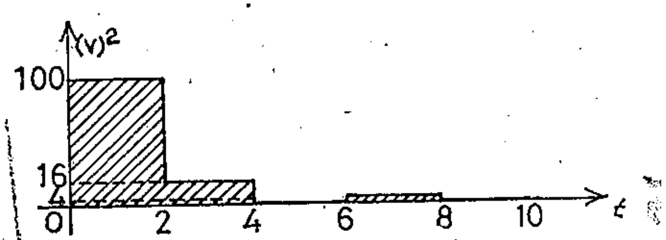
Şekil 1.44 deki eğride gerilimin efektif değerini bulunuz.



Şekil 1.44

Çözüm:

v^2 (şekil 1.45)



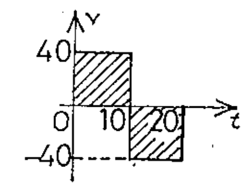
Şekil 1.45

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{(100) \cdot 2 + 16 \cdot 2 + 4 \cdot 2}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{240}{10}} = 4.9 \text{ volt}$$

ÖRNEK: 1.12

Şekil 1.46 daki kare eğrinin ortalama ve efektif değerini bulunuz.



Şekil 1.46

Çözüm:

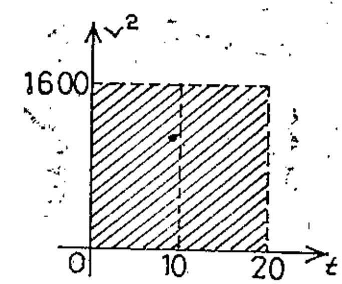
(Ortalama değer = 0 dır)

v^2 (şekil 1.47)

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1600\ (10 \times 10^{-3}) + 1600\ (10 \times 10^{-3})}{20 \times 10^{-3}}}$$

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{32000 \times ^{-3}}{20 \times 10^{-3}}} = \sqrt{1600}$$

$V_{ef} = 40$ volt (şekil 1.46 daki eğrinin maksimum değerine eşittir)



Şekil 1.47

Akım veya gerilim gibi sinüsoidal değerlerin efektif değerleri I veya E harfleriyle gösterilir. Bu harfler doğru akım veya alternatif akım için değişmez.

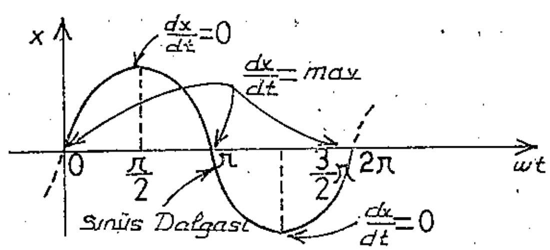
Bunların maksimum değerlerle karıştırılmaması için m harfi kullanılır. Yani I_m veya E_m veya I_m sin ω t gibi.

Dikkat: Bir sinüs eğrisinin pozitif kısmının efektif değeri bulunurken dikkat edilirse $(2A_m)^2 = 4A^2_m$ değildir. Bu kare alanın integral yöntemiyle bulunması zorunludur.

1.9 TÜREV

Alternatfi akım devreleri üzerindeki araştırılmalara başlamadan evvel sinüs ve kosünüs eğrilerinin türevlerinin nasıl bulunulacağı öğrenilmelidir.

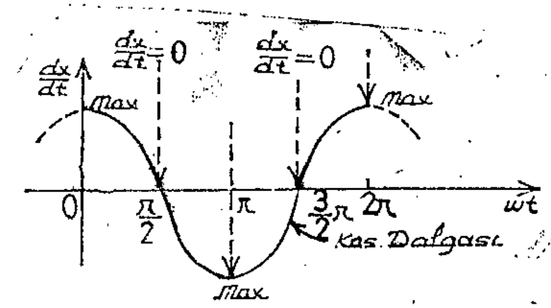
Türev dx/dt notasyonu şöyle tarif edilebilir. Türev dx/dt, (x) değerinin (t) zamana göre değişim oranıdır. Eğer x değeri her hangi bir zaman birimi için değişmezse, yani dx = 0 olursa bunun türevide sıfır olur. Sinüs eğrisinin dx/dt değeri sadece pozitif ve negatif tepe noktaları (max) değerleri, yani ($\omega t = \pi/2$) ve ($3\pi/2$) değerleri için sıfırdır. Şekil 1.48 de görüldüğü gibi çok kısa bir an için dx = 0 dır.



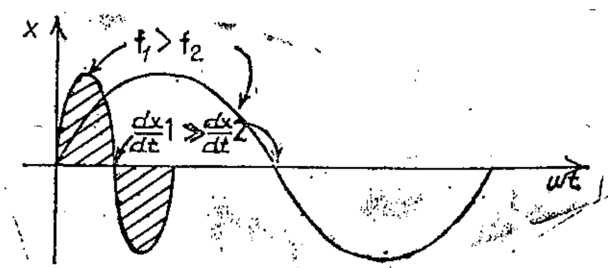
Şekil 1.48

Şekli 1.48 deki sinüs eğrisinde görüldüğü gibi x değerindeki en büyük değişim ω t = 0,π ve 2π değerlerinde olmaktadır. Bunun için bu noktaların türevi maksimumdur. Sinüs eğrisinin değeri maksimum ve minimum değerleri arasında değiştiği için türev değeri de max ve min değerleri arasında değişir. Şekil 1.48 de görülen sinüs eğrisinin türevini alacak olursak şekil 1.49 daki kosünüs eğrisi elde edilir. Böylece sinüs eğrisinin türevi kosünüs eğrisini verir.

Kosünüs eğrisinin tepe (maksimum) değeri doğrudan doğruya orjinal eğrinin frekansı ile ilgilidir. Frekans yükseldikçe sinüs eğrisinin türevi dx×dt de yükselir. Bu durum şekil 1.50 de görülmektedir.



Şekil 1.49



Şekil 1.50

Sinüs eğrisinin türevi doğrudan doğruya bu eğrinin değerinin diferansiyeli alınmak suretiyle bulunur. Buna göre

$$\frac{d}{dt}\left[E_m \sin(\omega t \mp \theta)\right] = \omega E_m \cos(\omega t \mp \theta) \tag{1.24}$$

$$x(t) = e(t) = E_m \cos(\omega t \mp \theta)$$

$$\frac{d}{dt}\left[E_m \cos(\omega t \mp \theta)\right] = -\omega E_m \sin(\omega t \mp \theta) \tag{1.25}$$

Şekil 1.48 deki sinüs eğrisinde $\theta = 0$ ve $x = x_m \sin \omega t$ olduğundan

$$\frac{dx}{dt} = \omega x_m \cos \omega t$$

veya

Tepe değeri

$$\frac{dx}{dt} = 2\pi f\ x_m \cos \omega t$$

Frekansın eğrinin tepe değerine olan etkisine dikkat edilmelidir. Daha önceden belirtildiği gibi frekans yükseldikçe türevin tepe değeride yükselir.

1.10 SİNÜSOİDAL GERİLİM veya AKIMIN R, L ve C DEVRELERİNE OLAN ETKİLERİ

Om kanununun kapasitif, endüktif ve omik devrelere uygulandığını biliyoruz. Bu bölümde sinüsoidal bir gerilim veya akımın bu devrelere nasıl uygulanacağı araştırılacaktır.

DİRENÇ

Pratik olarak devreye tatbik edilen sinüsoidal gerilim veya akımın frekansı direnci etkilemez. Bu nedenle şekil 1.51 deki devrede R direncinin değeri sabit olarak varsayılır. Çünkü direnç frekanstan etkilenmez. Bu devreye om kanunu uygulanırsa

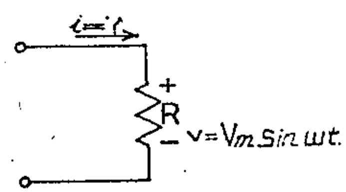
$$i = \frac{U}{R} = \frac{V_m \sin \omega t}{R} = \frac{V_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

$$I_m = \frac{V_m}{R} \text{ dir.}$$

i akımı verildiğine göre

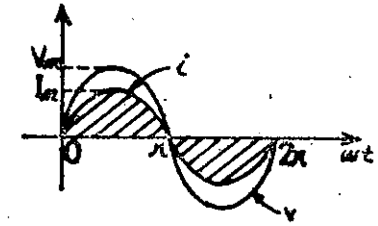
$$v = i R = (I_m \sin \omega t) R = I_m R \sin \omega t = V_m \sin \omega t$$

$$V_m = I_m R$$



Şekil 1.51

v ve i değerlerini şekil 1.52 de işaretlersek omik devrelerde akımla gerilim arasındaki açı farkı olmadığı için bu gibi devrelerde akımla gerilim aynı fazdadır denir.

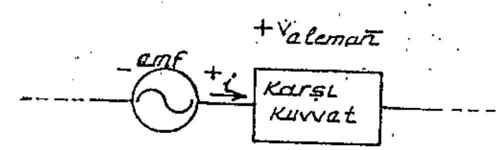


Şekil 1.52

ENDÜKTANS (Bobin)

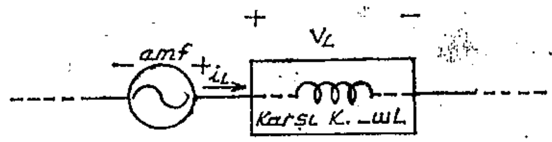
Şekil 1.53 de görülen seri devrede kapalı kutu uçlarındaki gerilim devrenin gerliim kaynağının (emk) nın değerine zıt yönde etkide bulunur. Yani devreden geçen ı akımının büyüklüğünü azaltır. Bu elemanın uçlarındaki gerilimin büyüklüğü doğrudan doğruya elemandan geçen akımın veya şarjın zıtlığı ile ilgilidir. Bundan önceki bölümde bu zıt kuvvet (karşı kuvvet) o devrenin direnci idi. Bu karşı kuvvet (direnç) ı

$$R = \frac{V\ (\text{eleman})}{i} \quad \text{formülüyle bulunur.}$$



Şekil 1.53

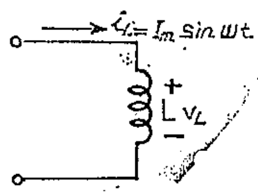
Bobin için daha önceki bölümlerde gördüğümüz gibi zıt emk (veya bobinin uçlarındaki gerilim) direkt olarak bobinin içinden geçen akımın değişimiyle ilgilidir. Sonuç olarak frekans yükseldikçe bobinden geçen akımın değişim oranı yükselir ve meydana gelen zıt emk geriliminin büyüklüğü artar. Meydana gelen gerilim bobinin iletgen sayısı arttıkça artar ve bu gerilim mağnetik kuvvet hatlarının (flux) değişim miktarıyla da ilgilidir. Böylece zıt emk direkt olarak frekans (bobinden geçen sinüsoidal aa. açısal hızına) ve bobinin indüktansına bağlıdır. Şekil 1.54 de zıt emk in değeri V_L ve bobinden geçen akımın değeri ise i_L ile gösterilir.



Şekil 1.54

İndüktans L ve açısal hız ω nın yükselmesiyle zıt emk V_L nin değeri de yükselir. Bu iki değerin çarpımı (ω L) bobinden geçen i_L akımına karşı koyan V_L zıt emk nın değerini yükseltir ve şekil 1.53 için devrenin emk sının değişmediği halde zıt emk dan dolayı geçen i_L akımı azalır. Endüktif devrelerde meydana gelen zıt emk V_L nin değerine tesir eden faktörleri ve V_L nin hesaplanmasını incelyielim.

Şekil 1.55 deki devre için zıt emk V_L aşağıdaki gibi hesaplanır.



Şekil 1.55

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} \text{ dir}$$

Bu denklemin diferansiyeli alınırsa

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{d}{dt}(I_m \sin \omega t) = \omega L I_m \text{kos}\, \omega t$$

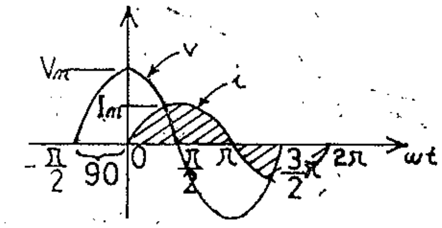
$$V_L = L \frac{di_L}{dt} = L(\omega I_m \cos \omega t) = \omega L I_m \cos \omega t$$

veya

$$V_L = V_m \sin(\omega t + 90°) \quad \text{ve} \quad V_m = \omega L I_m \text{ dir.}$$

Yukarıdaki formülden görüldüğü gibi V_L geriliminin tepe noktası değeri direkt olarak indüktans L ile açısal hız ω nın değerine bağlıdır.

Bobinin uçlarında meydana gelen V_L gerilimi ile içinden geçen i_L değerlerine bağlı olarak şekil 1.56 daki eğriler çizilirse V_L gerilimi ile I_L arasındaki 90° lik faz farkı olduğu görülür ve V_L değeri i_L ye göre 90° ileridedir. Başka bir ifadeyle i_L akımı V_L geriliminden 90° geridedir.



Şekil 1.56

$$i_L = I_m \sin(\omega t \mp \theta)$$

$$v_L = \omega L I_m \sin(\omega t \mp \theta + 90°)$$

Sinüsoidal aa. devrelerinde indüktörde meydana gelen ve akıma zıt kuvvet aşağıdaki bulunur.

$$\text{Etki} = \frac{\text{Sebep}}{\text{Tepki}}$$

veya

$$\text{Tepki} = \frac{\text{Sebep}}{\text{Etki}}$$

Bu değerler bundan önce bulunan formüllerde yerine konursa

$$\text{Tepki (zıt etki)} = \frac{V_m}{I_m} = \frac{\omega L I_m}{I_m} = \omega L$$

Bobinde myedana gelen karşı kuvvetin değerinin ω L olduğu daha önceden vurgulanmıştı.

Endüktif devrelerde ω L değeri reaktans (bobinin reaksiyonu) olarak anılır. Bu değer X_L harfleriyle gösterilir ve ohm olarak ölçülür.

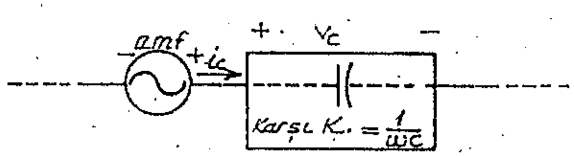
$$X_L = \omega L \quad \text{(om)} \qquad (1.26)$$

Böylece bobinlerde indüktif reaktans (X_L) bobinden geçen akıma karşı koyan kuvvettir. Bu kuvvet kaynak ile bobinin mağnetik alanındaki karşılıklı enerji değişiminin bir sonucudur. Başka bir ifadeyle reaktans direncin tersine olarak (direnç enerjiyi ısıya çevirir) elektrik enerjisini ısıya çevirmez.

KONDANSATÖR

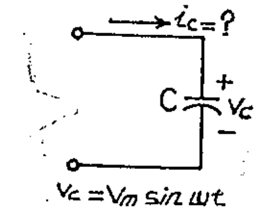
Şekil 1.54 deki bağlantıya dönüp devredeki bobini kondansatör ile değiştirelim. Aynı şekilde kondansatörden geçen i akımını kondansatör uçlarındaki gerilime bağlı olarak tesbit edelim. Böyle bir devrede devre elemanı uçlarındaki gerilim ve içinden geçen akım biliniyorsa devredeki karşı kuvvet bulunablir. İndüktif devrelerde bobinden geçen akım ani olarak bir değişim gösteriyorsa bobin uçlarında zıt emk dediğimiz bir gerilim meydana gelir. Kapasitif devrelerde ise kondansatör uçlarındaki gerilim kondansatörde depo edilen şarja bağlıdır. Başka bir ifadeyle kondansatör uçlarındaki gerilimin ani değişimi kondansatörün bir plakasının depozit şarjı için zaman gereksinimidir. Formül olarak $V = Q/C$ dir. Çünkü kapasite kondansatörün plaklaarında depo edilen şarjın oranının bir ölçüsüdür. Kondansatörün uçlarındaki gerilimin değişimi için kapasite değerinin büyüklüğü kapasitif akımın büyüklüğü demektir. Yani kapasite akımının büyüklüğü plakalardaki depo edilmiş şarjın büyüklüğüne bağlıdır. Böylece kondansatör uçlarındaki gerilim ve kondansatörden geçen akım ($i = C\,dv/dt$) dir. Bu formülden anlaşıldığı gibi kondansatörün uçlarındaki gerilimin değişiminin büyüklüğü kondansatörün akımının büyüklüğünü gerektirir. Yani gerilimin frekansının büyüklüğü şarj geriliminin değişim oranını büyültür. Böylece büyüyen değişim oranı daha fazla depolama meydana getirdiği çiin kondansatör akımı yükselir.

Bundan dolayı kondansatörün akımı direkt olarak uçlarındaki gerilimin frekansı (veya açısal hız) ve kondansatörün kapasitesine bağlıdır. Bu iki değerden her birinin değerindeki bir yükseliş kondansatör akımını yükseltir. Şekil 1.57 deki bağlantıda indüktif devrelerde olduğu gibi meydana gelen zıt kuvvetin değerini bulalım. Gerek indüktif devrelerde gerekse kapasitif devrede akımın yükselmesi buna karşı koyan kuvvetin azalması demektir. Kapasitif bir devrede akım i_C, ω ve C değerlerinin oranıdır. Bu i_C akımı ωC veya $1/\omega C$ değerine bağlıdır. Şekil 1.57 de karşı kuvvetin $1/\omega C$ olduğu görülmektedir. Başka bir ifadeyle açısal hızın (veya frekansın) ve kapasitenin yükselmesi i_C akımına karşı kuvveti azaltır. Böylece i_C akımı bu değerlere bağlı olarak sınırlanır.



Şekil 1.57

Kondansatörün akımı, geri V_c emk değeri ve kapasitenin zamana bağlı olarak değişimine eşit olduğuna göre bu akım şekil 1.58 deki devrede aşağıdaki gibi bulunur.



Şekil 1.58

$$i_C = C\,\frac{dv_C}{dt}$$

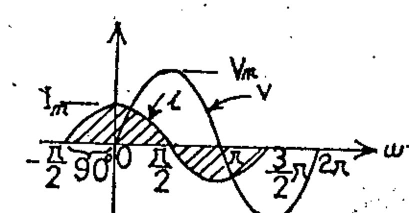
$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{d}{dt}\,(V_m \sin \omega t) = \omega\, V_m \cos \omega t$$

$$i_C = C\,\frac{dv_C}{dt} = C\,(\omega\, V_m \cos \omega t) = \omega\, C\, V_m \cos \omega t$$

veya

$$i_C = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) \quad \text{ve} \quad I_m = \omega\, C\, V_m \text{ dir.}$$

Dikkat edilirse i_C akımının tepe noktası direkt olarak ω ve C değerleriyle ilgilidir. V_C ve i_C değerlerinin eğrileri çizilecek olursa şekil 1.59 daki eğriler elde edilir. Bunlardan görüldüğü gibi i_C akımı V_C gerilimine göre 90° ileridir veya V_C gerilimi i_C akımına göre 90° geridedir.



Şekil 1.59

$$V_C = V_m \sin\,(\omega t \mp \theta)$$

$$i_C = \omega\, C\, V_m \sin\,(\omega t \mp \theta + 90^\circ)$$

$$\text{Tepki} = \frac{\text{Sebep}}{\text{Etki}} \quad \text{dir.}$$

Yukarıdaki değerleri bu formülde yerine koyarsak

$$\text{Tepki} = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_m}{\omega c\, V_m} = \frac{I}{\omega c} \quad \text{olur.}$$

$\frac{I}{\omega_C}$ değeri kondansatörün reaktansı olarak anılır ve X_C harfleri ile gösterilip om olarak ölçülür. Buna göre

$$X_C = \frac{I}{\omega_C} \quad \text{(om)} \qquad (1.27)$$

Kapasitif reaktans şarj akımına karşı koyan bir kuvvettir. Bu kuvvet kaynakla kondansatörün elektrik alanı arasındaki enerji değişiminin bir sonucudur. İndüktansta olduğu gibi kondansatörde de enerji sarfedilmez.

Şekil 1.58 de görüldüğü gibi kapasitif devrelerde gerilim, indüktif devrelerde ise akım verilir. Her iki devre için bilinmeyen değer hesaplanırken bilinmeyen değerin integrali alınır. Buna göre indüktif devre için

$$v_L = L\,\frac{di_L}{dt}$$

$$i_L = \frac{1}{L}\int v_L\, dt \qquad (1.28)$$

Kapasitif devre için

$$i_C = C\,\frac{dv_C}{dt}$$

$$v_C = \frac{1}{C}\int i_C\, dt \qquad (1.29)$$

Her hangi bir elektrik devresinde giriş gerilimi ile akım arasındaki açıya göre devre ya indüktif veya kapasitif olur. Eğer akım gerilime göre ileri ise devre kapasitif bir devredir. Eğer gerilim akıma göre ileri ise devre indüktif bir devredir. Çünkü şu ana kadar indüktif veya kapasitif devre için reaktansa ait formülü bulduk ve bu formülün değerini bulmak için türev veya integral kullanmaya gerek yoktur.

Basit olarak om konunu uygulamak suretiyle $I_m = E_m/X_L$ (veya X_C) değeriyle, akımla gerilim arasındaki faz ilişkisi bilinirse ilgili problem kolayca çözülebilir.

ÖRNEK: 1.13

Aşağıda direnç uçlarındaki gerilimin değeri verilmektedir. Direnç 10 om olduğuna göre akımın sinüsoidal ifadesini bulunuz. Akım ve gerilime göre açı ωt iken v ve i eğrisini çiziniz.

a — $v = 100 \sin 377\,t$

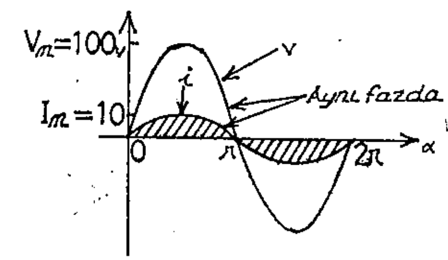
b — $v = 25 \sin (377\,t + 60°)$

Çözüm:

a — $i = \frac{V}{R} = \frac{100}{10}$, $\sin 377\,t$

$i = 10 \sin 377\,t$

Akımla gerilim eğrisi şekil 1.60 da görülmektedir.

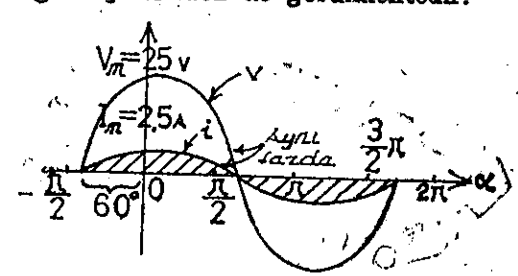


Şekil 1.60

b — $i = \frac{V}{R} = \frac{25}{10} \sin (33\,t + 60°)$

$i = 2.5 \sin (377\,t + 60°)$

Akımla gerilim eğrisi şekil 1.61 de görülmektedir.



Şekil 1.61

ÖRNEK: 1.14

5 om luk dirençten geçen akım veriliyor. Direnç uçlarındaki gerilimin sinüsoidal ifadesini yazınız.

$i = 40 \sin (377\,t + 30°)$

Çözüm:

$v = i \cdot R = 5 \cdot 40 \sin (377\,t + 30°)$

$v = 200 \sin (377\,t + 30°)$

ÖRNEK: 1.15

0.1 H lik bir bobinden geçen akım veriliyor. Bobin uçlarındaki gerilimin sinüsoidal ifadesini bulunuz. v ve i değerlerine göre eğriyi çiziniz.

a — $i = 10 \sin 377\,t$

b — $i = 7 \sin (377\,t - 70°)$

Çözüm:

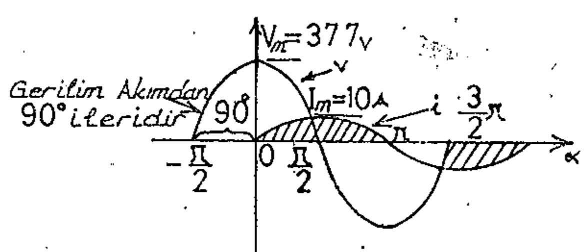
a — $X_L = \omega L = 37.7$ om

$V_m = I_m X_L = 10 \cdot 37.7 = 377$ volt

İndüktif devrelerde gerilim akıma göre 90° ileridedir. Bunun için

$v = 377 \sin (377\,t + 90°)$

Akım ve gerilim için çizilen eğriler şekil 1.62 dedir.



Şekil 1.62

$b = X_L = 37.7$ om

$V_m = I_m X_L = 7 \cdot 37.7$

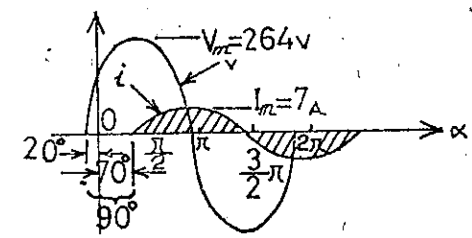
$V_m = 264$ volt

Gerilimle akım arasında 90° lik açı olup gerilim akıma göre ileridir. Böylece

$v = 264 \sin (377\,t - 70° + 90°)$

$v = 264 \sin (377\,t + 20°)$

Akım ve gerilimle ilgili eğri şekil 1.63 dedir.



Şekil 1.63

ÖRNEK: 1.16

0.5 H lik bir bobinin uçlarındaki gerilim biliniyor. Akıma göre sinüsoidal ifadesi nedir.

$v = 100 \sin 20\,t$

Çözüm:

$X_L = \omega L = 20 \cdot 0.5 = 10$ om

$I_m = \frac{V_m}{X_L} = \frac{100}{10}$ 10 Amper

Akımla gerilim arasındaki açı 90° olup akım geridir.

$i = 10 \sin (20\,t - 90°)$

ÖRNEK: 1.17

1 μf lık bir kondansatörün uçlarındaki gerilim veriliyor. Akım için sinüsoidal ifade nedir? Akım ve gerilim eğrisini çiziniz.

$v = 30 \sin 400t$

Çözüm:

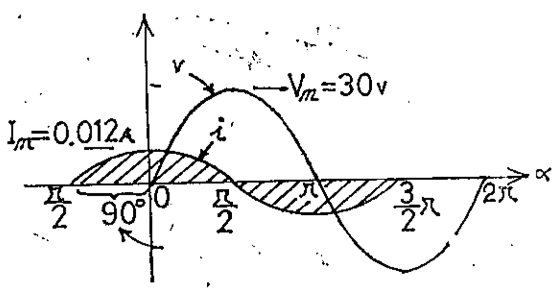
$$X_C = \frac{1}{\omega_C} = \frac{1}{400\ (1 \times 10^{-6})} = \frac{10^6}{400} = 2500 \text{ om}$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_C} = \frac{30}{2500} = 0.012 \text{ Amper}$$

Akımla gerilim arasındaki açı 90° olup akım ileridir.

$i = 0.012 \sin (400t + 90°)$

Akım ve gerilimle ilgili eğri şekil 1.64 de görülmektedir.



Şekil 1.64

ÖRNEK: 1.18

100 μf lik bir kondansatörden geçen akım biliniyor. Kondansatörün uçlarındaki gerilimin sinüsoidal ifadesini bulunuz.

$i = 400 \sin (500t + 60°)$

Çözüm:

$$X_C = \frac{1}{\omega_C} = \frac{1}{500\ (100 \times 10^{-6})} = \frac{10^5}{5x10^3} = \frac{10^2}{5} = 20 \text{ om}$$

$V_m = I_m X_C$

$V_m = 40 . 20 = 800$ volt

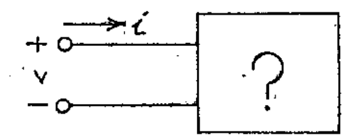
Akımla gerilim arasında 90° lik açı olup gerilim geridir.

$v = 800 \sin (500t + 60° - 90°)$

$v = 800 \sin (500t - 30°)$

ÖRNEK: 1.19

Aşağıdaki akım ve gerilim değerleri için devrenin indüktif, kapasitif veya omik olduğunu gösteriniz. Ayrıca, C, L veya R değerleri için verilenlerin yeterli olup olmadığını araştırınız. Şekil 1.65



Şekil 1.65

a — $v = 100 \sin (\omega t + 40°)$
$i = 20 \sin (\omega t + 40°)$

b — $v = 1000 \sin (377t + 10°)$
$i = 5 \sin (377t - 80°)$

c — $v = 500 \sin (157t + 30°)$
$i = 1 \sin (157t + 120°)$

d — $v = 50 \cos (\omega t + 20°)$
$i = 5 \sin (\omega t + 110°)$

Çözüm:

a — Akımla gerilim aynı açıya sahip, yani aynı fazdalar. Böylece devre omiktir.

$$R = \frac{V_m}{I_m} = \frac{100}{20} = 5 \text{ om}$$

b — Akımla gerilim arasında 90° lik açı olup gerilim ileridir. Böylece devre indüktiftir.

$$X_L = \frac{V_m}{I_m} = \frac{1000}{5} = 200 \text{ om}$$

$$X_L = \omega L = 200 \text{ om veya } L = \frac{200}{\omega} = \frac{200}{377}$$

$L = 0.532$ Henry

c — Akımla gerliim arasında 90° lik açı olup akım ileridir. devre kapasitiftir.

$$X_C = \frac{V_m}{I_m} = \frac{500}{1} = 500 \text{ om}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_C} = 500 \text{ veya } C = \frac{1}{\omega 500} = \frac{1}{(157)\ 500}$$

$$C = 12.7\ \mu f$$

d — $v = 50 \cos (\omega t + 20°) = 50 \sin (\omega t + 20° + 90°)$

$$v = 50 \sin (\omega t + 110°)$$

Akımla gerilim aynı fazdadır. Böylece devre omiktir.

$$R = \frac{V_m}{I_m} = \frac{50}{5} = 10 \text{ om}$$

Doğru akım dvereleri için frekans sıfırdır. Çünkü akım ve gerilim aynı büyüklüğe sahiptir. Böylece doğru akım devresindeki bir bobinin reaktansı

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi\, 0 L = 0 \text{ om}$$

Omik değeri sıfır olan bir bobin kısa devredir. Çok yüksek frekans değerleri için $X_L \uparrow = 2\pi f \uparrow L$ değeride çok yüksektir. İndüktörün bu özelliğinden dolayı bazı devreler için açık devre elemanı olarak kullanılır.

Kondansatörler doğru akım devrelerinde açık devre elemanı olarak kullanılabilir. Yani $f = 0$ dır

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi 0 C} = \infty \text{ om}$$

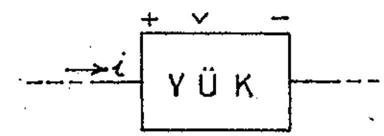
Çok yüksek frekans dğeerleri için kondansatörün X_C direnci azalır. Yani yüksek değerli frekanslarda kondansatör iletgen duruma geçer veya kısa devre gibi rol oynar.

$$X_C \downarrow = \frac{1}{2\pi f \uparrow C}$$

Formülden görüldüğü gibi frekans yükseldikçe kapasitif reaktans azalır ve kondansatör bazı devrelerde kısa devre elemanı olarak kullanılır.

1.11 ORTALAMA GÜÇ ve GÜÇ FAKTÖRÜ

Sinüsoidal devrelerde yüke giren gücün ani değeri aşağıdaki gibi bulunur. Böyle bir yük şekil 1.66 da görülmektedir.



Şekil 1.66

$$P = v \cdot i$$

Bu güç genel olarak ifade edilirse

$$v = V_m \sin (\omega t + \beta) \text{ ve}$$

$$i = I_m \sin (\omega t + \gamma) \text{ dir.}$$

$$P = v\, i = V_m \sin (\omega t + \beta)\ I_m \sin (\omega t + \gamma)$$

$$= V_m\ I_m \sin(\omega t + \beta) \sin (\omega t + \gamma)$$

Bu denklemin trigonometrik eşliğini yazarsak

$$\text{Sin } A \sin B = \frac{\cos (A - B) - \cos (A + B)}{2}$$

$$\text{Sin } (\omega t + \beta) \sin (\omega t + \gamma) = \frac{\cos [(\omega t + \beta) - (\omega t + \gamma)]}{2}$$

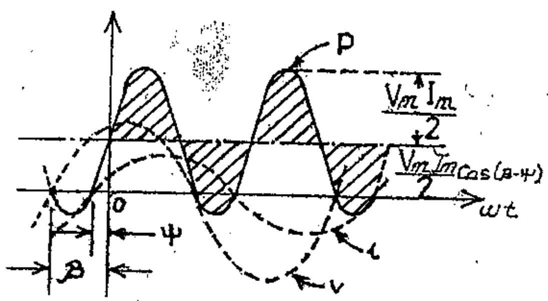
$$\frac{- \cos [(\omega t + \beta) + (\omega t + \gamma)]}{}$$

$$= \frac{\cos (\beta - \gamma) - \cos (2\omega t + \beta + \gamma)}{2}$$

$$P = \left[\frac{V_m I_m}{2} \cos (\beta - \gamma)\right] - \left[\frac{V_m I_m}{2} \cos (2\omega t + \beta + \gamma)\right]$$

Akım, gerilim ve gücü aynı dikey ve yatay eksen üzerinde gösterecek olursak şekil 1.67 deki eğriler elde edilir. Yukarıda güç formülüne dikkat edilirse formülün ikinci faktörü cosünüs eğrisinin büyüklüğü $V_m I_m/2$ dir. Ayrıca frekans gerilim veya akımın iki katıdır. Bu terimlerin ortalama değeri sıfırdır, böylece akımın her hangi bir yönü için enerji transferi olmaz. Formülün birinci bölümü ise sabit bir büyüklüğe sahip olup zamana bağlı değildir. Dolayısıyla belli bir enerji transfer eder. Transfer edilen bu enerji ortalama güç olarak anılır. Bu durum şekil 1.67 de görülmektedir. Ortalama veya gerçek güç o devreye bağlı yük tarafından sarfedilen güçtür. Formüldeki $(\beta - \gamma)$ açısı akımla gerilim arasındaki faz açısıdır. Çünkü $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ dır.

Ortalama gücün büyüklüğü gerilimin akıma göre ileri veya akımın gerilime göre geri olma haline bağlı değldir. Akımla gerilim arasındaki faz farkına $(\beta - \gamma) = \theta$ denir. Aradaki negatif işaretin ortalama gücün büyüklüğüne her hangi bir fonksiyonu yoktur. Böylece güç



Şekil 1.67

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos\theta \qquad \text{(vat)} \tag{1.30}$$

Formülde

P = ortalama güç vat olarak. Bu formül aşağıdaki gibi de yazılabilir.

$$P = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos\theta$$

$$V_{et} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \text{ ve } I_{et} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$P = V_{et} I_{et} \cos\theta \tag{1.31}$$

Elde edilen bu formülü R, L, C devrelerine tatbik edelim.

DİRENÇ

Tamamen omik devrelerde i akımı ile v gerilimi aynı fazdadır. Yani $|\beta - \gamma| = 0$ ve $\cos\theta = \cos 0° = 1$ dir.

$$P = \frac{V_m I_m}{2} = V_{et} I_{et} \qquad \text{(vat)} \tag{1.32}$$

$I_{et} = \frac{V_{et}}{R}$ olduğundan

$$P = \frac{V_{et}^2}{R} = I_{et}^2 R \qquad \text{(vat)} \tag{1.33}$$

İNDÜKTÖR (Bobin)

Tamamen indüktif olan devrelerde, gerilim akıma göre 90° ileride olduğu içni $|\beta - \gamma| = \theta = 90°$ dir.

$$P = \frac{V_m I_m}{2} . \cos 90° = \frac{V_m I_m}{2} (0) = 0$$

İndüktif devrelerde ortalama güç veya bu eleman tarafından sarfedilen güç sıfırdır.

KONDANSATÖR

Tamamen kapasitif devrelerde akım gerilime göre 90° ileride olduğu için $|\beta - \gamma| = \theta = |-90°| = 90°$ dir.

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos 90° = \frac{V_m I_m}{2} (0) = 0$$

Kapasitif devrelerde ortalama güç veya bu eleman tarafından sarfedilen güç sıfırdır.

ÖRNEK: 1.20

Aşağıdaki akım ve gerilim değerine göre devrede sarfedilen ortalama gücü bulunuz.

$i = 5 \sin(\omega t + 40°)$
$v = 10 \sin(\omega t + 40°)$

Çözüm:

Akımla gerilim aynı fazda olduğu için bu devre tamamen omik bir devredir.

$$P = \frac{V_m I_m}{2} = \frac{10 . 5}{2} = 25 \text{ vat}$$

veya

$$P = \frac{V_m}{R} = \frac{10}{5} = 2 \text{ om}$$

$$P = \frac{V^2_{et}}{R} = \frac{[(0.707)\ (10)]^2}{2} = 25 \text{ vat}$$

veya

$$P = I^2_{et}\ R = [(0.707)\ (5)]^2\ (2) = 25 \text{ vat}$$

ÖRNEK: 1.21

Aşağıdaki giriş akım ve gerilim değerlerine göre sarfedilen ortalama gücü bulunuz.

a — $v = 100 \sin (\omega t + 40°)$
$\quad i = 20 \sin (\omega t + 70°)$

b — $v = 150 \sin (\omega t - 70°)$
$\quad i = 3 \sin (\omega t - 50°)$

Çözüm:

a — $V_m = 100 \qquad \beta = 40°$
$\quad I_m = 20 \qquad \gamma = 70°$
$\quad \theta = |\beta - \gamma| = |40° - 70°| = |-30°| = 30°$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta = \frac{100 . 20}{2} \cos (30°) = 1000\ (0.866)$$

$P = 866$ vat

b — $V_m = 150 \qquad \beta = -70°$
$\quad I_m = 3 \qquad \gamma = -50°$
$\quad \theta = |\beta - \gamma| = |-70° - (-50°)| = |-70° + 50°| = |-20°|$
$\quad = 20°$

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta = \frac{150 . 3}{2} \cos (20°) = 225\ (0.939)$$

$P = 211$ vat

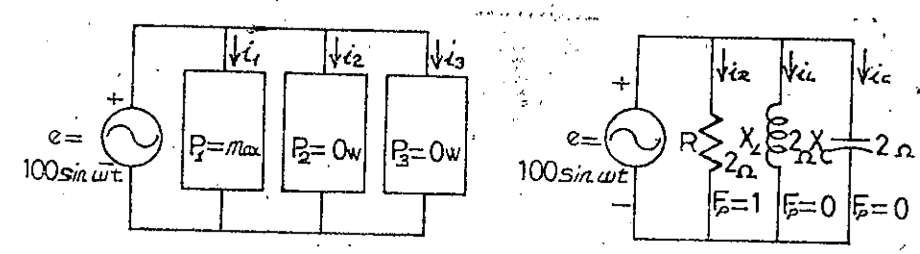
GÜÇ FAKTÖRÜ

Şekil 1.68 deki paralel devrenin frekansı ve elemanları aşağıdaki gibi seçilmiş olsun

$i_1 = 50 \sin \omega t$
$i_2 = 50 \sin (\omega t + 90°)$
$i_3 = 50 \sin (\omega t - 90°)$

Şekildeki devrede her bir paralel kolda akım veya gerilimin tepe değeri veya etkin değerleri bir birine eşittir. Şekilde de gösterildiği gibi bu üç dirençten ikisinin gücü sıfırdır ve birinin gücü ise maksimumdur. Güç formülüne fazlarla ilgili veya akımla gerilim arasındaki cos θ değişiktir. Cos θ faktörü bu kol için güç faktörü olarak anılır ve sembol olarak F_p ile gösterilir.

$$\text{Güç faktörü} = F_p = \cos \theta \tag{1.34}$$



(a) (b)

Şekil 1.68

Yükün reaktif değeri yükseldikçe güç faktörü azalır ve küçük değerli bir güç sarfeder. Yükün omik değeri yükseldikçe güç faktörüde yükselir ve sarfedilen gücün miktarı artar. Şekil 1.68 deki kapalı devrenin açık şekli yanda görülmektedir. Elektrik devrelerinde düşük güç faktöründen genellikle kaçınılır. Çünkü gerekli güç için çekilen akımın miktarı artar. Bu yüksek değerli akım o devredeki güç kayıplarını artırır. Sonuç olarak sistemin verimi azalır. Devrenin gerilimi ve akımıyla güç faktörü arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

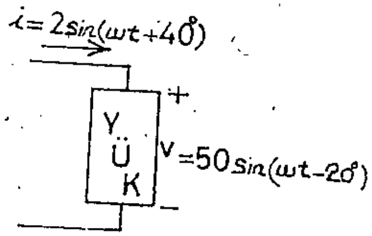
$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{V_{et}\, I_{et}} \tag{1.35}$$

Güç faktörü yazılırken genellikle akımla gerilim ilişkileri faz farkı yönünden vurgulanır. Yeni ileri veya geri sözcüğü kullanılır. Bu ileri veya geri olma hali akımın yüke göre ileri ise yük ileri güç faktörüne sahiptir. Başka bir ifadeyle kapasitif devreler ileri güç faktörüne sahiptir. Eğer devre indüktif ise güç faktörü geridir.

ÖRNEK: 1.22

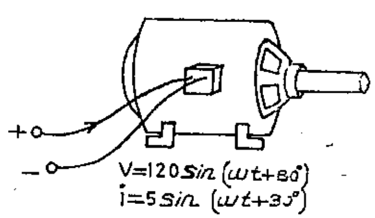
Aşağıdaki yüklerin güç faktörlerini bulunuz ve yüklerin ileri veya geri güç faktörüne sahip olduğunu vurgulayınız.

a — Şekil 1.69



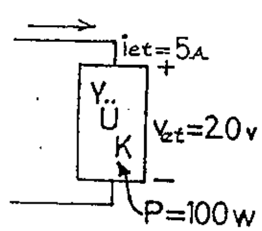
Şekil 1.69

b — Şekil 1.70



Şekil 1.70

c — Şekil 1.71



Şekil 1.71

Çözüm:

a — $F_p = \cos\theta = \cos 60° = 0.5$ ileri

b — $F_p = \cos\theta = \cos 50° = 0.642$ geri

c — $F_p = \cos\theta = \dfrac{P}{V_{et}\, I_{et}} = \dfrac{100}{20 \cdot 5} = \dfrac{100}{100} = 1$

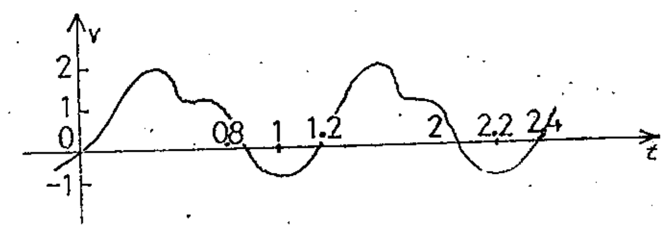
Yük omik olduğu için F_p ne ileri nede geridir.

P R O B L E M L E R

Bölüm 1.4

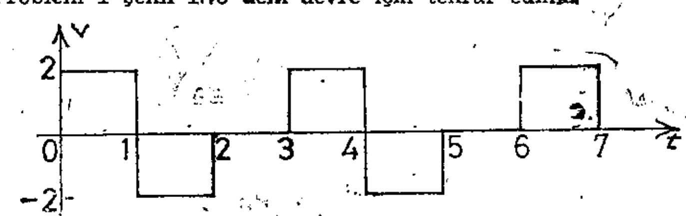
1 — Şekil 1.72 deki peryodik eğrilerin

a — Peryodunu (T)
b — Saykıl sayısını
c — Frekansını
d — Maksimum büyüklük nedir bulunuz?



Şekil 1.72

2 — Problem 1 şekil 1.73 deki devre için tekrar ediniz.



Şekil 1.73

3 — Aşağıdaki frekansların peryotlarını bulunuz.

a — 25 Hz
b — 35 mHz
c — 55 kHz
d — 1 Hz

4 — Aşağıda peryotları verilen eğrilerin frekansını bulunuz.

a — 1/60 sn
b — 0.01 sn
c — 34 msn
d — 25 μsn

5 — 42 saykılı 6 sn de tamamlayan eğrinin frekansı nedir?

Bölüm 1.5

6 — Aşağıdaki dereceleri radyana çeviriniz.

a — 45°	c — 150°	e — 178°
b — 60°	d — 270°	f — 221°

7 — Aşağıdaki radyanları dereceye çeviriniz.

a — $\pi/4$	c — $5\pi/6$	e — $4\pi/3$
b — $\pi/6$	d — $7\pi/6$	f — 0.55π

8 — Aşağıda frekansları belli eğrilerin açısal hızını bulunuz.

a — 50 Hz	c — 0.1 Hz
b — 600 Hz	d — 0,004 mHz

9 — Aşağıda peryotları belli eğrilerin açısal hızını bulunuz.

a — 2 sn	c — 0.5 sn
b — 0.3 sn	d — 1/25 sn

Bölüm 1.6

10 — Aşağıdaki eğrilerin frekans ve büyüklüğünü bulunuz.

a — 20 sin 377t	d — 0.01 sin942t
b — 5 sin754t	e — -7.6 sin43.6t
c — 10^6 sin10000t	f — 1/42 sin6.28t

11 — 5 sin754t lik değeri yatay eksende gösteriniz.

a — Açıyı derece olarak
b — Açıyı radyan olarak
c — Zaman (s)

12 — 10^6 sin 10000t lik değeri yatay eksende gösteriniz.

a — Açıyı derece olarak
b — Açıyı radyan olarak
c — Zaman (s)

Bölüm 1.7

13 — Sin (377t+60°) eğrisini aşağıdaki değerler için çiziniz.

a — Açıyı derece olarak
b — Açıyı radyan olarak
c — Zaman (s)

14 — Aşağıdaki değerlerin eğrilerini çiziniz.

a — 50 sin (ωt+0)	d — 4 cos ωt
b — —20 sin (ωt+2°)	e — 2 cos (ωt+10°)
c — 5 sin (ωt+60°)	f — —5 cos (ωt+20°)

15 — Aşağıdaki değerlerden akımla gerilim arasındaki ilişkileri bulunuz.

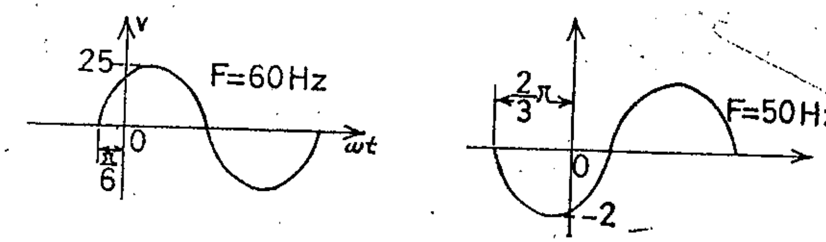
a — v=4 sin (ωt+50°)
i=6 sin (ωt+40°)

b — v=25 sin (ωt—80°)
i=10 sin (ωt—4°)

c — v=0.2 sin (ωt—65°)
i=0.1 sin (ωt+25°)

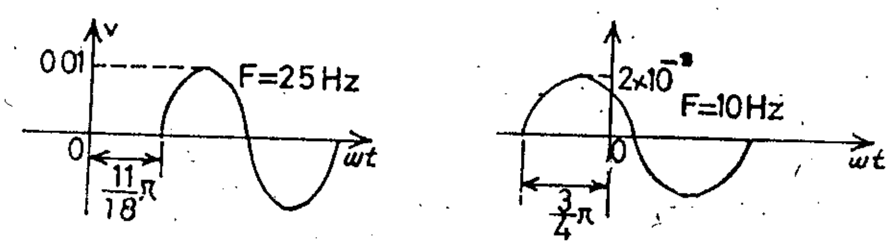
d — v=200 sin (ω—210°)
i=25 sin (ωt—60°)

16 — Şekil 1.74 deki eğrilerin analitik ifadeleri ile faz açılarını derece olarak bulunuz.



Şekil 1.74

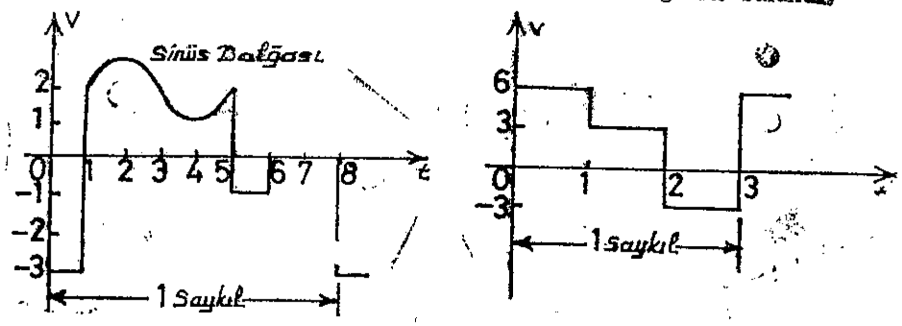
17 — Problem 16 yı şekil 1.75 için tekrar ediniz.



Şekil 1.75

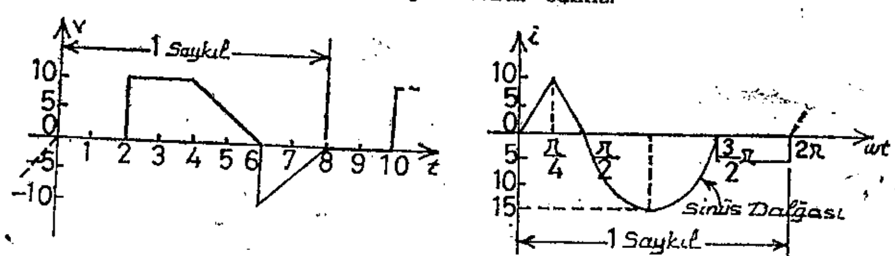
Bölüm 1.18

18 — Şekil 1.76 daki peryodik eğrilerin ortalama değerini bulunuz.



Şekil 1.76

19 — Problem 1.18 i şekil 1.77 için tekrar ediniz.



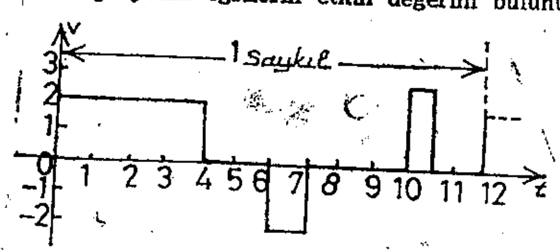
Şekil 1.77

Bölüm 1.9

20 — Aşağıdaki sinüsoidal eğrilerin etkin değerini bulunuz.

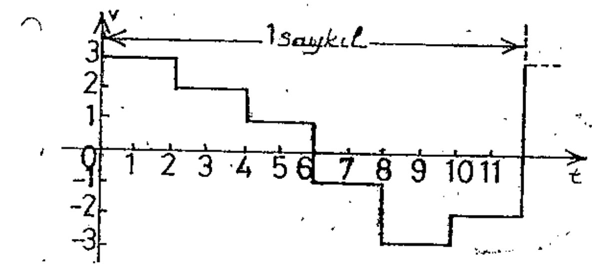
a — $v = 20 \sin 75t$
b — $v = 7.07 \sin 377t$
c — $i = 0.006 \sin(400t+20°)$
d — $i = 1.76 \cos(377t - 10°)$

21 — Şekil 1.78 deki peryodik eğrilerin etkin değerini bulunuz.



Şekil 1.78

22 — Problem 21 i şekil 1.79 için tekrar ediniz.



Şekil 1.79

23 — Aşağıdaki sinüsoidal ifadelerin türevini bulunuz.

a — $10 \sin 377t$
b — $0.6 \cos 754t$
c — $0.05 \cos (157t - 10°)$
d — $25 \cos (20 - 150°)$

Bölüm 1.11

24 — 5 ohm luk direncin uçlarındaki gelirim aşağıdadır.
Akımın sinüsoidal ifadesini bulunuz ve akımla gerilim eğrilerini çiziniz.

a — $150 \sin 377t$
b — $30 \sin (377t+20°)$
c — $40 \cos (\omega t+10°)$
d — $-80 \sin (\omega t+40°)$

25 — 2 H lik bir bobinin om olarak reaktansını bulunuz.

a — da. göre
b — Aşağıdaki frekans değerleri için
25 Hz, 60 Hz, 2000 Hz, 100000 Hz

26 — Aşağıdaki reaktans ve frekans değerine göre bobinin indüktansını bulunuz.

a — 20 om — $f = 2$ Hz
b — 1000 om — $f = 60$ Hz
c — 5280 om — $f = 1000$ Hz

27 — 0.1 H lik bir bobin için akım verilmektedir. Gerilim için sinüsoidal ifadeyi bulunuz.

a — $30 \sin 30t$
b — $0.006 \sin 377t$
c — $5 \times 10^{-6} \sin (400t+20°)$
d — $-4 \cos (20t - 70°)$

28 — 5 μf lık bir kondansatörün om olarak reak' ansını bulunuz.

a — da. için

b — Aşağıdaki frekans değerleri için

60 Hz, 120 Hz, 1800 Hz, 24000 Hz

29 — Aşağıdaki reaktansı verilen kondansatörlerin kapasitesini μf olarak bulunuz.

a — 250 om — f = 60 Hz

b — 55 om — f = 312 Hz

c — 10 om — f = 25 Hz

30 — 1 μf lık kondansatörün uçlarındaki gerilim biliniyor. Akımın sinüsoinal ifadesini bulunuz.

a — 30 sin 200t

b — 90 sin 377t

c — —120 (374t + 30°)

d — 70 cos (800t — 20°)

Bölüm 1.12

31 — Bir elemandan geçen akım ve uçlarındaki gerilim aşağıdaki gibidir.

$i = 8 \sin(\omega t + 40°)$ ve $v = 48 \sin(\omega t + 40°)$

Gücü $I^2 R$, $(V_m I_m / 2)$ cos ve V I cos Θ olarak bulunuz ve sonuçları karşılaştırınız.

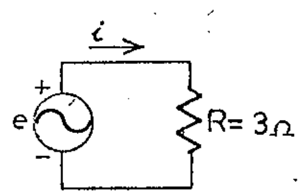
32 — Ortalama gücü 100 vat ve gerilimi 150 v, akımı ise 2 amperdir. Güç faktörünü bulunuz. Eğer güç 0 vat ve 300 vat ise

33 — Şekil 1.80 de $e = 30 \sin(377t + 20°)$ dir.

a — Akımın sinüsoidal ifadesini

b — Devrenin güç kaybını

c — 6 saykıllık akım çekmesi için geçen süreyi bulunuz.



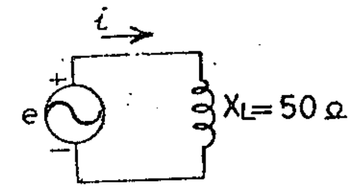
Şekil 1.80

34 — Şekil 1.81 de $e = 100 \sin(157t + 30°)$

a — Akımın sinüsoidal ifadesini

b — İndüktansın değerini (L)

c — Bobinin ortalama güç kaybını bulunuz.



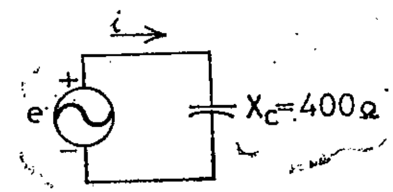
Şekil 1.81

35 — Şekil 1.82 de $i = 3 \sin(377t - 28°)$ dir.

a — Gerilimin sinüsoidal ifadesini

b — Kapasitenin (C) nin değerini μf olarak

c — Kondansatörün ortalama güç kaybını bulunuz.



Şekil 1.82

VEKTÖRLER

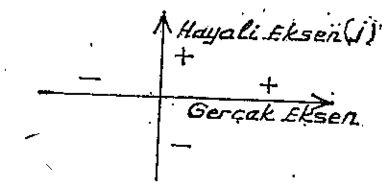
2.1 GİRİŞ

Elektrik devrelerinin analizinde akımların veya gerilimlerin cebirsel toplamlarını bulmak bazan gerekli olabilir. Alternatif akım devrelerinde bu elektriki büyüklüklerin vertörsel olarak toplanmaları bu akımın sinüsoidal oluşu nedeniyle biraz zordur. Bu bölümde iki veya daha fazla akımın veya gerilimin cebirsel olarak nasıl toplanacağını inceliyeceğiz. Vektörlerin cebirsel olarak toplanmasında çeşitli yöntemler vardır. Bunlar noktaları taşımak suretiyle yapılan toplama, ve komplex sayı sistemiyle yapılan toplamadır. Komplex sayı sistemi kullanmakla cebirsel olarak yapılan işlemler daha çabuk, direkt ve daha doğrudur. Bundan sonraki bölümde sinüsoidal devrelerde cebirsel toplamanın veya komplex sayılar tekniğinin nasıl yapılacağını göreceğiz. Bu teknik doğru akım devrelerinde kullanılan cebirsel toplamanın çok benzeridir.

Komplex sayılar sistemi bir noktayı iki boyutlu ve iki referans eksenli bir sistem olarak düşünülebilir. Bu nokta orjinden geçen bir yarı çap vektörüyle çizilebilir. Bu referans eksenlerden birine yatay eksen veya gerçek eksen (real) denir. Dğier eksen ise dikey veya hayali (imaginary) eksen olarak anılır. Gerçek ve hayali eksenler şekil 2.1 de görülmektedir. Pek çok komplex sayı sisteminde gerçek eksen olarak rezistans ekseni ve hayali eksen ise reaktans ekseni olarak anılırlar. Bütün sayılar o dan $\mp\infty$ kadar olanlar gerçek eksende gösterilir. Gerçek eksende gösterilmeyen her hangi bir sayı hayali sayı olarak varsayılır ve dikey (hayali veya imaginary) eksende gösterilir. Komplex alanda yatay veya gerçek (real) eksende bütün pozitif sayılar dikey eksenin yatay ekseni kesim noktasının sağ tarafında gösterilir. Negatif sayılar ise bu kesim noktasının sol tarafında gösterilir. Her iki eksenin bir birini kesim noktasına orjin noktası denir ve sıfır değerini ifade eder. Yatay eksene göre pozitif hayali sayılar üst tarafta negatif sayılar ise yatay eksenin

alt tarafında gösterilir. Her hangi bir sayının imaginary oluşu bu sayının önüne J harfi veya i harfi yazmak suretiyle vurgulanır.

Komplex sayılar iki şekilde gösterilir. Bunlar dik bileşenler (Rectangular) ile kutupsal (Polar) bileşenler şeklidir. Bunların her biri pozitif veya negatif alan da bir nokta olarak veya orjinden geçen bir vektör olarak gösterilebilir.



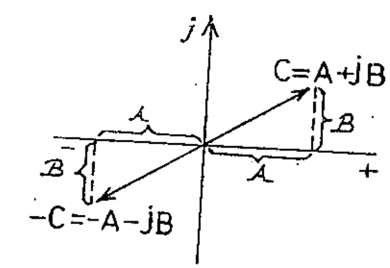
Şekil 2.1

2.2 DİK BİLEŞENLER SİSTEMİ

Dik bileşenler sistemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$C = \mp A \mp JB \tag{2.1}$$

Negatif ve pozitif işaretlerin nasıl kullanıldığı şekil 2.2 de görülmektedir.



Şekil 2.2

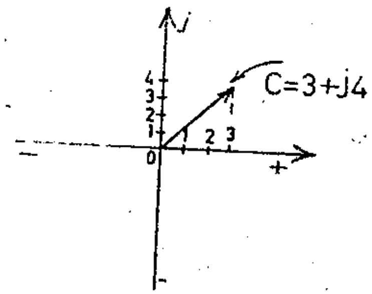
ÖRNEK: 2.1

Aşağıdaki komplex sayıları komplex alanda gösteriniz.

a — $C = 3 + J4$
b — $C = 0 - J6$
c — $C = -10 - J20$

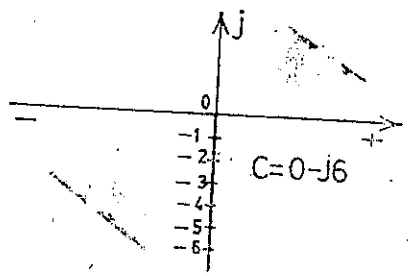
Çözüm:

a — Şekil 2.3



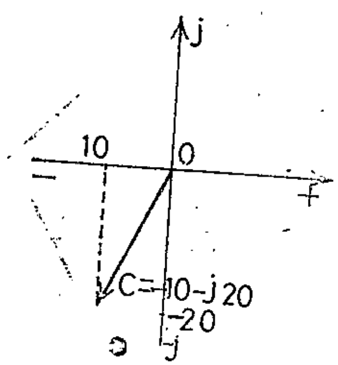
Şekil 2.3

b — Şekil 2.4



Şekil 2.4

c — Şekil 2.5



Şekil 2.5

2.3 KUTUPSAL FORM

Kutupsal form aşağıdaki gibi ifade edilir.

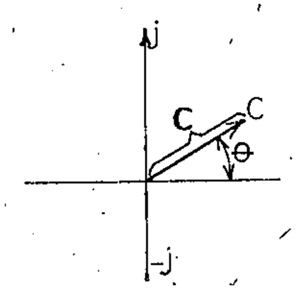
$$C = C \angle \theta \tag{2.2}$$

Formülde

C = Büyüklük

θ = Pozitif gerçek eksenden itibaren saat ibresinin dönüşünün tersine doğru ölçülen açıdır.

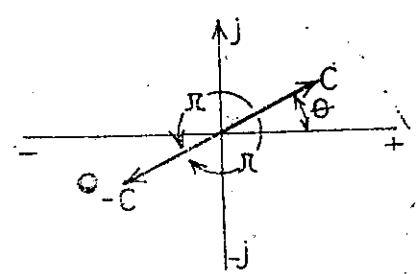
Bu açının nasıl ölçüleceği şekil 2.6 da görülmektedir.



Şekil 2.6

Negatif bir açının nasıl ölçüleceği şekil 2.7 de görülmektedir.

$$-C = -C \angle \theta = C \angle \theta \mp \pi \tag{2.3}$$



Şekil 2.7

ÖRNEK: 2.2

Aşağıdaki komplex sayıları komplex alanda gösteriniz.

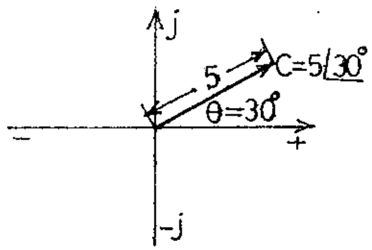
a — $C = 5 \angle 30^\circ$

b — $C = 7 \angle 120^\circ$

c — $C = -4.2 \angle 60^\circ$

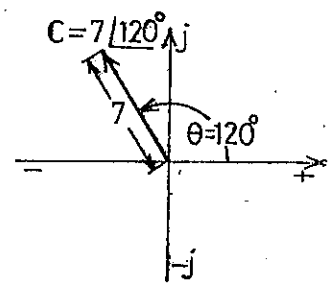
Çözüm:

a — Şekil 2.8



Şekil 2.8

b — Şekil 2.9

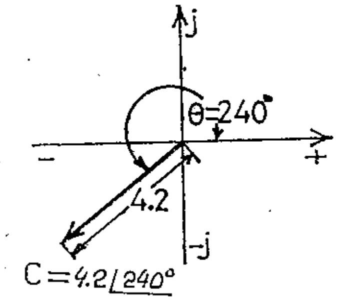


Şekil 2.9

c — Şekil 2.10

$C = -4.2 \angle 60^\circ = 4.2 \angle 60^\circ \mp 180^\circ$

$= 4.2 \angle 240^\circ$



Şekil 2.10

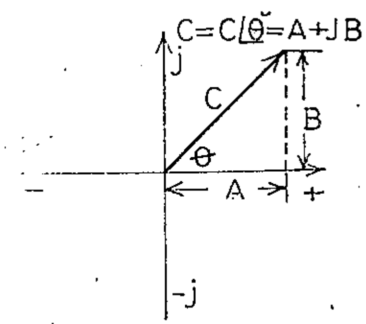
2.4 KOMPLEX SAYILARIN BİR BİRİNE DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Dik bileşenler formu ve kutupsal formlar aşağıdaki şekilde bir birine çevrilebilir.

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \qquad (2.4\ b)$$

$$\theta \tan^{-1} \frac{B}{A} \qquad (2.4\ b)$$

Bu iki formülün ifadesi şekil 2.11 de görülmektedir.



Şekil 2.11

Polar formdan ⟶ Dik bileşenler formuna geçiş.

$$A = C \cos\theta \qquad (2.5\ a)$$

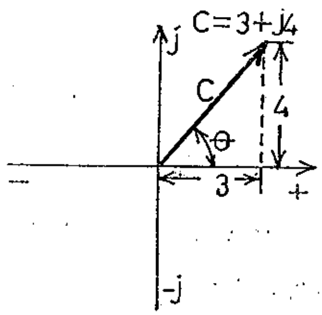
$$B = C \sin\theta \qquad (2.5\ b)$$

1979 — Birinci Basılış — F. 5

ÖRNEK: 2.5

Aşağıdaki komplex sayıları dik bileşenler formundan kutupsal forma çeviriniz.

$C = 3 + J4$ şekil 2.12



Şekil 2.12

Çözüm:

$C = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

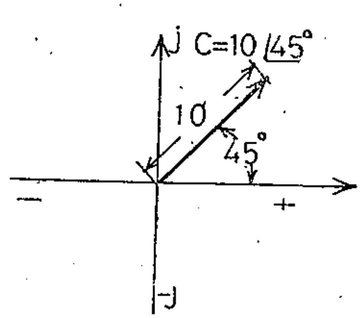
$\theta = \tan^{-1} \frac{4}{3} = 53.13°$

$C = 5 \underline{/ 53.13°}$

ÖRNEK: 2.4

Aşğaıdaki komplex sayıları kutupsal formdan dik bileşenler formuna çeviriniz.

$C = 10 \underline{/ 45°}$ şekil 2.13



Şekil 2.13

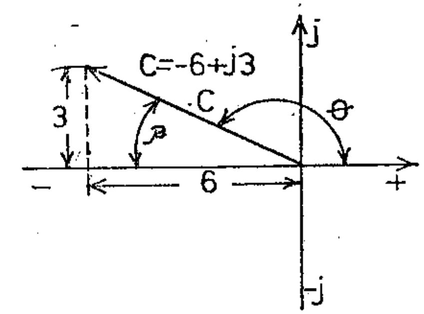
Çözüm:

$A = 10 \cos 45° = 10 (0.707)$
$= 7.07$
$B = 10 \sin 45° = 10 (0.707)$
$= 7.07$
$C = 7.07 + J\,7.07$

ÖRNEK: 2.5

Aşağıdaki komplex sayıları dik bileşenler formundan kutupsal forma çeviriniz.

$C = -6 + J\,3$ şekil 2.14



Şekil 2.14

Çözüm:

$C = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 6.7$

$\beta = \tan^{-1} \frac{3}{6} = 26.5°$

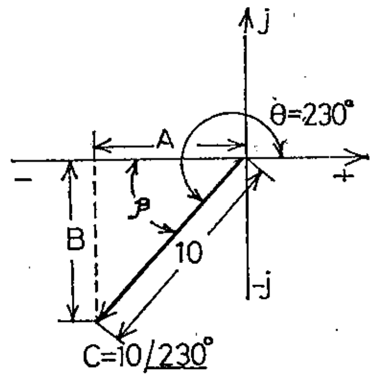
$\theta = 180 - 26.5° = 153.5°$

$C = 6.7 \underline{/ 153.5°}$

ÖRNEK: 2.6

Aşağıdaki komplex sayıları kutupsal formdan dik bileşenler formuna çeviriniz.

$C = 10 \underline{/ 230°}$ şekil 2.15



Şekil 2.15

Çözüm:

$A = C \cos \beta = 10 \cos (230° - 180°)$

$= 10 \cos 50° = 10\ (0.642)$

$= 6.42$

$B = C \sin \beta = 10 \sin 50°$

$= 10\ (0.77) = 7.7$

$C = -6.42 - J7.7$

Dik bileşenler formundan kutupsal forma çevirirken eğer hayali (imaıary) bölümün gerçek (real) bölüme oranının büyüklüğü veya gerçek lümün hayali büyüklüğe oranı 10 dan büyük ise kutupsal formda C nin yüklüğü genellikle bu iki değerden büyük olanınkine eşit alınır. θ açısı bundan önceki örneklerde olduğu gibi hesaplanır.

ÖRNEK: 2.7

1.2 + J14 komplex sayısını kutupsal forma çeviriniz. Şekil 2.16

Çözüm:

Büyüklüklerin oranı

$\frac{14}{1.2} = 11.7 \geq 10$

$C = 14$ (ikisinden en büyüğü alınır)

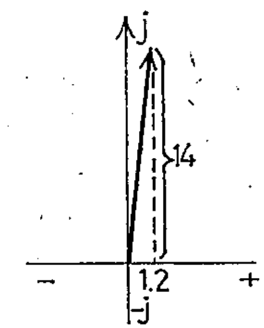
$\theta = \tan^{-1} \frac{14}{1.2} = \tan^{-1}\ (11.7)$

$\theta = 85.1°$ böylece

$1.2 + J14 = 14\ \underline{/85.1°}$ olur

veya

$C = \sqrt{1.2^2 + 14^2} = \sqrt{1.44 + 196} \cong \sqrt{196} = 14$



Şekil 2.16

Kutupsal formu dik bileşenler formuna çevirirken eğer orjinden itibaren iki kutup arasındaki açı komplex sayı ve gerçek veya hayali eksen 5.7° den küçük ise dik bileşenler formun bileşenlerden büyük olanın büyüklüğü genellikle C nın büyüklüğüne eşit alınır. Diğer bileşen daha önceki örneklerde olduğu gibi bulunur.

ÖRNEK: 2.8

$2\ \underline{/88°}$ lik kutupsal formu dik bileşenler formuna çeviriniz. Şekil 2.7

Çözüm:

$\beta < 5.7$ olduğundan

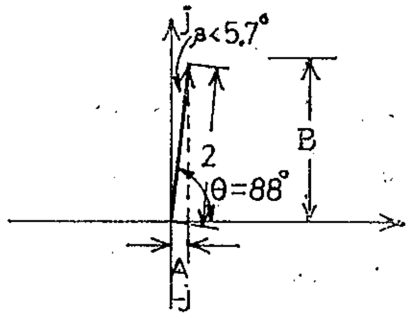
$B \cong C = 2$

$A = C \cos 88° = 2\ (0.035)$

$= 0.070$

$2\ \underline{/88°} = 0.070 + J2$

$B = C \sin 88° = 2\ (0.9994) \cong 2$



Şekil 2.17

2.5 KOMPLEX SAYILARDA MATEMATİKİ OPERATÖR

Komplex sayıların dört işleminde J veya i harfiyle gösterilen yardım-özüm elemanı (operatör) kullanılır. Bu operatörün komplex sayılarda l kullanıldığını inceleyelim.

$J = \sqrt{-1}$ (2.6)

$J^2 = -1$ (2.7)

$J^3 = J^2 . J = -1 . J = -J$

$J^4 = J^2 . J^2 = (-1)\ (-1) = 1$

$J^5 = J$

Komplex sayıların karşıtlılığı birin (1) komplex bir sayıya bölümüdür. Örneğin C nin karşıtlılığını bulalım

$C = A + JB$ ise

$$\frac{1}{A + JB}$$

$C \underline{/\theta}$ ise $\dfrac{1}{C \underline{/\theta}}$ olur

dan başka

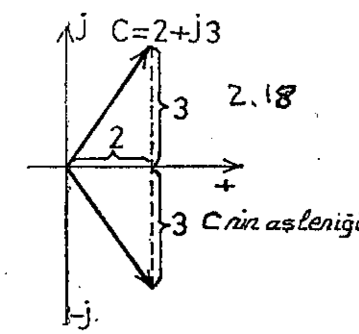
$$\frac{1}{J} = 1\left(\frac{1}{J}\right) = \left(\frac{J}{J}\right)\left(\frac{1}{J}\right) = \frac{J}{J^2} = \frac{J}{-1}$$

$$\frac{1}{J} = -J \qquad (2.8)$$

Dik bileşenler formunda komplex sayıların bileşenlerinden birinin bulunması için hayali bölümün işareti değiştirilir veya açıyı iptal etmekle bulunur. Örneğin bileşenler,

$C = 2 + J3$ ise bu komplex sayının eşleniği, bu sayının arasındaki işareti ters olanıdır. Başka bir ifadeyle bir komplex sayının eşleniği demek o sayının hayali kısmı önündeki işaret değiştirilmek suretiyle elde edilen simetrik değerdir.

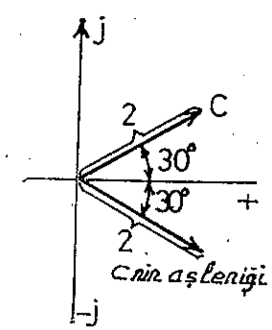
$C = 2 + J3$ eşleniği $2 - J3$ dür. Şekil 2.18



Şekil 2.18

Bileşenler

$C = 2 \underline{/30°}$ ise bu sayının eşleniği $2 \underline{/-30°}$ dur. Şekil 2.19



Şekil 2.19

KOMPLEX SAYILARIN DÖRT İŞLEMİ

TOPLAMA:

İki veya daha fazla komplex sayıların toplamı bu komplex sayıların çek kısımlarının bir biriyle ve hayali kısımlarının bir biriyle toplanma-a bulunur.

Örneğin

$C_1 = \mp A_1 \mp JB_1$ ve $C_2 = \mp A_2 \mp JB_2$ ise

$$C_1 + C_2 = (\mp A_1 \mp A_2) + J\,(\mp B_1 \mp B_2) \qquad (2.9)$$

ÖRNEK: 2.9

a — $C_1 = 2 + J4$ ve $C_2 = 3 + J1$

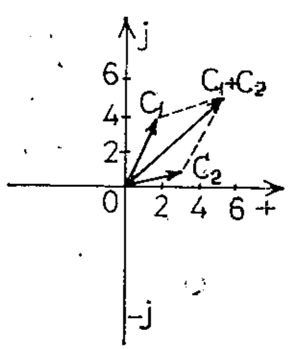
b — $C_1 = 3 + J6$ ve $C_2 = -6 + J3$

Çözüm:

a — $C_1 + C_2 = (2 + 3) + J(4 + 1) = 5 + J5$

a

$$\begin{array}{r} 2 + J4 \\ 3 + J1 \\ \hline \downarrow \quad \downarrow \\ 5 + J5 \end{array}$$

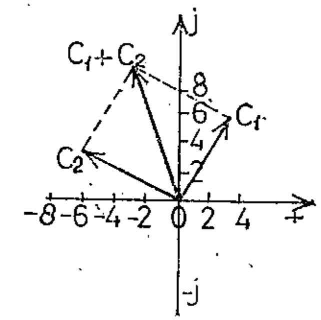


Şekil 2.20

b — $C_1 + C_2 = (3 - 6) + J(6 + 3) = -3 + J9$ şkeil 2.21

veya

$$\begin{array}{r} 3 + J6 \\ -6 + J3 \\ \hline \downarrow \quad \downarrow \\ -3 + J9 \end{array}$$



Şekil 2.21

ÇIKARMA:

Çıkarma işleminde de toplamada olduğu gibi gerçek ve hayali kısımlar ayrı ayrı düşünülür.

$C_1 = \mp A_1 \mp B_1$ ve $C_2 = \mp A_2 \mp B_2$

$$C_1 - C_2 = [\mp A_1 - (\mp A_2)] + J\,[\mp B_1 - (\mp B_2)] \qquad (2.10)$$

ÖRNEK: 2.10

a — $C_2 = 1 + J4$ ve $C_1 = 4 + J6$

b — $C_2 = -2 + J5$ ve $C_1 = 3 + J3$

Çözüm:

a — $C_1 - C_2 = (4 - 1) + J6\,(6 - 4) = 3 + J2$ şekil 2.22

veya

$$\begin{array}{r} 4 + J6 \\ -1 + J4 \\ \hline \downarrow \quad \downarrow \\ 3 + J2 \end{array}$$

ÖRNEK: 2.12

a — $C_1 = 2 + J3$ ve $C_2 = 5 - 10$ değerlerini çarpınız.

b — $C_1 = -2 - J3$ ve $C_2 = 4 - J6$ olduğuna göre bu komplex ayıların çarpımını bulunuz.

Çözüm:

a — $C_1 . C_2 = [2.5 - 3.10] + J[3.5 + 2.10]$
$= -20 + J35$

b —
$$\begin{array}{r} -2 - J3 \\ 4 - J6 \\ \hline -8 - J12 \\ + J12 + J^2 18 \\ \hline -8 - 18 + J(-12 + 12) \end{array}$$

$C_1 . C_2 = -26 = 26 \angle 180°$

Kutupsal formun çarpımında büyüklükler çarpılır ve açılar cebirsel olarak toplanır.

Örnek,

$$C_1 = C_1 \angle \theta_1 \quad \text{ve} \quad C_2 = \angle \theta_2$$
$$C_1 . C_2 = C_1 . C_2 \angle \theta_1 + \theta_2 \qquad (2.12)$$

ÖRNEK: 2.13

a — $C_1 = 5 \angle 20°$ ve $C_2 = 10 \angle 30°$ ise $C_1 . C_2 = ?$

b — $C_1 = 2 \angle -40°$ ve $C_2 = 7 \angle 120°$ ise $C_1 . C_2 = ?$

Çözüm:

a — $C_1 . C_2 = 5 . 10 \angle 20° + 30° = 50 \angle 50°$

b — $C_1 . C_2 = 2 . 7 \angle -40° + 120° = 14 \angle 80°$

Dik bileşenler formunda gerçek bir sayı ile komplex bir sayının çarpımı, bu gerçek sayı ile komplex sayının hem gerçek hem de hayali bölümü ayrı ayrı çarpılır. Örneğin,

$10(2 + J3) = 20 + J30$

ve

$50 \angle 0° \, (0 + J6) = J300 = 300 \angle 90°$

BÖLME:

Dik bileşenler formunda iki komplex sayının bölümünde pay ve payda, paydanın bileşeni (eşleniği) ile çarpılır ve gerçek kısım ve hayali kısımlar toplanır. Örneğin

$C_1 = A_1 + JB_1$ ve $C_2 = A_2 + JB_2$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{(A_1 + JB_1)\,(A_2 - JB_2)}{(A_2 + JB_2)\,(A_2 - JB_2)} = \frac{(A_1 A_2 + B_1 B_2) + J(A_2 B_1 - A_1 B_2)}{A^2{}_2 + B^2{}_2}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{A_2^2 + B_2^2} + J\,\frac{A_2 B_1 - A_1 B_2}{A_2^2 + B_2^2} \qquad (2.13)$$

Bölme yapmak için birinci olarak pay paydanın eşleniği ile çarpılır ve gerçek kısım ile hayali kısım çarpılır. Daha sonra her bir bölüm paydanın eşleniği ile çarpımıyla elde edilen gerçek sayıya bölünür.

ÖRNEK: 2.13

a — C_1 / C_2 değerini bulunuz.
$C_1 = 1 + J4$ ve $C_2 = 4 + J5$

b — $C_1 = -4 - J8$ ve $C_2 = 6 - J1$

Çözüm:

a — $C_1 / C_2 = \dfrac{1.4 + 4.5}{4^2 + 5^2} + J\,\dfrac{4.4 - 1.5}{4^2 + 5^2} = \dfrac{24}{41} + J\,\dfrac{11}{41}$

$\cong 0.585 + J0.268$

b —
$$\begin{array}{r} -4 - J8 \\ 6 + J1 \\ \hline -24 - J48 \\ - J4 - J^2 8 \\ \hline -24 - J52 + 8 = -16 - J52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 - J1 \\ 6 + J1 \\ \hline 36 - J6 \\ + J6 - J^2 1 \\ \hline 36 + 0 + 1 = 37 \end{array}$$

$$C_1 / C_2 = \frac{-16}{37} - J\frac{52}{37} = -0.432 - J1.41$$

Dik bileşenler formunda komplex bir sayıyı gerçek bir sayıya bölmek çin gerçek kısım ile hayali kısım ayrı ayrı gerçek bir sayıya bölünür. Ör-ıeğin

$$\frac{8 + J10}{2} = 4 + J5$$

$$\frac{6.8 - J0}{2} = 3.4 - J0 = 3.4 \angle 0^\circ$$

Kutupsal formda payın gerçek büyüklüğü paydanın gerçek büyüklü-ğüne bölünür ve paydanın açısı payın açısından çıkarılır. Örneğin

$$C_1 = C_1 \angle \theta_1 \quad \text{ve} \quad C_2 = C_2 \angle \theta_2$$

$$C_1 / C_2 = \frac{C_1}{C_2} \angle \theta_1 - \theta_2 \qquad (2.14)$$

ÖRNEK: 2.15

a — C_1 / C_2 değerlerini bulunuz.

$C_1 = 15 \angle 10^\circ$ ve $C_2 = 2 \angle 7^\circ$

b — $C_1 = 8 \angle 120^\circ$ ve $C_2 = 16 \angle -50^\circ$

Çözüm:

a — $\frac{C_1}{C_2} = \frac{15}{2} \angle 10^\circ - 7 = 7.5 \angle 3^\circ$

b — $\frac{C_1}{C_2} = \frac{8}{16} \angle 120^\circ - (-50^\circ) = 0.5 \angle 170^\circ$

Dikkat edilirse bölme yapmakla dik bileşenler formunda karşıtlık değerini elde ederiz. Örneğin

$$\frac{1}{A + JB} = \left(\frac{1}{A + JB}\right)\left(\frac{A - JB}{A - JB}\right) = \frac{A - JB}{A^2 + B^2}$$

ve

$$\frac{1}{A + JB} = \frac{A}{A^2 + B^2} - J\frac{B}{A^2 + B^2} \qquad (2.15)$$

Kutupsal formda karşıtlık değeri ise

$$\frac{1}{C \angle \theta} = \frac{1}{C} \angle -\theta \qquad (2.16)$$

ÖRNEK: 2.16

Aşağıdaki komplex sayılarla ilgili işlemleri yapınız.

a — $$\frac{(2 + J3) + (4 + J6)}{(7 + J7) - (3 - J3)} = \frac{(2 + 4) + J(3 + 6)}{(7 - 3) + J(7 + 3)}$$

$$= \frac{(6 + J9)\ (4 - J10)}{(4 + J10)\ (4 - J10)}$$

$$= \frac{(6 . 4 + 9 . 10) + J(4 . 9 - 6 . 10)}{4^2 - 10^2}$$

$$= \frac{114 - J24}{116} = 0.982 - J0.207$$

b — $$\frac{(50 \angle 30^\circ)\ (5 + J5)}{10 \angle -20} = \frac{(50 \angle 30^\circ)\ (7.07 \angle 45^\circ)}{10 \angle -20}$$

$$= \frac{353 \angle 75^\circ}{10 \angle -20^\circ} = 35.5 \angle 75^\circ - (20^\circ)$$

$$= 35.3 \angle 95^\circ$$

c — $$\frac{(2 \angle 20^\circ)^2\ (3 + J4)}{8 - J6} = \frac{(2 \angle 20^\circ)\ (2 \angle 20^\circ)\ (5 \angle 53^\circ)}{10 \angle -37^\circ}$$

$$= \frac{(4\ \angle 40^\circ)\ (5\ \angle 53^\circ)}{10\ \angle -37^\circ} = \frac{20\ \angle 93^\circ}{10\ \angle -37^\circ}$$

$$= 2\ \angle 93^\circ - (-37^\circ)$$

$$= 2\ \angle 130^\circ$$

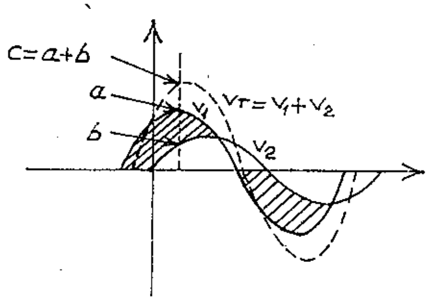
$$d - 3\ \angle 27^\circ - 6\ \angle -40^\circ = (2.68 + J1.36) - (4.6 - J.386)$$

$$= (2.68 - 4.6) + J(1.36 + 3.86)$$

$$= -1.92 + J5.22$$

2.6 VEKTÖRLER

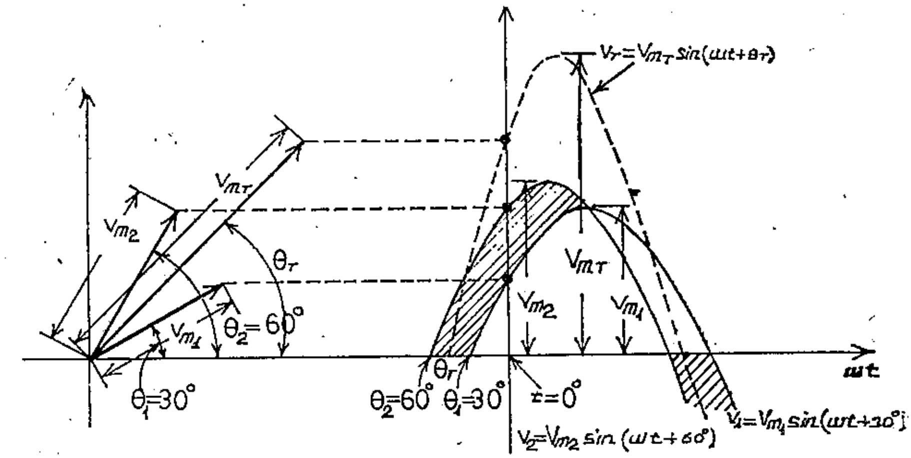
Bu bölümün giriş kısmında vurgulandığı gibi alternatif akım sinüsoidal devrelerde akımların veya gerilimlerni toplanması gerekebilir. Böyle bir toplamayı yapmak için birinci yöntem her iki sinüsoidal eğriyi aynı eksen üzerinde büyüklüklerini cebirsel olarak şekil 2.26 da görüldüğü gibi toplamakdır. Şekilde görüldüğü gibi $C = a + b$ dir.



Şekil 2.26

Vektörlerin bu yolla toplanması pek kullanılmayan bir yöntemdir. Vektörlerin toplanmasında şekil 1.13 de görülen eğrideki gibi dönen yarıçapın meydana getirdiği eğri şekli daha çok kullanılır. Bu sabit büyüklüklü ve orjinden geçen ve bir sonu olan değer vektör olarak anılır. Böyle bir vektörün dönmesiyle sinüs eğrisinin meydana geldiğini ve $t = 0$ iken şekil 2.27 deki eğri meydana gelir.

Şekilde görüldüğü gbii vektör olarak aşağıdaki gibi gösterilir.



Şekil 2.27

$$V_{m_1}\ \angle 30^\circ + V_{m_2}\ \angle 60^\circ = V_{mT}\ \angle \theta_T$$

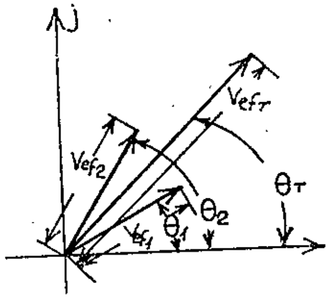
Başka bir ifadeyle eğer V_1 ve V_2 değerini vektör şeklinde gösterirsek

$$V = V_m \sin(\omega t \mp \theta) \Longrightarrow V\ \angle \mp \theta$$

bu vektörler cebirsel olarak toplanmak suretiyle toplam vektör V_T bulunur. Daha sonra bu vektör zaman domain'ine çevrilir ve aynı eksende işaretlenmek suretiyle şkeil 2.27 b deki eğriler elde edilir. Şekil 2.27 a da çeşitli vektörlerin büyüklükleri ve pozisyonları görülüyor. Bu vektörlerin meydana getirdiği bu şekle vektör diyağramı denir. Şekil 2.28 de bir faz diyağramı görülmektedir. Genel olarak devrelerin analizinde sinüsoidal akım veya gerilim aşağıdaki gibi olur.

$$V = V\ \angle \theta \quad \text{ve} \quad I = I\ \angle \theta$$

V ve I etkin değerlerdir ve θ faz açısıdır. Vektörlerde daima sinüs eğrisi referans eğri olarak varsayılır ve frekans bu vektörde gösterilmez. Sinüsoidal büyüklüklerin cebirsel işlemleri yalnız frekansı aynı olan eğriler için uygulanır.



Şekil 2.28

ÖRNEK: 2.17

Aşağıdaki komplex büyüklükleri zaman domain den vektör domaine çevirelim.

Zaman Domain	Vektör Domain
a — $\sqrt{2}\,50 \sin \omega t$	$50 \angle 0^\circ$
b — $69.6 \sin (\omega t + 72^\circ)$	$(0.707)\ (69.6) \angle 72^\circ = 49.2 \angle 72^\circ$
c — $45 \cos \omega t$	$(0.707)\ (45) \angle 90^\circ = 31.8 \angle 90^\circ$

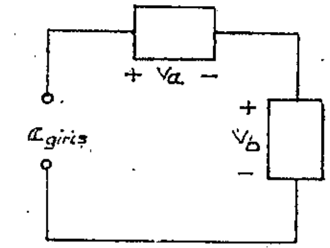
ÖRNEK: 2.18

Frekans 60 Hz iken aşağıdaki vektörlerin sinüsoidal ifadesini yazınız.

Vektör Domaini	Zaman domain
a — $I = 10 \angle 30^\circ$	$i = \sqrt{2}\ (10) \sin (2\pi 60t + 30^\circ)$ ve $i = 14.14 \sin (377t + 30^\circ)$
b — $V = 115 \angle -70^\circ$	$v = \sqrt{2}\,(115) \sin (377t - 70^\circ)$ ve $v = 163 \sin (377t - 70^\circ)$

ÖRNEK: 2.19

Şekil 2.29 daki devrede giriş gerilimini bulunuz.



Şekil 2.29

$$\left.\begin{array}{l} v_a = 30 \sin (377t + 60^\circ) \\ v_b = 50 \sin (377t + 30^\circ) \end{array}\right\} F = 60 \text{ Hz}$$

Çözüm:

v_a ve v_b değerlerini zaman domainden vektör domaine çeviriniz.

$v_a = 50 \sin (377t + 30^\circ) \Longrightarrow v_a = 35.3 \angle 30^\circ$

$v_b = 30 \sin (377t + 60^\circ) \Longrightarrow v_b = 21.2 \angle 60^\circ$

Kırchhoff'un gerilim kanununu uygularsak

$V_g = v_a + v_b$

Yukarıdaki değerleri toplamak için kutupsal formdan dik bileşenler formuna çevirirsek

$v_a = 35.3 \angle 30^\circ = 30.6 + J17.7$

$v_b = 21.2 \angle 60^\circ = 10.6 + J18.4$

$E_g = v_a + v_b = (30.6 + J17.7) + (10.6 + J18.4)$

$= 41.2 + J36.1$

Eledilen bu sonucu dik bileşenler formundan kutupsal forma çevirirsek.

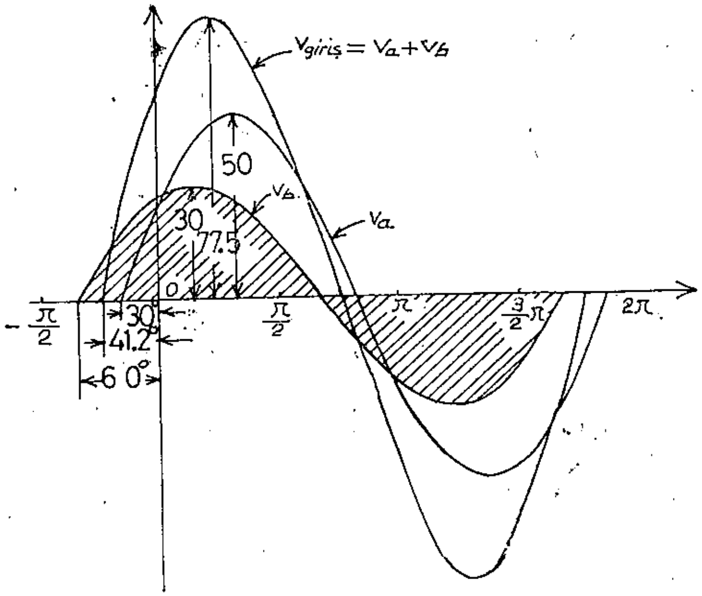
$E_g = 41.2 + J36.1 = 54.8 \angle 41.2^\circ$

Bu vektörsel değerleri zaman domain'e çevirirsek

$\Gamma_g = 54.8 \angle 41.2^\circ \Longrightarrow E_g = \sqrt{2}\ (54.8) \sin (377t + 41.2^\circ)$

$E_g = 77.5 \sin (377t + 41.2^\circ)$

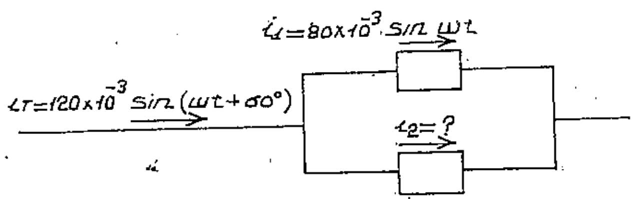
v_a, v_b ve v_g eğrileri şekil 2.30 da görülmektedir.



Şekil 2.30

ÖRNEK: 2.20

Şekil 2.31 deki devrede i_2 akımını bulunuz.



Şekil 2.31

Çözüm:

Kırchhoff'un akım kanununu devreye uygularsak

$i_T = i_1 + i_2$

veya

$\dot{i}_2 = \dot{I}_T - \dot{i}_1$

Bu akım değerlerini zaman domain den vektör çevirirsek

$i_T = 120\times10^{-3}\ \sin\ (\omega t + 60°) \Longrightarrow 84.84\times10^{-3}\ \underline{/60°}$

$i_1 = \ 80\times10^{-3}\ \sin\ \ \omega t \qquad\qquad \Longrightarrow 56.56\times10^{-3}\ \underline{/0°}$

Kutupsal formdan dik bilşeenler formuna çevrilir ve çıkarılırsa

$i_T = 84.84\times10^{-3}\ \underline{/60°}$

$= 42.42\times10^{-3} + J73.46\times10^{-3}$

$i_1 = 56.56^{-3}\ \underline{/0°}$

$= 56.56\times10^{-3} + J0$

$i_2 = i_T - i_1$

$i_2 = (42.42\times10^{-3} + J73.46\times10^{-3}) - (56.56\times10^{-3} + J0)$

$= 14.14\times^{-3} + J73.46\times10^{-3}$

Dik bileşenler formundan kutupsal forma çevrilirse

$i_2 = -14.14\times10^{-3} + J73.46\times^{-3} \Longrightarrow i_2 = 74.8\times10^{-3}\ \underline{/100.9°}$

vektörden zaman domain'e çevrilirse

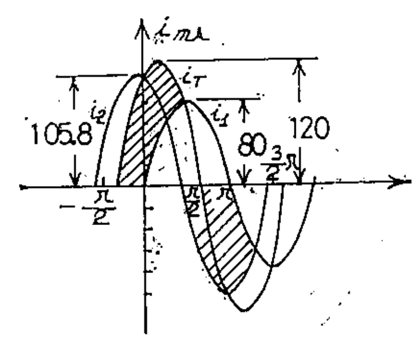
$i_2 = 74.8\times10^{-3}\ \underline{/100.9°} \Longrightarrow i_2 = \sqrt{2}\ (74.8\times10^{-3}\sin\ (\omega t + 100.9°)$

ve

$i_2 = 105.8\times10^{-3}\ \sin\ \ (\omega t + 100.9°)$

$\dot{I}_1$, i_2 ve $\dot{I}_T$ akımlarının eğrileri şekil 2.32 de görülmektedir.

$i_T = i_1 + i_2$



Şekil 2.32

PROBLEMLER

Bölüm 2.4

1 — Aşağıdaki komplex sayıları dik bileşenler formdan kutupsal forma çeviriniz.

a — $4+J3$	e — $0.001+J0.0065$
b — $2+J2$	f — $7.6-J9$
c — $3.5+J12$	h — $-5.4+J4$
d — $100+J650$	i — $-15-J60$

2 — Aşağıdaki komplex sayıları kutupsal formdan dik bileşenler formuna çeviriniz.

a — $6\angle 30^\circ$	e — $1.2\angle 135^\circ$
b — $42\angle 45^\circ$	f — $0.008\angle 300^\circ$
c — $8.49\angle 80^\circ$	h — $7.52\angle -125^\circ$
d — $550\angle 210^\circ$	i — $65\angle 150^\circ$

Bölüm 2.5

3 — Aşağıdaki komplex sayıların toplama ve çıkarmasını yapınız.

a — $(4.2+J6.8)+(7.6+J0.02)$
b — $(4\times10^{-6}+J76)+(7.2\times10^{-7}-J0.9)$
c — $(167+J243)-(4.6+J4.6)$
d — $(-36+J78)-(-4-J6)+(10.8-J72)$
e — $42\angle 45^\circ+62\angle 60^\circ-70\angle 120^\circ$
f — $6\angle 20^\circ+10\angle 30^\circ$

4 — Aşağıdaki komplex sayılarla ilgili çarpmaları yapınız.

a — $(4+J3)\ (6+J8)$
b — $(0.002+J0.006)\ (-2+J2)$
c — $(2\angle 60^\circ)\ (4\angle 22^\circ)$
d — $(6.9\angle 8^\circ)\ (7.2\angle -72^\circ)$
e — $(540\angle -20^\circ)\ (-5\angle 180^\circ)\ (6.2\angle 0^\circ)$

5 — Aşağıdaki bölme işlemlerini yapınız.

a — $(42\angle 10^\circ)\ /\ (7\angle 60^\circ)$
b — $(4360\angle -20^\circ)\ /\ (40\angle 210^\circ)$
c — $(8+J8)\ /\ (2+J2)$
d — $(8+J42)\ /\ (-6+J66)$
e — $(-4.5-J6)\ /\ (0.1-J0.4)$

6 — Aşağıdaki işlemleri çözünüz.

a — $\dfrac{(4+J3)+(6-8)}{(3+J3)-(2+3)}$

b — $\dfrac{(1+J5)\ (7\angle 60^\circ)}{(2\angle 0^\circ)+(100+J100)}$

c — $\dfrac{(6\angle 20^\circ)\ (120\angle -40^\circ)\ (3+J4)}{2\angle -30^\circ}$

d — $\dfrac{(150\angle 20^\circ)\ (4\times10^{-6}\angle 88^\circ)}{(1\angle 10^\circ)^3\ (4\angle 30^\circ)}$

Bölüm 2.

7 — Aşağıdaki değerleri vektör olarak ifade ediniz.

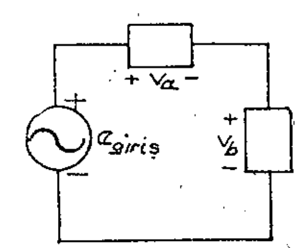
a — $\sqrt{2}\ (100)\ \sin(\omega t+30^\circ)$
b — $\sqrt{2}\ (0.25)\ \sin(157t-40^\circ)$
c — $100\ \sin(\omega t-90^\circ)$
d — $42\ \sin(377t+0^\circ)$
e — $6\times10^{-6}\cos\omega t$
f — $3.6\times10^{-6}\cos(754t-20^\circ)$

8 — Frekans 60 Hz olduğuna göre aşağıdaki akım ve gerilim değerlerini zaman domain içerisinde ifade ediniz.

a — $I=40\angle 20^\circ$	d — $v=120\angle 0^\circ$
d — $I=8\times10^{-3}\angle 120^\circ$	e — $v=7.6\angle 90^\circ$
c — $I=1200\angle -120^\circ$	f — $v=\dfrac{\sqrt{2}}{6000}\angle -180^\circ$

9 — Şekil 2.33 deki devrede v_a geriliminin sinüsoidal ifadesini bulunuz.

$e_g=(377t+20^\circ)$
$v_b=20\sin 377t$

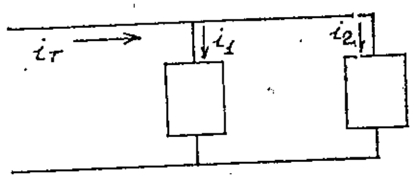


Şekil 2.33

10 — Şekil 2.34 deki devrede i_1 akımının sinüsoidal ifadesini bulunuz.

$i_T = 20 \times 10^{-6} \sin(\omega t + 90°)$

$i_2 = 6 \times 10^{-6} \sin(\omega t - 60°)$



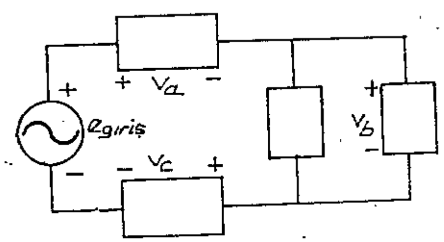
Şekil 2.34

11 — Şekil 2.35 deki devrede v_c geriliminin sinüsoidal ifadesini bulunuz.

$e_g = 120 \sin(\omega t - 30°)$

$v_a = 60 \cos \omega t$

$v_b = 30 \sin \omega t$



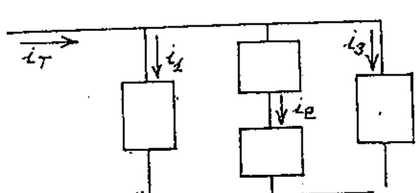
Şekil 2.35

12 — Şekil 2.36 daki devrede i_T akımının sinüsoidal ifadesini bulunuz.

$i_1 = 6 \times 10^{-3} \sin(377t + 180°)$

$i_2 = 8 \times 10^{-3} \sin(377t - 20°)$

$i_3 = 2\, i_2$



Şekil 2.36

SERİ ve PARALEL a. a. DEVRELERİ

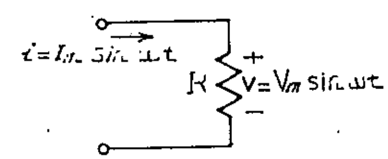
3.1 GİRİŞ

Bu bölümde seri ve paralel alternatif akım devrelerinin çözümünde daha çabuk ve direkt çözüm sağladığı için vektörsel matematiği daha çok kullanacağız. Doğru akım devrelerinde bilinmeyen değeri bulmak için çeşitli yöntemler kullanılır. Bu bölümde ise alternatif akım devrelerinde bu yöntem ile beraber akım bölme ve gerilim bölme kaidelerinin nasıl kullanılacağı çeşitli örneklerle anlatılacaktır.

SERİ A.A. DEVRELERİ

3.2 EMPEDANS ve FAZ DİYAĞRAMI

Bölüm birde vurgulandığı gibi tamamen omik bir devrede gerilim (v) ve akım (i) aynı fazdadır. Şekil 3.1. Böyle bir devre de büyüklük



Şekil 3.1

$$I_m = \frac{V_m}{R} \quad \text{veya} \quad V_m = I_m R$$

Vektör olarak

$$v = V_m \sin \omega t \Longrightarrow V = V \angle 0°$$

Formülde $V = 0.707\ V_m$ dir.

Om kanunu ve vektör matematiği kullanarak

$$I = \frac{V\ \angle 0^\circ}{R\ \angle \theta_R} = \frac{V}{R}\ \angle 0 - \theta_R$$

Çünkü akım ile gerilim aynı fazdadır, yani açı sıfırdır. Böylece θ_R açısıda sıfırdır ve $\theta_R = 0^\circ$. Buna göre

$$I = \frac{V\ \angle 0^\circ}{R\ \angle 0^\circ} = \frac{V}{R}\ \angle 0^\circ - 0^\circ = \frac{V}{R}\ \angle 0^\circ$$

Bu sonucu zaman domaini içinde ifade edersek

$i = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{V}{R}\right) \sin \omega t$ olur. Formülün paydasını komplex sayı olarak yazarsak

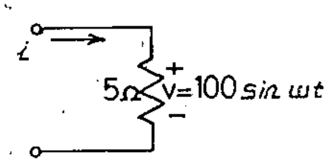
$$R = R\ \angle 0^\circ \qquad (3.1)$$

Bu eşitlik sinüsoidal fonksiyonun vektör domaini içerisinde ifade edilemez. Bu komplex alanda sabit büyüklüğe (R) ve açıya (0°) ait bir vektördür. Omik devrelerde $\angle 0^\circ$ açısıyla ilgili yararlar aşağıda bir kaç örnekle açıklanacaktır.

Devrelere ait faz diyağramları çizildiğinde akımla gerilim arasındaki açının sıfır oluşu o diyağramın omik bir devreye ait olduğunu kanıtlar.

ÖRNEK: 3.1

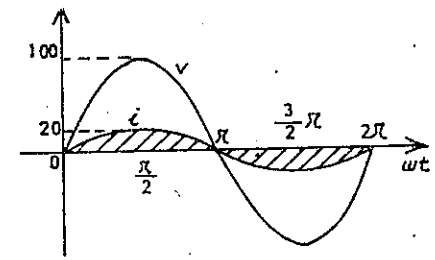
Vektör matematiği kullanarak şekil 3.2 deki devrede i akımını bulunuz. Gerilim ve akıma ait eğrileri çiziniz.



Şekil 3.2

Çözüm:

Şekil 3.3



Şekil 3.3

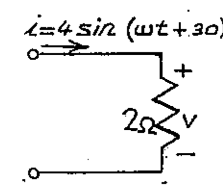
$v = 100 \sin \omega t \Longrightarrow$ vektör olarak $v = 70.7\ \angle 0^\circ$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{0.7\ \angle 0^\circ}{5\ \angle 0^\circ} = 14.14\ \angle 0^\circ$$

$i = \sqrt{2}\ (14.14) \sin \omega t = 20 \sin \omega t$

ÖRNEK: 3.2

Vektörsel olarak şekil 3.4 deki devrede gerilimi bulunuz. Ayrıca akım ve gerilime ait eğrileri çiziniz.



Şekil 3.4

Çözüm:

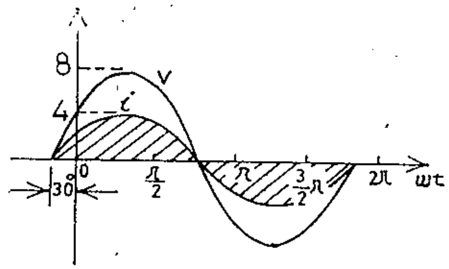
Şekil 3.5

$i = 4 \sin (\omega t + 30^\circ) \Longrightarrow$ vektör olarak $I = 2.83\ \angle 30^\circ$

$V = I \cdot R = (2.83\ \angle 30^\circ)\ (2\ \angle 0^\circ) = 5.66\ \angle 30^\circ$

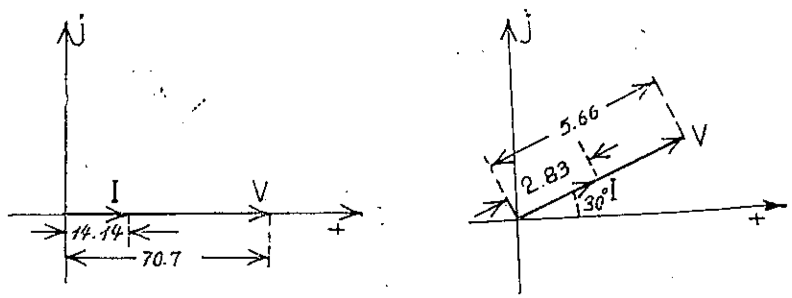
ve

$v = \sqrt{2}\ (5.66) \sin (\omega t + 30^\circ) = 8 \sin (\omega t + 30^\circ)$



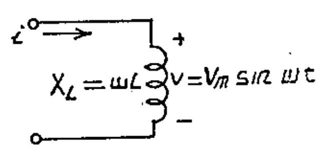
Şekil 3.5

Elektrik devrelerinin çözümünde faz diyağramı çizmek çok faydalıdır. Çünkü bu faz diyağramı üzerinde çeşitli büyüklükleri ve faz ilişkilerini görmek çok kolaydır. Örneğin bundan önceki örneklere ait faz diyağramları şekil 3.6 da görülmektedir. Her iki durumda da akımla gerilim aynı fazdadır. Bu durum faz diyağramlarından açıkça görülmektedir.



Şekil 3.6

Şekil 3.7 deki gibi tamamen indüktif bir devrede daha evvelden öğrenildiği gibi akımla gerilim arasında 90° lik açı olup gerilim akımdan ileridir. Böyle bir devrede reaktans X_L harfyile gösterilir ve ωL değerine eşittir.



Şekil 3.7

$v = V_m \sin \omega t \Longrightarrow$ vektör olarak $V = \underline{/0^\circ}$

Om kanunua göre

$$I = \frac{V\,/0^\circ}{X_L\,/\theta_L} = \frac{V}{X_L}\,\underline{/0^\circ - \theta_L}$$

Çünkü gerilim akımdan 90° ileridir. Yani akım —90° lik bir açıya sahiptir. Böylece $\theta_L = +90°$ dir. Formülde $\theta_L = 90°$ yazılırsa

$$I = \frac{V\,/0^\circ}{X_L\,/90^\circ} = \frac{V}{X_L}\,\underline{/0^\circ - 90^\circ} = \frac{V}{X_L}\,\underline{/-90^\circ}$$

Zaman domaini içerisinde ifade edilirse

$$i = \sqrt{2}\left(\frac{V}{X_L}\right) \sin\,(\omega t - 90^\circ)$$

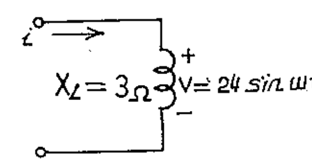
Bu denklemi komplex sayı olarak ifade edersek

$$X_L = X_L\,\underline{/90^\circ} \qquad (3.2)$$

Bu eşitlik sinüsoidal fonksiyonu vektör domaini eçirisinde ifade edemez. Bu komplex alanda sabit büyüklüğü X_L ve 90° lik açıya ait bir vektördür.

ÖRNEK: 3.3

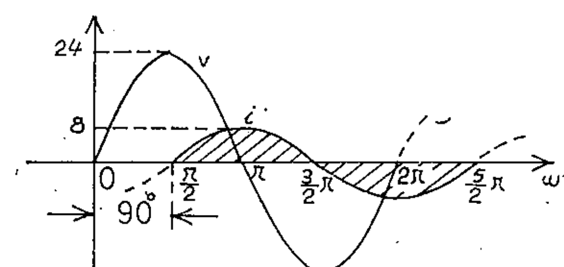
Vektörsel olarak şekil 3.8 deki devrede i akımını bulunuz. Akım ve gerilime ait eğrileri çiziniz.



Şekil 3.8

Çözüm:

Şekil **3.9**



Şekil 3.9

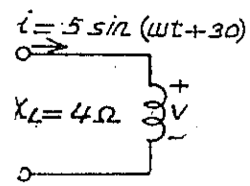
$v = 24 \sin \omega t \Longrightarrow$ vektör olarak $V = 16.9 \angle 0°$

$$I = \frac{V}{X_L} = \frac{16.9 \angle 0°}{3 \angle 90°} = 5.66 \angle -90°$$

$i = \sqrt{2}\,(5.66) \sin (\omega t - 90°) = 8 \sin (\omega t - 90°$

ÖRNEK: 3.4

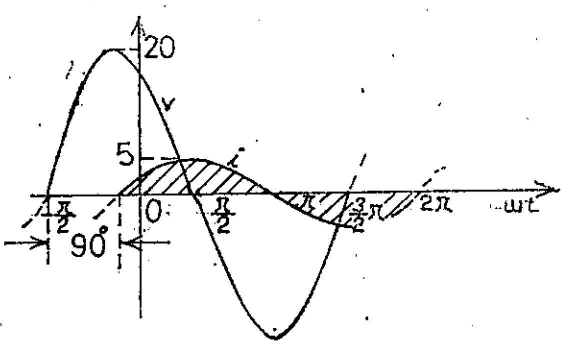
Vektörsel olarak şekil 3.10 daki devrede gerilimi bulunuz. Akımla gerilime ait eğrileri çiziniz.



Şekil 3.10

Çözüm:

Şekil 3.11



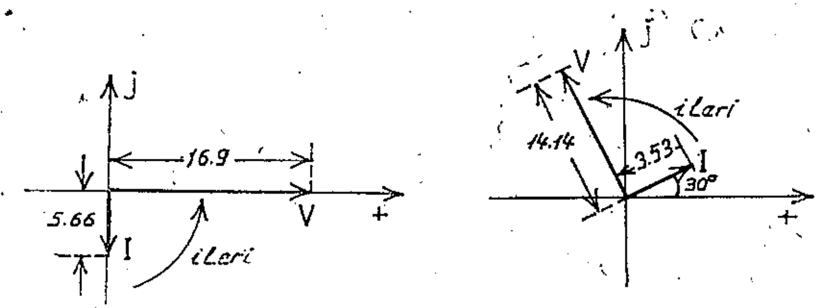
Şekil 2.11

$i = 5 \sin (\omega t + 30) \Longrightarrow$ vektör olarak $I = 3.53 \angle 30°$

$V = I\,X_L = (3.53 \angle 30°)\ (4 \angle 90°) = 14.14 \angle 120°$

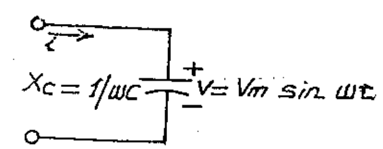
$v = \sqrt{2}\,(14.14) \sin (\omega t + 120°) = 20 \sin (\omega t + 120°)$

Bundan önceki her iki örneğe ait faz diyağramı şekil 3.12 de görülmektedir. Her iki şekilden anlaşıldığı gibi gerilim akımdan 90° ileridedir.



Şekil 3.12

Şekil 3.13 deki gibi tamamen kapasitif bir devrede daha önceden vurgulandığı gibi akımla gerliim arasında 90° lik açı olup akım gerilimden ilerdedir. Böyle bir devrede kapasitif reaktans X_C ile gösterilir ve $1/\omega C$ değerine eşittir.



Şekil 3.13

$v = V_m \sin \omega t \Longrightarrow$ vektörsel olarak $V = V \angle 0°$

Om kanunu vektörsel olarak

$$I = \frac{V \angle 0°}{X_C \angle \theta_C} = \frac{V}{X_C} \angle 0° - \theta_C$$

Çünkü biliyoruz ki akım geriliminden 90° ilerdedir ve akım +90° lik bir açıya sahiptir. Böylece $\theta_C = -90°$ dir.

$$I = \frac{V \angle 0°}{X_C \angle -90°} = \frac{V}{X_C} \angle 0° - (-90°) = \frac{V}{X_C} \angle 90°$$

Zaman domaini içerisinde

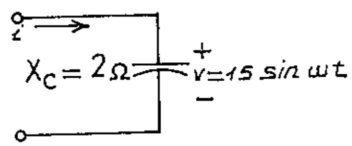
$$i = \sqrt{2}\left(\frac{V}{X_C}\right) \sin(\omega t + 90°)$$

Payda komplex sayılarla ifade edilirse

$$X_C = X_C \underline{/-90°} \qquad (3.3)$$

ÖRNEK: 3.5

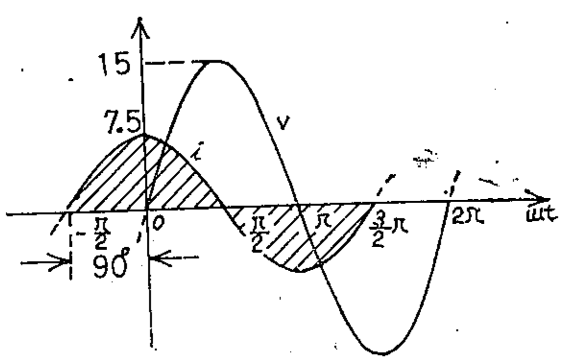
Şekil 3.14 de görülen devrede vektörsel olarak i akımını bulunuz. Akım ve gerilimin eğrilerini çiziniz.



Şekil 3.14

Çözüm:

Şekil 3.15



Şekil 3.15

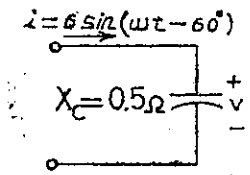
$$v = 15 \sin \omega t \Longrightarrow \text{vektör olarak } V = 10.6 \underline{/0°}$$

$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{10.6 \underline{/0°}}{2 \underline{/-90°}} = 5.3 \underline{/90°}$$

$$i = \sqrt{2}\,(5.3) \sin(\omega t + 90°) = 7.5 \sin(\omega t + 90°)$$

ÖRNEK: 3.6

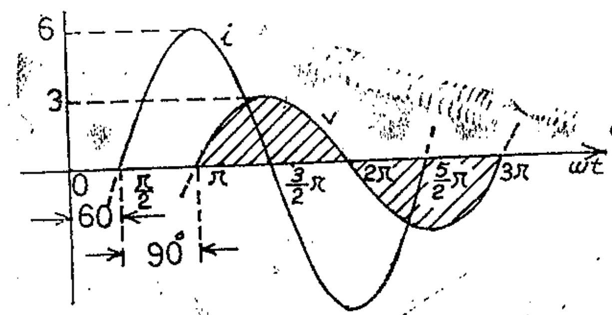
Şekil 3.16 da görülen devrede vektörsel olarak v gerilimini bulunuz ve akım-gerliim eğrilerini çiziniz.



Şekil 3.16

Çözüm:

Şekil 3.17



Şekil 3.17

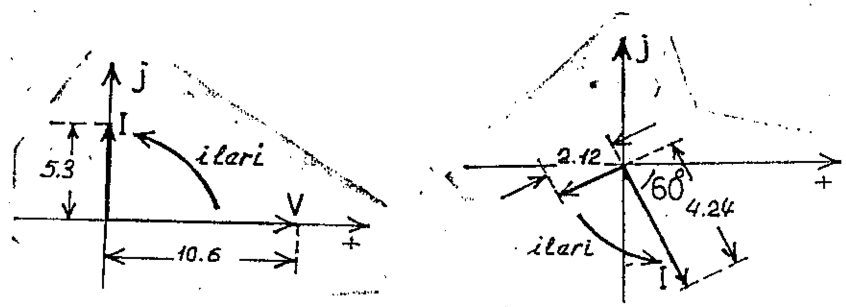
$$i = 6 \sin(\omega t - 60°) \Longrightarrow \text{vektör olarak } I = 4.23 \underline{/-60°}$$

$$V = I\,X_C = (4.23 \underline{/-60°})\ (0.5 \underline{/-90°}) = 2.12 \underline{/-150°}$$

ve

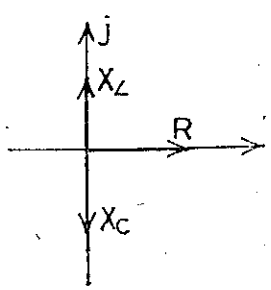
$$v = \sqrt{2}\,(2.12) \sin(\omega t - 150°) = 3 \sin(\omega t - 150°)$$

Daha önce çözülen iki örneğe ait faz diyağramı şekil 3.18 de görülmektedir. Her iki şekilden de anlaşıldığı gibi akımla gerilim arasında 90° lik açı olup akım ileridedir.



Şekil 3.18

Şekil 3.19 daki omiki, indüktif ve kapasitif reaktansa ait vektörler görülmektedir. Her hangi bir şebeke için direnç değeri devamlı olarak pozitif yatay (gerçek) eksende gösterilir. İndüktif reaktans ise pozitif dikey (hayali) eksende, kapasitif reaktans ise negatif dikey eksende gösterilir. Bu değerlerin ikisinin veya üçünün teşkilinden meydana gelen devrelere empedans devreleri denir. Empedans bir devrede akıma karşı koyan kuvvetin bir ölçüsüdür. Şekil 3.19 da görülen diyağrama empedans diyağramı denir. Devrelerin empedansı Z harfi ile gösterilir.



Şekil 3.19

Her hangi bir devrenin omik, indüktif ve kapasitif değerlerini her bir eleman için veren formüller aşğaıda görülmektedir.

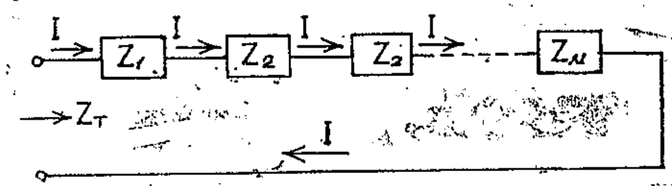
Direnç : $Z = R = R \angle 0° = R + J0$ (3.4)

İndüktif reaktans: $Z = X_L = X_L \angle 90° = 0 + JX_L$ (3.5)

Kapasitif " : $Z = X_C = X_C \angle -90° = 0 - JX_C$ (3.6)

3.3 EMPEDANSLARIN SERİ BAĞLANMASI

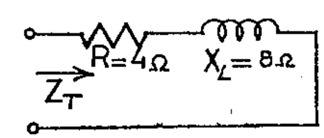
Seri bağlama yöntemi yönünden alternatif akım seri devreleriyle doğru akım seri devreleri arasında hiç bir ayrıcalık yoktur. Seri devrenin özellkilerinden birisi şöyledir. Seri devrelerde devre elemanlarından geçen akım sabittir. Yani bütün elemanlardan aynı akım geçer. Seri devrenin empedansı ise devredeki seri bağlı elemanların empedanslarının toplamına eşittir. Şekil 3.20 de seri bağlı bir empedans gurubu görülmektedir.



Şekil 3.20

ÖRNEK: 3.7

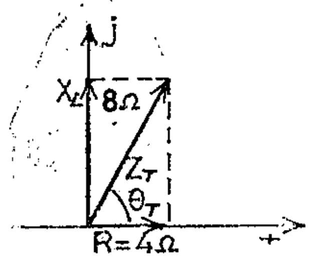
Şekil 3.21 deki devrenin empedans diyağramını çiziniz ve toplam empedansı bulunuz.



Şekil 3.21

Çözüm:

Şekil 3.22 de görüldüğü gibi empedansı grafik olarak çizilmek suretiyle bulunabilir. Yatay ve dikey eksenlerde omik ve indüktif elemanın empedansı belli olduğuna göre toplam empedans ile yatay eksen arasındaki empedans açısıda bulunabilir. Aynı değerler vektör matematiği kullanmak suretiyle bulunabilir.

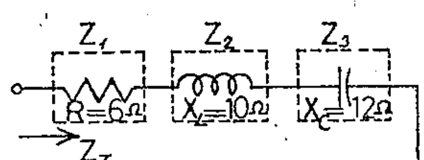


Şekil 3.22

$$Z_T = Z_1 + Z_2$$
$$= R\,\underline{/0^\circ} + X_L\,\underline{/90^\circ}$$
$$= R + JX_L = 4 + J8$$
$$Z_T = 8.95\,\underline{/63.4^\circ}$$

ÖRNEK: 3.8

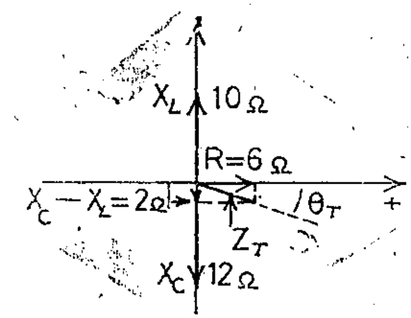
Şekil 3.23 deki seri devrenin giriş empedasını bulunuz ve diyağramını çiziniz.



Şekil 3.23

$$Z_T = Z_1 + Z_2 + Z_3$$
$$= R\,\underline{/0^\circ} + X_L\,\underline{/90^\circ} + X_C\,\underline{/-90^\circ}$$
$$= R + JX_L - JX_C$$
$$= R + J(X_L - X_C) = 6 + J(10 - 12) = 6 - J2$$
$$Z_T = 6.32\,\underline{/-18.4^\circ}$$

Empedans diyağramı şekil 3.24 de görülmektedir. Bu diyağrama dikkat edilirse indüktif ve kapasitif reaktanslar bir birinin zıttıdır. Şekil 3.23 deki devre için eğer bu indüktif ve kapasitif reaktanslar bir birine eşit alınırsa giriş empedansı direncin omik değerine eşit olur. Böylece her hangi bir devrenin indüktif veya kapasitif oluşu giriş akımıyla gerilimi arasındaki faz ilişkisinden kolayca tesbit edilebilir. Bu tesbit θ_T açısının durumuna göre belirlenir. Eğer θ_T açısı birinci çeyrek bölümde ise veya $0^\circ < \theta_T < 90^\circ$ ise devre tamamen indüktif, eğer θ'_T açısı dördüncü çeyrekte ise veya $-90^\circ < \theta_T < 0^\circ$ ise devre kapasitif bir devredir. Eğer $\theta_T = 0^\circ$ ise derve omik bir devredir.

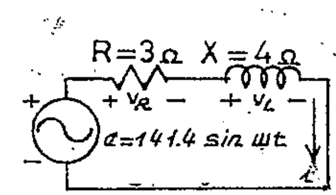


Şekil 2.24

Şimdi çeşitli elemanların bir biri ile seri bağlanma durumlarına göre devre özelliklerini inceliyelim.

R — L devreler

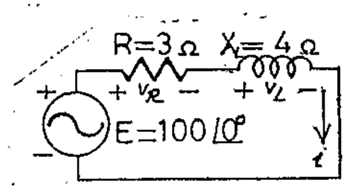
Şekil 3.25



Şekil 3.25

Vektör ifadesi

$$e = 141.4 \sin \omega t \Longrightarrow E = 100\,\underline{/0^\circ}$$



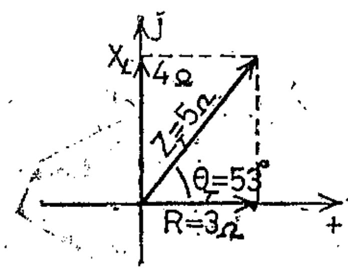
Şekil 2.26

Z_T :

$Z_T = Z_1 + Z_2 = 3 \ \underline{/0°} + 4 \ \underline{/90°} = 3 + J4$

$Z_T = 5 \ \underline{/53°}$

Empedans diyağramı ise şekil 3.27 de görüldüğü gibidir.



Şekil 3.27

I:

$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{100 \ \underline{/0°}}{5 \ \underline{/53°}} = 20 \ \underline{/-53°}$$

V_R, V_L

$V_R = I\ R = (20 \ \underline{/-53°}) \ (3 \ \underline{/0°}) = 60 \ \underline{/-53°}$

$V_L = I\ X_L = (20 \ \underline{/-53°}) \ (4 \ \underline{/90°}) = 80 \ \underline{/37°}$

Kırchoff'un gerilim kanununa göre

$\Sigma v = E - V_R - V_L = 0$

veya

$E = V_R + V_L$

V_R ve V_L yi dik bileşenler formunda ifade edilirse

$V_R = 60 \ \underline{/-53°} = 36 - J48$

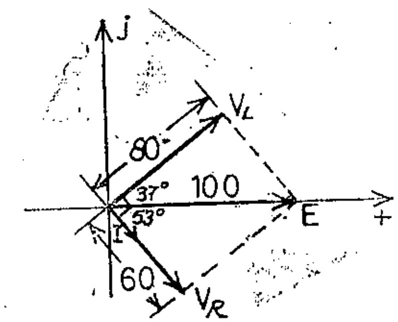
$V_L = 80 \ \underline{/37°} = 64 + J48$

$E \ = V_R + V_L$

$= (36 - J48) + (64 + J48) = 100 + J0$

$E = 100 \ \underline{/°0}$

FAZ DİYAĞRAMI: Bu değerlere göre faz diyğaramı şekil 3.28 de gökrülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi direnç uçlarında düşen voltajda akımla gerilim aynı fazdadır ve indüktör uçlarındaki gerilime göre 90° geridir.



Şekil 3.28

GÜÇ:

Böyle bir devrede sarfedilen güç,

$P_T = E\ I\ \cos\theta$

$= 100 \ (20) \ \cos 53° = 2000 \,.\, 0.6$

$P_T = 1200$ vat

Formülde E ve I etkin değerlerdir ve θ_T ise akımla gerilim arasındaki açıdır. Başka bir yöntemle

$P_T = I^2 R$

$P_T = 20^2 \ (3) = 400 \,.\, 3$

$= 1200$ vat

Devrenin sarfettiği güç her bir elemanın sarfettiği güçlerin toplamına eşittir.

$$P_T = P_R + P_L$$
$$= V_R I \cos\theta_R + V_L I \cos\theta_L$$
$$= 60 . 20 \cos 0 + 80 . 20 \cos 90°$$
$$= 1200 + 0$$
$$P_T = 1200 \text{ vat}$$

Formülde θ_R, V_R gerilimi ile I akımı ve θ_L ise V_L gerilimi ile akımı arasındaki açılardır.

GÜÇ FAKTÖRÜ

Devrenin güç faktörü $F = \cos 53°$ dür. $\cos 53 = 0.6$ geridir. Bu değer akım ile gerilim arasındaki açıdır. Eğer sarfedilen gücü veren formül yazılırsa,

$$P = E . I \cos\theta \text{ dir. Buradan}$$

$$\cos\theta = \frac{E . I}{P}$$

formülde E ve I devrenin giriş değerleridir. P ise bu devrede sarfedilen güçtür ve birimi vattır. Genel olarak güç faktörü formülleri aşağıdaki gibidir.

$$\cos\theta = \frac{P}{E . I} = \frac{I^2 R}{E . I} = \frac{I . R}{E} = \frac{R}{E/I} = \frac{R}{Z_T}$$

Sonuç olarak güç faktörü

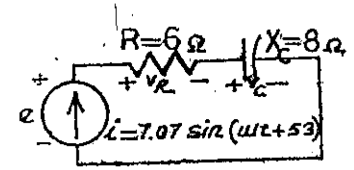
$$F_p = \cos\theta_T = \frac{R}{Z_T} \tag{3.8}$$

Şekil 3.27 de görüldüğü gibi θ empedans açısıdır ve (3.8) deki formülde görüldüğü gibi de yazılabilir. Başka bir ifadeyle, empedans açısı θ_T aynı zamanda giriş gerilimiyle akımı arasındaki faz açısıdır. Aynı şekilde formül (3.8) göre güç faktörü toplam direncin empedans büyüklüğüne bölümüne eşittir. Yani

$$F_p = \cos\theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{3}{5} = 0.6 \text{ geri}$$

R — C devreler

Şekil 3.29

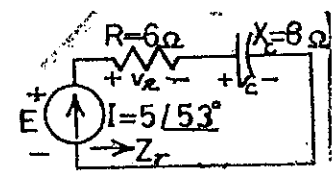


Şekil 3.29

Vektör ifadesi

$$i = 7.07 \sin(\omega t + 53°) \Rightarrow I = 5 \angle 53°$$

Şekil 3.30



Şekil 3.30

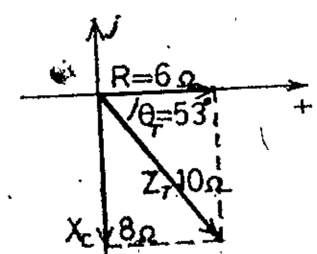
Z_T:

$$Z_T = Z_1 + Z_2 = 6 \angle 0° + 8 \angle -90° = 6 - J8$$

ve

$$Z_T = 10 \angle -53°$$

EMPEDANS DİYAĞRAMI: Empedans diyağramı şekil 3.31 de görüldüğü gibidir.



Şekil 3.31

E:

$$E = I Z_T = (5/\underline{53^\circ})\ (10/\underline{-53^\circ}) = 50/\underline{0^\circ}$$

V_R , V_C

$$V_R = I\ R = (5/\underline{53^\circ})\ (6/\underline{0^\circ}) = 30/\underline{53^\circ}$$

$$V_C = I\ X_C = (5/\underline{53^\circ})\ (8/\underline{-90^\circ}) = 40/\underline{-37^\circ}$$

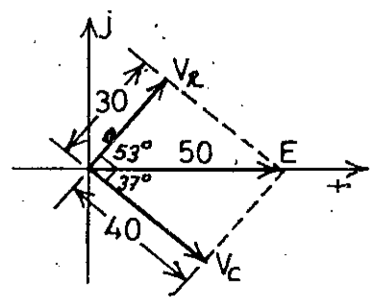
Kirchoff'un gerilim kanununa göre

$$\Sigma V = E - V_R - V_C = 0$$

veya

$$E = V_R + V_C$$

Bu eşitlik vektörlerin toplanmasıyla da elde edilebilir. Bu durum şekil 3.32 de görülüyor.



Şekil 3.32

FAZ DİYAĞRAMI: Şekil 3.32 de görüldüğü gibi direnç uçlarındaki voltajda akımla gerilim aynı fazdadır. Kondansatör uçlarındaki voltajda ise akımla gerilim arasında 90° lik bir açı olup akım ileridir.

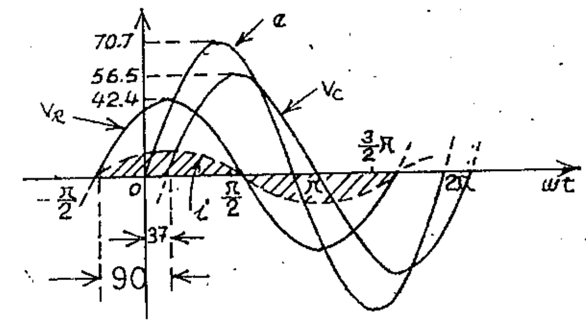
ZAMAN DOMAİNİ:

$$e = \sqrt{2}\ (50)\ \sin \omega t = 70.7\ \sin \omega t$$

$$V_R = \sqrt{2}\ (30)\ \sin (\omega t + 53^\circ) = 42.4\ \sin (\omega t + 53^\circ)$$

$$V_C = \sqrt{2}\ (40)\ \sin (\omega t - 37^\circ) = 56.5\ \sin (\omega t - 37^\circ)$$

Yukarıdaki gerilim ve akım değerlerine ait eğriler çizilirse şekil 3.33 deki eğri elde edilir. Bu eğrilerden görüldüğü gibi i ile V_R aynı fazda ve V_C ile i arasında 90° lik bir açı olup V_C geridir.



Şekil 3.33

GÜÇ:

Böyle bir devrede sarfedilen güç,

$$P_T = E\,.\,I\ \cos\theta = 50.5\ \cos 53^\circ$$

$$= 250\,.\,0.6$$

$$P_T = 150\ \text{vat}$$

veya

$$P_T = I^2\,.\,R = 5^2\,.\,6 = 25\,.\,6$$

$$= 150\ \text{vat}$$

$$P_T = P_R + P_C = V_R\ I\ \cos\theta_R + V_C\ I\ \cos\theta_C$$

$$= 30\,.\,5\ \cos 0^\circ + 40\,.\,5\ \cos 90^\circ$$

$$= 150 + 0$$

$$P_T = 150\ \text{vat}$$

GÜÇ FAKTÖRÜ:

Böyle bir devrede güç faktörü,

$$F_p = \text{Cos}\ \theta = \text{Cos}\ 53 = 0{,}6\ \text{ileri}$$

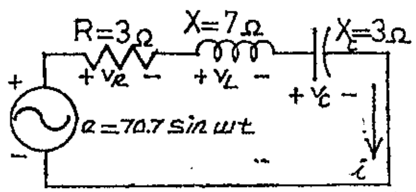
Denklem (3.8) e göre

$$F_p = \cos\theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{6}{10}$$

$$= 0.6 \text{ ileri}$$

R — L — C Devreleri

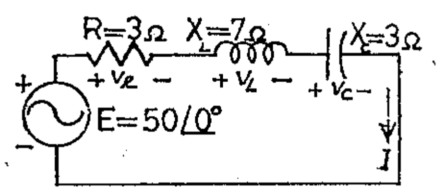
Şekil 3.34



Şekil 3.34

Vektör ifadesi

Şekil 3.35



Şekil 3.35

Z_T :

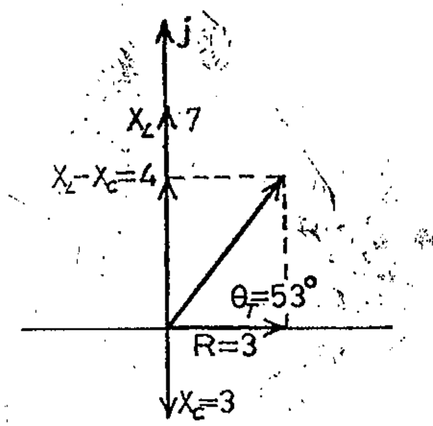
$$Z_T = Z_1 + Z_2 + Z_3 = R\ \underline{/0^\circ} + X_L\ \underline{/90^\circ} + X_C\ \underline{/-90^\circ}$$

$$= 3 + J7 - J3$$

$$= 3 + J4$$

$$= 5\ \underline{/53^\circ}$$

Empedans diyağramı şekil 3.36



Şekil 3.36

I:

$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{50\ \underline{/0^\circ}}{5\ \underline{/53^\circ}} = 10\ \underline{/-53^\circ}$$

V_R, V_L, V_C

$$V_R = I \cdot R = (10\ \underline{/-53^\circ})\ (3\ \underline{/0^\circ}) = 30\ \underline{/-53^\circ}$$

$$V_L = I \cdot X_L = (10\ \underline{/-53^\circ})\ (7\ \underline{/90^\circ}) = 70\ \underline{/37^\circ}$$

$$V_C = I \cdot X_C = (10\ \underline{/-53^\circ})\ (3\ \underline{/-90^\circ}) = 30\ \underline{/-143^\circ}$$

Kırchoff'un gerilim kanununa göre

$$\Sigma V = E - V_R - V_L - V_C = 0$$

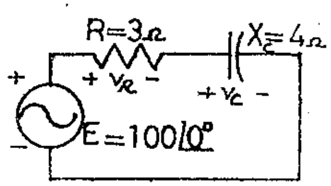
$$E = V_R + V_L + V_C$$

FAZ DİYAĞRAMI:

Şekil 3.37 deki faz diyağramında görüldüğü gibi direnç uçlarındaki gerliim akımla aynı fazdadır. İndüktif direnç uçlarında ise gerilim akımdan 90° gerdedir. Kapasitif dirençte ise gerilim akımdan 90° ileridedir.

ÖRNEK: 3.9

Gerilim bölme kaidesini kullanarak şekil 3.39 daki devrede her eleman **uçlarındaki gerilimi bulunuz.**



Şekil 3.39

Çözüm:

$$V_C = \frac{X_C\,E}{X_C + R} = \frac{(4\ \angle{-90^\circ})\ (100\ \angle 0^\circ)}{4\ \angle{-90^\circ} + 3\ \angle 0^\circ} = \frac{400\ \angle{-90^\circ}}{3 - J4}$$

$$= \frac{400\ \angle{-90^\circ}}{5\ \angle{-53^\circ}} = 80\ \angle{-37^\circ}$$

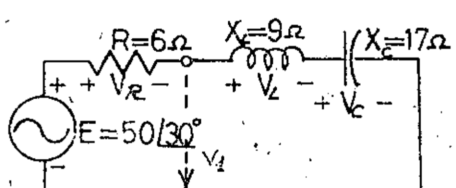
$$V_R = \frac{R\,.\,E}{X_C + R} = \frac{(3\ \angle 0^\circ)\ (100\ \angle 0^\circ)}{5\ \angle{-53^\circ}}$$

$$= \frac{300\ \angle 0^\circ}{5\ \angle{-53^\circ}}$$

$$= 60\ \angle 53^\circ$$

ÖRNEK: 3.10

Gerilim bölme kaidesini **kullanarak şekil 3.40 daki** devrede V_R, V_L, V_C ile V_1 değerlerini bulunuz.



Şekil 3.40

Çözüm:

$$V_R = \frac{R\,.\,E}{R + X_L + X_C} = \frac{(6\ \angle 0^\circ)\ (50\ \angle 30^\circ)}{6\ \angle 0^\circ + 9\ \angle 90^\circ + 17\ \angle{-90^\circ}} = \frac{300\ \angle 30^\circ}{6 + J9 - J17}$$

$$= \frac{300\ \angle 30^\circ}{6 - J8} = \frac{300\ \angle 30^\circ}{10\ \angle{-53^\circ}}$$

$$= 30\ \angle 83^\circ$$

$$V_L = \frac{X_L\,E}{Z_T} = \frac{(9\ \angle 90^\circ)\ (50\ \angle 30^\circ)}{10\ \angle{-53^\circ}} = \frac{450\ \angle 120^\circ}{10\ \angle{-53^\circ}}$$

$$= 45\ \angle 173^\circ$$

$$V_C = \frac{X_C\,E}{Z_T} = \frac{(17\ \angle{-90^\circ})\ 50\ \angle 30^\circ)}{10\ \angle{-53^\circ}} = \frac{850\ \angle{-60^\circ}}{10\ \angle{-53^\circ}} =$$

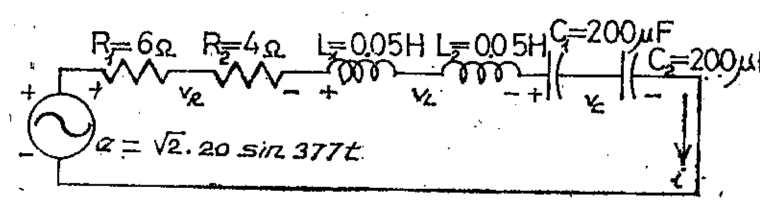
$$= 85\ \angle{-7^\circ}$$

$$V_1 = \frac{(X_L + X_C)\ E}{Z_T} = \frac{(9\ \angle 90^\circ + 17\ \angle 90^\circ)\ (50\ \angle 30^\circ)}{10\ \angle{-53^\circ}} =$$

$$= \frac{(8\ \angle{-90^\circ})\ (50\ \angle 30^\circ)}{10\ \angle{-53^\circ}} = \frac{400\ \angle{-60^\circ}}{10\ \angle{-53^\circ}} = 40\ \angle{-7^\circ}$$

ÖRNEK: 3.11

Şekil 3.41 deki devre için aşağıdaki istenenleri bulunuz.



Şekil 3.41

a — i, V_R, V_L, V_C değerlerini

b — Toplam güç faktörünü

c — Devrede sarfedilen ortalama gücü

d — Faz diyağramını

e — V_R, V_L ve V_C değerlerinin toplamı ile E yi karşılaştırınız.

f — V_R ve V_C değerlerini gerilim bölme kadiesini kullanarak bulunuz

Çözüm:

a — Devredeki seri bağlı aynı elemanları bir biri ile toplarsak

$R_T = 6 + 4 = 10$ om

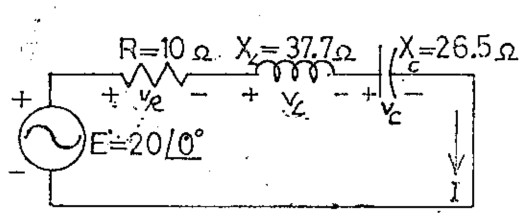
$L_T = 0.05 + 0.05 = 0.1$ H

$$C_T = \frac{200}{2} = 100\ \mu F$$

$X_L = \omega L = (377)\ (0.1) = 37.7$ om

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(377)\ (10^6 \times 10^{-6})} = \frac{10^6}{37.700} = 26.5 \text{ om}$$

Bulunan bu değerlere göre devreyi yeniden çizersek, şekil 3.42



Şekil 3.42

Şekil 3.42 deki devrede

$$Z_T = R\,\underline{/0^\circ} + X_L\,\underline{/90^\circ} + X_C\,\underline{/-90^\circ}$$
$$= 10 + J37.7 - J26.5$$
$$Z_T = 10 + J11.2$$
$$= 15\ \underline{/48.3^\circ}$$

I akımın bulursak

$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{20\ \underline{/0^\circ}}{15\ \underline{/48.3^\circ}} = 1.33\ \underline{/-48.3^\circ}$$

Om kanununu kullanarak direnç, indüktör ve kondansatör uçlarındaki gerilimler,

$V_R = I \cdot R = (1.33\ \underline{/-48.3^\circ})\ (10\ \underline{/0^\circ}) = 13.3\ \underline{/-48.3^\circ}$

$V_L = I X_L = (1.33\ \underline{/-48.3^\circ})\ (37.7\ \underline{/90^\circ}) = 50.1\ \underline{/41.7^\circ}$

$V_C = I X_C = (1.33\ \underline{/-48.3^\circ})\ (26.5\ \underline{/-90^\circ}) = 35.3\ \underline{/-138.3^\circ}$

b — Devreden geçen akımla devreye tatbik edilen gerilim arasındaki açı yani toplam güç faktörü

$F_p = \cos\theta = \cos 48.3^\circ = 0.67$ geri

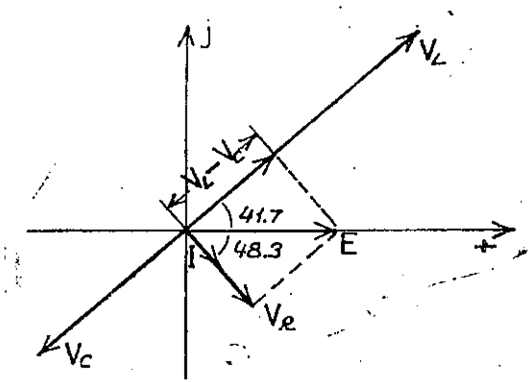
veya

$$F_p = \cos\theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{10}{15} = 0.67 \text{ geri}$$

c — Devrede sarfedilen toplam güç

$P_T = E \cdot I \cos\theta = (20)\ (1.33)\ (0.67) = 17.8$ vat

d — Devrenin faz diyağramı şekil 3.43 dedir.



Şekil 3.43

c — V_R, V_L ve V_C değerlerinin toplamı

$$E = V_R + V_L + V_C$$

$$E = 13.3 \angle -48.3^\circ + 50.1 \angle 41.7 + 35.3 \angle -138.3^\circ$$

$$= 13.3 \angle -48.3 + 14.8 \angle 41.7^\circ$$

$$= \sqrt{(13.3)^2 + (14.8)^2}$$

$E = 20$ ve $\theta_E = 0^\circ$ (faz diyağramından)

Böylece

$E = 20 \angle 0^\circ$ olur.

$$f = V_R = \frac{R \, . \, E}{Z_T} = \frac{(10 \angle 0^\circ)\ (20 \angle 0^\circ)}{15 \angle 48.3^\circ} = \frac{200 \angle 0^\circ}{15 \angle 48.3^\circ} = 13.3 \angle -48.3^\circ$$

$$V_C = \frac{X_C \, E}{Z_T} = \frac{(26.5 \angle -90^\circ)\ (20 \angle 0^\circ)}{15 \angle 48.3^\circ} = \frac{530 \angle -90^\circ}{15 \angle 48.3^\circ}$$

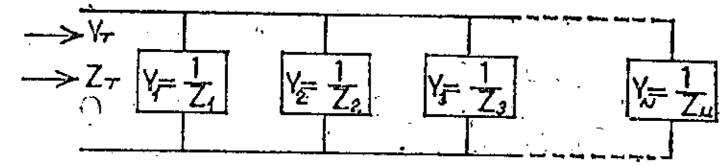
$$= 35.3 \angle -138.3^\circ$$

PARALEL ALTERNATİF AKIM DEVRELERİ

3.5 ADMİTANS ve SÜSEPTANS

Paralel doğru akım devreleri ile paralel alternatif akım devreleri bir birinin benzeridir. Doğru akım devrelerinde iletkenlik (G) harfiyle gösterilir ve 1/R ye eşittir. Paralel devrenin toplam direnci her bir kolun iletkenliklerinin toplamına eşittir. Toplam direnç R_T ise $1/G_T$ dir.

Alternatif akım devrelerinde geçirgenlik (Y) harfiyle gösterilir ve 1/Z ye eşittir. (Y) nin birimi om un tersi olan mho dur ve (℧) ile gösterilir. Bir devrenin geçirgenliği demek o devrenin elektrik akımını ne ne kadar iyi ilettiğini gösterir. Böylece devrenin toplam geçirgenliği paralel kolların geçirgenliklerinin toplamına eşittir. Alternatif akım devrelerinin toplam empedans Z_T olduğuna göre toplam geçirgenliğin tersine eşittri. Yani $Z_T = 1/Y_T$ dir. Şekil 3.44 de empedansları paralel olarak bağlanmış bir devre görülmektedir.



Şekil 3.44

$$Y_T = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots\ldots\ldots + Y_N \qquad (3.10)$$

$Z = 1/Y$ olduğundan

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{Z_N} \qquad (3.11)$$

Eğer iki empedans paralel bağlanmış ise

$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

paralel bağlı iki direncin toplam direncini bulurken yaptığımız gibi paydaları eşitlenerek toplanır ve formül (3.12) elde edilir.

$$Z = \frac{Z_1 \, . \, Z_2}{Z_1 + Z_2} \qquad (3.12)$$

Eğer üç adet empedans paralel bağlanmış ise toplam empedans aşağıdaki gibidir.

$$Z_T = \frac{Z_1 \, . \, Z_2 \, . \, Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3} \qquad (3.13)$$

Daha evvelden vurgulandığı gibi iletkenlik direncin tersidir. Yani

$$Y = \frac{1}{R} = \frac{1}{R \angle 0^\circ} = G \angle 0^\circ$$

Böylece

$$G = G \angle 0^\circ \text{ olur.} \qquad (3.14)$$

Reaktansın tersine süseptans denir ve 1/X ile ifade edilir. Süseptans bir dverenin elektrik akımının geçişine olan hassasiyetinin bir ölçüsüdür. Bu değer (B) ile gösterilir ve birimi mho (℧) dur.

İndüktif için:

$$Y = \frac{I}{X_L} = \frac{1}{X_L \angle 90^\circ} = \frac{1}{\omega L \angle 90^\circ} = \frac{1}{\omega L} \angle -90^\circ$$

$$B_L = \frac{1}{X_L} \quad (\text{mho}, \mho) \tag{3.15}$$

veya

$$\mathbf{B}_L = B_L \underline{/-90^\circ} \tag{3.16}$$

Dikkat edilirse bobinin frekansı veya indüktansı yükseldikçe bobinin geçirgenliği azalmaktadır veya süseptansı yükselmektedir. Bobinlerin frekans veya indüktans değerlerini yükseltmek suretiyle empedansları çok yükseldiğinden alternatif akım devrelerinde tıkaç bobini olarak kullanılır.

Kondansatör için:

$$Y = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{X_C \underline{/-90^\circ}} = \frac{1}{\frac{1}{\omega C} \underline{/-90^\circ}} = \omega C \underline{/90^\circ}$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} \quad (\text{mho}, \mho) \tag{3.17}$$

veya

$$\mathbf{B}_C = B_C \underline{/90^\circ} \tag{3.18}$$

Kondansatör için frekans veya kapasitenin yükselmesi kondansatörün hassasiyetini artırır.

Paralel devrelerde özet olarak,

DİRENÇ:

$$Y = \frac{I}{R} = G = G \underline{/0^\circ} = G + J0 \tag{3.19}$$

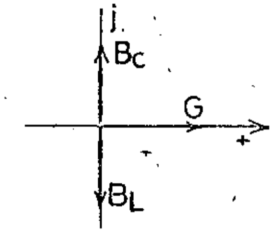
İNDÜKTANS:

$$Y = \frac{I}{X_L} = B_L = B_L \underline{/-90^\circ} = 0 - JB_L \tag{3.20}$$

KONDANSATÖR:

$$Y = \frac{I}{X_C} B_C = B_C \underline{/90^\circ} = 0 + JB_C \tag{3.21}$$

Paralel bağlı alternatif akım devreleri için geçirgenlik diyağramı çok kullanılır. Bu diyağram şekil 3.45 de görülmektedir. Bu diyağramda görüldüğü gibi admitans tıpkı rezistans gibi yatay eksende gösterilirken kondansatör ve indüktansın süseptans değerleri dikey eksende bir birine zıt olarak gösterilir.

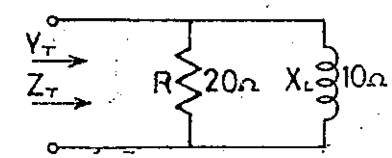


Şekil 3.45

ÖRNEK: 3.12

Şekil 3.46 daki devre için

a — Her bir paralel kolun admitansını
b — Giriş admitansını
c — Giriş empedansını
d — Admitans diyağramını çiziniz.



Şekil 3.46

Çözüm:

a — $Y_1 = G = G \underline{/0^\circ} = \frac{1}{R} \underline{/0^\circ} = \frac{1}{20} \underline{/0^\circ}$

$= 0.05 \underline{/0^\circ} = 0.05 + J0$

$Y_2 = B_L = B_L \underline{/-90^\circ} = \frac{1}{X_L} \underline{/-90} = \frac{1}{10} \underline{/-90^\circ}$

$= 0.1 \underline{/-90^\circ} = 0 - J0.1$

b — $Y = Y_1 + Y_2 = (0.05 + J0) + (0 - J0.1)$

$= 0.05 + J0.1 = G - JB_L$

c — $Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0.05 - J0.1} = \frac{1}{0.112 \; \underline{/-63.4^\circ}}$

$= 8.95 \; \underline{/63.4^\circ}$

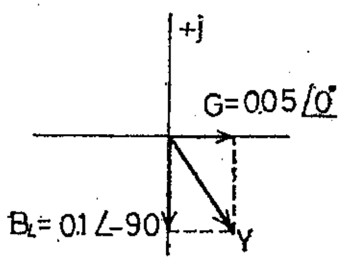
veya

(3.12) deki formülden

$$Z_T = \frac{Z_1 . Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(20 \; \underline{/0^\circ}) \; (10 \; \underline{/90^\circ})}{20 + J10} =$$

$$= \frac{200 \; \underline{/90^\circ}}{22.4 \; \underline{/26.6^\circ}} = 8.95 \; \underline{/63.4^\circ}$$

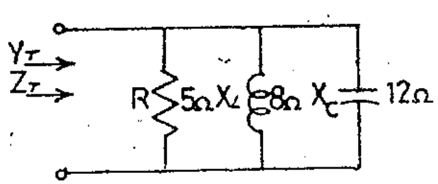
d — Admitans diyağramı şekil 3.47 dedir.



Şekil 3.47

ÖRNEK: 3.13

Örnek 12 yi şekil 3.48 deki devre için tekrar ediniz.



Şekil 3.48

Çözüm:

a — $Y_1 = G = G \; \underline{/0^\circ} = \frac{1}{R} \; \underline{/0^\circ} = \frac{1}{5} \; \underline{/0^\circ}$

$= 0.2 \; \underline{/0^\circ} = 0.2 + J0$

$Y_2 = B_L = B_L \; \underline{/-90^\circ} = \frac{1}{X_L} \; \underline{/-90^\circ} = \frac{1}{8} \; \underline{/-90^\circ}$

$= 0.125 \; \underline{/-90^\circ} = 0 - J0.125$

$Y_3 = B_C = B_C \; \underline{/90^\circ} = \frac{1}{X_C} \; \underline{/90^\circ} = \frac{1}{12} \; \underline{/90^\circ}$

$= 0.0833 \; \underline{/-90^\circ} = 0 + J0.0833$

b — $Y_T = Y_1 + Y_2 + Y_3$

$= (0.2 + J0) + (0 - J0.125) + (0 + J0.0833)$

$= 0.2 - J0,0417$

$= 0.204 \; \underline{/-11.77^\circ}$

c — $Z_T = \frac{1}{0.204 \; \underline{/-11.77^\circ}} = 4.91 \; \underline{/11.77^\circ}$

veya

$$Z_T = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_{1\,3}}{Z_1 \; Z_2 \; Z_3}$$

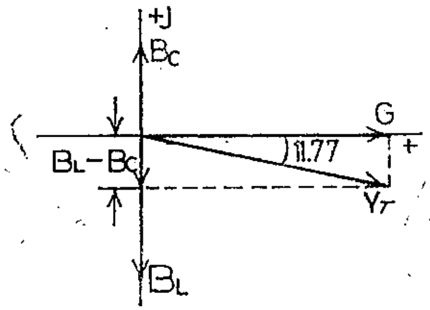
$$\frac{(5 \; \underline{/0^\circ}) \; (8 \; \underline{/90^\circ}) \; (12 \; \underline{/-90^\circ})}{(5 \; \underline{/0^\circ}) \; (8 \; \underline{/90^\circ}) + (8 \; \underline{/90^\circ}) \; (12 \; \underline{/-90}) + (5 \; \underline{/0^\circ}) \; (12 \; \underline{/-90^\circ})}$$

$$= \frac{480 \; \underline{/0^\circ}}{40 \; \underline{/90^\circ} + 96 \; \underline{/0^\circ} + 60 \; \underline{/-90^\circ}} = \frac{480 \; \underline{/0^\circ}}{96 + J40 - J60}$$

$$= \frac{480 \; \underline{/0^\circ}}{96 - J20} = \frac{480}{98 \; \underline{/-11.77^\circ}}$$

$Z_T = 4.91 \; \underline{/11.77^\circ}$

d — Admitans diyağramı şekil 3.49 da görülmektedir.



Şekil 3.49

Pek çok durumlarda $Y_T = 1/Z_T$ veya $Z_T = 1/Y_T$ de olduğu gibi (1 in bir kompleks sayı tarafından bölünmesi gerekebilir. Bu gibi durumla da bölme işleminin yapılabilmesi için pay ve payda, paydanın bileşeni il çarpılır. Böyle bir bölme işlemi aşağıda verilmiştir.

$$Y_T = \frac{1}{Z_T} = \frac{1}{4 + J6} = \frac{1\ (4 - J6)}{(4 + J6)\ (4 - J6)} = \frac{4 - J6}{4^2 + 6^2}$$

$$= \frac{4 - J6}{52}$$

veya

$$Y_T = \frac{4}{52} - J\frac{6}{52}$$

Yapılan bu işlemi formül olarak ifade edersek

$$\frac{1}{a_1 \mp Jb_1} = \left(\frac{1}{a_1 \mp Jb_1}\right)\left(\frac{a_1 \mp Jb_1}{a_1 \mp Jb_1}\right) = \frac{a_1 \mp Jb_1}{a^2_1 + b_1^2}$$

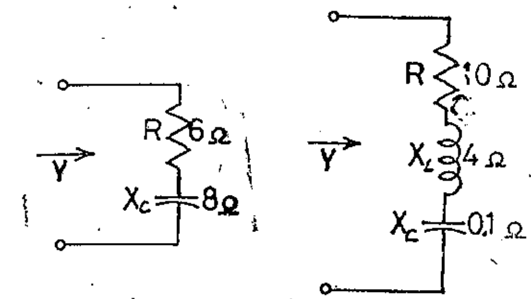
veya

$$\frac{1}{a_1 \mp Jb_1} = \frac{a_1}{a_1^2 \mp b_1^2} \mp J\frac{b_1}{a_1^2 \mp b_1^2} \qquad (3.22)$$

Formüle dikkat edilirse payda her bir terimin karelerinin toplamıdır. A daki işaret ise paydadaki gerçek ve hayali değer arasındaki işaretin te sidir.

ÖNEK: 3.14

kil 3.50 deki devrelerin admitansını bulunuz.



Şekil 3.50

Çözüm:

a — $Z = 6 - J8$

$$Y = \frac{1}{6 - J8} = \frac{6}{6^2 + 8^2} + J\frac{8}{6^2 + 8^2} = \frac{6}{100} + J\frac{8}{100}$$

b — $Z = 10 + J4 + (-J0.1) = 10 + J3.9$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{10 + J3.9} = \frac{10}{10^2 + 3.9^2} - J\frac{3.9}{10^2 + 3.9^2}$$

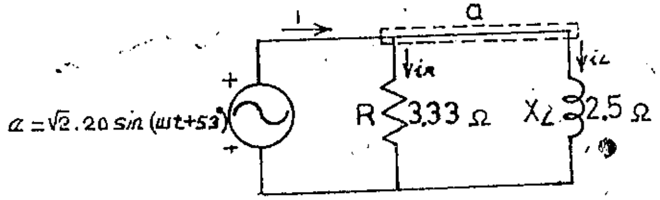
$$= \frac{10}{115.3} - J\frac{3.9}{115.3}$$

Alternatif akım seri devresinin indüktif veya kapasitif olduğunu tes- etmek için hayali (ımaginary) terimin veya (J) nin önündeki işarete lır. Eğer bu işaret negatif (—) ise bu paralel devre indüktif bir dev- dir. Eğer bu işaret pozitif (+) ise o devre kapasitfi bir devredir.

3.6 R, L — R, C ve R, L, C PARALEL A.A. DEVRELERİ

R, L Devreleri:

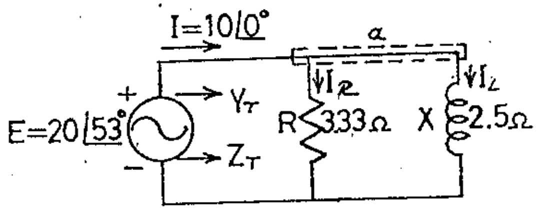
Şekil 3.51



Şekil 3.51

Vektör ifadesi

Şekil 3.52



Şekil 3.52

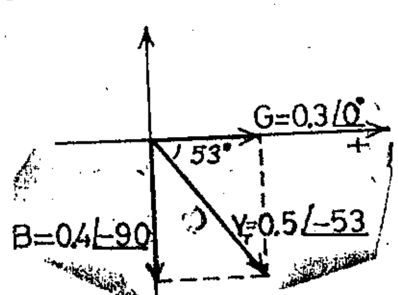
Y_T (Z_T)

$$Y_T = Y_1 + Y_2 = G + B_L = \frac{1}{3.33}\angle 0^\circ + \frac{1}{2.5}\angle -90^\circ$$

$$= 0.3\angle 0^\circ + 0.4\angle -90^\circ = 0.3 - J0.4 = 0.5\angle -53^\circ$$

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0.5\angle -53^\circ} = 2\angle 53^\circ$$

Admitans diyağramı şekil 3.53 deki gibidir.



Şekil 3.53

I :

$$I = \frac{E}{Z_T} = E\,Y_T = (20\angle 53^\circ)\ (0.5\angle -53^\circ) = 10\angle 0^\circ$$

I_R, I_L

$$I_R = \frac{E}{R} = E\,.\,G = (20\angle 53^\circ)\ (0.3\angle 0^\circ) = 6\angle 53^\circ$$

$$I_L = \frac{E}{X_L} = E\,.\,B = (20\angle 53^\circ)\ (0.4\angle -90^\circ) = 8\angle -37^\circ$$

a düğüm noktasına Kırchhoff'un akım kanununu uygularsak

$$I - I_R - I_L = 0$$

veya

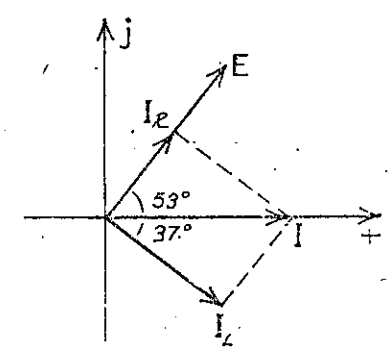
$$I = I_R + I_L$$

$$10\angle 0^\circ = 6\angle 53^\circ + 8\angle -37^\circ$$

$$= (3.6 + J4.8) + (6.4 - J4.8) = 10 + J0$$

$$10\angle 0^\circ = 10\angle 0^\circ \text{ (kontrol)}$$

FAZ DİYAĞRAMI: Şekil 3.54 deki faz diyağramı I akımı ile E gerilimi aynı fazda, ve E gerilimi ile I_L arasında 90° lik bir açı olup gerilimin ileri olduğunu göstermektedir.



Şekil 3.54

GÜÇ:

Böyle bir devrede sarfedilen güç

$P_T = E \cdot I \cos \theta_T$

$= (20) \cdot 10 \cos 53° = 200 \cdot 0.6$

$= 120$ vat

veya

$P_T = I^2 R = \frac{V^2_R}{R} = V^2_R\, G = 20^2 \cdot 0.3 = 400 \cdot 0.3 = 120$ vat.

veya

$P_T = P_R + P_L = E\, I \cos \theta_R + E\, I_L \cos \theta_L$

$= 20 \cdot 6 \cos 0° + 20 \cdot 8 \cos 90° = 120 + 0$

$= 120$ vat

GÜÇ FAKTÖRÜ:

$F_p = \cos \theta = \cos 53° = 0.6$ geri

veya

$$\cos \theta = \frac{P}{EI} = \frac{E^2/R}{EI} = \frac{EG}{I} = \frac{G}{I/V} = \frac{G}{L_T}$$

$$F_p = \cos \theta = \frac{G}{Y_T} \qquad (3.23)$$

Formüldeki G ve Y_T değerleri toplam iletkenliğin ve admitansın büyüklüğüdür. Buna göre

$$F_p = \cos \theta = \frac{0.3}{0.5} = 0.6 \text{ geri}$$

Bu devreden geçen akım I; devrenin toplam empedansı bulunur ve devreye tatbik edilen gerilim bu empedansa bölünerek akım bulunur.

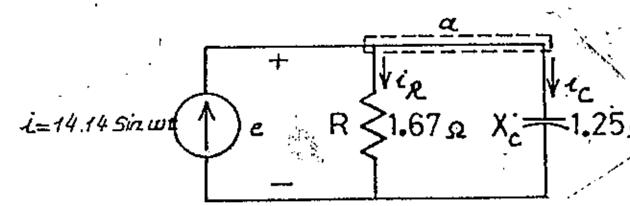
$$Z_T = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(3.33 \angle 0°)\ (2.5 \angle 90°)}{3.33 \angle 0° + 2.5 \angle 90°} = \frac{8.34 \angle 90°}{4.17 \angle 37°}$$

$= 2 \angle 53°$

$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{20 \angle 53°}{2 \angle 53°} = 10 \angle 0°$$

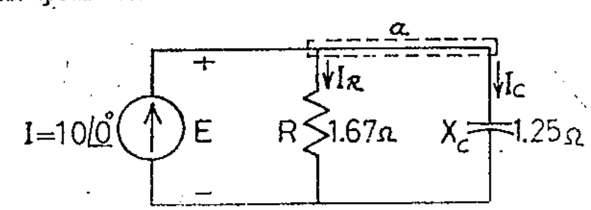
R, C Devreleri

Şekil 3.55



Şekil 3.55

Vektör ifadesi: Şekil 3.56



Şekil 3.56

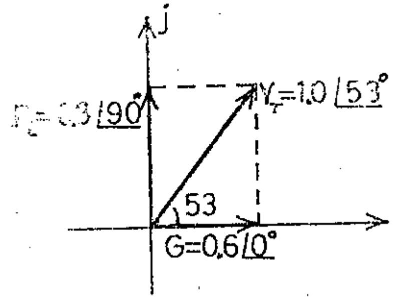
$Y_T\ (Z_T)$

$$Y_T = Y_1 + Y_2 = G + B_C = \frac{1}{1.67} \angle 0° + \frac{1}{1.25} \angle 90°$$

$= 0.6 \angle 0° + 0.8 \angle 90° = 0.6 + J0.8 = 1 \angle 53°$

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{1 \angle 53°} = 1 \angle -53°$$

ADMİTANS DİYAĞRAMI: Şekil 3.57



Şekil 3.57

E:

$$E = I \cdot Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{10 \underline{/0°}}{1 \underline{/53°}} = 10 \underline{/-53°}$$

I_R, I_C

$$I_R = E \cdot G = (10 \underline{/-53°})\ (0.6 \underline{/0°}) = 6 \underline{/-53°}$$

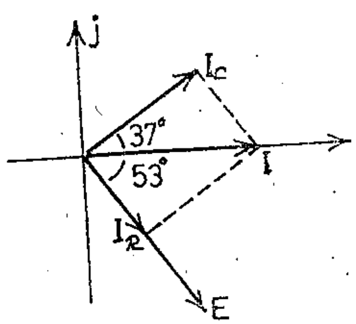
$$I_C = E \cdot B_C = (10 \underline{/-53°})\ (0.8 \underline{/90°}) = 8 \underline{/37°}$$

a noktasına Kirchoff'un akım kanununu uygularsak

$$I - I_R - I_C = 0$$

$$I = I_R + I_C$$

Faz diyağramı: Şekil 3.58 deki faz diyağramında görüldüğü gibi I_R akımıyla E gerilimi aynı fazdadır. Ayrıca kondansatörden geçen I_C akımı ile E gerilim arasında 90° lik açı olup akım ileridir.



Şekil 3.58

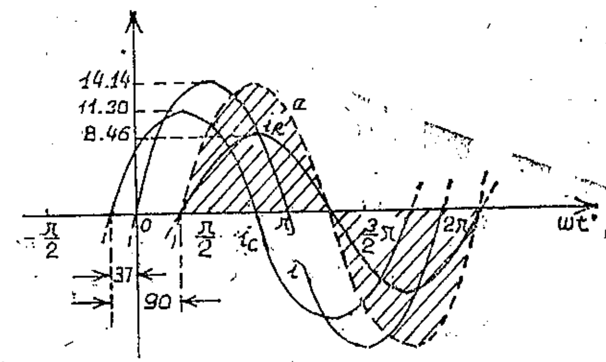
ZAMAN DOMAİNİ:

$$e = \sqrt{2}\ (10)\ \sin\ (\omega t - 53°) = 14.14\ \sin\ (\omega t - 53°)$$

$$i_R = \sqrt{2}\ \ (6)\ \sin\ (\omega t - 53°) = \ 8.46\ \sin\ (\omega t - 53°)$$

$$i_C = \sqrt{2}\ \ (8)\ \sin\ (\omega t + 37°) = 11.3\ \ \sin\ (\omega t + 37°)$$

Bu gerilim ve akımların eğrileri şekil 3.59 da görülmektedir.



Şekil 3.59

Güç:

$$P_T = E \cdot I\ \cos\ \theta = 10 \cdot 10\ \cos\ 53° = 100 \cdot 0.6 = 60\ \text{vat}$$

veya

$$P_T = E^2 \cdot G = 10^2 \cdot 0.6 = 60\ \text{vat}$$

veya

$$P_T = P_R + P_C = E\ I_R\ \cos\ \theta_R + E\ I_C\ \cos\ \theta_C$$

$$= 10 \cdot 6\ \cos\ 0° + 10 \cdot 8\ \cos\ 90° = 60\ \text{vat}$$

Güç Faktörü: Böyle bir devrede güç faktörü

$$F_p = \cos\ 53° = 0.6\ \text{ileri}$$

veya

$$F_p = \cos\ \theta = \frac{G}{Y_T} = \frac{0.6}{1} = 0.6\ \text{ileri}$$

Devreye tatbik edilen gerilim devrenin toplam empedansı bulunarak akım ile çarpılmak suretiyle bulunur. Buna göre

$$Z_T = \frac{Z_1 . Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(1.67 \angle 0^\circ)\ (1.25 \angle -90^\circ)}{1.67 \angle 0^\circ + 1.25 \angle -90^\circ} = \frac{2.09 \angle -90^\circ}{2.09 \angle -37^\circ}$$

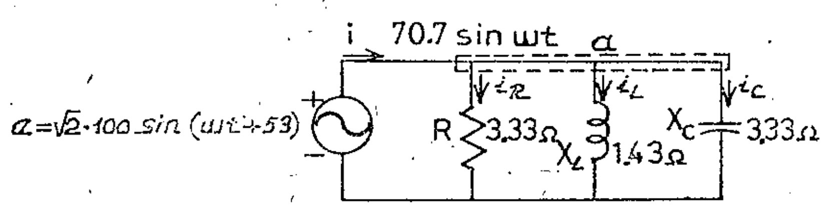
$$= 1 \angle -53^\circ$$

Om kanununu kullanarak

$$E = I . Z_T = (10 \angle 0^\circ)\ (1 \angle -53^\circ) = 10 \angle -53^\circ$$

R, L, C DEVRELER

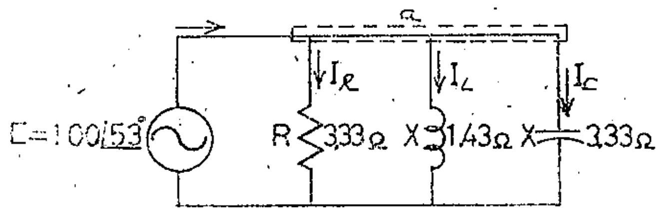
Şekil 3.60



Şekil 3.60

Vektör ifadesi

Şekil 3.61



Şekil 3.61

Y_T (Z_T)

$$Y_T = Y_1 + Y_2 + Y_3 = G + B_L + B_C$$

$$= \frac{1}{3.33} \angle 0^\circ + \frac{1}{1.43} \angle -90^\circ + \frac{1}{3.33} \angle 90^\circ$$

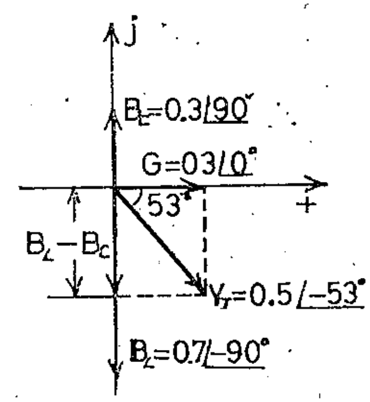
$$= 0.3 \angle 0^\circ + 0.7 \angle -90^\circ + 0.3 \angle 90^\circ$$

$$= 0.3 - J0.7 + J0.3$$

$$Y_T = 0.3 - J0.4 = 0.5 \angle -53^\circ$$

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0.5 \angle -53^\circ} = 2 \angle 53^\circ$$

Admitans diyağramı: Şekil 3.62



Şekil 3.62

I:

$$I = \frac{E}{Z_T} = E\ Y_T = (100 \angle 53^\circ)\ (0.5 \angle -53^\circ) = 50 \angle 0$$

I_R, I_L, I_C

$$I_R = E\ G = (100 \angle 53^\circ)\ (0.3 \angle 0^\circ) = 30 \angle 53^\circ$$

$$I_L = E\ B_L = (100 \angle 53^\circ)\ (0.7 \angle -90^\circ) = 70 \angle -37^\circ$$

$$I_C = E\ B_C = (100 \angle 53^\circ)\ (0.3 \angle 90^\circ) = 30 \angle 143^\circ$$

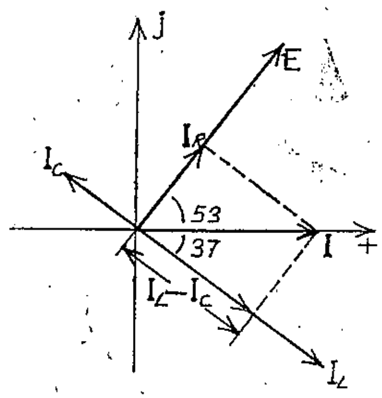
a noktasına Kırchoff'un akım kanunu tatbik edilirse

$$I - I_R - I_L - I_C = 0$$

veya

$$I = I_R + I_L + I_C$$

Faz diyağramı: Şekil 3.63 de görüldüğü gibi E gerilim ile I_R akımı aynı fazdadır. İndüktanstan geçen I_L akımı ile E gerilimi arasında 90° lik açı olup akım geridir. Kondansatör den geçen akımla gerilim arasında 90° lik açı olup akım ileridir.



Şekil 3.63

ZAMAN DOMAİNİ:

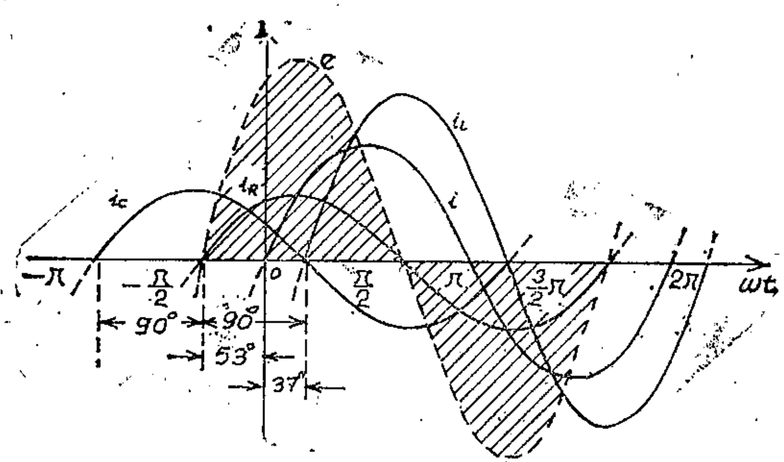
$$i = \sqrt{2}\,(50)\ \sin \omega t = 70.7\ \sin \omega t$$

$$i_R = \sqrt{2}\,(30)\ \sin(\omega t + 53°) = 42.4\ \sin(\omega t + 53°)$$

$$i_L = \sqrt{2}\,(70)\ \sin(\omega t - 37°) = 99\ \sin(\omega t - 37°)$$

$$i_C = \sqrt{2}\,(30)\ \sin(\omega t + 143°) = 42.4\ \sin(\omega t + 143°)$$

Elde edilen bu akım değerlerine göre çizilen eğriler şekil 3.64 de görülmektedir.



Şekil 3.64

GÜÇ:

Böyle bir devrede sarfedilen toplam güç,

$$P_T = E \,.\, I \cos\theta = 100\,.\,50 \cos 53° = 5000\,.\,0.6 = 3000 \text{ vat}$$

veya

$$P_T = E^2 \,.\, G = 100^2 \,.\, 0.3 = 3000 \text{ vat}$$

veya

$$P_T = P_R + P_L + P_C$$

$$= E\, I_R \cos\theta + E\, I_L \cos\theta + E\, I_C \cos\theta$$

$$= 100\,.\,30 \cos 0° + 100\,.\,70 \cos 90° + 100\,.\,30 \cos 90°$$

$$= 3000 + 0 + 0$$

$$= 3000 \text{ vat}$$

GÜÇ Faktörü:

Böyle bir devrenin güç faktörü,

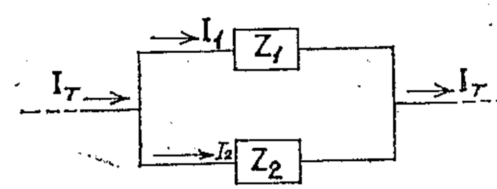
$$F_p = \cos\theta_T = \cos 53° = 0.6 \text{ ileri}$$

veya

$$F_p = \cos\theta_T = \frac{G}{Y_T} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6 \text{ ileri}$$

3.7 AKIM BÖLME KAİDESİ:

Alternatif akım devrelerinde akım bölme kaidesi doğru akım devrelerindekinin aynıdır. Bu kaide şekil 3.65 deki gibi Z_1 ve Z_2 empedanslarının paralel bağlanmasıyla I_1 ve I_2 akımları aşağıdaki gibi bulunur.

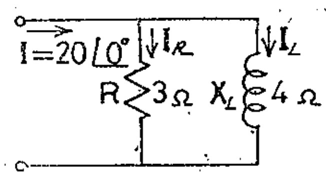


Şekil 3.65

$$I_1 = \frac{Z_2\, I_T}{Z_1 + Z_2} \quad \text{veya} \quad I_2 = \frac{Z_1\, I_T}{Z_1 + Z_2} \tag{3.24}$$

ÖRNEK: 3.15

Akım bölme kaidesini kullanarak şekil 3.66 daki devrede I_R ve I_L akımlarını bulunuz.



Şekil 3.66

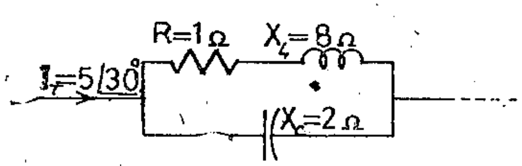
Çözüm:

$$I_R = \frac{X_L\, I_T}{R + X_L} = \frac{(4\,\angle 90°)\ (20\,\angle 0°)}{3\,\angle 0° + 4\,\angle 90°} = \frac{80\,\angle 90°}{5\,\angle 53°} = 16\,\angle 37°$$

$$I_L = \frac{R\, I_T}{R + X_L} = \frac{(3\,\angle 0°)\ (20\,\angle 0°)}{5\,\angle 53°} = \frac{60\,\angle 0°}{5\,\angle 53°} = 12\,\angle -53°$$

ÖRNEK: 3.16

Akım bölme kaidesini kullanarak şekil 3.67 deki devrede akımları bulunuz.



Şekil 3.67

Çözüm:

$$I_{R-L} = \frac{X_C\, I_T}{X_C + R_{R-L}} = \frac{(2\,\angle -90°)\ (5\,\angle 30°)}{-J2 + 1 + J8} = \frac{10\,\angle -60°}{1 + J6}$$

$$= \frac{10\,\angle -60°}{6.08\,\angle 80.5°} = 1.65\,\angle -140.6°$$

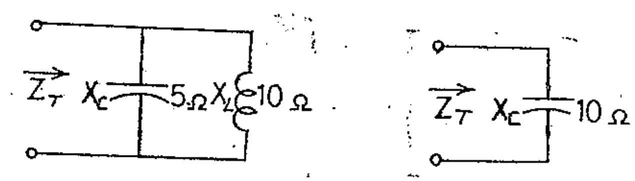
$$I_C = \frac{Z_{R-L}\, I_T}{Z_{R-L} + X_C} = \frac{(1 + J8)\ (5\,\angle 30°)}{6.08\,\angle 80.6°}$$

$$= \frac{(8.06\,\angle 82.9°)\ (5\,\angle 30°)}{6.08\,\angle 80.6°} = \frac{40.3\,\angle 112.9°}{6.08\,\angle 80.6°}$$

$$= 6.62\,\angle 32.3°$$

3.8 EŞDEĞER DEVRELER

Alternatif akım seri devrelerinde iki veya daha fazla değişik değerli empedansların, toplamı, bu empedansların devreye yaptıkları etkiyi tek başına yapan başka bir elemandır. Bu elemanın değeri içerdiği pek çok elemanların değerlerinin seri devreleri için toplamına eşittir. Bu eşdeğerlik kavramı paralel devreler için de doğrudur. Şekil 3.68 a daki devre için aşağıdaki gibidir.



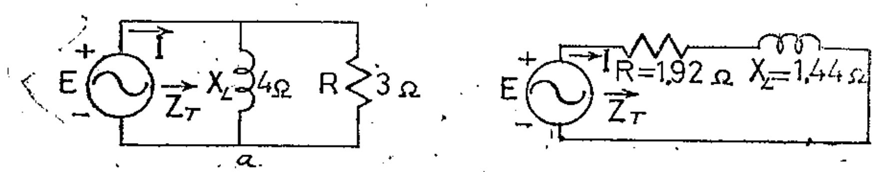
a b

Şekil 3.68

$$Z_T = \frac{X_C\, X_L}{X_C + X_L} = \frac{(5\,\angle -90°)\ (10\,\angle 90°)}{5\,\angle -90° + 10\,\angle 90°} = \frac{50\,\angle 0°}{5\,\angle 90°}$$

$$= 10\,\angle -90°$$

Uygulanan frekans değerine göre toplam empedansı 10 $\angle -90°$ olan devre reaktansı 10 om olan bir kondansatörün yaptığı etkiye eşittir. Böylece bu devre şekil 3. 68 b deki gibi bir devre olarak çizilebilir. Elde edilen bu eşdeğer devre sadece belli bir frekans değeri için doğrudur. Eğer frekans değişirse her bir elemanın reaktansıda değişir. Buna bağlı olarak eşdeğer devrede değişir. Bu değişim belli frekansın o değeri için kapasitif yerine indüktif bir devre olabilir. Empedansların paralel bağlanmasıyla meydana gelen devrelerde başka bir durum şekil 3.69 a daki bir devrede empedans dik bileşen koordinatları şeklinde bulunur. Yani



Şekil 3.69

$$Z_T = \frac{X_L\ R}{X_L + R} = \frac{(4 \angle 90°)\ (3 \angle 0°)}{4 \angle 90° + 3 \angle 0°} = \frac{12 \angle 90°}{5 \angle 53°} = 2.4 \angle 37° \text{ veya}$$

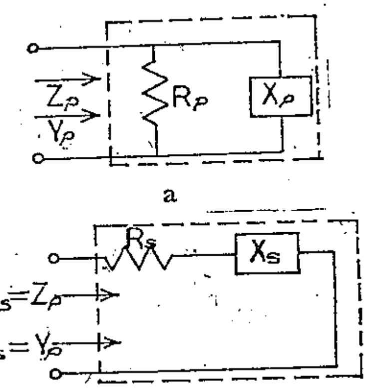
$$= 1.92 + J1.44$$

Elde edilen bu sonuca göre 1.92 omluk bir direnç ile 1.44 om luk bir reaktans seri bağlı durumdadır. Başka bir ifadeyle şekil 3.69 a daki paralel bağlı iki elemandan ibaret devrenin eşdeğeri şekil 3.69 b deki gibi iki elemanın seri bağlanmasıyla meydana gelen seri bir devredir. Bu devrelerden görüldüğü gibi devreden geçen I akımı, eğer devreye tatbik edilen E gerilimi sabit ise I akımıda her iki devre için aynıdır.

Bir dirençten ve bir reaktif elemandan meydana gelen paralel bir devrede giriş empedansı seri devredekine eşit olan ve bir direnç ile bir reaktif elemandan meydana gelen seri bir devredir. Seri devredeki her bir elemanın empedansı paralel bağlı devredeki elemanların empdanslarından farklıdır. Böyle bir paralel ve seri devredeki reaktif elemanın cinsi daima aynıdır. Yani paralel devrede eleman indüktif ise seri devrede de indüktiftir.

Eğer paralel devre R-L veya R-C elemanlarından meydana gelmiş ise bu devrenin eşdeğeri olan seri devre yine R-L den veya R-C den meydana gelir. Bu kural devreyi seriden paralel bağlantıya çevirirken yine doğrudur.

Eşdeğer devreler için eşdeğer sözcüğünün anlamı sabit uygulama gerilimi için devrenin giriş empedansı ve akımı da sabittir. Seri ve paralel devreler arasındaki eşdeğerlik formülü aşağıdaki gibidir. Seri eşdeğer devrenin direnci ve paralelin reaktansı devrenin toplam empedansı dik bileşenler formu olarak şekil 3.70 a daki devre için aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.70

$$Y_p = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{\mp JX_p} \quad \text{dir.}$$

$$Z_p = \frac{1}{Y_p} = \frac{1}{(1/R'_p) \mp J\ (1/X_p)}$$

$$= \frac{1/R_p}{(1/R_p)^2 + (1/X_p)^2} \mp J \frac{1/X_p}{(1/R_p)^2 + (1/X_p)^2}$$

Pay ve payda $R^2_p\ X^2_p$ ile çarpılırsa

$$Z_p = \frac{R_p\ X^2_p}{X^2_p + R^2_p} \mp J \frac{R^2_p\ X_p}{X^2_p + R^2_p} = R_s \mp JX_s \quad \text{(şekil 3.70 b).}$$

$$R_s = \frac{R_p\, X^2_p}{X^2_p + R^2_p} \qquad (3.25)$$

$$X_s = \frac{R^2_p\, X_p}{X^2_p + R^2_p} \qquad (3.26)$$

Şekil 3.69 daki devre için

$$R_s = \frac{R_p\, X^2_p}{X^2_p + R^2_p} = \frac{3 \,.\, 4^2}{4^2 + 3^2} = \frac{48}{25} = 1.92 \text{ om}$$

$$X_s = \frac{R^2_p\, X_p}{X^2_p + R^2_p} = \frac{3^2 \,.\, 4}{25} = \frac{36}{25} = 1.44 \text{ om}$$

Görüldüğü gibi bu sonuçlar daha evvel bulunan sonuçların aynıdır.

Eşdeğer paralel devre için bir devrede seri bağlı direnç ve rektanslar basitce sistemin toplam geçirgenliği dik bileşenler formunda bulunabilir. Bunu şekil 3.70 b deki devreye uygularsak

$$Z_s = R_s \mp JX_s$$

$$Y_s = \frac{1}{Z_s} = \frac{1}{R_s \mp JX_s} = \frac{R_s}{R^2_s + X^2_s} \mp J \frac{X_s}{R^2_s + X^2_s}$$

$$= G_p \mp J\, B_p = \frac{1}{R_p} \mp J \frac{1}{X_p} \qquad \text{(şekil 3.70 a)}$$

$$R_p = \frac{R^2_s + X^2_s}{R_s} \qquad (3.27)$$

$$X_p = \frac{R^2_s + X^2_s}{X_s} \qquad (3.28)$$

Yukarıdaki örnek için

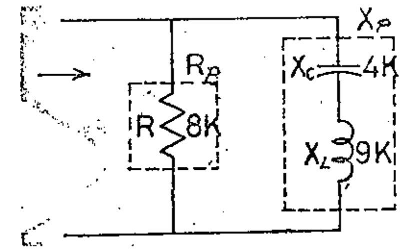
$$R_p = \frac{R^2_s + X^2_s}{R_s} = \frac{(1.92)^2 + (1.44)^2}{1.92} = \frac{5.76}{1.92} = 3 \text{ om}$$

$$X_p = \frac{R^2_s + X^2_s}{X_s} = \frac{5.76}{1.44} = 4 \text{ om}$$

Görüldüğü gibi bu sonuçlar şekil 3.69 a daki paralel devrenin elemanlarının değerlerinin aynıdır.

ÖRNEK: 3.17

Şekil 3.71 deki devrenin seri eşdğeerini bulunuz.



Şekil 3.71

Çözüm:

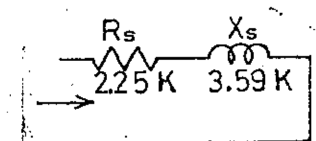
$R_p = 8$ K

$X_p = |X_L - X_C| = |9 - 4| = 5$ K

$$R_s = \frac{R_p\, X^2_p}{X^2_p + R^2_p} = \frac{8.5^2}{8^2 + 5^2} = \frac{200}{89} = 2.25 \text{ K}$$

$$X_s = \frac{R^2_p\, X_p}{X^2_p + R^2_p} = \frac{8^2 \,.\, 5}{89} = \frac{64.5}{89} = \frac{320}{89} = 3.59 \text{ K}$$

Eşdeğer seri devre şekil 3.72 deki gibidir.



Şekil 3.72

ÖRNEK: 3.18

Şekil 3.73 deki devrede

a — e, i_R, i_L, i_C değerlerini bulunuz.

b — Toplam güç faktörünü

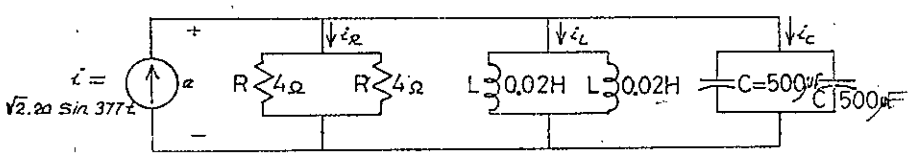
c — Sarfedilen toplam gücü

d — Faz diyağramını

e — I_R, I_L, I_C akım değerlerinin vektörsel toplamının I olduğunu gösteriniz.

f — X_L ve X_C nin paralel bağlı olduğuna göre empedansını ve I_R akımını akım bölme kaidesi ile bulunuz.

g — Bulunan toplam empedans ve akım için bu devrenin seri eşdeğerini çiziniz.



Şekil 3.73

Çözüm:

a — Aynı elemanların toplam reaktans ve direnci bulunursa

$$R_T = \frac{R}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ om}$$

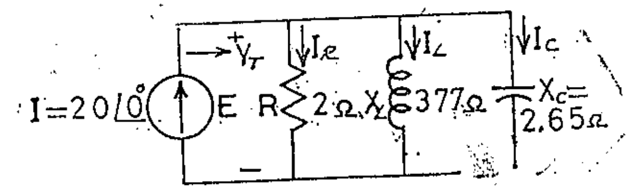
$$L_T = \frac{0.02}{2} = 0.01 \text{ H}$$

$$C_T = 500\ \mu F + 500\ \mu F = 1000\ \mu F$$

$$X_L = \omega L = 377\ (0.01) = 3.77 \text{ om}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(377)\ (10^3 \times 10^{-6})} = 2.65 \text{ om}$$

Bu sonuçlara göre devre şekil 3.74 deki gibi tekrar çizilebilir.



Şekil 3.74

Bu devrenin toplam admitansı

$$Y_T = Y_1 + Y_2 + Y_3 = G + B_L + B_C$$

$$= \frac{1}{2} \angle 0° + \frac{1}{3.77} \angle -90° + \frac{1}{2.65} \angle 90°$$

$$= 0.5 \angle 0° + 0.265 \angle -90° + 0.377 \angle 90°$$

$$= 0.5 - J0.265 + J0.377$$

$$Y_T = 0.5 + J0.112 = 0.51 \angle 12.1°$$

Giriş gerilimi

$$E = \frac{I}{Y_T} = \frac{20 \angle 0°}{0.51 \angle 12.1°} = 39.2 \angle -12.1°$$

Om kanunu yardımıyla direçnten, indüktanstan ve kondansatörden geçen akımlar bulunursa,

$$I_R = E\,G = (39.2 \angle -12.1°)\ (0.5 \angle 0°) = 19.6 \angle -12.1°$$

$$I_L = E\,B_L = (39.2 \angle -12.1°)\ (0.265 \angle -90°) = 10.4 \angle -102.1°$$

$$I_C = E\,B_C = (39.2 \angle -12.1°)\ (0.377 \angle 90°) = 14.8 \angle 77.9°$$

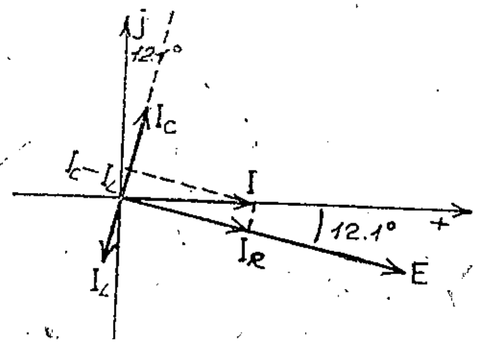
b — Toplam güç faktörü

$$F_P = \cos\theta = \frac{G}{Y_T} = \frac{0.5}{0.51} = 0.98$$

c — Sarfedilen toplam güç

$$P_T = I^2_R\, R = E^2 . G = (39.2)^2\ . (0.5) = (1535) . (0.5) = 768 \text{ vat}$$

d — Faz diyagramı şekil 3.75 de görülmektedir.



Şekil 3.75

e — I_R, I_L, I_C nin vektörsel toplamı

$$I = I_R + I_L + I_C$$

$$= 19.6 \angle -12.1° + 10{,}4 \angle -102.1° + 14.8 \angle 77.9°$$

$$= 19.6 \angle -12.1° + 4.4 \angle 77.9°$$

$I = \sqrt{(19.6)^2 + (4.4)^2} = 20$ Amper ve $\theta_T = 0°$ dir

$\theta_T = 0°$ (vektör diyağramından alınır)

$I_T = 20 \angle 0°$

f — X_L ve X_C nin paralel olmasıyla toplam empedans aşağıdaki gibidir.

$$Z_{T_1} = \frac{X_L\, X_C}{X_L + X_C} = \frac{(3.77 \angle 90°)\ (2.65 \angle -90°)}{3.77 \angle 90° + 2.65 \angle -90°} = \frac{10 \angle 0°}{1.12 \angle 90°}$$

$$= 8.92 \angle -90°$$

Akım bölme kaidesini kullanarak I_R akımı bulunursa

$$I_R = \frac{Z_{T_1}\, I}{Z_{T_1} + R} = \frac{(8.92 \angle -90°)\ (20 \angle 0°)}{8.92 \angle -90° + 22 \angle 0°} = \frac{178 \angle -90°}{9.15 \angle -77.9°}$$

$$I_R = 19.6 \angle -12.1°$$

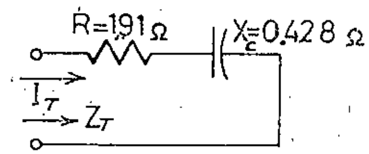
$$g - Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{0.51 \angle 12.1°} = 1.96 \angle -12.1°$$

Bu sonucu dik bileşenler formunda ifade edersek

$$Z_T = 1.91 - J0.428$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{377\ (0.428)} = 0.0062\ \text{F} = 6200\ \mu\text{F}$$

Bulunan bu değerlere göre çizilen eşdeğer devre şkeil 3.76 daki gibidr.



Şekil 3.76

f bölümünden elde edilen Z_{T_1} ve 3.19 ile 3.20 nolu formüllerden R_s ve X_s değerleri bulunduğunda $Z_{T_1} = X_p$ olduğu görülür.

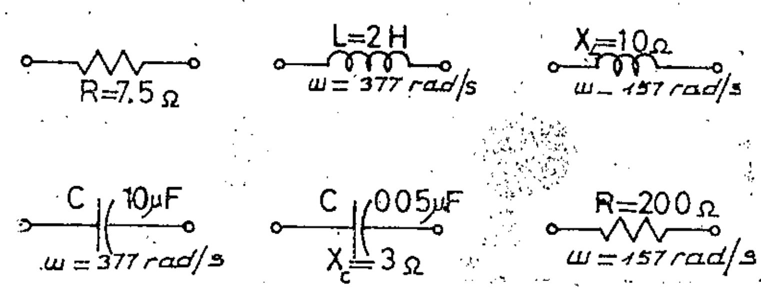
$$R_s = \frac{R_p\, X_p^2}{X_p^2 + R_p^2} = \frac{2\ (8.92)^2}{(8.92)^2 + 2^2} = \frac{1.59}{83.5} = 1.91\ \text{om}$$

$$X_s = \frac{R_p^2\, X_p^2}{X_p^2 + R_p^2} = \frac{2^2\ (8.92)}{83.5} = \frac{35.68}{83.5} = 0.428\ \text{om}$$

PROBLEMLER

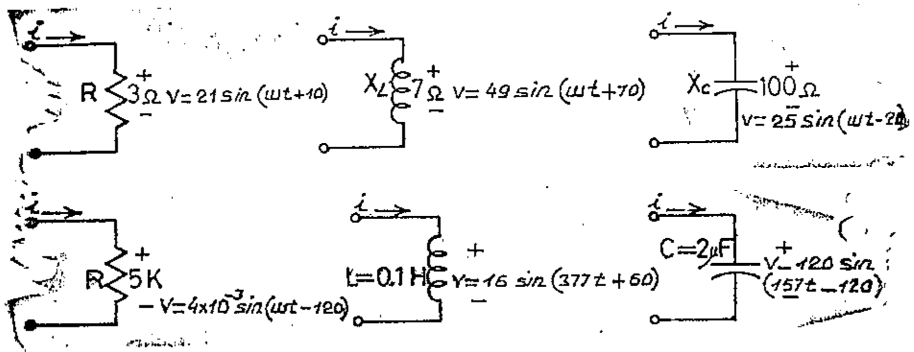
Bölüm 3.2

1 — Şekil 3.77 deki değerleri kutupsal ve dik bileşenler formu olarak ifade ediniz.



Şekil 3.77

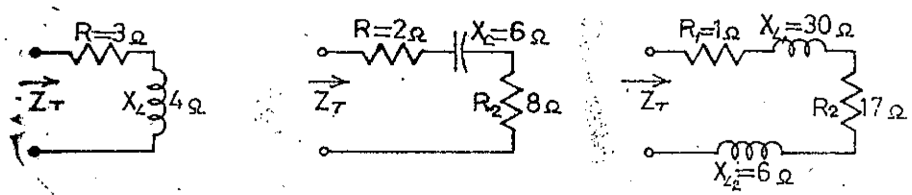
2 — Vektör matematiği kullanarak şekil 3.78 deki devrelerin i akımını bulunuz. Ayrıca i ve e nin eğrilerini çiziniz.



Şekil 3.78

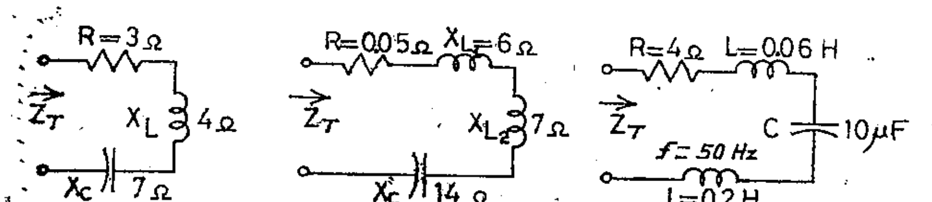
Bölüm 3.3

3 — Şekil 3.79 daki devrelerde toplam empedansı bulunuz ve bu sonuçları kutupsal ve dik bileşenler formunda ifade ediniz. Ayrıca empedans diyağramını çiziniz.



Şekil 3.79

4 — Problem 3 ü şekil 3.80 deki devreler için tekrar ediniz.



Şekil 3.80

5 — Şekil 3.81 deki devrede

a — Toplam empedansı (Z_T) kutupsal form olarak bulunuz.

b — Empedans diyağramını çiziniz.

c — I akımını ve V_R ile V_L değerlerini vektör olarak bulunuz.

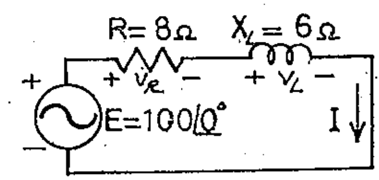
d — E, V_R ve V_L ile I değerleri için faz diyağramını çiziniz.

e — Sarfedilen toplam gücü bulunuz.

f — Güç faktörünü bulunuz ve akımla gerilim durumunu belirtiniz.

g — Frekans 50 Hz olduğuna göre akım ve gerilimin sinüsoidal ifadesini bulunuz.

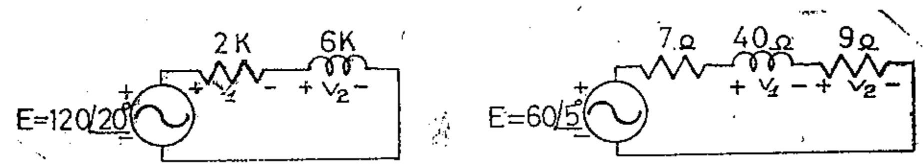
h — Gerilimler ve akımın değerlerini aynı eksende göstererek eğrilerini çiziniz.



Şekil 3.81

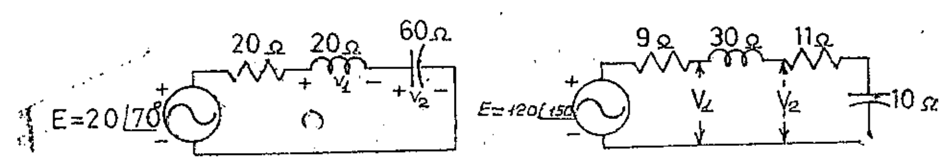
Bölüm 3.4

6 — Şekil 3.82 deki devrede V_1 ve V_2 gerilimlerini gerilim bölme kaidesini kullanarak bulunuz.



Şekil 3.82

7 — Problem 6 yı şekil 3.83 için tekrar ediniz.

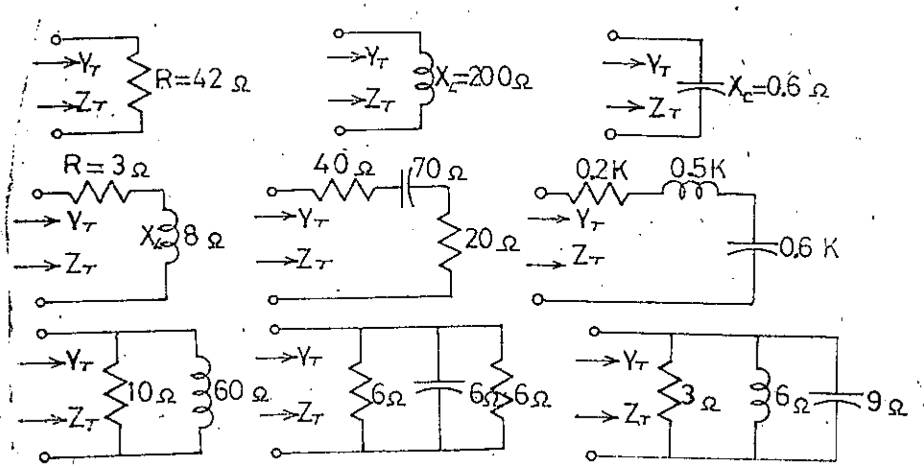


Şekil 3.83

8 — Güç faktörü 0.8 geri olan bir yük 8 kw lık bir güç sarfediyor. Gerilim 200 v. olduğuna göre yükün empedansını dik bileşenler formunda bulunuz.

Bölüm 3.5

9 — Şekil 3.84 deki devrelerde toplam admitansı ve empedansı bulunuz. Bu devrelerin admitansını ve süseptansını tanımlayarak admitans diyağramını çiziniz.



Şekil 3.84

Bölüm 3.6

10 — Şekil 3.85 deki devrede

a — Toplam admitansı (Y_T) yi kutupsal formda bulunuz

b — Admitans diyağramını çiziniz.

c — E gerilimini ve I_R, I_L yi vektör olarak bulunuz.

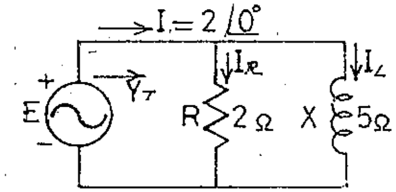
d — E gerilimi ile I_T, I_R ve I_L nin vektör diyağramını çiziniz.

e — Sarfedilen gücü bulunuz.

f — Güç faktörünü ve akımla gerilim arasındaki açıya göre devrenin indüktif veya kapasitif olduğunu araştırınız.

g — Frekans 50 Hz olduğuna göre akım ve gerilimin sinüsoidal ifadesini bulunuz.

h — Akım ve gerilimi aynı eksen üzerinde göstererek eğrilerini çiziniz.



Şekil 3.85

11 — Şekil 3.86 daki devrede

a — Toplam admitansı kutupsal formda bulunuz.

b — Admitans diyağramını çiziniz.

c — Kapasiteyi (C) mikrofarat ve indüktansı (L) henri olarak bulunuz.

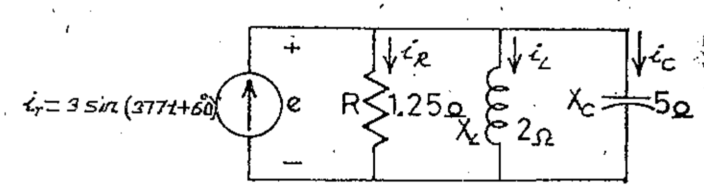
d — e, i_R, i_L, i_C değerlerini vektör olarak bulunuz.

e — I_T, I_R, I_L, I_C ve E değerlerinin vektör diyağramlarını çiziniz.

f — Sarfedilen gücü bulunuz.

g — Akımla gerilimin sinüsoidal ifadesini bulunuz.

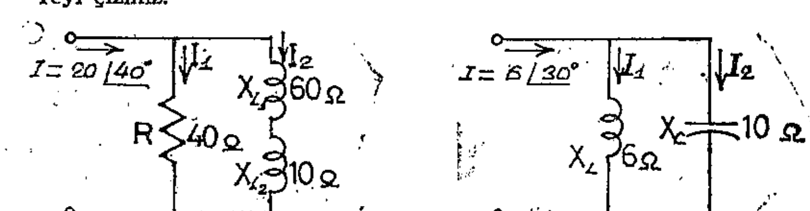
h — Akım ve gerilim değerlerini aynı eksen üzerinde göstererek eğrilerini çiziniz.



Şekil 3.86

Bölüm 3.7

12 — Akım bölme kaidesini kullanarak şekil 3.87 deki devrelerde I_1 ve I_2 akımlarını bulunuz. Ayrıca toplam empedansa göre seri eşdeğer devreyi çiziniz.

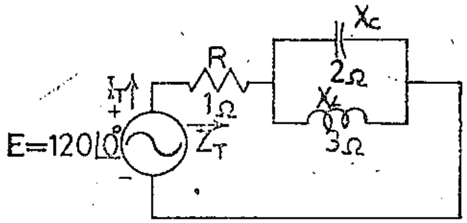


Şekil 3.87

4.2 ÖRNEK PROBLEMLER

ÖRNEK: 4.1

Şekil 4.1 deki devrede aşağıdaki istenenleri **bulunuz.**



Şekil 4.1

a — Z_T

b — I_T

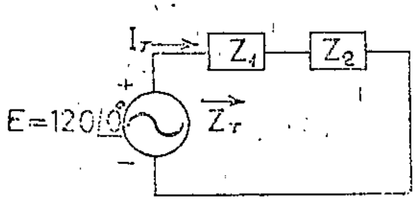
c — I_C

d — V_R ve V_C

e — Sarfedilen gücü

f — F_p gü faktörü

Bu devreyi basitleştirmek için şekil 4.2 deki gibi tekrar **çizilebilir.** Komplex devrelerin çözümü yapılırken devreyi basitleştirmek için empednas değerleri şeklinde göstermek çok faydalıdır. Empedans içindeki bilinmeyen değer hesaplanır ve asıl devrede yerine konur.



Şekil 4.2

Çözüm:

a — $Z_1 = R \angle 0^\circ = 1 \angle 0^\circ$

$$Z_2 = X_C \parallel X_L$$

$$= \frac{X_C\ X_L}{X_C + X_L} = \frac{(2 \angle -90^\circ)\ (3 \angle 90^\circ)}{-J2 + J3} = \frac{6 \angle 0^\circ}{J1}$$

$$= \frac{6 \angle 0^\circ}{1 \angle 90^\circ} = 6 \angle -90^\circ$$

ve

$$Z_T = Z_1 + Z_2 = 1 - J6 = 6.08 \angle -80.5$$

b — $$I_T = \frac{E}{Z_T} = \frac{120 \angle 0^\circ}{6.08 \angle -80.5^\circ} = 19.75 \angle 80.5^\circ$$

c — Akım bölme kaidesini kullanarak

$$I_C = \frac{X_L\ I_T}{X_L + X_C} = \frac{(3 \angle 90^\circ)(19.75 \angle 80.5^\circ)}{1 \angle 90^\circ}$$

$$= \frac{59.25 \angle 170.5^\circ}{1 \angle 90^\circ} = 59.25 \angle 80.5^\circ$$

d — $V_R = I_T\ Z_1 = (19.75 \angle 80.5^\circ)\ (1 \angle 0^\circ) = 19.75 \angle 80.5^\circ$

$V_C = I_T\ Z_2 = (19.75 \angle 80.5^\circ)\ (6 \angle -90^\circ) = 118.5 \angle -9.5^\circ$

e — $P_s = I^2_T\ R = (19.75)^2 . 1 = 390$ vat

f — $F_p = \cos \theta = \cos 80.5^\circ = 0.165$ ileri

Bu sonuca göre devre oldukça reaktiftir. Güç faktörü F_p sıfıra çok yakındır. Bunun anlamı bu devre çok reaktif ve az omiktir.

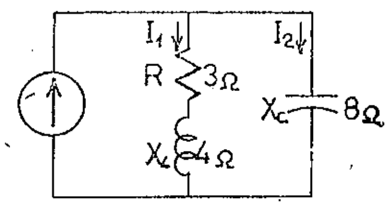
ÖRNEK: 4.2

Şekil 4.3 deki devre için

a — Eğer $I = 50 \underline{/30^\circ}$ ise akım bölme kaidesini kullanarak I_1 akımını bulunuz.

b — Bölüm a yı I_2 için tekrar ediniz.

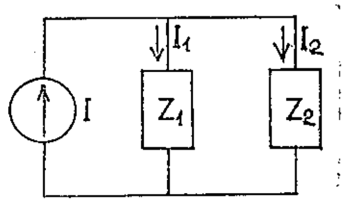
c — Kırchhoff'un akım kanununun doğruluğunu isbat ediniz.



Şekil 4.3

Çözüm:

a — Devreyi empedans değerleriyle tekrar çizersek şekil 4.4



Şekil 4.4

$Z_1 = 3 + J4 = 5 \underline{/53^\circ}$

$Z_2 = -J8 = 8 \underline{/-90^\circ}$

Akım bölme kaidesini kullanarak

$$I_1 = \frac{Z_2 \,.\, I}{Z_2 + Z_1}$$

$$= \frac{(8 \underline{/-90^\circ})\ (50 \underline{/30^\circ})}{(-J8) + 3 + J4} = \frac{400 \underline{/-60^\circ}}{3 + J4}$$

$$= \frac{400 \underline{/-60^\circ}}{5 \underline{/-53^\circ}} = 80 \underline{/-7^\circ}$$

b — $$I_2 = \frac{Z_1 \,.\, I}{Z_2 + Z_1} = \frac{(5 \underline{/53^\circ})\ (50 \underline{/30^\circ})}{5 \underline{/-53^\circ}} = \frac{250 \underline{/83^\circ}}{5 \underline{/-53^\circ}}$$

$$= 50 \underline{/136^\circ}$$

c — $I = I_1 + I_2$

$$50 \underline{/30^\circ} = 80 \underline{/-7^\circ} + 50 \underline{/136^\circ}$$

$$= (79.2 - J9.68) + (-35.9 + J34.7)$$

$$= 43.3 + J25.02$$

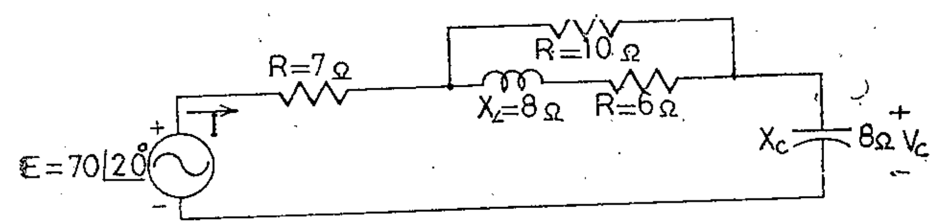
$$50 \underline{/30^\circ} = 50 \underline{/30^\circ} \text{ (kontrol)}$$

ÖRNEK: 4.3

Şekil 4.5 deki devrede

a — V_c gerilimini bulunuz.

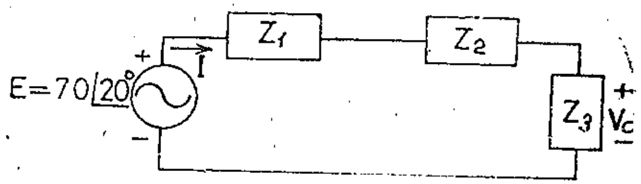
b — I akımını bulunuz.



Şekil 4.5

Çözüm:

a — Devreyi şekil 4.6 daki gibi tekrar çizersek



Şekil 4.6

$$Z_1 = 7 \angle 0^\circ \qquad Z_3 = 8 \angle -90^\circ = -J8$$

$$Z_2 = \frac{R_1\ (R_2 + JX_L)}{R_1 + (R_2 + JX_L)} = \frac{10\ (6 + J8)}{10 + 6 + J8} = \frac{10\ (10 \angle 53^\circ)}{16 + J8}$$

$$= \frac{100 \angle 53^\circ}{17.9 \angle 26.6^\circ}$$

$$= 5.59 \angle 26.4^\circ$$

$$V_C = \frac{Z_3 \,.\, E}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{(8 \angle -90^\circ)\ (70 \angle 20^\circ)}{7 + 5.59 \angle 26.4^\circ - J8}$$

$$= \frac{560 \angle -70^\circ}{7 + (5 + J2.48) - J8} = \frac{560 \angle -70^\circ}{13.2 \angle -24.7^\circ}$$

$$= 42.5 \angle -45.3^\circ$$

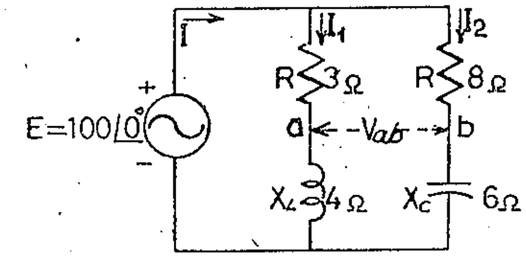
b — $$I = \frac{V_C}{X_C} = \frac{42.5 \angle -45.3^\circ}{8 \angle -90^\circ} = 5.32 \angle 44.7^\circ$$

ÖRNEK: 4.4

Şekil 4.7 deki devrede

a — I akımını

b — V_{ab} gerilimini bulunuz.



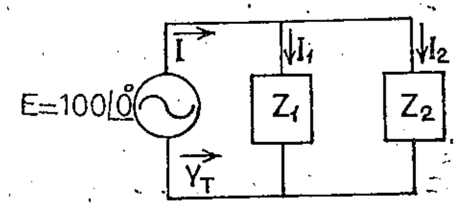
Şekil 4.7

Çözüm:

a — Devreyi şekil 4.8 deki gibi tekrar çizersek

$$Z_1 = 3 + J4 = 5 \angle 53^\circ$$

$$Z_2 = 8 - J6 = 10 \angle -37^\circ$$



Şekil 4.8

$$Y_T = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{5 \angle 53^\circ} + \frac{1}{10 \angle -37^\circ}$$

$$= 0.2 \angle -53^\circ + 0.1 \angle 37^\circ$$

$$= (0.12 - J0.16) + (0.08 + J0.06)$$

$$= 0.2 - J0.1 = 0.224 \angle -26.6^\circ$$

Om kanununu kullanarak

$$I = \frac{E}{Z_T} = E\ Y_T = (100 \angle 0^\circ)\ (0.224 \angle 26.6^\circ)$$

$$I = 22.4 \angle -36.6^\circ$$

Başka bir teknik kullanarak devreyi çözmek için ilk önce teplam empedansın bulunması gerekir. Buna göre

$$Z = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(5 \angle 53^\circ)\ (10 \angle -37^\circ)}{(3 + J4) + (8 - J6)}$$

$$= \frac{50 \angle 16^\circ}{11 - J2} = \frac{50 \angle 16^\circ}{11.2 \angle -10.6^\circ}$$

$$Z_T = 4.46 \angle 26.26^\circ$$

ve

$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{100 \angle 0^\circ}{4.46 \angle 26.6^\circ} = 22.4 \angle -26.6^\circ$$

b — Om kanununu kullanarak

$$I_1 = \frac{E}{Z_1} = \frac{100 \angle 0^\circ}{5 \angle 53^\circ} = 20 \angle -53^\circ$$

$$I_2 = \frac{E}{Z_2} = \frac{10 \angle -37^\circ}{100 \angle 0^\circ} = 10 \angle 37^\circ$$

Şekil 4.7 deki devrede

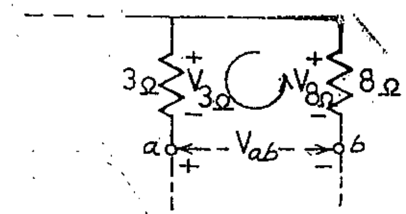
$$V_{3\Omega} = I_1 \cdot R = (20 \angle -53^\circ)\ (3 \angle 0^\circ) = 60 \angle -53^\circ$$

$$V_{8\Omega} = I_2 \cdot R = (10 \angle 37^\circ)\ (8 \angle 0^\circ) = 80 \angle 37^\circ$$

$V_{3\Omega}$ veya $V_{8\Omega}$ gerilim değerleri gerilim bölme kaidesi ile daha kısa yoldan bulunabilir.

$$V_{3\Omega} = \frac{(3 \angle 0^\circ)\ (100 \angle 0^\circ)}{3 \angle 0^\circ + 4 \angle 90^\circ} = \frac{300 \angle 0^\circ}{5 \angle 53^\circ} = 60 \angle -53^\circ$$

V_{ab} gerilimini bulmak içni şekil 4.9 daki devreye Kırchhoff'un gerilim kanunu tatbik edilmelidir.



Şekil 4.9

$$-V_{ab} + V_{8\Omega} + V_{3\Omega} = 0$$

veya

$$V_{ab} = V_{8\Omega} - V_{3\Omega}$$

$$= 80 \angle 37^\circ - 60 \angle -53^\circ$$

$$= (64 + J48) - (36 - J48)$$

$$= 28 + J96$$

$$V_{ab} = 100 \angle 73.8^\circ$$

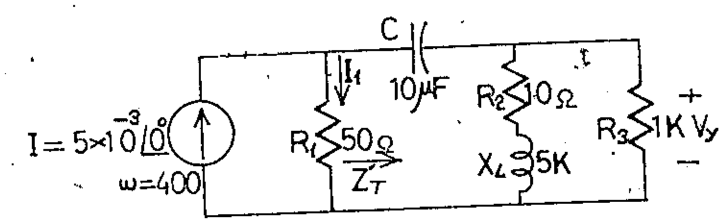
ÖRNEK: 4.5

Şekil 4.10 daki devrede

a — Z'_T değerini bulunuz ve $R_1 = 50$ K la karşılaştırınız.

b — I_1 değerini bulunuz ve I ile karşılaştırınız.

c — V_y gerilimini bulunuz.



Şekil 4.10

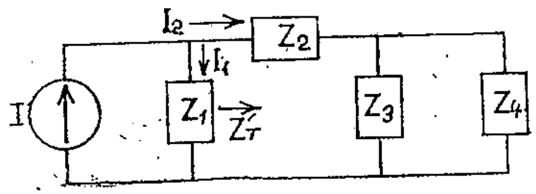
Çözüm:

$$a — X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{400\ (10) \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{10^6}{4 \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{10^3}{4} = 250 \text{ om veya } 0.25 \text{ K}$$

Devre şekil 4.11 deki gibi tekrar çizilirse



Şekil 4.11

$$Z_1 = 50 \text{ K}$$

$$Z_2 = 0.25 \text{ K} \ \angle -90° = -J0.25 \text{ K}$$

$$Z_3 = 10 + J5 \text{ K} = 5 \ \angle 90°$$

$$Z_4 = 1 \text{ K}$$

$$Z'_T = Z_2 + Z_3 \| Z_4$$

$$Z'_T = -J.0.25 + \frac{(5 \ \angle 90°)\ (1 \ \angle 0°)}{(J5 + 1 \text{ K})}$$

$$= -J0.25 + \frac{5 \ \angle 90°}{5.1 \ \angle 78.7°}$$

$$= -J.025 + 0.98 \ \angle 11.3°$$

$$= J0.25 + (0.96 + J0.192)$$

$$Z'_T = 0.96 - J0.058 = 0.962 \ \angle -3.4°$$

ve

$$Z'_T = \frac{1}{50} Z_1 \text{ in büyüklüğü } Z_1 = 50 \text{ K}$$

$$b — I_1 = \frac{Z'_T\ I}{Z_T + Z_1}$$

$$= \frac{(0.962 \ \angle -3.4°)\ (5 \times 10^{-3} \ \angle 0°)}{(0.96 - J0.058) + 50} = \frac{4.81 \ \angle -3.4°}{50.96}$$

$$= 0.0945 \times 10^{-3} \ \angle -3.4°$$

$$I_1 = 94.5 \times 10^{-6} \ \angle -3.4°$$

Böylece I_1 in büyüklüğü I nin büyüklüğünün $\frac{1}{50}$ sidir.

$$c — |I_1| = \frac{1}{50} \ |I|$$

$$I_2 = I = 5 \times 10^{-3} \ \angle 0°$$

$$V_{yük} = I_2\ (Z_3 \| Z_4) = (5 \times 10^{-3} \ \angle 0°)\ (0.98 \ \angle 11.3°)$$

$$= 4.9 \ \angle 11.3°$$

ÖRNEK: 4.6

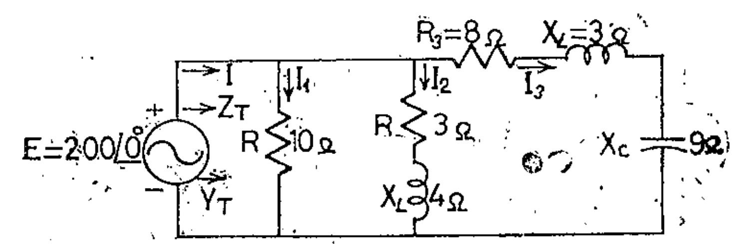
Şekil 4.12 deki devrede

a — I akımını

b — I_1, I_2, I_3 akımlarını bulunuz.

c — Kırchhoff'un akım kanununu ispatlayınız.

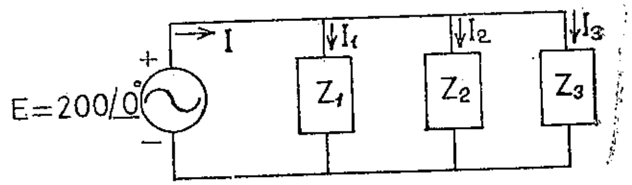
d — Devrenin toplam empedansını bulunuz.



Şekil 4.12

Çözüm:

Devreyi şekil 4.13 deki gibi tekrar çizersek



Şekil 4.13

$Z_1 = 10 \angle 0°$

$Z_2 = 3 + J4$

$Z_3 = 8 + J3 - J9 = 8 - J6$

Toplam geçirgenlik

$Y_T = Y_1 + Y_2 + Y_3$

$$= \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{3+J4} + \frac{1}{8-J6}$$

$$\frac{1}{3+J4} = \frac{3}{3^2+4^2} - J\frac{4}{3^2+4^2} = \frac{3}{25} - J\frac{4}{25}$$

ve

$$\frac{1}{8-J6} = \frac{8}{8^2+6^2} + J\frac{6}{8^2+6^2} = \frac{8}{100} + J\frac{6}{100}$$

$$Y_1 = \frac{1}{10} + J0 = \frac{10}{100} + J0$$

$$Y_2 = \frac{3}{25} - J\frac{4}{25} = \frac{12}{100} - J\frac{16}{100}$$

$$Y_3 = \frac{8}{100} + J\frac{6}{100} = \frac{8}{100} + J\frac{6}{100}$$

$$Y_T = Y_1 + Y_2 + Y_3 = \frac{30}{100} - J\frac{10}{100}$$

$$I = E \,.\, Y_T = 200 \angle 0° \left[\frac{30}{100} - J\frac{10}{100}\right] = 60 - J20$$

b — $I_1 = \dfrac{E}{Z_1} = \dfrac{200 \angle 0°}{10 \angle 0°} = 20 \angle 0°$

$I_2 = \dfrac{E}{Z_2} = \dfrac{200 \angle 0°}{5 \angle 53°} = 40 \angle -53°$

$I_3 = \dfrac{E}{Z_3} = \dfrac{200 \angle 0°}{10 \angle -37°} = \angle 37°$

c — $I = I_1 + I_2 + I_3$

$60 - J20 = 20 \angle 0° + 40 \angle -53° + 20 \angle 37°$

$= (20 + J0) + (24 - J32) + (16 + J12)$

$60 - J20 = 60 - J20$ (kontrol)

d — $Z_T = \dfrac{1}{Y_T} = \dfrac{1}{0.3 - J0.1} = \dfrac{0.3}{(0.3)^2 + (0.1)^2} + J\dfrac{0.1}{(0.3)^2 + (0.1)^2}$

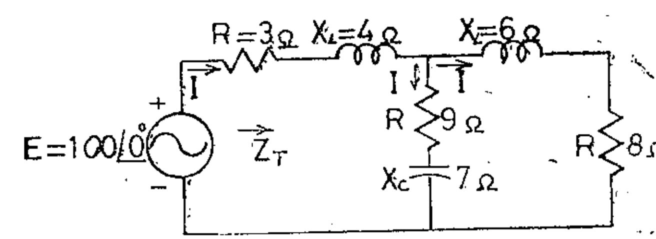
$Z_T = \dfrac{0.3}{0.1} + J\dfrac{0.1}{0.1} = 3 + J$

$Z_T = 3 + J$

ÖRNEK: 4.7

Şekil 4.14 deki devrede

a — Toplam empedans Z_T yi
b — I akımını
c — Güç faktörünü
d — I_1 ve I_2 akımlarını
e — Sarfedilen gücü bulunuz.



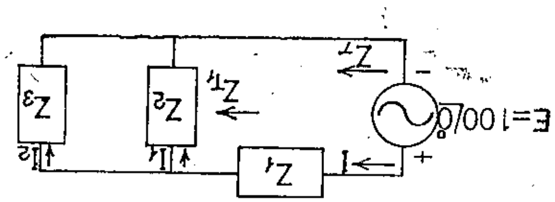
Şekil 4.14

a — Devreyi şekil 4.15 deki gibi tekrar çizersek

$Z_1 = 3 + J4 = 5 \underline{/53^\circ}$

$Z_2 = 9 - J7 = 11.4 \underline{/-37.9^\circ}$

$Z_3 = 8 + J6 = 10 \underline{/37^\circ}$



Şekil 4.15

Toplam empedans

$$Z_T = Z_1 + Z_{T_1} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = (3 + J4) + \frac{(11.4 \underline{/-37.9^\circ})\ (10 \underline{/37^\circ})}{(9 - J7) + (8 + J6)}$$

$$= 3 + J4 + \frac{11.4 \underline{/-0.9^\circ}}{17 \underline{/-3.4^\circ}} = 3 + J4 + 6.71 \underline{/2.5^\circ}$$

$$= 3 + J4 + 6.71 + J0.28$$

$$Z_T = 9.71 + J4.28 = 10.6 \underline{/23.8^\circ}$$

$$\text{b} - I = \frac{E}{Z_T} = \frac{100 \underline{/0^\circ}}{10.6 \underline{/23.8^\circ}} = 9.44 \underline{/-23.8^\circ}$$

$$\text{c} - F_P = \cos\theta = \frac{R}{Z_T} = \frac{9.71}{10.6} = 0.915 = \cos 23.8^\circ$$

$$\text{d} - I_2 = \frac{Z_3 . I}{Z_2 + Z_3} = \frac{(11.4 \underline{/-37.9^\circ})\ (9.44 \underline{/-23.8^\circ})}{(9 - J7) + (8 + J6)}$$

$$= \frac{107.5 \underline{/-61.7^\circ}}{17 - J1} = \frac{107.5 \underline{/-61.7^\circ}}{17 \underline{/-3.4^\circ}}$$

$$I_2 = 6.32 \underline{/58.3^\circ}$$

Kırchhoff'un akım kanununu uygularsak

$$I = I_1 + I_2$$

veya

$$I_1 = I - I_2$$

$$= (9.44 \underline{/-23.8^\circ}) - 6.32 \underline{/-58.3^\circ})$$

$$= 8.63 - J3.78 - (3.35 - J5.37)$$

$$I_1 = 5.28 + J1.59$$

$$\text{e} - P_T = E . I \cos\theta$$

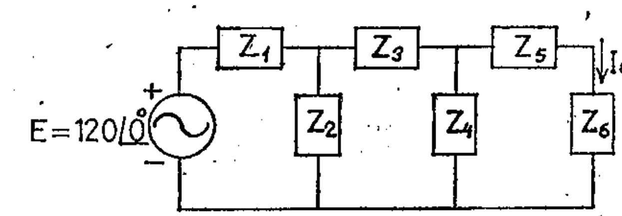
$$= 100 . 9.44 \cos 23.8^\circ$$

$$= 944 . (0.915)$$

$$P_T = 864 \text{ vat}$$

4.3 LADDER DEVRELER

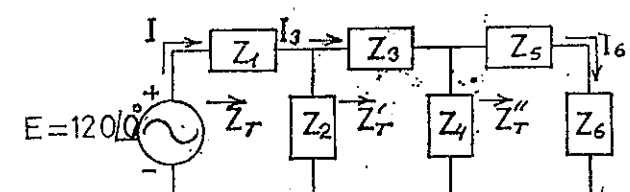
Bu bölümde ladder devre diye tanımlanan devre çeşitlerini çözmek için kullanılan yöntemler incelenecektir. Örnek olarak şekil 4.16 da görülen bir devrede I_6 akımının bulunması gerekirse bu akım aşağıda açıklanacak yöntemlerden biriyle kolayca bulunabilir.



Şekil 4.16

BİRİNCİ YÖNTEM

Empedanslar Z_T, Z_T', ve Z_T'' ile akımlar I_1, I_3 şekil 4.17 deki devrede gösterildiği gibidir.



Şekil 4.17

$$Z''_T = Z_5 + Z_6$$

ve

$$Z'_T = Z_3 + Z_4 \parallel Z''_T$$

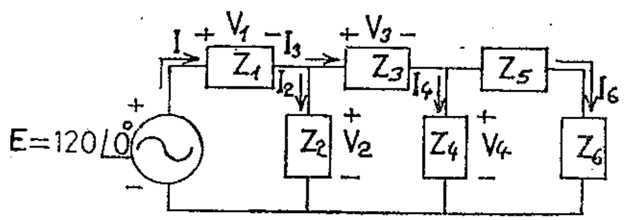
$$Z_T = Z_1 + Z_2 \parallel Z'_T$$

$$I = \frac{E}{Z_T}, \qquad I_3 = \frac{Z_2\, I}{Z_2 + Z'_T}$$

$$I_6 = \frac{Z_4\, I_3}{Z_4 + Z''_T}$$ olarak bulunur.

İKİNCİ YÖNTEM

Bu yöntem için akım, gerilim ve empedanslar için gerekli harflendirme şekil 4.18 de görülmektedir. Bu devrede I_6 akımını bulmak için takip edilecek iş sırası devrenin çözümü için aşağıdaki gibidir.



Şekil 4.18

$$I_6 = \frac{V_4}{Z_5 + Z_6}$$

$$V_4 = I_6\ (Z_5 + Z_6)$$

$$I_4 = \frac{V_4}{Z_4} = I_6 \frac{(Z_5 + Z_6)}{Z_4}$$

$$I_3 = I_4 + I_6$$

$V_3 = I_3 \,.\, Z_3$ (I_6 nın fonksiyonu)

$V_2 = V_3 + V_4$ (I_6 nın fonksiyonu)

$$I = I_1 = I_2 + I_3$$

$$V_1 = I_1 \,.\, Z_1$$

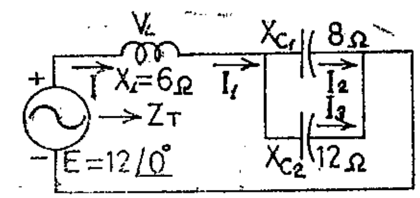
$E = V_1 + V_2$ (V_1 ve V_2, I_6 nın fonksiyonudur veya I_6 nın bulunmasında yardımcı elemanlardır).

PROBLEMLER

Bölüm 4.2

1 — Şekil 4.19 daki devrede aşağıdaki değerleri bulunuz.

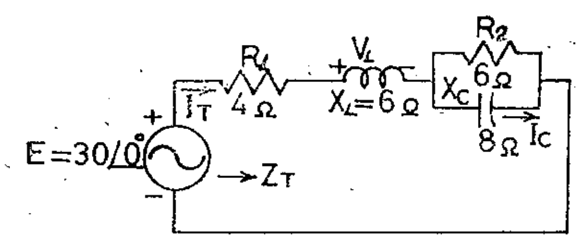
a — Z_T
b — I
c — I_1
d — I_2 ve I_3
e — V_L



Şekil 4.19

2 — Şekil 4.20 deki devrede

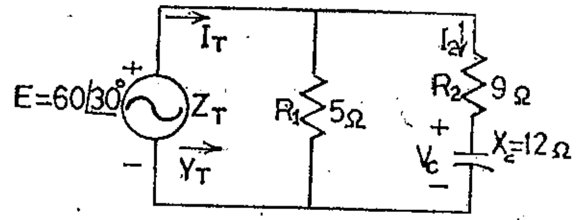
a — Toplam empedansı Z_T
b — Toplam akımı I_T
c — I_C akımını (akım bölme kaidesini kullanarak)
d — V_L gerilimini (gerilim bölme kaidesini kullanarak) bulunuz.



Şekil 4.20

3 — Şekil 4.21 deki devrede

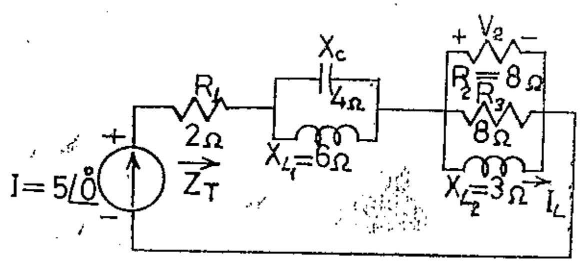
a — Toplam empedans Z_T ve geçirgenlik Y_T yi
b — I_T toplam akımını
c — I_2 akımını (akım bölme kaidesini kullanarak)
d — V_C gerilimini
e — Sarfedilen toplam gücü bulunuz.



Şekil 4.21

4 — Şekil 4.22 deki devrede

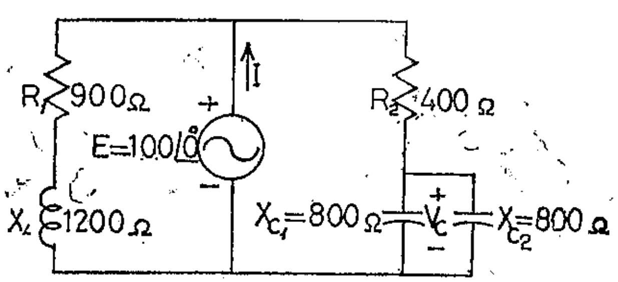
a — Z_T yi
b — V_2 gerilimini ve I_L akımını
c — Güç faktörünü bulunuz.



Şekil 4.22

5 — Şekil 4.23 deki devrede

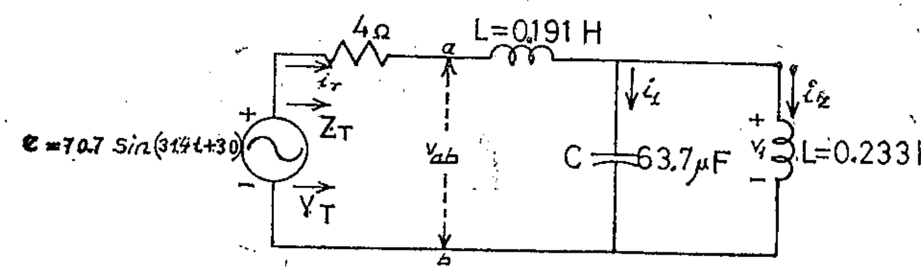
a — I akımını
b — V_C gerilimini
c — Sarfedilen gücü bulunuz.



Şekil 4.23

6 — Şekil 4.24 deki devrede aşağıdaki istenenleri bulunuz.

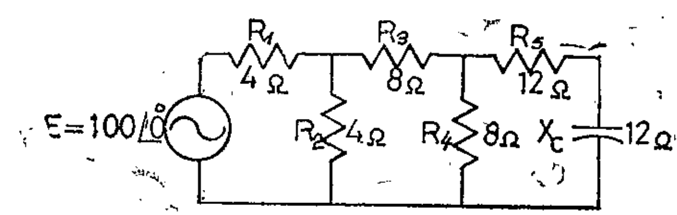
a — Z_T ve Y_T yi
b — I_T akımını (vektörsel olarak)
c — i_1 ve i_2 akımlarını
d — V_1 ve V_{ab} gerilimlerini (vektörsel olarak)
e — Sarfedilen gücü
f — Devrenin güç faktörünü bulunuz ve bu güç faktörünün ileri veya geri olduğunu belirtiniz.



Şekil 4.24

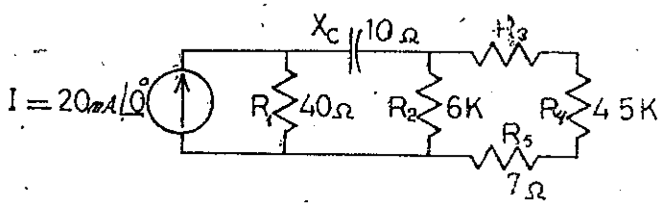
Bölüm 4.6

7 — Şekil 4.25 deki devrede I_5 akımını bulunuz. Hesaplamada reaktif elemanın etkisine dikkat ediniz.



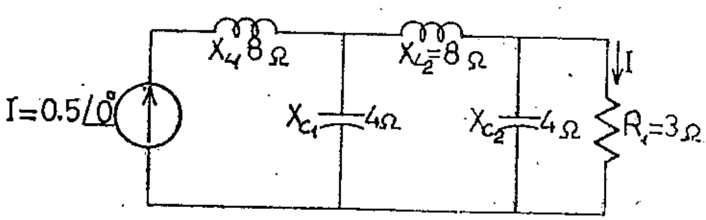
Şekil 4.25

8 — Şekil 4.26 daki devrede R_5 direncinde sarfedilen gücü bulunuz.



Şekil 4.26

9 — Şekil 4.27 deki devrede I_1 akımını bulunuz.



Şekil 4.27

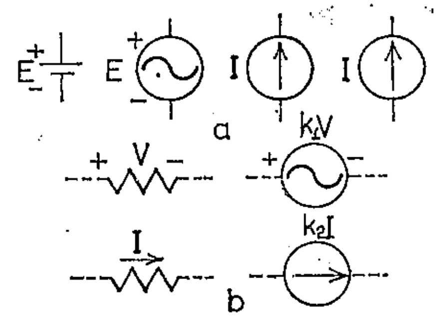
(a.a.) SEÇİLMİŞ KONULAR ve ANALİZ YÖNTEMLERİ

5.1 GİRİŞ

Kaynakları seri veya paralel bağlı olmayan iki veya daha fazla kaynağa sahip devrelerin çözümünde bölüm üç ve dörtte anlatılan yöntemleri kullanma olasılığı olmayabilir. Bu gibi devrelerin çözümünde çevre akımları yöntemi veya düğüm noktaları analiz teknikleri kullanılmalıdır. Bu teknikler hakkında doğru akım konusu işlerken gerekli bilgiler verilmişti. Bu bölümün sonunda alternatif akım devrelerinin çözümü ile ilgili bütün yöntemler anlatılacağı için bu devrelerin çözümünde okuyucunun bir problemi kalmıyacaktır. Ayrıca bu bölümde daha evvelden anlatılan tekniklere ilaveten köprü bağlı dvereler, üçgen-yıldız ve yıldız-üçgen bağlı devreler tekrar edilecektir. Konu ile ilgili detaylara girmeden evvel bağımsız (independent) ve bağımlı veya kontrol edilmiş (dependent veya controlled) kaynakları kısaca inceliyelim.

5.2 BAĞIMSIZ ve BAĞIMLI KAYNAKLAR

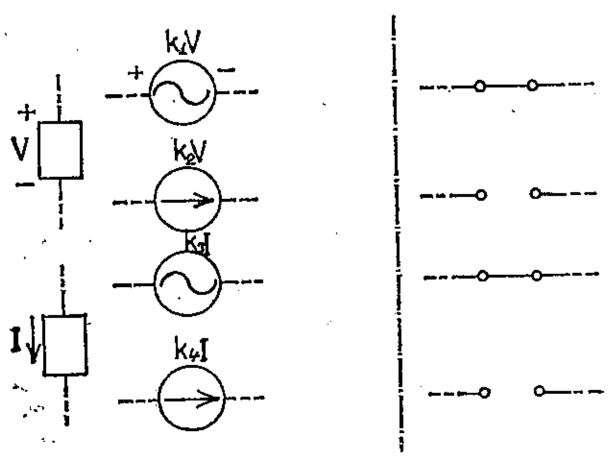
Bundan önceki bölümlerde doğru ve alternatif akım da bu kaynaklar bağımsız kaynak için E ve I olarak ifade edilmişti. Şekil 5.1. Devre analizlerinde bağımsız sözcüğünün anlamı şudur. Gerilim veya akım kaynağının büyüklüğü bu kaynağın uygulandığı devrenin veya şebekenin karakterine bağlı değildir. Kontrol edilmiş veya bağımlı kaynaklar ki onların büyüklüğü o devredeki akım veya gerilim ile tesbit edilir. Yani bu değerlere bağlıdır. Gerilim kaynağının büyüklüğü k_1 V, şekil 5.1 de direnç uçlarındaki gerilim V ile k_1 sabitesinin çarpımıyla tesbit edilir. Akım kaynağının büyüklüğü k_2 I ise aynı şekilde dirençten geçen I akımıyla k_2 sabitesinin çarpımıyla tesbit edilir.



(a) Bağımsız (b) Bağımlı kaynaklar

Şekil 5.1

Şekil 5.2 de bağımlı kaynakların çeşitli şekilleri ve bunların anlamları görülmektedir. Bu şekillere dikkat edilirse akım veya gerilim kaynağının büyüklüğü o devredeki akım veya gerilim tarafından kontrol edilebilir. Bağımsız kaynaklardan ayrı olarak tek başına V veya akım I sıfırdır. Şekil 5.2. Sonuç olarak V için kısa devre ve I için açık devre olarak şekil 5.2 deki gibi düşünülebilir. Bu koşullar altında o kaynak ya akım kaynağı veya gerilim kaynağıdır.



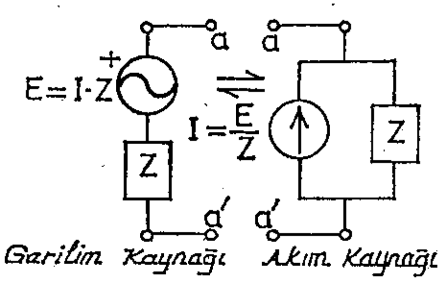
V = 0 ve I = 0 için bağımlı kaynak

Şekil 5.2

Bağımlı kaynaklara burada değinmemizin birinci nedeni elektronik devrelerde kullanılan lâmba ve transistörün bu devrelerdeki eşdeğer devresi çizilirken bağımlı kaynak olarak çizileceğini vurgulamak içindir. Her hangi bir eşdeğer devre bazı elemanlardan ibarettir. Bunlar aktif eleman (kaynaklar) ve pasif elemanlar (R, L, C) dir. Bu bölümde bu elemanların temel gösterilişi ve bunların eşdeğer devrelerine ait örnekler verilecektir.

5.3 KAYNAKLARIN DÖNÜŞÜMÜ

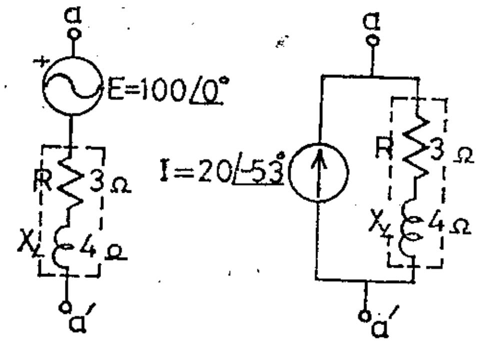
Devre elemanlarının eşdeğerini çizerken bazan akım kaynağının gerilim kaynağı şekline veya gerilim kaynağının akım kaynağı şekline dönüştürülmesi gerekebilir. Bu dönüştürme işlemi doğru akım devrelerinde kullanılan dönüştürme yöntemlerinin benzeridir. Doğru akım devrelerinde dönüşüm işlemi yapılırken gerçek sayılar kullanılır. Alternatif akım devrelerinde ise bu dönüşüm işlemi yapılırken vektörler ve empedanslar da dikkate alınmalıdır. Kaynaklardan birini diğerine dönüştürmenin genel şekli şekil 5.3 deki gibidir.



Şekil 5.3

ÖRNEK: 5.1

Şekil 5.4 a daki gerilim kaynağını akım kaynağına dönüştürünüz.



a b

Şekil 5.4

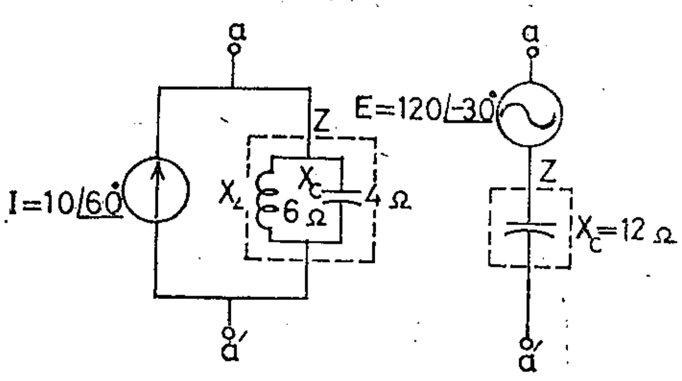
Çözüm:

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{100 \angle 0^\circ}{5 \angle 53^\circ}$$

$$= 20 \angle -53^\circ$$

ÖRNEK: 5.2

Şekil 5.5 a daki akım kaynağını gerilim kaynağına dönüştürünüz.



a b

Şekil 5.5

Çözüm:

$$Z = \frac{(4 \angle -90^\circ)\ (6 \angle 90^\circ)}{-J4 + J6} = \frac{24 \angle 0^\circ}{2 \angle 90^\circ}$$

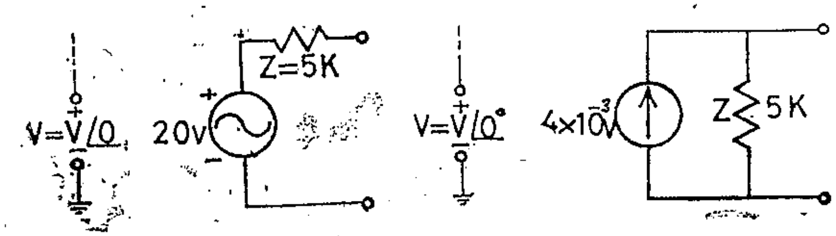
$$= 12 \angle -90^\circ \quad \text{(şekil 5.5 b)}$$

$$E = I \cdot Z = (10 \angle 60^\circ)\ (12 \angle -90^\circ) = 120 \angle -30^\circ \quad \text{(şekil 5.5 b)}$$

Bağımlı kaynaklar için şekil 5.3 ün direkt olarak dönüşümü yapılabilir. Eğer kontrol değişkeni (şekil 5.2 deki V veya I) devrenin bir bölümünde tesbit edilemezse. Örneğin şekil 5.6 da ve 5.7 de V ve I değerleri devrenin harici bir bölümü tarafından kontrol edilir. Bu çeşit devrelerdeki dönüşüm işlemleri bölüm 6.3 ve 6.4 de incelenecektir.

ÖRNEK: 5.3

Şekil 5.6a daki gerilim kaynağını akım kaynağına dönüştürünüz.



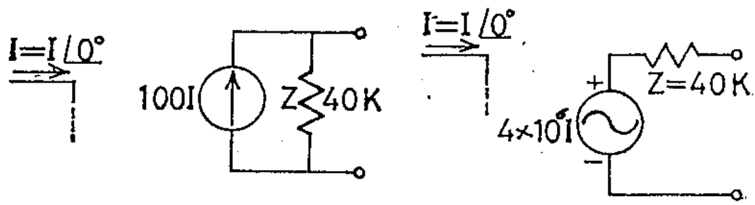
Şekil 5.6

Çözüm:

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{20 \angle 0^\circ}{5 \angle 0^\circ} = 4 \times 10^{-3} \quad \text{(şekil 5.5 b)}$$

ÖRNEK: 5.4

Şekil 5.7 a daki akım kaynağını gerilim kaynağına dönüştürünüz.



Şekil 5.7

Çözüm:

$$E = I \cdot Z = (100 \cdot I \angle 0°)\ (40K \angle 0°)$$

$$= 4\times 10^6\ I \angle 0° \quad \text{(şekil 5.7 b)}$$

5.4 ÇEVRE AKIMLARI (MESH) ANALİZİ (Genel Yaklaşım)

Çevre akımları analizinin uygulanmasındaki işlem sıraları aşağıdaki gibidir.

1 — Devrenin her biri kapalı gözünden geçen akımın geçiş yönünü saat ibresi yönünde işaretleyiniz.

2 — Her bir kapalı gözde bulunan empedansların polaritesini belirtiniz. Polarite belirtilirken akımın empedansa giriş yeri (+) çıkış yeri (—) olarak işaretlenir.

3 — Her bir kapalı göze (devreye) Kırchhoff'un gerilim kanununu uygulayınız.

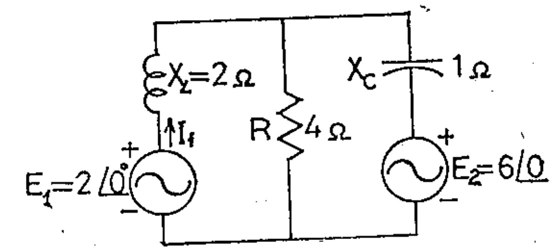
a — Eğer var sayılan akım yönüne göre her hangi bir empedanstan iki veya daha fazla kım geçiyorsa Kırchoff'un kanunu uygulanırken şu işlem yapılmalıdır. Kırchhoff'un gerilim kanunu uygulanırken empedanstan geçtikleri var sayılan toplam akımla aynı yönde geçen diğer göz akımları artı (+) işaretle belirtilir. Eğer toplam akımla o empedanstan geçtiği var sayılan akımın yönü bir birine ters ise geçtiği var sayılan akımın yönü eksi (—) olarak işaretlenir.

b — Gerilim kaynağının polaritesi o kaynağın içinden geçen akımın yönünden etkilenmez.

4 — Elde edilen bu denklemler determinant yöntemiyle çözülür. Dikkat edilirse doğru akım devrelerine bu yöntem uygulanırken alternatif akımda empedans diye anılan yer doğru akımda direnç diye anılır.

ÖRNEK: 5.5

Şekil 5.8 deki devrede I_1 akımını bulunuz.

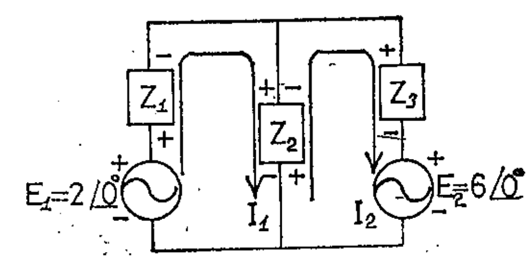


Şekil 5.8

Çözüm:

Bu yöntem alternatif akım devrelerine uygulanırken dirençlerin ve reaktansların veya her üçünün birden teşkilini empedans olarak göstermek çok faydalı bir yoldur. Bu empedansın toplam çözümü yapılınca empedans içinde bilinmeyen değer ayrıca bulunur. Böylece şekil 5.8 deki devre empedans şeklinde yeniden çizilirse şekil 5.9 daki devre elde edilir.

Bu devrede empedans eşitlikleri aşağıdaki gibi yazılabilir.



Şekil 5.9

$Z_1 = J2$

$Z_2 = 4$

$Z_3 = -J$

ş sırası 1 ve 2 yi uygulayarak akım ve polarite yönleri işaretlenir.

ş sırası 3: Her bir kapalı devreye (göze) Kırchhoff'un gerilim kanunu ıygulanır.

$$+E_1 - Z_1 . I_1 - Z_2 \; (I_1 - I_2) = 0$$

$$-E_2 - Z_3 . I_2 - Z_2 \; (I_2 - I_1) = 0$$

$$E_1 - (Z_1 + Z_2)\, I_1 + Z_2 . I_2 = 0$$

$$-E_2 - (Z_3 + Z_2)\, I_2 + Z_2 . I_1 = 0$$

eya

$$(Z_1 + Z_2)\; I_1 - Z_2 . I_2 \; = E_1$$

$$-(Z_2)\; I_1 + (Z_2 + Z_3)\; I_2 = E_2$$

Determinant kullanarak

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} E_1 & -Z_2 \\ -E_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{E_1 \; (Z_2 + Z_3) - E_2 \; (Z_2)}{(Z_1 + Z_2) \; (Z_2 + Z_3) - (Z_2)^2}$$

$$= \frac{(E_1 - E_2)\, Z_2 + E_1 . Z_3}{Z_1 . Z_2 + Z_1 . Z_3 + Z_2 . Z_3}$$

ayısal değerleri yerine konursa

$$I = \frac{(2 - 6)\; 4 + 2(-J)}{(J2)4 + (J2)\; (-J) + 4(-J)} = \frac{-16 - J2}{J8 - J^2 2 - J4}$$

$$= \frac{-16 - J2}{2 + J4} = \frac{16.1 \; \angle -172.9°}{4.47 \; \angle 63.4°}$$

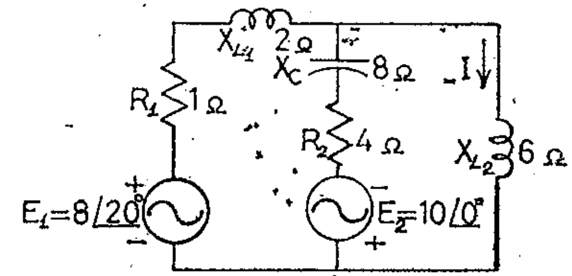
$$= 3.6 \; \angle -236.3° \text{ veya } 3.6 \; \angle 123.7°$$

öylece

$$I = 3.6 \; \angle 123.7°$$

ÖRNEK: 5.6

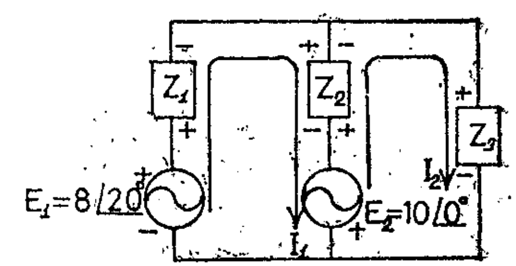
Şekil 5.10 daki dverede I_2 akımını bulunuz.



Şekil 5.10

Çözüm:

Devreyi şekil 5.11 deki gibi tekrar çizersek



Şekil 5.11

$$Z_1 = 1 + J2$$

$$Z_2 = 4 - J8$$

$$Z_3 = J6$$

İş sırası 1 ve 2 uygularsak akım ve polarite yönü işaretlenir.
İş sırası 3: Kırchhoff'un gerilim kanunu uygulanarak

$$E_1 - Z_1 . I_1 - Z_2 \; (I_1 - I_2) + E_2 = 0$$

$$E_2 - Z_3 . I_2 - Z_2 \; (I_2 - I_1) \qquad = 0$$

$$E_1 + E_2 - (Z_1 + Z_2)\; I_1 + Z_2 . I_2 = 0$$

$$E_2 + Z_2 . I_1 - (Z_2 + Z_3)\; I_2 = 0$$

veya

$$(Z_1 + Z_2)\, I_1 - Z_2 \,.\, I_2 = E_1 + E_2$$
$$-(Z_2)\, I_1 + (Z_2 + Z_3)\, I_2 = E_2$$

Determinant kullanarak

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & E_1 + E_2 \\ -Z_2 & -E_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{-(Z_1 + Z_2)\, E_2 + Z_2\, (E_1 + E_2)}{(Z_1 + Z_2)\;(Z_2 + Z_3) - Z_2^2}$$

$$= \frac{Z_1 \,.\, E_2 - Z_2 \,.\, E_1}{Z_1 \,.\, Z_2 + Z_1 \,.\, Z_3 + Z_2 \,.\, Z_3}$$

Sayısal değerler yerine konursa

$$I_2 = \frac{(1 + J2)\;(10\;\angle 0°) - (4 - J8)\;(8\;\angle 20°)}{(1 + J2)\;(4 - J8)\; + \;(1 + J2)\;\;(J6)\; + \;(4 - J8)\;\;(J6)}$$

$$= \frac{(10 + J20)\;\;(4 - J8)\;\;(7.5 + J2.74)}{20 + (J6 - 12) + (J24 + 48)}$$

$$= \frac{(10 + J20) - (51.92 - J49.04)}{56 + J30} = \frac{41.92 + J69.04}{56 + J30}$$

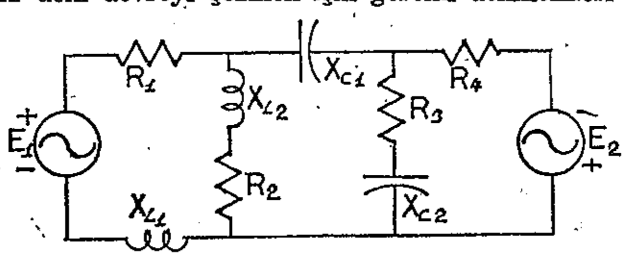
$$= \frac{80.6\;\angle 122.2°}{63.5\;\angle 28.1°} = 1.27\;\angle 94.1°$$

Böylece

$$I_2 = 1.27\;\angle 94.1°$$

ÖRNEK: 5.7

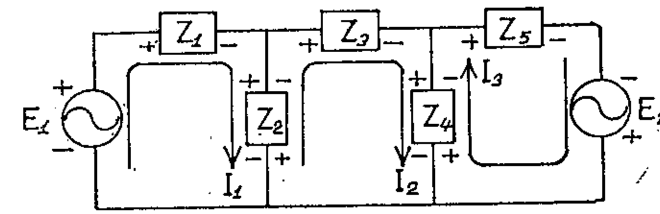
Şekil 5.12 deki devreyi çözmek için gerekli denklemleri yazınız.



Şekil 5.12

Çözüm:

Devreyi şekil 5.13 deki gibi tekrar çizersek



Şekil 5.13

Bu şekil de görüldüğü gibi devre empedans şeklinde ifade edilmekle devrenin çözümü basitleştirilmiş olur.

$$Z_1 = R_1 + JX_{L_1}$$
$$Z_2 = R_2 + JX_{L_2}$$
$$Z_3 = JX_{C_1}$$
$$Z_4 = R_3 - JX_{C_2}$$
$$Z_5 = R_4$$

İş sırası 1 ve 2 i uygulanarak akım ve polarite yönü işaretlenir.

İş sırası 3: Kirchhoff'un gerilim kanunu uygulanarak

$$E_1 - I_1 \,.\, Z_1 - Z_2\;\;(I_1 - I_2) = 0$$
$$-E_2\;(I_2 - I_1) - Z_3 I_2 - Z_4\;\;(I_2 - I_3) = 0$$
$$E_2 - Z_4\;\;(I_3 - I_2) - Z_5 \,.\, I_3 = 0$$

$$I_1\;\;(Z_1 + Z_2) - I_2 \,.\, Z_2 + 0 = E_1$$
$$I_1 \,.\, Z_2 - I_2\;\;(Z_2 + Z_3 + Z_4) + I_3 \,.\, Z_4 = 0$$
$$0 - I_2 \,.\, Z_4 + I_3\;\;(Z_4 + Z_5) = E_2$$

Empedans değerleri yerine konursa

$$I_1\;[(R_1 + R_2 + J\;(X_{L_1} + X_{L_2})] - I_2\;(R_2 + JX_{L_2}) + 0 = E_1$$
$$I_1\;(R_2 + JX_{L_2}) - I_2\;[R_2 + R_3 + J\;(X_{L_2} - X_{C_1} - X_{C_2})] + I_3\;(R_3 - JX_{C_2}) = 0$$
$$0 - I_2\;(R_3 - JX_{C_2}) + I_3\;(R_3 + R_4 - JX_{C_2}) = E_2$$

5 5 ÇEVRE AKIMLARI ANALİZİ
(Özel Yaklaşım)

Her hangi bir problemin çevre akımları yöntemi ile çözümü yapılırken bu yöntem daha çabuk ve daha doğru sonuç verdiği için çok kullanılır. Bu yöntemde kullanılan iş sırası aşağıda ki gibidir.

1 — Her müstakil devre gözü için göz akımı yönü saat ibresinin dönüş yönü gibi var sayılır ve yön okla belirtilir.

2 — Devrenin çözümü için gerekli denklem sayısı kapalı devre veya göz sayısına eşittir. Yani üç gözlü bir devreyi çözmek için üç adet denkleme gereksinme vardır. Her denklemin birinci sütununda göz akımıyla bu akımların geçtiği empedansların toplamının çarpımi yazılır.

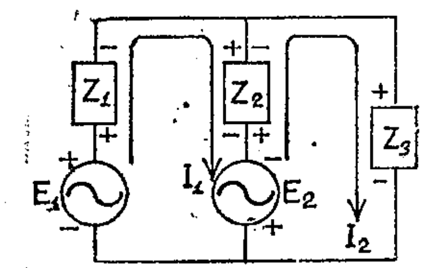
3 — Bu bölümde içinden birden fazla akım geçen ortak elemanlar düşünülür ve bu elemanlarla akımın çarpımı daima birinci sütundaki çarpımdan çıkarılır. Bazı hallerde birden fazla ortak eleman bulunabilir. Eğer aranan göz akımı diğer göz akımıyla birlikte müşterek bir elemandan geçiyorsa her ortak eleman ortak empedansların çarpımıdır.

4 — Eşit işaretinin sağındaki sütuna aranan göz akımının geçtiği kapalı devrede bulunan gerilim kaynaklarının cebirsel toplamları yazılır. Pozitif işaretler eğer kaynakların emk. polaritesi ile göz akımı negatiften pozitife doğru geçiyorsa konur. Başka bir ifadeyle kaynakların geçirdikleri akımların yönleri bir birini takviye ediyorsa artı (+) işareti konur. Aksi takdirde konulacak işaret eksi (—) olmalıdır.

5 — Elde edilen denklemler çeşitli yöntemler kullanarak çözülür.

ÖRNEK: 5.8

Örnek 5.6 daki devre için gerekli denklemleri yazınız. **Devre şekil 5.14** deki gibi tekrar çizilirse.



Şekil 5.14

Çözüm:

İş sırası 1: Akım yönleri ve empedansların **polaritesi** şekildeki gibi tesbit edilir.

İş sırası 2-4 :

$$\text{I}: \quad (Z_1 + Z_2)\, I_1 - Z_2 . I_2 = E_1 + E_2$$
$$\text{I}: \quad (Z_2 + Z_3)\, I_2 - Z_2 . I_1 = -E_2$$

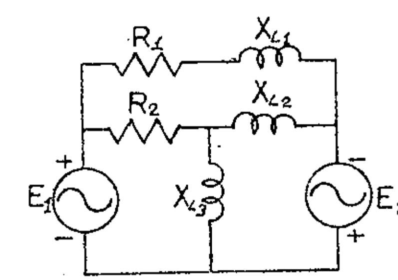
veya

$$(Z_1 + Z_2)\, I_1 - Z_2 . I_2 = E_1 + E_2$$
$$-Z_2 . I_1 + (Z_2 + Z_3)\, I_2 = -E_2$$

Son denklem gurubuna dikkat edilirse bu denklemler soldan sağa olan köşegene göre simetriktir. Elde edilen bu sonuç daha evvel elde edilen sonucun aynısıdır.

ÖRNEK: 5.9

Şekil 5.15 deki devre için gerekli denklemleri yazınız.

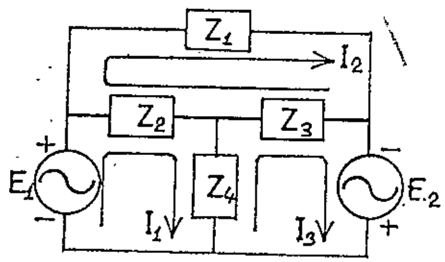


Şekil 5.15

$Z_1 = R_1 + JX_{L1}$
$Z_2 = R_2$
$Z_3 = JX_{L2}$
$Z_4 = JX_{L3}$

Çözüm:

Bu devreyi empedanslarla ifade ederek şekil 5.16 daki gibi tekrar çizersek



Şekil 5.16

$$
\begin{aligned}
I_1 &: (Z_2 + Z_4)\, I_1 - Z_2 . I_2 - Z_4 . I_3 = E_1 \\
I_2 &: (Z_1 + Z_2 + Z_3)\, I_2 - Z_2 . I_1 - Z_3 . I_3 = 0 \\
I_3 &: (Z_3 + Z_4)\, I_3 - Z_4 . I_1 - Z_3 . I_2 = E_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(Z_2 + Z_4)\, I_1 \quad - Z_2 . I_2 \quad - Z_4 . I_3 &= E_1 \\
- Z_2 . I_1 + (Z_1 + Z_2 + Z_3)\, I_2 - Z_3 . I_3 &= 0 \\
- Z_4 . I_1 \quad - Z_3 . I_2 + (Z_3 + Z_4)\, I_3 &= E_2
\end{aligned}
$$

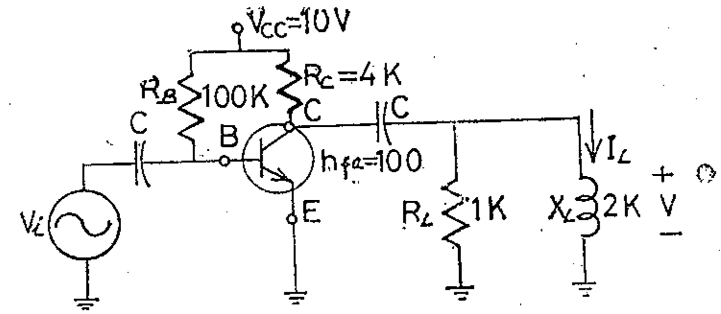
Dikkat edilirse bu üç denklem köşegensel olarak simetriktir. Ayrıca köşegensel olmayan $-Z_2$, $-Z_4$ ve $-Z_3$ ün yerlerine dikkat ediniz.

ÖRNEK: 5.10

Şekil 5.17 deki transistör devresi şekil 5.18 deki gibi gösterilebilir. Dikkat edilirse akım kaynağı şimdi bir akımla bağımsız ve kontrol değişkenli ayrı bir devredir. Bu devrede hfe miktarı transistörün karekteristik değeridir. Bu devrede I_L akımı bulunursa

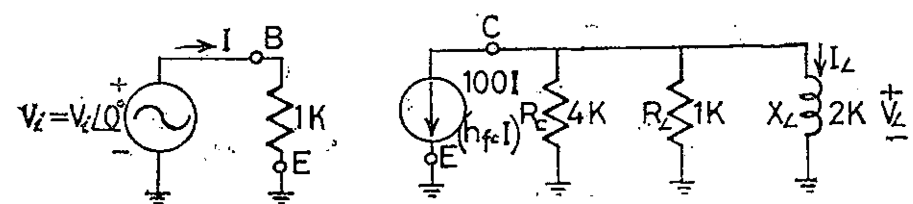
Çözüm:

Devrenin akım kaynağını gerilim kaynağı şekline dönüştürürsek



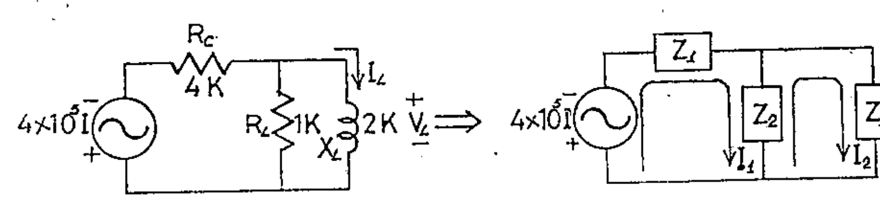
Şekil 5.17

$$E = I . Z = (100 . I)\ (4K\ \angle 0°) = 4 \times 10^5\ I\ \angle 0°$$



Şekil 5.18

Şekil 5.18 deki devre şekil 5.19 daki gibi tekrar çizilirse



Şekil 5.19

Bu son devre çözülürse

$Z_1 = 4K$
$Z_2 = 1K$
$Z_3 = 2K\ \angle 90°$

$$I_1: \ (Z_1 + Z_2)\, I_1 - Z_2 \,.\, I_2 = -4\times 10^5 \,.\, I$$
$$I_2: \ (Z_2 + Z_3)\, I_2 - Z_2 \,.\, I_1 = 0$$

$$(Z_1 + Z_2)\, I_1 - Z_2 \,.\, I_2 = -4\times 10^5 \,.\, I$$
$$-Z_2 \,.\, I_1 + (Z_2 + Z_3)\, I_2 = 0$$

$$I_2 = I_L = \frac{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -4\times 10^5\, I \\ -Z_2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{-4\times 10^5\, Z_2\, I}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3}$$

$$I_L = \frac{-4\times 10^5\, (1K)\, I}{4K\, (1K) + 1K\, (2K \angle 90^\circ) + 4K\, (2K \angle 90^\circ)}$$

$$= \frac{-4\times 10^5\, I}{4 + J2 + J8} = \frac{-4\times 10^5\, I}{4 + J10} = \frac{-4\times 10^5\, I}{10.8 \angle 68.2^\circ}$$

$$= -37\, I \angle -68.2^\circ$$

Şekil 5.18 den

$$I = \frac{Vi \angle 0^\circ}{1K} \text{ olduğundan}$$

$$I_L = -37 \left(\frac{Vi \angle 0^\circ}{1K} \right) \angle -68.2^\circ = -37\times 10^{-3}\ Vi \angle -68.2^\circ$$

ve

$$V_L = I_2 Z_3 = I_L\, Z_3$$
$$= (-37\times 10^{-3}\, Vi \angle -68.2^\circ)\ (2K \angle 90^\circ)$$
$$= -74\ Vi \angle 21.8^\circ$$

Bu sonuca dikkat edilirse böyle bir devrede transistör kullanmakla devrenin yükseltme kazancı 74 olmuştur.

5.6 DÜĞÜM NOKTALARI ANALİZİ

(Özel Yaklaşım)

Alternatif akım devrelerinde düğüm noktalarına göre bir devreyi çözmke için aşağıdaki iş sırası izlenir.

1 — Referans düğüm noktasını seçiniz ve V_1, V_2 ..... V_n gibi gerilim değerleriyle işaretleyiniz. Bu durumda o devrede N adet düğüm noktası varsa birinin referans düğüm noktası seçilmesiyle N—1 tane düğüm noktası kalır.

2 — Devreyi çözmek için gerekli denklem sayısı işaretlenen gerilim sayısına veya (N—1) sayısına eşit olmalıdır. Her denklemin birinci sütunu aranan (referans sçeilen) düğüm noktasına bağlı geçirgenlerin toplamıyla bu referans düğüm noktası gerilimin çarpımına eşittir.

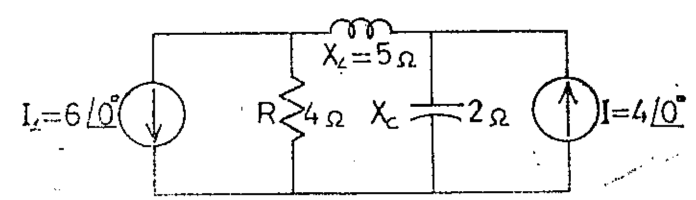
3 — Ortak elemanlar devamlı birinci sütundan çıkarılır. Her ortak eleman ortak geçirgenle diğer düğüm noktalarına bağlı geçirgenlerin çarpımına eşittir.

4 — Eşit işaretinin sağ tarafındaki sütunda aranan düğüm noktasına bağlı akım kaynaklarının cebirsel toplamı yazılır. Akım kaynağı eğer düğüm noktasına akım gönderiyorsa pozitif olarak işaretlenir. Başka bir ifadeyle akım düğüm noktasına giriyorsa pozitif işaret çıkıyorsa negatif işaret konur.

5 — Arzu edilen düğüm noktasına göre kurulan denklemler çözülür.

ÖRNEK: 5.11

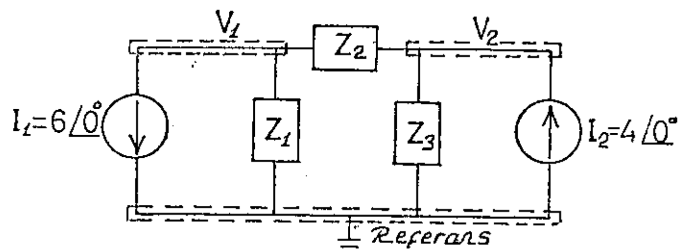
Şekil 5.20 deki devrede 4 omluk direnç uçlarındaki gerilimi bulunuz.



Şekil 5.20

Çözüm:

Düğüm noktası seçilir ve düğüm noktasına göre denklemler yazılır. Şekil 5.21



Şekil 5.21

$Z_1 = 4$ om

$Z_2 = J5$

$Z_3 = —J2$

$$\begin{aligned} V_1 (Y_1 + Y_2) — V_2 (Y_2) &= —I_1 \\ V_2 (Y_3 + Y_2) — V_1 (Y_2) &= I_2 \end{aligned}$$

veya

$$\begin{aligned} V_1 (Y_1 + Y_2) — V_2 Y_2 &= —I_1 \\ —V_1 Y_2 + V_2 (Y_3 + Y_2) &= I_2 \end{aligned}$$

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1}, \quad Y_2 + \frac{1}{Z_2}, \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3}$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} —I_1 & —Y_2 \\ I_2 & Y_3 + Y_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Y_1 + Y_2 & —Y_2 \\ —Y_2 & Y_3 + Y_2 \end{vmatrix}} = \frac{—(Y_3 + Y_2)\, I_1 + I_2\, Y_2}{(Y_1 + Y_2)\,(Y_3 + Y_2) — Y_2^2}$$

$$= \frac{—(Y_3 + Y_2)\, I_1 + I_2\, Y_2}{Y_1\, Y_2 + Y_2\, Y_3 + Y_1\, Y_3}$$

Sayısal değerler yerine konursa

$$V_1 = \frac{—[(1/—J2) + (1/J5)]\; 6\underline{/0^\circ} + 4\underline{/0^\circ}\;(1/J5)}{(1/4)\;(1/—J2) + (1/J5)\;(1/—J5) + (1/4)\;(1/J5)}$$

$$= \frac{—(J0.5 — J0.2)\;(6\underline{/0^\circ} + 4\underline{/0^\circ}\;(—J0.2)}{(1/—J8) + (1/10) + (1/J20)}$$

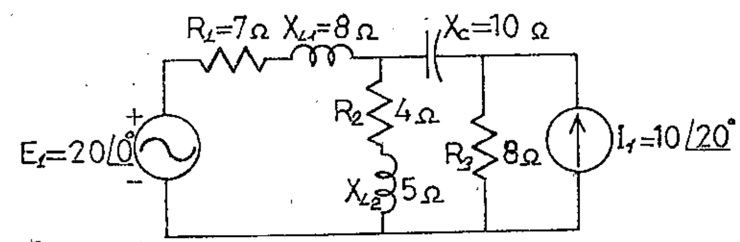
$$= \frac{(—0.3\underline{/90^\circ})\;(6\underline{/0^\circ}) + (4\underline{/0^\circ})\;(0.2\underline{/—90^\circ})}{J0.125 + 0.1 — J0.05}$$

$$= \frac{1.8\underline{/90^\circ} + 0.8\underline{/—90^\circ}}{0.1 + J0.075} = \frac{1.8\underline{/—90^\circ} + 0.8\underline{/—90^\circ}}{0.125\underline{/36.9^\circ}}$$

$$V_1 = 20.8\underline{/—126.9^\circ}$$

ÖRNEK: 5.12

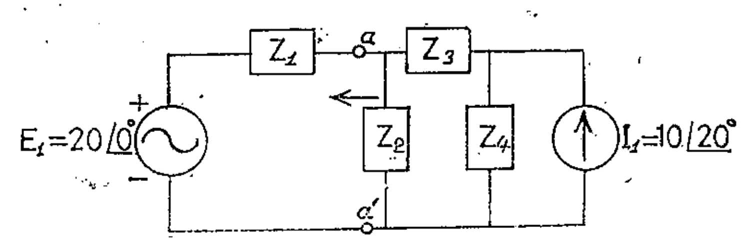
Şekil 5.22 deki devreye ait denklemleri düğüm noktaları analizine göre yazınız.



Şekil 5.22

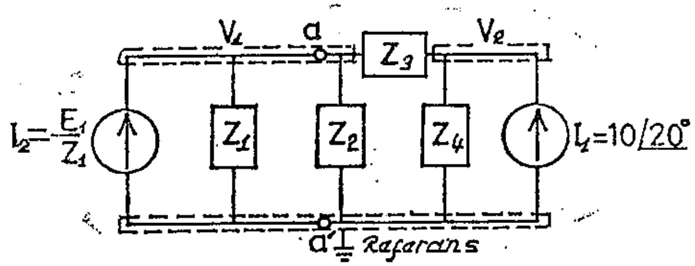
Çözüm:

Devre empedanslara dönüştürülüp şekil 5.23 deki gibi tekrar çizilir.



Şekil 5.23

Şekil 5.23 de görüldüğü gibi bu devrede iki ayrı çeşit kaynak vardır. Devreyi çözmeden evvel gerilim kaynağını akım kaynağı şekline çevirmek gerekir. Böylece devrenin alacağı yeni şekil, şekil 5.24 de görülmektedir.



Şekil 5.24

Düğüm noktalarına göre devrenin ilgili denklemlerini yazarsak

$$V_1\ (Y_1 + Y_2 + Y_3) - V_2\ (Y_3) = I_2$$
$$V_2\ (Y_3 + Y_4) - V_1\ (Y_3) = I_1$$

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1},\ Y_2 = \frac{1}{Z_2},\ Y_3 = \frac{1}{Z_3},\ Y_4 = \frac{1}{Z_4}$$

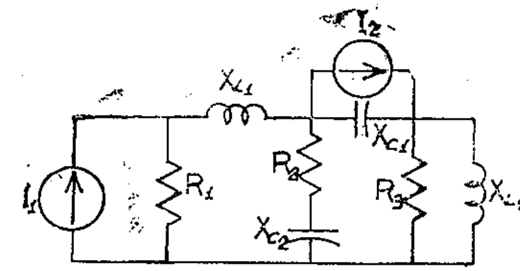
$$V_1\ (Y_1 + Y_2 + Y_3) - V_2\, Y_3 = I_2$$
$$-V_1\, Y_3 + V_2\ (Y_3 + Y_4) \qquad = I_1$$

$$Y_1 = \frac{1}{7 + J8},\ Y_2 = \frac{1}{4 + J5},\ Y_3 = \frac{1}{-J10},\ Y_4 = \frac{1}{8}$$

$$I_2 = \frac{20\ \underline{/0^\circ}}{7 + J8},\ I_1 = 10\ \underline{/20^\circ}$$

ÖRNEK: 5.13

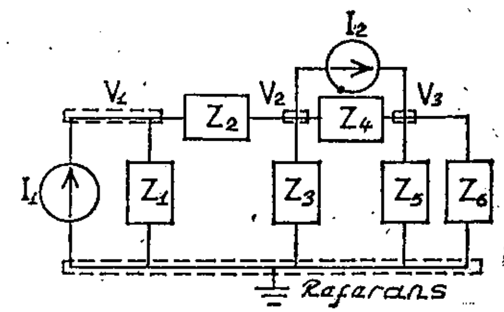
Şekil 5.25 deki devrede düğüm noktasına göre gerekli denklemleri yazınız.



Şekil 5.25

Çözüm:

Şekil 5.26 daki devrede düğüm noktaları seçilir ve gerekli denklemler yazılır.



Şekil 5.26

$$Z_1 = R_1$$
$$Z_2 = JX_{L_1}$$
$$Z_3 = R_2 - JX_{C_2}$$
$$Z_4 = -JX_{C_1}$$
$$Z_5 = R_3$$
$$Z_6 = JX_{L_2}$$

$$V_1\ (Y_1 + Y_2) - V_2\ (Y_2) = I_1$$
$$V_2\ (Y_2 + Y_3 + Y_4) - V_1\ (Y_2) - V_3\ (Y_4) = -I_2$$
$$V_3\ (Y_3 + Y_5 + Y_6) - V_2\ (Y_4) = I_2$$

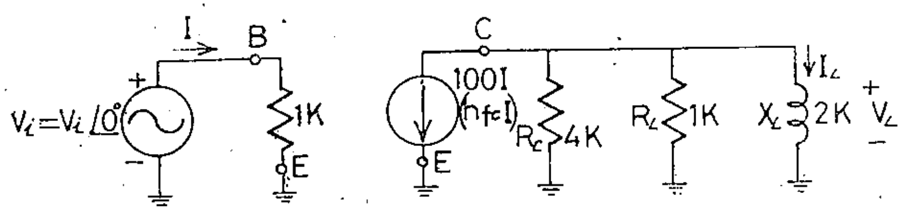
$$V_1(Y_1+Y_2) - V_2(Y_2) + 0 = I_1$$
$$-V_1(Y_2) + V_2(Y_2+Y_3+Y_4) - V_3(Y_4) = -I_2$$
$$0 - V_2(Y_4) + V_3(Y_4+Y_5+Y_6) = I_2$$

$$Y_1 = \frac{1}{R_1},\ Y_2 = \frac{1}{JX_{L_1}},\ Y_3 = \frac{1}{R - JX_{C_2}},\ Y_4 = \frac{1}{-JX_{C_1}}$$

$$Y_5 = \frac{1}{R_3},\ Y_6 = \frac{1}{JX_{L_2}}$$

ÖRNEK: 5.14

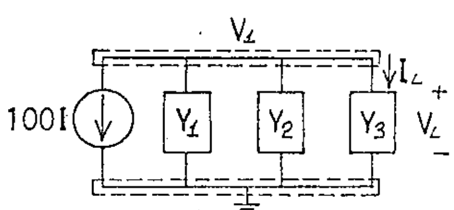
Örnek 5.11 deki devreye düğüm noktaları analizi yöntemini uygulayarak V_L yi bulunuz. Bu devre şekil 5.27 deki gibi çizilirse devreyi çözmek daha kolay olur.



Şekil 5.27

Çözüm:

Devreden görüldüğü gibi gerilim veya akım kaynağının dönüşümüne gerek yoktur. Bu devre empedanslarla birlikte şekil 5.28 deki gibi tekrar çizilebilir.



Şekil 5.28

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{4K} = 0.25\times10^{-3} \underline{/0°} = G_1$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{1K} = 1\times10^{-3} \underline{/0°} = G_2$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{2K \underline{/90°}} = 0.5\times10^{-3} \underline{/90°} = -J0.5\times10^{-3} = B_L$$

V_1:

$$V_1(Y_1+Y_2+Y_3) = -100I$$

$$V_1 = \frac{-100 . I}{Y_1+Y_2+Y_3}$$

$$= \frac{-100 . I}{(0.25 - J0.5) + (1\times10^{-3}) + (-J0.5\times10^{-3})}$$

$$= \frac{-100\times10^3 . I}{1.25 - J0.5} = \frac{-100\times10^3 . I}{1.342 . -21.8}$$

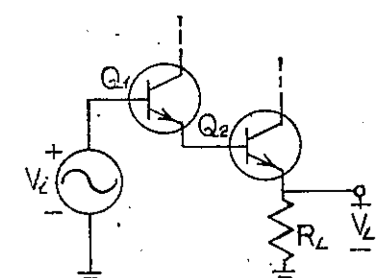
$$= -74\times10^3\ I \underline{/21.8°}$$

$$= -74\times10^3 \left(\frac{Vi}{1K}\right) \underline{/21.8°}$$

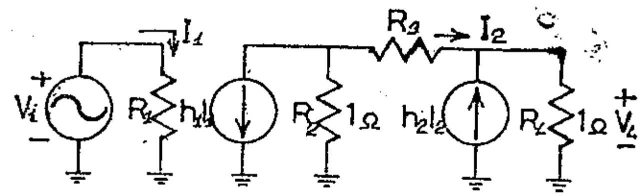
$$V_1 = V_L = -74i \underline{/21.8°}$$

ÖRNEK: 5.15

Şekil 5.29 daki transistör devresinde V_L değerinin bulunması için bu devre kolayca şekil 5.30 daki şekle dönüştürülür. Şekil 5.30 daki h_1 ve h_2 değerleri transistörün karakteristik sabitleridir. Bu devrede direnç değerleri 1 om olarak seçilmiştir. Bunun nedeni ise çözümü basitleştirmektir.



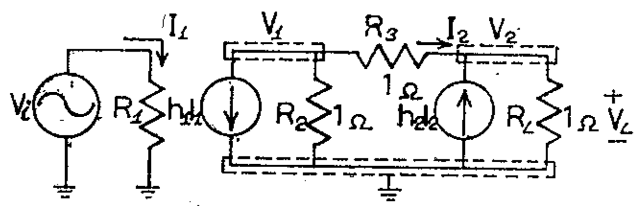
Şekil 5.29



Şekil 5.30

Çözüm:

Düğüm noktalarını tesbit etmek için devre şekil 5.31 deki gibi tekrar çizilir.



Şekil 5.31

Tipik bir örnek olarak $h_1 = h_2 = 100$ olarak seçilirse

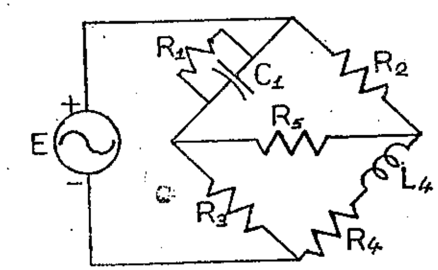
$$V_L = \frac{-100\ (101)}{3 + 100}\ V_i$$

$V_L \cong -98\ V_i$ **olur.**

5.7 (A.A.) KÖPRÜ DEVRELER

Bu bölümde reaktif elemanlardan meydana gelen köprü bir devreye alternatif akım gerilimi veya akımı tatbik ederek bu devrede gerekli hesaplamaların yapılışı incelenecektir. Bu tip devreleri çözmek için ilkin çevre akımları yöntemi ve düğüm noktaları yöntemi uygulanacaktır.

Şekil 5.32 deki devreye çevre akımları yöntemini uygulamak için aynı devreyi şekil 5.33 deki gibi çizelim.



Şekil 5.32

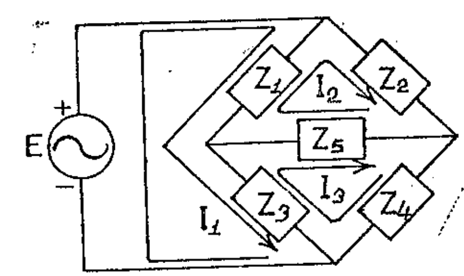
$$Z_1 = \frac{1}{Y_1} = \frac{1}{G_1 + JB_C} = \frac{G_1}{G_1^2 + B_C^2} - J\frac{B_C}{G_1^2 + B_C^2}$$

$Z_2 = R_2$

$Z_3 = R_3$

$Z_4 = R_4 + JX_L$

$Z_5 = R_5$



Şekil 5.33

$$(Z_1 + Z_3)\ I_1 - Z_1 I_2 - Z_3 I_3 = E$$
$$(Z_1 + Z_2 + Z_5)\ I_2 - Z_1 I_1 - Z_5 I_3 = 0$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{R_3} = \frac{V_1 - V_2}{1} = V_1 - V_2$$

$$I_1 = \frac{V_i}{R_1} = \frac{V_i}{1} = V_i$$

$$V_1 : \; V_1(1+1) - (1)V_2 = -h_1 I_1$$
$$V_2 : \; V_2(1+1) - (1)V_1 = h_2 I_2$$

$$2V_1 - V_2 = -h_1 V_i$$
$$2V_2 - V_1 = h_2(V_1 - V_2) = h_2 V_1 - h_2 V_2$$

$$2V_1 - V_2 = -h_1 V_i$$
$$-V_1 - h_2 V_1 + 2V_2 + h_2 V_2 = 0$$

veya

$$2V_1 - V_2 = -h_1 V_i$$
$$-(1+h_2)V_1 + (2+h_2) = 0$$

$$V_2 = V_L = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -h_1 V_i \\ -(1+h_2) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -(1+h_2) & (2+h_2) \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{-h_1(1+h_2)V_i}{4+2h_2-1-h_2}$$

$$V_L = \left[\frac{h_1(1+h_2)}{3+h_2}\right] V_i$$

$$(Z_3+Z_4+Z_5)I_3 - Z_3 I_1 - Z_5 I_2 = 0$$

$$(Z_1+Z_3)I_1 - Z_1 I_2 - Z_3 I_3 = E$$
$$-Z_1 I_1 + (Z_1+Z_2+Z_5)I_2 - Z_5 I_3 = 0$$
$$-Z_3 I_1 - Z_5 I_2 + (Z_3+Z_4+Z_5)I_3 = 0$$

Bu denkleme dikkat edilirse denklem soldan sağa doğru olan köşegene göre simetriktir. Bu devrenin dengeli olması için $I_{Z_5} = 0$ olmalıdır. Yani

$I_{Z_5} = I_2 - I_3 = 0$ Buna göre

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} Z_1+Z_3 & E & -Z_3 \\ -Z_1 & 0 & -Z_5 \\ -Z_3 & 0 & (Z_3+Z_4+Z_5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1+Z_3 & -Z_1 & -Z_3 \\ -Z_1 & Z_1+Z_2+Z_5 & -Z_5 \\ -Z_3 & -Z_5 & Z_3+Z_4+Z_5 \end{vmatrix}}$$

$$I_2 = \frac{E(Z_1 Z_3 + Z_1 Z_4 + Z_1 Z_5 + Z_3 Z_5)}{\Delta \text{ (Payda determinatıdır)}}$$

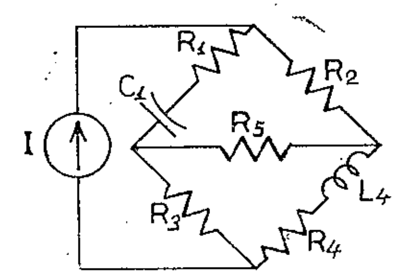
$$I_3 = \frac{E(Z_1 Z_3 + Z_{1\,4} + Z_1 Z_5 + Z_3 Z_5)}{\Delta}$$

$$I_{Z_5} = I_2 - I_3 = \frac{E(Z_1 Z_4 - Z_3 Z_2)}{\Delta}$$

$I_{Z_5} = 0$ olduğundan

$$Z_1 Z_4 = Z_3 Z_2 \qquad (I_{Z_5}) \tag{5.1}$$

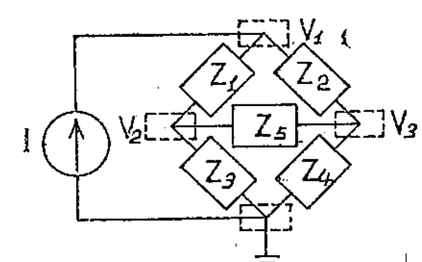
Şekil 5.34 deki devreyi düğüm noktaları analizi yöntemi kullanarak çözelim.



Şekil 5.34

Çözüm:

Devreyi empedanslarla ifade edersek şekil 5.35 deki şekli alır.



Şekil 5.35

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R_1 - JX_C}$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2}$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{R_3}$$

$$Y_4 = \frac{1}{Z_4} = \frac{1}{R_4 + JX_L}, \quad Y_5 = \frac{1}{R_5}$$

$$\begin{aligned}
(Y_1 + Y_2)\, V_1 - Y_1 V_2 - Y_2 V_3 &= I \\
(Y_1 + Y_3 + Y_5)\, V_2 - Y_1 V_1 - Y_5 V_3 &= I \\
(Y_2 + Y_4 + Y_5)\, V_3 - Y_2 V_1 - Y_5 V_2 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(Y_1 + Y_2)\, V_1 - Y_1 V_2 - Y_2 V_3 &= I \\
-Y_1 V_1 + (Y_1 + Y_3 + Y_5)\, V_2 - Y_5 V_3 &= 0 \\
-Y_2 V_1 - Y_5 V_2 + (Y_2 + Y_4 + Y_5)\, V_3 &= 0
\end{aligned}$$

ikkat edilirse kurulan denklem ilgili köşegene göre yine simetriktir. Devenin dengeli olması için $V_{Z_5} = 0$ v olmalıdır. Yani

$$V_{Z_5} = V_2 - V_3 = 0$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} Y_1 + Y_2 & I & -Y_2 \\ -Y_1 & 0 & -Y_5 \\ -Y_2 & 0 & (Y_2 + Y_4 + Y_5) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_1 & -Y_2 \\ -Y_1 & (Y_1 + Y_3 + Y_5) & -Y_5 \\ -Y_2 & -Y_5 & (Y_2 + Y_4 + Y_5) \end{vmatrix}}$$

$$V_2 = \frac{I\,(Y_1 Y_3 + Y_3 Y_2 + Y_1 Y_5 + Y_3 Y_5)}{\Delta}$$

$$V_3 = \frac{I\,(Y_1 Y_3 + Y_3 Y_2 + Y_1 Y_5 + Y_3 Y_5)}{\Delta}$$

u denkleme dikkat edilirse çevre akımları yöntemine göre elde edilen enklemin aynıdır.

$$V_{Z_5} = V_2 - V_3 = \frac{I\,(Y_1 Y_4 - Y_3 Y_2)}{\Delta}$$

$V_{Z_5} = 0$ olduğundan

$$Y_1 Y_4 = Y_3 Y_2 \qquad V_{Z_5} = 0 \text{ olur.}$$

Veya

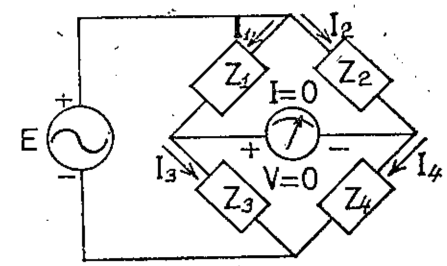
$$Y_1 = \frac{1}{Z_1}, \quad Y_2 = \frac{1}{Z_2}, \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3}, \quad Y_4 = \frac{1}{Z_4}$$

$$\frac{1}{Z_1 Z_4} = \frac{1}{Z_3 Z_2}$$

veya

$$Z_1 Z_4 = Z_3 Z_2 \qquad V_{Z_5} = 0 \tag{5.2}$$

Şimdi şekil 5.36 daki devre için dengeli durum kriterini araştıralım. Bu devrenin dengeli olabilmesi için



Şekil 5.36

I veya $V = 0$ olmalıdır.

Çünkü $I = 0$ dan

$$I_1 = I_3 \tag{5.3 a}$$

$$I_2 = I_4 \tag{5.3 b}$$

$V = 0$ olması için

$$I_1 Z_1 = I_2 Z_2 \tag{5.3 c}$$

$$I_3 Z_3 = I_4 Z_4 \tag{5.3 d}$$

Yukarıda elde edilen akım ilişkilerini denklem (5.3 d) de yerine konursa

$$I_1 Z_3 = I_2 Z_4$$

$I_2 = \frac{Z_3}{Z_4} I_1$ olur. Böylece elde edilen I_2 nin değerini denklem

.3 c) de yerine konularak

$$I_1 Z_1 = \left(\frac{Z_3}{Z_4} I_1\right) Z_2 \text{ den}$$

$$Z_1 Z_4 = Z_3 Z_2$$

ya

$$\frac{Z_1}{Z_3} = \frac{Z_2}{Z_4} \text{ olur.} \qquad (5.4)$$

Şekil 5 34 deki devrede Z_5 yerine hassas bir galvanometre bağlanır-
devre (Hay bridge) olarak anılır. Bu durumda

$$Z_1 = R_1 + JX_C$$

$$Z_2 = R_2$$

$$Z_3 = R_3$$

$$Z_4 = R_4 + JX_L$$

ı tip devreler bobinlerin direncini ölçmede veya indüktan ölçmelerde
k kullanılır.

$$Z_2 Z_3 = Z_4 Z_1 \text{ idi}$$

$$R_2 R_3 = (R_4 + JX_L)(R_1 - JX_C)$$

ya

$$R_2 R_3 = R_1 R_4 + J(R_1 X_L - R_4 X_C) + X_C X_L$$

$$R_2 R_3 + J0 = (R_1 R_4 + X_C X_L) + J(R_1 X_L - R_4 X_C)$$

ı denklemlerin bir birine eşit olması için her iki denklemin de gerçek
hayali kısımları bir birine eşit olmalıdır. Bunun için dengeli Hay bridge
vrede

$$R_2 R_3 = R_1 R_4 + X_C X_L \qquad (5.5\text{ a})$$

$$0 = R_1 X_L - R_4 X_C \qquad (5.5\text{ b})$$

ı. ve X_C nin eşitleri formülde yerine konursa

$$X_L = \omega L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_C X_L = \left(\frac{1}{\omega C}\right)(\omega L) = \frac{L}{C}$$

ve

$$R_2 R_3 = R_1 R_4 + \frac{L}{C} \quad \text{den}$$

$R_1 \omega L = \frac{R_4}{\omega C}$ Bu denklemde R_4 bulunursa

$$R_4 = (R_1 \omega L) \omega C$$

$$R_4 = \omega^2 L C R_1 \text{ olur.}$$

Elde edilen R_4 değeri denklem 5.5 a da yerine konursa

$$R_2 R_3 = R_1 (\omega^2 L C R_1) + \frac{L}{C}$$

veya

$$C R_2 R_3 = L(\omega^2 C^2 R^2_1 + 1)$$

$$L = \frac{C R_2 R_3}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2} \qquad (5.6\text{ a})$$

ve

$$R_4 = \frac{\omega^2 C^2 R_1 R_2 R_3}{1 + \omega^2 C^2 R_1^2} \qquad (5.6\text{ b})$$

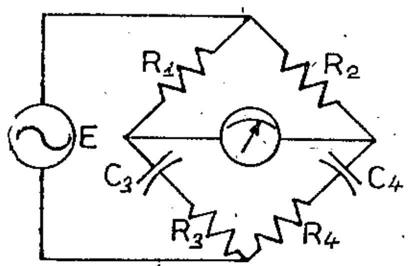
Denklem 5.5 ve 5.6 Hay bridge devrenin denge koşuludur. Dikkat edilirse bu koşul her iki denklemde de frekansa bağlıdır. Çeşitli frekans değerleri için direnç ve kondansatörün değerleri dengeli bir devre elde etmek için değiştirilmelidir. Başka bir ifadeyle direnç ve kondansatörün bileşke değeri bobinin bileşke değerine eşit yapılmalıdır. Şekil 5.35 deki Hay bridge devreye bir bobin bağlanırsa bobinin direnç ve indüktif değeri denklem 5.6 a ve 5.6 b yardımıyla bulunabilir. Eğer böyle bir devrede Z_5 in yerine hassas bir galvanometre bağlanırsa elde edilen sistem yardımıyla her hangi bir bobinin indüktansı ölçülebilir. Böyle bir ölçme için bobinin direnci

›obinin indüktansından büyük olmalıdır. Uygulamalarda bobinin indük- :ansı veya direnci formül 5.4 ü kullanarak aşağıda elde edilen formüllerle ›ulunur.

$$L = C\,R_2\,R_3 \qquad (5.7)$$

$$R_4 = \frac{R_2\,R_3}{R_1} \qquad (5.8)$$

Köprü bağlı devreler bazan kapasite mukayeseli devre olarakta anı- ırlar. Şekil 5.37 de böyle bir devre görülmektedir. Bilinmeyen kondan- :atör değeriyle buna seri bağlı direnç değeri bu yöntem yardımıyla ko- ayca bulunabilir. Böyle bir hesaplama için gerekli formüller formül 5.4 ’ardımıyla aşağıdaki şekilde elde edilir.



Kondansatör mukayeseli köprü devre

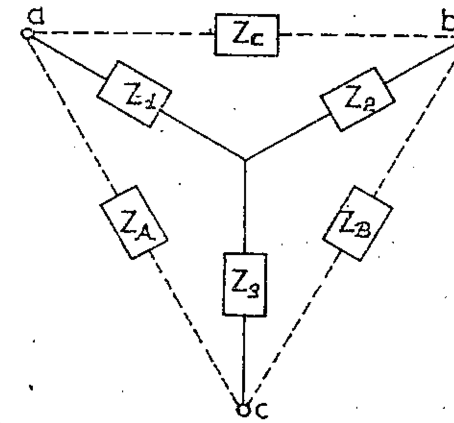
Şekil 5.37

$$C_4 = C_3\,\frac{R_1}{R_2} \qquad (5.9)$$

$$R_4 = \frac{R_2\,R_3}{R_1} \qquad (5.10)$$

5.8 Δ — Y ve Y — Δ BAĞLI DEVRELERİN BİR BİRİNE DÖNÜŞÜMÜ

Δ — Y ve Y — Δ bağlı devrelerin bir birine dönüşümü için doğru ım devrelerinde bu dönüşüm için gerekli formüllerin çıkarılması anla- mıştı. Bu bölümde bu dönüşüm formülleri tekrar edilmeyecektir. Şekil 38 de görülen yıldız bağlı bir devrenin üçgen bağlıyken elde edilecek ğerleri veya üçgen bağlı bir devrenin yıldız bağlı değerlerini bulmak n aşağıdaki formüller kullanılır.



Δ—Y Bağlı Devre

Şekil 5.38

ÜÇGENDEN YILDIZA

$$Z_1 = \frac{Z_A\,Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \qquad (5.11)$$

$$Z_2 = \frac{Z_B\,Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \qquad (5.12)$$

$$Z_3 = \frac{Z_A\,Z_B}{Z_A + Z_B + Z_C} \qquad (5.13)$$

YILDIZDAN ÜÇGENE

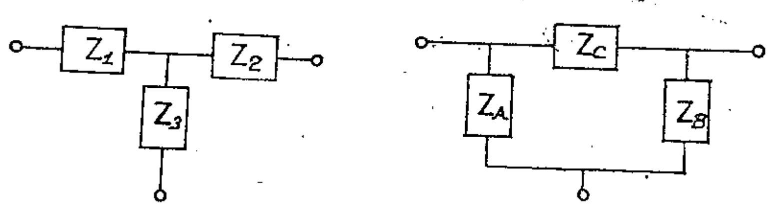
$$Z_A = \frac{Z_1\,Z_2 + Z_1\,Z_3 + Z_2\,Z_3}{Z_2} \qquad (5.14)$$

$$Z_B = \frac{Z_1\,Z_2 + Z_1\,Z_3 + Z_2\,Z_3}{Z_1} \qquad (5.15)$$

$$Z_C = \frac{Z_1\,Z_2 + Z_1\,Z_3 + Z_2\,Z_3}{Z_3} \qquad (5.16)$$

Dikkat edilirse üçgen bağlı bir devreyi yıldız bağlı bir devreye dönüştürürken yıldız devrenin her hangi bir kolunun empedansı, üçgen devrede bu kolun bağlı olduğu noktaya bağlı bulunan üçgen kollarının çarpımının üçgenin üç kolunun empedanslarının cebirsel toplamına bölümüne eşittir.

Yıldız bağlı bir devreyi üçgen bağlı bir devre haline dönüştürmek için her hangi bir üçgen kolun empedansı yıldız kolların ikişer ikişer çarpımlarının toplamını hesaplanan üçgen kolun uçlarına bağlı olmayan yıldız kolun empedansına bölünmesiyle bulunur. Şekil 5.39 da görülen T ve π devrelerin değişik şekilleri yıldız ve üçgen bağlı bir devre olarak çizilebilir. Ayrıca yıldız veya üçgen bağlı devrelerde yıldız veya üçgen kolların değerleri bir birine eşitse üçgen değeri aşağıdaki gibi bulunur.



Şekil 5.39

$$R\Delta = 3\,R\gamma \quad \text{Veya} \quad R\gamma = \frac{R\Delta}{3}$$

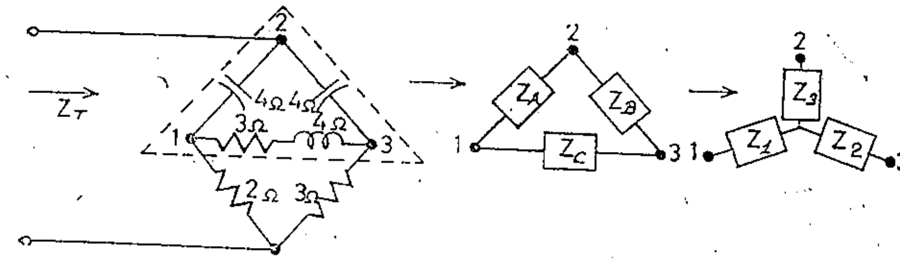
Alternatif akım devreleri için

$$Z\Delta = 3\,Z\gamma \quad \text{Veya} \quad Z\gamma = \frac{Z\Delta}{3}$$

A.A. devrelerinde kolların değerleri bu yolla bulunurken empedans bileşenlerinin açılarıda bir birine eşit veya aynı olmalıdır.

ÖRNEK: 5.16

Şekil 5.40 daki dverede Z_T değerini bulunuz.



Şekil 5.40

Çözüm:

$Z_A = -J4$

$Z_B = -J4$

$Z_C = 3 + J4$

$$Z_1 = \frac{Z_A\,Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} = \frac{(-J4)\ (3 + J4)}{-J4 - J4 + 3 + J4}$$

$$= \frac{(4\ \angle -90°)\ (5\ \angle 53°)}{3 - J4} = \frac{20\ \angle -37°}{5\ \angle -53°}$$

$$= 4\ \angle 16° = 3.84 + J1.12$$

$$Z_2 = \frac{Z_B\,Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} = \frac{(-J4)\ (3 + J4)}{5\ \angle -53°}$$

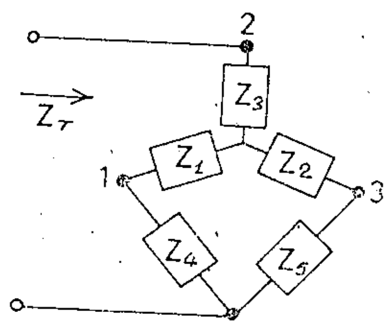
$$= 4\ \angle 16° = 3.84 + J1.12$$

Eğer yıldız veya üçgen bağlı bir devrede iki kolun değeri bir birine eşitse bunların dönüşümünden meydana gelen yeni devrenin bu iki kolunun değeride bir birine eşittir. Örneğin $Z_A = Z_B$ ise $Z_1 = Z_2$ dir.

$$Z_3 = \frac{Z_A\,Z_B}{Z_A + Z_B + Z_C} = \frac{(-J4)\ (-J4)}{5\ \angle -53°}$$

$$= \frac{16\ \angle -180°}{5\ \angle -53°} = 3.2\ \angle -127° = 1.92 - J2.55$$

Böylece elde edilen yıldız devreyi şekil 5.41 de görüldüğü gibi bağlarsak:



Şekil 5.41

$Z_1 = 3.84 + J1.12$

$Z_2 = 3.84 + J1.12$

$Z_3 = -1.92 - J2.55$

$Z_4 = 2$

$Z_5 = 3$

Z_1 ve Z_4 empedansları seri bağlı olduğu için

$Z_{T_1} = Z_1 + Z_4 = 3.84 + J1.12 + 2 = 5.84 + J1.12$
$= 5.95 \ \underline{/10.9^\circ}$

Z_2 ve Z_5 empedansları seri olduğu için

$Z_{T_2} = Z_2 + Z_5 = 3.84 + J1.12 + 3 = 6.84 + J1.12$
$= 6.92 \ \underline{/9.3^\circ}$

Z_{T_1} ve Z_{T_2} empedanslarıda bir birine paralel olduğu için

$$Z_{T_3} = \frac{Z_{T_1} Z_{T_2}}{Z_{T_1} + Z_{T_2}} = \frac{(5.95 \ \underline{/10.9^\circ}) \ (6.92 \ \underline{/9.3^\circ})}{5.84 + J1.12 + 6.84 + J1.12}$$

$$= \frac{41.2 \ \underline{/20.2^\circ}}{12.68 + J2.24} = \frac{41.2 \ \underline{/20.2^\circ}}{12.8 \ \underline{/10.1^\circ}} = 3.22 \ \underline{/10.1^\circ}$$

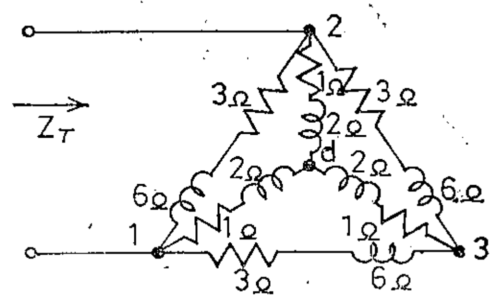
$$= 3.15 + J0.562$$

Z_{T_3} ve Z_3 empedansları bir birine seri olduğu için

$Z_T = Z_3 + Z_{T_3} = -1.92 - J2.55 + 3.15 + J0.562$
$= 1.23 - J1.99$

ÖRNEK: 5.17

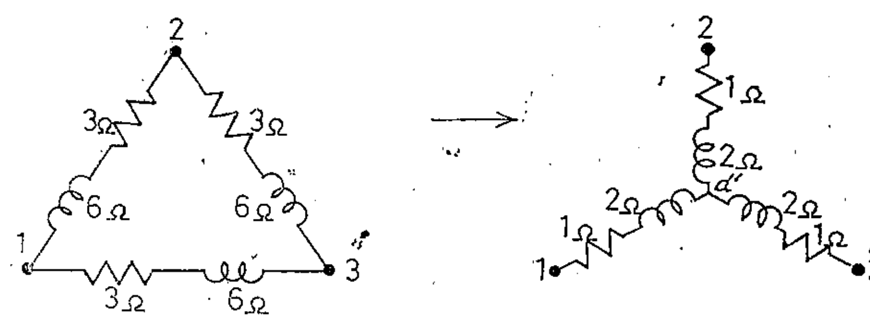
Şekil 5.42 deki devrede Z_T değerini bulunuz.



Şekil 5.42

Çözüm:

Şekil 5.43 deki üçgen bağlantıyı yıldız bağlantı şekline dönüştürelim. Üçgen bağlı devrenin bütün kol değerleri bir birine eşit olduğundan

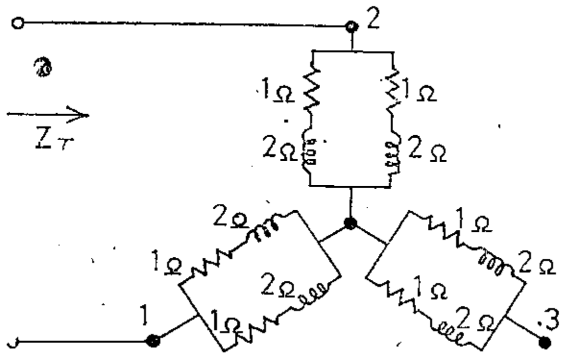


Şekil 5.43

$$Z_Y = \frac{Z\Delta}{3} = \frac{3 + J6}{3} = 1 + J2$$

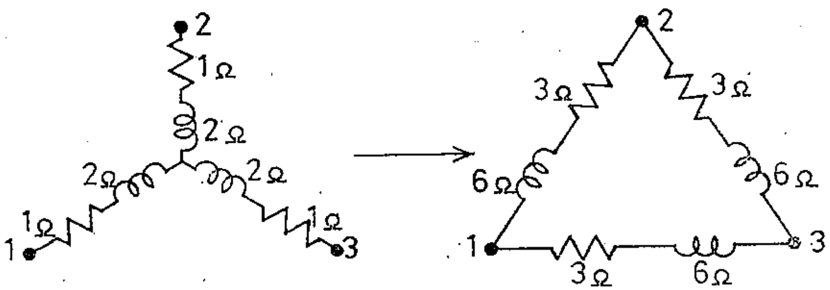
Buna göre devre şekil 5.44 deki gibi tekrar çizilirse

$$Z_T = 2\left(\frac{1 + J2}{2}\right) = 1 + J2$$



Şekil 5.44

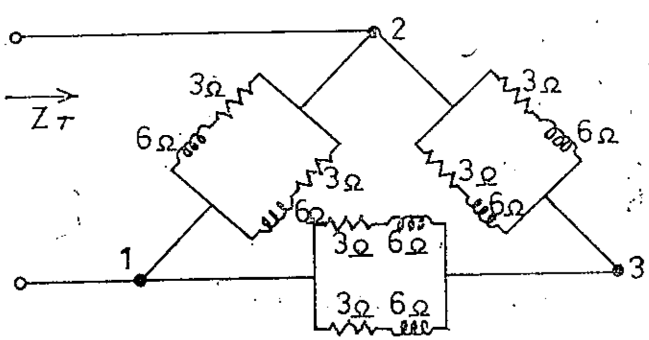
Şekil 5.45 de görüldüğü gibi yıldız bağlı devreyi üçgen bağlı bir devre şekline dönüştürürsek



Şekil 5.45

$$Z\Delta = 3Z\gamma = 3\ (1 + J2) = 3 + J6$$

Böylece elde edilen üçgen devrenin paralel kollarıyla şekil 5.46 daki gibi yeniden çizilirse



Şekil 5.46

$$Z' = \frac{3 + J6}{2} = 1.5 + J3$$

$$Z_T = \frac{Z'\ (2Z')}{Z' + 2Z'} = \frac{2\ (Z')^2}{3\ Z'} = \frac{2Z'}{3}$$

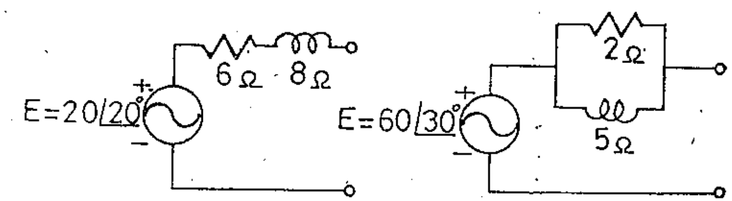
$$= \frac{2\ (1.5 + J3)}{3} = 1 + J2$$

PROBLEMLER

Bölüm 5.2

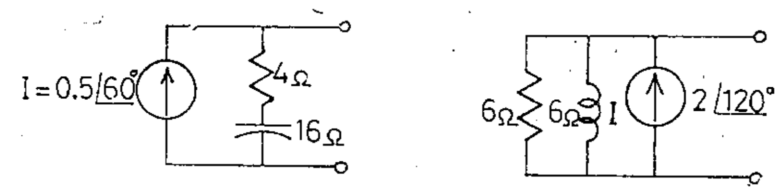
1 — Bağımsız ve bağımlı kaynaklar arasındaki farkları belirtiniz.

2 — Şekil 5.47 deki gerilim kaynağını akım kaynağına dönüştürünüz.



Şekil 5.47

3 — Şekil 5.48 deki akım kaynağını gerilim kaynağına dönüştürünüz.

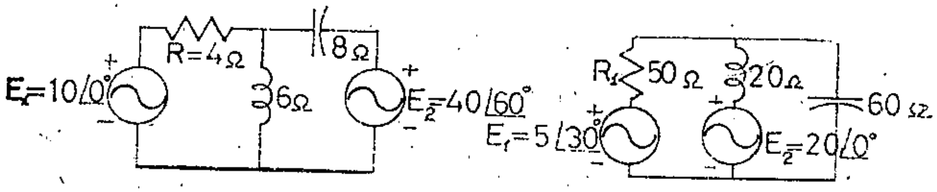


Şekil 5.48

Bölüm 5.4

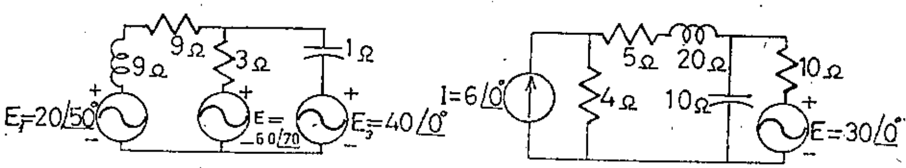
4 — a) Şekil 5.49 daki devre için gerekli denklemleri çevre akımları yöntemine göre yazınız.

b) R_1 direncinden geçen akımı bulunuz.



Şekil 5.49

5 — Problem 4 ü şekil 5.50 deki devre için tekrar ediniz.



Şekil 5.50

Bölüm 5.5

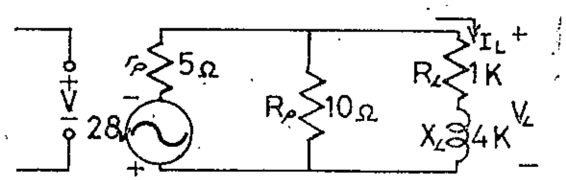
6 — a) Şekil 5.49 daki devre için çevre akımları yöntemiyle (özel yaklaşım) gerekli denklemleri yazınız.

b) Bu denklemler simetrikmidir?

c) R_1 den geçen akımı bulunuz.

7 — Problem 6 yı şekil 5.50 deki devre için tekrar ediniz.

8 — Çevre akımları yöntemiyle şekil 5.51 deki devrede i_L akımını bulunuz.



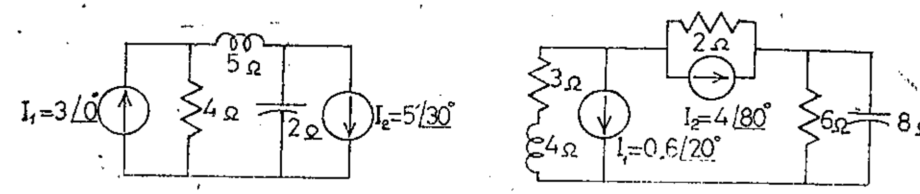
Şekil 5.51

Bölüm 5.6

9 — a) Şekil 5.52 deki devrede düğüm noktaları analizine göre denklemleri yazınız.

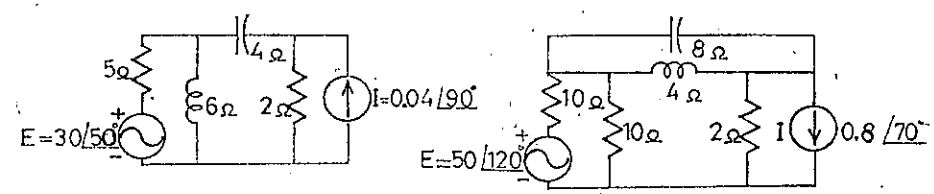
b) Denklemler simetrikmidir?

c) Düğüm noktası gerilimlerini bulunuz.



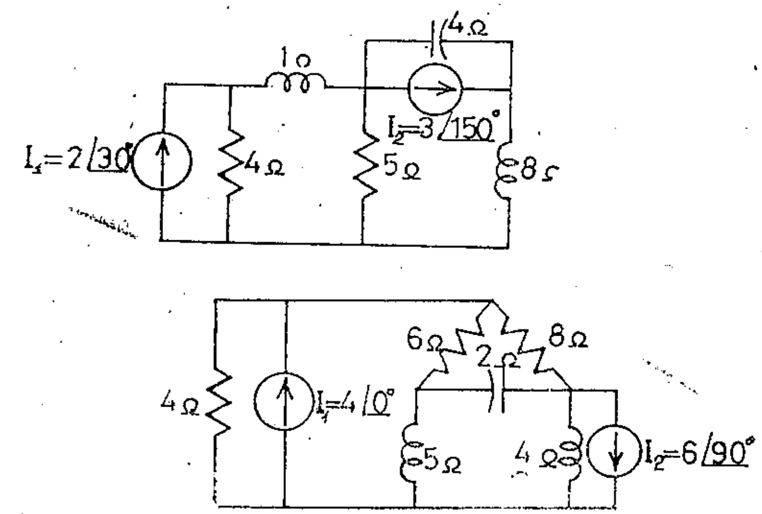
Şekil 5.52

10 — Problem 9 u şekil 5.53 deki devre için tekrar ediniz.



Şekil 5.53

11 — Problem 9 u şekil 5.54 deki devre için tekrar ediniz.



Şekil 5.54

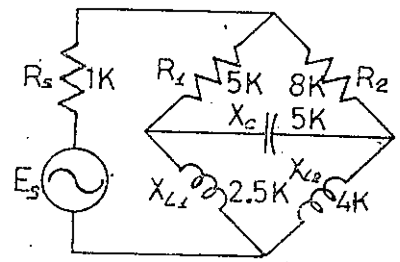
Bölüm 5.7

12 — Şekil 5.55 deki köprü devre için

a — Bu köprü devre dengelimidir?

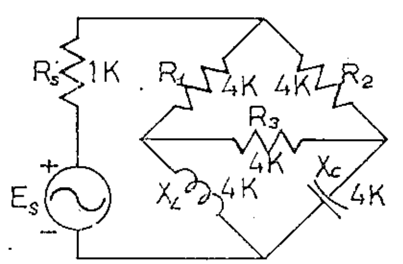
b — Çevre akımları yöntemiyle i_C akımını bulunuz.

c — Düğüm noktaları yöntemiyle V_C gerilimini bulunuz.



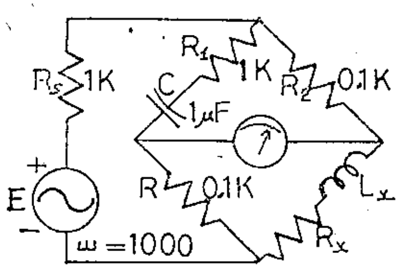
Şekil 5.55

13 — Problem 12 yi şekil 5.56 daki devre için tekrar ediniz.



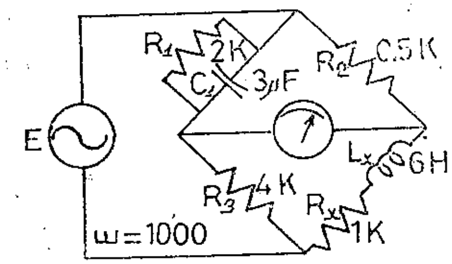
Şekil 5.56

14 — Şekil 5.57 deki Hay bridge dengeli devresinde formül (5.1) kullanarak L_X ve R_X değerlerini bulunuz.



Şekil 5.57

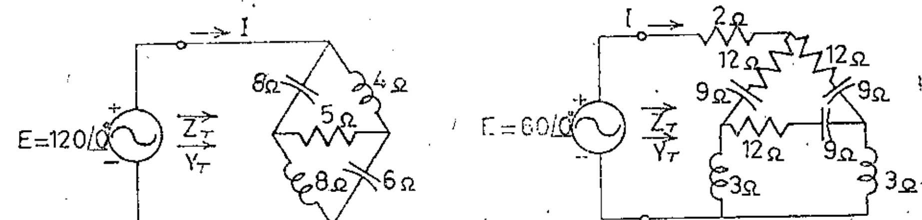
15 — Şekil 5.58 deki dvere ($\omega = 1000$). için dengelimidir?



Şekil 5.58

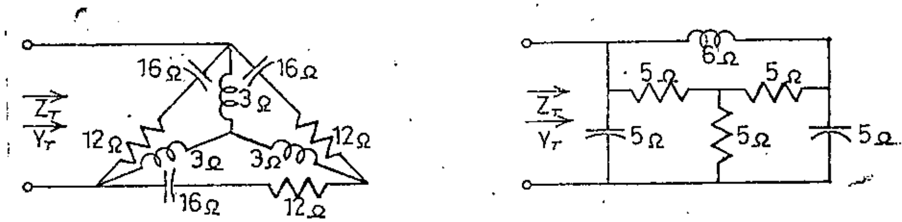
Bölüm 5.8

16 — Δ—Y veya Y—Δ dönüşüm yöntemiyle şekil 5.59 daki devrede I akımını bulunuz.



Şekil 5.59

17 — Problem 16 yı şekil 5.60 daki devre için tekrar ediniz. ($E = 100 \angle 0°$)



Şekil 5.60

A.A. DEVRE TEORÈMLERİ

6.1 GİRİŞ

Çeşitli devre teoremlerinin alternatif akım devrelerine uygulanırken teoremlerin uygulanacağı devrenin kaynak özelliğine göre (kontrol niş veya bağımlı) iki grupta toplanabilir. Bunlar bağımlı kaynaklı eler ve bağımsız kaynaklı devrelerdir.

Bu bölümde incelenecek teoremler şunlardır. Superposition, Thevenin, :on, Maksimum güç teoremleridir. Bu bölümde doğru akım devrele- ɜ kullanılan diğer teoremlere yer verilmeyecektir. Çünkü bu teorem- loğru akım devrelerinde anlatıldıkları şekilde doğrudan alternatif ı devrelerine uygulanabilirler.

6.2 SUPERPOSİTİON TEOREMİ

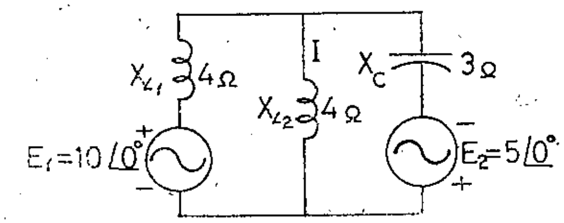
Superposition teoremi eş zamanlı lineer denklemleri çözmek için her ıak müstakil olarak döşünülür. Bu teoremle her kaynağın etkisini ıak için o kaynağın dışında kalan kaynaklar devreden çıkarılır. Bunu ıak için gerilim kaynakları sıfıra indirgenir. Yani bu kaynaklar kı- evre edilir. Akım kaynaklarını sıfıra indirgemek için açık devre bağ- . Yani devrenin uçları açık bırakılır. Böylece devrenin bir bölümün- uç gerilimi veya geçen akım her bir kaynağın değeri cebirsel olarak ınır ve istenilen toplam akım veya gerilim bulunur. Bu yöntemin natif akım devrelerine uygulanmasındaki değişiklik sadece bağım- :aynaklardır. Ayrıca alternatif akım devrelerinde empedans ve vek- r kullanılır. Bu değerler doğru akım devreleri için dirençler ve ger- sayılardır.

Superposition teoremi alternatif akım devrelerinde güç etkileri için pek uygulanmaz. Çünkü şu anda düşünülen sinüsoidal olmayan bir alter-natif akımdır. Superposition teoremine göre çözülecek alternatif akım devrelerinde ilk önce bağımsız kaynaklı devreler ele alınacaktır.

BAĞIMSIZ KAYNAKLAR

ÖRNEK: 6.1

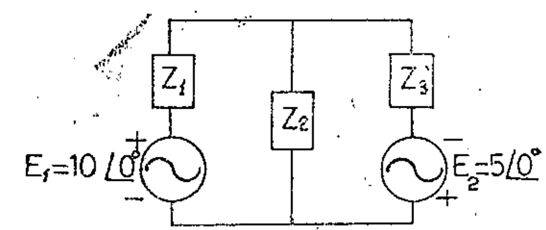
Superposition teoremini kullanarak şekil 6.1 deki devrede 4 omluk reaktanstan geçen akımı bulunuz.



Şekil 6.1

Çözüm:

Devreyi şekil 6.2 deki gibi tekrar çizersek



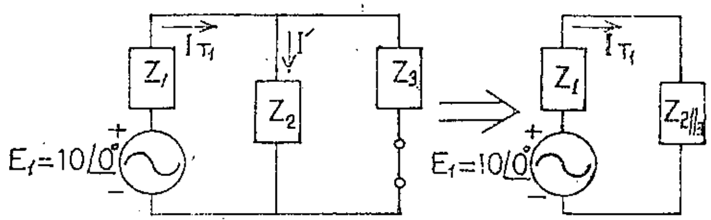
Şekil 6.2

$Z_1 = J4$

$Z_2 = J4$

$Z_3 = -J3$

İlk önce E_1 gerilim kaynağının etkilerini bulalım. Şekil 6.3



Şekil 6.3

$$Z_2\|Z_3 = \frac{Z_2\ Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

$$= \frac{(J4)\ (-J3)}{J4 - J3} = 12\ \angle -90°$$

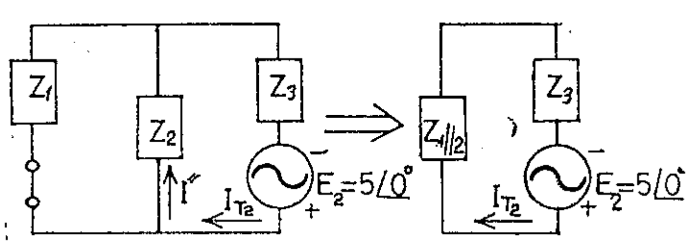
$$I_{T_1} = \frac{E_1}{Z_2\|Z_3 + Z_1} = \frac{10\ \angle 0°}{-J12 + J4} = \frac{10\ \angle 0°}{8\ \angle -90°}$$

$$= 1.25\ \angle 90°$$

$$I' = \frac{Z_2\ I_{T_1}}{Z_2 + Z_3} \quad \text{(Akım bölme kaidesi)}$$

$$I' = \frac{(-J3)\ (J1.25)}{J4 - J3} = \frac{3.75}{J} = 3.75\ \angle -90°$$

E_2 gerilim kaynağının bu devreye olan etkisini düşünelim. Şekil 6.4



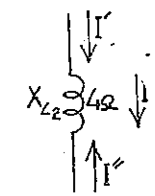
Şekil 6.4

$$Z_1\|Z_2 = \frac{Z_1}{N} = \frac{J4}{2} = J2$$

$$I_{T_2} = \frac{E_2}{Z_1\|Z_2 + Z_3} = \frac{5\ \angle 0°}{J2 - J3} = \frac{5\ \angle 0°}{1\ \angle -90°} = 5\ \angle 90°$$

$$I'' = \frac{I_{T_2}}{2} = 2.5\ \angle 90°$$

Böylece 4 omluk reaktanstan geçen toplam akım şekil 6.5 deki gibidir.



Şekil 6.5

$$I = I' - I''$$

$$= 3.75\ \angle -90° - 2.50\ \angle 90°$$

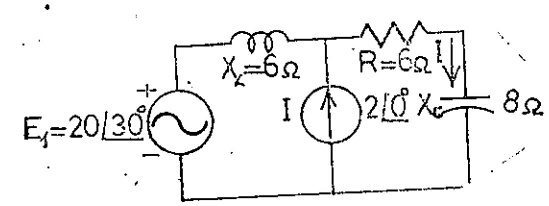
$$= -J3.75 - J2.50$$

$$= -J6.25$$

$$I = 6.25\ \angle -90°$$

ÖRNEK: 6.2

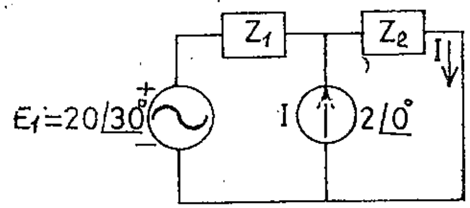
Superposition teoremini kullanarak şekil 6.6 daki devrede 6 omluk dirençten geçen akımı bulunuz.



Şekil 6.6

Çözüm:

Devre şekil 6.7 deki gibi tekrar çizilirse.

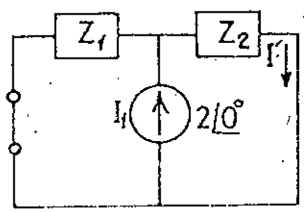


Şekil 6.7

$Z_1 = J6$

$Z_2 = 6 - J8$

Şekil 6.8 deki devrede gerilim kaynağının etkisi akım bölme kaidesi ıgulanarak bulunursa



Şekil 6.8

$$I' = \frac{Z_1 \; I_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{J6 \;(2)}{J6 + 6 - J8}$$

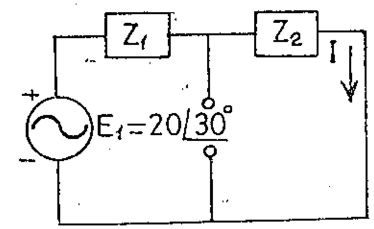
$$= \frac{J12}{6 - J2} = \frac{12 \;\underline{/90^\circ}}{6.32 \;\underline{/-18.3^\circ}}$$

$I' = 1.9 \;\underline{/108.3^\circ}$

Şekil 6.9 daki devrede gerilim kaynağının etkisini bulmak için devye om kanunu uygulanırsa

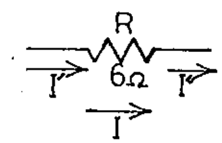
$$I'' = \frac{E_1}{Z_T} = \frac{E_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{20 \;\underline{/30^\circ}}{6.32 \;\underline{/-18.3^\circ}}$$

$I'' = 3.16 \;\underline{/48.3^\circ}$



Şekil 6.9

Şekil 6.10 daki devrede 6 om luk dirençten geçen akım



Şekil 6.10

$I = I' + I''$

$= 1.9 \;\underline{/108.3^\circ} + 3.16 \;\underline{/48.3^\circ}$

$= (-0.595 + J1.81) + (2.1 + J2.36)$

$= 1.505 + J4.17$

$I = 4.43 \;\underline{/70.2^\circ}$

ÖRNEK: 6.3

Şekil 6.6 daki devrede 6 om luk direnç uçlarındaki gerilimi bulunuz.

Çözüm:

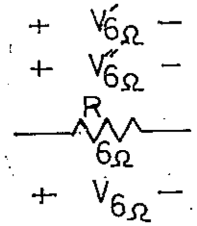
Akım kaynağı için

$V'_{6\Omega} = I' \; 6 = (1.9 \;\underline{/108.3^\circ}) \;(6) = 11.4 \;\underline{/108.3^\circ}$

Gerilim kaynağı için

$V''_{\Omega 6} = I'' \; 6 = (3.16 \;\underline{/48.3^\circ}) \;(6) = 18.9 \;\underline{/48.3^\circ}$

Şekil 6.11 de görülen 6 om luk direnç uçlarındaki gerilim.



Şekil 6.11

$$V_{6\Omega} = V'_{6\Omega} + V''_{6\Omega}$$
$$= 11.4 \ \underline{/108.3^\circ} + 18.9 \ \underline{/3^\circ}$$
$$= (-3.57 + J10.8) + 12.6 + J14.1)$$
$$= 9.03 + J24.9$$

$V_{6\Omega} = 25.6 \ \underline{/70.2^\circ}$ Bu sonucu kontrol edersek

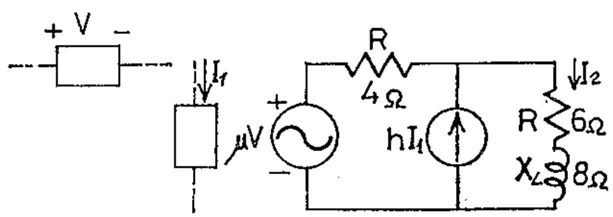
$V_{6\Omega} = I \ (6) = (4.43 \ \underline{/70.2^\circ}) \ (6) = 26.5 \ \underline{/70.2^\circ}$

BAĞIMLI KAYNAKLAR

Superposition teoreminin uygulandığı devrelerde bağımlı kaynaklar için onun kontrol değişkeni devre tarafından tesbit edilemez. Bu teoremin bağımlı kaynaklı dverelere uygulanması tıpkı bağımsız kaynaklı devrelerde olduğu gibidir. Devrenin çözümü basitce kontrol değişkeni ile elde edilir.

ÖRNEK: 6.4

Superposition teoremini kullanarak şekil 6.12 deki devrede I_2 akımını bulunuz. Bu devrede μ ve h değerleri sabittir.

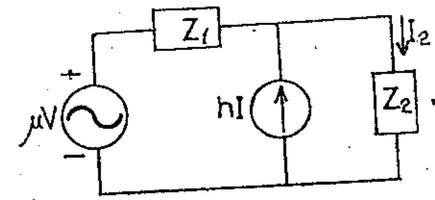


Şekil 6.12

Çözüm:

Devreyi empedanslar yardımıyla yeniden çizersek.

Şekil 6.13

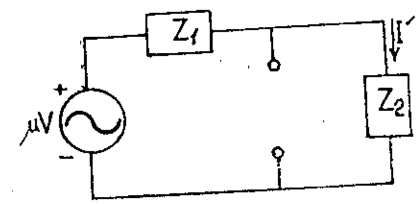


Şekil 6.13

$Z_1 = 4$

$Z_2 = 6 + 8$

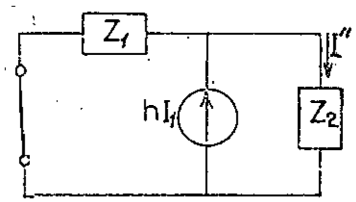
Gerilim kaynağı için şekil 6.14



Şekil 6.14

$$I' = \frac{\mu V}{Z_1 + Z_2}$$
$$= \frac{\mu V}{4 + 6 + J8}$$
$$= \frac{\mu V}{10 + J8}$$
$$I' = \frac{\mu V}{12.8 \ \underline{/38.7^\circ}} = 0.078 \ \mu V \ \underline{/-38.7^\circ}$$

Akım kaynağı için şekil 6.15



Şekil 6.15

$$I'' = \frac{Z_1 \ (h\,I)}{Z_1 + Z_2} = \frac{4 \ (h\,I)}{12.8 \ \angle 38.7^\circ}$$

$$= 4 \ (0.078) \ h\,I \ \angle -38.7^\circ$$

$$I'' = 0.312 \ h\,I \ \angle -38.7^\circ$$

Akım

$$I_2 = I' + I''$$

$$= 0.078 \ \mu V \ \angle -38.7^\circ + 0.312 \ h\,I \ \angle -38.7^\circ$$

$$V = 10 \ \angle 0^\circ$$

$$I = 20 \times 10^{-3} \ \angle 0^\circ$$

$$\mu = 20$$

$$h = 100$$

$$I_2 = 0.078 \ (20) \ (10) \ \angle -38.7^\circ + 0.312 \ (100) \ (20 \times 10^{-3}) \ \angle -38.7^\circ$$

$$= 15.6 \ \angle -38.7^\circ + 0.624 \ \angle -38.7^\circ$$

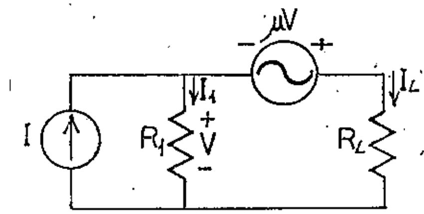
$$I_2 = 16.224 \ \angle -38.7^\circ$$

Bağımlı devreler için kontrol değişkeni teoremin uygulandığı devre tarafından tesbit edilir ve bağımlı değişken kontrol değişkeni sıfır olmadıkça bağımlı değişkende sıfır olmaz. Örnek 6.4 de görüldüğü gibi bağımlı değişken içeren devrelerde superposition teoremi her bir bağımsız kaynak için uygulanır ve devrenin değerlendirilen bölümünde bağımlı kaynak kontrol değişkeni içermez. Burada tekrar vurgulanmalıdır ki bağımlı kaynaklar bir enerji kaynağı değildirler.

Başka bir ifadeyle eğer bütün bağımsız kaynaklar devreden çıkarılırsa o anda bütün akım ve gerilimler sıfır olur.

ÖRNEK: 6.5

Şekil 6.16 daki devrede R_L den geçen I_L akımını bulunuz.



Şekil 6.16

Çözüm:

Bu devreye dikkat edilirse kontrol değişkeni V devrenin analiz edilen kısmı tarafından tesbit edilir. Yukarıda vurgulandığı gibi bağımlı kaynak, V değeri sıfır olmadıkça sıfır olmaz. Eğer I dğeerini sıfır yaparsak devre emk kaynaksızlığından dolayı $V = 0$ veya $\mu V = 0$ olur. Bu koşullar altında i_L akımıda sıfır olur. Böylece şekil 6.16 daki devre ye superposition teoremi uygulanırken kaynak devreden çıkarılmaz.

Yukarıdaki devreye Kırchhoff'un gerilim kanunu uygulanırsa

$$V_L = V + \mu V = V\,(1 + \mu)$$

$$I_L = \frac{(1 + \mu)\,V}{R_L}$$

Sonuç I amper olarak bulunmak zorundadır. Çünkü V ve μ V değerleri bağımlı değişkenlerdir.

Kırchhoff'un akım kanunu uygulanırsa

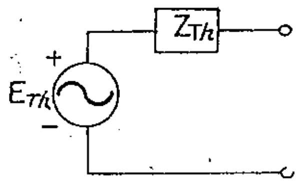
$$I_L = \frac{(1 + \mu)\,V}{R_L} = \frac{(1 + \mu)}{R_L}\left[I \Big/ \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1 + \mu}{R_L}\right)\right]$$

$$I_L = \frac{(1 + \mu)\,R_1\,I}{R_L + (1 + \mu)\,R_1}$$

6.3 THEVENİN TEOREMİ

Sinüsoidal alternatif akım devreleri anlatılırken vurgulandığı gibi Thevenin teoremi sadece direnç yerine empedansı içerir. Bu teorem alternatif akım devreleri için aşağıdaki gibi ifade edilir.

Lineer alternatif akım devrelerinde her hangi iki terminal bir gerilim kaynağı ve buna seri bağlı bir empedansı içeren bir devre olarak düşünülbeilir. Şekil 6.17. Devrenin reaktansları frekansa bağlı olduğundan devrelerin Thevenin eşiti frekansın tek bir değeri için eş değerdir. Thevenin teoreminin alternatif akım ve doğru akım devrelerine uygulanırken doğru akım için direnç alternatif akım için ise empedans olarak ifade edilir. Ayrıca bağımlı ve bağımsız kaynaklar bu teoremde ayrı ayrı işlem görürler.



Şekil 6.17

BAĞIMSIZ KAYNAKLAR

1 — Devrenin Thevenin eşiti bulunacak parçasının uçları esas devreden ayrılır.

2 — Devrenin geri kalan iki terminali (0, .) işaretiyle işaretlenir.

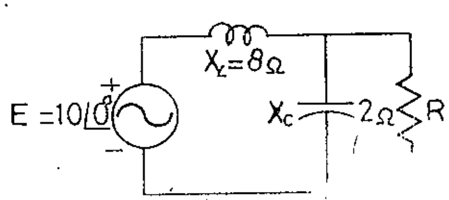
3 — Devrenin geri kalan kısmında bulunan bütün akım ve gerilim kaynakları sıfıra indirgenir ve Z_{Th} değeri hesaplanır. Bu değer iki terminal arasındkai empedans değeridir. (Gerilim kaynağını sıfırlamak için açık devre yöntemi kullanılır)

4 — Önce gerilim kaynağı ve akım kaynağı yerlerine bağlanır ve iki terminal uçlarındaki açık devre gerilimi E_{Th} değeri bulunur.

5 — Devrenin daha önceden ayrılan kısmı tekrar yerine bağlanmak suretiyle Thevenin eşiti ile birlikte devrenin yeni şekli tekrar çizilir.

ÖRNEK: 6.6

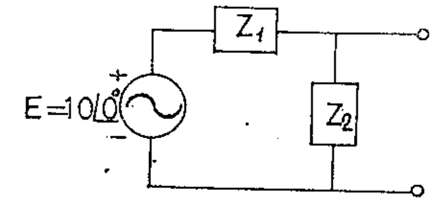
Şekil 6.18 deki devrenin R direncine göre Thevenin eşitini bulunuz.



Şekil 6.18

Çözüm:

İş sırası 1 ve 2 şekil 6.19

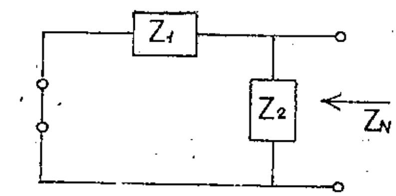


Şekil 6.19

$Z_1 = J8$

$Z_2 = -J2$

İş sırası 3 ve şekil 6.20

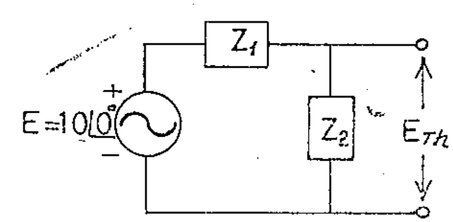


Şekil 6.20

$$Z_{Th} = \frac{Z_1\ Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(J8)\ (-J2)}{J8 - J2} = \frac{-J^2\ 16}{J6} = \frac{16}{6\ \underline{/90^\circ}}$$

$$Z_{Th} = 2.67\ \underline{/-90^\circ}$$

İş sırası 4 şekil 6.21

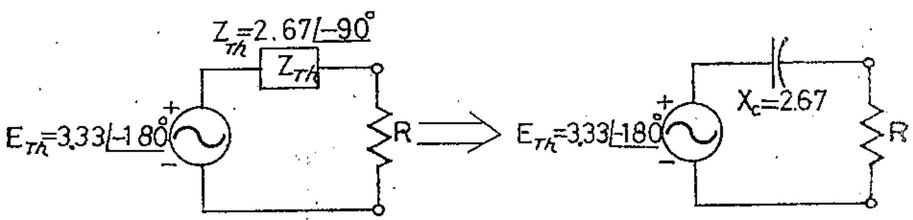


Şekil 6.21

$$E_{Th} = \frac{Z_2\ E}{Z_1 + Z_2} \quad \text{(Gerilim bölme kaidesi)}$$

$$E_{Th} = \frac{(-J2)\ (10)}{J8 - J2} = \frac{-J20}{J6} = 3.33\ \angle -180^\circ$$

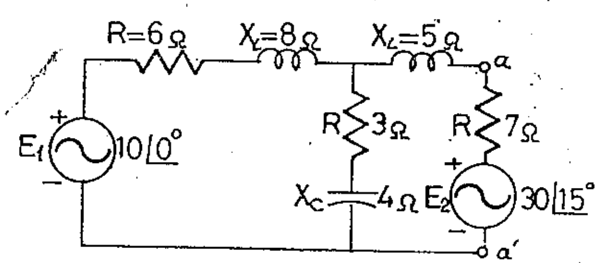
İş sırası 5 şekil 6.22 devrenin Thevenin eşiti



Şekil 6.22

ÖRNEK: 6.7

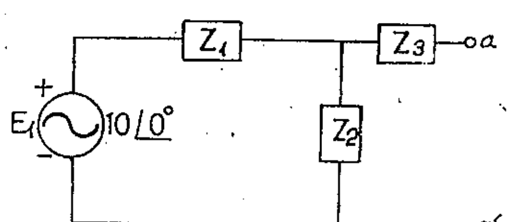
Şekil 6.23 deki devrede a-a' terminaline göre Thevenin eşitini bulunuz.



Şekil 6.23

Çözüm:

İş sırası 1 ve 2, devreyi empedanslarla birlikte yeniden çizersek şekil 6.24



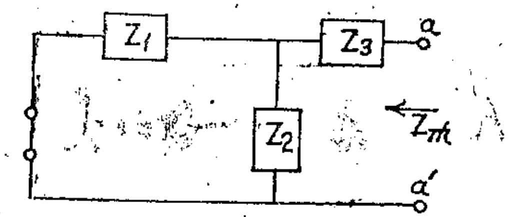
Şekil 6.24

$Z_1 = 6 + J8$

$Z_2 = 3 - J4$

$Z_3 = J5$

İş sırası 3 şekil 6.25



Şekil 6.25

$$Z_{Th} = Z_3 + \frac{Z_1\ Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$= J5 + \frac{(10\ \angle 53^\circ)\ (5\ \angle -53^\circ)}{(6 + J8) + (3 - J4)}$$

$$= J5 + \frac{50\ \angle 0^\circ}{9 + J4} = J5 + \frac{50\ \angle 0^\circ}{9.85\ \angle 23.9^\circ}$$

$$= J5 + 5.07\ \angle -23.9^\circ = J5 + 4.6 - J2.03$$

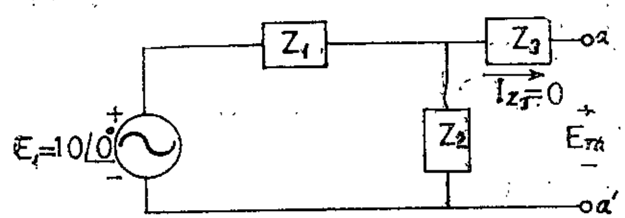
$$Z_{Th} = 4.6 + J2.97$$

İş sırası 4, şekil 6.26 a-a' terminali açık devre olduğu için $I_{Z_3} = 0$ dır. Böylece E_{Th} değeri Z_2 empedansında düşen gerilime eşittir.

$$E_{Th} = \frac{Z_2\ E}{Z_2 + Z_1} \quad \text{(Gerilim bölme kaidesi)}$$

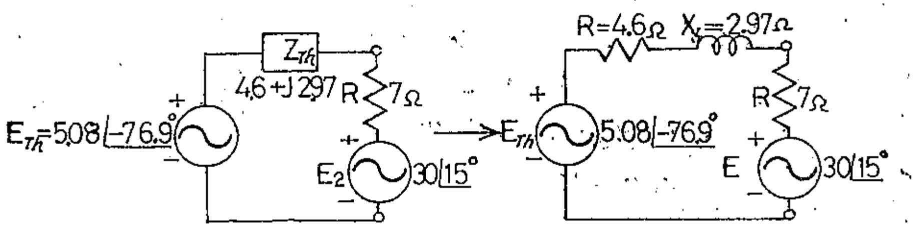
$$= \frac{(5\ \angle -53^\circ)\ (10\ \angle 0^\circ)}{9.85\ \angle 23.9^\circ}$$

$$E_{Th} = \frac{50\ \angle -53^\circ}{9.85\ \angle 23.9^\circ} = 5.08\ \angle -76.9^\circ$$



Şekil 6.26

İş sırası 5, şekil 6.27 devrenin Thevenin eşiti.

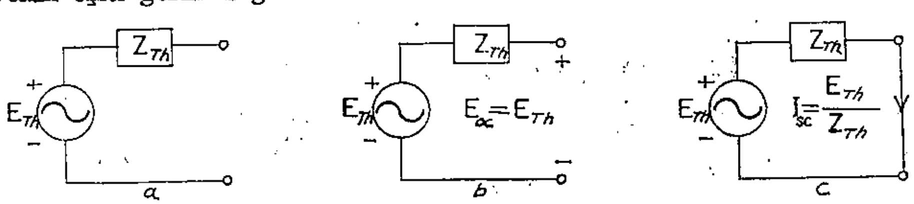


Şekil 6.27

BAĞIMLI KAYNAKLAR

Kontrol değişkenli ve bağımlı kaynaklar içermeyen devrelere ait işlemler bundan önceki bölümde incelenmiştir. Bağımlı kaynaklı ve kontrol değişkenli devrelere veya devre bölümlerinde bu teoremin uygulanabilmesi için başka bir yöntem gereklidir. Bu bölümdeki örneklerle bu yöntemlerin nasıl uygulanacağı gösterilecektir. Bu gibi devrelerde bağımlı kaynakların miktarı sınırlı değildir. Bu yöntemler doğru akım ve alternatif akım için geçerlidir.

Devre çözümünde geliştirilen yöntemler ve Thevenin teoremi bu bölümdeki örnekler için çok iyi bir uygulama alanıdır Şekil 6.28 a da ve b de açık devre terminal gerilimi ($E_{aç}$) ile Thevenin eşiti devrenin Thevenin eşiti gerilimi görülmektedir.



Şekil 6.28

$$E_{aç} = E_{Th} \tag{6.1}$$

Şekil 6.28 c de görüldüğü gibi eğer harici terminaller kısa devre edilirse kısa devre akımı tesbit edilebilir.

$$I_k = \frac{E_{Th}}{Z_{Th}} \tag{6.2}$$

veya

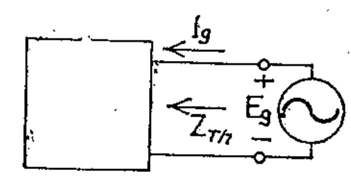
$$Z_{Th} = \frac{E_{Th}}{I_k}$$

$$Z_{Th} = \frac{E_{aç}}{I_k} \tag{6.3}$$

6.1 ve 6.3 deki formüllerin ifade ettiği gibi her hangi bir lineer doğru akım veya alternatif akım bağımlı veya bağımsız kaynaklı devrelerde eğer devrenin bir bölümünde açık devre gerilimi aynı iki terminalin kısa devre akımı süresince tesbit edilirse devrenin Thevenin eşiti biliniyor demektir. Bu düşünce aşağıdaki bir kaç örneğin incelenmesinde kolayca anlaşılabilir. Bu yöntemin faydası oldukça açıktır. Kısa devre akımı I_k devrenin Thevenin empedansı Z_{Th} yi bulmak için gereklidir. Bunun dışında devredeki bütün kyanaklardan bu değeri bulmak oldukça zordur.

Bunlardan başka bir devrenin Thevenin eşitini bulmak için üçüncü bir yöntem daha vardır. Devrenin Thevenin gerilimi bundan önceki iki yöntem yardımıyla bulunur. Bir devrenin Thevenin empedansını bulmak için devrenin o bölümünün terminallerine emk kaynağı bağlanır ve kaynağın akımı şekil 6.29 da görüldüğü gibi tesbit edilir. Bu yöntem için orjinal devrenin gerilim kaynağı sıfıra indirgenir. Böylece devrenin Thevenin empedansı aşağıdaki formülle hesaplanır.

$$Z_{Th} = \frac{E_g}{I_g} \tag{6.4}$$

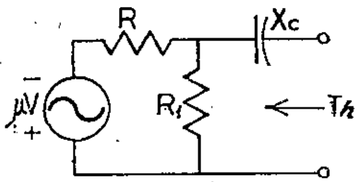


Şekil 6.29

Dikkat edilirse her yöntem için $E_{Th} = E_{aç}$ olmakla beraber empedansın bulunuş yöntemi değişiktir. Aşağıdaki örneklerden ilk ikisi elektronik devrelerde çok sık karşılaşılan devrelerdir. Bu örneklerde devreler bağımlı kaynaklarla harici kontrol değişkenini içerirler.

ÖRNEK: 6.8

Yukarıda anlatılan her üç yöntem yardımıyla şekil 6.30 daki devrenin Thevenin eşitini bulunuz.



Şekil 6.30

Çözüm:

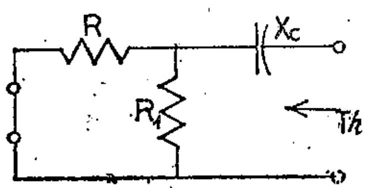
Her üç yöntem yardımıyla Thevenin gerilim aynı şekilde bulunur. Şekil 6.30 daki şekilden $I_{xc} = 0$ dır.

V nin polaritesinden dolayı

$$V_{R_1} = E_{Th} = E_{aç} = -\frac{R_1(\mu V)}{R_1 + R} = -\frac{\mu R_1 V}{R_1 + R}$$

Her üç yöntemle devrenin Thevenin empedansını bulalım.

Yöntem 1: Şekil 6.31

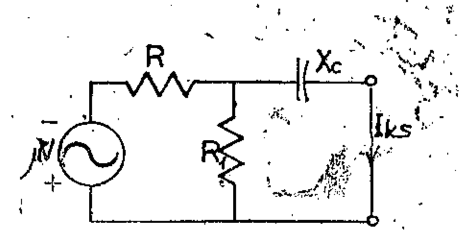


Şekil 6.31

$$Z_{Tc} = R \parallel R_1 - JX_c$$

Yöntem 2:

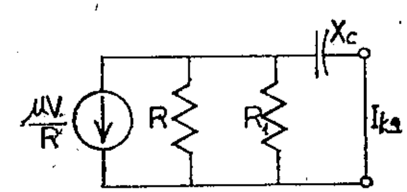
Şekil 6.32, bunun için gerilim kaynağını akım kaynağına çevirirsek şekil 6.33 deki devre elde edilir.



Şekil 6.32

$$I_{ks} = \frac{-(R\|R_1)\dfrac{\mu V}{R}}{(R\|R_1) - JXc} = \frac{-\dfrac{R_1 R}{R_1 + R}\left(\dfrac{\mu V}{R}\right)}{(R\|R_1) - JXc}$$

$$= \frac{\dfrac{-\mu R_1 V}{R + R_1}}{(R\|R_1) - JXc} \quad \text{(Akım bölme kaidesiyle)}$$

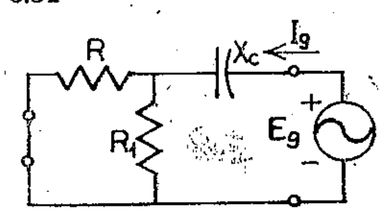


Şekil 6,33

$$Z_{Th} = \frac{E_{aç}}{I_{ks}} = \frac{\dfrac{-\mu R_1 V}{R_1 + R}}{\dfrac{\dfrac{-\mu R_1 V}{R + R_1}}{(R\|R_1) - JXc}} = \frac{1}{\dfrac{1}{(R\|R_1) - JXc}}$$

$$= R\|R_1 - JXc$$

Yöntem 3: Şekil 6.34



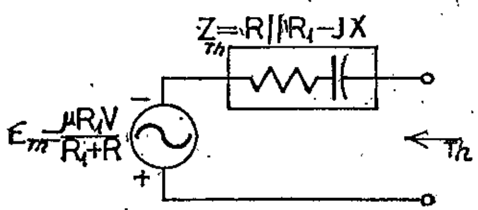
Şekil 6.34

$$I_g = \frac{E_g}{(R \| R_1) - JX_C}$$

ve

$$Z_{Th} = \frac{E_g}{I_g} = R \| R_1 - JX_C$$

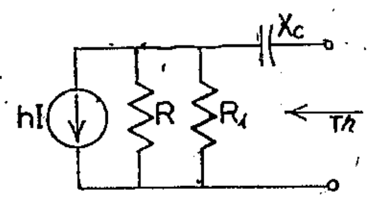
Yukarıdaki sonuçlardan görüldüğü gibi her üç dudumdada Thevenin empedansı aynıdır. Bu hesaplamalar sonucu elde edilen Thevenin eşiti devre şekil 6.35 de görüldüğü gibidir.



Şekil 6.35

ÖRNEK: 6.9

Örnek 6.8 i şekil 6.36 daki devre için tekrar ediniz.



Şekil 6.36

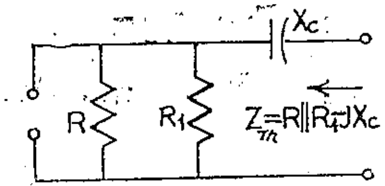
Çözüm:

Şekil 6.36 daki devrede E_{Th}

$$E_{Th} = E_{aç} = - h\,I\,(R \| R_1) = \frac{h\;R\;R_1\;I}{R + R_1}$$

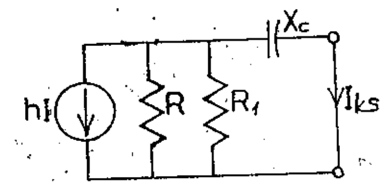
Yöntem 1: Şekil 6.37

$$Z_{Th} = R \| R_1 - JX_C$$



Şekil 6.37

Yöntem 2: Şekil 6.38



Şekil 6.38

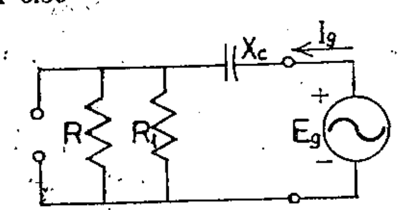
$$I_{ks} = \frac{-(R \| R_1)\,h\,I}{(R \| R_1) - JX_C}$$

ve

$$Z_{Th} = \frac{E_{aç}}{I_{ks}} = \frac{-h\;I\;(R \| R_1)}{\dfrac{-(R \| R_1)\;h\,I}{(R \| R_1) - JX_C}} = R \| R_1 - JX_C$$

$$Z_{Th} = R \| R_1 - JX_C$$

Yöntem 3: Şekil 6.39



Şekil 6.39

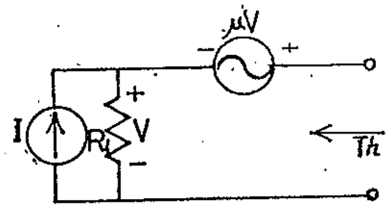
$$I_g = \frac{E_g}{(R \| R_1) - JX_C}$$

$$Z_{Th} = \frac{E_g}{I_g} = R \| R_1 - JX_C$$

Bu bölümdeki devre bağımlı kaynak içeren bir devredir. Bu yüzden ... bölümün başlangıcında anlatılan bağımsız kaynaklar için anlatılan yöntemler bu devrelerin çözümünü zorlaştırmaktadır.

ÖRNEK: 6.10

Şekil 6.40 daki devrenin Thevenin eşitini bulunuz. Bu devreyi çözerken daha evvel anlatılan yöntemleri uygulayınız ve sonuçları karşılaştırınız.



Şekil 6.40

Çözüm:

Kırchhoff'un gerilim kanununu uygularsak

$E_{Th} = V + \mu V = (1 + \mu) V$

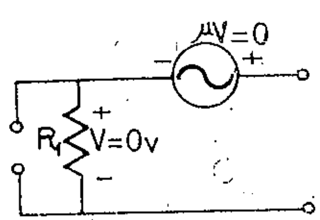
$V = R_1 . I$

$E_{Th} = (1 + \mu)\ I R_1$

Z_{Th} :

Yöntem 1: Şekil 6.41, $I = 0, V$ ve $\mu V = 0$ olduğundan

$Z_{Th} \neq R_1$ (Yanlış)

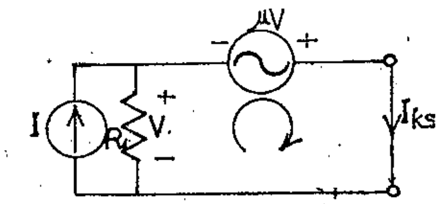


Şekil 6.41

Yöntem 2: Şekil 6.42 deki devreye Kırchhoff'un gerilim kanunu uygulanırsa

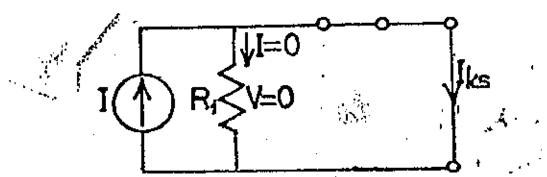
$V + \mu V = 0$

$V (1 + \mu) = 0$



Şekil 6.42

Yukarıdkai formülde μ pozitif ve sabittir ve eşitliğin sıfır olması için $V = 0$ olmalıdır. Bu değeri şekil 6.42 deki devreye uygularsak şekil 6.43 deki devre elde edilir.

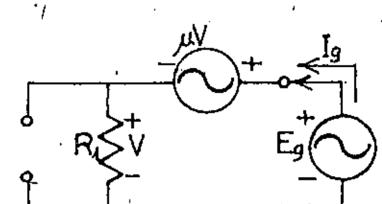


Şekil 6.43

$I_{ks} = I$

$$Z_{Th} = \frac{E_{ac}}{I_{ks}} = \frac{(1 + \mu)\ I R_1}{I} = (1 + \mu)\ R_1 \quad \text{(Doğru)}$$

Yöntem 3: Şekil 6.44



Şekil 6.44

$$E_g = V + \mu V = (1 + \mu) V$$

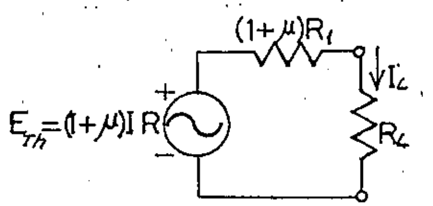
veya

$$V = \frac{E_g}{1 + \mu}$$

$$I_g = \frac{V}{R_1} = \frac{E_g}{(1 + \mu) R_1}$$

$$Z_{Th} = \frac{E_g}{I_g} = (1 + \mu) R_1 \quad \text{(Doğru)}$$

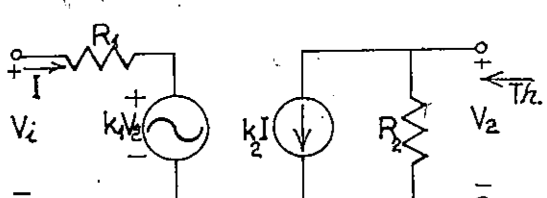
Yukarıdaki devrenin Thevenin eşiti şekil 6.45 de görülmektedir. Böylece elde edilen sonuç örnek 6.5 de elde edilen sonucun aynıdır.



Şekil 6.45

$$I_L = \frac{(1 + \mu) R_1 I}{R_L + (1 + \mu) R_1}$$

Şekil 6.46 da temel bir transistör devresinin eş değer devre diyağramı görülmektedir. Bu devreyi kullanmak veya adepte etmek için onun karakteristik değerini bilmek gereklidir. Dikkat edilirse bağımlı gerilim ve akım kaynaklarını içerir. Bu kaynakların her biri devredeki değişkenler tarafından kontrol edilir.



Şekil 6.46

Örnek 6.46 daki devrenin Thevenin eşitini bulunuz. Bu devrenin Thevenin eşitini bulmak için ikinci yöntemi uygularsak

E_{Th} :

$$E_{aç} = V_2$$

$$I = \frac{V_i - k_1 V_2}{R_1} = \frac{V_i - k_1 E_{aç}}{R_1}$$

ve

$$E_{aç} = -k_2 I R_2 = -k_2 R_2 \left(\frac{V_i - k_1 E_{aç}}{R_1}\right)$$

$$= \frac{-k_2 R_2 V_i}{R_1} + \frac{k_1 k_2 R_2 E_{aç}}{R_1}$$

veya

$$E_{aç} \left(1 - \frac{k_1 k_2 R_2}{R_1}\right) = \frac{-k_2 R_2 V_i}{R_1}$$

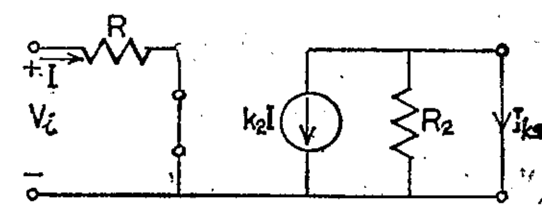
ve

$$E_{aç} \left(\frac{R_1 - k_1 k_2 R_2}{\cancel{R_1}}\right) = \frac{-k_2 R_2 V_i}{\cancel{R_1}}$$

$$E_{aç} = \frac{-k_2 R_2 V_i}{R_1 - k_1 k_2 R_2} = E_{Th} \qquad (6.5)$$

I_{ks} :

Şekil 6.47 deki devrede



Şekil 6.47

$$V_2 = 0$$

$$k_1 V_2 = 0$$

$$I = \frac{V_i}{R_1}$$

$$I_{ks} = -k_2\, I = \frac{-k_2\, V_i}{R_1}$$

$$Z_{Th} = \frac{E_{aç}}{I_{ks}} = \frac{\dfrac{-k_2 R_2 V_i}{R_1 - k_1 k_2 R_2}}{\dfrac{-k_2\, V_i}{R_1}} = \frac{R_1\; R_2}{R_1 - k_1 k_2 R_2}$$

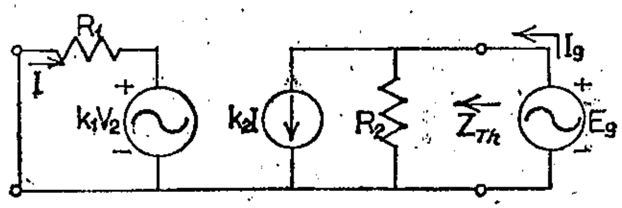
$$Z_{Th} = \frac{R_2}{1 - \dfrac{k_1 k_2 R_2}{R_1}} \qquad (6.6)$$

Uygulamalarda k_1 değeri yaklaşık olarak sıfır alınır. Böylece Thevenin gerilimi ve empedansı aşağıdaki gibi bulunur.

$$E_{Th} = \frac{-k_2 R_2 V_i}{R_1} \quad (k_1 = 0) \qquad (6.7)$$

$$Z_{Th} = R_2 \qquad (k_1 = 0) \qquad (6.8)$$

$Z_{Th} = \dfrac{E_g}{I_g}$ değeri devrede yerine konursa şekil 6.48 deki devre elde edilir.



Şekil 6.48

$$I = \frac{-k_1 V_2}{R_1}$$

$$V_2 = E_g$$

$$I = \frac{-k_1 E_g}{R_1}$$

Kirchhoff'un akım kanunu uygulanırsa

$$I_g = k_2\, I + \frac{E_g}{R_2} = k_2\left(-\frac{k_1 E_g}{R_1}\right) + \frac{E_g}{R_2}$$

$$= E_g\left(\frac{1}{R_2} - \frac{k_1 k_2}{R_1}\right)$$

$$\frac{I_g}{E_g} = \frac{R_1 - k_1 k_2 R_2}{R_1 R_2}$$

veya

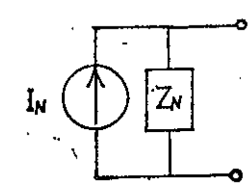
$$Z_{Th} = \frac{E_g}{I_g} = \frac{R_1 R_2}{R_1 - k_1 k_2 R_2}$$

Yukarıdaki örneklerden anlaşıldığı gibi bu yöntemlerin her ikiside her hangi bir doğru akım veya alternatif akım devrelerine uygulanabilir. Bu devreler sadece bağımsız kaynaklıdır veya diğer çeşitlerin bağımlı kaynaklı olanlarıdır.

6.4 NORTON TEOREMİ

Bundan önceki bölümde anlatılan her üç yöntemde her biri değiştirilmek suretiyle devre çözümü için kullanılabilir. Çünkü Thevenin ve Norton empedansları belirli bir devre için aynıdır. Burada ilk önce bağımsız kaynaklı devreler ve daha sonra bağımlı kaynaklara ait teknikler kullanılacaktır.

Norton teoreminde her hangi bir iki terminalli lineer alternatif akım devresi bir akım kaynağı ve empedans içeren başka bir devre şekline dönüştürülebilir. Şekil 6.49 Norton eş değer devresinde Thevenin eş değer devresi gibi belli bir frekans değeri için uygulanabilir. Çünkü bütün reaktanslar frekansa bağlıdırlar.



Şekil 6.49

BAĞIMSIZ KAYNAKLAR

Norton teoremine göre devrenin eş değerini bulmak için takip edilecek iş sırası aşağıdaki gibidir. Bu teoremin doğru akım devrelerine uygulanmasıyla alternatif akım devrelerine uygulanması arasındaki fark sadece direnç yerine empedans kullanılmasıdır.

1 — Devrenin Norton eşiti bulunacak kısmı esas devreden ayrılır.

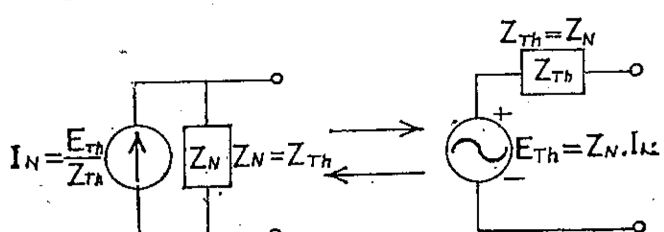
2 — Norton eşiti bulunacak geri kalan devrenin uçları (0, .) işaretiyle işaretlenir.

3 — Devrenin Norton empedansını (Z_N) hesaplamak için bütün gerilim ve akım kaynakları sıfıra indirgenir. (Gerilim için kısa devre akım için açık devre) ve terminal uçlarından bakılarak empedans bulunur.

4 — Devrenin Norton akımını (I_N) bulmak için gerilim ve akım kaynakları yerlerine bağlanır ve terminal uçları kısa devre edilmek suretiyle devrenin I_N akımı bulunur.

5 — Birinci maddede devreden ayrılan parça Norton eşiti terminallerine bağlanmak suretiyle devre tekrar çizilir.

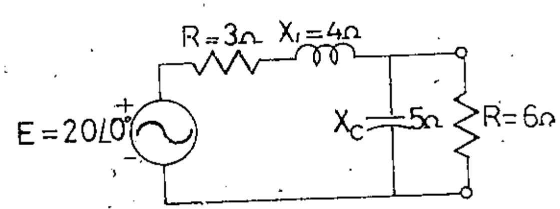
Norton ve Thevenin eş değer devreleri akım ve gerilim kaynaklarını bir birine dönüştürmek suretiyle bulunabilir. Şekil 6.50 Kaynakların bir birine dönüşümü bağımlı veya bağımsız kaynaklar için olasıdır.



Şekil 6.50

ÖRNEK: 6.12

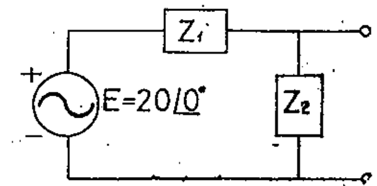
Şekil 6.51 deki devrenin 6 om luk dirence göre Norton eşitini **bulunuz.**



Şekil 6.51

Çözüm:

İş sırası 1 ve 2 şekil 6.52

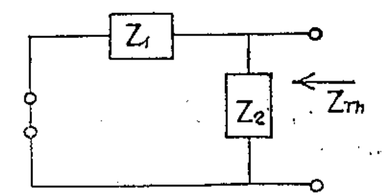


Şekil 6.52

$Z_1 = 3 + J4 = 5 \angle 53°$

$Z_2 = —J5$

İş sırası 3, şekil 6.53



Şekil 6.53

$$Z_N = \frac{Z_1\ Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(5 \angle 53°)\ (5 \angle —90°)}{3 + J4 — J5} = \frac{25 \angle —37°}{3 — J1}$$

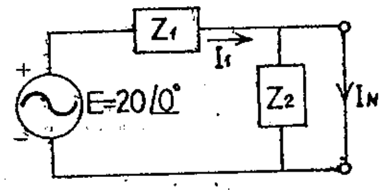
$$Z_N = \frac{25 \angle —37°}{3.17 \angle —18.4°} = 7.9 \angle —18.6° = 7.5 — J2.53$$

$$Z_N = = 7.5 — J2.53$$

İş sırası 4, şekil 6.54

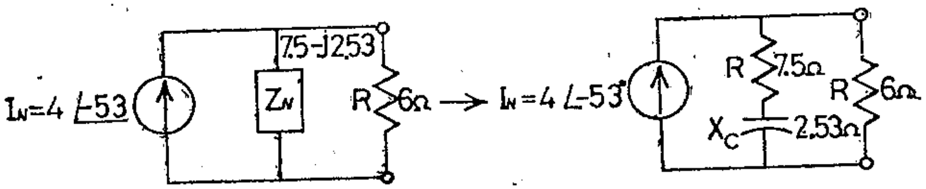
$$I_N = I_1 = \frac{E}{Z_1} = \frac{20 \angle 0°}{5 \angle 53°}$$

$$I_N = 4 \angle —53°$$



Şekil 6.54

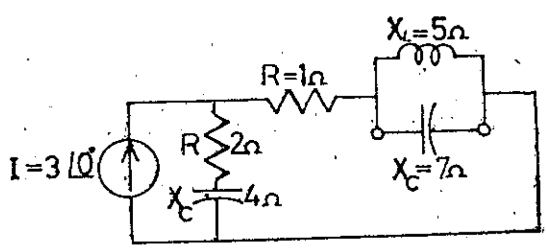
İş sırası 5, şekil 6.55 orjinal devrenin eş değeri



Şekil 6.55

ÖRNEK: 6.13

Şekil 6.56 daki devrenin Norton eşitini 7 om luk kapasitif reaktansın uçlarına göre bulunuz.



Şekil 6.56

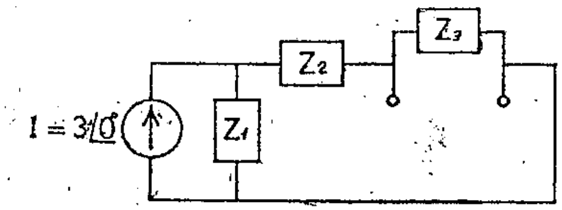
Çözüm:

İş sırası 1 ve 2, şekil 6.57

$Z_1 = 2 - J4$

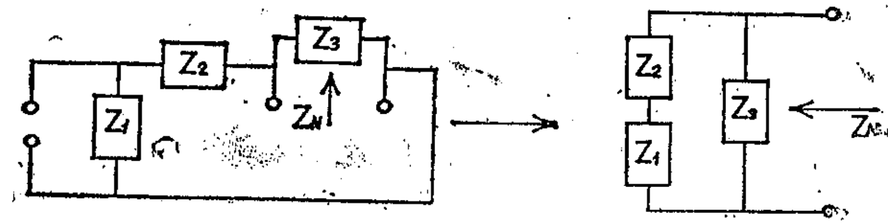
$Z_2 = 1$

$Z_3 = J5$



Şekil 6.57

İş sırası 3, şekil 6.58



Şekil 6.58

$$Z_N = \frac{Z_3 + (Z_1 + Z_2)}{Z_3 (Z_1 + Z_2)}$$

$$Z_1 + Z_2 = 2 - J4 + 1 = 3 - J4 = 5 \angle{-53^\circ}$$

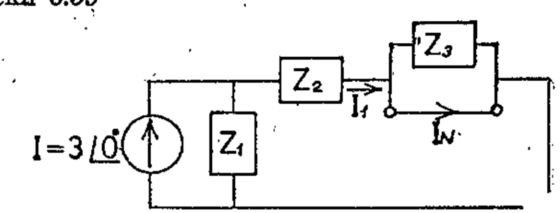
$$Z_N = \frac{(5 \angle 90^\circ)\ (5 \angle{-53^\circ})}{J5 + 3 - J4} = \frac{25 \angle 37^\circ}{3 + J1}$$

$$= \frac{25 \angle 37^\circ}{3.17 \angle 18.4^\circ}$$

$$= 7.9 \angle 18.6^\circ = 7.5 + J2.53$$

$$Z_N = 7.5 + J2.53$$

İş sırası 4, şekil 6.59



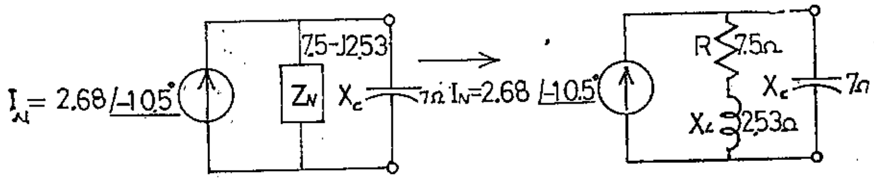
Şekil 6.59

$$I_N = I_1 = \frac{Z_1\ I}{Z_1 + Z_2} \quad \text{(Akım bölme kaidesi)}$$

$$I_N = I_1 = \frac{(2 - J4)\ (3)}{3 - J4} = \frac{6 - J12}{5\ \underline{/-53^\circ}} = \frac{13.4\ \underline{/-63.5^\circ}}{5\ \underline{/-53^\circ}}$$

$$I_N = I_1 = 2.68\ \underline{/-10.5^\circ}$$

İş sırası 5, şekil 6.60, orjinal devrenin Norton eş değer devre şemasıdır.



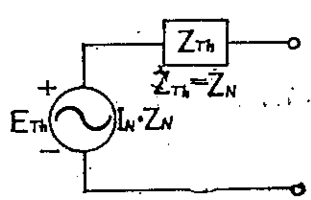
Şekil 6.60

ÖRNEK: 6.14

Şekil 6.56 daki devrenin Thevenin eş değerini 7 om luk kapasitif reaktansın uçlarına göre bulunuz.

Çözüm:

Kaynakların bir birine dönüşümüyle şekil 6.61 deki devre elde edilir.



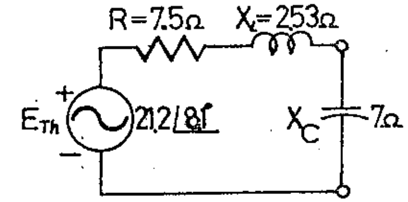
Şekil 6.61

$$Z_{Th} = Z_N = 7.5 + J2.53$$

$$E_{Th} = I_N\, Z_N = (2.68\ \underline{/-10.5^\circ})\ (7.9\ \underline{/18.6^\circ})$$

$$E_{Th} = 21.2\ \underline{/81^\circ}$$

Orjinal devrenin Thevenin eşiti şekil 6.62 de görülmektedir.

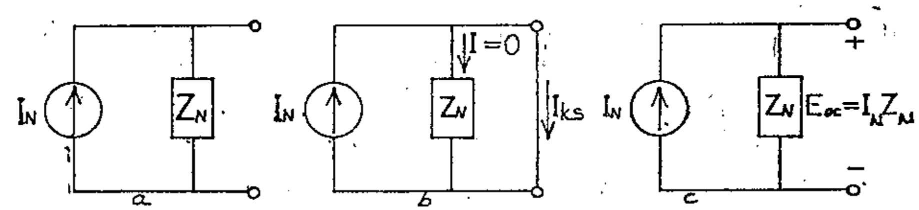


Şekil 6.62

BAĞIMLI KAYNAKLAR

Thevenin teoreminde ifade edildiği gibi kontrol değişkenli bağımlı kaynaklar Norton teoreminde devre tarafından tesbit edilemez. Başka çeşit bağımlı kaynaklar için aşağıdaki iş sıralarından biri uygulanmak zorundadır. Bu işlemlerin hepside ister bağımlı kaynaklı isterse bağımsız kaynaklı devre olsun uygulanabilir. Ancak bağımlı kaynak devrenin aranan parçası tarafından kontrol edilemez.

Şekil 6.63 a da ve b de Norton eş değer devreleri görülmektedr.



Şekil 6.63

Bu devreler için

$$I_{ks} = I_N \text{ dir} \tag{6.9}$$

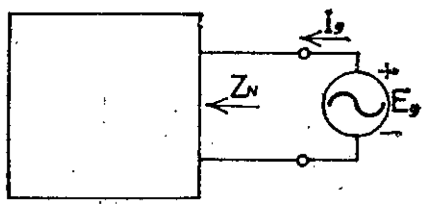
Şekil 6.63 c deki devrede

$$E_{aç} = I_N\, Z_N$$

veya

$$Z_N = \frac{E_{aç}}{I_{ks}} \tag{6.10}$$

Devrenin Norton empedansı bu devreye bir akım kaynağı ile E_g gerilimi uygulamak suretiyle devreden geçen I_g akımı şekil 6.64 de görüldüğü gibi bulunur. Bu dverede bütün bağımlı ve bağımsız kaynaklar devredeki değişken tarafından kontrol edilemezler. Böylece devrede araştırılan kısmın değişkeni sıfıra indirgenmiş olur.

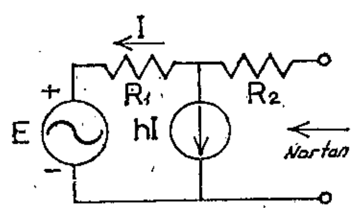


Şekil 6.64

$$Z_N = \frac{E_g}{I_g} \qquad (6.11)$$

ÖRNEK: 6.15

Bağımlı kaynaklar için anlatılan bütün yöntemleri kullanarak şekil 6.65 deki devrenin Norton eş değerini bulunuz.



Şekil 6.65

Çözüm:

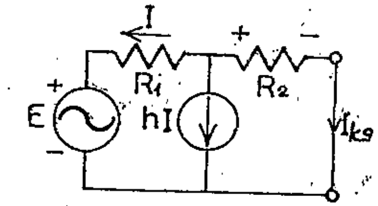
I_N :

Her yöntem için I_N aynı yolla bulunur. Şekil 6.66 daki devreye Kirchhoff'un akım kanununu uygularsak

$$0 = I + hI + I_{ks}$$

veya

$$I_{ks} = -(1 + h)\, I$$



Şekil 6.66

Kirchhoff'un gerilim kanununa göre

$$E + IR_1 - I_{ks} R_2 = 0$$

$$IR_1 = I_{ks} R_2 - E$$

$$I = \frac{I_{ks} R_2 - E}{R_1}$$

$$I_{ks} = -(1 + h)\, I = -(1 + h) \left(\frac{I_{ks} R_2 - E}{R_1} \right)$$

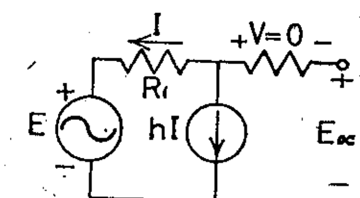
$$R_1 I_{ks} = -(1 + h)\, I_{ks} R_2 + (1 + h)\, E$$

$$I_{ks} [R_1 + (1 + h)\, R_2] = (1 + h)\, E$$

$$I_{ks} = \frac{(1 + h)\, E}{R_1 + (1 + h)\, R_2} = I_N$$

Z_N :

Yöntem 1: $E_{aç}$ değerini bulmak için şekil 6.67 deki devreye Kirchoff'un kanunu uygulanırsa



Şekil 6.67

$$0 = I + hI \text{ veya } I\,(h + 1) = 0$$

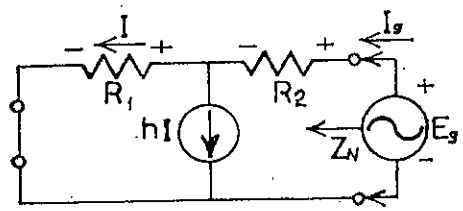
h değeri için, pozitif değerli I akımı sıfıra eşit olmalıdır.

$$I = 0 \text{ ve } Ih = 0$$

$$E_{\text{aç}} = E$$

$$Z_N = \frac{E_{\text{aç}}}{I_{\text{kı}}} = \frac{E}{\dfrac{(1+h)\,E}{R_1 + (1+h)\,R_2}} = \frac{R_1 + (1+h)\,R_2}{(1+h)}$$

Yöntem 2: Şekil 6.68 deki devreye Kırchhoff'un akım kanunu uygulanırsa



Şekil 6.68

$$I_g = I + I\,h = (1+h)\,I$$

Kırchhoff'un gerilim kanununa göre

$$E_g - I_g R_2 - I R_1 = 0$$

$$I = \frac{E_g - I_g R_2}{R_1}$$

$$I_g = (1+h)\,I = (1+h)\left(\frac{E_g - I_g Z_2}{R_1}\right)$$

$$I_g R_1 = (1+h)\,E_g - (1+h)\,I_g R_2$$

$$E_g\,(1+h) = I_g\,[R_1 + (1+h)\,R_2]$$

veya

$$Z_N = \frac{E_g}{I_g} = \frac{[R_1 + (1+h)\,R_2]}{1+h}$$

ÖRNEK: 6.16

Şekil 6.46 daki devrenin Norton eş değerini bulunuz.

Çözüm:

Kaynakları bir birine dönüştürerek

$$I_N = \frac{E_{Th}}{Z_{Th}} = \frac{\dfrac{-k_2 R_2 V_i}{R_1 - k_1 k_2 R_2}}{\dfrac{R_1 R_2}{R_1 - k_1 k_2 R_2}}$$

$$I_N = \frac{-k_2 V_i}{R_1} \qquad (6.12)$$

$I_{\text{kı}}$ daha evvel aynı örnekte bulunduğu için

$$Z_N = Z_{Th} = \frac{R_2}{1 - \dfrac{k_1 k_2 R_2}{R_1}} \qquad (6.13)$$

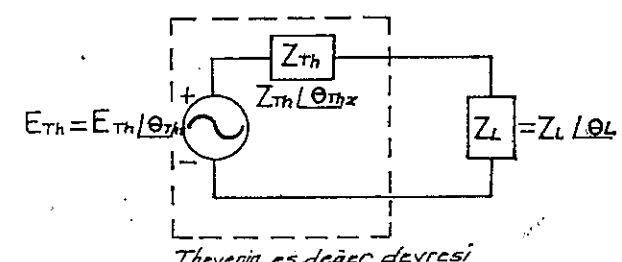
$k_1 = 0$ değeri için

$$I_N = \frac{-k_2 V_i}{R_1} \qquad (k_1 = 0) \qquad (6.14)$$

$$Z_N = R_2 \qquad (k_1 = 0) \qquad (6.15)$$

6.5 MAKSİMUM GÜÇ TEOREMİ

Alternatif akım devrelerinde maksimum güç teoremi şöyle ifade edilir. Her hangi bir yükte sarfedilen maksimum güç, bu yükün empedansı Thevenin empedansının eşleniği ise maksimumdur. Şekil 6.69 daki devrede maksimum transfer gücü aşağıdaki gibi bulunur.

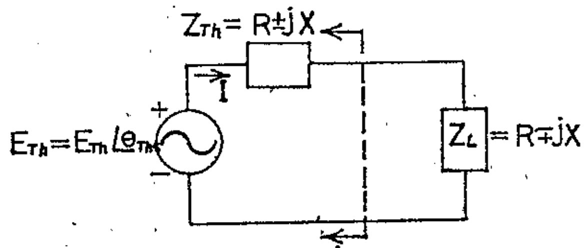


Şekil 6.69

$$Z_L = Z_{Th} \text{ ve } \theta_L = -\theta_{Th} \qquad (6.16)$$

$$Z_L = R_{Th} \text{ ve } \pm JX_L = \mp JX_{Th} \qquad (6.17)$$

Bu koşullar devrenin toplam empedansını tamamen omik yapar. Şekil 6.70 de görüldüğü gibi



Şekil 6.70

$$Z_T = (R \pm JX) + (R \mp JX)$$

$$Z_T = 2\,R \qquad (6.18)$$

Devre tamamen omik olduğundan maksimum güç transferi koşulları altında devrenin güç faktörü birdir. Yani

$$F_p = 1 \quad \text{(Maksimum güç transferi)} \qquad (6.19)$$

Şekil 6.70 deki devrede I akımının büyüklüğü

$$I = \frac{E_{Th}}{Z_T} = \frac{E_{Th}}{2\,R}$$

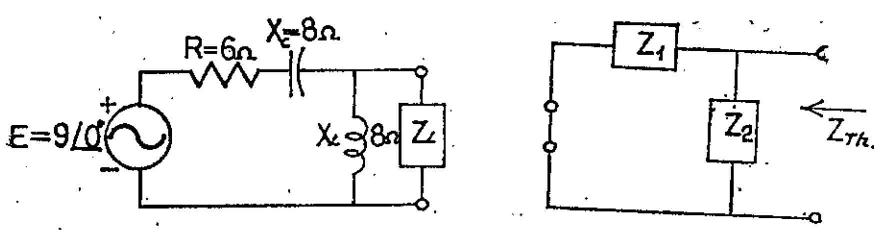
Yükün maksimum gücü

$$P_m = I^2 R = \left(\frac{E_{Th}}{2R}\right)^2 R$$

$$P_m = \frac{E^2_{Th}}{4\,R} \qquad (6.20)$$

ÖRNEK: 6.17

Şekil 6.71 deki devrede maksimum güç için yükün empedansını bulunuz.



Şekil 6.71

Çözüm:

$$Z_1 = 6 - J8 = 10 \;\angle -53°$$

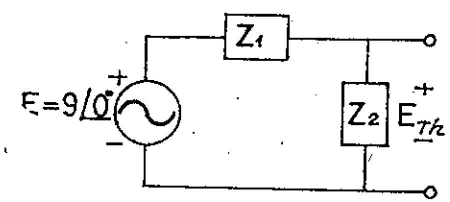
$$Z_2 = J8$$

$$Z_{Th} = \frac{Z_1\,Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(10\;\angle -53°)\;(8\;\angle 90°)}{6 - J8 + J8} = \frac{80\;\angle 37°}{6\;\angle 0°}$$

$$Z_{Th} = 13.3\;\angle 37° = 10.6 + J8$$

$$Z_L = 13.3\;\angle -37° = 10.6 - J8$$

Maksimum gücü bulmak için ilk önce şekil 6.72 deki devrenin E_{Th} değeri bulunmalıdır.



Şekil 6.72

$$E_{Th} = \frac{Z_2\;E}{Z_2 + Z_1} \quad \text{(Gerilim bölme kaidesi)}$$

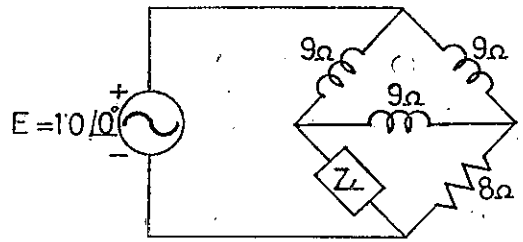
$$E_{Th} = \frac{(8\;\angle 90°)\;(9\;\angle 0°)}{J8 + 6 - J8}$$

$$= \frac{72\;\angle 90°}{6\;\angle 0°} = 12\;\angle 90° \quad \text{Buna göre maksimum güç}$$

$$P_m = \frac{E^2_{Th}}{4\,R} = \frac{(12)^2}{4\,(10.6)} = \frac{144}{42.4} = 3.4 \text{ vat}$$

ÖRNEK: 6.18

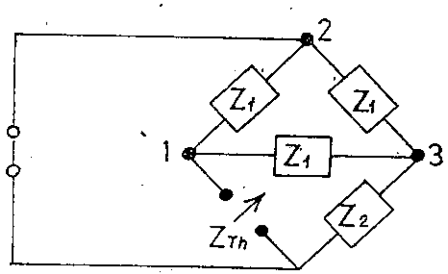
Şekil 6.73 deki devrenin yük empedansını yükün maksimum gücü için bulunuz. Ayrıca aynı devrenin maksimum gücünü bulunuz.



Şekil 6.73

Çözüm:

İlk önce şekil 6.74 deki devrenin Z_{Th} değeri bulunur.

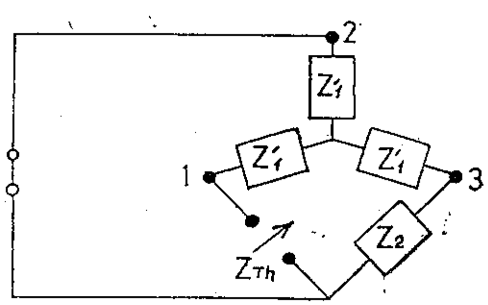


Şekil 6.74

$Z_1 = J9$

$Z_2 = 8$

Üçgen devreyi yıldız devre şekline çevirirsek şekil 6.75

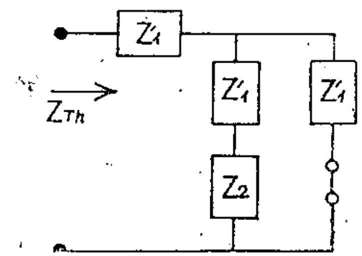


Şekil 6.75

$$Z'_1 = \frac{Z_1}{3} = J3$$

$$Z_2 = 8$$

Bu değerlere göre devreyi tekrar çizersek, şekil 6.76



Şekil 6.76

$$Z_{Th} = Z'_1 + \frac{Z'_1\ (Z'_1 + Z_2)}{Z'_1 + (Z'_1 + Z_2)}$$

$$= J3 + \frac{(3\ \underline{/90^\circ})\ (J3 + 8)}{J6 + 8}$$

$$= J3 + \frac{(3\ \underline{/90^\circ})\ (8.55\ \underline{/20.5^\circ})}{10\ \underline{/37^\circ}}$$

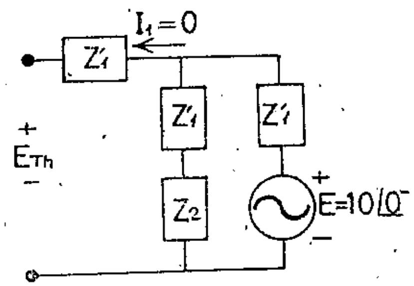
$$= J3 + \frac{25.7\ \underline{/110.5^\circ}}{10\ \underline{/37^\circ}} = J3 + 2.57\ \underline{/73.5^\circ}$$

$$= J3 + 0.72 + J2.46$$

$$Z_{Th} = 0.72 + J5.46$$

$$Z_L = 0.72 - J5.46$$

E_{Th} değerini bulmak için şekil 6.77 deki devrede gerilim kaynağı eski yerine bağlanır. Çünkü $I_1 = 0$, E_{Th} ise (Z'_1 ve Z_2) empedansları ucundaki gerilimdir. Gerilim bölme kaidesiyle bu değeri bulursak,



Şekil 6.77

$$E_{Th} = \frac{(Z'_1 + Z_2)\,E}{Z'_1 + Z_2 + Z'_1} = \frac{(J3 + 8)\;(10\;\angle 0^\circ)}{8 + J6}$$

$$= \frac{(8.55\;\angle 20.5^\circ)\;(10\;\angle 0^\circ)}{10\;\angle 37^\circ}$$

$$E_{Th} = 8.55\;\angle -16.5^\circ$$

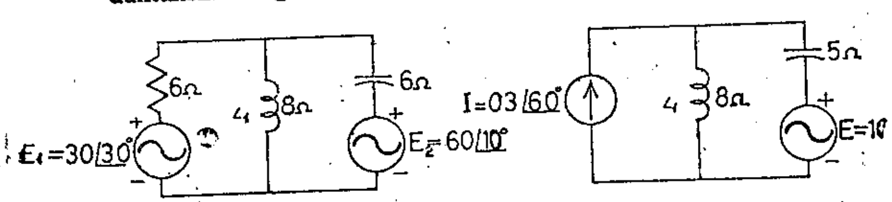
$$P_m = \frac{E^2_{Th}}{4\,R} = \frac{(8.55)^2}{4\,(0.72)} = \frac{73}{2.88}$$

$$= 25.3 \text{ vat}$$

PROBLEMLER

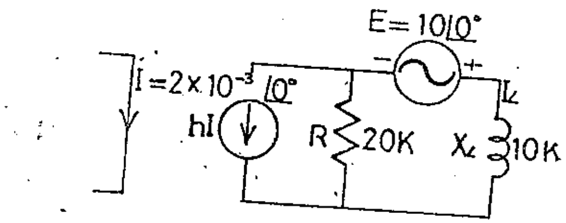
Bölüm 6.2

1 — Superposition teoremini kullanarak şekil 6.78 deki devreler de L_1 indüktansından geçen akımı bulunuz.



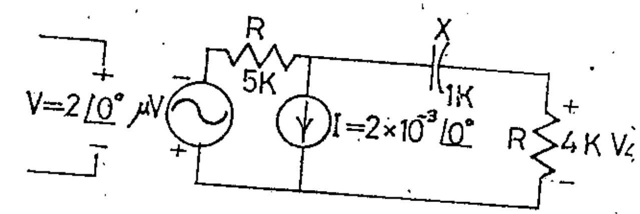
Şekil 6.78

2 — Superposition teoremini kullanarak şekil 6.79 daki devrede I_L akımını bulunuz. (h = 100)



Şekil 6.79

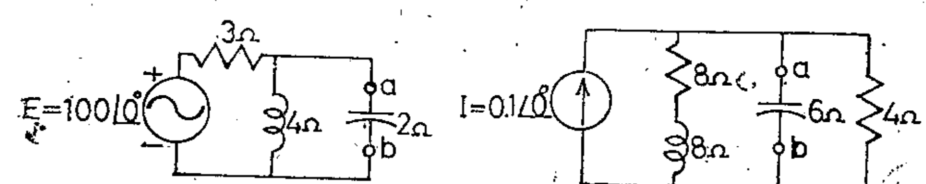
3 — Superposition teoremini kullanarak şekil 6.80 deki devrede V_L gerilimini bulunu. ($\mu = 20$)



Şekil 6.80

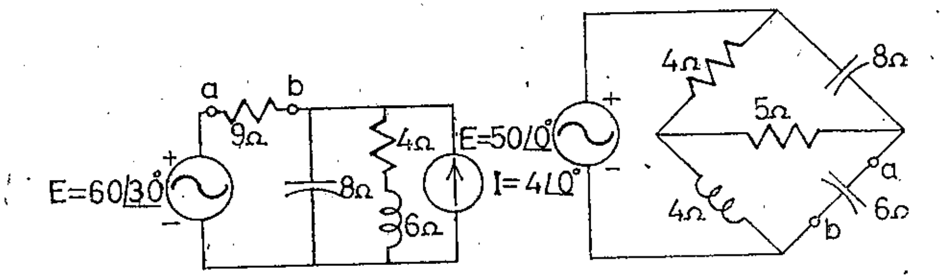
Bölüm 6.3

4 — Şekil 6.81 deki devrelerin Thevenin eşdeğerlerini a - b terminallerine göre bulunuz.



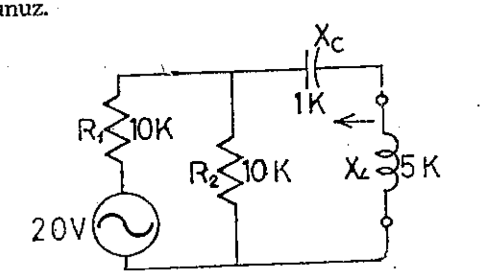
Şekil 6.81

5 — Problem 4 ü şekil 6.82 deki devreler için tekrar ediniz.



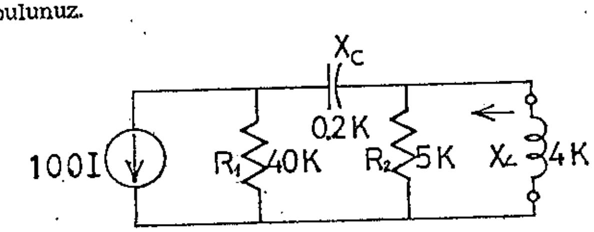
Şekil 6.82

6 — Şekil 6.83 deki devrenin Thevenin eş değerini 5K om indüktif reaktansa göre bulunuz.



Şekil 6.83

7 — Şekil 6.84 deki devrenin Thevenin eşitini 4K om indüktif reaktansa göre bulunuz.



Şekil 6.84

8 — Şekil 6.79 daki devrenin Thevenin eşitini 10K om indüktif reaktansa göre bulunuz.

9 — Şekil 6.80 deki devrelerin Thevenin eşitini 4K om luk dirence göre bulunuz.

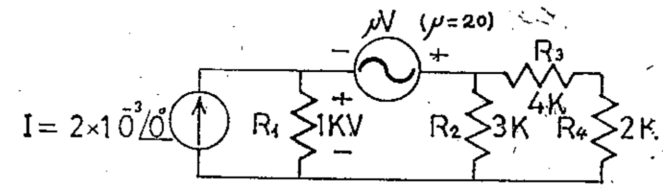
Bölüm 6.4

10 — Şekil 6.81 deki devrelerin Norton eşitini a - b terminallerine göre bulunuz.

11 — Problem 10 u şekil. 6.82 deki devreler için tekrar ediniz.

12 — Şekil 6.84 deki devrenin Norton eşitini 4K om indüktif reaktansa göre bulunuz.

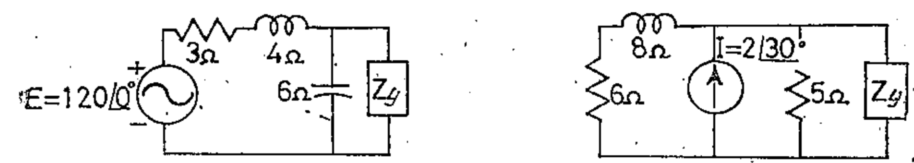
13 — Şekil 6.85 deki devrenin Norton eş değerini 2K om direnç için bulunuz.



Şekil 6.85

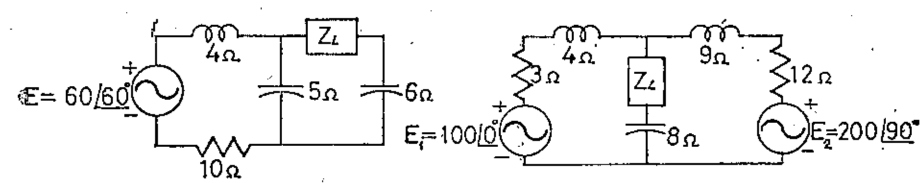
Bölüm 6.5

14 — Şekil 6.85 deki devrelerin Z_y yük empedansını yükün maksimum gücü için bulunuz. Ayrıca devrenin gücünü bulunuz.



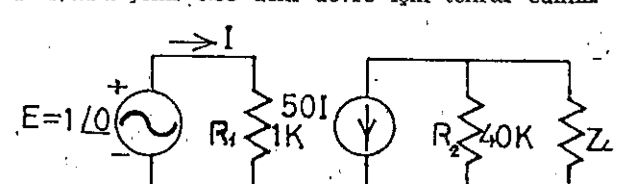
Şeşil 6.86

15 — Problem 14 ü şekil 6.87 deki devreler için tekrarlayınız.



Şekil 6.87

16 — Problem. 14 ü şekil 6.88 deki devre için tekrar ediniz.

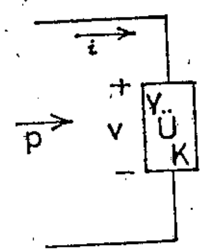


Şekil 6.88

A. A. da GÜÇ

7.1 GİRİŞ

Alternatif akım devrelerinde güç iki şekilde bulunur. Bunlar görünen güç ve reaktif güçtür. Şekil 7.1 de görülen devrede güç kavramını inceliyelim. Bu devrede gerilim aşağıda belirtildiği gibidir.



Şekil 7.1

$$v = V_m \sin (\omega t + \theta)$$

Bu devreden geçen akım ise

$$i = I_m \sin \omega t \quad \text{dir.}$$

Yukarıdaki formülde θ devreden geçen akım ile devreye tatbik edilen gerilimin arasındaki açı olup faz açısı olarak anılır. Devrenin empedansı ise

$$Z = \frac{V \,/\, \theta}{I \,/\, 0^\circ} = \frac{V}{I} \,/\, \theta = Z \,/\, \theta$$

Bu formülden görüldüğü gibi θ yükün empedans açısıdır. Şekil 7.1 deki devrede zamanın ani değeri için sarfedilen toplam güç aşağıdaki gibidir.

$$p = v\, i$$

v ve i değerlerinin eşiti bu formülde yerine konursa toplam güç

$$p = V_m I_m \sin \omega t \sin (\omega t + \theta).$$

Trigonometrik olarak bu formül aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$p = V\, I \cos \theta \,(1 - \cos 2\omega t) + V\, I \sin \theta \,(\sin 2\omega t) \qquad (7.1)$$

Formüde V ve I değeri etkin değerdir. Bu formülden görüldüğü gibi başlangıç olarak hiç bir değer elde edilemez. Onun için bu formülün kullanılışı aşağıdaki gibi açıklanabilir. Başlangıç değerine göre 7.1 deki formülün türevi alınırsa bu formül aşağıdaki şekli alır.

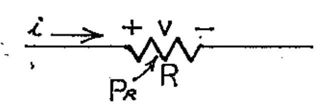
$$P = \underbrace{V I \cos\theta}_{\substack{\text{ortalama}\\ \text{değer}}} - \underbrace{V I \cos\theta}_{\substack{\text{tepe}\\ \text{değeri}}} \cos \underbrace{2\omega t}_{2X} + \underbrace{V I \sin\theta}_{\substack{\text{tepe}\\ \text{değeri}}} \sin \underbrace{2\omega t}_{2X}$$

Değeri genişletilen bu formülde yapılabilecek iki açık nokta vardır. Birincisi, ortalama değer halen mevcut olup ayrı bir ifadedir ve zamana bağlı değildir. İkincisi, her iki terim frekansın iki katı değerinde değişiyor ve gerilimle veya akımın tepe değerleri ile oldukça benzerdir.

Alternatif akım devrelerinde güç (R, L ve C) değerlerinde ayrı özellikler gösterdiği için her bir elemanda güç ve güç formülleri ayrı olarak çıkarılacaktır.

7.2 OMİK DEVRE

Şekil 7.2 de görüldüğü gibi tamamen omik bir devrede v ve i değerleri aynı fazdadır. Yani akımla gerilim arasındaki açı $\theta = 0$ dır. Açının bu değeri 7.1 deki denklemde yerine konursa



Şekil 7.2

$$P_R = V I \cos (\theta) \; (1 - \cos 2\omega t) + V I \sin (\theta) . \sin 2\omega t$$

$$P_R = V I \,(1 - \cos 2\omega t) + 0$$

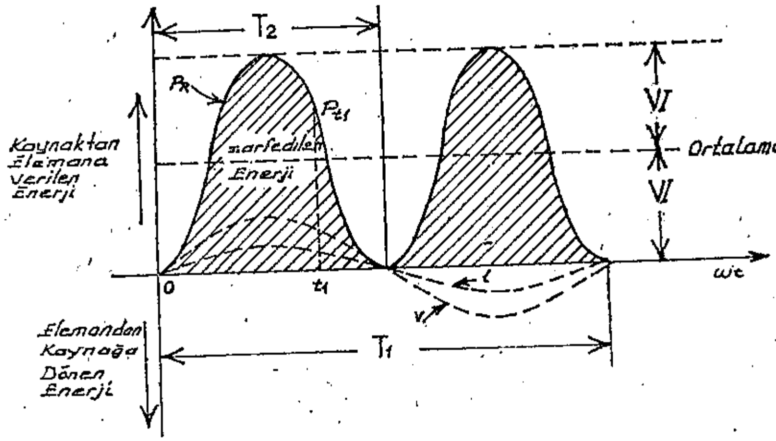
$$P_R = V I - V I \cos 2\omega t \qquad (7.2)$$

Formülde VI ortalama veya doğru akım değeridir. $-VI \cos 2\omega t$ ise negatif (—) cosinüs eğrisi ve frekansın iki katı ile giriş değeri (v veya i) ve VI nin tepe değeridir. P_R nin değerlerini yatay ve dikey eksende işaretler ve eğrilerini çizersek şekil 7.3 deki eğri elde edilir. Bu eğride

T_1 = Giriş miktarının peryodu

T_2 = P_R güç eğrisinin peryodudur.

Şekil 7.3 deki eğrilere dikkat edilirse güç eğrisi V I değerinin ortalama değerini iki saykılda geçiyor. Yani gerilim veya akımın her bir saykılı ($T_1 = 2T_2$ veya $f_2 = 2f_1$) dir. Güç eğrisinin tepe değeri ve ortalama değeri aynıdır. Böylece bu eğri daima yatay eksenin üzerindedir. Buradan anlaşılıyor ki dirence verilen toplam güç direnç tarafından sarfedilecektir. Kaynaktan dirence gönderilen gücün fazlası yatay eğrinin altında kalan oranda kaynağa geri döner.



Şekil 7.3

Bu eğrilerde yatay eksen altında kalan kısım sıfır olduğuna göre kaynağa dönen güçte sıfırdır veya bütün güç direnç tarafından sarfedilmiş demektir. Her hangi bir t_1 zamanında direnç tarafından sarfedilen toplam güç, t değerini formül 7.2 de yerine konulmak suretiyle bulunabilir. Formül 7.2 den elde edilen ortalama güç veya şekil 7.3 deki ortalama güç V I dir. Bu güç aşağıdaki formülden bulunabilir.

$$P = V I = \frac{V_m I_m}{2} = I^2 R = \frac{V^2}{R} \quad \text{(vat)} \quad \text{(R için)} \tag{7.3}$$

Güç eğrisinin tam bir saykılı üzerinde direnç tarafından sarfedilen enerji (ω R) aşağıdaki formülü kullanarak bulunabilir.

$$W_R = \int_0^{T_2} P_R \, dt \qquad \text{(Joule)} \tag{7.4}$$

= Güç eğrisinin altında kalan kısmın alanı olup 0 ile T_2 değerleri içindir.

Eğrinin altındaki alan = ortalama değer) × (eğrinin uzunluğu)

$$W_R = (V I) \times (T_2)$$

veya

$$W_R = V \; I \; T_2 \qquad \text{(J)} \tag{7.5}$$

$$T_2 = \frac{1}{f_2} \text{ olduğundan}$$

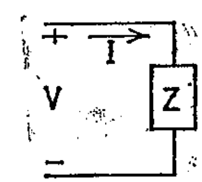
$$W_R = \frac{V \; I}{f_2} \qquad \text{(J)} \tag{7.6}$$

Formülde f_2, P_R eğrisinin frekansıdır.

7.3 GÖRÜNEN GÜÇ

Doğru akım devrelerinde veya yukarıdaki omik devrede görüldüğü gibi direnç tarafından sarfedilen güç akımla gerilimin çarpımına eşittir. Şekil 7.4 de görülen devrede de devrenin cinsi dikkate alınmaksızın sarfedilen güç akımla gerilimin çarpımına eşittir. Böylece güç P = V I dir. Daha önceki bölümlede reaktif yükler için devrenin gücü, güç faktörü (cos θ) değerinede bağlı olduğu vurgulanmıştı. Bundan dolayı akımla gerilimin çarpımı her zaman o devrenin gücüne eşit olmayabilir.

Alternatig akım devrelerinde ve akımla gerilimin arasında güç faktörü olan yüklerde sarfedilen güç bu değerlerin çarpımına eşittir. Bu çeşit devrelerde görünen güç sembol olarak P_a ile gösterilir. Bu değer akımla gerilimin çarpımıdır ve kısa olarak VA (volt-amper) olarak ifade edilir.



Şekil 7.4

$$P_a = V\,I \qquad (\text{vA}) \qquad (7.7)$$

$$V = I\,Z \quad \text{ve} \quad I = \frac{V}{Z}$$

$$P_a = I^2\,Z \qquad (\text{vA}) \qquad (7.8)$$

$$P_a = \frac{V^2}{Z} \qquad (\text{vA}) \qquad (7.9)$$

Böyle bir sistemin ortalama gücü aşağıdaki gibidir.

$$P = V\,I\,\cos\,\theta$$

$$P_a = V\,I$$

$$P = P_a \cos\,\theta \qquad (\text{vat}) \qquad (7.10)$$

Sistemin güç faktörü ise

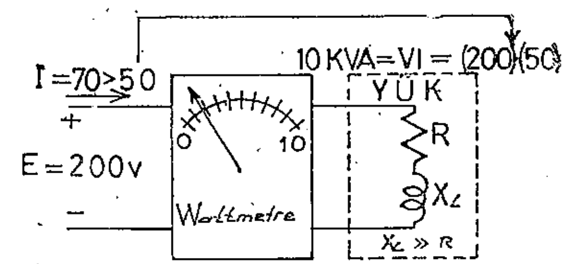
$$F_p = \cos\,\theta = \frac{P}{P_a} \qquad (7.11)$$

Devrenin güç faktörü yukarıdaki formülden görüldüğü gibi ortalama gücün görünen güce oranıdır diye tarif edilir. Omik bir devrede

$$P = VI = P_a \text{ ve } F_p = \cos\theta = \frac{P}{P_a} = 1 \text{ dir.}$$

Genel olarak elektrik cihazları volt-amper değerine göre veya kilo volt-amper (kvA) olarak değerlendirilir. Volt-amper oranını bilmekle o cihazın maksimum akım değeri tesbit edilebilir. Örneğin bir cihazın güç değeri 200 voltta 10 kvA ise maksimum akım oranı $I = 10000/200 = 50$ amper dir. Bu cihaz için bu akım değeri bu oranda çalıştırıldığı sürece 50 amperdir. Bu cihazın volt-amper oranı o cihazın güç faktörü 1 olduğu sürece doğrudur. Yani bu güç faktörü değeri o cihazın maksimum güç sarfiyatı oranıdır. Bu koşul sadece siestmin toplam empedansı $Z \angle\theta = \angle 0°$ iken olur. Cihazın normal çalışma koşulları altında devreden çektiği gerçek akım cihazın güç oranı ve güç faktörü verilirse bulunabilir. Bununla beraber cihazların güç faktörü o cihazın yüküne göre değiştiği için güç faktörü her zaman kolayca tesbit edilemez.

Elektrikli cihazların güç değerlerinin kW yerine kvA olarak verilmesinin nedeni şekil 7.5 deki devreden kolayca anlaşılabilir.



Şekil 7,5

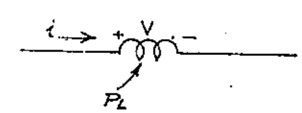
Yükün görünen gücü 10 kvA ve akım değeri 50 amper ve uygulanan gerilim ise 200 volttur. Şekildende görüldüğü gibi gerekli akım o yük değeri için bellidir. Bu yük için devreden çekilen güç değeri vatmetreden kolayca okunabilir. Şekilde görüldüğü gibi okunan bu güç değeri yükün görünen güç değerinden çok düşüktür. Çünkü yük oldukça reaktif bir karaktere sahiptir. Başka bir ifadeyle vatmetrenin gösterdiği değer devreden çekilen akımın değeri değildir ama basitçe sarfedilen güçtür. Teorik olarak eğer yük tamamen reaktif olsa idi vatmetre değeri sıfır olurdu ve yük çok fazla akım çeker ve yanabilirdi.

7.4 İNDÜKTİF DEVRE ve REAKTİF GÜÇ

Şekil 7.6 da görülen tamamen indüktif bir devrede akımla gerilim arasında 90° lik faz farkı olup gerilim ileridir. Böylece formül 7.1 de $\theta = 90°$ olur. Bu değeri ilgili formülde yerine korsak

$$P_L = V\,I\cos\,(90°)\;(1 - \cos\,2\,\omega\,t) + V\,I\,\sin\,(90°)\;(\sin\,2\,\omega\,t)$$

$$= V\,I\,\sin\,2\,\omega\,t \qquad (7.12)$$

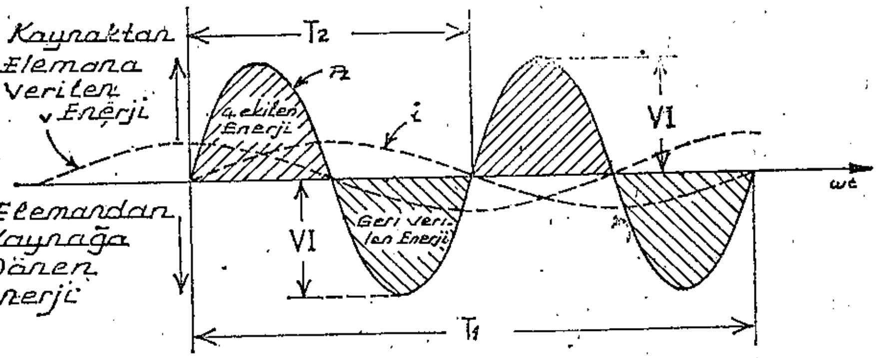


Şekil 7.6

Formülde VI sin $2\omega t$ değeri sinüs eğrisidir ve bu formülde frekansın iki katı giriş değerini (v veya i) ve VI nin tepe noktası değerini içerir. Dikkat edilirse bu formülde ortalama değer veya sabite birimi yoktur. Meydana gelen P_L değerinin eğrisini çizersek şekil 7.7 deki eğri elde edilir.

T_1 = Giriş miktarının peryodu

T_2 = P_L eğrisinin peryodu



Şekil 7.7

Dikkat edilirse bir tam saykıl boyunca yatay eksen üzerindeki alan yatay eksenin altında kalan alana eşittir. Şekil 7.7. Böylece P_L nin bir tam saykıl süresince kaynak tarafından indüktöre verilen enerji indüktör tarafından kaynağa verilen enerjiye eşittir. Bu durum sonuç olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Bir tam saykıllık süre içinde indüktörde sarfedilen enerji sıfırdır ve bu enerji transferinde her hangi bir enerji kayıbı olmaz. t_1 gibi her hangi bir ani zaman içinde indüktör tarafından emilen (depo edilen) enerji bu indüktörden kaynağa dönen enerjiye eşit olup formül 7.12 den t_1 değeri bulunabilir. Eğrinin tepe değeri VI, o eğrinin indüktif eleman için reaktif gücü olarak anılır. Genel olarak bir devrede reaktif güç VI sin θ değeri olarak tarif edilir ve formül 7.1 in ikinci teriminde görüldüğü gibidir. Dikkat edilirse toplam güç denklemi teriminin tepe noktası değeri her hangi bir enerji transferi yapmaz. Reaktif güç P_q harfiyle gösterilip bu değerin birimi var (volt-amper reaktif) olarak anılır. q sembolü eğrinin 90° lik, ilk çeyreğinde olduğunu gösterir. Böylece

$$P_q = VI \sin\theta \qquad \text{(var)} \qquad (7.13)$$

Formülde θ akımla gerilim arasındaki faz açısıdır. İndüktif devre için

$$P_q(L) = VI \qquad \text{(var)} \qquad (7.14)$$

$V = I X_L$ veya $I = V/X_L$ olduğundan

$$P_q(L) = I^2 X_L \qquad \text{(var)} \qquad (7.15)$$

veya

$$P_q(L) = \frac{V^2}{X_L} \qquad \text{(var)} \qquad (7.16)$$

İndüktördeki görünen güç $P_a = VI$ ve ortalama güç $P = 0$ dır. Böylece güç faktörü

$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{P_a} = \frac{0}{VI} = 0$$

Eğer ortalama değer sıfır ise ve bir saykılda verilen enerji geri dönerse reaktif gücün önemi nedir diye düşünülebilir. Neden pek açık değildir ama şekil 7.7 deki eğrilerle açıklanabilir. Güç eğrisi boyunca her ani zaman birimi için eğri yatay eksen üstünde pozitif olup indüktöre verilen enerjidir. Bu enerji eğrinin negatif bölümü için kaynağa dönen enerjiye eşittir. Eğrinin pozitif bölümü için gerekli güç belli zaman aralıklarıyla bu güç kaynağı tarafından sağlanır. Böylece indüktör gibi reaktif bir elemanın etkisi güç kaynağının gücü olarak gerekebilir. Yani güç kaynağı tarafından üretilip indüktöre verilen güç bu indüktör tarafından sarfedilmez, fakat basitce indüktör tarafından ödünç olarak alınır. Böylece zaman aralıklarıyla artan güç isteği indüktif devre için büyük işletmelerde bir fiyat faktörü olarak ortaya çıkar. Bununla beraber pek çok elektrik tüketicileri elektrik enerjisini görünen güç veya vat olarak öderler. Çünkü kullanılan volt-amper değeri reaktif güç için gerekli ve önemlidir.

Başka bir ifadeyle sanayi kuruluşlarında güç faktörünün 1 e yakın olması arzu edilir. Bu o kuruluşun işletme verimini artırır. Bir eğrinin pozitif kısmında indüktör tarafından depo edilen enerji negatif kısmında indüktör tarafından kaynağa geri verilen enerjiye eşittir. Böylece kaynaktan indüktör tarafından alınan ve verilen enerji integral yoluyla bulunabilir. Buna göre

$$W_L = \int_{T_2/2}^{T_2} P_L \, dt \qquad \text{(Joule)}$$

= Eğri altında $T_2/2$ den T_2 ye kadar olan alan. Bilindiği gibi sinüsoidal eğride eğrinin pozitif kısmının ortalama değeri 2 (tepe değeri/2) ve her hangi bir eğrinin altında kalan alan = (ortalama değer) × (eğrinin uzunluğu).

$$W_L = \left(\frac{2\,V\,I}{\pi}\right)\left(\frac{T_2}{2}\right)$$

veya

$$W_L = \frac{V\,I\,T_2}{\pi} \qquad \text{(Joule)} \qquad (7.17)$$

$T_2 = 1/f_2$ f_2, P_L eğrisinin frekansıdır.

$$W_L = \frac{V\,I}{\pi\,f_2} \qquad \text{(Joule)} \qquad (7.18)$$

Güç eğrisinin f_2 frekansı giriş değerinin iki katıdır.

Böylece giriş gerilim veya akımının f_1 frekansı formül 7.18 de yerine konursa

$$W_L = \frac{V\,I}{\pi\,(2 f_1)} \qquad \text{(Joule)} \qquad (7.19)$$

$$V = I\,X_L = I\,\omega_1\,L$$

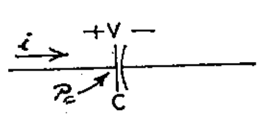
$$W_L = \frac{(I\,\omega_1\,L)\,I}{\omega_1}$$

veya

$$W_L = L\,I^2 \qquad \text{(Joule)} \qquad (7.20)$$

7.5 KAPASİTİF DEVRE

Şekil 7.8 deki gibi tamamen kapasitif bir devrede akımla gerilim arasında 90° lik faz açısı farkı olup i akımı ileridir. Onun için formül 7.1 de $\theta = -90°$ değeri yerine konursa aşağıdaki formül elde edilir.



Şekil 7.8

$$P_C = V\,I\,\cos(-90°)\,(1 - \cos 2\,\omega\,t) + V\,I\,\sin(-90°)\,(\sin 2\,\omega\,t)$$

$$P_C = 0 - V\,I\,\sin 2\,\omega\,t$$

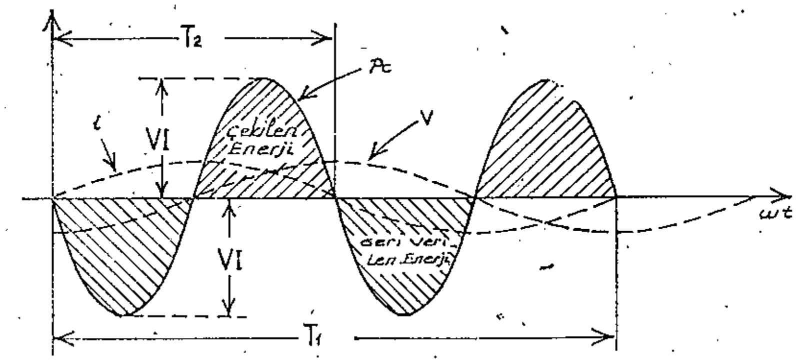
veya

$$P_C = -V\,I\,\sin 2\,\omega\,t \qquad (7.21)$$

Formülde $-V\,I\,\sin 2\,\omega\,t$ değeri negatif sinüs eğrisi olup giriş frekansının iki katıdır ve $V\,I$ ise tepe noktası değeridir. Bu formülün başka bir ayrıcalığı ise ortalama değer veya sabit değerin olmamasıdır. Eğrinin değerini P_C için çizersek şekil 7.9 daki eğri şekli elde edilir.

T_1 = Giriş miktarının peryodu

T_2 = P eğrisinin peryodu



Şekil 7.9

Bu eğriye dikkat edilirse P_L eğrisinde olan durum P_C eğrisinde de aynen oluyor. Kaynak tarafından kondansatöre verilen güç kondansatör tarafından kaynağa geri verilen güce tamamen eşittir.

Bir tam saykıllık süre içerisinde tam kapasitif bir devrede sarfedilen enerji sıfırdır ve bu enerji transferinde her hangi bir güç kaybı olmaz. Kondansatör tarafından depo edilen ve geri verilen güç t_1 zamanının ani değeri olarak t_1 değerini 7.71 deki formülde yerine konursa bu t_1 değeri hesaplanabilir. Kondansatörün reaktif gücü ise P_C eğrisinin tepe değerine eşittir.

$$P_{q(c)} = V\,I \qquad \text{(var)} \qquad (7.22)$$

$V = I\,X_C$ ve $I = V/X_C$ olduğundan kondansatörün reaktif gücü aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P_{q(c)} = I^2 X_C \qquad \text{(var)} \qquad (7.23)$$

$$P_{q(c)} = \frac{V^2}{X_C} \qquad \text{(var)} \qquad (7.24)$$

Kondansatörün görünen gücü

$$P_a = V\,I \qquad \text{(volt-amper)} \qquad (7.25)$$

ve ortalama güç $P = 0$ dır. Böyle bir devrenin güç faktörü

$$f_p = \cos\theta = \frac{P}{P_a} = \frac{0}{VI} = 0$$

Bir saykılın pozitif kısmı süresince kondansatörde depo edilen enerji bu saykılın negatif kısmı süresince kondansatör tarafından kaynağa geri verilir. Bu enerji alışverişi aşağıdaki formülle hesaplanabilir.

$$W_C = \int_0^{T_2/2} P_C\, dt \qquad \text{(Joule)}$$

$= 0$ dan $T_2/2$ değerleri arasında güç eğrisinin altında kalan alan. İndüktif devrede yapılan hesaplama tarzı burada tekrarlanırsa

$$W_C = \frac{V\,I}{\pi} T_2 \qquad \text{(Joule)} \qquad (7.26)$$

$T_2 = 1/f_2$, $f_2 P_C$ güç eğrisinin frekansıdır.

$$W_C = \frac{V\,I}{\pi f_2} \qquad \text{(Joule)} \qquad (7.27)$$

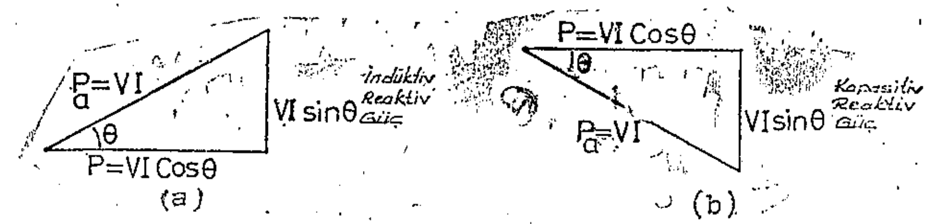
Giriş miktarı v ve i nin frekansı f_1 olduğundan

$$W_C = \frac{V\,I}{\omega_1} \qquad \text{(Joule)} \qquad (7.28)$$

$$W = C\,V^2 \qquad \text{(Joule)} \qquad (7.29)$$

7.6 GÜÇ FAKTÖRÜ

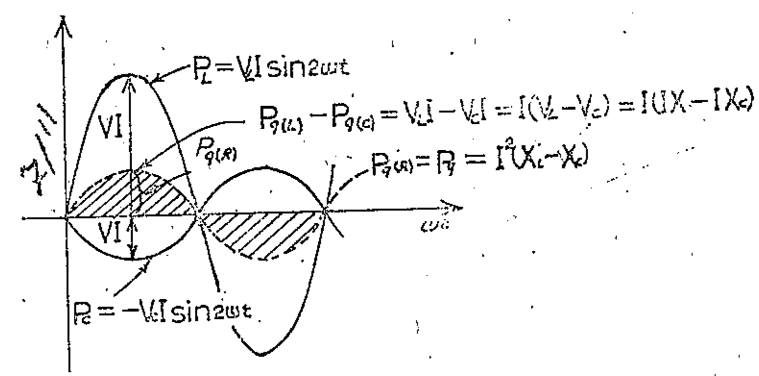
Güç konusundaki üç büyüklük olan ortalama güç, görünen güç ve reaktif güç, güç üçgeninde grafik olarak R, L devreleri için şekil 7.10 a daki gibi gösterilebilir. R, C devreleri için güç üçgeni şekil 7.19 b de görülmektedir.



Şekil 7.10 a - b

Eğer her hangi bir devrede kapasitif ve indüktif elemanlar beraber kullanılırsa reaktif elemanların güç üçgeni her bir elemanın reaktif güçlerinin farkına eşittir. Eğer $P_{q(L)} > P_{q(C)}$ ise bileşke güç üçgeni şekil 7.10 a daki üçgen gibi olur.

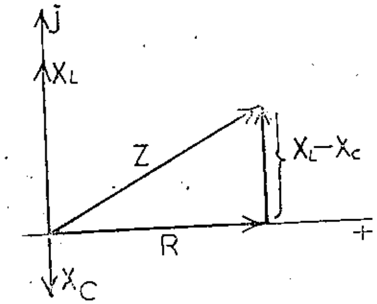
Eğer $P(C) > P_{q(L)}$ ise bileşke güç üçgeni şekil 7.10 b deki gibi olur. Böylece indüktif eleman ve kapasitif elemanın reaktif güçlerinin bileşkesi olan toplam reaktif güç 7.12 ve 7.21 deki formüllerle ifade edilebilir. Bu formülleri kullanarak L-C seri devresi için her bir elemanın reaktif gücü yatay ve dikey eksenlerde işaretlenerek çizilirse şekil 7.11 deki eğriler elde edilir.



Şekil 7.11

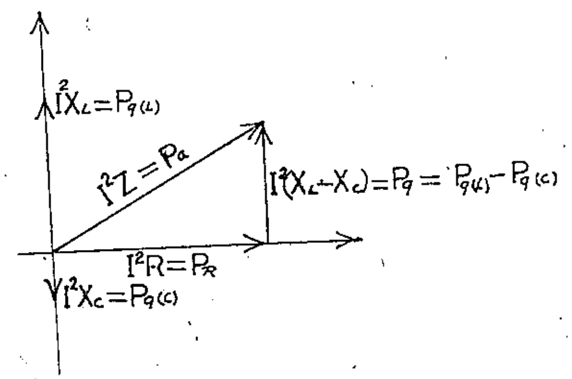
Reaktif elemanlarda $X_L > X_C$ olarak seçilmiştir. Bu eğrilere dikkat edilirse her bir eleman için güç eğrileri 180° lik faz farkına sahiptir. Yani birisi pozitif tepe noktasında iken diğeri negatif tepe noktası değerini alır. Bu şekilde bileşke reaktif güç her bir eğrinin ani değerlerinin cebirsel toplamına eşittir. Çünkü reaktif güç tepe noktası değerleri olarak tanımlanır ve güç üçgeninin reaktif bileşenleri $I^2 (X_L - X_C)$ olarak gösterilir.

R, L ve C elemanlarından meydana gelen devrenin empedans diyağramı şekil 7.12 de görülüyor.



Şekil 7.12

Eğer her yarı çap vektörünü akımın karesi (I^2) ile çarparsak sonuç olarak şekil 7.13 de görülen diyağram elde edilir. Bu şekilden görüldüğü gibi bu devreye indüktif eleman hakimdir. Yani devre indüktiftir.



Şekil 7.13

Çünkü ortalama güç ile reaktif güç daima 90° lik açı ile bir birini bütünler. Böylece bu üç güç arasındaki bağlantı aşağıdaki gibidir.

$$P_a^2 = P^2 + P_q^2 \qquad (7.30)$$

Bu formülden görüldüğü gibi güçlerden ikisinin bilinmesi koşuluyla üçüncü güç bulunabilir.

7.7 TOPLAM P, P_q, P_a

Bir devrede sarfedilen güç vat, var, vA ve sistemin güç faktörü aşağıdaki iş sırasına uyularak kolayca bulunabilir.

1 — Devrenin her bir kolu için toplam gücü vat, var olarak bulunuz.

2 — Sistemin vat olarak toplam gücü, her bir kolda sarfedilen ortalama güçlerin toplamıdır.

3 — Toplam reaktif güç, indüktif yükün reaktif gücü ile kapasitif yükün reaktif gücünün farkıdır.

4 — Toplam görünen güç $P_T^2 + P^2_{q(T)}$ dir.

5 — Toplam güç faktörü $P_T / P_a (T)$ dir.

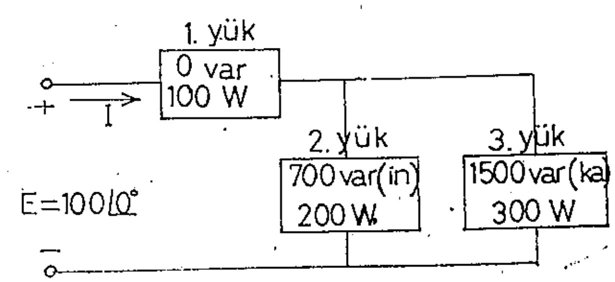
Yukarıdaki tabloda iki önemli nokta vardır.

Birincisi: Toplam görünen güç toplam ortalama güç ile reaktif güçlerden bulunmalıdır. Toplam görünen güç her bir kolun görünen güçleriyle hesaplanamaz.

İkincisi ve en önemlisi: Kolların seri-paralel olması hiç önemli değildir. Başka bir ifadeyle toplam gerçek reaktif veya görünen güç yükün seri, paralel veya seri-paralel olmasına bağlı değildir.

ÖRNEK: 7.1

Şekil 7.14 deki devrede toplam vat ların sayısını vat ve volt-amper güç faktörünü bulunuz ve devrenin güç üçgenini çizerek akımını vektör olarak bulunuz.



Şekil 7.14

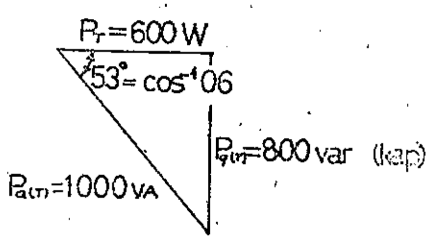
Çözüm:

Güç değerlerini bulmak için tablo kullanılırsa

Yük	W	var	vA
1	100	0	100
2	200	700 (ind)	$\sqrt{200^2 + 700^2} = 727$
3	300	1500 (kap)	$\sqrt{300^2 + 1500^2} = 1530$
	$P_T = 600$ Sarfedilen toplam güç	$P_{q(T)} = 800$ (kap) Devrenin var lı gücü	$P_{a(T)} = \sqrt{600^2 + 800^2} = 1000$ Dikkat edilirse $P_{a(T)} \neq$ her bir kolun toplamı, yani $1000 \neq 100 + 727 + 1530$)

$$F_p = \frac{P_T}{P_{a(T)}} = \frac{600}{1000} = 0.6 \text{ ileri (kap)}$$

Güç üçgeni şekil 7.15 de görülmektedir.



Şekil 7.15

$P_{a(T)} = V\,I = 1000$, $I = 1000/100 = 10$ Amper

ve $\cos\theta = f_p$, giriş akımıyla gerilim arasındaki açıdır.

$I = 10 \;\underline{/+53°}$

Faz açısıyla birlikte kullanılan pozitif (+) işareti o devrenin kapasitif olduğunu gösterir.

ÖRNEK: 7.2

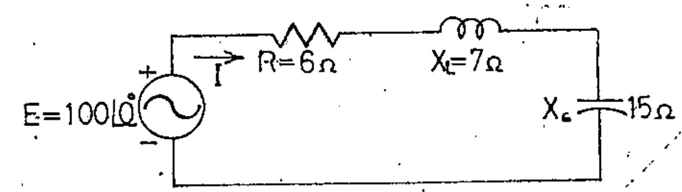
Şekil 7.16 daki devrenin

a — Toplam vat sayısını, var, vA, ve güç faktörü f_p yi bulunuz.

b — Güç üçgenini çiziniz.

c — Giriş frekansı 50 Hz iken gerilimin bir tam saykıl süresince dirençte sarfedilen enerjiyi bulunuz.

d — Kondansatörde veya indüktörde depo edilen veya kaynağa geri verilen enerjiyi güç eğrisinin 1/2 saykıllık bölümü için bulunuz. Giriş frekansı 50 Hz dir.



Şekil 7.16

Çözüm:

$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{100 \;\underline{/0°}}{6 + J7 - J15} = \frac{100 \;\underline{/0°}}{10 \;\underline{/-53°}} = 10 \;\underline{/53°}$$

$V_R = IR = (10 \;\underline{/53°})\;(6 \;\underline{/0°}) = 60 \;\underline{/53°}$

$V_L = IX_L = (10 \;\underline{/53°})\;(7 \;\underline{/90°}) = 70 \;\underline{/153°}$

$V_C = IX_C = (10 \;\underline{/53°})\;(15 \;\underline{/-90°}) = 150 \;\underline{/-37°}$

$P_T = E\;I\;\cos\theta = 100 . 10 \cos 53° = 600$ vat

$= I^2\,R = 10^2 . 6 = 600$ vat

$= \frac{V_R^2}{R} = \frac{60^2}{6} = \frac{3600}{6} = 600$ vat

$P_{a(T)} = E\;I = 100 . 10 = 1000$ vA

$= I^2\,Z_T = 10^2 . 10 = 1000$ vA

$$= \frac{E^2}{Z_T} = \frac{100^2}{10} = 1000 \text{ vA}$$

$$P_{q(T)} = E \,.\, I \sin\theta = 100 \,.\, 10 \sin 53° = 800 \text{ var}$$

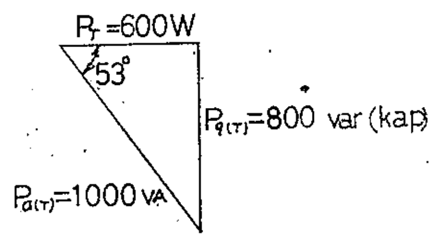
$$= P_{q(C)} - P_{q(L)}$$

$$= I^2 (X_C - X_L) = 100\ (15 - 7) = 800 \text{ var}$$

$$= \frac{V_C^2}{X_C} - \frac{V_L^2}{X_L} = \frac{150^2}{15} - \frac{70^2}{7} = 1500 - 700 = 800 \text{ var}$$

$$F_p = \frac{P_T}{P_{a(T)}} = \frac{600}{1000} = 0.6 \text{ ileri (kap)}$$

b — Güç üçgeni şekil 7.17 de görülmektedir.



Şekil 7.17

$$c = W_R = 2\left(\frac{V_R I}{f_2}\right) = 2\left(\frac{V_R I}{2 f_1}\right) = \frac{V_R I}{f_1} = \frac{60 \,.\, 10}{50} = 12 \text{ Joule}$$

$$d = W_L = \frac{V_L I}{2\pi f_1} = \frac{70 \,.\, 10}{6.28 \,.\, 50} = \frac{700}{314} = 2.22 \text{ Joule}$$

$$W_C = \frac{V_C I}{2\pi f_1} = \frac{150 \,.\, 10}{314} = \frac{1500}{314} = 4.77 \text{ Joule}$$

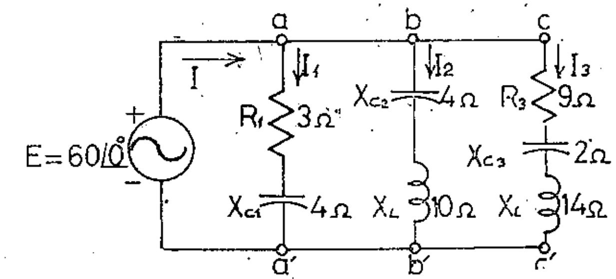
ÖRNEK: 7.3

Şekil 7.18 deki devrede

a — Ortalama gücü, görünen gücü, reaktif gücü ve her kol için f_p değerini bulunuz.

b — Toplam güç sayısını, var, vA ve güç faktörü f_p yi bulunuz. Ayrıca güç üçgenini çiziniz.

c — I akımını bulunuz.



Şekil 7.18

Çözüm:

a — a-a' kolu için

$$I_1 = \frac{E}{Z\ a\text{-}a'} = \frac{60\ \angle 0°}{3 - J4} = \frac{60\ \angle 0°}{5\ \angle -53°} = 12\ \angle 53°$$

$$P = I_1^2\ R = 12^2 \,.\, 3 = 144 \,.\, 3 = 432 \text{ vat}$$

$$P_a = E \,.\, I_1 = 60 \,.\, 12 = 720 \text{ vA}$$

$$P_q = I_1^2\ X_C = 12^2 \,.\, 4 = 576 \text{ var}$$

$$F_p = \frac{P}{P_a} = \frac{432}{576} = 0.6 \text{ ileri (kap)}$$

b-b' kolu için

$$I_2 = \frac{E}{Z_{b\text{-}b'}} = \frac{60\ \angle 0°}{J10 - J4} = \frac{60\ \angle 0°}{6\ \angle 90°} = 10\ \angle -90°$$

$$P = I_2^2\ R = I_2^2\ (0) = 0 \text{ vat}$$

$$P_a = E\ I_2 = 60 \,.\, 10 = 600 \text{ vA}$$

$$P_{q(T)} = I_2^2 (X_L - X_C) = 10^2 \,.\, (6) = 600 \text{ var}$$

$$F_p = \frac{P}{P_a} = \frac{0}{600} = 0$$

c-c′ kolu için

$$I_3 = \frac{E}{Z_{c-c'}} = \frac{60 \angle 0°}{9 - J2 + J14} = \frac{60 \angle 0°}{9 + J12} = \frac{60 \angle 0°}{15 \angle 53°}$$

$$= 4 \angle -53°$$

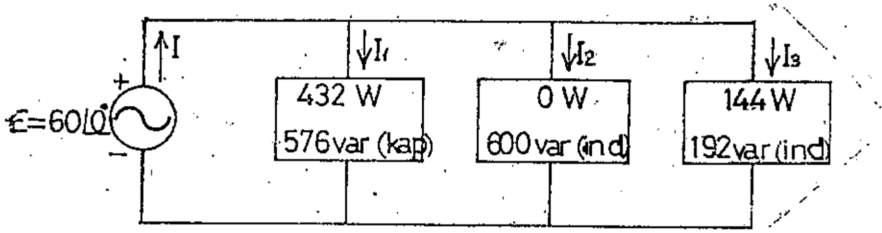
$P = I_3^2\ R = 4^2 . 9 = 144$ vat

$P_a = E\ I_3 = 60 . 4 = 240$ vat

$P_q = I_3^2\ (X_L - X_C) = 4^2 . 12 = 192$ var

$$F_p = \cos\theta = \frac{P}{P_a} = \frac{144}{240} = 0.6 \text{ geri (ind)}$$

b — Bu hesaplamalardan sonra devre şekil 7.19 daki gibi tekrar çizilirse



Şekil 7.19

$P_{a(T)} = \sqrt{(576)^2 + (216)^2}$

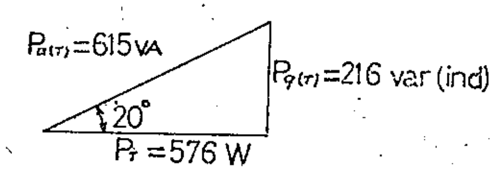
$P_{a(T)} = 615$ vA

kollar	W	var
a-a′	432	576 (kap)
b-b′	0	600 (ind)
c-c′	144	193 (ind)
	$P_T = 576$ W	$P_{qT} = 216$ (ind)

$$F_{p(T)} = \cos\theta = \frac{P_T}{P_{a(T)}} = \frac{576}{615} = 0.94 \text{ geri (ind)}$$

$$\theta = \cos^{-1} 0,94 = 20°$$

Güç üçgeni şekil 7.20 deki gibidir.



Şekil 7.20

$P_{a(T)} = E\,I = 615$

Bunun için

$$I = \frac{615}{60} = 10.2 \text{ Amper}$$

Devre indüktif olduğu için I akımı ile E gerilim arasında 20° lik açı olup akım geridir.

$$I = 10.2 \angle -20°$$

ÖRNEK: 7.4

Bir elektrik cihazının gücü 5 kva, gerilim ise 100 volttur. Güç faktörü 0.6 geri olduğuna göre cihazın empedansını dik bileşenler formunda bulunuz.

Çözüm:

$P_{a(T)} = E\ I = 5000$ vA

$$I = \frac{5000}{100} = 50 \text{Amper}$$

$F_p = 0.6$ için $\theta = \cos^{-1} 0.6 = 53°$ dir.

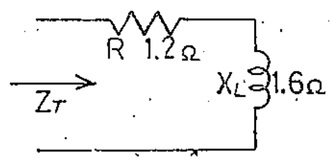
Güç faktörü geri olduğundan devre indüktiftir ve I akımı E geriliminden geridir.

$$E = 100 \angle 0^\circ$$

$$I = 50 \angle -53^\circ$$

$$Z_T = \frac{E}{I} = \frac{100 \angle 0^\circ}{50 \angle -53^\circ} = 2 \angle 53^\circ = 1.2 + J1.6$$

Bu sonuca göre empednas devresinin şekli 7.21 dedir.



Şekil 7.21

P R O B L E M L E R

Bölüm 7.7

1 — Şekil 7.22 deki devrede

a — Her elemanda sarfedilen ortalama gücü

b — Her elemanın reaktif gücünü

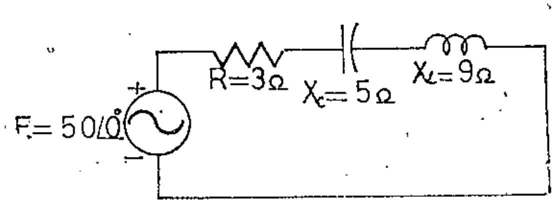
c — Her elemanın görünen gücünü

d — Güç sayısını var, vA ve güç faktörünü

e — Güç üçgenini

f — Giriş geriliminin bir tam saykıllık süresince dirençte sarfedilen gücü bulunuz.

g — Kondansatörde ve indüktörde depo edilen veya geri verilen enerjiyi 1/2 saykıl için bulunuz.



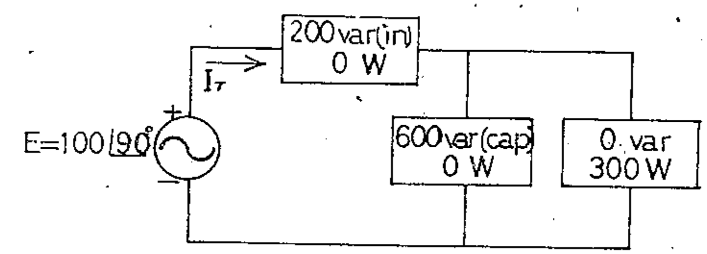
Şekil 7.22

2 — Şekil 7.23 deki devrede

a — Güç sayısına var, vA ve güç faktörü f_p yi bulunuz.

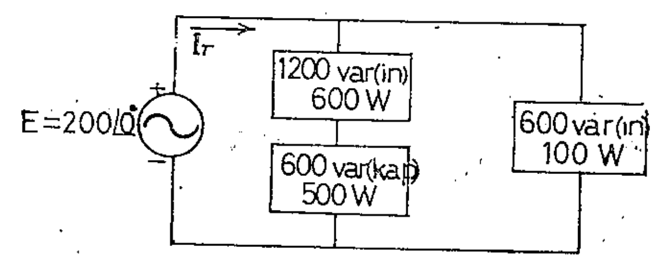
b — Güç üçgenini çiziniz.

c — I_T akımını bulunuz.



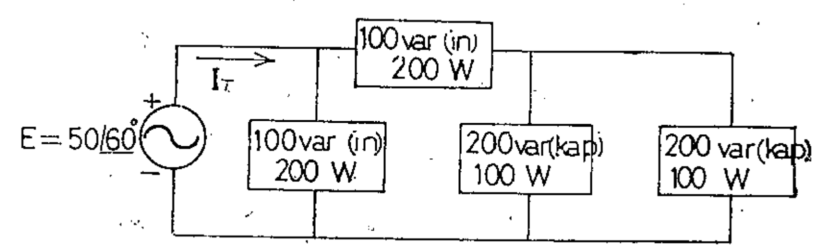
Şekil 7.23

3 — Problem 2 yi şekil 7.24 için tekrar ediniz.



Şekil 7.24

4 — Problem 2 yi şekil 7.25 için tekrar ediniz.



Şekil 7.25

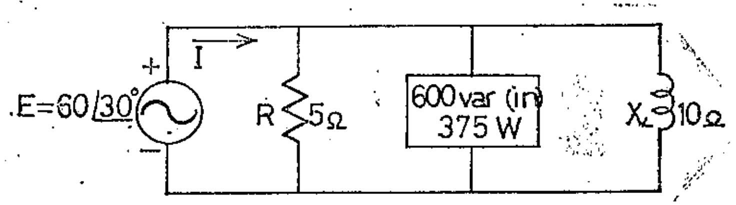
5 — Şekil 7.26 daki devrede

a — Ortalama, reaktif, görünen gücü, 5 omluk direnç için bulunuz.

b — Bölüm a yı 10 om luk indüktif reaktans için tekrar ediniz.

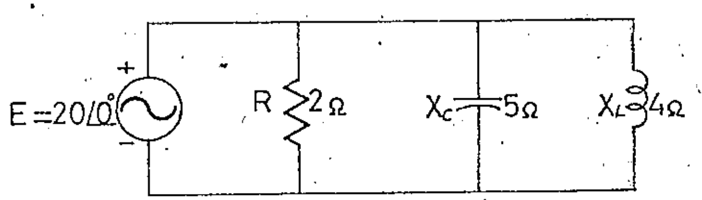
c — Güç sayısını var, vA ve güç faktörünü f_p bulunuz.

d — I_T akımını bulunuz.



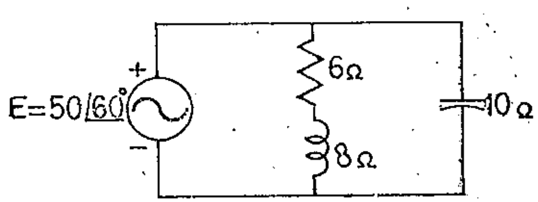
Şekil 7.26

6 — Problem 1 i şekil 7.27 için tekrar ediniz.



Şekil 7.27

7 — Problem 1 i şekil 7.28 için tekrar ediniz.



Şekil 7.28

8 — Bir sistemin gücü 10 kvA, gerilimi 200 ve güç faktörü $f_p = 0.5$ ileridir.

a — Sistemin empedansını dik bileşenler formunda bulunuz.

b — Sistemde sarfedilen ortalama gücü bulunuz.

c — Formül 7.11 i kullanarak güç faktörünü bulunuz ve verilen değerle karşılaştırınız.

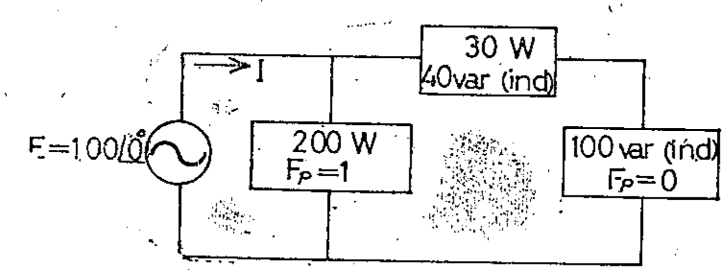
9 — Problem 8 i sistemin gücü 5 kvA, 120 v ve 0.8 geri olan bir sistem için tekrar ediniz.

10 — Şekil 7.29 daki devrede

a — Güç sayısını var, vA ve güç faktörünü f_p yi bulunuz.

b — I akımını bulunuz.

c — Devredeki elemanların çeşidini ve onların empedansını bulunuz. (Kutuların içi seri bağlıdır)



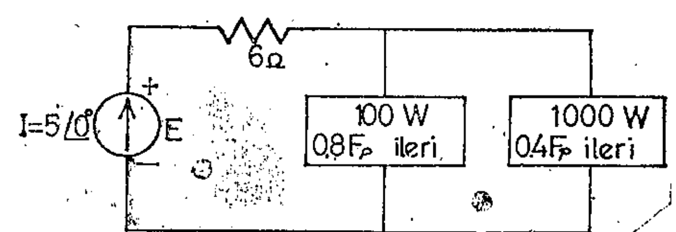
Şekil 7.29

11 — Şekil 7.30 daki devrede

a — Güç sayısını var, vA ve güç faktörü f_p yi bulunuz.

b — E gerilimini

c — Her bir kolun empedansını ve çeşidini bulunuz. (Kutuların içi seri bağlıdır)

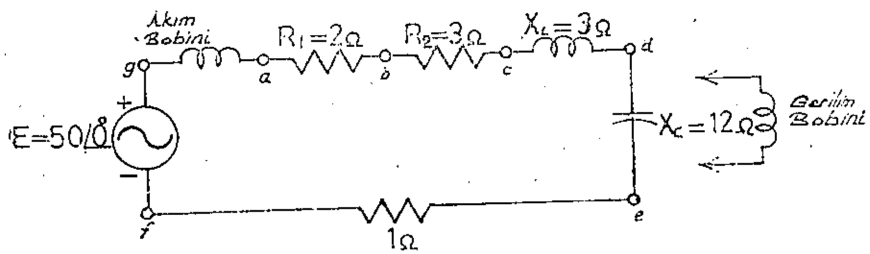


Şekil 7.30

12 — Bir vatmetrenin akım bobini şekil 7.31 deki gibi devreye seri ve gerilim bobini f-g uçlarına bağlıdır.

a — Bu durumda vatmetreden okunan güç nedir?

b — A bölümünü gerilim bobini (GB) yi a-b, b-c, a-c, a-d, c-d, ve f-e ye bağlayarak tekrar ediniz.



Şekil 7.31

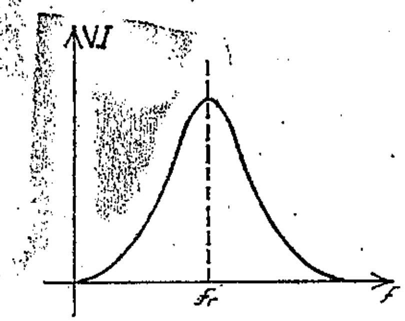
REZONANS

8.1 GİRİŞ

Bu bölümün amacı elektrik devrelerinde çok önemli olan rezonansı, elektrik ve elektronik sistemlerde pek çok kullanılan ve rezonansa dayanan operasyonların esasını anlatmaktır. Rezonans devreleri R, L ve C elemanlarını içeren bir devre çeşidi olup şekil 8.1 de görüldüğü gibi bir frekans tepkisi karakterine sahiptir. Dikkat edilirse şekilde, tepki frekansın fr değeri için maksimumdur ve bu değerin sağ ve sol değerleri için frekans tepkisi azalmaktadır. Başka bir ifadeyle rezonans devresi frekansın derecesini tepki için maksimum değerine yakın veya eşit değerde seçen bir devredir.

Pek çok pratik amaçlar için frekansın sağ ve sol düşük değerlerinde frekansın devre üzerindeki tepkisi azalır. Radyo veya televizyon alıcıları şekil 8.1 de gösterilen bir frekansın tepkisi eğrisidir. Alıcı belli bir istasyon değerine ayarlanırken o alıcıya fr değerinin üzerinde veya çok yakınına ayarlanmış demektir. Rezonans frekansının sağ veya sol düşük değerlerinde istasyonun transfer frekansları arzu edilen proğramın önemli etkilerini taşımazlar. Yukarıda vurgulandığı gibi ayarlama işleminden dolayı bu tip devreye ayarlama devresi denir. Frekans tepkisi maksimum olduğundan o devre rezonansta olarak ifade edilir ve bu frekans değeri fr rezonans frekansı olarak anılır. Rezonans kavramı sadece elektrik veya elektronik devrelere ait bir terim değildir. Eğer mekaniksel titreşimler başka bir mekaniksel sisteme uygun bir frekansta uygulanırsa bu sistem bir rezonans durumuna girer ve mekanik sistem bu vibrasyonu muhafaza eder ve titreşimin büyüklüğü gittikçe artar. Böylece olan frekansa bağlı frekansa o sistemin tabi frekansı olarak anılır.

Elektriki rezonans devreleri indüktans ve kondansatör içermek zorundadır. Buna ilaveten direnç daima bu tip bir devrede ya ideal devre elemanı yokluğundan veya rezonans eğrisinin şeklinin kontrolu için o devreye ilave edilir. Uygun frekans fr değerinin uygulanmasından dolayı rezonans olurken reaktif eleman tarafından hre hangi bir ani değerde depo edilen (emilen) enerji sistemin başka bir reaktif elemanı tarafından serbest bırakılan değere eşittir. Başka bir ifadeyle bir reaktif elemandan başka bir reaktif elemana olan bir enerji titreşimidir. Onun için sistem rezonans değerine yetişince daha fazla reaktif güç gerektirmez.



Rezonans eğrisi

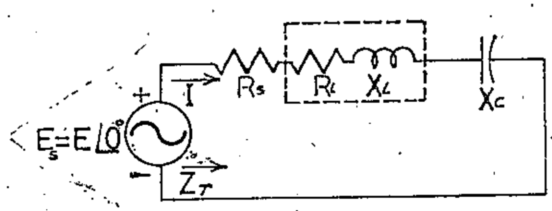
Şekil 8.1

Çünkü bu kendi kendini muhafaza eder. Toplam görünen güç basitce omik elemanlarda sarfedilen ortalama güce eşittir. Böylece sistem tarafından emilen veya depo edilen (absorb) ortalama güç maksimum rezonans değerinde olur. Böylece mekaniksel sisteme transfer edilen transfer enerji tabiî frekansın maksimum değerinde olur. Rezonans devreleri başlıca iki çeşide ayrılır. Bunlar seri ve parelel rezonans devreleridir.

SERİ REZONANS

8.2 SERİ REZONANS DEVRELERİ

Şekil 8.2 de temel bir seri rezonans devresi görülmektedir. Bobinin iç direnci R_1 dir. Devredeki R_s ise kaynak direncidir ve rezonans enerjisinin şeklini etkilemek için devreye başka bir direnç ilave edilir.



Seri rezonans devresi

Şekil 8.2

$R = R_s + R_1$ olursa ve devrenin toplam empedansı aşağıdaki gibi bulunur.

$$Z_T = R + JX_L - JX_C = R + J\,(X_L - X_C)$$

Seri rezonans için

$$X_L = X_C \tag{8.1}$$

Rezonans anında toplam empedans basitce aşağıdaki gibidir.

$$Z_{Ts} = R \tag{8.2}$$

Çünkü reaktif eleman Z_T için denklemden çıkar. Formülde s harfi seri rezonans koşulunu gösterir. İndüktans ve kapasitans için rezonans frekansı denklem 8.1 le tesbit edilebilir.

$$X_L = X_C$$

Onun için

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \text{ ve } \omega^2 = \frac{1}{L\,C}$$

veya

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{8.3}$$

$$F_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\,C}} \tag{8.4}$$

Formülde

f = Frekans Hz

L = İndüktans H

C = Kapasite C

Rezonans anında devreden geçen akım ise

$$I = \frac{E\ \angle 0^\circ}{R\ \angle 0^\circ} = \frac{E}{R}\ \angle 0^\circ$$

Şekil 8.2 deki devrede I maksimum akım ve E ise uyğulanan gerilimdir.

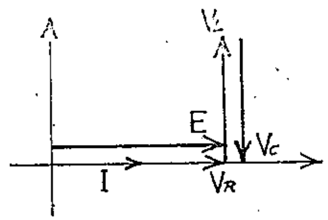
Yukarıdaki formülde görüldüğü gibi rezonans devresinde akımla gerilim aynı fazdadır. Çünkü kondansatör ve indüktörden geçen akım devre seri olduğu için aynıdır ve her birinin uçlarındaki gerilim aynı büyüklüktedir, fakat rezonansta 180° lik faz farklıdır.

$$V_L = I X_L = (I\,/0^\circ)\,(X_L\,/90^\circ) = I X_L\,/90^\circ \quad \text{180° lik}$$
$$V_C = I X_C = (I\,/0^\circ)\,(X_C\,/90^\circ) = I X_C\,/90^\circ \quad \text{faz farkı}$$

$X_L = X_C$ olduğundan

$$V_{Ls} = V_{Cs} \text{ dir.} \qquad (8.5)$$

Şekil 8.3 de görülen diyağramda akım ve gerilim açıkça ifade ediyor ki direnç uçlarındaki gerilim rezonans anındaki giriş gerilimine eşittir.



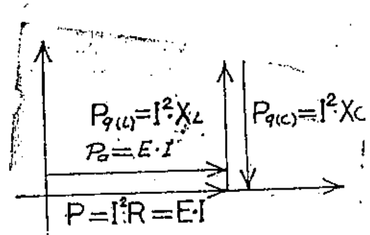
Seri rezonans devresinin rezonans anındaki vektör diyağramı

Şekil 8.3

Rezonans anındaki direncin ortalama gücü $I_2{}^2 R$ dir. İndüktans ve kondansatörün reaktif gücü ise $I^2 X_L$ ve $I^2 X_C$ dir. Böyle bir devrenin güç üçgeni şekil 8.4 deki gibidir. Rezonans anı gösteriyor ki görünen güç dirençte sarfedilen güce eşittir. Çünkü $P_{q(L)} = P_{q(C)}$ dir.

Rezonans devresinin güç faktörü ise

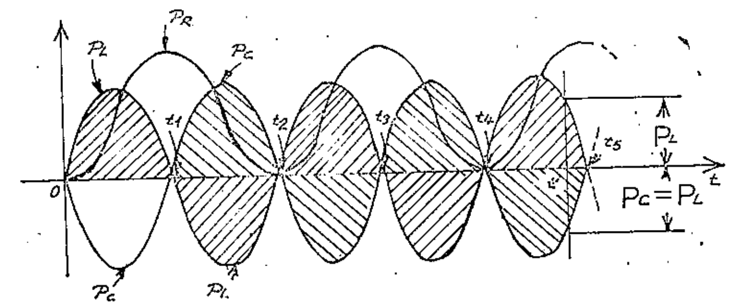
$$F_p = \cos\theta = \frac{1}{P_a} = 1 \text{ dir.}$$



Rezonans anındaki seri rezonans devresinin güç üçgeni

Şekil 8.4

Her bir elemanın güç eğrisini aynı eksen üzerinde işaretlersek şekil 8.5 deki eğri elde edilir. Bu şekilden görülüyor ki zamanın ani değeri için toplam reaktif güç sıfırdır ($t = t'$). Enerji ise hâla indüktör ve kondansatör tarafından emiliyor veya depo edilip bir zaman sonra tekrar kaynağa geri veriliyor. Zamanın değeri 0 dan t' e kadar indüktör tarafından depo edilen enerji aynı zaman aralığın kondansatör tarafından kaynağa geri verilen enerjiye eşittir. Bunun için toplam görünen güç ortalama güce eşit olarak devam eder.



Seri rezonans devresinin rezonans anındaki güç eğrisi

Şekil 8.5

Bu devamlılık indüktör ve kondansatörün enerji emmesi ve tekrar kaynağa geri vermesi şeklindedir. Bu durum sadece rezonans anında olur. Reaktif elemanda meydana gelen çok az bir frekans değişikliği güç üçgeninde sistemin görünen gücü artar ve ortalama güç sarfıyatı ve rezonans uzun süre devam etmez.

8.3 KALİTE FAKTÖRÜ (Q)

Seri rezonans devrelerinin kalite faktörü reaktif gücün P_q (Kondansatör veya indüktör) rezonans anında direncin gücüne veya ortalama güç P ye oranıdır diye tarif edilir.

$$Q_s = \frac{P_q}{P} \qquad (8.6)$$

P_q yerine (L ve C) reaktif değerini yazarsak

$$Q_s = \frac{P_q}{P} = \frac{I^2 X_L}{I^2 R}$$

$$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_s L}{R} \qquad (8.7\,a)$$

veya

$$Q_s = \frac{I^2 X_C}{I^2 R}$$

$$Q_s = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega_s C R} \qquad (8.8)$$

Eğer R direnci sadece bobinin (R_1) direnci ise o zaman Q bobinin kalite faktörü olur.

$$Q_s = Q_{bobin} = \frac{X_L}{R_1} = (R = R_1) \qquad (8.7\,b)$$

$$\omega_s = 2\pi f_s \text{ ve } f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ olduğundan}$$

$$Q_s = \frac{\omega_s L}{R} = \frac{2\pi f_s L}{R} = \frac{2\pi}{R}\left(\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\right) L$$

$$Q_s = \frac{L}{R}\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\right) = \left(\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L}}\right)\frac{L}{R\sqrt{LC}}$$

$$Q_s = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (8.9)$$

Seri rezonans devreleri genellikle kominikasyon devrelerinde kullanılır ve Q_s ise genellikle bir den büyüktür. Şekil 8.2 deki devre ye gerilim bölme kaidesini uygularsak aşağıdaki değer elde edilir.

$$V_L = \frac{X_L E}{Z_T} = \frac{X_L E}{R} \quad \text{(rezonansta)}$$

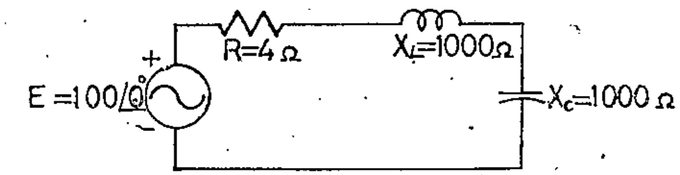
$$V_{Ls} = Q\,E \qquad (8.10)$$

veya

$$V_C = \frac{X_C E}{Z_T} = \frac{X_C E}{R}$$

$$V_{Cs} = Q\,E \qquad (8.11)$$

Q değeri genellikle bir den büyük olduğundan kondansatör veya indüktör uçlarındaki gerilim rezonans seri devrelerinde devreye uygulanan giriş geriliminden büyüktür. Pek çok durumlarda böyle bir devre yapımında bu durumdan dolayı izolasyon iyi yapılmalıdır. Böyle bir devreye ait bir örnek şekil 8.6 da görülmektedir.



Yüksek Q lü seri rezonans devresi

Şekil 8.6

$$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{1000}{4} = 250$$

$$V_L = V_C = Q_s E$$

$$= 250 \,.\, 100 = 25000 \text{ volt}$$

Elde edilen bu gerilim değeri gerçekten böyle bir devre teşkilinden çok büyük dikkati gerektirir.

8.4 Z_T ye KARŞIN FREKANS

Seri bağlı R, L ve C devrelerinde her hangi bir frekanstaki toplam empedans aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$Z_T = R + JX_L - JX_C \text{ veya } Z_T = R + J\,(X_L - X_C)$$

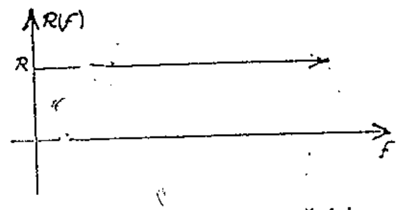
Toplam empedansın büyüklüğü ise

$$Z_T = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \text{ dir.}$$

Seri rezonans devresinde toplam empedansa karşılık frekans eğrisi şekil 8.2 deki devre için her bir elemana empedans ve frekans eğrileri uygulanmak suretiyle aşağıdaki formülden bulunabilir.

$$Z_T(f) = \sqrt{[R(f)]^2 + [X_L(f) - X_C(f)]^2} \qquad (8.12)$$

Formülde $Z_T(f)$ değeri toplam empedans olup frekansın bir fonksiyonudur. İdeal olarak direnç değeri frekansla değişmez, dolayısıyla direncin frekans eğrisi yatay eksene direncin büyüklüğü değerinde bir paraleldir. Direnç ve frekans eğrisi şekil 8.7 de görülmektedir.



Direnç - frekans eğrisi

Şekil 8.7

Reaktans denkleminden tesbit edilen indüktans eğrisi orjinden geçen ve eğimi bobinin indüktansına eşit olan düz bir doğrudur. İki boyutlu bir alanda böyle bir doğrunun matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir.

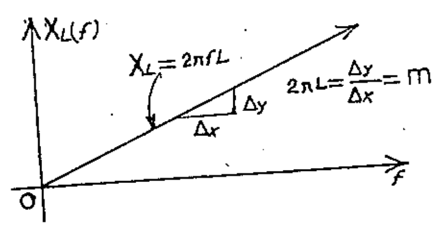
$y = mx + b$

Bobin için

$$\underset{\downarrow}{X_L} = 2\pi f L + 0 = \underbrace{2\pi L}_{m}\ \underset{x}{(f)} + \underset{b}{0}$$

$$Y = m\ x + b$$

Bu formülde $2\pi L$ o eğrinin eğimini verir. Bu değerlere göre çizilen eğri şekil 8.8 de görülmektedir.



İndüktif reaktansa karşın frekans

Şekil 8.8

Kondansatör için

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \quad \text{veya} \quad X_C f = \frac{1}{2\pi C}$$

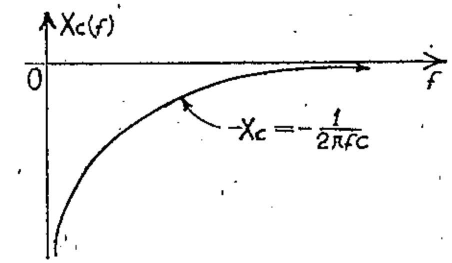
Böylece $Y_X = k$ olur. Hiperbol için denklemde

Y (değişken) $= X_C$

X (değişken) $= f$

k (sabit) $= 1/2\pi C$

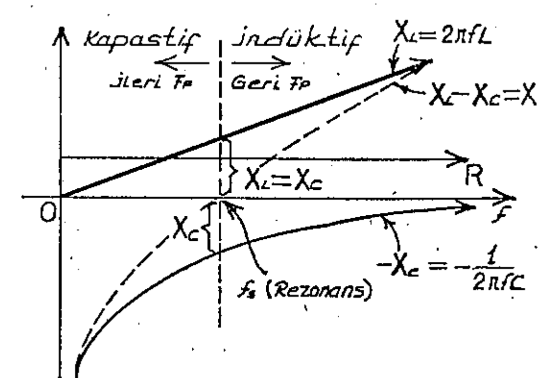
—X_C (f) değerini içeren toplam empedans Z_T denkleminden elde edilen değere göre çizilen $-1/2\pi f C$ eğrisi şekil 8.9 da görülmektedir.



Kapasitif reaktansa karşın frekans eğsiri

Şekil 8.9

Omik, indüktif ve kapasitif değerlere göre aynı eksen üzerinde gösterilerek çizilen eğriler şekil 8.10 da görülmektedir. Bu eğrilerden görüldüğü gibi rezonans anında $X_L = X_C$ dir. Ayrıca devrenin kapasitif reaktansı indüktif reaktansından (rezonans frekansına göre) daha büyüktür. Böylece bu devre rezonans frekansının solunda kapasitiftir. Rezonans frekansının fs nin sağındaki değerler için ise indüktiftir.

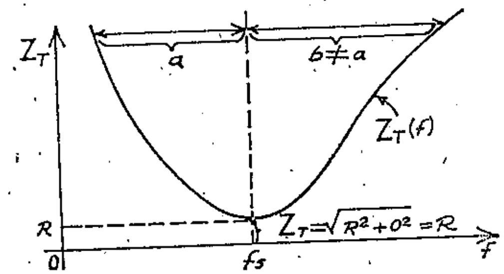


Şekil 8.10

Başka bir ifadeyle fs nin solunda kalan değerler için güç faktörü ileridir ve fs nin sağındaki değerler için güç faktörü geridir.

$$Z_T(f) = \sqrt{[R(f)]^2 + [X_L(f) - X_C(f)]^2}$$
$$= \sqrt{[R(f)]^2 + [X(f)]^2}$$

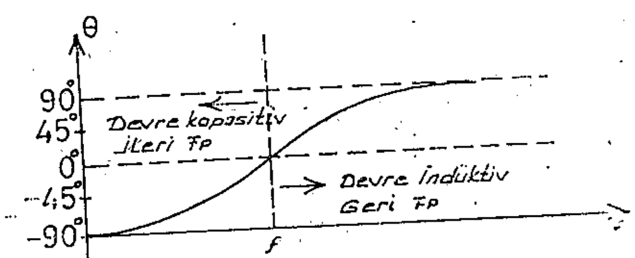
Bu denklemden elde edilen değerlere göre $Z_T(f)$ eğrisi şekil 8.11 de görülmektedir.



Seri rezonans devresi için Z_T ye karşın frekans eğrisi

Şekil 8.11

Bu eğriden görüldüğü gibi minimum empedans ancak rezonans frekansında meydana gelmektedir. Bu değer aynı zamanda devrenin omik R değerine eşittir. Dikkat edilirse bu eğri rezonans frekansına göre simetrik değildir. Rezonans frekansına göre çok küçük değerler için devre oldukça kapasitif ve akım uygulanan gerilimden 90° ileridir. Rezonans frekansına göre çok yüksek frekans değerleri için devre oldukça indüktif ve akım uygulanan gerilime göre 90° geridedir. Uygulanan gerilim ve devre akımı sadece rezonans değerinde aynı fazdadır. Yani devre omiktir. Bu değerlere göre çizilen eğri şekil 8.12 de görülmektedir.



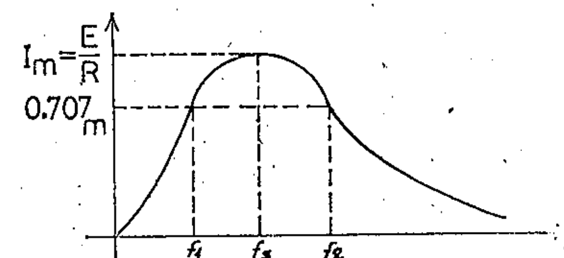
Seri rezonans devresinin faz eğrisi

Şekil 8.12

8.5 SEÇİCİLİK

Devreye uygulanan E gerilimi için frekansla devreden geçen $I = E/Z_T$ akımının büyüklüğünü dikey ve yatay eksenlerde işaretleyecek olursak şekil 8.13 de görülen eğri elde edilir. Bu eğriden görüldüğü gibi eğri sıfırdan başlayarak Z_T veya E/R_T değerinde maksimum değere ulaşır ve Z_T değeri arttıkça yavaş yavaş sıfıra düşer. Böylece çizilen eğri dikkat edilirse daha evvelden çizilen empedans-frekans eğrisinin ters çizilmiş şeklidir. Frekansın belirli bir değeri vardırki bu anda akım maksimum, empedans ise minimum değerdedir. Akımın maksimum değerinin 0.707 sine tekabül eden frekans değerine band frekansı veya yarı güç frekansı denir. Bu frekans değerleri şekilde f_1 ve f_2 harfleriyle gösterilmiştir. Bu iki frekans değerleri arasındaki mesafeye band genişliği denir ve kısaca BW harfleriyle gösterilir.

Yarı güç frekansı, her hangi bir rezonans frekansında sarfedilen gücün yarı değerde olduğu frekans değeridir. Buna göre yarı frekans gücü



Seri rezonans devresi için I ye karşın f eğrisi

Şekil 8.13

$$P_{Ygf} = \frac{1}{2} P_{max} \qquad (8.13)$$

Yukarıdaki koşullar dikkate alınırsa

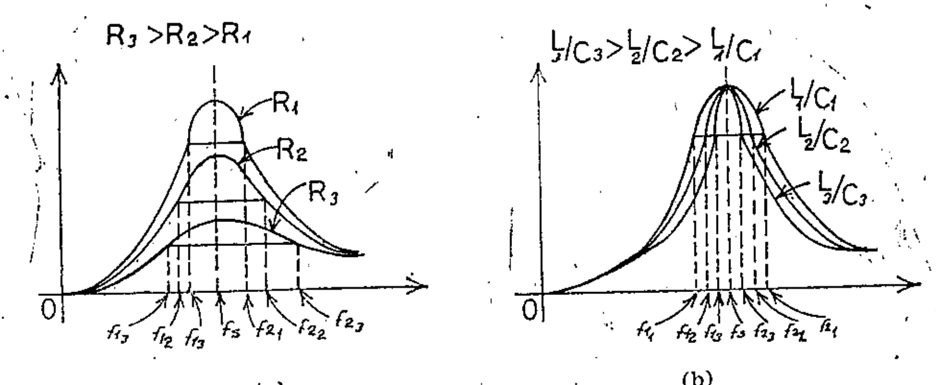
$$P_{max} = I^2_m R$$

$$P_{Ygf} = I^2 R = (0.707\, I_m)^2 R$$

$$= 0.5\, I_m R = \frac{1}{2} P_{max}$$

Band frekansını seçmek için rezonans devresinin şekil 8.13 deki eğri gibi ayarlanmasına seçicilik eğrisi denir. Burada seçicilik o rezonans devresinde band genişliğini temin eden frekansın seçimi anlamındadır. Böylece band genişliğinin çok küçüklüğü seçiciliğin çok büyük oluşu demektir. Yani seçicilik arttıkça band genişliği azalır.

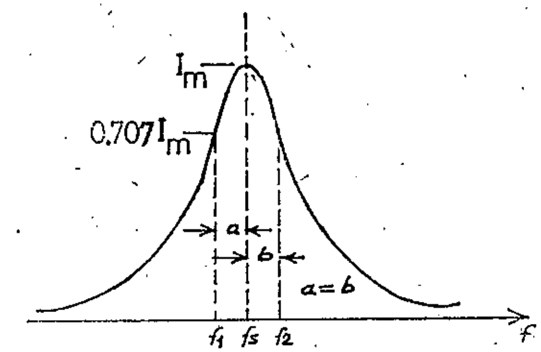
Şekil 8.4 de görüldüğü gibi eğrinin şekli seri devredeki R, L ve C elemanlarına bağlıdır. Eğer sabit bir indüktans ve kapasitans değeri için küçük bir direnç yapılırsa band genişliği azalır ve seçicilik artar. Aynı şekilde L/C oranı yükselirse sabit bir direnç değeri için tekrar band genişliği azalır ve seçicilik tekrar yükselir.



Seri rezonans devresinde R, L, C nin seçiciliğe etkileri

Şekil 8.14

Kalite faktörüyle ifade edilirse eğer R değeri belli bir X_L değeri için yükseltilirse Q_s azalır ve $Q_s = \omega_s L/R$ den tesbit edilir. Küçük Q_s değeri için küçük seçicilik ve geniş band genişliği ile rezonans eğrisi Q_s nin büyük değeri için zıtlık gösterir. Devrelerde $Q_s \geq 10$ değeri için yaklaşık olarak rezonans frekansı band genişliğini ortadan ikiye böler ve bu anda rezonans eğrisi rezonans frekansına göre simetrik olur. Bu durum şekil 8.15 deki eğriden görülmektedir.



$Q_s \geq 10$ için yaklaşık seri rezonans eğrisi

Şekil 8.15

Kesme veya ayırma frekansları f_1 ve f_2 Q_s nin her hangi bir değeri için genel olarak akımdaki düşüş oranının 0.707 lik değerine eriştiği anda onun rezonans değeri artar. Buna tekabül eden empedans değeri $1/0.707 = \sqrt{2}$ dir. Rezonans değerinin bu $\sqrt{2}$ katı R değerini verir.

Z_T nin büyüklüğünün hesaplanmasında Z_T nin yerine $\sqrt{2}R$ değeri koyarsak

$$Z_T = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\sqrt{2}R = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$2R^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

$$R^2 = (X_L - X_C)^2$$

Her iki tarafın kare kökünü alırsak

$R = X_L - X_C$ olur.

Bu aşamada $X_L > X_C$ olduğunu varsayalım. Bu durum f_2 veya ω_2 ile ilgilidir. X_L değeri için $\omega_2 L$ yazarsak ve X_C değeri için $1/\omega_2 C$ değeri yerine konursa eşit işaretlerin solundaki değer aşağıdaki gibi olur.

$$R = \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}$$

$$R - \omega_2 L + \frac{1}{\omega_2 C} = 0$$

veya

$$R\omega_2 - L\omega_2^2 + \frac{1}{C} = 0$$

$$\omega_2^2 - \frac{R}{L}\omega_2 - \frac{1}{LC} = 0$$

Bu denklemi çözersek

$$\omega_2 = \frac{-(-R/L) \mp \sqrt{[-(R/L)]^2 - [-(4/L\,C)]}}{2}$$

$$\omega_2 = +\frac{R}{2L} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}$$

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}} \quad \text{(rad/dak)} \qquad (8.14)$$

Son denklemde negatif (—) işareti yok olmuştur. Çünkü $(1/2)\sqrt{R^2/L^2 + 4/LC}$ değeri daima $R/(2L)$ değerinden büyüktür. Eğer bu negatif (—) işaret silinmese idi radyan (ω) değeri için negatif bir çözüm elde edilir. $\omega_2 = 2\pi f_2$ dir.

$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}}\right] \quad \text{(Hz)} \qquad (8.15)$$

Bu formülü $X_C > X_L$ olarak varsayılıp tekrar çözersek ω_1 veya f_1 aşağıdaki gibi olur.

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}} \quad \text{(rad/dak)} \qquad (8.16)$$

$\omega = 2\pi f_1$ olduğundan

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\left[-\frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}}\right] \quad \text{(Hz)} \qquad (8.17)$$

Band genişliği (BW)

$$BW = f_2 - f_1$$

$$= \left[\frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{4\pi}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}}\right] - \left[-\frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{4\pi}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}}\right]$$

$$= f_2 - f_1 = \frac{R}{2\pi L} \qquad (8.18)$$

$\frac{R}{L} = \frac{\omega_2}{Q_2}$ formülden $Q_s = \frac{\omega_2 L}{R}$ ve $\frac{1}{2\pi} = \frac{f_2}{\omega_2}$ den

$\omega_2 = 2\pi f_2$ olarak formülde yerine konursa

$$BW = \frac{R}{2\pi L} = \left(\frac{f_2}{\omega_2}\right)\left(\frac{\omega_2}{Q_s}\right)$$

$$BW = \frac{f_2}{Q_s} \qquad (8.19\text{ a})$$

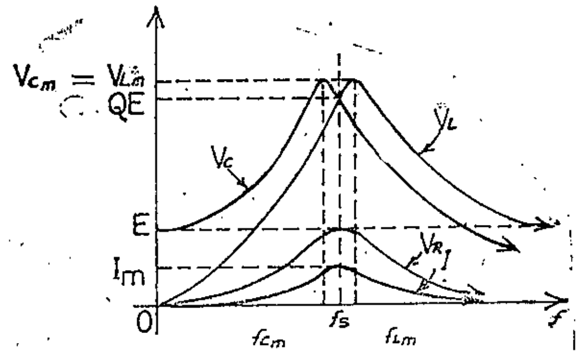
Band genişliği için en uygun şekil budur. Çünkü band genişliği devrenin Q_2 ile ilgilidir. Ayrıca formül 8.19 a dan anlaşılıyor ki Q_s değeri yükseldikçe band genişliği azalır veya tersi olur. Formül 8.19 a yı başka bir ifade şeklinde de yazmak mümkündür.

$$\frac{f_2 - f_1}{f_2} = \frac{1}{Q_s} \qquad (8.19\text{ a})$$

Bu formülde görülen $(f_2 - f_1)/f_2$ oranı bazen kesirli band genişliği olarak anılır.

8.6 V_R, V_L ve V_C

V_R, V_L ve V_C gerilimlerinin etkin büyüklükleri ile I akımının değerine karşın frekans değerini seri bir rezonans devresi için aynı eksen üzerinde gösterirsek şekil 8.16 daki eğrileri elde edilir. Bu eğrilere dikkat edilirse V_R eğrisiyle I akımı eğrisinin şekilleri bir birinin aynıdır ve V_R gerilim eğrisinin tepe noktası değeri E giriş geriliminin büyüklüğüne eşittir. V_C eğrisi ise E giriş gerilimine eşit değerden başlar ve yavaş yavaş yükselir. Çünkü kondansatörün reaktansı frekans sıfırken sonsuzdur (açık devre) ve bu frekans değerinde (sıfırken) indüktansın reaktansıda sıfırdır (kısa devre). Bu nedenlerle V_C eğrisi E değerinden V_L eğriside 0 (orjin) noktasından başlar. Frekans yükselirken $1/\omega C$ değeri küçülür fakat I akımının artış oranı $1/\omega C$ nin düşüşünden daha fazladır. Bunun için V_C yükselir ve akımın çabuk artışından dolayı yükselmeye devam eder. Bu yükseliş frekansın rezonans anına kadar devam eder.



Seri rezonans devresi için V_R, V_L ve V_C ile I akımına karşın frekans eğrisi
Şekil 8.16

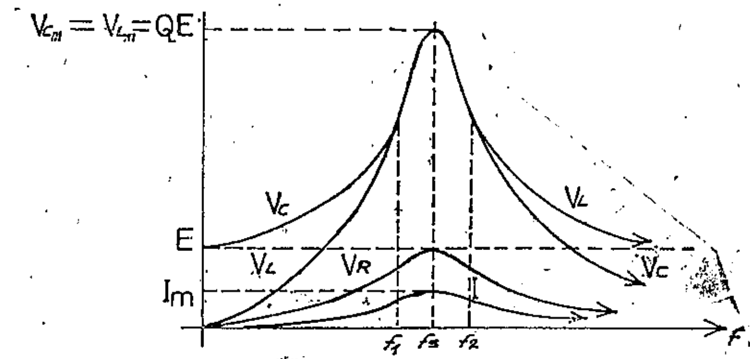
Bu değer rezonans koşullarına yaklaşırken akımın değişme oranı azalır. Bu durum olurken $1/(\omega C)$ faktörü frekans yükselirken düşer ve frekansın yükselmesi I akımının değişimini ve V_C değeri rezonans frekansından hemen önce tepe noktası değerine yükselir. Rezonans frekansından sonra I akımı ve V_C değeri sıfıra yaklaşır. Devrenin Q_s değerinin yüksek oluşu F_{cm} frekans değeri f_s değerine yaklaşır ve V_{cm} değeri ise $Q_s E$ değerine eşit olur.

$Q_s \geq 10$, $f_{cm} = f_s$ ve $V_{cm}\,Q_s E$ değerlerine eşittir.

V_L eğrisi sıfırdan itibaren rezonans frekansına kadar yavaş yavaş yükselirken denklemin her iki ωL ve I değerlerinden dolayı $V_L = IX_L = \omega LI$ değeri frekans değerinden fazla artar. Rezonans anında I tepe noktası değerine erişirken ωL değeri yükselmesine devam eder. Bunun için V_L değerine tepe noktası değerine rezonans frekansından sonra erişir. Tepe noktası değerine eriştikten sonra V_L gerilimi E gerilimine doğru düşer. Çünkü I akımının düşüşü ωL değerinin artışını önler. Bu E değerine yaklaşırken X_L değeri sonsuz olur ve X_C değeri ise sıfır olur.

Bir devrede Q_s değeri artarken frekans f_{Lm} f_s ye doğru düşer ve V_{Lm} değeri $Q_s E$ değerine yaklaşır. Devreler için
$Q_s \geq 10$, $f_{Lm} = f_s$ ve $V_{Lm} = Q_s E$ dir.
Rezonans değerinin üzerindeki frekans değerleri için her hangi bir frekansta V_L geriliminin büyüklüğü V_C geriliminden büyüktür ve V_C eğrisi rezonans frekansının altındaki frekans değerleri için V_L eğrisinden daha fazla büyüklüğe sahiptir. Bu durum R, L ve C seri devrelerinde 0 dan rezonans frekansına kadar devrenin kapasitif olduğunu ve rezonans frekansından büyük frekans değerleri için devrenin indüktif olduğunu bir defa daha doğrulamış olur.

$Q_s \geq 10$ koşulu için şekil 8.16 daki eğriler şekil 8.17 de görülmektedir. Dikkat edilirse her birinin tepe noktası değeri rezonans frekansındaki değeridir ve bu eğrilerin şekilleri bir birinin benzeridir.

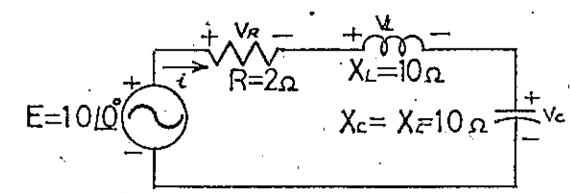


Şekil 8.17

8.7 ÖRNEKLER

ÖRNEK: 8.1

Şekil 8.18 deki rezonans devresi için i, v_R, v_L, v_C değerlerini vektör olarak bulunuz. Devrenin Q_s değeri nedir. Eğer rezonans frekansı 5000 Hz olursa band genişliği nedir. Böyle bir devrede yarı güç frekansındaki sarfedilen gücü bulunuz.



Şekil 8.18

Çözüm:

$Z_{Ts} = R = 2$ om

$$I = \frac{E}{Z_{Ts}} = \frac{10\ \underline{/0^\circ}}{2\ \underline{/0^\circ}} = 5\ \underline{/0^\circ}$$

$$V_R = E = 10\ \underline{/0^\circ}$$

$$V_L = IX_L = (5\,\angle 0°)\ (10\,\angle 90°) = 50\,\angle 90°$$

$$V_C = IX_C = (5\,\angle 0°)\ (10\,\angle -90°) = 50\,\angle -90°$$

$$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{10}{2} = 5$$

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_s}{Q_s} = \frac{5000}{5} = 1000 \text{ Hz}$$

$$P_{ylg} = \frac{1}{2} P_m = \frac{1}{2} I_m^2 R = \left(\frac{1}{2}\right) 5^2\ 5 = 62.5 \text{ vat}$$

ÖRNEK: 8.2

Seri rezonans devresinin band genişliği 400 Hz dir. Eğer rezonans frekansı 4000 Hz ise Q_s değerini bulunuz. Eğer $R = 10$ om ise X_L nin değerini rezonans anında bulunuz. Devrenin L indüktansını ve C kapasitesini bulunuz.

Çözüm:

$$BW = \frac{f_s}{Q_s} = \text{veya } Q_s = \frac{f_s}{BW} = \frac{4000}{400} = 10$$

$$Q_s = \frac{X_L}{R} \text{ veya } X_L = Q_s R = 10 \times 10 = 100 \text{ om}$$

$$X_L = 2\pi f L \text{ veya } L = \frac{2}{2\pi f_2} = \frac{100}{6.28 \times 4000} = 4 \text{ mH}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_2 C} \text{ veya } C = \frac{1}{2\pi f_2 X_C} = \frac{1}{6.28 \times 4000 \times 100} = 0.4\ \mu f$$

ÖRNEK: 8.3

R, L, C seri devresinin rezonans frekansı 12000 Hz dir. Eğer $R = 5$ om ve X_L rezonans anında 300 om ise band genişliğini bulunuz. Devrenin kesme (ayırma) frekanslarını bulunuz.

Çözüm:

$$Q_s = \frac{X_L}{R} = \frac{300}{5} = 60$$

$$BW = \frac{f_s}{Q_s} = \frac{12000}{60} = 2000 \text{ Hz}$$

$Q_s \geq 10$ değerinden büyük olduğu için band genişliği f_s tarafından ikiye ayrılır. Böylece

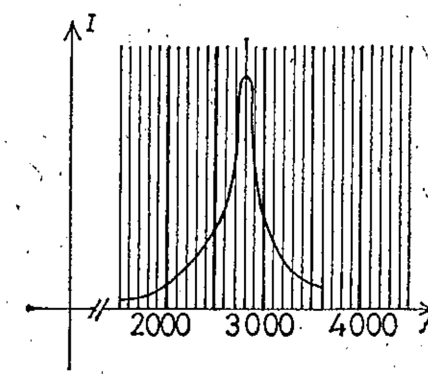
$$f_2 = f_s + \frac{BW}{2} = 12000 + 1000 = 13000 \text{ Hz}$$

$$f_1 = 12000 - 1000 = 11000 \text{ Hz}$$

ÖRNEK: 8.4

a — Şekil 8.19 daki devrede Q_s ve BW değerlerini bulunuz.

b — $C = 0.1\ \mu f$ iken L ve R değerlerini seri rezonans devresi için bulunuz.



Şekil 8.19

Çözüm:

a — Rezonans frekansı 2800 Hz, 0.707 değeriyle tepe noktasının çarpımı BW = 200 Hz.

$$Q_s = \frac{f_s}{BW} = \frac{2800}{200} = 14$$

b —

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \text{veya}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_s^2 C} = \frac{1}{4\ (3.14)^2\ (2.8 \times 10^3)^2\ 0.1 \times 10^{-6}}$$

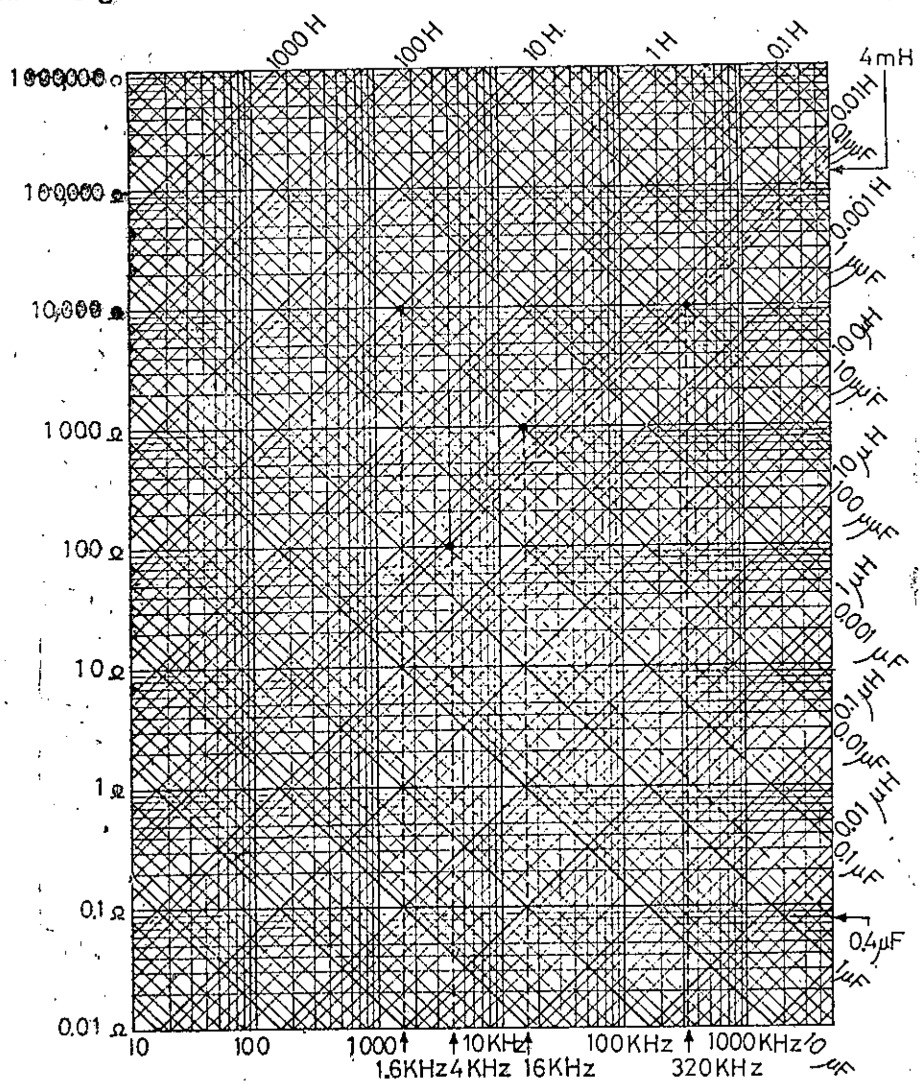
$$= \frac{1}{30.7} = 32.7 \text{ mH}$$

$$Q_s = \frac{X_L}{R} \text{ veya } R = \frac{X_L}{Q_s} = \frac{(2.8\times10^3)\ (32.7\times10^{-3})}{14}$$

$R = 6.55$ om

8.8 REAKTANS TABLOSU

Seri veya parelel rezonans devrelerin yapımında ve analizinde şekil 8.20 de görülen reaktans tablosunu kullanmak çok yararlıdır. Tablonun



Şekil 8.20

sol dik kenarı reaktansı om olarak indüktans ve kapasitansın diğer değerlerinde bu tablonun diğer eksenlerinde gösterilmiştir. Uygulanan veya bulunması istenen frekans değerleri tabandaki yatay eksende gösterilmiştir. Aşağıdaki bir kaç örnekle bu tablonun nasıl kullanıldığını inceleyelim.

ÖRNEK: 8.5

Örnek 8.2 yi reaktans tablosunu kullanarak tekrar çözelim.

Çözüm: Daha önceden $Q_s = 10$ ve $X_L = 100$ om

Eğer 100 om sol düşey eksenden yatay eksene paralel çizersek ve tabandan 4000 Hz den dik olarak yukarı çıkarılırsa 100 om ekseni ile 4000 Hz ekseni bir noktada kesişir. İşte bu kesişme noktasından sağ üst köşeye doğru bir hat takip edilirse bu hattın sağ dik ekseni kesim noktası o indüktansın değerini verir. Örnekte bu değer 0.004 veya 4 mH dir.

Bu kesim noktasından sağ alt köşeye doğru olan hat takip edilirse ve bu hattın sağ dikey ekseni kesim noktası kapasitif değeri verir. Bu örnek için bu değer 0.4 µf dır.

ÖRNEK: 8.6

L = 1 H ve C = 0.01 µf luk olduğuna göre indüktif ve kapasitif reaktans için rezonans frekansını bulunuz.

Çözüm:

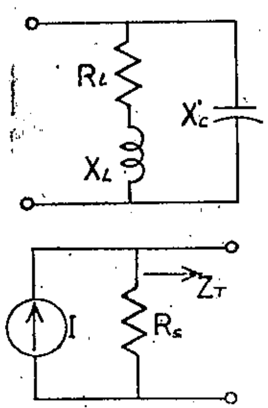
L = 1 H lik değer tablonun üst yatay ekseninde görülyor ki ve 0.01 µf lık değer ise sağ dikey eksenin alt tarafındadır. Bu iki değerin kesim noktasından alt yatay eksene paralel çizersek her bir elemanın reaktansını 10.000 om olarak buluruz. Eğer frekansı bulmak istersek kesim noktasından tabana bir dikme çizilir. Şekilde görüldüğü gibi dikmenin bu ekseni kesim noktası 1600 Hz ye tekabül eder.

PARALEL REZONANS

8.9 PARELEL REZONANS DEVRESİ

Paralel rezonans devresinin temel bağlantı şekli şekil 8.21 de görülmektedir. Bu devrede indüktör ve kondansatör enerjiyi depo ettiklerinden dolayı bu tip bir devrede enerji transferi tıpkı seri rezonans devresinde olduğu gibidir. İdeal durumlarda (radrasyon ve kayıpları yokken) kondansatör enerjinin yarım saykıllık kısmı süresince enerjiyi emer (depo eder) ve aynı oranda indüktör ise enerjiyi serbest bırakır veya geri iade eder. Güç eğrisinin diğer yarım saykıllık süresince indüktör enerjiyi emerken kondansatör ise aynı oranda serbest bırakır veya devreye geri verir. Böylece rezonans anında toplam reaktif güç sıfır olur ve toplam güç faktörü bir olur. Transistör gibi cihazların kullanıldığı devrelerde bu çeşit tank devreleri pek çok kullanılır, Çünkü bu devre sabit akım kaynağı cihazları için gereklidir.

Paralel rezonans devresine giriş için akım kaynağının kullanılışı şekil 8.21 de görülmektedir. Bundan evvelki bölüm 8.3 de her seri bağlı direnç ve reaktif elemanın meydana getirdiği devrenin eşiti, bir paralel devre olduğunu görmüştük. Şekil 8.21 deki devrede R, L kolu için paralel devrenin eşiti şekil 8.22 deki olarak aşağıdaki gibi çıkarılır.

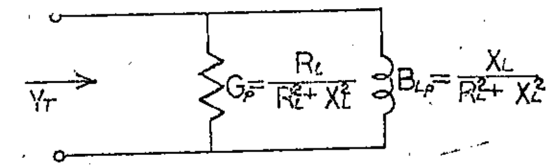


Şekil 8.21

$$Z_{R-L} = R_L + JX_L$$

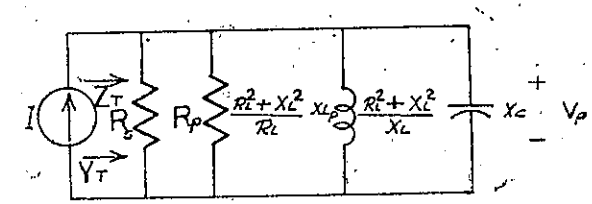
$$Y_{R-L} = \frac{1}{Z_{R-L}} = \frac{1}{R_L + JX_L}$$

$$Y_{R-L} = \frac{R_L}{R_L + X_L} - J\frac{X_L}{R_L + X_L}$$



Şekil 8.22

Şekil 8.21 deki paralel devrede seri R, L bağlantısı yerine yukarıda elde edilen değerleri koyarsak şekil 8.23 deki bağlantı gurubuyla akım kaynaklı devre elde edilir.



Şekil 8.23

Rezonans anında

$$X_{Lp} = X_C$$

X_{Lp} nin eşitini yazarsak

$$\frac{R^2_L + X^2_L}{X_L} = X_C$$

$$X_C X_L = R^2_L + X^2_L \text{ veya } X^2_L = X_C X_L - R^2_L$$

$$X_C X_L = \frac{1}{\omega C}\omega_L = \frac{L}{C}$$

$$X^2_L = \frac{L}{C} - R^2_L \text{ veya } X_L = \sqrt{\frac{L}{C} - R^2_L}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi L}\sqrt{\frac{L}{C} - R^2_L} = \frac{1}{2\pi L}\sqrt{\frac{1 - R^2_L (C/L)}{C/L}}$$

$$= \frac{1}{2\pi L\sqrt{C/L}}\sqrt{1 - \frac{R^2_L C}{L}}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{R_L C}{L}} \qquad (8.20)$$

veya

$$f_p = f_s\sqrt{1-R^2_L\frac{C}{L}} \qquad (8.21)$$

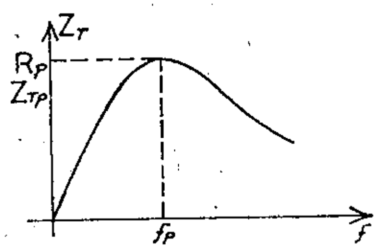
Formülde f_p paralel rezonans devresinin rezonans frekansı ve f_s seri rezonans devresinin aynı reaktif eleman için rezonans frekansıdır. Dikkat edilirse seri rezonans devresi ile paralel rezonans devresinin frekans değerleri farklıdır. Paralel rezonans devresinde rezonans frekansı R_L direncine bağlıdır.

Başka bir ayrıcalık ise yukarıdaki formülde kaynağın direnci R_s yoktur.

8.10 PARALEL REZONANS DEVRESİ İÇİN SEÇİCİLİK EĞRİSİ

Şekil 8.23 deki devrede empedanın, Z_T nin büyüklüğüne karşılık frekans eğrisi benzer olup seri rezonans devresinde elde edilen eğriye göre şekil 8.24 de görüldüğü gibi testir. Paralel devrenin empedansı Z_{Tp} paralel devrenin kollarının geçirgenliklerini toplamak suretiyle ve rezonans koşullarını uygulamakla $X_{Lp} = X_C$ bulunabilir.

Kondansatör için toplam geçirgenlik



Şekil 8.24

$$Y_C = B_C = \frac{1}{X_C}\,\underline{/90^\circ} = 0 - J\frac{1}{X_{Lp}}$$

İndüktif kol için

$$Y_{Lp} = B_{Lp} = \frac{1}{X_{Lp}}\,\underline{/-90^\circ} = 0 - J\frac{1}{X_{Lp}}$$

Toplam geçirgenlik

$$Y_T = G_s + G_p + B_{Lp} + B_C$$

$$Y_T = \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_p} - J\frac{1}{X_{Lp}} + J\frac{1}{X_C}$$

Rezonans anında $X_{Lp} = X_C$ dir.

$$Y_{Tp} = \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_p}$$

veya

$$Z_{Tp} = \frac{1}{Y_{Tp}} = R_s \parallel R_p \qquad (8.22)$$

Şekil 8.23 deki devrede reaktif eleman kaldırılırsa bu değer elde edilir. Bunun için rezonans anında empedans omiktir ve minimum değerdedir. Rezonans anında reaktif elemanın değeri bulunabilir.

$$\frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2} = \frac{1}{X_C}$$

veya

$$R_L^2 + X_L = X_L X_C$$

$$R_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{X_L}$$

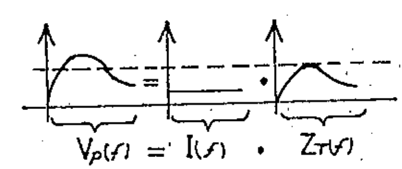
$$R_p = \frac{X_L X_C}{R_L}$$

veya

$$R_p = \frac{(\omega L)\left(\frac{1}{\omega C}\right)}{R_L}$$

$$Z_{Tp} = R_s \parallel R_p = R_s \parallel \frac{L}{R_L C} \qquad (8.23)$$

Z_T nin her hangi bir değeri için I akımı sabit olduğundan paralel devrede toplam empedans Z_T nin uçlarındaki gerilimin şekli şekil 8.25 deki gibidir.



Şekil 8.25

Paralel devrelerde seçicilik eğrisi genellikle kondansatör uçlarındaki V_c gerilimi olarak düşünülür. Çünkü paralel devrelerde elemanlar uçlarındaki gerilimler aynıdır.

$$V_c = V_p = I\,Z_p \tag{8.24}$$

V_c nin rezonans değeri rezonans empdeansı Z_{Tp} ve akım kaynağı I nin büyüklüğü yardımıyla hesaplanabilir. Seri rezonans devresi için $Q_s =$ $Q_b = X_L / R_L$ idi. Paralel eşdeğer devrenin rezistansı R_p ve indüktansı X_{Lp} dir.

R_p :

$$R_p = \frac{R_L^2 + X_L^2}{R_L} = R_L + \frac{X_L^2\,(R_L)}{R_L\,(R_L)}$$

$$R_p = R_L + Q_s^2\,R_L \tag{8.25}$$

X_{Lp} :

$$X_{Lp} = \frac{X_L^2 + X_L^2}{X_L} = \frac{R_L^2\,(X_L)}{X_L\,(X_L)} + X_L$$

$$X_{Lp} = \frac{X_L}{Q_s^2} + X_L \tag{8.26}$$

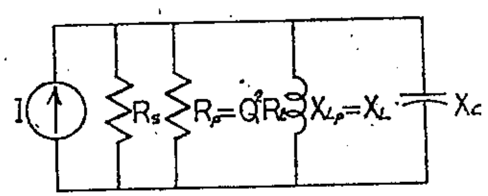
$Q_s \geq 10$ için

$$Q_s^2 R \gg R \text{ ve. } X_L \gg \frac{X_L}{Q_s^2}$$

$$R_p \cong Q_s^2 R_L \tag{8.27}$$

$$X_{Lp} \cong X_L \tag{8.28}$$

Yukarıda elde edilen bu değerlere göre devrenin şeklini yeniden çizersek şekil 8.26 daki devre elde edilir.



$Q \geq 10$ için yaklaşık eşdeğer devre

Şekil 8.26

Bu devreden açıkça görüldüğü gibi $Q_s \geq 10$ dur ve rezonans aşağıdaki gibidir.

$$X_L = X_C \quad (Q_s \geq 10) \tag{8.29}$$

Bu değerler seri reszonans devreleri için

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (Q_s \geq 10) \text{ dir.} \tag{8.30}$$

Paralel rezonans devreleri için kailte faktörü reaktif gücün gerçek güce oranı olarak anılır. Buna göre

$$Q_p = \frac{P_q}{P} = \frac{V_p^2/X_{Lp}}{V_p^2/R} \quad (R = R_s \parallel R_p)$$

$$Q_p = \frac{R}{X_{Lp}} \tag{8.31}$$

$$Q_p = \frac{R}{X_c} \tag{8.32}$$

Çünkü rezonans anında $X_{Lp} = X_c$ dir. $Q_s \geq 10$ için

$$Q_p \doteq \frac{R}{X_L} = \frac{R}{\omega_p L} \tag{8.33}$$

$$Q_p = \frac{R}{X_c} = \omega_p CR \tag{8.34}$$

$R = R_s \parallel R_p = R_p$ (Eğer R_s ihmal edilirse)

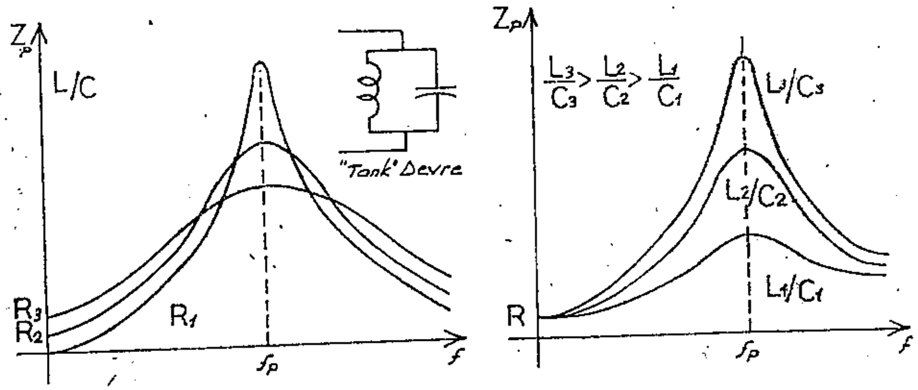
$$Q_p = \frac{R_p}{X_{Lp}} = \frac{(R_L^2 + X_L^2)/R_L}{(R_L^2 + X_L^2)/X_L}$$

$$Q_p = \frac{X_L}{R_L} = Q_s \,.\; R_s = \infty \text{ om} \tag{8.35}$$

Paralel rezonans devresinin band genişliği rezonans frekansı ile ilgilidir ve Q_p değeri seri rezonans devresinde bulunduğu gibi paralel devrede bulunur.

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_p}{Q_p} \tag{8.36}$$

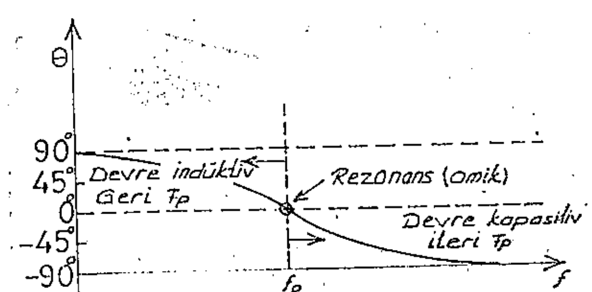
Paralel rezonans devresinde, R_L, L ve C değerlerinin paralel rezonans eğrisinin şekline etkisi şekil 8.27 de görülmektedir. Eğriden görüldüğü gibi giriş empedansının etkisi seri devreninkinin benzeridir.



Paralel rezonans devresine L, C ve R nin etkisi

Şekil 8.27

Rezonans anında $Z_{Tp} = L/R\,C$ olduğundan R_L nin yükselmesi veya L/C oranının düşmesi rezonans empedansının düşmesine neden olur. Empedansın bu düşüşü o devreden geçen akımın artmasına neden olur. Rezonans eğrisinin band genişliği formül 8.32 de verilmiştir. R_L değerinin artması veya L (veya L/C, C sabit) için band genişliği şekil 8.27 de görüldüğü gibi artacaktır.



Paralel rezonans devresinin faz eğrisi

Şekil 8.28

Küçük frekanslarda kapasitif reaktans oldukça yüksektir ve indüktif reaktans ise oldukça düşüktür. Çünkü devredeki elemanlar paraleldir ve düşük frekans değerlerinde toplam empedans indüktiftir. Yüksek değerleri için bu düşüncenin terside doğrudur ve devre kapasitiftir. Rezonans anında ise devre omik özelliğe sahiptir. Bu neticeler şekil 8.28 deki gibi çizilir.

Bu şekle dikkat edilirse seri rezonans devresinde çizilen eğrinin tersidir ve devre küçük frekans değerleri için indüktif yüksek frekans değerleri için kapacitiftir. Rezonans frekansı için devre omik özelliğe sahiptir.

Formül 8.29 ve 8.30 da görüldüğü gibi $Q_s \geq 10$ koşulu için rezonans anında toplam empedans bulunursa

$$Z_{Tp} = R_s \parallel R_p$$

veya

$$Z_{Tp} = R_s \parallel \frac{R_L^2 + X_L^2}{R_L} = R_s \parallel (R_L + Q_s^2 R_L)$$

$Q_s \geq 10$ değeri için

$$Z_{Tp} = R_s \parallel Q_s^2 R_L \quad (Q_s \geq 10) \tag{8.37}$$

Paralel rezonans devrelerinde rezonans frekansı $Q_s = X_L/R_L$ değeri olarak bulunabilir. Bu hesaplama için aşağıdaki işlem yapılır.

$$1 - \frac{R_L^2 C}{L} = 1 - \frac{R_L^2 \omega C}{\omega L} = 1 - \frac{R_L^2}{X_L X_C} = 1 - \frac{R_L^2}{R_L^2 + X_L^2}$$

$$= \frac{R_L^2 + X_L^2 - R_L^2}{R_L^2 + X_L^2} = \frac{X_L^2}{X_L^2 + X_L^2}$$

$$X_L = Q_s R_L \text{ ve } \frac{X_L^2}{R_L^2 + X_L^2} = \frac{Q_s^2 R_L^2}{R_L^2 + Q_p^2 R_L^2} = \frac{Q_s^2}{1 + Q_s^2}$$

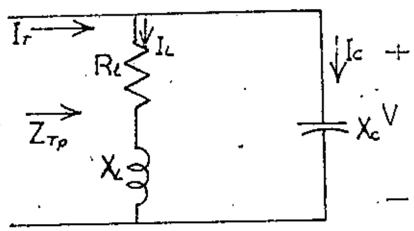
Böylece formül 8.20 aşağıdaki değeri alır.

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{Q_s^2}{1 + Q_s^2}} \quad \text{(Her hangi bir } Q_s \text{ için)} \tag{8.38}$$

$Q_s \geq 10$, $1 + Q_s^2 \cong Q_s^2$ ve $Q_s / (1 + Q_s^2) \cong 1$ sonucu için

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (Q_s \geq 10)$$

Seri devrelerden hatırlanacağı gibi $V_L = V_C = Q\,E$ idi. Şekil 8.29 daki paralel devre çözülecek olursa seri devrelerde rezonans koşulları için elde edilen yukarıdaki değerlere yakın değerler elde edilebilir. Bu devrede I_T akımı kaynak akımı değildir. Bu akım tank devresine giriş akımıdır. $R = \infty$ om (açık devre) koşulu için (bu koşul genellikle olur) I_T akımı kaynak akımı I ye eşittir. Rezonans anında $Z_{Tp} = Q_s\,R_L$ idi. Om kanunu ile $V = I_T Q_s^2\,R_L$ dir.



Şekil 8.29

I_L akımı ise

$$I_L = \frac{V}{Z_L} = \frac{I_T Q_s^2 R_L}{R_L + JX_L}$$

Pay ve paydayı R_L değerine bölersek

$$I_L = \frac{I_T Q_s^2}{1 + J\frac{X_L}{R_L}} = \frac{I_T Q_s^2}{1 + JQ_s}$$

I_L akımının büyüklüğü aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$I_L = \frac{I_T Q_s^2}{\sqrt{1 + Q_s^2}} \quad \text{ve } Q_s \geq 10 \text{ için}$$

$$I_L = \frac{I_T Q_s^2}{Q_s}$$

$$I_L = Q_s I_T \tag{8.39}$$

Paralel rezonans devrelerinde indüktif koldan geçen akımın büyüklüğü Q_s değerinin tankt devreye giren kaımla çarpımıdır. (Sadece rezonans devresi için)

$$I_C = \frac{V}{-JX_C} = \frac{I_T Q_s^2 R_L}{-J\,X_C}$$

Pay ve paydası R_L ye bölersek

$$I_C = \frac{I_T Q_s^2}{-j\frac{X_C}{R_L}} \quad Q_s \geq 10 \text{ rezonans değerleri için}$$

$$X_L = X_C \text{ ve } \frac{X_C}{R_L} = \frac{X_L}{R_L} = Q_s$$

$$I_C = \frac{I_T Q_s^2}{-J\,Q_s}$$

I_C akımının büyüklüğü ise

$$I_C = Q_s\,I_T \text{ (rezonan anında)} \tag{8.40}$$

8.11 ÖZET ve REAKTANS TABLOSU

Tablo 8.1: Paralel rezonanes devresi

	Her hangi Q_s	$Q_s \geq 10$	$R_s = \infty\,\Omega$
Rezonans	$\frac{R_l^2 + X_L^2}{X_L} = X_L$	$X_L = X_C$	$X_L = X_C$
f_p	$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1+\frac{R_l^2 C}{L}}$, $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{Q_s^2}{1+Q_s^2}}$	$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
Z_{Tp}	$R_s \| \frac{R_l^2+X_L^2}{R_l}$, $R_s \| \frac{L}{R_l C}$	$R \| Q_s^2 R_l$	$Q_s^2 R_l$
Q_p	$\frac{R}{X_{Lp}}$, $\frac{R}{X_C}$ veya $\omega_p CR$ $R = R_s \| R_p$	$\frac{R}{\omega_p L}$, $\omega_p CR$	Q_s
BW	$\frac{f_p}{Q_p}$	$I_L = I_C = Q_s I_T$ $\frac{f_p}{Q_p}$	$I_L = I_C = Q_p I_T$ $\frac{f_p}{Q_s}$

$Q_s \geq 10$ değeri için şekil 8.20 deki reaktans tablosunu kullanırsak

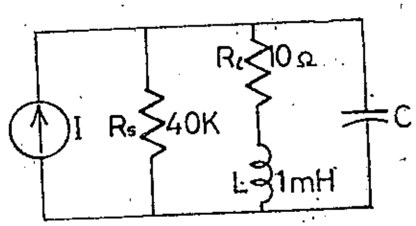
$$X_L = X_C \text{ ve } f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

8.12 ÖRNEKLER

(Paralel rezonans)

ÖRNEK: 8.7

Şekil 8.30 daki devrede aşağıdaki değerleri bulunuz.



Şekil 8.30

a — Q_s
b — R_p
c — Z_{Tp}
d — C (rezonans anında)
e — Q_p
f — BW

Çözüm:

$$a — Q_s = \frac{X_L}{R_L} = \frac{2\pi f_p L}{R_L} = \frac{6.28\ (0.4\times10^6)\ (10^{-3})}{10}$$

$$= 251.2$$

b — $Q_s \geq 10$ Bunun için

$$R_p = Q_s^2 R_L = (251.2)^2\ 10 = 631\ K$$

c — $Z_{Tp} = R_s \parallel R_p = 40\ K \parallel 631\ K = 37.6\ K$

d — $Q_s \geq 10$

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\ C}} \text{ ve}$$

$$C = \frac{1}{L\,(2\pi f)^2} = \frac{1}{(10^{-3})\ (0.4\times10^6\ 2)^2} = 159 \text{ pf}$$

e — $Q_s \geq 10$

$$Q_p = \frac{R}{\omega_p L} = \frac{37.6\ K}{(6.28)\ (0.4\times10^6)\ (10^{-3})} = 15.93$$

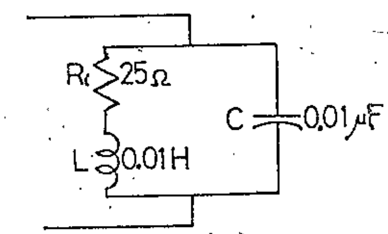
$$f — BW = \frac{f_p}{Q_p} = \frac{0.4\times10^6}{15.93} = 0.025\times10^6 = 25\ kHz$$

ÖRNEK: 8.8

Şekil 8.31 deki devrede rezonans frekansını ve X_L yi bulunuz, ayrıca reaktans tablosundan gerekli denklemi kullanarak bulunan sonuçları karşılaştırınız.

Çözüm:

Reaktans tablosundan f_p değeri 16 kHz ve $X_L = 1000$ om olarak bulunur. Bu değerler gösteriyor ki $Q_s = X_L/R_L = 1000/25 = 40$ bu değer $Q_s \geq 10$ dan çok büyük olduğundan $X_L = X_C$ dir. Başka bir ifadeyle tablo 8.1 den f_p yi tesbit ederek gerekli hesaplamalar yapılırsa aşağıdaki değerler bulunur.



Şekil 8.31

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\ C}} = \frac{1}{6.28}\sqrt{(0.01)\ (0.01\times10^{-6})}$$

$$= \frac{1}{6.28\sqrt{10^{-10}}} = \frac{1}{6.28\times^{-5}}$$

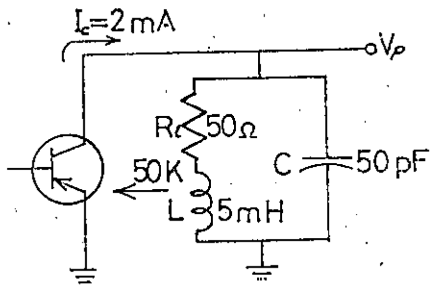
$$= \frac{10^{-5}}{6.28} = 15.924 \text{ Hz veya}$$

$$= 15.924\ kHz$$

$$X_L = 2\pi f_p L = (6.28)\ (15.924\times10^3)\ (0.01) = 1000.03 \text{ om}$$

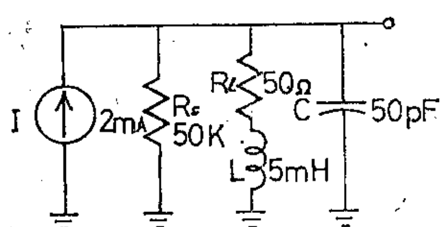
ÖRNEK: 8.9

Şekil 8.32 de görülen transistör devresinin eş değer devresi şekil 8.33 de görülmektedir. Buna göre aşağıdaki değerleri bulunuz.



Şekil 8.32

a — f_p (reaktans tablosu kul.)
b — Q_s
c — Q_p
d — BW
e — V_p (rezonans anında)
f — V_c eğrisini frekansa karşın çiziniz.



Şekil 8.33

Çözüm:

a — Reaktans tablosundan

$f_p = 320$ kHz

b — $Q_s = \frac{X_L}{R_L} = \frac{2\pi f_p L}{R_L} = \frac{(6.28)\ (320\times10^3)\ (5\times10^{-3})}{50}$

$= \frac{10.048}{50} = 201$

c — $Q_p = \frac{R}{\omega_p L} = \frac{R}{X_L}$

$R = R_s \parallel R_p = 50 \parallel Q_s^2\, 50$

$= 50K \parallel 2.02$ M om

$= 50K$

$Q_p = \frac{50K}{10.048K} = 4.98$

d — $BW = \frac{f_p}{Q_p} = \frac{320\times10^3}{4.98} = 64.26$ kHz

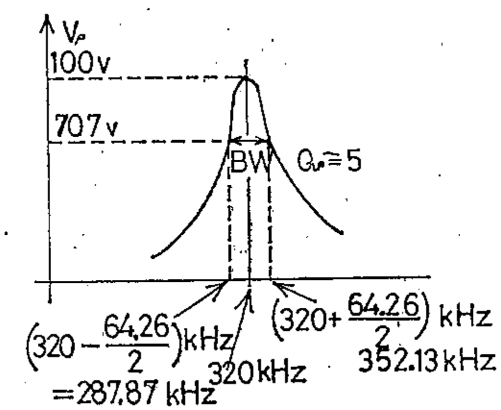
e — Rezonans anında

$Z_{Tp} = R_s \parallel R_p = R = 50\ K$

ve

$V_p = IZ_{Tp} = (2\times10^{-3})\ (50\times10^{-3} = 100$ v.

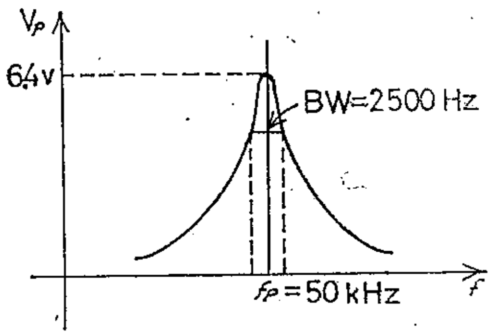
f — Bu değerlere göre çizilen eğri şkeil 8.34 de görüln



Şekil 8.34

ÖRNEK: 8.10

Şekil 8.35 deki gibi bir eğri elde etmek için bir rezonans devresi yapınız. İndüktör için 1 mH, 10 om ve R_s = 40K değerleri kullanılacaktır.



Şekil 8.35

Çözüm:

$$BW = \frac{f_p}{Q_p}$$

$$Q_p = \frac{f_p}{BW} = \frac{50.000}{2500} = 20$$

$$X_L = 2\pi f_p L = (6.28)\ (50\times10^3)\ (10^{-3}) = 314 \text{ om}$$

$$Q_s = \frac{X_L}{R_L} = \frac{314}{10} = 31.4$$

$$R_p = Q_s^2 R_L = (31.4)^2\ 10 = 9860 \text{ om}$$

$$Q_p = \frac{R}{X_L} = \frac{R_s \parallel 9860}{314} = 20$$

$$\frac{(R_s)\ (9.86x10^3)}{R_s + 9.86x10^3} = 6280$$

$$9.86\times10^3\, R_s = 6.28\times10^3\, R_s + 61.92\times10^6$$

veya

$$9.96\ R_s = 6.28\ R_s + 61.92\times10^3$$

$$3.58\ R_s = 61.92\times10^3$$

$$R_s = 17.296 \text{ K}$$

Kaynak direnci 40 K verildiğine göre bu değeri 17.296 K indirmek için buna paralel bir direnç bağlamak gerekir. Buna göre:

$$\frac{40\text{ K } R'}{40\text{ K} + R'} = 17.296\text{ K}$$

$$40\text{ K } R' = 17.296\text{ K } R' + 691.94\text{ K}^2$$

veya

$$22.7\ R' = 691.84\text{ K}$$

$$R' = 30.478\text{ K}$$

Rezonans anında $X_L = X_C$ ve $\omega_p L = \dfrac{1}{\omega_p C}$

veya

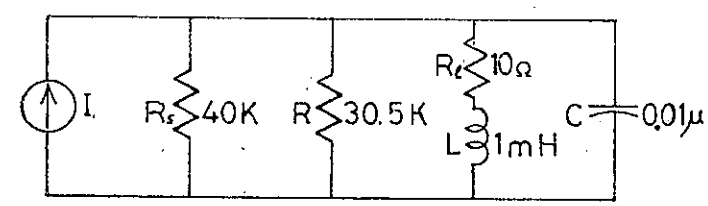
$$314 = \frac{1}{(6.28)\ (50\times10^3)\ (C)} = \frac{1}{314\times10^3\ C}$$

ve

$$C = \frac{(314\times10^3)\ (314)}{1} = \frac{10^6}{98.596} = 0.01\ \mu f$$

$$C = 0.01\ \mu f$$

Bu sonuçlara göre çizilen devre şekil 8.36 daki gibidir.



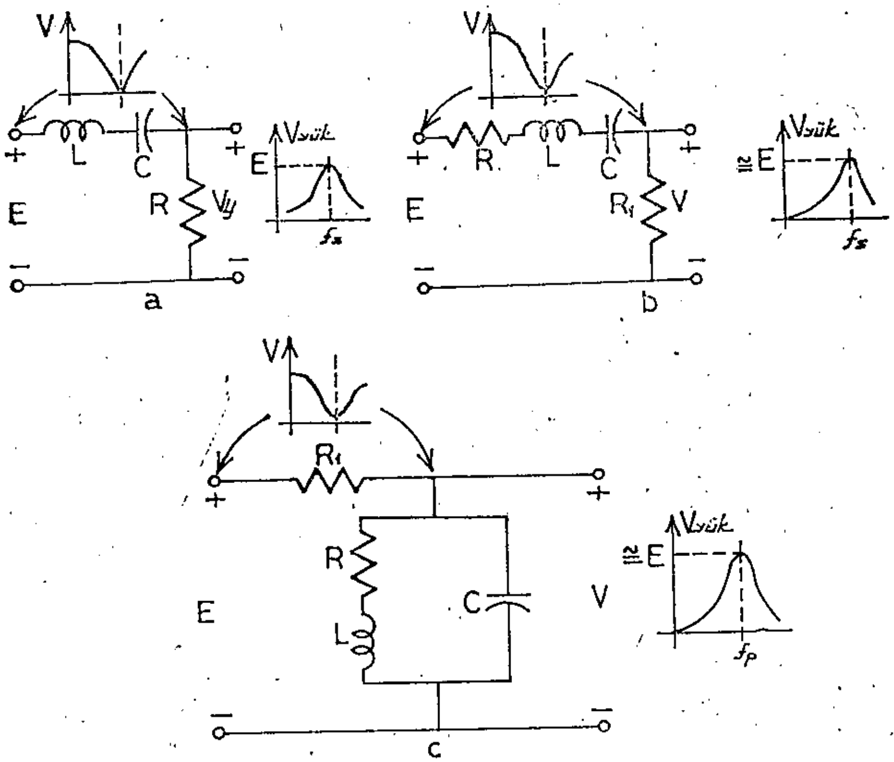
Şekil 8.36

8.13 FİLİTRELER (SÜZGEÇLER)

Filitre devreleri belli bir miktar frekansı ya geçiren veya boğan (durduran) bir çeşit elektrik devreleridir. Bu bölümde filitrelerin esasını teşkil eden çok önemli olan Pass-band, band-stop ve double tuned (çift ayarlı) filitreler incelenecektir.

PASS-BAND FİLİTRELER

Pass-band filitrenin en çok kullanılan ve temel bağlantı şekli şekil 8.37 de görülmektedir. Bu şekillerde görülen filitrelerin her birinin bağlantı amacı V_y yük gerilimini giriş gerilimi E nin frekansının bir değeri için V_y yi maksimum değerde tutmaktır.



Şekil 8.37

Şekil 8.37 a daki devre için çıkış terminaline bağlanan yükün değeri R direnç değerinden büyük olduğunu varsayalım. Yani $R_y \gg R$ dir. Bu durumda yaklaşık olarak $R_y \| R = R$ yazılabilir. Böylece bu devrenin kalite faktörü Q_s aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$Q_s = \frac{X_L}{R} \tag{8.41}$$

Gerilim bölme kaidesi uygulanırsa

$$V_y = \frac{R\,E}{R + J\,(X_L - X_C)}$$

Rezonans anında $X_C = X_L$ olduğundan

$$V_y = \frac{R\,E}{R} = E$$

Rezonans frekansının sağ ve solundaki frekanslarda L, C bağlantısının empedansı artar ve R değerini geçer ve sonuç olarak R direncindeki gerilim düşümü azalır. Bunun sonucu olarak meydana gelen eğri şekil 8.73 a daki gibidir. Bazı durumlar için R_y nin R den büyük olmadığı anda bütün formüllerde R nin yerine $R\|R_y$ yazılır. Şekil 8.37 b deki devrede R_1 değeri R değerinden çok büyük değerler için seçilir ve seri rezonans devresi ve $R_y \gg R_1$ dir.

Rezonans anında

$$V_y = \frac{R_1\,E}{R_1 + R + J\,(X_L - X_C)}$$

veya

$$V_y = \frac{R_1\,E}{R_1 + R} \cong \frac{R_1\,E}{R_1} = E \qquad (R_1 \gg R \text{ dir})$$

$$\underset{\text{yüksüz}}{Q_s} = \frac{X_L}{R + R_1} \tag{8.42}$$

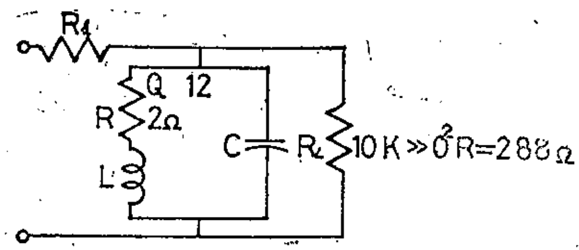
R_y nin R_1 den çok büyük olmadığı hallerde ($R_y \gg R_1$)

$$\underset{\text{yüklü}}{Q_s} = \frac{X_L}{R + R_1 \| R_y} \tag{8.43}$$

Şekil 8.37 c de ise paralel bağlı filitre devresi görülmektedir. Bu bağlantı için rezonans anında büyük empedans değerinden dolayı $V_y = E$ olur. Düşük ve yüksek frekans değerleri için paralel filitre devresinin empedansı R_1 direnç değerinden oldukça eküçüktür. Bu koşullarda meydana gelen eğri şekli 8.37 c dedir.

$R_y \gg Q_s R_L$ ($Q_s \gg 10$ için şekil 8.38 den aşağıdaki formül elde edilir.

$$\underset{\text{yüklü}}{Q_p} = Q_s = \frac{X_L}{R_L} \tag{8.44}$$



Şekil 8.38

R_y nin R_1 den çok büyük olmadığı hallerde ($Q_s \geq 10$) iken

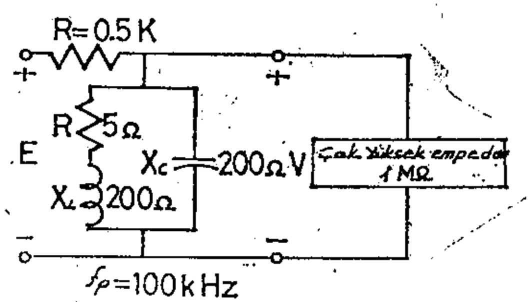
$$\underset{\text{yüklü}}{Q_p} = \frac{R_p}{X_{Lp}}$$

$$\underset{\text{yüklü}}{Q_p} = \frac{R_y \parallel Q_s^2 R_L}{X_L} \tag{8.45}$$

Bu formülden görüldüğü gbii R_1 direnci kalite faktörünü etkilemez. Çünkü rezonans anına yakın değerde takn empedansı R_1 değerinden çok büyük olduğu için R_1 ihmal edilebilir.

ÖRNEK: 8.11

Şekil 8.39 daki pass-band filitre devresinin eğrisini V_y için çiziniz.



Şekil 8.39

Çözüm:

$$Q_s = \frac{200}{5} = 40 = Q_p \text{ (çünkü } R_s = \infty \text{ om dur)}$$

$Q_s = 40 \geq 10$ olduğundan

$$Z_{Tp} = Q_s^2 R = 40^2\, 5 = 8\ K$$

$$V_y = \frac{8\,K\,E}{8K + 0.5K} = 0.94\ E \text{ (rezonans anında)}$$

$$BW = \frac{f_p}{Q_p} = \frac{100000}{40} = 2500\ kHz$$

Bunun için

$$f_1 = 100\ kHz - 1.25\ kHz = 98.75\ kHz$$

$$f_2 = 100\ kHz + 1.25\ kHz = 101.25\ kHz$$

Yarı güç frekansında

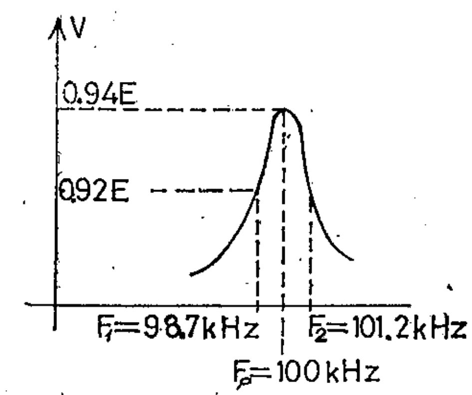
$Z_T = 0.707\ Z_{Tp}$
y.g.f.

$= 0.707\ (8K)$

$= 5.66\ K$

$$V_y = \frac{(5.66\ K)\ E}{5.66\ K + 0.5\ K} = 0.92\ E$$

V_y değerinin eğrisi şekil 8.40 da görülmektedir.



Şekil 8.40

$f_p = 10$ kHz değerinde

$X_L = 20$ om ve $X_C = 2K$

$$Z_T = (R + JK_L) \parallel X_C = R + JK_L = 5 + J20 = 20.6\ \underline{/76°}$$

V_y yük geriliminin büyüklüğü ise

$$|V_y| = \frac{Z_T\ E}{Z_T + R_1} = \frac{(20.6)\ E}{5 + J20 + 0.5K} = \frac{20.6\ E}{505 + J20}$$

$$= \frac{20.6\ E}{505} = 0.041\ E$$

E geriliminin 4.1 % değeri 94 % ve 92 % rezonans frekansında oranlanırsa ve yarı güç frekansları sırayla şöyledir.

$R_y = 50\ K$ için

$$\underset{\text{yüklü}}{Q_p} = \frac{R_y \parallel Q_s^2 R}{X_L}$$

$$= \frac{50\ K \parallel 8\ K}{200} = \frac{6900}{200} = 34.5$$

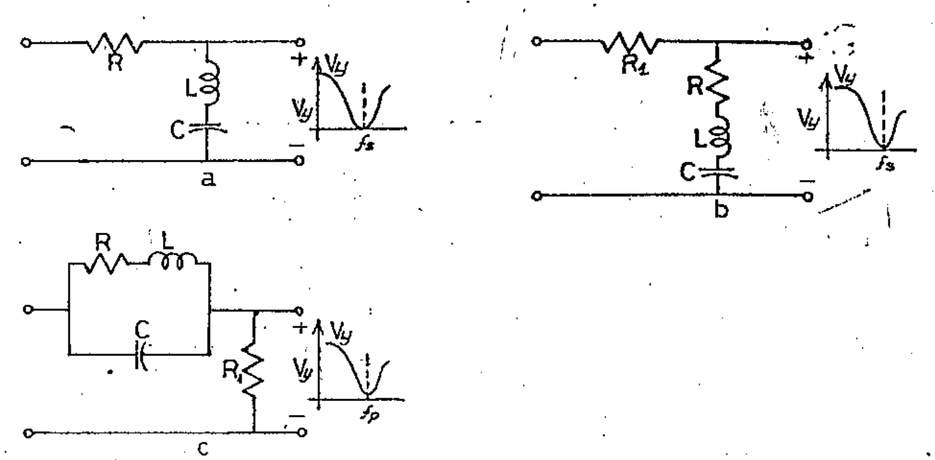
Elde edilen bu sonuç yüksüz değer 40 ile oranlanabilir.

BAND-STOP FİLİTRESİ

Şekil 8.37 deki eğriler dikkatle incelenirse band-stop filitresinin bağlantısı anlaşılabilir. Örneğin şekil 8.37 a daki devre için bütün frekans değerleri L, C bağlantısında ve rezonans anındaki tepkisi çok yükselir. Başka bir ifadeyle V_{L-C} değeri için rezonans anında veya buna çok yakın değerler dışında kalan bütün frekans değerleri geçer.

Band-stop karekteri için çıkış gerilimi V_y, L-C bağlantısının uçlarından alınmalıdır. Şekil 8.37 deki her bir bağlantı için band-stop çıkışı (V_y) şkeil 8.41 de görülen devre elemanlarının uçlarından alınmalıdır. Şekil 8.41 a daki devrede R_y değeri devredeki seri bağlı L-C değerleri ile paralel olduğundan devrenin Q_s değerini etkilemez. Çünkü $Z_{L-C} = 0$ om veya rezonans anına yakın $R_y \gg Z_{L-C}$ ve R_y değerinin paralel etkisi ihmal edlebilir. Bundan dolayı

$$\underset{\text{yüklü veya yüksüz}}{Q_s} = \frac{X_L}{R_L} \qquad (8.46)$$



Şekil 8.41

Rezonans anında şekil 8.41 b deki gibi seri rezonans devresinde R toplam empedanstır. $R_y \gg R$ değeri için R_y değeri Q_s değeri bulunurken ihmal edilebilir. R_1 ve R değreleri seri olduğundan

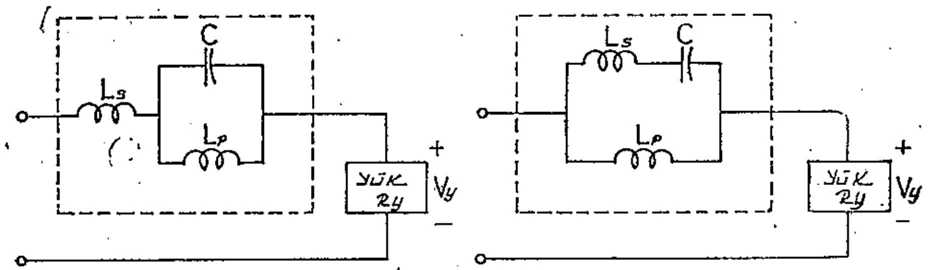
$$\underset{\text{yüklü veya yüksüz}}{Q_s} = \frac{X_L}{R + R_1} \qquad (8.47)$$

Şekil 8.41 c deki parelel rezonans devresi için R_y ve R_1 ın parelel bağlanmasında toplam empedans değeri R_1 den çok küçük olur ve tank devrenin rezonans anındaki yüksek empedansı ihmal edilebilir. Bunun için R_y normal olarak rezonans devresinde kalite faktörünü etkilemez. Böylece

$$\underset{\text{yüklü veya yüksüz}}{Q_p} = Q_s = \frac{X_L}{R_L} \qquad (8.48)$$

DOUBLE-TUNED FİLİTRELER

Bazı filitre devreleri vardır ki bu devreler her iki tip filitre devresinin (pass-band ve band-stop) karakteristiğini gösterir. Şekil 8.42 de böyle her iki karakteristiğe sahip filitre devrelerine double-tuned (çift ayarlı) filitreler denir. Şekil 8.42 a daki devre bir paralel rezonans devresi olup rezonans frekansında band-stop karakteristiği gösterir ve V_y değerinin teşkiline izin vermez. E uygulanan gerilimin büyük bir kısmı paralel rezonans devresinin uçlarından alınır ve bu frekans değerlerinde R_y ile oranlandığında çok yüksek empedansa sahiptir.



Double-tuned devre

Şekil 8.42

Pass-band için paralel rezonans devresi kapasitif olarak yapılır. (İndüktif için C_s yerine L_s bağlanır.) Tank devrelerinin rezonans pass-band frekansında kapasitif reaktansın etkilerini yok etmek için L_s indüktansı seçilir. Böylece seri rezonans devresi gibi rol oynar. Bu frekans değerinde E giriş gerilimi R_Y uçlarındaki gerilime eşittir. Şekil 8.42 b deki devrede seri rezonans devresi hâla pass-band olarak tesbit edilir ve rezonans anında parelel indüktör uçlarındaki çok küçük empedans olarak rol oynar ve $V_Y = E$ olur. Arzu edilen band-stop rezonans frekansında seri rezonans devresi kapasitiftir. Rezonans frekansında band-stop frekansı parelel rezonansı temin etmek için indüktans L_P seçilir. Parelel rezonans devresinin yüksek empedansı çok küçük yük gerilimine V_Y ye neden olur. Pass-band değerinin altındaki frekansı geçirmemesi için devre şekil 8.42 deki gibi bağlanmalıdır. Bunun tersi duurmlarda şekil 8.42 a L_s ve L_P değeri şekil 8.42 b deki gibi kondansatörle değiştirilir.

ÖRNEK: 8.12

Şekil 8.42 b deki devrede L_s ve L_p değerini $C = 500$ pf için tesbit ediniz. Eğer 200 kHz lık frekans reddedilip 600 kHz lik frekans geçirilirse.

Çözüm:

Seri rezonans için $f_s = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L\,C}}$

$$L_s = \frac{1}{4\pi^2 f_s^2\, C} = \frac{1}{4\,(3.14)^2\ (600\times10^3)^2\ (500\times10^{-12})}$$

$$= 141\ \mu H$$

200 kHz de

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 6.28\ (200\times10^3)\ (141\times10^{-6})$$

$$= 177.7\ \text{om}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(6.28)\ (200\times10^3)\ (500\times10^{-12})}$$

$$= 1.6\ K$$

Seri elemanlar için

$$J\,(X_L - X_C) = J\,(177.7 - 1600) = -J\,(1422.3)\ \text{kapasitif}$$

Paralel rezonansta ($Q_s \geq 10$) varsayılırsa

$$X_L = X_C$$

$$L_p = \frac{X_C}{\omega} = \frac{1422.3}{6.28\,.\,200\times10^3}$$

$$= 11.35\ \text{mH}$$

PROBLEMLER

Bölüm 8.1 den 8.8 e kadar.

1 — Aşağıda verilen değerlere göre seri devrenin ω_s ve f_s değerlerini bulunuz.

a — $R = 10$ om, $L = 1$ H, $C = 16\ \mu f$

b — $R = 300$ om, $L = 0.5$ H, $C = 0.16\ \mu f$

c — $R = 10$ om, $L = 0.28$ mH, $C = 7.46\ \mu f$

2 — a) Problem 1 reaktans tablosu kullanarak tekrarlayınız.

b) Tabloyu kullanarak kapasitif ve indüktif bağlantıyı 10 kHz deki rezonansta $X_L = X_C$ yi tesbit ediniz.

c) Tabloyu kullanarak seri rezonans devresinin elemanlarını $X_L = X_C = 2$ K ve $f_s = 100$ kHz ve $Q_s = 50$ bulunuz.

3 — Şekil 8.43 deki seri devrede

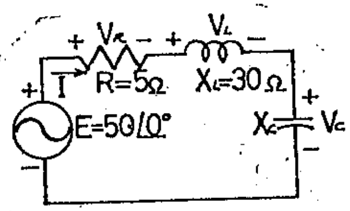
a — X_C dğeerini rezonans için bulunuz.

b — Akım I ve gerilim V_R, V_L ve V_C değerlerini vektör olarak bulunuz.

c — Akım ve gerilimler için vektör diyağramını çiziniz.

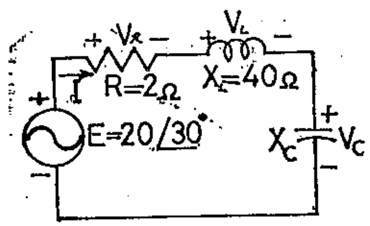
d — Rezonans devresinin güç üçgenini çiziniz.

e — Q_s değerini bulunuz.



Şekil 8.43

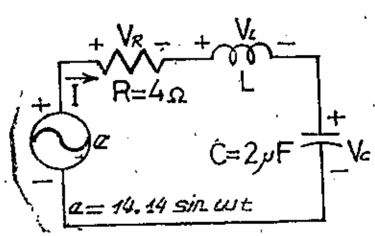
4 — Problem 3 ü şekil 8.44 deki devre için tekrarlayınız.



Şekil 8.44

5 — Şekil 8.45 deki devrede

a — Rezonans frekansı 1800 Hz için L değerini mili henri olarak bulunuz.
b — Problem 2 nin b ve e bölümlerini tekraralayınız.
c — Kesme (ayırma) frekanslarını hesaplayınız.
d — Seri rezonans devresinin band genişliğini bulunuz.



Şekil 8.45

6 — a) Seri bir devrenin rezonans frekansı 10 kHz dir. Eğer devrenin direnci 5 oh ve X_C rezonansta 200 oh ise band genişliği ne olur.
b) Ayırma frekanslarını bulunuz.
c) Q_s
d — Giriş gerilimi 30 /0° ise bobin ve kondansatör uçlarındaki gerilimi bulunuz.
e — Rezonans anında sarfedilen gücü bulunuz.

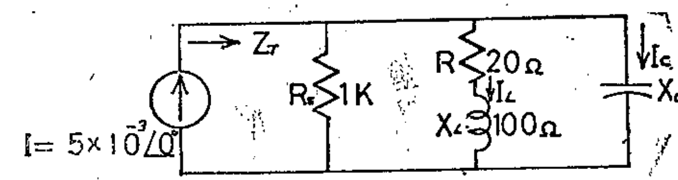
7 — Seri rezonans devresinde kesme frekansları 5400 Hz ve 6000 Hz olduğuna göre

a — Devrenin band genşiliğini bulunuz.
b — Eğer $Q_s = 9.5$ isę dverenin rezonans frekansını bulunuz.
c — Devrenin direnci 2 om ise rezonans anında X_L ve X_C yi bulunuz.
d — L ve C değerlerini bulunuz.

Bölüm 8.9 dan 8.12 ye kadar

8 — Şekil 8.46 daki devrede

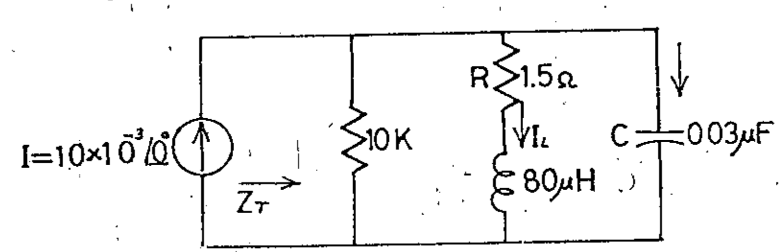
a — X_C değerini rezonans için bulunuz.
b — Rezonans anında Z_T toplam empedansını
c — Rezonans anında I_L ve I_C akımlarını
d — Rezonans frekansı 20000 Hz ise L ve C değerlerini
e — Q_p ve BW değerlerini bulunuz.



Şekil 8.46

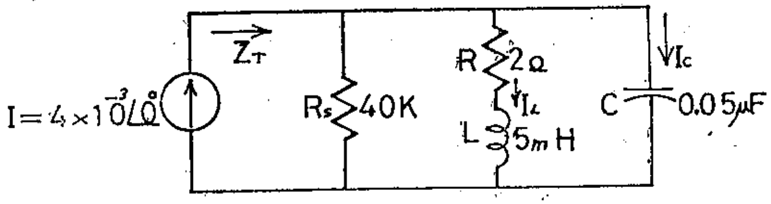
9 — Şekil 8.47 deki devrede

a — Rezonans frekansın
b — Rezonans anında X_L ve X_C değerlerini bulunuz.
c — Rezonans anında bobin yüksek veya düşük Q değerinemi sahiptir?
d — Rezonans anında toplam empedansı Z_{Tp} yi bulunuz.
e — Rezonans anında I_L ve I_C değerlerini bulunuz.
f — Q_p ve BW değerlerini hesaplayınız.



Şekil 8.47

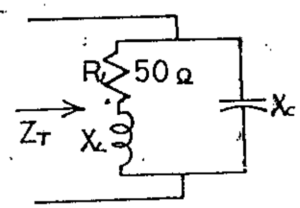
10 — Problem 9 u şekil 8.48 deki devre için tekrarlayınız.



Şekil 8.48

11 — Şekil 8.49 daki devrede Z_T empedansı rezonans frekansında 50 K omik olması arzu ediliyor.

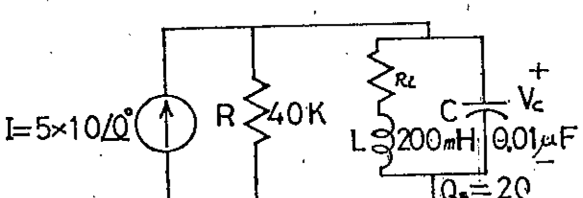
a — X_L değerini bulunuz.
b — X_C değerini bulunuz.
c — L = 16 mH iken rezonans frekansını bulunuz.
d — C değerini mikro farad olarak bulunuz.



Şekil 8.49

12 — Şekil 8.50 deki devrede

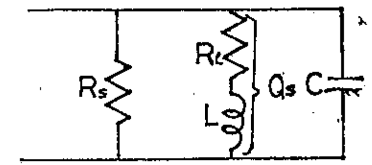
a — f_p
b — Rezonans anındaki V_C yi hesaplayınız.
c — Rezonans anındaki gücü
d — BW yı hesaplayınız.



Şekil 8.50

13 — Şekil 8.51 deki devrede verilen değerlere göre aşağıdaki istenenleri bulunuz.

$f_p = 100$ kHz
BW = 2500 Hz
L = 2 mH
Q = 80 ise
R_s ve C değerlerini bulunuz.

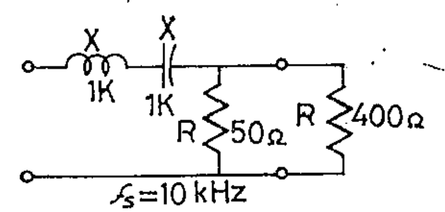


Şekil 8.51

Bölüm 8.13

14 — Şekil 8.52 deki pass-band devresinde

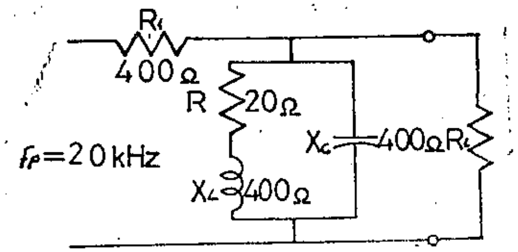
a — Q_s değerini
b — Kesme frekanslarını
c — Frekans karakterlerini çiziniz.
d — $Q_{s\,(\text{yüklü})}$ değerini 200 om yük için bulunuz.



Şekil 8.52

15 — Şekil 8.53 deki pass-band devresinde

Q_p değerini ($R_L = \infty$ om açık devre) için bulunuz.
b — Frekans karakterini çiziniz.
c — Q_p iken R = 100 K olduğuna göre R_L nin etkisi b bölümünde çizilen eğride gösteriniz.
d — Bölüm c yi $R_L = 20$ K için tekraralayınız.



Şekil 8.53

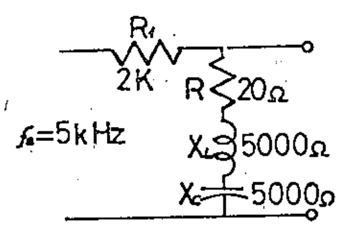
16 — Şekil 8.54 deki band-stop devresinde

a — Q_s değerini

b — BW ve yarı güç frekansını bulunuz.

c — Frekans karakteristik eğrisini çiziniz.

d — Yük direnci 2K ise bobin c de çizilen eğriye bu yükün etkisi nedir?



Şekil 8.54

17 — Şekil 8.42a daki devrede

a — $L_p = 400\ \mu H$, $(Q_s \geq 10)$, $L_s = 60\ \mu H$ ve $C = 120$ pf ise red edilen (geçirilmeyen) ve kabul edilen (geçirilen) ferekans değerlerini bulunuz.

b — Bölüm a için eğriyi çiziniz.

18 — a — Şekil 8.42b deki devrede red edilen frekans 30 kHz ve kabul edilen frekans ise 100 kHz olduğuna göre L_p değerini ve L_p $(Q_p \geq 10)$ ve $C = 200$ pf için bulunuz.

b — Bölüm a da elde edilen değerlere göre eğrisini çiziniz.

ÜÇ FAZLI SİSTEMLER

9.1 GİRİŞ

Bölüm 1 de rotorun her dönüşünde sinüsoidal bir gerilimin meydana geldiğini, rotorda bir sargı varsa meydana gelen gerilimin bir fazlı olduğunu görmüştük. Eğer rotor üzerinde bulunan bobin sayısı arttırılırsa o genatörün faz sayısı da artar ve rotorun her dönüşü için her bobinde ayrı fazda bir gerilim meydana gelir. Bu bölümde, üç fazlı sistemin güç transfer işlerinde çok kullanıldığı için detaylı olarak incelenecektir.

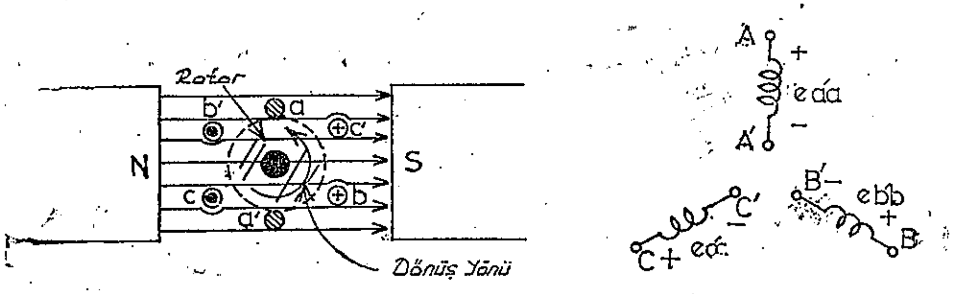
Genel olarak üç fazlı sistemde güç transferi sabit bir güç kaybı için bir fazlı sistemden daha ekonomiktir. Bu ekonomik değer sistemin transmisyon hattındaki I^2R değerinin küçüklüğünden ileri gelir. Transmisyon hatlarındaki bu güç kayıbının azlığı iletkenin kesitinin küçülmesini ve bakır ağırlığını azaltır. Endüstride ticari amaçla kullanılan altarnatörlerin hemen hepsi üç fazlı sisteme sahiptir. Bazı özel durumlarda bir fazlı veya iki fazlı altarnatörler kullanılır. Bu özel durumların başında gaz motorlarıyla çalışan genaratörler ve hastahane tipi portatif generatörler gelir. İki fazlı altarnatörlerin kullanma yerlerinin başında ise özel demir yolu taşımacılığı, kontrol devrelerinde servomekanizm dediğimiz kontrol sistemlerinde, bu tip generatörler çok kullanılır. Servomekanizm sistemi gemilerde ve uçaklarda hareket yönünü sabit tutmak için onları otomatik olarak kontrol işlerinde veya ısı devrelerinde ısı çıkışını regüle etmek için kullanılır. Uygulamaların pek çoğunda bir faz veya iki faz için gerekli yerlerde bir fazlı veya iki fazlı genaratörler kullanılabileceği gibi üç fazlı sistemden de bir veya iki faz elde etmek olasıdır.

Çeşitli altarnatörlerde üç fazlı sistemler kullanılabileceği gibi kullanılacak işin faz durumuna göre altarnatörün faz sayısıda artırılabilir. Yani altarnatörler için faz sayısının üç olması şart değildir. Faz sayısını artırmak demek o altarnatörün rotor kısmına sarılacak sargıların faz açılarını faz sayısına göre azaltmak demektir. Yani 6 fazlı altarnatör rotoruna sarılacak sargıların arasındaki açının 60° olması gerekir. Bu gibi çok fazlı altarnatörler özel amaçlar için yapılır ve bunlardan redresör devreleri ve konvertörler başlıca kullanma yerleridir.

Altarnatif akımı doğru akıma çevirirken altarnatif akımın faz sayısı yükseldikçe meydana gelen doğru akımın kalitesi de artar.

9.2 ÜÇ FAZLI ALTARNATÖR

Üç fazlı altarnatör şekil 9.1 de görüldüğü gibi altarnatörün rotor kısmında aralarında 120° faz farkı ile sarılan üç adet sargıdan meydana gelir. Rotor üzerine yerleştirilen bu üç adet sargının sipir sayıları birbirine eşit olduğundan ve her bobin aynı değerde açısal hızla döndüğünden her bir bobinde indüklenen elektro motor kuvvet (emk) aynı tepe noktası değerine sahiptir. Ayrıca bu emk ların şekilleri ve frekansları bir birinin aynıdır. Her bir bobinde artarak indüklenen emk nın yönü şekil 9.1 a da görüldüğü gibi sağ el kaidesi ile bulunabilir. İndükleme emk gerilimi $e_{A'A}$ pozitif maksimum değerine doğru yükselirken indüklenen $e_{B'B}$ emk gerilimi negatif maksimum değerine doğru düşer. Çünkü $e_{B'B} = -e_{B'B}$. İndüklenen $e_{C'C}$ gerilimi pozitif maksimum değerine yükselir ve dönmeyle birlikte sıfır değerine doğru düşer.

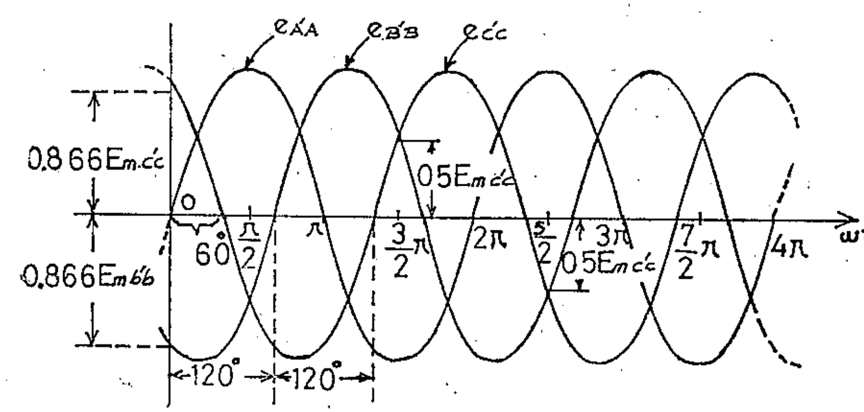


(a) (b)

Üç fazlı generatör

Şekil 9.1

Altarnatörün rotorunun dönüşü neticesinde indüklenen $e_{A'A}$, $e_{B'B}$, $e_{C'C}$ gerilimlerini aynı eksende göstermek suretiyle eğrileri çizilecek olursa bu gerilim değerleri için şekil 9.2 deki eğriler elde edilir. Zamanın her hangi bir ani değeri için üç fazlı altarnatif gerilimlerin cebirsel toplamı sıfırdır. Bu durum şekil 9.2 de $t = 0$ için görülmektedir. Dikkat edilirse indüklenen gerilimlerden biri sıfır olduğu zaman diğer iki indüklenmiş gerilimlerin değeri 86.6 % pozitif veya negatif maksimum değere eşittir. Başka bir ifadeyle indükleme gerilimlerinden her hangi ikisinin büyüklüğü ve işareti ($0.5\ E_m$) değerinde iken üçüncü indükleme gerilim zıt polariteye ve tepe noktası değerine sahiptir.



Şekil 9.2

İndüklenen gerilimlerin sinüsoidal ifadesi aşağıdaki gibidir.

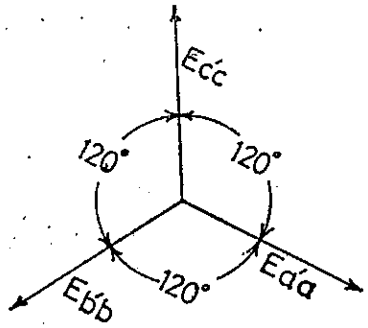
$$e_{A'A} = E_m\ (A'A)\ \sin \omega t$$
$$e_{B'B} = E_m\ (B'B)\ \sin\ (\omega t - 120°)$$
$$e_{C'C} = E_m\ (C'C)\ \sin\ (\omega t - 240°) = E_m (C'C)\ \sin\ (\omega t + 120°) \quad (9.1)$$

İndüklenen gerilimlere ait vektör diyağramı sekil 9.3 de görülmektedir.

$$E_{A'A} = 0.707\ E_m\ (A'A)$$
$$E_{B'B} = 0.707\ E_m\ (B'B)$$
$$E_{C'C} = 0.707\ E_m\ (C'C)$$

ve

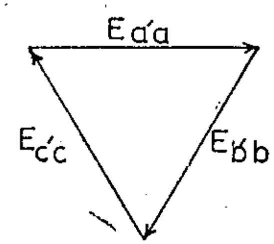
$$E_{A'A} = E_{A'A}\ \underline{/0°}$$
$$E_{B'B} = E_{B'B}\ \underline{/-120°}$$
$$E_{C'C} = E_{C'C}\ \underline{/+120°}$$



Şekil 9.3

Faz diyağramları şekil 9.4 deki gibi yeniden çizersek ve vektör kuralını uygularsak aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

Her hangi bir sayıda çizilmiş vektörlerin toplamı her bir vektörün ok işaretli ucu ile diğer vektörün oksuz ucunu birleştirmek suretiyle elde edilen bağlantı zinciri son vektörün ok işaretli ucu ile ilk vektörün oksuz ucunun birleştirilmesiyle kapanmasından meydana gelen vektör kapalı devresi sıfıra eşittir.



Şekil 9.4

Üç fazlı sistemlerde vektörlerin toplamı sıfırdır. Bu formül olarak üç fazlı sistemler için aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\Sigma (E_{A'A} + E_{B'B} + E_{C'C}) = 0 \qquad (9.2)$$

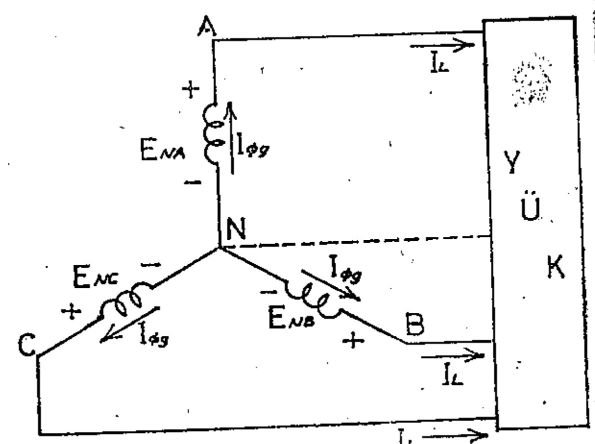
Üç fazlı bir sistem sembolik olarak şekil 9.1 b de görülmektedir. Rotor üzerindeki sargıların bobin şeklinde sembolik olarak nasıl gösterildiklerine dikkat ediniz.

9.3 Y (Yıldız) BAĞLI ALTERNATÖRLER

Şekil 9.1 b de görülen üç terminal A, B, C bir notada üçü bir arada bağlanırsa bu alternatör yıldız (Y) bağlı üç fazlı alternatör olarak anılır. Şekil 9.5 de yıldız bağlı bir alternatör ve bu alternatöre bağlı bir yük görülmektedir. Alternatör faz sargılarının üçünün bir noktada bağlandığı yere nötr noktası denir. Eğer bu nötr noktası ile alternatörün uçlarına bağlanan yük arasında bir bağlantı yoksa böyle bağlantılara yıldız bağlı üç fazlı üç telli alternatör denir. Eğer bu nötr noktası ile alternatör arasında bir iletgenle bağlantı varsa böyle bağlantıya yıldız bağlı üç fazlı dört telli alternatör denir.

Sargıların A, B ve C noktaları nötr (N) noktasında birleşmesiyle her sargıda ki indüklenen gerilimle bu nötr noktası arasındaki gerilime faz gerilimi denir ve E_{NA} ve E_{NB}, E_{NC} değerleri ile gösterilir. Alternatöre bağlanan yük ile alternatörün faz sargısı uçları arasındaki bağlantıya faz hatları denir. Yıldız bağlı sistemler için şekil 9.5 de görüldüğü gibi her bir hattan geçen akım alternatörün her bir fazından geçen akıma eşittir. Yani faz sargısının akımı hat akımına eşittir. Buna göre

$$I_L = I\phi_g \qquad (9.3)$$



Yıldız Bağlı Alternatör

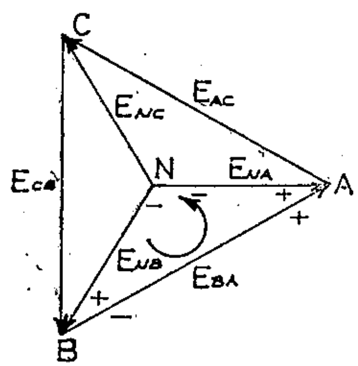
Şekil 9.5

Hatların uçlarındaki gerilimlere hat gerilimi denir. Şekil 9.6 daki faz diyağramında vektör her hangi bir fazın sonunda saat ibresinin aksi yönde diğer faza çizmek suretiyle vektör tamamlanır. Şekil 9.6 da görülen faz diyağramının bir gözüne Kırchhoff'un gerilim kanununu uygularsak aşağıdaki değeri elde ederiz.

$$E_{BA} - E_{NA} + E_{NB} = 0$$

veya

$$E_{BA} = E_{NA} - E_{NB} = E_{NA} + E_{NB}$$



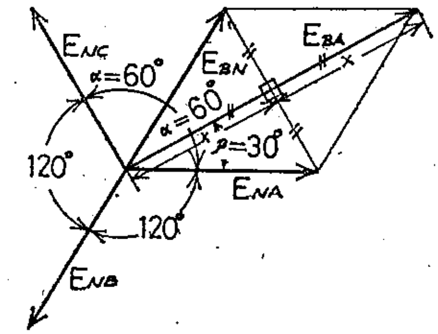
Yıldız bağlı üç fazlı alternatörün hat ve faz gerilimleri

Şekil 9.6

E_{BA} değerini bulmak için faz diyağramı şekil 9.7 daki gibi tekrar çizilir. Her hangi bir fazın değeri zıt yönde çizilirse (E_{NB}) diğer iki faz arasındaki açıyı iki eşit parçaya böler. Yani $\alpha = 60°$ olur. Her hangi bir faz vektörünün çizilen tersiyle diğer iki fazlardan her hangi biriyle meydana getirilen parelel kenarda parelel kolların uzun köşegeni bu iki faz vektörü arasındaki 60° lik açıyı iki eşit parçaya böler. Yani $\beta = 30°$ dir.

Buna göre şekil 9.7 den

$$X = E_{NA} \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{NA} \text{ olur.}$$



Şekil 9.7

$$E_{BA} = 2X = 2\frac{\sqrt{3}}{2} E_{NA} = \sqrt{3}\, E_{NA}$$

Faz diyağramında görüldüğü gibi E_{BA} nın açısı $\theta = 30°$ dir.

$$E_{BA} = E_{BA}\,\underline{/30°} = \sqrt{3}\, E_{NA}\,\underline{/30°}$$

Bu formülün ifadesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir. Yıldız bağlı alternatörlerde hat geriliminin büyüklüğü faz geriliminin $\sqrt{3}$ katıdır.

$$E_H = \sqrt{3}\, E_F \tag{9.4}$$

Hat gerilimi ile buna bitişik faz gerilimi arasındaki faz açısı 30° dir. Bunu sinisoidal notasyon içerisinde yazarsak

$$e_{BA} = \sqrt{2}\, E_{BA} \sin(\omega t + 30°) \text{ dir.}$$

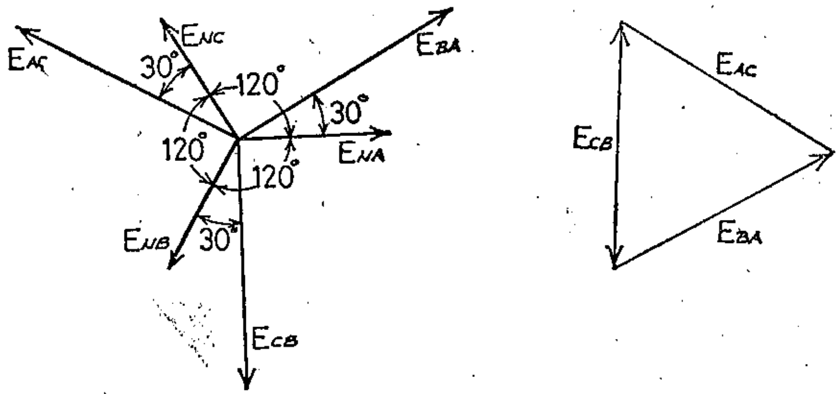
Buna göre diğer hat gerilimlerinin durumunu yazarsak

$$e_{AC} = \sqrt{2} \sin(\omega t + 150°)$$

$$e_{CB} = \sqrt{2} \sin(\omega t + 270°)$$

Hat gerilimi ve faz gerilimlerine ait vektör diyağramı şekil 9.8 de görülmektedir. Eğer şekil 9.8 a da vektörler hat gerilimini gösterirse bu vektörler şekil 9.8 b deki gibi kapalı göz şeklinde çizilebilir. Bunun için hat gerilimlerinin vektörsel toplamlarının sıfır olduğu sonucuna varılabilir.

$$\Sigma (E_{BA} + E_{AC} + E_{CB}) = 0 \tag{9.5}$$



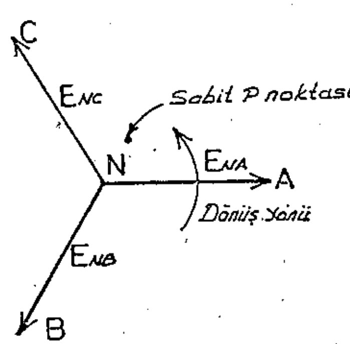
Şekil 9.8

9.4 FAZ SIRASI

(Yıldız Bağlı Altarnatör)

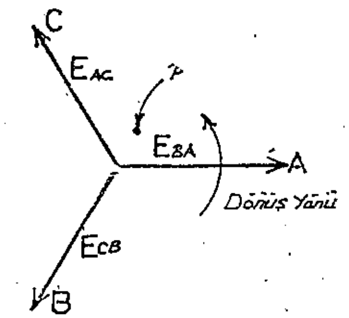
Faz sırası faz diyağramında belli bir nokta için faz gerilimlerinin vektör olarak saat ibresinin dönüşünün aksi yönde olan bir vektör düzenidir. Örneğin şekil 9.9 da faz sırası ABC dir. Faz diyağramında sabit nokta her hangi bir yerde seçildiğinden faz sırası çeşitli formlarda yazılabilir. Örneğin BCA veya CAB gibi.

Faz sırası üç fazlı güç dağıtım sistemlerinde oldukça önemlidir. Üç fazlı bir motorda eğer iki fazın gerilimleri (yerleri veya faz vektörleri) karşılıklı olarak değiştirilirse motorun devir yönü değişmiş olur.



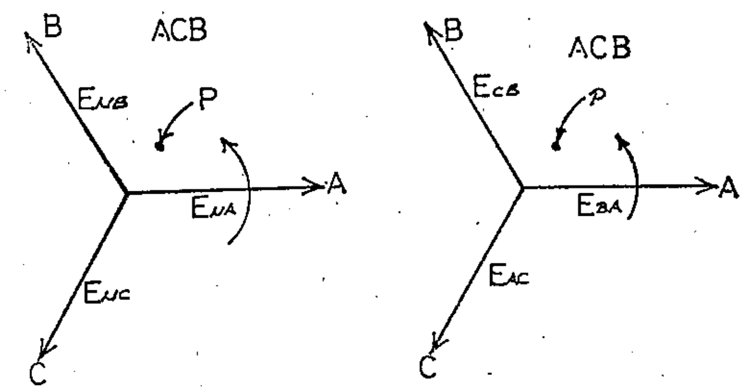
Şekil 9.9

Faz sırası kavramı hat gerilimi kavramı içinde de ifade edilebilir. Şekil 9.10 da görüldüğü gibi faz diyağramında hat gerilimleri çizilir ve vektörleri saat ibresinin dönüşünün aksi yönünde döndürmek suretiyle faz sırası yine tesbit edilebilir. Bu sistem içinde P noktasını ilk geçen A vektörüne göre faz sırası ABC, ikinci geçen B vektörü olduğuna göre BCA ve üçüncü geçen C vektörü olduğuna göre CAB olur. Dikkat edilirse faz sırasının faz vektörüne göre tesbiti ile faz vektörüne göre tesbiti bir birinin aynıdır.



Şekil 9.10

Eğer bir sistemin faz sırasın verilirse faz diyağramı basit olarak bir noktayı referans olarak seçerek diğer faz gerilimlerini bu noktaya göre uygun açılar altında çizmekle bulunur. Faz sırası ABC için E_{BA} yı referans vektör olarak seçelim. Şekil 9.11 a. Eğer faz diyağramlarını hat gerilimi olarak bulmak istersek veya faz gerilimleri için E_{NA} şekil 9.11 b deki gibidir. Bu değerlere göre faz diyağramları şekil 9.11 deki gibi olur.



(a) (b)

Şekil 9.11

Vektör notasyonu olarak

Hat gerilimleri:

$E_{BA} = E_{BA} \angle 0°$ (referans)

$E_{AC} = E_{AC} \angle -120°$

$E_{CB} = E_{CB} \angle +120°$

Faz gerilimleri:

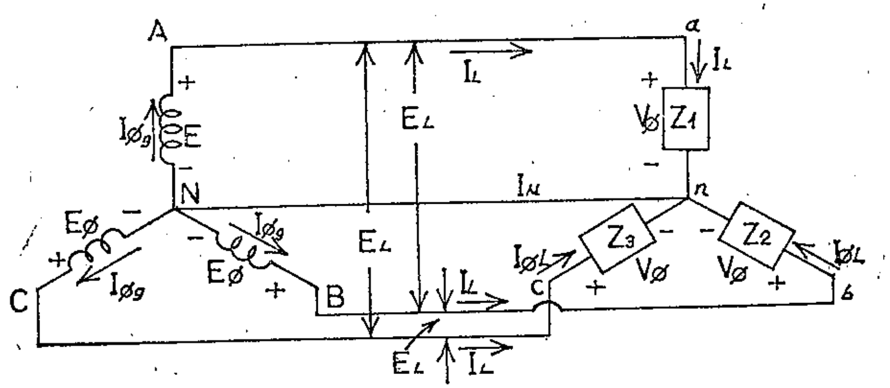
$E_{NA} = E_{NA} \angle 0°$ (referans)

$E_{NC} = E_{NC} \angle -120°$

$E_{NB} = E_{NB} \angle +120°$

9.5 YILDIZ BAĞLI ALTERNATÖR ile YILDIZ BAĞLI YÜK

Yıldız bağlı alternatörlere bağlanan yüklerin bağlantısı iki şekilde olabilir. Bunlar yıldız veya üçgen bağlanmadır. Eğer yıldız bağlı bir yük yıldız bağlı bir alternatöre bağlanırsa bu sistem yıldız-yıldız (Y-Y) olarak sembolize edilir. Bu sistemin bağlantı şeması şekil 9.12 de görülmektedir.



Yıldız bağlı Alternatör ve yıldız bağlı yük

Şekil 9.12

Eğer alternatöre bağlanan yük dengeli ise nötr hattı devreyi hiç bir şekilde etkilemiyeceğinden çıkarılabilir. Bu durumda

$Z_1 = Z_2 = Z_3$ dir.

ve nötr hattından geçen akım (I_N) sıfır olur.

Dikkat edilirse dengeli bir yüke sahip olmak için her bir empedansın faz açısının bir birine eşit olması gerekir. Bu koşul doğru akım devreleri için gerekli değildir. Pratikte veya bir fabrikada eğer üç fazlı sistem dengeli bir yüke sahipse nötr hattının olmaması bir problem yaratmaz. Böyle bir sistemde enerji nakli dört iletgen yerine üç iletgenle yapılabileceğinden daha ekonomiktir. Işık sistemi ve diğer pek çok cihazlar için faz gerilimlerinden birisi kullanılacağından yükler dengeli varsayılsa bile bu koşul hiç bir zaman normal bir dengeli yük olmayacaktır. Çünkü gerek cihazlar gerekse lâmbaların aynı anda yakılmaları veya söndürülmeleri düşünülemez. Dolayısıyla bu gibi yüklerin denge durumu her an bozulabilir. Bu nedenlerle dengenin bozulmasından dolayı nötr noktasında meydana gelen dengesizlik akımını alternatöre taşımak için nötr hattına ihtiyaç vardır.

Yıldız-Yıldız bağlı sistemlerde alternatörün her bir fazından geçen akım o fazın hattından geçen akıma eşittir. Böylece alternatörün fazından geçen akımla bu faza simetrik olan yükün fazından geçen akım aynıdır. Buna göre

$$I_{\phi g} = I_h = I_{\phi y} \tag{9.6}$$

Dengeli veya dengesiz yükler için alternatör ve yük müşterek nötr hattına sahip olduklarından

$$V_\phi = E_\phi \text{ dir.} \tag{9.7}$$

Buna ilaveten $I_{\phi y} = V_\phi / Z_\phi$ olduğundan her fazın akımının büyüklüğü dengeli yükler için bir birine eşit, dengeli olmayan yükler için ise bir birinden farklıdır. Hatırlanacağı gibi yıldız bağlı alternatörlerde hat geriliminin büyüklüğü faz geriliminin $\sqrt{3}$ katıdır. Bu ilişki dengeli veya dengesiz dört telli yıldız bağlı yüklere de uygulanabilir.

$$E_H = \sqrt{3}\, V_\phi \tag{9.8}$$

Yük elemanı uçlarında düşen gerilim için ilk harf akımın terkettiği terminali gösterir. Başka bir ifadeyle ilk harf tarife göre ikinciye bağlı olarak gerilmi düşümü için pozitiftir. Şekil 9.13 e dikkat edilirse kaynağın emk değerine ve gerilim düşümüne ait harfler görülüyor.

ÖRNEK: 9.1

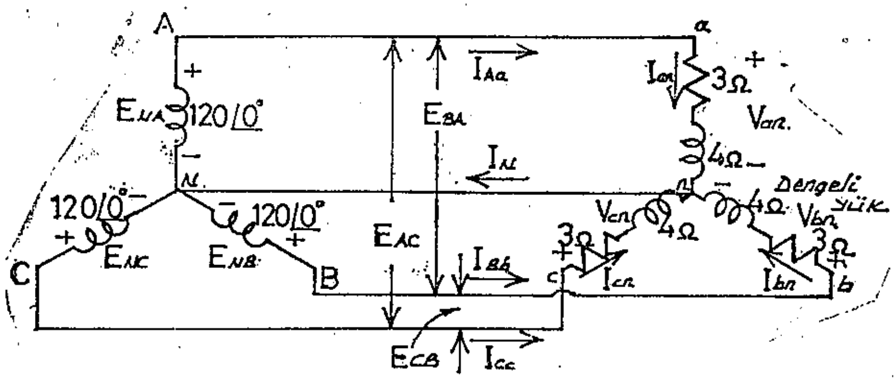
Şekil 9.13 deki yıldız bağlı alternatörün faz sırası ABC dir.

a — θ_2 ve θ_3 faz açılarını

b — Hat voltajının büyüklüğünü

c — Hat akımını

d — Yük dengeli olduğundan $I_N = 0$ olduğunu gösteriniz.



Şekil 9.13

Çözüm:

a — ABC faz sırası için $\theta_2 = -120$ ve $\theta_3 = +120$ dir.

b — $E_H = \sqrt{3}\ E\phi = 1.73 \,.\, 120 = 208$ volt, dolayısıyla

$E_{BA} = E_{CB} = E_{AC} = 208$ volt.

c — $V\phi = E\phi$ bunun için

$V_{an} = E_{NA}\,,\quad V_{bn} = E_{NB}\,,\quad V_{cn} = E_{NC}$

$$I_{\theta H} = I_{an} = \frac{V_{an}}{Z_{an}} = \frac{120\ \underline{/0°}}{3 + J4} = 24\ \underline{/-53°}$$

$$I_{bn} = \frac{V_{bn}}{Z_{bn}} = \frac{120\ \underline{/-120°}}{5\ \underline{/53°}} = 24\ \underline{/-173°}$$

$$I_{cn} = \frac{V_{cn}}{Z_{cn}} = \frac{120\ \underline{/+120°}}{5\ \underline{/53°}} = 24\ \underline{/67°}$$

$I_H = I_{\theta L}$ olduğundan

$I_{Aa} = I_{an} = 24\ \underline{/-53°}$

$I_{Bb} = I_{bn} = 24\ \underline{/-173°}$

$I_{Lc} = I_{cn} = 24\ \underline{/67°}$

d — Kırchhoff'un akım kanununu uygularsak

$I_N = I_{Aa} + I_{Bb} + I_{Cc}$

Dik bileşenler formuyla

$I_{Aa} = 24\ \underline{/-53°} = 14.4 - J19.2$

$I_{Bb} = 24\ \underline{/-173°} = -23.8 - J2.88$

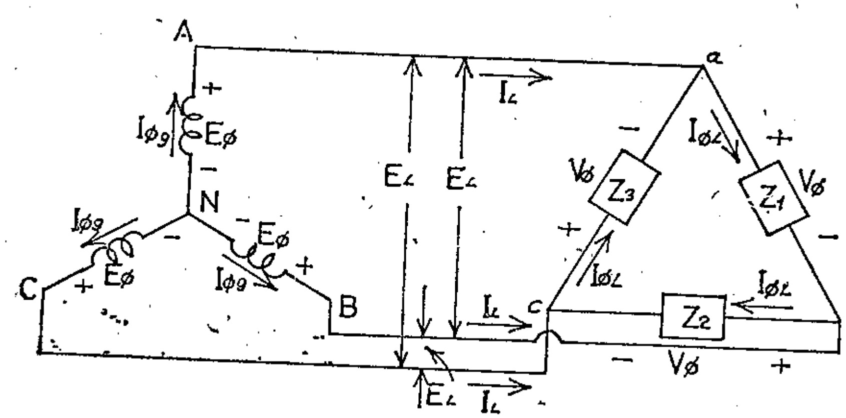
$I_{Cc} = 24\ \underline{/67°} = 9.4 + J22.8$

$\Sigma I_{Aa} + I_{Bb} + I_{Cc} = 0 + J0$

Buradan görüldüğü gibi $I_N = 0$ dır.

9.6 YILDIZ-ÜÇGEN (Y-Δ) SİSTEMLER

Şekil 9.14 deki devrede yıldız-üçgen bağlantı görülmektedir. Bu devreden görüldüğü gibi devrenin nötr hattı yoktur. Faz empedansındaki her hangi bir değişme sistemde dengenin bozulmasına neden olur ve basitce sistemin faz ve hat akımlarının değişmesine neden olur.



Yıldız bağlı alternatör ile üçgen bağlı yük

Şekil 9.14

Dengeli yük için $Z_1 = Z_2 = Z_3$ (9.9)

...tün her fazının uçlarındaki gerilim dengeli veya dengesiz yük için ...rnatörün hat gerilimine eşittir. Yani

$$V_\theta = E_y \tag{9.10}$$

...ngeli üçgen bağlı bir yükün faz akımı ve hat gerilimi arasındaki ilişki ...üm 9.3 deki bir yaklaşımla basitce bulunabilir. Bu bölümde yıldız bağ- ...bir alternatörün faz gerilimi ile hat gerilimi arasındaki ilişki bulun- ...ştu.

Yıldız-Üçgen bağlı sistemler için Kırchhoff'un gerilim kanunu yeri- ...akım kanunu uygulanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$I_h = \sqrt{3}\, I_\theta \tag{9.11}$$

...z akımı ile hat akımı arasındaki açı 30° dir. Dengeli yük için hat akı- ...büyüklükleri eşittir ve faz akımları büyüklükleride bir birine eşittir.

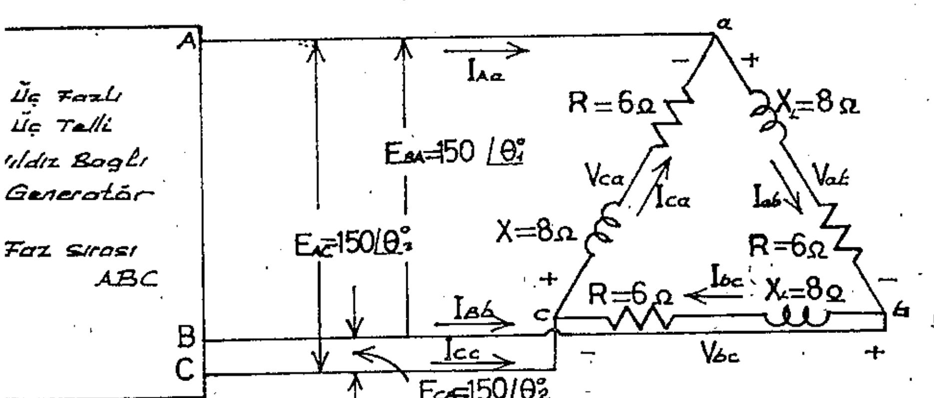
ÖRNEK: 9.2

Şekil 9.15 de görülen üç fazlı sistem için

a — Faz açıları θ_2 ve θ_3 bulunuz.

b — Yükün her fazının akımlarını bulunuz.

c — Hat akımlarının büyüklüğünü bulunuz.



Şekil 9.15

Çözüm:

a — ABC faz sırası için

$\theta_2 = -120°$ ve $\theta_3 = +120°$

b — $V\phi = E_Y$ bunun için

$V_{ab} = E_{BA}$, $V_{ca} = E_{AC}$, $V_{bc} = E_{CB}$

Faz akımları ise

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{150\ \underline{/\,0°}}{6 + J8} = \frac{150\ \underline{/\,0°}}{10\ \underline{/\,53°}} = 15\ \underline{/-53°}$$

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{150\ \underline{/-120°}}{10\ \underline{/\,53°}} = 15\ \underline{/-173°}$$

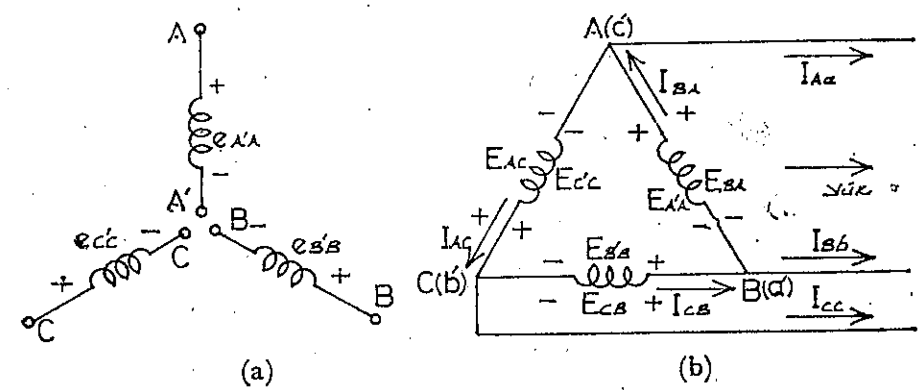
$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{150\ \underline{/+120°}}{10\ \underline{/\,53°}} = 15\ \underline{/\,67°}$$

c — $I_Y = \sqrt{3}\ I\phi = \sqrt{3}\ 15 = 25.95$ onun için

$I_{Aa} = I_{Bb} = I_{Cc} = 25.95$ Amper

9.7 ÜÇGEN (Δ) BAĞLI ALTERNATÖR

Eğer alternatörün rotorunda bulunan bobinler şekil 9.16 a ve 9.16 b de görüldüğü gibi düzenlenir ve A-C ile B-A ile C-B ile bağlanırsa sistem üç fazlı üç telli üçgen bağlı alternatör olarak anılır. Bu sistemde faz ve hat gerilimleri eş değerlidir ve altrenatörün her bir bobininde indüklenen gerilime eşittir.



Şekil 9.16

İndüklenen bu gerilimler

$E_{BA} = E_{A'A}$ ve $e_{A'A} = \sqrt{2}\, E_{A'A} \sin \omega t$

$E_{CB} = E_{B'B}$ ve $e_{B'B} = \sqrt{2}\, E_{B'B} \sin (\omega t - 120°)$ Faz sırası ABC (9.12)

$E_{AC} = E_{C'C}$ ve $e_{C'C} = \sqrt{2}\, E_{C'C} \sin (\omega t + 120°)$

Dikkat edilirse üçgen bağlı sistemlerde kullanılan sadece bir gerilim büyüklüğü vardır. Buna karşın yıldız bağlı sistemlerde iki ayrı büyüklükte gerilim vardır. Yıldız bağlı sistemle üçgen bağlı sistemin başka bir ayrıcalığıda üçgen bağlı sistemlerde faz akımı ile hat akımı birbirine eşit değildir. Bu akımlar arasındaki ilişkiyi bulmak için Kirchhoff'un akım kanunu düğüm noktalarından birine uygulanır ve hat akımı ile faz akımları bulunur.

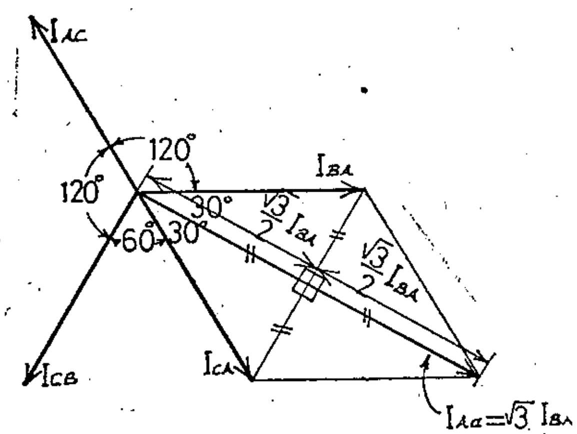
Düğüm noktası A da

$I_{BA} = I_{Aa} + I_{Ac}$

veya

$I_{Aa} = I_{BA} - I_{AC} = I_{BA} + I_{CA}$

Dengeli bir yük için faz diyağramı şekil 9.17 de görülmektedir.

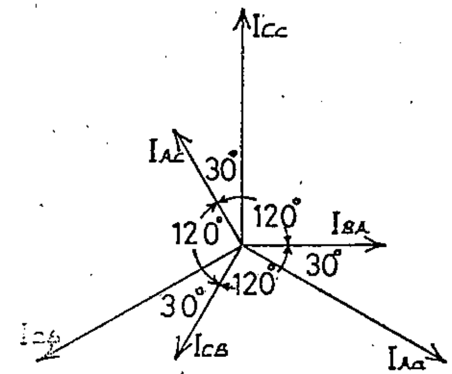


Şekil 9.17

Aynı yöntemi kullanarak yıldız bağlı alternatörlerde hat gerilimi ve hat akımının bulunmasına ait yöntemle üçgen bağlı sistemin hat akımı arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi olur.

$$I_H = \sqrt{3}\, I_\phi \qquad (9.13)$$

Hat akımı ile faz akımının yaklaşık değerleri arasındaki açı 30° dir. Akımlara ait faz diyağramları şekil 9.13 de görülmektedir.



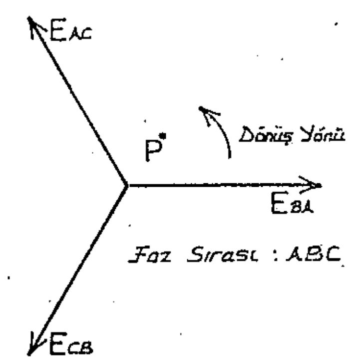
Şekil 9.18

Yıldız bağlı alternatörlerde uygulanan yöntemle hat akımlarının vektörsel toplamı veya üçgen bağlı sistem için dengeli yüklerde faz akımları toplamı sıfırdır.

9.8 FAZ SIRASI

(ÜÇGEN BAĞLI ALTERNATÖR)

Üçgen bağlı sistemlerin hat ve faz gerilimleri aynıdır. Bu özellik faz sırasını hat gerilimleri içinde tarif eder. Örneğin faz sırası ABC için hat gerilimlerinin faz diyağramı şekil 9.19 da görülmektedir.



Şekil 9.19

Vektör notasyonu olarak

$E_{BA} = E_{BA} \angle 0°$

$E_{CB} = E_{CB} \angle -120°$

$E_{AC} = E_{AC} \angle 120°$

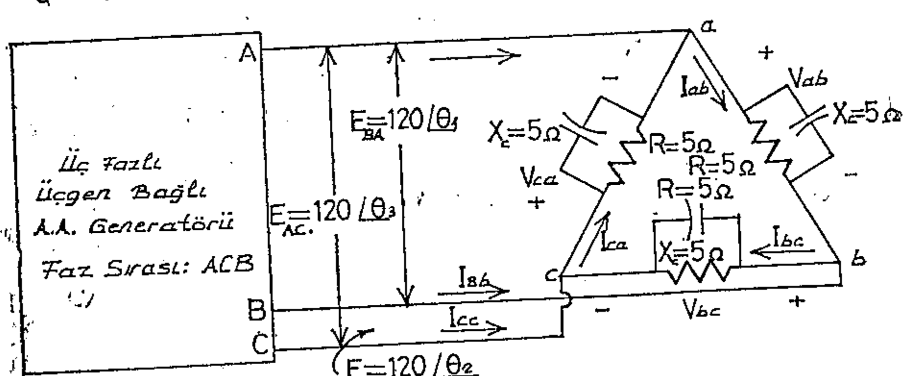
9.9 ÜÇGEN-ÜÇGEN, YILDIZ-YILDIZ ÜÇ FAZLI SİSTEMLER

Gerek Δ-Δ ve gerekse Y-Y sistemleri gereği gibi analiz edebilmek için bazı denklemler gereklidir. Bu bölümde üçgen bağlı yük ile yıldız bağlı yük anlatılacaktır.

ÖRNEK: 9.3

Şekil 9.20 deki Δ-Δ bağlı sistem için

a — Faç açıları θ_2 ve θ_3 belli faz sırası için bulunuz.
b — Yükün her bir fazının akımını bulunuz.
c — Hat akımının büyüklüğünü bulunuz.



Δ—Δ Sistem

Şekil 9.20

Çözüm:

a — Faz sırası ABC için

$\theta_2 = 120°$ ve $\theta_3 = -120°$

b — $V\phi = V_Y$ bunun için

$V_{ab} = E_{BA}$, $V_{ca} = E_{AC}$ ve $V_{bc} = E_{CB}$

Faz akımları

$$I_{ab} = \frac{V_{ac}}{Z_{ac}} = \frac{120\angle 0°}{\dfrac{(5\angle 0°)\,(5\angle -90°)}{5 - J5}} = \frac{120\angle 0°}{\dfrac{25\angle -90°}{7.07\angle -45°}}$$

$$= \frac{120\angle 0°}{3.54\angle -45°} = 34\angle 45°$$

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{120\angle 120°}{3.54\angle -45°} = 34\angle 165°$$

$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{120\angle -120°}{3.54\angle -45°} = 34\angle -75°$$

c — $I_Y = \sqrt{3}\ I\phi = 1.73 \,.\, 34 = 58.8$ Amper

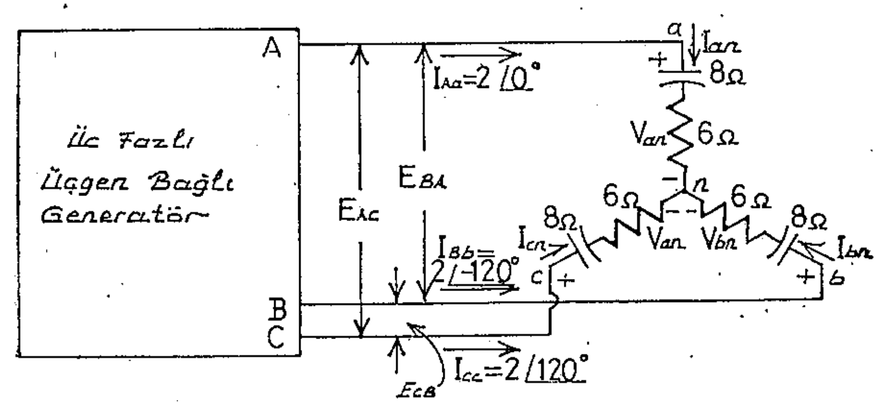
Böylece

$I_{Aa} = I_{Bb} = I_{Cc} = 58.8$ Amper

ÖRNEK: 9.4

Şekil 9.21 deki Δ-Y devrede

a — Yükün her fazı uçlarındaki gerilim
b — Hat geriliminin büyüklüğünü bulunuz.



Y— sistem

Şekil 9.21

Çözüm:

a — $I\phi_h = I_h$ onun için

$I_{an} = I_{As} = 2 \underline{/0°}$

$I_{bn} = I_{Bb} = 2 \underline{/-120°}$

$I_{cn} = I_{Cc} = 2 \underline{/+120°}$

Faz gerilimleri

$V_{an} = I_{an}\, Z_{an} = (2 \underline{/0°})\ (10 \underline{/-53°}) = 20 \underline{/-53°}$

$V_{bn} = I_{bn}\, Z_{bn} = (2 \underline{/-120°})\ (10 \underline{/-53°}) = 20 \underline{/-173°}$

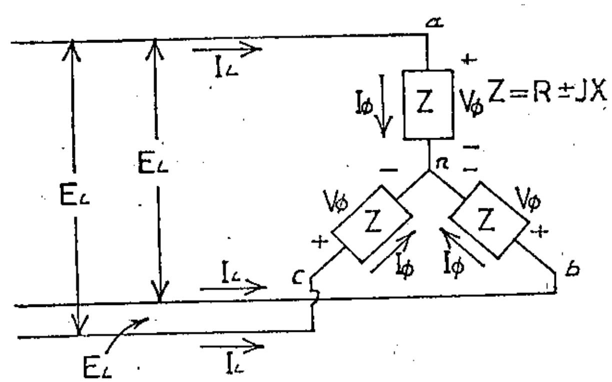
$V_{cn} = I_{cn}\, Z_{cn} = (2 \underline{/-120°})\ (10 \underline{/-53°}) = 20 \underline{/67°}$

b — $E_h = \sqrt{3}\, V\phi = (1.73) \cdot 20 = 34.6$ volt veya

$E_{BA} = E_{CB} = E_{AC} = 34.6$ volt

9.10 GÜÇ

Yıldız bağlı dengeli yük şekil 9.22



Şekil 9.22

Ortalama Güç

Her fazda sarfedilen ortalama güç 9.14, 9.15, ve 9.16 daki formüllerle kolayca hesaplanabilir.

$$P_\theta = V\phi\ I\phi \cos\theta = I\phi\ \ R\phi = \frac{V^2 R}{R\phi} \quad \text{vat} \qquad (9.14)$$

Formülde θ $V\phi$ ve $I\phi$ arasındaki faç açısıdır.

Dengeli yüklerde toplam güç

$$P_N = 3\, P_\theta \quad \text{vat} \qquad (9.15)$$

$$V_0 = \frac{E_h}{\sqrt{3}} \text{ ve } I\phi = I_h \text{ olduğundan}$$

$$P_T = 3 \frac{E_h}{\sqrt{3}}\, I_h \cos\theta$$

$$\frac{3}{\sqrt{3}}\ (1) = \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \sqrt{3}$$

Onun için

$$P_T = \sqrt{3}\, E_h\, I_h \cos\theta = 3\ I_h^2\, R\phi \ \text{vat} \qquad (9.16)$$

Reaktif GÜÇ

Her bir fazın reaktif gücü

$$P_q\phi = V\phi\ I\phi \sin\theta = I\phi^2\ X\phi = \frac{Vx^2}{X\phi} \quad \text{(var)} \qquad (9.17)$$

Yükün toplam reaktif gücü

$$P_q\phi = 3\, P\phi \qquad \text{(var)} \qquad (9.18)$$

veya yukarıda görülen yöntemle formül aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P_{qT} = \sqrt{3}\, E_h\, I_h \sin\theta = 3\ I_h^2\, X\phi \qquad \text{(var)} \qquad (9.19)$$

Görünen GÜÇ

Her fazın görünen gücü

$$P_a\phi = V\phi\ I\phi \qquad \text{(volt-Amper)} \qquad (9.20)$$

Yükün toplam görünen gücü ise

$$P_{aT} = 3\, P_a\phi \qquad \text{(volt-Amper)} \qquad (9.21)$$

$$P_{aT} = \sqrt{3}\, E_h\, I_h \qquad \text{(volt-Amper)} \qquad (9.22)$$

GÜÇ FAKTÖRÜ

Verilen sistemin güç faktörü ise

$$F_p = \frac{P_T}{P_{aT}} \tag{9.23}$$

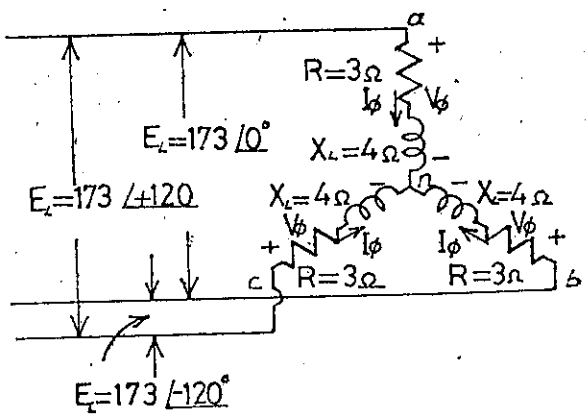
ÖRNEK: 9.5

Şekil 9.23 deki devrede

$Z\phi = 3 + J4 = 5 \underline{/53°}$

$$V\phi = \frac{V_h}{\sqrt{3}} = \frac{173}{1.73} = 100 \text{ volt}$$

$$I_\theta = \frac{V_\theta}{Z_\theta} = \frac{100}{5} = 20 \text{ Amper}$$



Şekil 9.23

Ortalama güç

$$P\phi = V\phi\ I\phi\ \cos\theta = 100 \,.\, 20 \cos 53° = 2000 \,.\, 06 = 1200 \text{ vat.}$$

$$P\phi = I\phi^2\ R\phi = 20^2 \,.\, 3 = 400 \,.\, 3 = 1200 \text{ vat.}$$

$$P\phi = \frac{V_R^2}{R\phi} = \frac{60^2}{3} = \frac{3600}{3} = 1200 \text{ vat.}$$

$$P_T = 3 \,.\, P\phi = 3 \,.\, 1200 = 3600 \text{ vat.}$$

veya

$$P_T = \sqrt{3}\, E_h\, I_h \cos\theta = 1.73 \,.\, (173) \,.\, (20) \,.\, (0.6) = 3600 \text{ vat.}$$

Reaktif Güç

$$P_p\phi = V\phi\ I\phi\ \sin\theta = 100 \,.\, 20 \sin 53° = 2000 \,.\, 08 = 1600 \text{ var.}$$

veya

$$P_q\phi = I^2\phi\ X\phi = 20^2 \,.\, 4 = 400 \,.\, 4 = 1600 \text{ var.}$$

$$P_{qT} = 3 \,.\, P_p\phi = 3 \,.\, 1600 = 4800 \text{ var.}$$

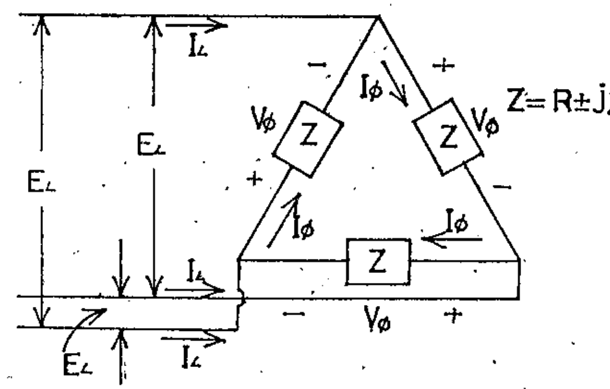
veya

$$P_{qT} = \sqrt{3}\, E_h\, I_h \sin\theta = 1.73 \,.\, (173) \,.\, (20) \,.\, (0.8) = 4800 \text{ var.}$$

Güç Faktörü

$$F_p = \frac{P_T}{P_{aT}} = \frac{3600}{6000} = 0.6 \text{ (geri)}$$

Üçgen bağlı dengeli yük şekil 9.24



Şekil 9.24

Ortalama Güç:

$$P\phi = V\phi\ I\phi \cos\theta = I^2\phi\ R\phi = \frac{V^2_R}{R\phi} = \quad \text{(vat)} \tag{9.24}$$

$$P_T = 3\ P\phi \quad \text{(vat)} \tag{9.25}$$

Reaktif Güç

$$P_q\phi = V\phi\ I\phi \sin\theta = I^2\phi\ X\phi = \frac{V^2_X}{X\phi} \quad \text{(var)} \tag{9.26}$$

$$P_{qT} = 3\ P_q\phi \quad \text{(var)} \tag{9.27}$$

ünen Güç

$$P_a\phi = V\phi\, I\phi \qquad \text{(volt-Amper)} \qquad (9.28)$$

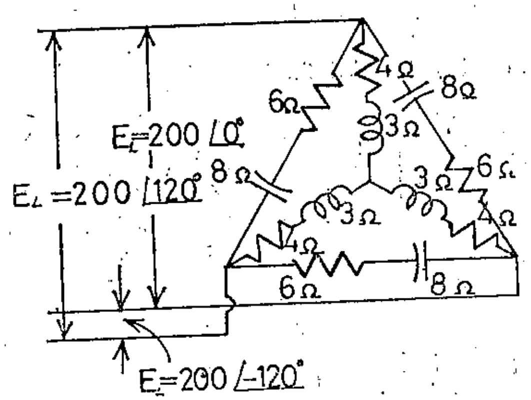
$$P_{aT} = 3\, P_a\phi = \sqrt{3}\, E_h\, I_h \qquad \text{(volt-Amper)} \qquad (9.29)$$

ç Faktörü

$$F_p = \frac{P_T}{P_{aT}} \qquad (9.30)$$

ÖRNEK: 9.5

Şekil 9.25 deki devrede toplam gücü vat, var, volt-Amper olarak lunuz. Ayrıca bu yükün güç faktörünü hesaplayınız.



Şekil 9.25

Çözüm:

Δ ve Y bağlantıyı ayrı ayrı düşünürsek, üçgen bağlama için

$Z = 6 - J8 = 10 \;\angle -53^\circ$

$I\phi = \dfrac{200}{10} = 20$ Amper

$P_T = 3\, I^2\phi\, R\phi = 3\,.\,20^2\,.\,6 = 7200$ vat

$P_{qT} = 3\, I^2\phi\, X\phi = 3\,.\,20^2\,.\,8 = 9600$ var (Kapasitif)

$P_{aT} = 3\, V\phi\, I\phi = 3\,.\,200\,.\,20 = 12000$ volt-Amper

Yıldız bağlama için

$Z = 4 + J3 = 5 \;\angle 37^\circ$

$I\phi = \dfrac{200/\sqrt{3}}{5} = \dfrac{116}{5} = 23.2$ Amper

$P_T = 3\, I^2\phi\, R\phi = 3\,.\,(23.2)^2\,.\,4 = 6450$ vat

$P_{qT} = 3\, I^2\phi\, X\phi = 3\,.\,(23.2)^2\,.\,3 = 4842$ var (indüktif)

$P_{aT} = 3\, V\phi\, I\phi = 3\,.\,116\,.\,(23.2) = 8040$ volt-Amper

$P_T = P_{T\Delta} + P_{TY} = 7200 + 6450 = 13650$ vat

$P_{qT} = P_{qT\Delta} - P_{qTY} = 9600$ (kap.) $- 4842$ (ind.)

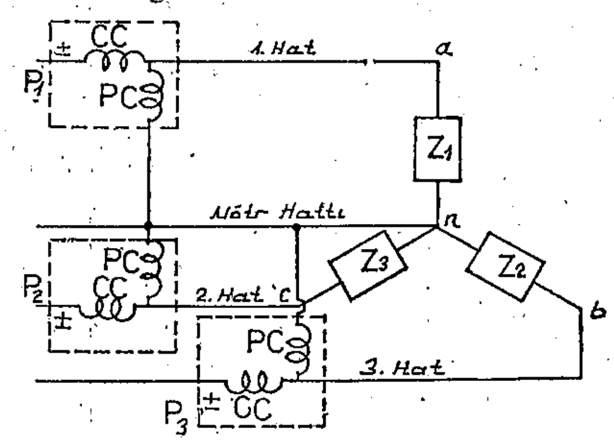
$= 4758$ var (kap.)

$P_{aT} = \sqrt{P^2_T + P^2_{qT}} = \sqrt{(13650)^2 + (4758)^2} = 14400$ v. A.

$F_p = \dfrac{P_T}{P_{aT}} = \dfrac{13650}{14400} = 0.95$ ileri

9.11 ÜÇ VATMETRE YÖNTEMİ

Dengeli veya dengesiz dört telli yıldız bağlı yüklerde sarfedilen güç üç adet vatmetre kullanmak suretiyle şekil 9.26 daki bağlantı yapılarak bulunabilir. Her bir vatmetre yükün her fazında sarfedilen gücü ölçer. Her vatmetrenin gerilim bobini yükle parelel ve akım bobini ise yük ile seri bağlanır. Sistemin ortalama gücü üç vatmetrede okunan değerlerin toplamına eşittir. Buna göre

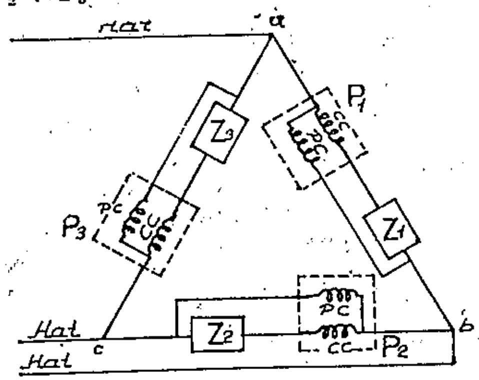


Şekil 9.26

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 \tag{9.31}$$

Dengeli ve dengesiz Δ yükler için vatmetreler şekil 9.27 deki gibi
ğlanır. Toplam güç vatmetrelerde okunan güçlerin toplamına eşittir.
na göre toplam güç

$$P_{T\Delta} = P_1 + P_2 + P_3 \tag{9.32}$$

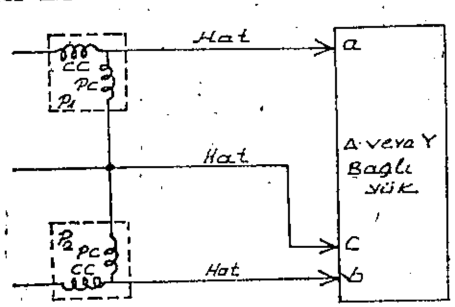


Şekil 9.27

Eğer toplam gücü ölçülecek yük dengeli ise bu gibi koşullarda top-
m güç bir vatmetreden okunan gücün üç katına eşittir.

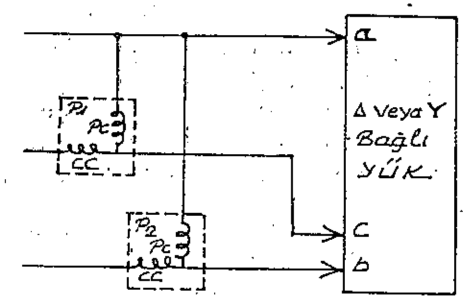
9.12 İKİ VATMETRE YÖNTEMİ

Dengeli veya dengesiz devrelerde üç fazlı üç telli yıldız veya üçgen
ığlı yükte sarfedilen güç uygun bağlantı yapılmak suretiyle iki vatmet-
› yöntemiyle bu iki vatmetrenin gösterdiği değerler doğru değerlendi-
lmek koşuluyla ölçülebilir. İki vatmetre ile böyle bir devrenin gücünü
çmek için şekil 9.28 deki bağlantı yapılır. Vatmetrelerin her ikisine
it gerilim bobinlerinin birer ucu beraberce akım bobinin bağlı olmadığı
ıza bağlanır. Diğer iki faza ise vatmetrenin akım bobinleri bağlanır.



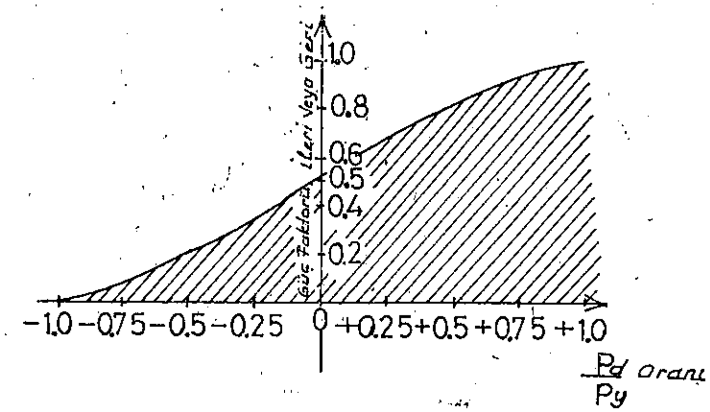
Şekil 9.28

İki vatmetre ile güç ölçmede şekil 9.29 da görülen bağlantıda doğru-
dur. Böyle bir gücü ölçmek için bu iki bağlantının dışında bir üçüncüsü
daha düşünülebilir.



Şekil 9.29

İki vatmetre ile yapılan güç ölçmelerde devrenin toplam gücü vatmetrelerden okunan güçlerin cebirsel toplamına eşittir. Dengeli yük için burada iki yöntem düşünülecektir ki toplam güç ya iki vatmetrenin gösterdiği değerlerin toplamına veya farkına eşit olacaktır. Bu yöntemlerden birincisi güç faktörünün yükün her hangi bir fazında ileri veya geri durumu bilinirse bu bilgiler direkt olarak şekil 9.30 da görülen eğriye uygulanabilir.



Şekil 9.30

Şekil 9.30 da görülen eğri yükün bir fazının güç faktörüne karşın /P_y oranına göre çizilmiştir. Formülde P_d ve P_y değeri vatmetreler- n okunan en düşük ve en yüksek değeri ifade eder. Güç faktörüne dik- t edilirse (ileri veya geri) 0.5 den büyüktür ve oran pozitif değerlidir. ı şunu ifade eder. Her iki vatmetrenin de okunan değerleri pozitiftir toplam güç her iki vatmetrede okunan bu değerlerin toplamına eşit- . Yani $P_T = P_d + P_y$ dir. Güç faktörü 0.5 den küçük değerleri için rei veya geri) bu oran negatif değerlidir. Bu şunu ifade eder. Okunan ğeri küçük olan vatmetrenin gösterdiği değer negatiftir ve toplam ıç bu iki vatmetreden okunan değerlerin farkına eşittir.

Yani $P_T = P_y - P_d$ dir. Üçüncü bir durumda şu olabilir. Güç fak- rü bir ise ($\cos\theta = 1$) yük omiktir ve $P_d/P_y = 1$ veya $P_d = P_y$ dir. ı gibi hallerde her iki vatmetrede aynı değeri gösterir. Güç faktörünün ẗır olması halinde ($\cos 90° = 0$) yani tamamen reaktif yük için ₁/$P_y = -1$ veya $P_d = -P_y$ olacaktır ve her iki vatmetre aynı değer- ri gösterecektir ama işaretleri ters olacaktır. Negatiften pozitife ge- ş oranı yükün güç faktörü 0.5 veya $\theta = \cos^{-1} 0.5 = 60°$ dır. Bu güç ıktöründe $P_d/P_y = 0$ dır ve $P_d = 0$ ken P_y değeri yükün toplam gü- ünü (sarfiyatını) gösterir.

Vatmetrelerin gösterdiği değerlerin toplanacağını veya çıkarılaca- nı gösteren ikinci yöntem ise basit bir laboratuvar deneyini gerektirir. u deneyi uyğulamak için vatmetrelerin her ikiside üst sapma değerine ıhip olmalıdır. Eğer vatmetrelerden birisi sıfırın altındaki gösterge de- erine sahipse üst sapma değeri vatmetrenin akım bobinin uçlarını de- iştirmek suretiyle elde edilebilir. Bu deneyi yapmak için ilk önce dü- ik değer okunan vatmetrenin gerilim bobinin ucu hattan ayrılır. (Bu ç akım bobini olmayan hatta bağlı veya diğer vatmetrenin gerilim bo- inin ucu hattan ayrılır. (Bu uç akım bobini olmayan hatta bağlı veya iğer vatmetrenin gerilim bobini ile müşterek olan uç olmalıdır.)

Hattan çıkarılan bu uç yüksek değer okunan vatmetrenin akım bo- inin bağlı olduğu hatta temas ettirilir. Eğer düşük değer gösteren vat- ıetrenin ibresi yukarı doğru saparsa her iki vatmetrenin gösterdiği de- erler toplanır. Eğer aletin ibresi sıfırın altındaki değerlere doğru sapar- a düşük deger gösteren vatmetreden okunan değer yüksek değer gös- eren vatmetreden okunan değerden çıkarılır.

Dengeli devreler için

$P_T = P_y \pm P_d = \sqrt{3}\, E_h I_h \cos\theta$ dir.

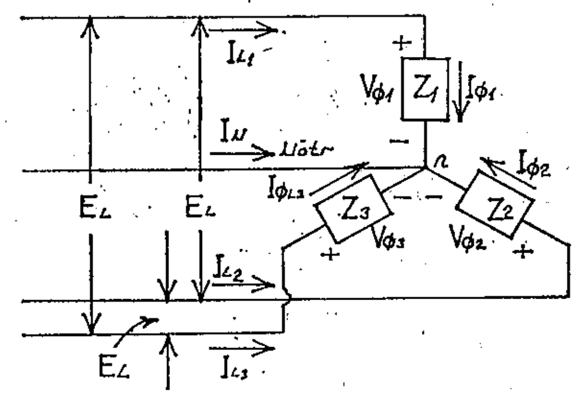
Yükün güç faktörü vatmetreden okunan değer ve hat akım ve gerilimi- nin büyüklükleri yardımıyla aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$F_p = \cos\theta = \frac{P_y \pm P_d}{\sqrt{3}\, E_h I_h} \qquad (9.33)$$

9.13 DENGESİZ ÜÇ FAZLI DÖRT TELLİ YILDIZ BAĞLI YÜK

Üç fazlı dört telli yıldız bağlı dengesiz bir yük şekil 9.31 de görül- mektedir. Dengesiz yüklerde

$Z_1 \neq Z_2 \neq Z_3$



Dengesiz yıldıza bağlı yük

Şekil 9.31

Nötr noktası yük ve kaynak için müşterek olduğundan yükün her bir fazının empedansı önemli değildir ve her faz uçlarındaki gerilim gena- ratörün faz gerilimidir.

$$V\phi = E\phi \qquad (9.34)$$

Böylece faz akımları om kanunu yardımıyla bulunabilir.

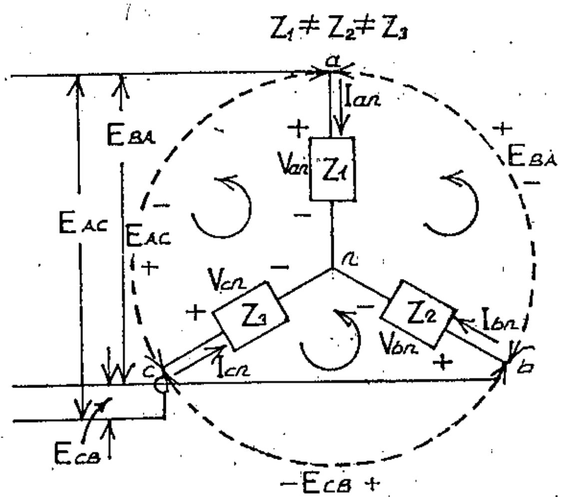
$$I\phi_1 = \frac{V\phi_1}{Z_1} = \frac{E\phi_1}{Z_1} \qquad (9.35)$$

Dengeşiz yüklü devrelerde nötr hattından geçen akım Kirchhoff'un akım kanunu müşterek olan N noktasina uygulanır. Buna göre

$$I_N = I\phi_1 + I\phi_2 + I\phi_3 = I_{h1} + I_{h2} + I_{h3} \qquad (9.36)$$

9.14 DENGESİZ ÜÇ FAZLI ÜÇ TELLİ YILDIZ BAĞLI YÜK

Şekil 9.32 dkei sistem için gerekli denklemler Kırchhoff'un gerilim nununu her bir kapalı göze uygulamak suretiyle bulunabilir.



Şekil 9.32

$$E_{BA} - V_{an} + V_{bn} = 0$$

$$E_{CB} - V_{bn} + V_{bn} = 0$$

$$E_{AC} - V_{cn} + V_{an} = 0$$

değerlerini yazarsak

$$V_{an} = I_{an}\ Z_1$$

$$V_{bn} = I_{bn}\ Z_2$$

$$V_{cn} = I_{cn}\ Z_3$$

$$E_{BA} = I_{an}\ Z_1 - I_{bn}\ Z_2 \qquad (9.37\ a)$$

$$E_{CB} = I_{bd}\ Z_2 - I_{cn}\ Z_3 \qquad (9.37\ b)$$

$$E_{AC} = I_{cn}\ Z_3 - I_{an}\ Z_1 \qquad (9.37\ c)$$

noktasına Kırchhoff'un akım kanununu uygularsak

$$I_{an} + I_{bn} + I_{cn} = 0 \text{ ve } I_{bn} = - I_{an} - I_{cd}$$

I_{bn} nin değerini denklem 9.37 a ve 9.37 b de yerine koyarsak

$$E_{BA} = I_{an}\ Z_1 - [-(I_{an} + I_{cn})]\ Z_2$$

$$E_{CB} = -(I_{an} + I_{cn})\ Z_2 - I_{cn}\ Z_3$$

$$E_{BA} = I_{an}\ (Z_1 + Z_2) + I_{cn}\ Z_2$$

$$E_{CB} = I_{an}\ (-Z_2) + I_{cn}\ [-(Z_2 + Z_3)]$$

Determinant kullanarak

$$I_{an} = \frac{\begin{vmatrix} E_{BA} & Z_2 \\ E_{CB} & -(Z_1 + Z_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ -Z_2 & -(Z_2 + Z_3) \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{-(Z_2 + Z_3)\ E_{BA} - E_{CB}\ Z_2}{-Z_1\ Z_2 - Z_1\ Z_3 - Z_2\ Z_3 - Z_2^2 + Z_2^2}$$

$$I_{an} = \frac{-Z.\ (E_{BA} + E_{CB})\ - Z_3\ E_{BA}}{-Z_1\ Z_2 - Z_1\ Z_3 - Z_2\ Z_3}$$

Hat gerilimlerine Kırchhoff'un gerilim kanunu uygulanırsa

$$E_{BA} + E_{AC} + E_{CB} - 0 \text{ veya } E_{BA} + E_{CB} = - E_{AC}$$

Yukarıdaki denklemde $E_{BA} + E_{BC}$ yerine konursa

$$I_{an} = \frac{-Z_2\ (E_{AC})\ - Z_3\ E_{BA}}{-Z_1\ Z_2 - Z_1\ Z_3 - Z_2\ Z_3}$$

$$I_{an} = \frac{E_{BA}\ Z_3 - E_{AC}\ Z_2}{Z_1\ Z_2 - Z_1\ Z_3 - Z_2\ Z_3} \qquad (9.38)$$

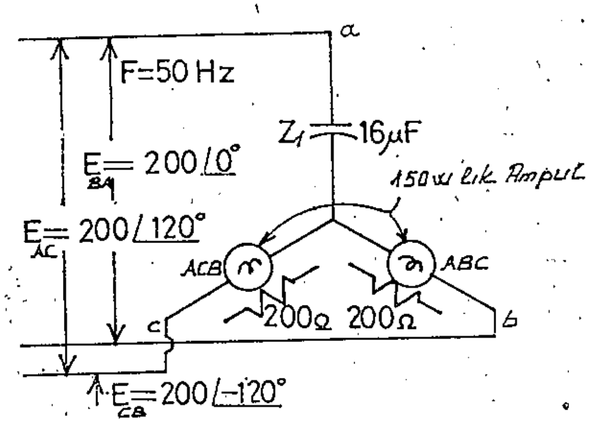
Aynı yöntemi uygularsak I_{cn} ve I_{bn} bulunabilir.

$$I_{cn} = \frac{E_{AC}\ Z_2 - E_{CB}\ Z_1}{Z_1\ Z_2 + Z_1\ Z_3 + Z_2\ Z_3} \qquad (9.39)$$

$$I_{bn} = \frac{E_{CB}\ Z_1 - E_{BA}\ Z_3}{Z_1\ Z_2 + Z_1\ Z_3 + Z_2\ Z_3} \qquad (9.40)$$

ÖRNEK: 9.7

Şekil 9.33 deki devrede bir faz sırası aletine aittir. Normal faz sırası C dir. Üç fazlı bu sistemin faz sırasını tesbit ediniz.



Şekil 9.33

u devre bir faz sırası aletiyle aynı fonksiyonu yaptığına göre verilen faz rası ABC dir. Faz sırasına tekabül eden lâmba çok parlak yanar ve lâm- a göstergesi ABC sırasıdır. Çünkü faz akım ABC lâmbasından geçer. az akımlarının hesaplanması, eğer bu durum oluyorsa gösterecektir.

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314\ (16 \times 10^{-6})} = 166 \text{ om}$$

Denklem 9.39 dan

$$I_{cn} = \frac{E_{AC}\, Z_2 - E_{CB}\, Z_1}{Z_1\, Z_2 + Z_1\, Z_3 + Z_2\, Z_3}$$

$$= \frac{(200\ \angle 120^\circ)\ (200\ \angle 0^\circ) - (200\ \angle -120^\circ)\ (199\ \angle -90^\circ)}{(199\ \angle -90^\circ)\ (200\ \angle 0^\circ) + (199\ \angle -90^\circ)\ (200\ \angle 0^\circ) + (200\ \angle 0^\circ)\ (200\ \angle 0^\circ)}$$

$$= \frac{40000\ \angle 120^\circ + 39800\ \angle -30^\circ}{39800\ \angle -90^\circ + 39800\ \angle -90^\circ + 40000\ \angle 0^\circ}$$

$$= \frac{(-20000 + J34641) + (34467 - J19900)}{0 - J39800 + 0 - J39800 + 40000}$$

$$= \frac{14467 + J14741}{40000 - J79600}$$

$$= \frac{20654\ \angle 45.5^\circ}{89085\ \angle -63.3^\circ}$$

$$I_{cn} = 0.231\ \angle 108.8^\circ$$

Denklem 9.40 dan

$$I_{bn} = \frac{E_{CB}\, Z_1 - E_{BA}\, Z_3}{Z_1\, Z_2 + Z_1\, Z_3 + Z_2\, Z_3}$$

$$= \frac{(200\ \angle -120^\circ)\ (166\ \angle -90^\circ) - (200\ \angle 0^\circ)\ (200\ \angle 0^\circ)}{89085\ \angle -63.3^\circ}$$

$$= \frac{39800\ \angle -210^\circ - 40000\ \angle 0^\circ}{89085\ \angle -63.3^\circ}$$

$$= \frac{-34467 + J19900 - 40000}{89085\ \angle -63.3^\circ}$$

$$= \frac{-74467 + J19900}{89085\ \angle -63.3^\circ}$$

$$= \frac{77080\ \angle 165^\circ}{89085\ \angle -63.3^\circ}$$

$$I_{bn} = 0.865\ \angle 228.3^\circ$$

Böylece $I_{bn} > I_{cn}$ dir. Lâmba ABC faz sırasını gösteriyor. Onun için lâmba bu büyük akımdan dolayı parlak yanar. Eğer faz sırası ACB olsa idi bunun tersi olurdu.

P R O B L E M L E R

Bölüm: 9.5

1 — Her bir kolun direnci 10 om olan yıldız bağlı üç fazlı dört telli bir yük hat gerilimi 208 v olan altarnatöre bağlanırsa

a — Altarnatörün faz gerilimini

b — Yükün faz gerilimini

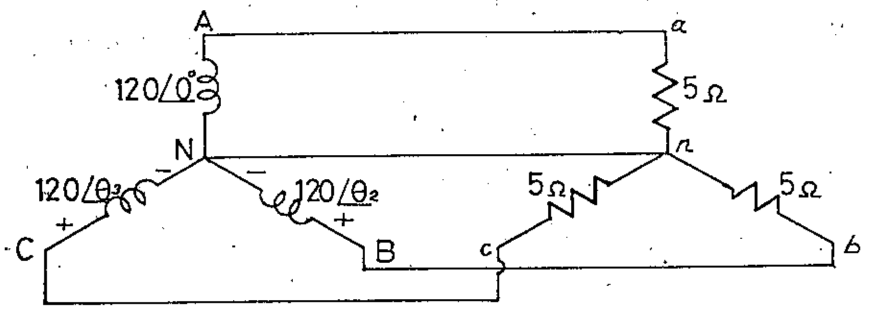
c — Yükün faz akımını

d — Hat akımını bulunuz.

roblem 1 deki yükün bir koluna direnci 12 om ve buna seri bağlı 16
n luk kpaasitif reaktans ekleyerek problemi tekrarlayınız.

3 — Şekil 9.34 deki yıldiz-yıldız bağlı sistemin faz sırası ABC olduğuna göre

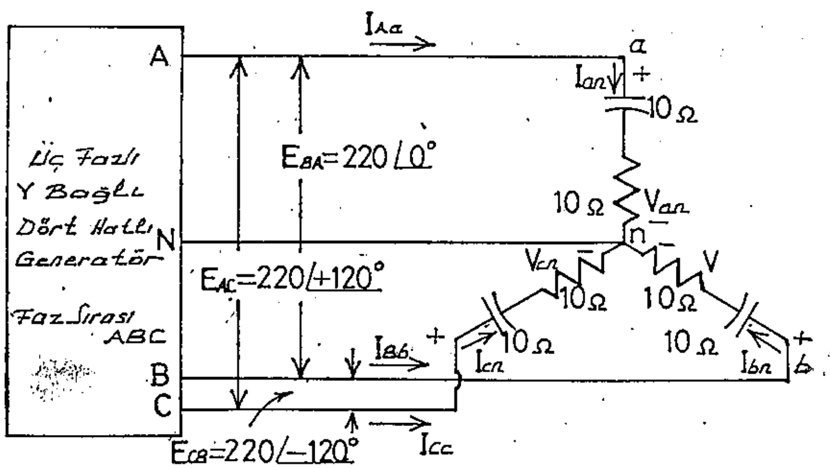
a — Faz sırasına göre Θ_2 ve Θ_3 açılarını bulunuz.
b — Faz empedansı uçlarındaki gerilimi vektör olarak bulunuz.
c — Her faz empedansından geçen akımı vektör olarak bulunuz.
d — c bölümünde bulunan akımların faz diyağramını çiziniz ve toplamlarının sıfır olduğunu gösteriniz.
e — Hat akımlarının büyüklüğünü bulunuz.
f — Hat gerilimlerinin büyüklüğünü bulunuz.



Şekil 9.34

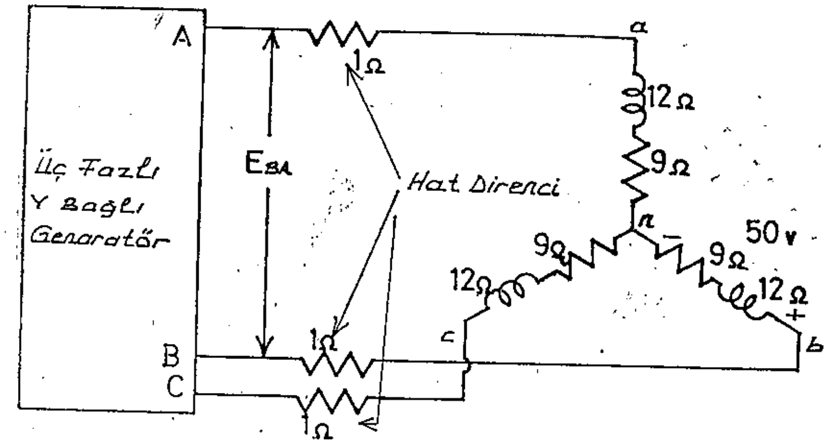
4 — Problem 3 ü faz empedansları 9 om ve indüktif reaktansları 12 om olarak değiştirerek tekrar ediniz.

5 — Şekil 9.35 deki dengeli üç fazlı sistemde gerilim ve akımların büyüklüğünü bulunuz.



Sekil 9.35

6 — Şekil 9.36 daki dengeli üç fazlı sistemde E_{BA} geriliminin büyüklüğünü bulunuz.



Şekil 9.36

Bölüm: 9.6

7 — Dengeli üçgen bağlı bir yükün kollarının direnci 20 om dur. Bu yük üç fazlı üç telli yıldız bir alternatöre bağlıdır ve hat gerilimi 208 v dur.

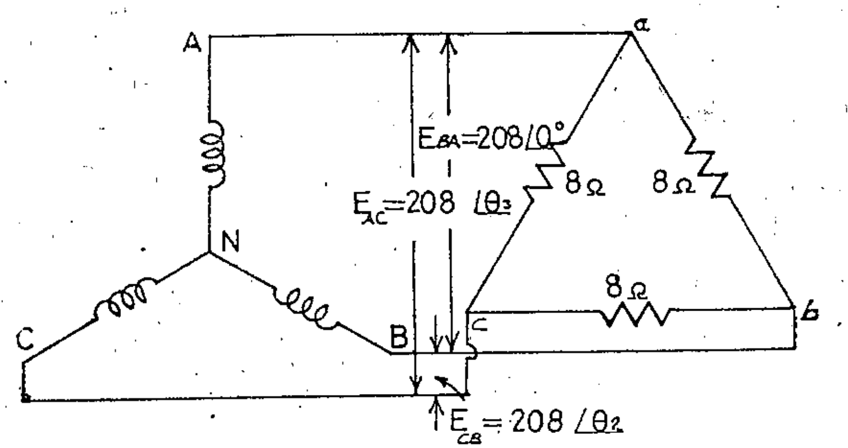
a — Alternatörün faz gerilimi büyüklüğünü
b — Yükün faz geriliminin büyüklüğünü
c — Yükün faz akımının büyüklüğünü
d — Hat akımının büyüklüğünü bulunuz.

8 — Problem 7 yi her faz empedansı 7 om dirençle 14 om indüktif reatansla seri bağlı olduğuna göre tekrarlayınız.

9 — Problem 7 yi her faz empedansı 8 om dirençle 8 om kapasitif reaktans paralel bağlı olduğuna göre tekrarlayınız.

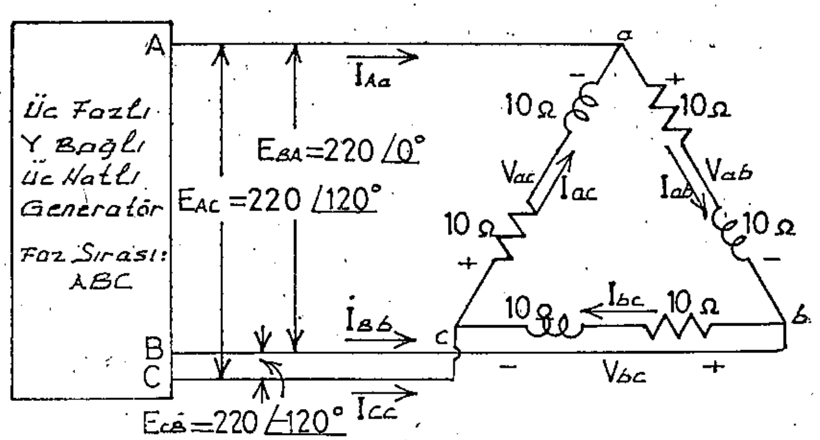
10 — Şekil 9.37 deki yıldız-üçgen sistem için faz sırası ABC dir.

a — Faz sırası için Θ_2 ve Θ_3 açılarını bulunuz.
b — Her faz empedansı uçlarındaki gerilimi vektör olarak bulunuz.
c — b bölümünde bulunan gerilimlerin vektör diyağramını çiziniz ve bunların toplamının sıfır olduğunu gösteriniz.
d — Her faz empedansından geçen akımı vektör olarak bulunuz.
e — Hat akımının büyüklüğünü bulunuz.
f — Alternatör faz geriliminin büyüklüğünü bulunuz.



Şekil 9.37

11 — Şekil 9.38 deki devrede bilinmeyen akım ve gerilimlerin büyüklüğünü bulunuz.



Şekil 9.38

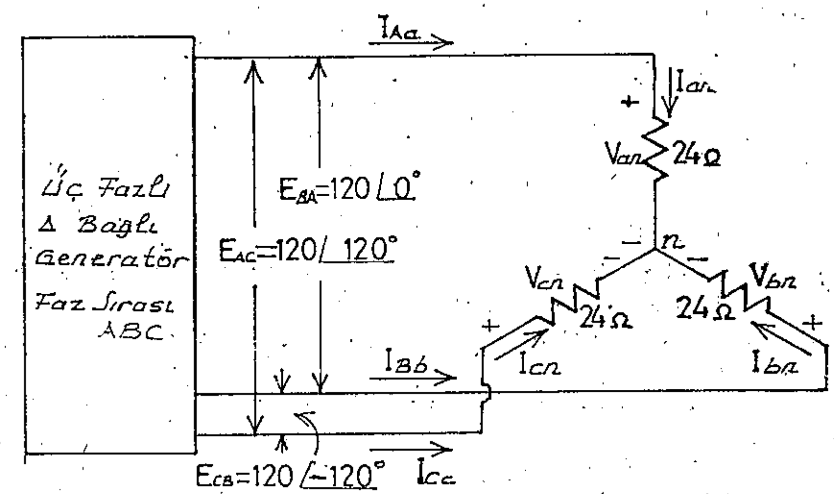
Bölüm: 9.9

12 — Her bir kolun direnci 6 om olan yıldız bağlı bir yük üç fazlı üçgen bağlı ve hat gerilimi 208 v olan bir alternatöre bağlanmıştır.

a — Alternatörün faz geriliminin büyüklüğünü
b — Yükün faz geriliminin büyüklüğünü
c — Yükün faz akımının büyüklüğünü
d — Hat akımını hesaplayınız.

13 — Problem 12 de her faz empedansı 9 om direnç ile 9 om luk indüktif reaktans seri bağlandığına göre tekrarlayınız.

14 — Şekil 9.39 daki devrede bilinmeyen gerilim ve akımların büyüklüğünü bulunuz.



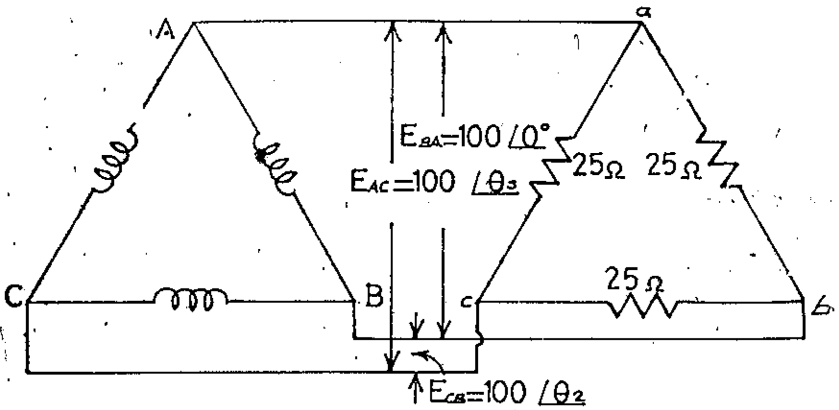
Şekil 9.39

15 — Her bir kolun direnci 50 om olan dengeli üçgen bağlı bir yük hat gerilimi 440 v olan alternatöre bağlanıyor.

a — Alternatörün faz geriliminin büyüklüğünü
b — Yükün faz geriliminin büyüklüğünü
c — Yükün faz akımının büyüklüğünü
d — Hat akımını bulunuz.

16 — Şekil 9.40 daki üçgen-üçgen devrenin faz sırası ABC olduğuna göre

a — Faz sırasına göre Θ_2 ve Θ_3 açılarını bulunuz.
b — Her faz empedansı uçlarındaki gerilimi vektör olarak bulunuz.
c — b de bulunan gerilimlerin vektörlerini çiziniz ve üçgen yükün kapalı gözönünde vektör toplamının sıfır olduğunu gösteriniz.
d — Her pir empedanstan geçen akımı vektör olarak bulunuz.
e — Hat akımlarının büyüklüğünün bulunuz.



Şekil 9.40

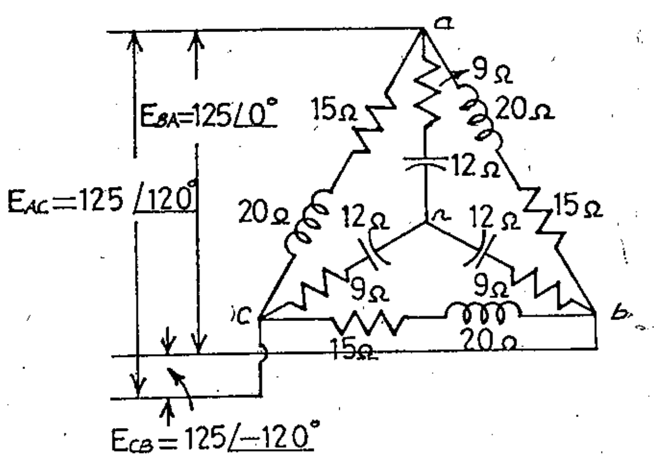
Bölüm: 9.10

17 — Problem 3 teki devrede toplam vatı, var, V.A. ile üç fazlı sistemin F_p değerini bulunuz.

18 — Problem 11 deki devrede toplam vatı, var, v.A. ile sistemin F_p değerini bulunu.

19 — Üçgen bağlı üç fazlı dengeli bir yükün hat gerilimi 200 v ve sarfedilen güç 4800 vat olup güç faktörü 0.8 geridir. Her fazın empedansını dik bileşenler fomrunda bulunuz.

20 — Şekil 9.41 deki devrenin toplam vat, var, v.A. ve güç faktörü F_p değerini bulunuz.



Şekil 9.41

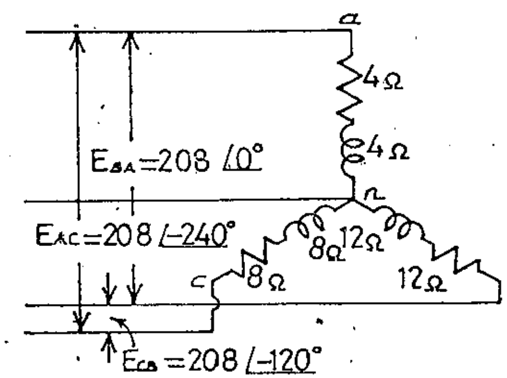
Bölüm: 9.13

21 — Şekil 9.42 deki devrede aşağıdaki değerlerin büyüklüklerini bulunuz.

a — Yükün her fazı uçlarındaki gerilimin

b — Yükün her fazından geçen akımın

c — Toplam vat, var, v.A. ve güç faktörü F_p yi bulunuz.



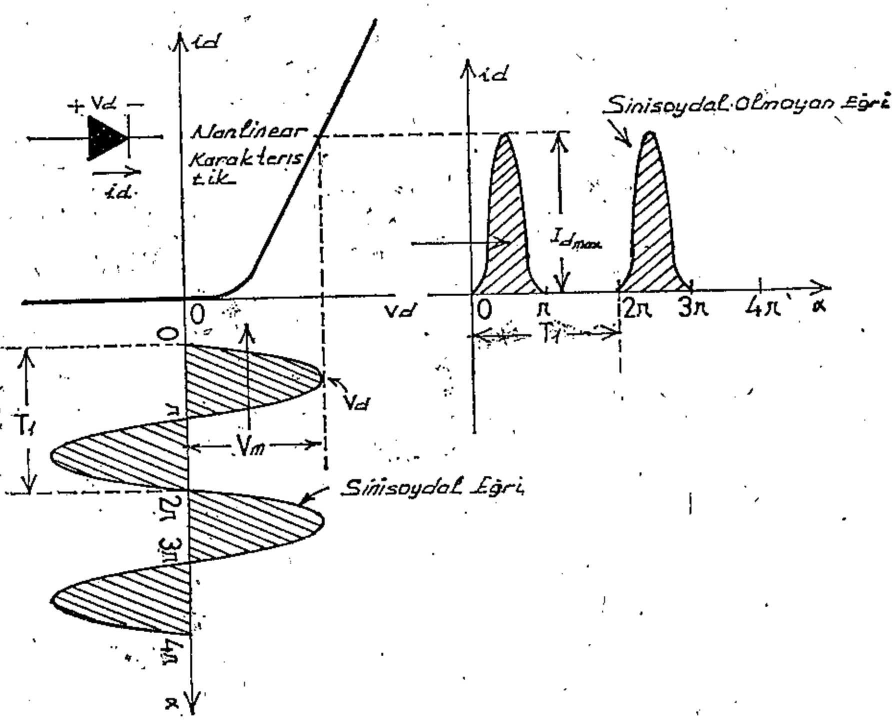
Şekil 9.42

SİNÜSOIDAL OLMAYAN DEVRELER

10.1 GİRİŞ

Bölüm 1 de alternatif akım ve sinüs eğrisi anlatıldı. Alternatif akımın temel eğrisi olan sinüs eğrisinden farklı olan eğrilere sinüs olmayan (Nonsinusoidal) eğriler denir. Buradan anlaşıldığı gibi doğru akım veya gerilimin eğrileriyle, kaydedilen bir ses titreşimlerinin meydana getirdiği eğriler birer nonsinüsoidal eğrilerdir.

Nonsinusoidal eğriler genellikle peryodiktir, fakat eğriyi meydana getiren kuvvet ses tonu ise bu tondaki değişme eğride bazı değişikliklere neden olur. Pek çok elektrik ve elektronik cihazların çıkış sinyali nonsinusoidal bir eğri meydana getirir, eğer bu cihaza uygulanan sinyal sinisoydal ise. Örneğin bir diyodun sinisoydal olmayan karakteristik eğrieri şekil 10.1 de görülmektedir.



Şekil 10.1

Eğer diyodun uçlarına sinisoydal bir gerilim uygulanırsa diyottan geçen akımın eğrisi şekil 10.1 de görüldüğü gibi nonsiusoidal olur. Elde edilen akımın eğrilerine dikkat edilirse bu eğrilerin peryodik olduğu görülür. Meydana gelen bu peryot giriş sinyalinin peryodunun aynıdır. Peryodik bir nonsinusoidal çıkış her hangi bir nonlineer sisteme uygulanan giriş sinyali sinüsoidal ise bu nonsinusoidal eğriler sistemde kalıcı etkilere neden olmaz.

Bu bölümde peryodik nonsinusoidal girişe sistemin tepkisini elde etme yöntemlerini araştıracağız.

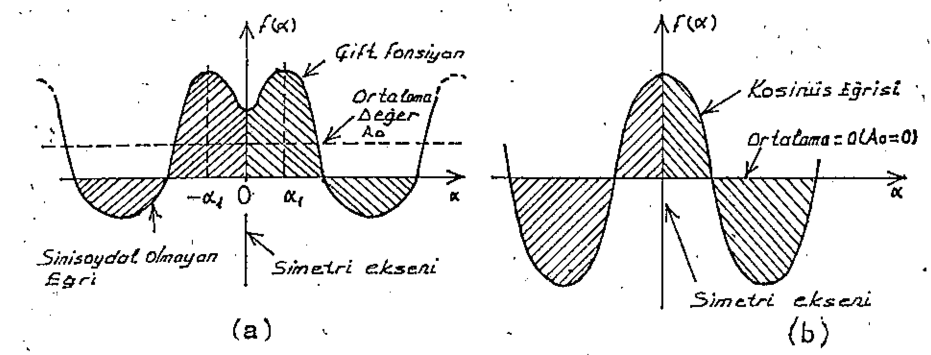
10.2 FOURİER SERİSİ

Fourier serisi, seri bir gurup terim olup sinüsoidal olmayan eğrilerin ifadesinde kullanılır. Bu tip eğrilerin analizinde her terim Fourier serisi ile çözülür. Formül olarak Fourier serisi aşağıdaki gibidir.

$$F(\alpha) = A_0 + A_1 \cos\alpha + A_2 \cos 2\alpha + A_3 \cos 3\alpha + A_n \cos n\alpha$$
$$+ B_1 \sin\alpha + B_2 \sin 2\alpha + B_3 \sin 3\alpha + \ldots + B_n \sin n\alpha \qquad (10.1)$$

Dalga şekline bağlı olarak pek çok terimleri içeren formül devre analizinin amacına göre eğrinin yaklaşık değeri alınabilir. Fourier serisi üç temel bölüme ayrılabilir. Bunlardan birincisi doğru akım terimi için A_0 dır. A_0 değeri için eğrinin bir tam saykıllık süresinin ortalama değeridir. İkincisi ise cos ünüs terimi serileridir. Burada değerler sayısında bir sınırlama yoktur veya cosünüs terimlerinin büyüklüğünün ilgili değerleridir, fakat her bir terim frekansa sahip olup birinci cosünüs terimi serisinin çoğu tamsayılıdır. Üçüncü bölüm ise sinüs terimleri serisidir.

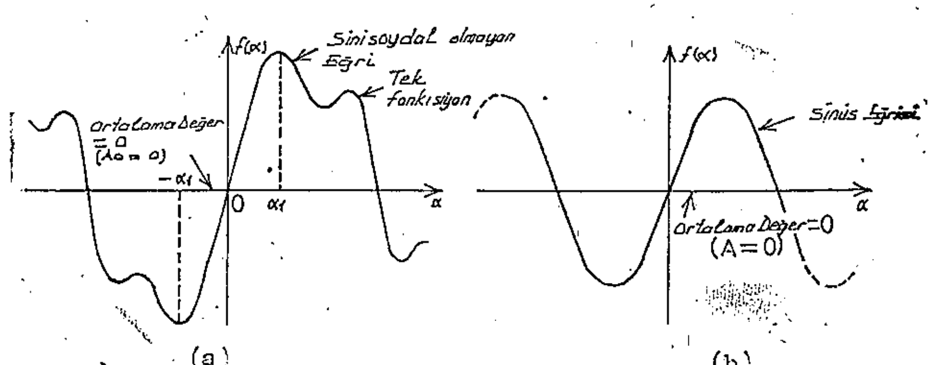
Özel bir eğri için büyük bir olasılıkla sinüs ve cosünüs terimleri sıfır olabilir. Bu çeşidin karakteristik değerleri nonsinusoidal eğrinin ve onun yatay eksendeki pozisyonunu tesbit eder. Eğer eğri dikey eksene göre simetrik ise bu durum çift fonksiyon olarak anılır. Böyle bir eğri şekil 10.2 de görülmektedir. Bütün çift fonksiyonlar için $B_{1 \to n}$ sabit değeri sıfır olur. Böylece eğri tamamen dc ve cosünüs terimleri yardımıyla anlaşılabilir. Dikkat edilirse şekil 10.2 b de görülen her ikisi için aşağıdaki matematiki ifadeler kullanılabilir.



Şekil 10.2 a, b

$$F(\alpha) = f(-\alpha) \qquad \text{(Çift fonksiyon)} \qquad (10.2)$$

Bu formülün ifadesi şudur. Fonksiyonun büyüklüğü $+\alpha$ da da $-\alpha(\alpha_1)$ iken şekil 10.3 a daki gibi aynıdır. Eğer bir eğri kendisinin $+\alpha$ değeri için $-\alpha$ nın negatif değerıde oluyorsa bu değer tek fonksiyon veya nokta simetri diye anılır ve bütün sabitler $A_{1\to n}$ sıfır olur. Bütün fonksiyonlar dc ve sinüs terimleri içinde temsil edilebilirler. Buna göre dikkat edilirse sinüs eğrisi kendisinin tek fonksiyonudur.



Şekil 10.3

Noktaya göre simetrik

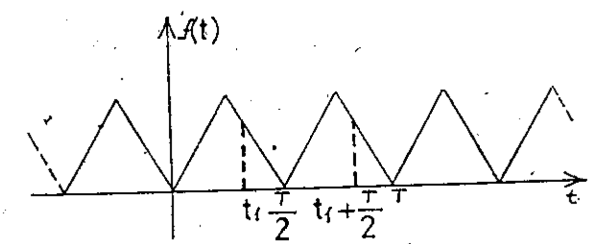
Şekil 10.3 de görülen bütün eğrilerin aşağıdaki matemitksel ilişkileri doğrudur.

$$F(\alpha) = -f(-\alpha) \qquad \text{(Tek fonksiyon)} \qquad (10.3)$$

Bu eşitliğin anlamı şudur. $+\alpha$ değerinde fonksiyonun büyüklüğü $-\alpha(\alpha_1)$ değerindek ibüyüklüğünün negatifine eşittir. Sinüs ve cosünüs serilerindeki ilk terim temel eleman olarak anılır. Bu minimum frekans terimin özel bir eğrisini temsil eder. Esas eleman terimi her hangi bir Fourier serisinde ifade edilmelidir. Yüksek dereceli frekanslarda diğer terimler harmonik terimler olarak anlır. Esas veya temel elemanın ikinci değerine sahip frekans değerine ikinci harmonik denir. Bu harmonikler dizisi üçüncü, dördüncü, beşinci harmonik olarak devam eder. Eğer eğri aşağıdaki gibi ise

$$F(t) = f\left(\frac{T}{2} + t\right) \qquad (10.4)$$

sinüs ve cosünüs serilerinin tek harmonikleri sıfırdır. Şekil 10.4 deki eğri bu fonksiyon tipi bir örnektir.



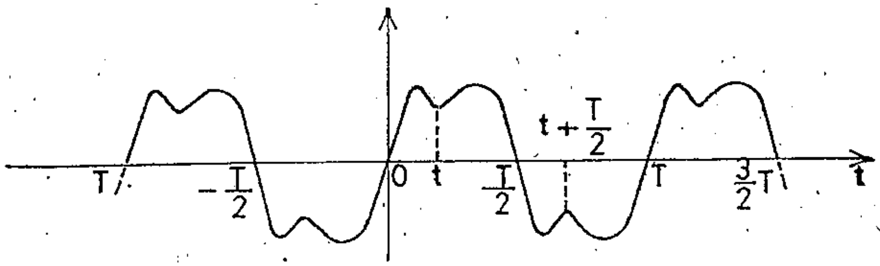
Şekil 10.4

Formül 10.4 ün ifadesi şöyledir. Bu tip bir denkleme sahip bir fonksiyon kendisini her T/2 zaman aralığından sonra yeniler. Başka bir ifadeyle eğri kendisini her peryot sonunda tekrar eder. Genel olarak bu tip bir fonksiyon eğer T peryodu minimum peryot (T/2) nin iki katı seçilirse tek harmonikler sıfır olur. Eğer eğri aşağıdaki gibi ise

$$F(t) = -f\left(\frac{T}{2} + t\right) \qquad (10.5)$$

eğri yarım dalga veya ayna simetri olarak anılır ve sinüs ile cosünüs serilerinin çift harmonikleri sıfır olur. Şekil 10.5 deki eğri bu fonksiyon tipi bir örnektir. Formül 10.5 in anlamı şöyledir. T/2 lik bir zaman aralığı içeren bir eğri kendisini T/2 lik bir zaman sona tekrar edecektir. Yani eğri her T/2 lik zaman aralıklarıyla tekrarlanacaktır.

Örneğin şekil 10.5 deki eğri sıfırdan T/2 ye kadar kendisini T/2 den T ye kadar zaman aralığında tekrar edecektir. Bu T/2 den T ye kadar olan kısmındaki eğri yatay eksenin alt kısmında olur.



Şekil 10.5
(Ayna simetri)

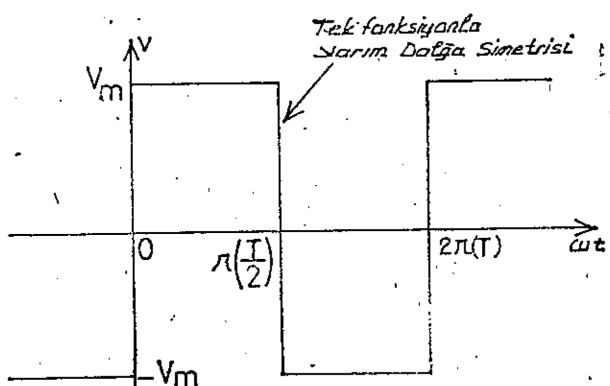
Sabit değerler A_0, $A_{1\to n}$, $B_{1\to n}$ değerleri aşağıdaki integral formüllerini kullanarak tesbit edilebilir.

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\ dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\alpha)\ d\alpha \qquad (10.6)$$

$$A_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos n\omega t\ dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\alpha)\cos n\alpha\, d\alpha \qquad (10.7)$$

$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin n\omega t\ dt = \frac{1}{\pi} f(\alpha)\ \sin n\alpha\, d\alpha \qquad (10.8)$$

ourier serilerinin uygulanmasına bir yaklaşım olarak şekil 10.6 deki are eğrileri düşünelim. Bu eğrilerde ortalama değer sıfırdır. Böylece $A_0 = 0$ dır. Bu ise bir tek fonksiyondur. Böylece bütün sabitler $A_{1\to n}$ ıfırdır. Sadece sinüs terimi seri değerler içinde ifade edilir.



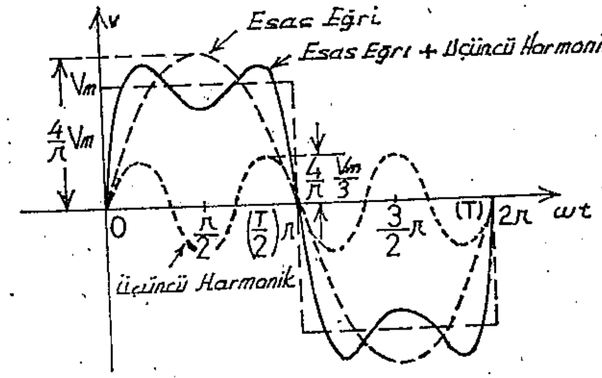
Şekil 10.6
Kare dalga

Eğri $F(t) = -f(T/2 + t)$ kıriteri ile yeterli olduğundan çift harmonikler sıfır olur.

Formül 10.8 de çeşitli katsayıların değerlendirilmesinden sonra aşağıdaki ifade elde edilir.

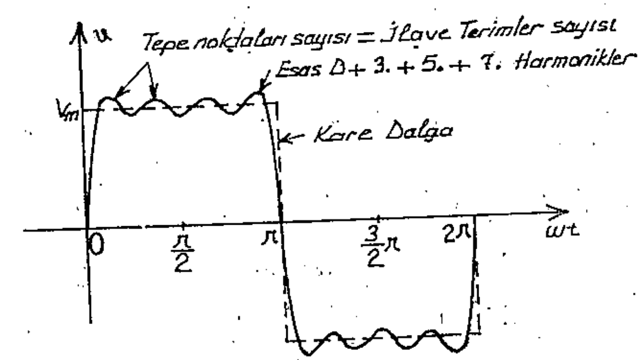
$$v = \frac{4}{\pi}V_m\left[\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \frac{1}{7}\sin 7\omega t + \ldots + \frac{1}{n}\sin n\omega t\right] \quad (10.9)$$

Dikkat edilirse esas eğri kare eğrinin frekansını meydana getiriyor. Eğer esas eğriyi ve üçüncü harmoniyi toplarsak şekil 10.7 deki eğriyi elde ederiz.



Şekil 10.7

Sadece çift ilk terimlerle eğri şekli tıpkı bir kare eğri şeklinde başlıyor. Eğer gelecek iki terimi eklersek şekil 10.8 deki titreşim (pulse) genişliği artar ve tepe noktaları sayısı çoğalır.



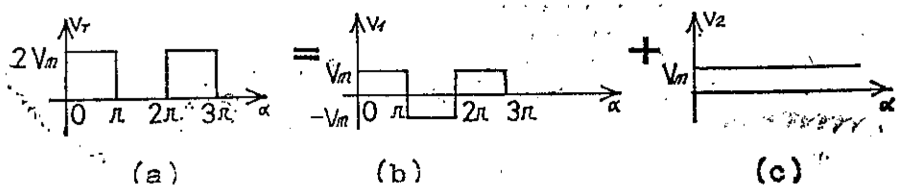
Şekil 10.8

Tek terimleri toplamaya devam edersek seri kare eğri şekline yaklaşmış oluruz. Dikkat edilirse her fazla terimin büyüklüğü bir noktaya doğru azalıyorki bu ilk bir kaç terimle karşılaştırılırsa ihmal edilecek kadar küçüktür. İyi bir yaklaşımla eğri dokuzuncu harmonikte yekpare olarak oluşur,

Her hangi bir yüksek harmonik esas eğrinin 1/10 harmoniğinden az olacaktır. Eğer bu eğri yatay eksenin altına veya üstüne hareket ettirilirse Fourier serisi doğru akım terimi içerisinde değiştirilmiş olacaktır. Örneğin şekil 10.9 a daki eğri 10.9 b ve 10.9 c deki eğrilerin toplamıdır. Bunun için eğrinin Fourier serisi aşağıdaki gibidir.

$$v_T = V_m + \text{formül } 10.9$$

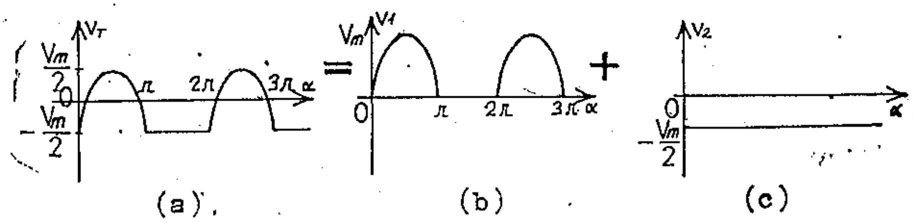
$$= V_m + \frac{4}{\pi} V_m \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \ldots\ldots\right)$$



Şekil 10.9

Şekil 10.10b deki eğrinin titreşim formülü aşağıdaki gibidir.

$$v = 0.318\,V_m + 0.500\,V_m \sin \alpha - 0.212\,V_m \cos 2\alpha - 0.0424\,V_m \cos 4\alpha \ldots\ldots \quad (10.10)$$

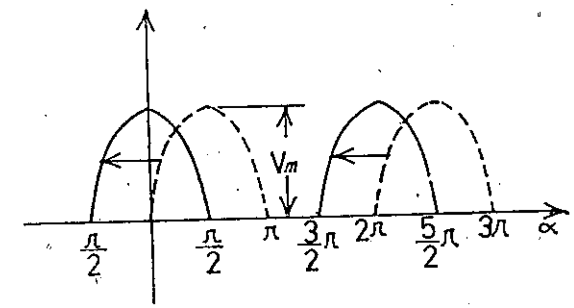


Şekil 10.10 a daki eğri şekil 10.10 b ve c deki iki eğrinin toplamına eşittir. Bu toplam eğri için Fourier serisi olarak ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$v_T = -\frac{V_m}{2} + \text{formül } 10.10$$

$$= [-0.500 + 0.318] V_m + 0.500\, V_m \sin \alpha - 0.212\, V_m \cos 2\alpha$$
$$- 0.424\, V_m \cos 4\alpha + \ldots\ldots\ldots$$

Eğer eğri sağa veya sola hareket ettirilirse hareket fazı sinüs veya cosünüs terimlerinden ya çıkarılır veya toplanır. Dc terimi sağa veya sola harekette değişmemelidir. Eğer doğrultulmuş yarım dalga sinyali 90° sola kaydırılırsa şekil 10.11 deki Fourier serisi aşağıdaki gibi olur.



Şekil 10.11

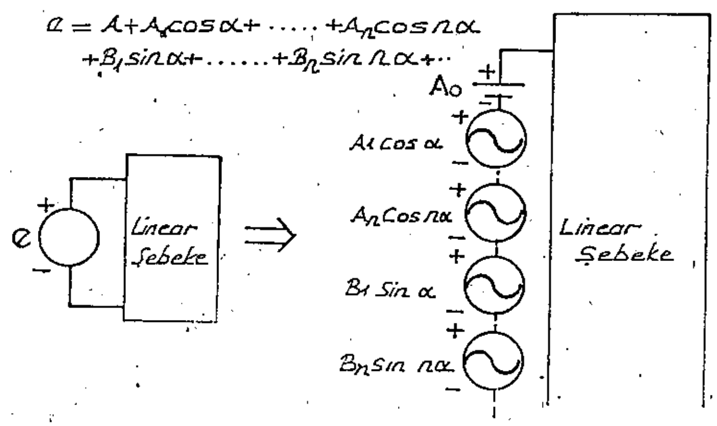
$$v_0 = 0.318\, V_m + 0.500\, V_m \sin\, (\alpha + 90°) - 0.212\, V_m \cos\, 2(\alpha + 90°)$$
$$- 0.0424\, V_m \cos\, 4(\alpha + 90°) + \ldots\ldots\ldots$$
$$= 0.318\, V_m + 0.500\, V_m \sin\, (\alpha + 90°) - 0.212\, V_m \cos\, (2\alpha + 180°)$$
$$- 0.0424\, V_m \cos\, (4\alpha + 360°) + \ldots\ldots\ldots$$
$$v_0 = 0.318\, V_m + 0.500\, V_m \cos \alpha + 0.212\, V_m \cos\, 2\alpha - 0.0424\, V_m$$
$$\cos\, 4\alpha + \ldots\ldots\ldots$$

Eğer aynı eğri 90° sağa doğru kaydırılırsa Fourier serisi aşağıdaki gibi olur.

$$v_0 = 0.318\, V_m + 0.500\, V_m \sin\, (\alpha - 90°) - 0.212\, V_m \cos\, 2(\alpha - 90°)$$
$$- 0.0424\, V_m \cos\, 4(\alpha - 90°) + \ldots\ldots\ldots$$
$$= 0.318\, V_m - 0.500\, V_m \cos \alpha + 0.212\, V_m \cos\, 2\alpha - 0.0424\, V_m$$
$$\cos\, 4\alpha + \ldots\ldots\ldots$$

10.3 DEVRELERİN NONSİNUSOİDAL GİRİŞE TEPKİSİ

Superpsotion teoremini kullanarak Fourier serisi ile ifade edilen nonsinüsoidal girişler lineer devrelere uygulanabilir. Hatırlanacağı gibi bu teorem devreye her bir kaynağın etkilerini müstakil olarak bulmamıza yarar. Pratik uygulamalar için eğer nonsinüsoidal girişi Fourier serisi varsayarak devreye bağlarsak superposition kullanarak şekil 10.12 deki devrenin her bir elemanının tepkisi bulunabilir.



Şekil 10.12

Sistemin toplam tepkisi her bir terim için elde edilen değerlerin cebirsel toplamıdır. Nonsinüsoidal devreler için bu teorem ile daha önceden anlatılan devrelerin ana değişikliği bu devrelerin frekanslarının nonsinüsoidal uygulamalarda her bir terim için farklı olmasıdır. Bunun için reaktanslarda

$$X_L = 2\pi f L \quad \text{ve} \quad X_c = \frac{1}{2\pi f\ C}$$

her bir terimin giriş voltaj veya akımı değişecektir.

Bölüm 1 de her hangi bir eğrinin efektif değeri aşağıdaki gibi bulunmuştu.

$$\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [f(t)]^2\, dt}$$

Şayet bu denklemi aşağıdaki Fourier serisini uygularsak

$$v(\alpha) = v_0 + V_{m1}\cos\alpha + \ldots V_{mn}\cos n\alpha + V'_{m1}\sin\alpha + \ldots + V_{mn}\sin n\alpha$$

$$V_{etkin} = \sqrt{V_0^2 + \frac{V^2_{m1} + \ldots + V^2_{mn} + V'^2_{m1} + \ldots + V'^2_{mn}}{2}} \qquad (10.11)$$

$$\frac{V_{m1}}{2} = \left(\frac{V_{m1}}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{V_{m1}}{\sqrt{2}}\right) = (V_{1\,et.})\ (V_{1\,et.}) = V^2_{1\,et.}$$

$$V_{et} = \sqrt{V^2_0 + V^2_{1\,et.} + \ldots + V^2_{n\,et.} + V^2_{1\,et.} + \ldots + V^2_{n\,et.}} \qquad (10.12)$$

Aynı şekilde

$$i(\alpha) = I_0 + I_{m1}\cos\alpha + \ldots + I_{mn}\cos n\alpha + I'_{m1}\sin\alpha + \ldots + I'_{mn}\sin n\alpha$$

$$I_{et} = \sqrt{I_0^2 + \frac{I^2_{m1} + \ldots + I^2_{mn} + I'^2_{m1} + \ldots + I'^2_{mn}}{2}} \qquad (10.13)$$

ve

$$I = \sqrt{I^2_0 + I^2_{1\,et.} + \ldots + I^2_{n\,et.} + I'^2_{1\,et.} + \ldots + I'^2_{n\,et.}} \qquad (10.14)$$

Toplam sarfiyat gerilim ve akım elemanlarına tekabül eden sarfiyatların toplamına eşittir. Aşağıdaki denklemler akım ve gerilimlerin efektif değerleridir.

$$P_T = V_0\ I_0 + V_1\ I_1\ \cos\theta_1 + \ldots + V_n\ I_n\ \cos\theta_n + \ldots \qquad (10.15)$$

$$P_T = I_0^2 R + I_1^2 R + \ldots + I_n^2 R + \ldots \qquad (10.16)$$

Veya

$$P_T = I^2_{ef.} R \qquad (10.17)$$

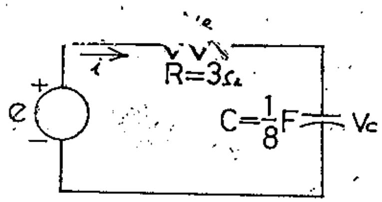
Denklem 10.13 de $I_{ef.}$ değeri anlatıldığı gibi

$P_T = V^2_{ef.} / R$ dır. $\qquad (10.18)$

ÖRNEK: 10.1

Şekil 10.13 deki devrenin giriş değeri aşağıdaki gibidir.

$e = 12 + 10 \sin 2t$



Şekil 10.13

a) i akımını, V_R ve V_c değerini bulunuz.

b) i, V_R ve V_c nin efektif değerlerini bulunuz.

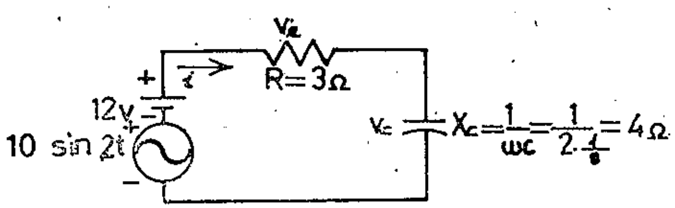
c) Devrede sarfedilen (W) gücü bulunuz.

Çözüm:

a) Bu devreyi eğer şekil 10.14 deki gibi yeniden çizer ve superposition teoremini uygularsak

1. 12 voltluk batarya için $I = 0$ dır.

V_c gerilimi kendisinin nihayi değerine yükselirken (steadystate) doğru akım devresinde kondansatör açık devredir.



Şekil 10.14

$V_R = I.R = 0\,v$

$V_C = 12$ volt

2. Alternatif akım uygulanırsa

$Z = 3 + J4 = 5\ \underline{/-53°}$

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{\frac{10}{\sqrt{2}}\underline{/0°}}{5\underline{/-53°}} = \frac{2}{\sqrt{2}}\ \underline{/53°}$$

$$V_R = I.R = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\ \underline{/53°}\right)(3\ \underline{/0°}) = \frac{6}{\sqrt{2}}\ \underline{/53°}$$

$$V_C = I.X_c = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\underline{/53°}\right)(4\ \underline{/-90°})$$

$$= \frac{8}{\sqrt{2}}\ \underline{/-37°}$$

Zaman domaini içerisinde

$i = 0 + 2\sin\ (2t + 53°)$

Dikkat edilirse da. terimi bu ifade de giriş gerilimi da. için gösterilse bile da. terimi akım için bu devrede sıfırdır.

$v_R = 0 + 6\sin\ (2t + 53°)$

$v_C = 12 + 8\sin\ (2t - 37°)$

b — Denklem 10.14 ü kullanarak

$$I_{ef.} = \sqrt{0^2 + \frac{2^2}{2}} = \sqrt{2} = 1.41 \text{ Amper}$$

Denklem 10.12 ile

$$V_{R\,ef.} = \sqrt{0^2 + \frac{6^2}{2}} = \sqrt{18} = 4.24 \text{ volt}$$

Denklem 10.12 ile

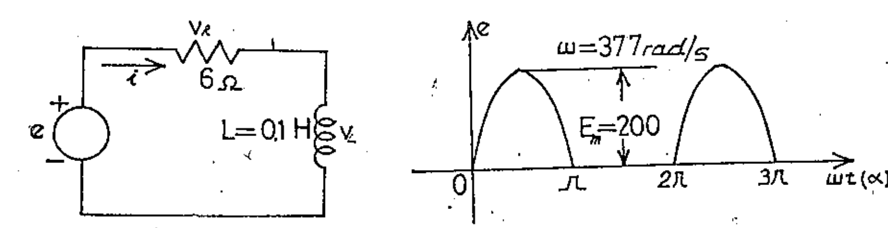
$$V_{C\,ef.} = \sqrt{12^2 + \frac{8^2}{2}} = \sqrt{176} = 13.27 \text{ volt}$$

c —

$P = I^2_{ef.}\ R = (\sqrt{2})^2\ 3 = 6$ vat

ÖRNEK: 10.2

Şekil 10.15 deki devrenin giriş değerine tepkisini bulunuz.



Şekil 10.15

$e = 0.318\,E_m + 0.500\,E_m \sin \omega t - 0.212\,E_m \cos 2\omega t - 0.0424$
$E_m \cos 4\omega t + \ldots\ldots$

Çözüm:

Tartışmak amacıyla sadece ilk üç terim e değerini göstermede kullanılacaktır. Cosünüs terimini sinüs terimine dönüştürür ve E_m için yerine konursa aşağıdaki değerler elde edilir.

$e = 63.6 + 100 \sin \omega t - 42.4 \sin (\omega t + 90°)$

Vektör notasyonu kullanarak orjinal devre şekil 10.16 daki gibi çizilir ve bu devreye superposition teoremi uygulanırsa,

Doğru akım terimleri için ($E_0 = 63.6$ v)

$X_L = 0$ (D.C için kısa devre)

$Z_T = 6 \angle 0° = R$

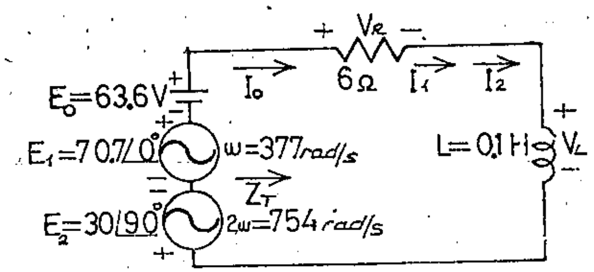
$$I_0 = \frac{E_0}{R} = \frac{63.6}{6} = 10.6 \text{ Amper}$$

$V_{R_0} = I_0\,R = E_0 = 63.6$ volt

$V_{L_0} = 0$

Ortalama güç

$P_0 = I_0^2\,R = (10.6)^2 = 675$ vat



Şekil 10.16

Esas terim (Fundamental) için ($E_1 = 70.7 \angle 0°$, $\omega = 377$)

$X_{L_1} = \omega L = (377)\ (0.1) = 37.7$ om

$Z_{T_1} = 6 + J37.7 = 37 \angle 80.7°$

$$I_1 = \frac{E_1}{Z_{T_1}} \frac{70.2 \angle 0°}{38.2 \angle 80.7°} = 1.85 \angle -80.7°$$

$V_{R_1} = I_1\,R = (1.85 \angle -80.7°)\ (6 \angle 0°) = 11.08 \angle -80.7°$

$V_{L_1} = I_1\,X_{L_1} = (1.85 \angle -80.7°)\ (37.7 \angle 90°) = 69.8 \angle 9.3°$

Ortalama değer ise

$P_1 = I_1^2\,R = (1.85)^2 \times 6 = 20.5$ vat

İkinci harmonik için ($E_2 = 30 \angle 90°$, $\omega = 754$)

$X_{L_2} = \omega L = (754)\ (0.1) = 75$ om

$Z_{T_2} = 6 + J75.4 = 76.6 \angle 84.5°$

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_{T_2}} = \frac{30 \angle -90°}{75.6 \angle 84.5°} = 0.397 \angle -174.5°$$

E_2 nin faz açısı —90° ye aynı polariteyi vermesi için değiştirildi.

$V_{R_2} = I_2\,R = (0.397 \angle 174.5°)\ (6 \angle 0°)$

$= 238 \angle -174.5°$

$V_{L_2} = I_2\,X_{L_2} = (0.397 \angle -174.5°)\ (75.4 \angle 90°)$

$= 29.9 \angle -84.5°$

Ortalama güç

$P_2 = I_2^2\,R = (0.397)^2 \times 6 = 0.945$ vat

Fourier serisi (i) için yazılırsa

$i = 10.6 + \sqrt{2}\ (1.85) \sin (377t - 80.7°) + \sqrt{2}\ (0.397) \sin$
$(754t - 174.5°)$

ve

$I_{ef.} = \sqrt{10.6^2 + 1.85^2 + 0.397^2} = 10.77$ Amper

V_R için Fourier serisi yazılırsa

$v_R = 63.6 + \sqrt{2}\ (11.08) \sin (377t - 80.7°) + \sqrt{2}\ (2.38) \sin$
$(754t - 174.5°)$

ve

$$v_{R\,ef.} = \sqrt{63.6^2 + 11.08^2 + 2.38^2} = 64.6 \text{ volt}$$

V_L için Fourier serisi yazılırsa

$$v_L = \sqrt{2}\,(69.8) \sin (377t+9.3°) + \sqrt{2}\,(29.9) \sin (754t - 84.5°)$$

ve

$$v_{L\,ef.} = \sqrt{69.8^2 + 29.9^2}$$
$$= 76 \text{ volt}$$

Toplam ortalama güç

$$P_T = I_{ef.}^2\, R = (10.77)^2 \times 6 = 696 \text{ vat} = P_0 + P_1 + P_2$$

10.4 NONSİNÜSOİDAL EĞRİLERİN TOPLANMASI ve ÇIKARILMASI

İki nonsinüsoidal eğrinin toplanması veya çıkarılması Fourier serisi ifadesi olarak faz cebiri kullanarak eğer terimlerin frekansı aynı ise bulunabilir.

Örneğin toplamı $(V_1 + V_2)$ olan iki nonsinüsoidal eğrinin toplam değeri aşağıdaki yöntemi kullanarak bulunabilir.

$$v_1 = 30 + 20 \sin 20t + \ldots\ldots\ldots + 5 \sin (60t + 30°)$$

$$v_2 = 60 + 30 \sin 20t + 20 \sin 40t + 10 \cos 60t$$

1 — Doğru akım terimleri

$$v_{T_0} = 30 + 60 = 90$$

2 — $\omega = 20$

$$v_{T_1 (max)} = 30 + 20 = 50$$

ve

$$v_{T_1} = 50 \sin 20t$$

3 — $\omega = 40$

$$v_{T_2} = 20 \sin 40t$$

4 — $\omega = 60$

$$5 \sin (60t+30°) = (0.707)\ 5\ \underline{/30°} = 3.54\ \underline{/30°}$$

$$10 \cos 60t = 10 \sin (60t+90°) \Longrightarrow (0.707)\ (10)\ \underline{/90°}$$

$$= 7.07\ \underline{/90°}$$

$$v_{T_3} = 3.54\ \underline{/30°} + 7.07\ \underline{/90°}$$

$$= 3.06 + J1.77 + J7.07 = 3.06 + J8.34$$

$$v_{T_3} = 9.3\ \underline{/71°}$$

ve

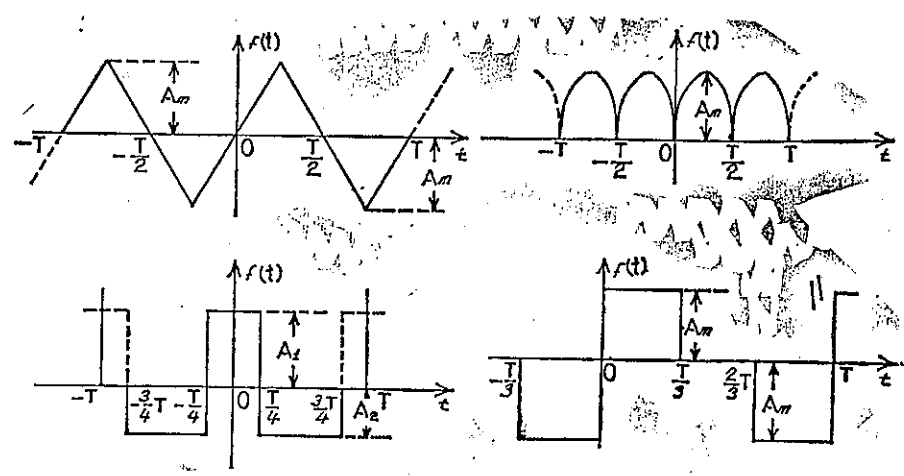
$$v_{T_3} = 13.1 \sin (60t + 71°)$$

$$v_1 + v_2 = v = 90 + 50 \sin 20t + 20 \sin 40t + 13.1 \sin (60t + 71°)$$

PROBLEMLER

Bölüm: 10.2

1 — Şekil 10.17 deki eğriler için aşağıdaki değerlerin Fourier serisiyle gösterilip gösterilmiyeceğini gösteriniz.



Şekil 10.17

a — Dc terimleri

b — Cosinüs terimleri

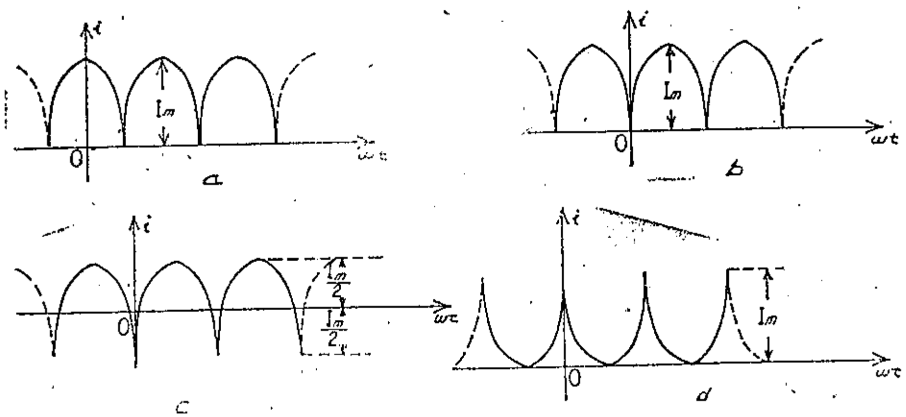
c — Sinüs terimleri

d — Çift düzenli (tertipli) harmonikler

e — Tek düzenli harmonikler.

2 — Şekil 10.18 a daki eğrinin Fourirer serisi aşağıdaki ise b, c, d eğrilerinin Furier serisi ifadelerini bulunu.

$$i = \frac{2I_m}{\pi}\left(1 + \frac{2}{3}\cos 2\omega t - \frac{2}{15}\cos 4\omega t + \frac{2}{35}\cos 6\omega t \ldots\right)$$



Şekil 10.18

3 — Aşağıdaki değerlerin nonsinüsoidal eğrilerini ωt ile çiziniz.

a — $e = 100 + 50 \sin \omega t$
b — $e = 100 \sin \omega t + 50 \sin 2\omega t$

Bölüm: 10.3

4 — Aşağıdaki nonsinüsoidal eğrilerin ortalama ve efektif değerlerini bulunuz.

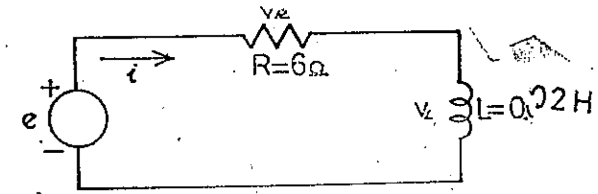
a — $v = 100 + 50 \sin \omega t + 25 \sin 2\omega t$
b — $i = 3 + 2 \sin(\omega t - 53°) + 0.8 \sin(2\omega t - 70°)$

5 — Problem 4 deki akım ve gerilim için devrenin ortalama gücünü (w) bulunuz.

6 — Şekil 10.19 daki devrenin giriş gerilimini Fourier serisi olarak

$$e = 20 + 30 \sin 400t \text{ için}$$

a — i akımının nonsinüsoidal ifadesini bulunuz.
b — Akımın efektif değerini bulunuz.
c — Direnç uçlarındaki gerilimin ifadesini
d — Direnç uçlarındaki gerilimin efektif değerini
e — Reaktif elemanlar uçlarındaki gerilimin ifadesini
f — Reaktif elemanlar uçlarındaki gerilmiin efektif ifadesini
g — Dirençte sarfedilen ortalama gücü bulunuz.

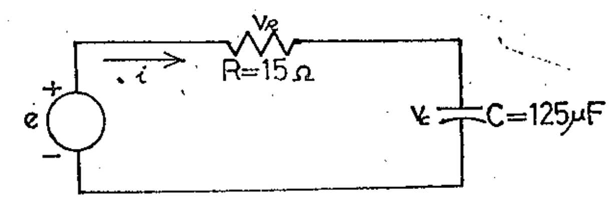


Şekil 10.19

7 — Problem 6 yı aşağıdaki giriş değeri için tekrarlayınız.

$e = -60 + 20 \sin 300t - 10 \sin 600t$

8 — Problem 6 yı şekil 10.20 deki devre için tekrarlayınız.



Şekil 10.20

Bölüm: 10.4

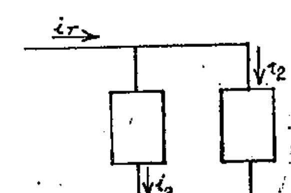
9 — Nonsinüsoidal bir eğri için aşağıdaki değerleri çözünüz.

a — $[60 + 70 \sin \omega t + 20 \sin(2\omega t + 90°) + 10 \sin(3\omega t + 60°)]\,[+ 20 + 30 \sin \omega t - 20 \cos 2\omega t + 5 \cos 3\omega t)]$

b — $[20 + 60 \sin \omega t + 10 \sin(2\omega t - 180°) + 5 \cos(3\omega t + 90°)] - [5 - 10 \sin \omega t + 4 \sin(3\omega t - 30°)]$

10 — Şekil 10.21 deki devrenin i_T akımı için nonsinüsoidal ifadesini bulunuz.

$i_2 = 10 + 30 \sin 20t - 0.5 \sin(40t + 90°)$
$i_1 = 20 + 4 \sin(20t + 90°) + 0.5 \sin 40t + 30°)$

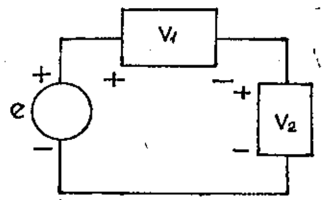


Şekil 10.21

11 — Şekil 10.22 deki devrenin e gerilimi için nonsinüsoidal ifadesini bulunuz.

$$v_1 = 20 - 200 \sin 600t + 100 \cos 1200t + 75 \sin 1800t$$

$$v_2 = -10 + 150 \sin (600t + 30°) + 50 \sin (1800t + 60°)$$



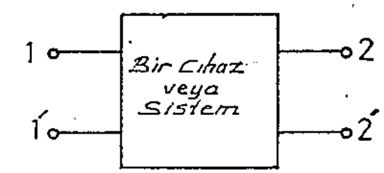
Şekil 10.22

İKİ UÇLU PARAMETERLER

(z, y, h,)

11.1 GİRİŞ

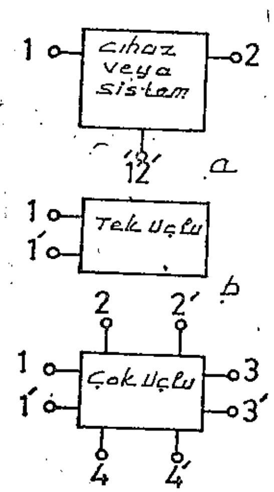
Elektrik ve elektronik alandaki derslerin pek çoğunda cihazların ve sistemlerin modelini çıkarma gereksinmesi gittikçe artan bir gereksinme olup, bu modellerin çok büyük sistemlerin analizi ve sentezlerine uygulanması bazı yetenekleri gerektirir. Bu bölüm çok kullanılan sistemlerin modellerini çıkarma tekniklerine ayrılmış olup, şekil 11.1 de basit bir iki uçlu devre görülmektedir. Bu şekle dikkat edilecek olursa şeklin iki giriş ucu olup her bir bölüm iki terminali içermektedir. Transistör ve triyot lâmba gibi cihazlar şekil 11.1 deki gibi iki uçlu devre olarak, şekil 11.2 a daki gibi gösterilebilir.



Şekil 11.1

Şekil 11.2 a da görüldüğü gibi 1 ve2 terminalları otaktır. Bu ise özel tip bir devredir. Şekil 11.2 b de tek uçlu ve çok uçlu devreler görülüyor. Bu bölümün başlıca amaçlarından biride kapalı devre özelliğine sahip sistemlerin veya cihazların modelini çıkarmak için gerekli formüller geliştirmektir.

Bu bölümün analizi, lineer (sabit değerli) iki uçlu elemanlar ve sistemler olarak sınırlıdır. İki uçlu yapıya sahip devreler için üç çeşit parameter kullanılacaktır. Bu parameterlerden Empedans (Z), Geçirgenlik (Y) ve Hybrid (h)-dir. Bu parameterlerin değerleri ve bunların bir birine dönüşümüne ait formüller bu bölümün sonundaki tabloda görülmektedir.



Şekil 11.2

11.2 Z PARAMETERLER

Şekil 11.3 deki gibi iki uçlu bir sistem dört çeşit değişkenle ifade edilebilir. Çeşitli durumlarda eğer bu dört değişkenden ikisi bilinirse diğer iki değişken hesaplanabilir. Bu dört değişken parameter aşağıdaki gibi iki denklemle ilgili olabilir.

$$E_1 = Z_{11}\, I_1 + Z_{12}\, I_2 \qquad (11.1\ a)$$

$$E_2 = Z_{21}\, I_1 + Z_{22}\, I_2 \qquad (11.1\ b)$$

Empedans parameterleri Z_{11}, Z_{12}, Z_{21} ve Z_{22} om olarak ölçülebilir. Kapalı kutu modelinde her empedans parameteri tesbit edilmelidir. Bu parameterler tesbit edilirken devre ile ilgili bazı değişkenler sıfıra indirgenir.

Z_{11} :

Z_{11} parameteri için eğer I_2 akımı sıfıra indirgenirse formül 11.1 a aşağıdaki gibi olur.

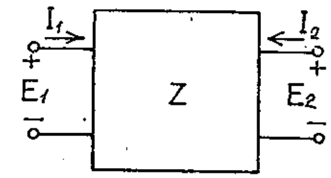
$$E_{11} = Z_{11}\, I_1 + Z_{12}\, (0)$$

$$Z_{11} = \frac{E_1}{I_1}\bigg|_{I_2 = 0} \quad \text{(om)} \qquad (11.2)$$

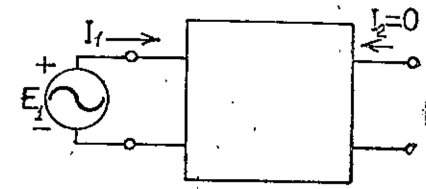
Formül 11.2 den görüldüğü gibi I_2 akımı sıfıra indirgendiğin de empedans parameteri E_1 in I_1 e oranı olur.

E_1 ve I_1 değişkenlerinin her ikiside girişe ait değerler olduğundan I_2 akımının sıfıra indirgenmesiyle Z_{11} parameteri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Z_{11} = Açık devre, giriş empedans parameteri.



Şekil 11.3
İki uçlu empedans parameteri



Şekil 11.4
Z_{11} tesbiti

Z_{12} :

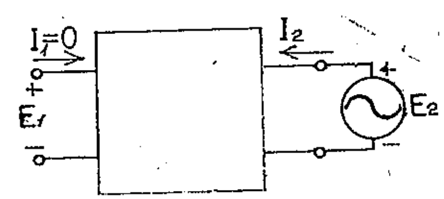
Z_{12} parameteri için eğer I_1 akımı sıfıra indirgenirse 11.1 a daki formül aşağıdaki gibi olur.

$$Z_{12} = \frac{E_1}{I_2}\bigg|_{I_1 = 0} \quad \text{(om)} \qquad (11.3)$$

Sistemlerde genellikle giriş ve çıkış değerlerini oranlamak suretiyle bir değer elde edilir ve bu değer çıkışın girişe oranı şeklindedir.

Z_{12} = Açık devre, Ters-Transfer empedans parameteri.

Burada transfer sözcüğü Z_{12} değeri, $I_1 = 0$ iken giriş ve çıkış değerleri ile ilgilidir. Z_{12} parameterini tesbit etmek için gerekli devre bağlantısı şekil 11.5 de görülmektedir. E_2 uygulama gerilimi için E_1/I_2 oranı, $I_1 = 0$ iken Z_{21} değerini teşkil eder.



Şekil 11.5
Z_{12} tesbiti

Z_{21} :

Z_{21} parametresini tesbit etmek için I_2 akımı sıfıra indirgenir ve E_2/I_1 oranı formül 11.1 b den hesaplanır.

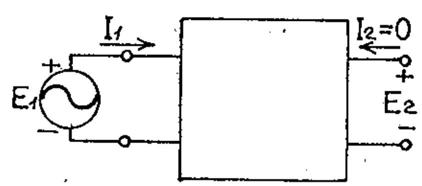
Buna göre:

$$Z_{21} = \frac{E_2}{I_1}\bigg|_{I_2 = 0} \qquad \text{(om)} \qquad (11.4)$$

Bu durumda giriş ve çıkış değerleri tesbit değişkenleridir. Çıkış değerinin giriş değerine oranı doğru transfer (forward transfer) olarak anılır.

Z_{21} = Açık devre, doğru-transfer empedans parameteri

Z_{21} parameterini tesbit etmek için gerekli devre şekil 11.6 da görülmektedir. E_1 giriş gerilimi için bu değer E_2/I_1 oranıyla I_2 akımı sıfıra indirgenerek tesbit edilir.



Şekil 11.6

Z_{21} tesbiti

Z_{22} :

Z_{22} empedans parameteri 11.1 b formülünde I_1 akımı sıfıra indirgenerek bulunur.

Buna göre:

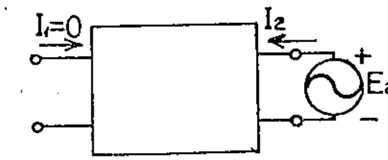
$$Z_{22} = \frac{E_2}{I_2}\bigg|_{I_1 = 0} \qquad \text{(om)} \qquad (11.5)$$

Formülden görüldüğü gibi Z_{22} empedans parameteri I_1 akımı sıfıra indirgenirken çıkış geriliminin çıkış akımına oranıdır.

Buna göre:

Z_{22} = Açık devre, çıkış empedans parameteri.

Z_{22} empedans parameterini tesbit etmek için gerekli **devre teşkili** şekil 11.7 de görüldüğü gibidir. Uygulanan gerilim E_2 için Z_{22} **değeri** $I_1 = 0$ ken E_2/I_2 oranına eşittir.

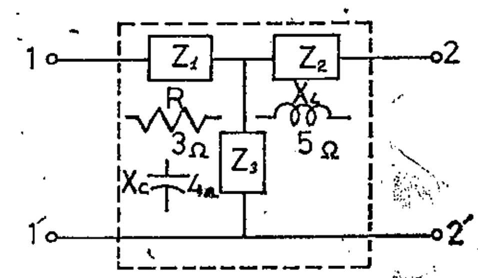


Şekil 11.7

Z_{22} tesbiti

ÖRNEK: 11.1

Şekil 11.8 deki devrede (Z) empedans parameterlerini tesbit ediniz.

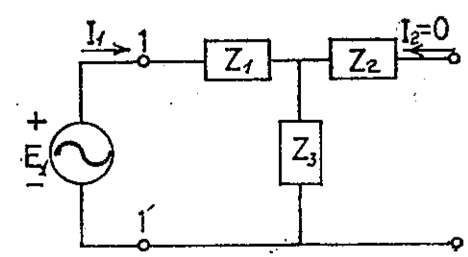


Şekil 11.8

T bağlantı

Çözüm:

Z_{11} dvere teşkili şekil 11.9 da görülmektedir.



Şekil 11.9

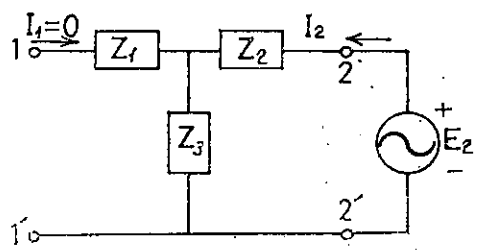
$$I_1 = \frac{E_1}{Z_1 + Z_3}$$

$$Z_{11} = \left.\frac{E_1}{I_1}\right|_{I_2 = 0} = Z_1 + Z_3 \tag{11.6}$$

Z_{12} için gerekli devre teşkili şekil 11.10 da görülmektedir.

$$E_1 = I_2\ Z_3$$

$$Z_{12} = \left.\frac{E_1}{I_2}\right|_{I_1 = 0} = \frac{I_2\ Z_3}{I_2} = Z_3 \tag{11.7}$$

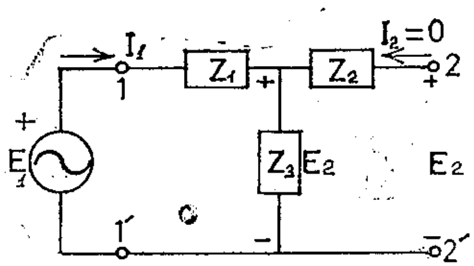


Şekil 11.10

Z_{21} için gerekli devre teşkili şekil 11.11 deki gibidir.

$$E_{21} = I_1\ Z_3$$

$$E_{21} = \left.\frac{E_2}{I_1}\right|_{I_2 = 0} = \frac{I_1\ Z_3}{I_1} = Z_3 \tag{11.8}$$

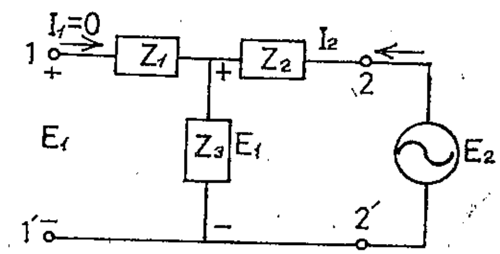


Şekil 11.11

Z_{22} için gerekli devre teşkili şekil 11.12 deki gibidir.

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2 + Z_3}$$

$$Z_{22} = \left.\frac{E_2}{I_2}\right|_{I_1 = 0} = \frac{I_2\ (Z_2 + Z_3)}{I_2} = Z_2 + Z_3 \tag{11.9}$$



Şekil 11.12

Dikkat edilirse T devre teşkilinde $Z_{12} = Z_{21}$ dir.

$$Z_1 = 3\ \angle 0^\circ$$

$$Z_2 = 5\ \angle 90^\circ$$

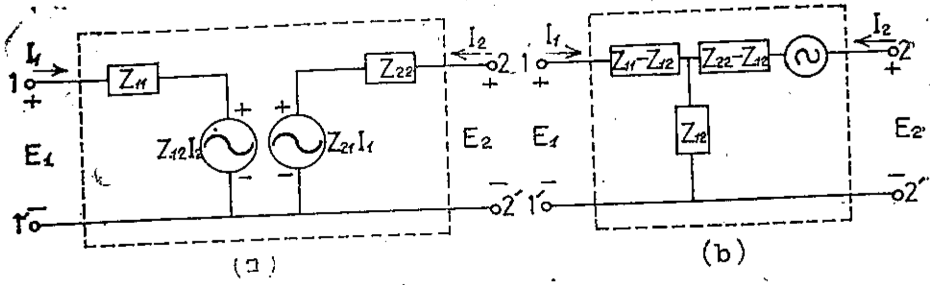
$$Z_3 = 4\ \angle -90^\circ$$

$$Z_{11} = Z_1 + Z_3 = 3 - J4$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_3 = 4\ \angle -90^\circ = -J4$$

$$Z_{22} = Z_2 + Z_3 = 5\ \angle 90^\circ + 4\ \angle -90^\circ = 1\ \angle 90^\circ = -J1$$

Bir takım empedans parametreleri için cihazın veya kapalı kutulu devrenin terminal karakteri şekil 11.1 de ki gibi bir devreden tesbit edilir. Her hangi bir kapalı kutunun eş değer devresi ile empedans parametreleri formül 11.1 a ile 11.1 b yi kullanarak bulunabilir. Empedans parametreleri ile ilgili olasıl iki devre şekil 11.13 de görülmektedir.



Şekil 11.13

İki uçlu Z parameter eş değer devresi

Kırchhoff'un gerilim kanununu şekil 11.13 a daki devrenin giriş ve çıkış gözlerine uygularsak

$$E_1 - Z_{11}\ I_1 - Z_{12}\ I_2 = 0$$

$$E_2 - Z_{22}\ I_2 - Z_{21}\ I_1 = 0$$

veya

$$Z_1 = Z_{11}\ I_1 + Z_{12}\ I_2$$

$$E_2 = Z_{21}\ I_1 + Z_{22}\ I_2$$

Bu formüllere dikkat edilirse formül 11.1 a ve 11.1 b deki formüllerin aynıdır.

Şekil 11.13 b deki devre için

$$E_1 - I_1\ (Z_{11} - Z_{12}) - Z_{12}\ (I_1 + I_2) = 0$$

$$E_2 - I_1\ (Z_{21} - Z_{12}) - I_2\ (Z_{22} - Z_{12}) - Z_{12}\ (I_1 + I_2) = 0$$

veya

$$E_1 = I_1\ (Z_{11} - Z_{12} + Z_{12}) + I_2\ Z_{12}$$

$$E_2 = I_1\ (Z_{21} - Z_{12} + Z_{12})\ I_2\ (Z_{22} - Z_{12} + Z_{12})$$

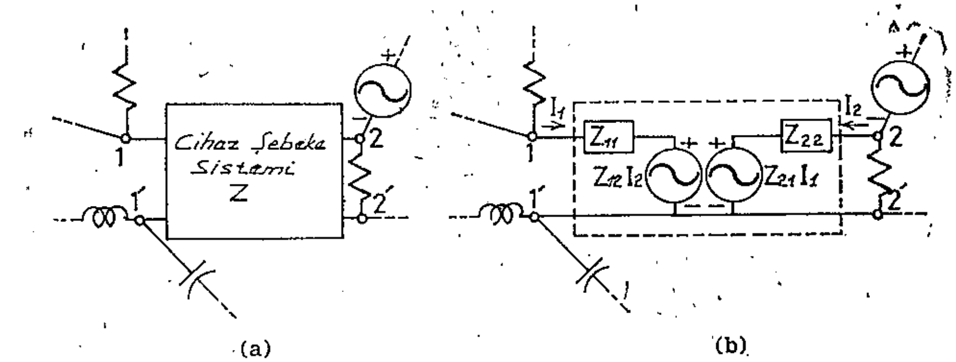
ve

$$E_1 = Z_{11}\ I_1 + Z_{12}\ I_2$$

$$E_2 = Z_{21}\ I_1 + Z_{22}\ I_2$$

Dikkat edilirse her devrede akıf kontrollu gerilim kaynağı gereklidir ki bir gerilim kaynağının büyüklüğü devrenin belli bir akım değerine göre tesbit edilir.

Empedans parameterleri ve eş değer devrelerin faydaları şekil 11.14 deki devreleri incelemekle çok açık bir şkeilde anlaşılabilir. Bu devrelerin içerdiği cihaz veya sistemler için empedans parameterleri tesbit edilmiştir. Şekil 11.14 b de görüldüğü gibi eşdeğer devre, cihaz veya sistem için değiştirilebilir ve çevre akımları, düğüm noktaları gibi devre çözüm tekniklerini kullanarak değerleri bilinmeyen değişkenledi hesaplamak olasıdır. Bu yöntem transistör ve lâmba devreleri için çok faydalıdır. Transistör ve lâmbalara ait eşdeğer devreleri çizilmek suretiyle arzulanan çözüm direkt olarak bulunabilir.



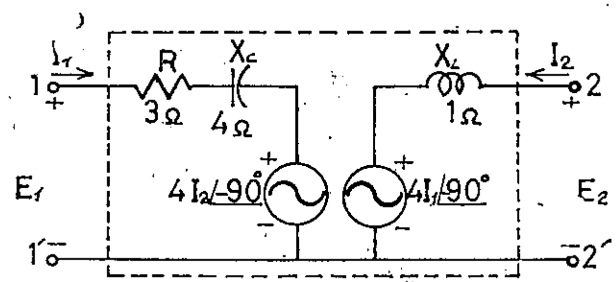
Şekil 11.14

ÖRNEK: 11.2

Şekil 11.13 a daki devrenin eşdeğer diyağramını empedans parameteri kullanarak çiziniz. Empedans parameterleri örnek 11.1 de tesbit edilmiştir.

Çözüm:

Esdeğer devre şekil 11.15 de görülmektedir.



Şekil 11.15

11.13 GEÇİRGENLİK PARAMETERLERİ

Şekil 11.1 deki devrede dört terminalole ilgili formüller aşağıdaki şe-
ilde yazılabilirler.

$$I_1 = Y_{11}\ E_1 + Y_{12}\ E_2 \qquad (11.10\ a)$$

$$I_2 = Y_{21}\ E_1 + Y_{22}\ E_2 \qquad (11.10\ b)$$

ikkat edilirse bu durumda yukarıdaki formüllerin her terimi formül 1.1 a ve 11.1 b deki formüllerin her terimin gerilim birimi ile karşılaş-rıldığında akım birimine sahip olduğu anlaşılır. Buna ilaveten her teri-ıin katsayısının birimi empedans parameterlerinde om iken burada ise ıho dur.

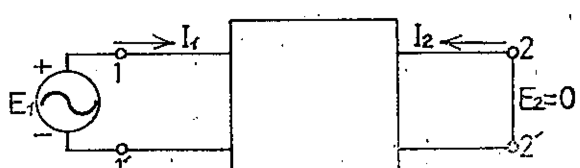
Empedans parameterleri belli bir akım değerini açık devre koşulla-ında sıfıra indirgemekle bulunuyordu. Formül 11.10 a ve 11.10 b deki ge-irgenlik parameterleri için gerilim kısa devre koşullarında sıfıra indirge-ir. Her bir geçirgenlik parameteri için formüller direkt olarak formül 1.10 a ve 11.10 b den belli bir gerilim değeri sıfıra indirgemekle çıkarı-ıbilir.

Y_{11} :

$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{E_1}\right|_{E_2 = 0} \quad (\text{mho}) \qquad (11.11)$$

Y_{11} = Kısa devre, Giriş-Geçirgenlik parameteri.

Tesbit edilen devre şekil 11.16 da görülmektedir.



Şekil 11.16

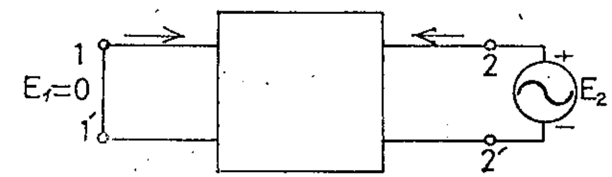
Y_{11} tesbiti

Y_{12} :

$$Y_{12} = \left.\frac{I_1}{E_2}\right|_{E_1 = 0} \quad (\text{mho}) \qquad (11.12)$$

Y_{12} = Kısa devre, Ters-transfer Geçirgenlik parameteri.

Y_{12} yi tesbit etmek için gerekli devre bağlantısı şekil 11.17 de görül-mektedir.



Şekil 11.17

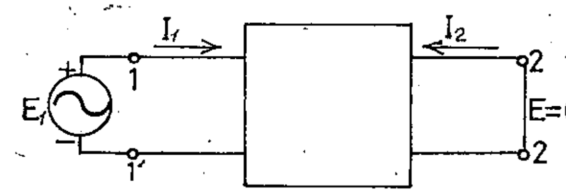
Y_{12} tesbiti

Y_{21} :

$$Y_{21} = \left.\frac{I_2}{E_1}\right|_{E_2 = 0} \quad (\text{mho}) \qquad (11.13)$$

Y_{21} = Kısa devre, Doğru-transfer geçirgenlik parameteri

Y_{21} parameterini tesbit etmek için gerekli devre bağlantısı şekil 11.18 de görülmektedir.



Şekil 11.18

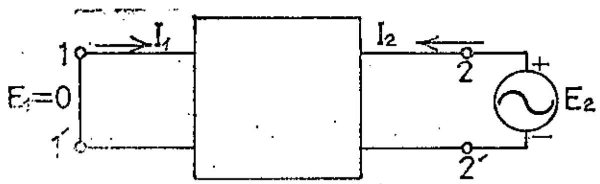
Y_{21} tesbiti

Y_{22} :

$$Y_{22} = \left.\frac{I_2}{E_2}\right|_{E_1 = 0} \quad (\text{mho}) \qquad (11.14)$$

Y_{22} = Kısa devre, Çıkış geçirgenlik parameteri.

Y_{22} yi tesbit etmek için gerekli devre bağlantısı şekil 11.19 da görülmektedir.

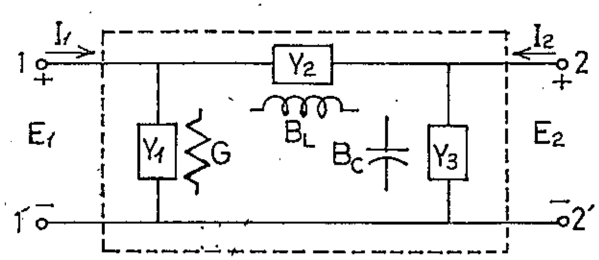


Şekil 11.19

Y_{22} tesbiti

ÖRNEK: 11.3

Şekil 11.20 deki π devresinde geçirgenlik parameterlerini tesbit ediniz.



$G = 0{,}2 \times 10^{-3}$ $B_1 = 0{,}02 \times 10^{-3}$ $B_C = 0{,}25 \times 10^{-3}$

Şekil 11.20

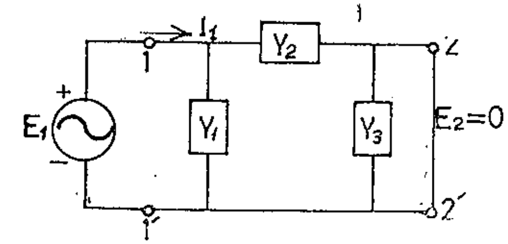
π Devre

Çözüm:

Y_{11} değerini bulmak için gerekli devre şekil 11.21 de görülmektedir.

$I_1 = E_1 \, Y = E_1 \, (Y_1 + Y_2)$

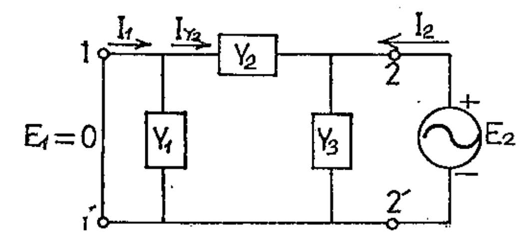
$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{E_1} \right|_{E_2 = 0} = Y_1 + Y_2 \qquad (11.15)$$



Şekil 11.21

Y_{12} yi tesbit etmek için şekil 11.12 deki devrede Y_1 kısa devredir ve $I_{Y2} = I_1$ dir.

$I_{Y2} = I_1 = -E_2 \, Y_2$



Şekil 11.22

Formüldeki negatif (—) işareti şekil 11.22 deki devrede I_1 akımının yönünün gerçek akımın yönüne zıt olduğu içindir.

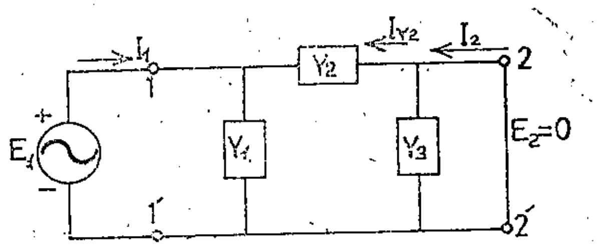
$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{E_2} \right|_{E_1 = 0} = -Y_2 \qquad (11.16)$$

Y_{21} tesbit etmek için gerekli devre şekil 11.23 de görülmektedir. Bu durumda Y_3 kısa devredir. Sonuç olarak

$I_{Y2} = I_2$

$I_{Y2} = I_2 = -E_1 \; Y_2$

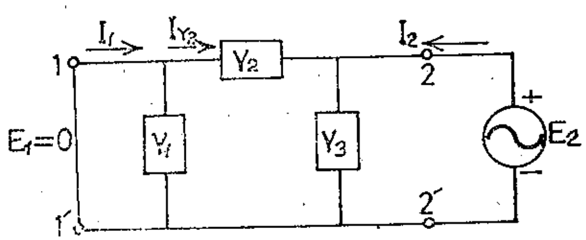
$$Y_{21} = \frac{I_2}{E_1}\bigg|_{E_2 = 0} = -Y_2 \qquad (11.17)$$



Şekil 11.23

Dikkat edilirse π devre teşkilinde $Y_{12} = Y_{21}$ dir. Çünkü T devresinin pedans parametrelerinde $Z_{12} = Z_{21}$ idi. T devreleri direkt olarak yıldız-gen dönüşüm yöntemleriyle π devre şekline dönüştürülebilir.

Y_{22} parameteri için tesbit edilen devre şekil 11.24 de görülmektedir.



Şekil 11.24

$Y_T = Y_2 + Y_3$ ve $I_2 = E_2 \,(Y_2 + Y_3)$

$$Y_{22} = \frac{I_2}{E_2}\bigg|_{E_1 = 0} = Y_2 + Y_3 \qquad (11.18)$$

Değerler sayısal olnarak ifade edilirse

$Y_1 = 0.2 \times 10^{-3} \; \underline{/0°}$

$Y_2 = 0.02 \times 10^{-3} \; \underline{/-90°}$

$Y_3 = 0.25 \times 10^{-3} \; \underline{/90°}$

$Y_{11} = Y_1 + Y_2 = 0.2 \times 10^{-3} - J0.02 \times 10^{-3}$ (İndüktif)

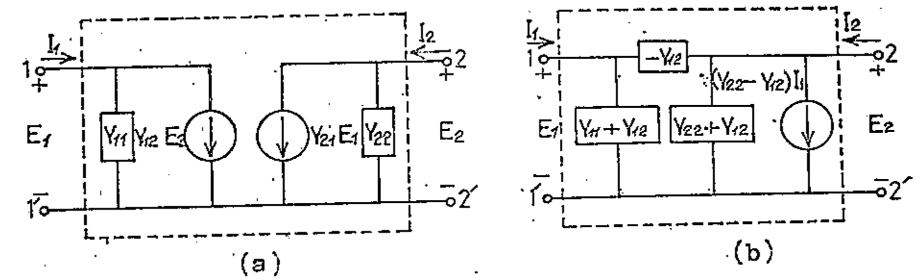
$Y_{12} = Y_{21} = -Y_2 = (-0.02 \times 10^{-3}) = J0.02 \times 10^{-3}$ (Kapasitif)

$Y_{22} = Y_2 + Y_3 = -J0.02 \times 10^{-3} + J0.25 \times 10^{-3}$

$= J0.23 \times 10^{-3}$ (Kapasitif)

Yukarıdaki sonuçlardan π devre için Y_{11} ve Y_{12} ile T devrelerden elde edlen Z_{11} ve Z_{22} arasındaki benzerliğe dikkat ediniz.

Formül 11.10 a ve 11.10 b ye göre çizilen eşdeğer devrenin şekli şekil 11.25 de görülmektedir.



Şekil 11.25

İki uçlu Y parameter eşdeğer devresi

Paralel kolların kullanılmasına dikkat edilirse formül 11.10 a ve 11.10 b nin her terimi akım birimine sahiptir. Empedans parameterlerin-de ise her terimin birimi volt idi. Böylece elemanların eşdeğer devresini bulmak için Kırchhoff'un gerilim kanunu uygulanır.

Şekil 11.25 b deki devreye Kırchhoff'un akım kanunu uygulanırsa aşağıdaki formüller elde edilir.

Düğüm a: $I_1 = Y_{11} \; E_1 - Y_{12} \; E_2$

Düğüm b: $I_2 = Y_{22} \; E_2 - Y_{21} \; E_1$

11.4 HYBRİD h) PARAMETERLER

Hybrid (h) parameterler daha çok transistör devrelerinin analizin-de kullanılır. Hybrid sözcüğü parameterlerin karışık birim sistemine sahip oluşundan ileri gelmektedir, Yani hybrid parameterlerde birim sistemi olarak hem volt hemde amper kullanılır. Bu parameterlere ait formüller aşağıdaki gibidir.

$$E_1 = h_{11}\, I_1 + h_{12}\, E_2 \qquad (11.19\ a)$$

$$I_2 = h_{21}\, I_1 + h_{22}\, E_2 \qquad (11.19\ b)$$

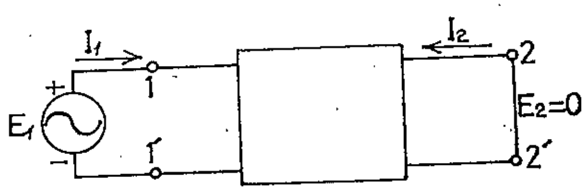
Hybrid parameterleri tesbit etmek için kısa devre ve açık devre koşullarını teşkil etmek gereklidir. Bu koşullar parameterin cinsine bağlıdır.

h_{11} :

$$h_{11} = \left.\frac{E_1}{I_1}\right|_{E_2 = 0} \quad \text{(om)} \qquad (11.20)$$

h_{11} = Kısa devre, Giriş empedans parameteri.

h_{11} parameterini tesbit etmek için gerekli devre bağlantısı şekil 11.26 görülmektedir.



Şekil 11.26

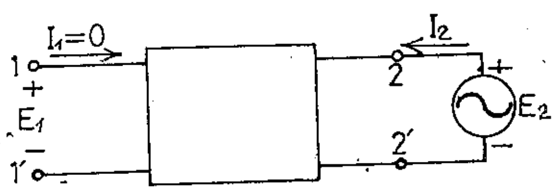
h_{11} tesbiti

h_{12} :

$$h_{12} = \left.\frac{E_1}{E_2}\right|_{I_1 = 0} \quad \text{(Birimsiz)} \qquad (11.21)$$

h_{12} = Açık devre, Ters-transfer voltaj oran parameteri.

h_{12} yi tesbit etmek için gerekli devre bağlantısı şekil 11.27 de görülmektedir.



Şekil 11.27

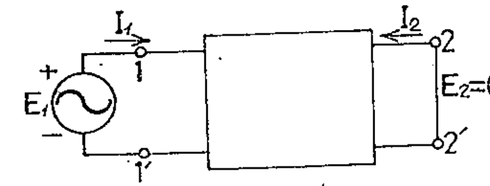
h_{12} tesbiti

h_{21} :

$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{E_2 = 0} \quad \text{(Birimsiz)} \qquad (11.22)$$

h_{21} = Kısa devre, Doğru-Transfer akım oran parameteri.

h_{21} in değerini tesbit etmek için gerekli devre bağlantısı şekil 11.28 de görülmektedir.



Şekil 11.28

h_{21} tesbiti

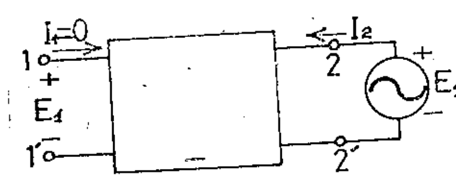
h_{22} :

$$h_{22} = \left.\frac{I_2}{E_2}\right|_{I_1 = 0} \quad \text{(mho)} \qquad (11.23)$$

h_{22} = Açık devre, Çıkış geçirgenlik parameteri.

h_{22} yi tesbit etmek için gerekli devre şekil 11.29 da görülmektedir. Hybrid parameterler yukarıda görüldüğü gibi h_{11}, h_{12}, h_{22}, notasyonlarıyla gösterildiği gibi harflerle de gösterilebilir. Bunlar

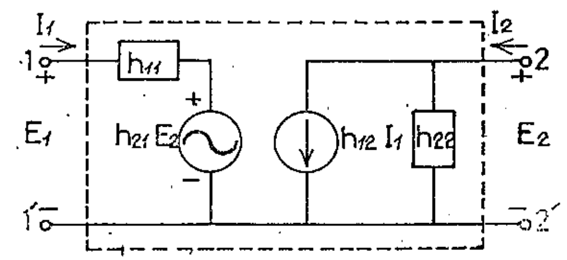
$h_{11} = h_i$
$h_{12} = h_r$
$h_{21} = h_f$
$h_{22} = h_o$



Şekil 11.29

h_{22} tesbiti

Hybrid eşdeğer devresi şekil 11.30 daki gibidir. Formül 11.19 a daki her bir terimin ölçü birimi volt olduğundan Kirchhoff'un gerilim kanununu devrenin giriş serilerinin tersini elde etmek için uygulanır. Eğer hybrid parameteri akım birimine sahipse o takdirde Kirchhoff'un akım kanunu uygulanır. Şekil 11.30 daki devreye dikkat edilirse giriş devresi voltaj kontrollu gerilim kaynağına sahiptir ki kontrol voltajı terminalin çıkış voltajıdır. Çıkış devresi akım kontrollu akım kaynağına sahip olup kontrol akımı devrenin giriş akımıdır.

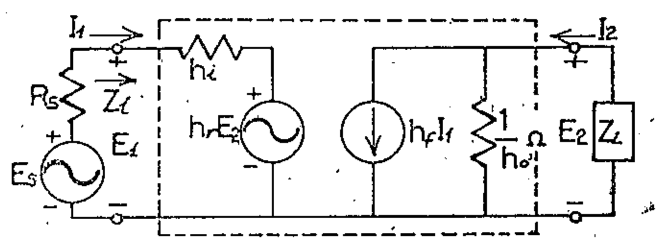


Şekil 11.30

İki uçlu hybrid parameter eşdeğer devresi

ÖRNEK: 11.4

a — Şekil 11.31 deki hybrid devre için akım oranı I_2/I_1 i bulunuz.



Şekil 11.31

$$I_2 = \frac{(1/h_o)\ h_f\ I_1}{(1/h_o) + Z_L} = \frac{h_f\ I_1}{1 + h_o\ Z_L}$$

ve

$$A_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{h_f}{1 + h_o\ Z_L} \tag{11.24}$$

b — Giriş devresine Kirchhoff'un gerilim kanununu uygularsak

$$E_1 - h\ I_1 - h_r\ E_2 = 0$$

$$I_1 = \frac{E_1 - h_r\ E_2}{h_i}$$

Çıkış devresine Kirchhoff'un akım kanununu uygularsak

$$I_2 = h_f\ I_1 + h_o\ E_2$$

$$I_2 = -\frac{E_2}{Z_L}$$

$$-\frac{E_2}{Z_L} = h_f\ I_1 + h_o\ E_2$$

I_1 akımının değeri yerine konursa

$$-\frac{E_2}{Z_L} = h_f\left(\frac{E_1 - h_r\ E_2}{h_i}\right) + h_o\ E_2$$

veya

$$h_i\ E_2 = -h_f\ Z_L\ E_1 + h_r\ h_f\ Z_L\ E_2 - h_i\ h_o\ Z_L\ E_2$$

$$E_2\ (h_i - h_r\ h_f\ Z_L + h_i\ h_o\ Z_L) = -h_f\ Z_L\ E_1$$

Sonuç olarak:

$$A_v = \frac{E_2}{E_1} = \frac{-h_f\ Z_L}{h_i\ (1 + h_o\ Z_L) - h_r\ h_f\ Z_L} \tag{11.25}$$

ÖRNEK: 11.5

Özel bir transistör için $h_i = 1K$, $h_{re} = 4 \times 10^{-4}$ $h_{fe} = 50$, $h_o = 25 \times 10^{-6}$ mho dur. Devrenin $Z_L = 2K$ omik yük iken devrenin akım ve gerilim kazancını bulunuz.

Çözüm:

a — $A_i = \dfrac{h_f}{1 + h_o\ Z_L} = \dfrac{50}{1 + (25 \times 10^{-6})\ (2 \times 10^3)}$

$$A_i = \frac{50}{1 + 50 \times 10^{-3}} = \frac{50}{1.050} = 47.6$$

$$b — A_v = \frac{-h_f Z_L}{h_i (1 + h_o Z_L) - h_r h_f Z_L}$$

$$= \frac{-50\ (2\times10^3)}{(1\times10^3)\ (1.050) - (4\times10^{-4})\ (50)\ (2\times10^3)}$$

$$A_v = \frac{-100\times10^3}{1.050\times10^3 - 0.04\times10^3} = -\frac{100}{1.01} = -99$$

Örnekteki negatif (—) işareti E_2 ile E_1 arasındaki açının 180° olduğunu gösterir.

11. 5 GİRİŞ ve ÇIKIŞ EMPEDANSLARI

Giriş ve çıkış empedansları, hybrid eşdeğer devreleri ve Z parameter eşdeğer devreleri için tesbit edilebilir. İki uçlu bir devrenin giriş empedansı daima giriş geriliminin çıkış akımına oranıyla yüklü veya yüksüz olarak tesbit edilir. Çıkış empedansı ise kaynak gerilimini veya akımını sıfıra indirgemek suretiyle bulunur. Şekil 11.31 deki devrenin hybrid eşdeğrei için daha önceden aşağıdaki değerler bulunmuştu.

$$E_1 = h_i I_1 + h_r E_2$$

$$E_2 = -I_2 Z_L$$

$$-\frac{I_2}{I_1} = \frac{h_f}{1 + h_o Z_L}$$

İkinci formülde I_2 nin değerini yerine koymakla aşağıdaki formül elde edilir.

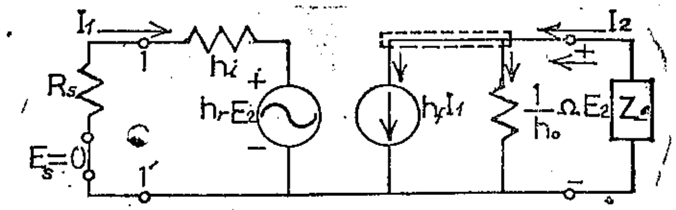
$$E_2 = -\left(\frac{h_f}{1 + h_o Z_L}\right) Z_L$$

$$E_1 = h_i I_1 + h_r \left(-\frac{h_f I_1 Z_L}{1 + h_o Z_L}\right)$$

$$E_1 = I_1 \left(h_i - \frac{h_r h_f Z_L}{1 + h_o Z_L}\right)$$

$$Z_i = \frac{E_1}{I_1} = h_i - \frac{h_r h_f Z_L}{1 + h_o Z_L} \qquad (11.26)$$

Çıkış empedansını bulmak için kaynağın gerilimi sıfıra indirgenirken bu kaynağın iç direnci şekil 11.32 de görüldüğü gibi yerinde muhafaza edilir.



Şekil 11.32

Yukarıdaki devrede

$E_s = 0$ olduğundan

$$I_1 = -\frac{h_r E_2}{h_i + R_s}$$

Çıkış devresinden

$$I_2 = h_f I_1 + h_o E_2$$

$$I_2 = h_f \left(-\frac{h_r h_f}{h_i + R_s}\right) + h_o E_2$$

$$I_2 = \left(-\frac{h_r h_f}{h_i + R_s} + h_o\right) E_2$$

$$Z_2 = \frac{E_2}{I_2} = \frac{1}{h_o - \dfrac{h_r h_f}{h_i + R_s}} \qquad (11.27)$$

ÖRNEK: 11.6

Örnek 11.5 deki devrede eğer $R_s = 1K$ olursa Z_i ve Z_o parameterini hesaplayınız.

Çözüm:

$$Z_i = h_i - \frac{h_r h_f Z_L}{1 + h_o Z_L} = 1\times10^3 - \frac{0.04\times10^3}{1.050}$$

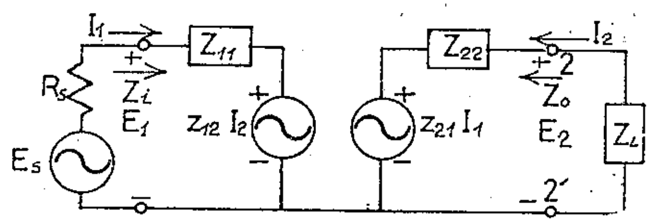
$$= 1\times10^3 - 0.38\times10^3 = 962 \text{ om}$$

$$Z_o = \frac{1}{h_o - \dfrac{h_r h_f}{h_i + R_s}} = \frac{1}{25\times10^{-6} - \dfrac{(4\times10^{-4})\ 50}{1K + 1K}}$$

$$Z_0 = \frac{1}{25\times10^{-6} - \frac{200\times10^{-4}}{2\times10^{3}}} = \frac{1}{25\times10^{-6} - 10\times10^{-6}}$$

$$Z_0 = \frac{1}{15\times10^{-6}} = 66.6K$$

Z parameterleri için çizilen eşdeğer devre şekil 11.33 de görülmektedir.



Şekil 11.33

$$I_2 = \frac{Z_{21}\ I_1}{Z_{22} + Z}$$

$$I_1 = \frac{E_1 - Z_{12}\ I_2}{Z_{11}}$$

veya

$$E_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 = Z_{11} I_1 + Z_{12} \left(\frac{-Z_{21}\ I_1}{Z_{22} + Z_L} \right)$$

$$Z_i = \frac{E_1}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}\ Z_{21}}{Z_{22} + Z_L} \tag{11.28}$$

Çıkış empedansı için $E_s = 0$ idi

$$I_1 = \frac{Z_{12}\ I_2}{R_s + Z_{11}} \qquad \text{ve } I_2 = \frac{E_2 - Z_{21}\ I_1}{Z_{22}}$$

veya

$$E_2 = Z_{22} I_2 + Z_{21} I_1 = Z_{22} I_2 + Z_{21} \left(\frac{Z_{12}\ I_2}{R_s + Z_{11}} \right)$$

$$E_2 = Z_{22} I_2 + \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}\ I_2}{R_s + Z_{11}}$$

$$Z_0 = \frac{E_2}{I_2} = Z_{22} - \frac{Z_{12}\ Z_{21}}{R_s + Z_{11}} \tag{11.29}$$

11.6 PARAMETERLER ARASINDAKİ DÖNÜŞÜMLER

Z ve Y parameterleriyle ilgili formüller direkt olarak formül 11.1 ve 11.10 dan hesaplanabileceği daha evvelden belirtilmişti. Formül 11.10 a ve 11.10 b için

$$I_1 = Y_{11} E_1 + Y_{12} E_2$$

$$I_2 = Y_{21} E_1 + Y_{22} E_2$$

E_1 değerini hesaplamak için determinant kullanılırsa

$$E_1 = \frac{\begin{vmatrix} I_1 & Y_{12} \\ I_2 & Y_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}} = \frac{Y_{22} I_1 - Y_{12} I_2}{Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}}$$

Başka bir ifadeyle payda determinantını bulursak

$$\Delta y = Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}$$

$$E_1 = \frac{Y_{22}}{\Delta y} I_1 - \frac{Y_{12}}{\Delta y} I_2$$

Formül 11.1 a ile ilgili olarak

$$E_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$Z_{11} = \frac{Y_{22}}{\Delta y} \qquad \text{ve} \quad Z_{12} = \frac{Y_{12}}{\Delta y}$$

Aynı şekilde

$$Z_{21} = \frac{Y_{21}}{\Delta y} \qquad \text{ve} \quad Z_{22} = \frac{Y_{11}}{\Delta y}$$

Z parameterlerinin geçirgenlik domainine dönüşümü için formül 11.1 a ve 11.1 b ye determinant uygulanır ve empedans parameteri hybrid parameterleri terimi içerisinde bulunabilir. Bunun için hybrid parameterlerinin terimleri ilk önce hybrid parameterleri formülünden I_1 için determinant şekline sokulur.

$$E_1 = h_{11} I_1 + h_{12} I_2$$

$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} I_2$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} E_1 & h_{12} \\ I_1 & h_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix}} = \frac{h_{22}}{\triangle h} E_1 - \frac{h_{12}}{\triangle h} I_2$$

$$\frac{h_{22}}{\triangle h} E_1 = I_1 - \frac{h_{12}}{\triangle h} I_1$$

veya

$$E_1 = \frac{\triangle h \, I_1}{h_{22}} - \frac{h_{12}}{h_{22}} I_2$$

Empedans parameterleri ile ilgili olduğu zaman

$$E_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$Z_{11} = \frac{\triangle h}{h_{22}} \qquad \text{ve} \quad Z_{12} = -\frac{h_{12}}{h_{22}}$$

Buradan → / Buraya ↓	$\boxed{Z}$	$\boxed{Y}$	$\boxed{h}$
$\boxed{Z}$	$\begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{\Delta y} & \frac{-Y_{12}}{\Delta y} \\ \frac{-Y_{21}}{\Delta y} & \frac{Y_{11}}{\Delta y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta h}{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ \frac{-h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{matrix}$
$\boxed{Y}$	$\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{\Delta z} & \frac{-Z_{12}}{\Delta z} \\ \frac{-Z_{21}}{\Delta z} & \frac{Z_{11}}{\Delta z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{h_{11}} & \frac{-h_{12}}{h_{11}} \\ \frac{h_{21}}{h_{11}} & \frac{\Delta h}{h_{11}} \end{matrix}$
$\boxed{h}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta z}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}} & \frac{-Y_{12}}{Y_{11}} \\ \frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{\Delta y}{Y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{matrix}$

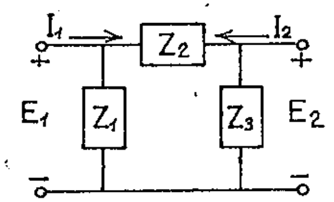
Tablo: 11.1

PROBLEMLER

Bölüm: 11.2

1 — a) Şekil 11.34 deki π devre için Z empedans parameterlerini bulunuz.

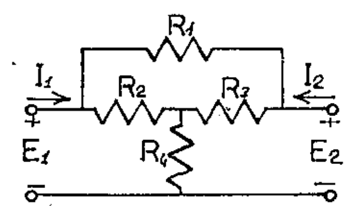
b) Z parameter eşdeğer devresini çiziniz.



Şekil 11.34

2 — a) Şekil 11.35 deki devrenin Z empedans parameterini bulunuz.

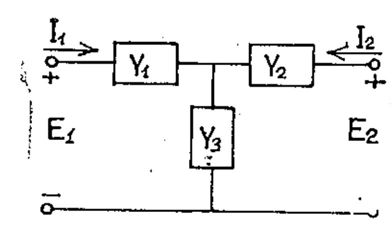
b) Z parameter eşdeğer devresini çiziniz.



Şekil 11.35

3 — a) Şekil 11.36 daki devrenin geçirgenlik (Y) parameterlerini bulunuz.

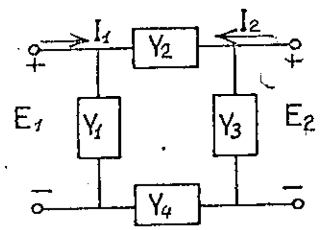
b) Y parameter eşdeğer devresini çiziniz.



Şekil 11.36

4 — a) Şekil 11.37 deki devrenin (Y) parameterini bulunuz.

b) Y parameteri şdeğeer dveresini çiziniz.



Şekil 11.37

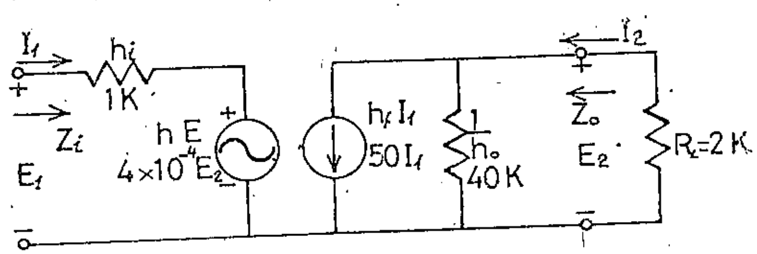
5 — a) Şekil 11.34 deki devrenin (h) parametrelerini bulunuz.

b) Aynı dverenin hybrid eşdeğerini çiziniz.

6 — Şekil 11.38 deki hybrid eşdeğer devresinde

a) Akım kazancını $A_i = I_2/I_1$

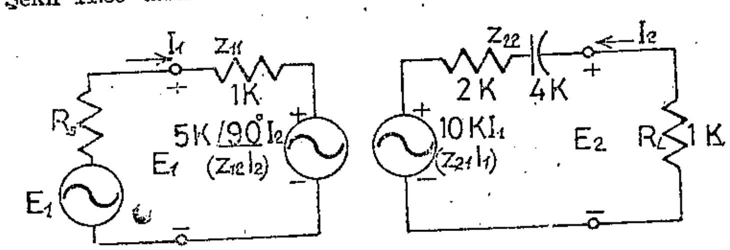
b) Voltaj kazancını $A_v = E_2/E_1$ tbulunuz.



Şekil 11.38

Bölüm: 11.5

7 — Şekil 11.39 daki dverdce giriş ve çıkış empedanslarını bulunuz.



Şekil 11.39

Bölüm: 11.6

8 — Aşağıdaki Z parameterlerin (h) parameterini bulunuz.

$Z_{11} = 4$ K

$Z_{12} = 2$ K

$Z_{21} = 3$ K

$Z_{22} = 4$ K

9 — a) Aşağıdaki (h) parameterlerin Z parameterini bulunuz.

$h_{11} = 1$ K

$h_{12} = 2\times10^{-4}$

$h_{21} = 100$ om

$h_{22} = 20\times10^{-6}$ A/V

b) Yukarıda hybrid parameterlerin (Y) parameterlerini bulunuz.