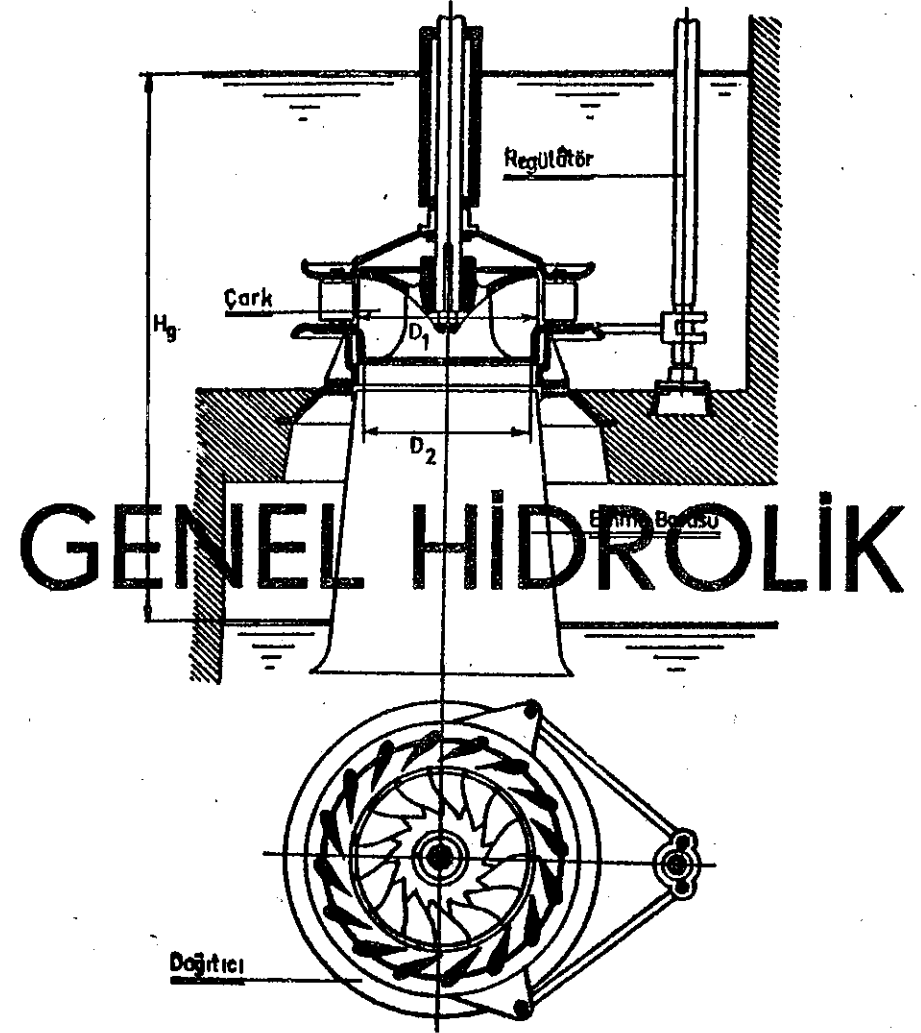


İi	Yazara	Piata
k Teknolojisi Kitap-1	M. Taplamacıođlu	15 TL.
i Makinelerinde	Nazım Őanıvar	
n Kalınlık ve Planya		
Mekanik-II, Dinamik	Őevki Bayvas	
- Kinetik		
i Atelyelerinde	Necati Őelebi	
n El Makineleri		
t Yüzey iŐlemleri	Nazım Őanıvar	15 TL.
ri ve Takımları	Sıtkı Lâlik	8 TL.
iyon - I	İrfan Zorlu	
,Cebir-Diferansiyel	Murtaza Őalı	15 TL.
al Hesap		
iđi	Melih KoŐer	
lektrik Problemleri	Nejat Aygün	10 TL.
m Devreleri	Nejat Aygün	
Akım Devreleri	Nejat Aygün	
nalاری ve Elemanları	Yılmaz KoŐak	7 TL.
Őemeciliđi	Kemal DinŐel	6 TL.
İçin Metal Doğrult-	Hüseyin Göksel	8 TL.
tahtar	İbrahim Paro	
ıkme işleri	Sıtkı Lâlik	4 TL.
i Endüstrisinde Makina	Safa Afyonlu	12,50 TL.
Teorisi	Berkan GönenŐ	10 TL.
ık Meslek Teknolojisi	Sabri Fidaner	30 TL.
i Makinaları	Haydar Damgacı	35 TL.
	Kemal DinŐel	
ve Triyak Uygulamalar	Berkan GönenŐ	10 TL.
ık Kitap - II	M. Taplamacıođlu	20 TL.
Endüstriyel Elektronik	M. Zeki Aksaray	18 TL.
atları		
stematik - I	Nadir Cömert	45 TL.
Motorlarının	Harold T. Glenn	40 TL.
irilmesi ve Bakımı	Őevirenler: N. AnameriŐ	
	F. ÖzŐelik, F. YolaŐan	

GENEL HİDROLİK

Yazan
MEHMET EMİN ZORKUN



GENEL HİDROLİK

Yazan
MEHMET EMİN ZORKUN
Yüksek Teknik Öğretmen Okulu
Öğretmeni

FİYATI: 40 TL.

Eđitim Bakanlığı yayın evlerinden satılmaktadır.
1. Yüksek Teknik Öğretmen Okulu
Kitap SatıŐ BÜrosu
Ankara
ve posta ücreti gönderilmek suretiyle temin edilebilir.

Ferit Baltacı

9-11-1979

Baltacı

GENEL HİDROLİK

Yazan

MEHMET EMİN ZORKUN
Yüksek Teknik Öğretmen Okulu
Öğretmeni

Yüksek Teknik Öğretmen Okulu Matbaası
ANKARA - 1975

görüşleri de katarak bilimsel kanunların en kısa yoldan nasıl bulunabileceğini açıklamaktadır.

Kitabı hazırlarken uzmanlarca yapılmış olan deneysel araştırmaların sonuçlarından geniş ölçüde yararlandım ve kitabın içerdiği konuların sıralanmasında, D S I Araştırma Laboratuvarı Başkanı Dr. Şahap Aksoy'un yardımlarını gördüm.

Haftalık ders saatlarının azlığı "VİSKOZ SIVILARA DEĞGİN NAVIER - STOKES DENKLEMLERİNE, HIZ POTANSİYELLİ HAREKETLERE, VORTEKSLERE" ve "MEKANİK BENZEŞİM, BOYUT ANALİZİ, DİNAMİK BENZEŞİM" gibi konulara, kitapta yer verilmesini engellemiştir.

Hiç bir iddiası olmayan yazarın, öğrencilerine yararlı olmak düşüncesi ile hazırladığı "Genel Hidrolik" adlı kitabın mutlaka eksikleri ve eleştirilecek yanları vardır. İleride meslekdaşlarımla uyarıları ile bu eksiklerin giderilebileceği kanısındayım.

Kitabı inceliyerek gerekli düzeltmeleri yapan ve problemlerin hazırlanmasına katkıda bulunan E . T . Y . Ö . O . Öğretmenlerinden A. Otaran , M. R. Yalçın-tepe ve Demir Yücelen'e teşekkür ederim.

Mehmet Emin ZORKUN

Ekim - 1974

İÇİNDEKİLER

	<u>S a y f a</u>
I. B Ö L Ü M	I - II
I) Akışkanın tanımı	3
2) Sıvı ve gazlar	3
3) Suyun fiziksel özellikleri	
a) Özgül ağırlık ve Özgül kütle	4 - 8
b) Yoğunluk	8
c) Sıkışma	8 - 10
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	10 - II
2. B Ö L Ü M	I2 - 34
I) Hidrostatikğin tanımı	I3
2) Hareketsiz sıvı içinde bulunan bir noktadaki basınç	I3 - I6
3) Denge Denklemi	I6 - I8
4) Seviye yüzeyleri	I8
5) Yerçekiminin etkilediği akışkanların dengesi.	I8 - 20
6) Serbest yüzülü hareketsiz sıvılar	20 - 2I
7) Basınç birimleri	2I - 22
8) Özgül ağırlıkları farklı iki ayrı sıvının birbirine karışmadan denge durumuna göre basınç ölçümü	22 - 23
9) Atmosfer basıncı ve yükseklik arasındaki ilişki	23 - 24
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	24 - 34

3) Viskozite		
a) Viskozitenin tanımı	I36	- I37
b) Dinamik viskozite katsayısı birimi		
I) Teknik Birimler Sisteminde dinamik viskozite katsayısı birimi	I37	
2) C.G.S. Sisteminde dinamik viskozite katsayısı birimi	I37	
c) Sinematik viskozite katsayısı	I38	
d) Sinematik viskozite katsayısı birimi		
I) Teknik Birimler Sisteminde sinematik viskozite katsayısı birimi	I38	
2) C.G.S. Sisteminde Sinematik viskozite katsayısı birimi	I38	
e) Newton akışkanları	I39	- I40
4) Bernoulli Denklemi	I41	- I42
5) Piyezometre ve yük çizgileri	I42	- I43
6) Akıma gösterilen dirençler	I43	- I44
7) Akım Denklemi	I44	
8) Hidrolik yarıçap	I44	- I45
8. B Ö L Ü M	I47	- 2I2
I) Değişmeyen kesitli borularda akım	I47	- I50
2) Pürüzlülük	I50	- I5I
3) Laminer akımdan kaynaşık akıma geçiş	I52	- I53
4) Laminer akım - Poiseuille Formülü	I53	- I59
5) Kaynaşık akım		
a) Eski formüller	I59	- I60
b) Yeni formüller	I60	- I6I
c) Yük kaybının debinin fonksiyonu olarak ifadesi.	I62	- I63

d) Pürüzlü borulardaki akımla ilgili deneysel araştırmalar	I63	- I66
e) Pürüzlülüğün genel fonksiyonu		I66
f) Sınai borular ve Colebrook - White Formülü	I67	- I7I
g) Kaynaşık akımda hızın dağılımı kanunu ..	I7I	- I72
6) Sıkıştırılabilen akışkanların borularda akışı	I72	- I73
a) Adıyabatik akım	I73	- I75
b) İzotermik akım	I75	- I77
c) İzotermik akımın pratik yöntemle incelenmesi	I77	- I84
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	I85	- 2II
9. B Ö L Ü M	2I2	- 22I
BORULARDA YERSEL YÜK KAYIPLARI		2I2
I) Ani kesit genişlemesinde yük kaybı.....	2I2	- 2I6
2) Ani kesit daralmasında yük kaybı	2I6	- 220
3) Eğrisel ve köşeli dirseklerde yük kaybı ...		220
4) Çatallarda yük kaybı	220	- 22I
10. B Ö L Ü M	223	- 287
I) Boruların pratik hesabı		
a) Borularda toplam yük kaybı formülü	223	- 226
b) Borularda toplam yük kayıpları ile ilgili sorunlar	226	- 228
c) Basit borular	228	- 230

d) Borularda debinin azalması	230 - 232
2) Boru ağları	
a) Bir noktada birleştirilen üç hazne sorunu	232 - 235
b) Çok sayıda kollara ayrılan boru ağı ..	235 - 238
c) Kapalı boru ağı	238 - 241
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	241 - 286
II. B Ö L Ü M	287 - 298
I) Açık kanallarda akış	287
2) Açık kanallarda üniform akım formülü ...	287
3) Hızların dağılımı	287 - 288
4) Üniform akım formülünde yer alan elemanların incelenmesi	
a) Eğiklik ve eğim	
b) Ortalama yarıçap	288 - 289
c) Fonksiyon $f(U)$	289 - 290
5) Üniform akım formülünün uygulaması	291 - 292
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	292 - 298
I2. B Ö L Ü M	299 - 336
I) Menfezler	
a) İnce kenarlı menfez	
1) İnce kenarlı menfezin tanımı	299
2) Torricelli Formülü	299 - 300
3) İnce kenarlı menfezin debisi	300 - 302
4) Ortalama yükseklik	302 - 304

b) Sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfezin debisi	305 - 307
c) Bir bölümü sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfezin debisi	307 - 308
d) Bir haznenin ince kenarlı menfezin aracılığı ile başaltılması	308 - 310
e) İnce kenarlı bir menfezle birbirine bağlanan iki haznede sıvı seviyesinin aynı olması için geçen zaman.....	310 - 313
2) Lüleler	
a) İçe dönük silindirik lülenin debisi ..	313 - 315
b) Dışa çıkık silindirik lülenin debisi ..	315 - 318
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	318 - 335
I3. B Ö L Ü M	337 - 364
I) Savaşın tanımı	337
2) Savakların biçimleri	337
3) Örtü biçimleri	337 - 342
4) Savakta akımın genel denklemi	343 - 344
5) İnce kenarlı dikdörtgen savaşın debisi ..	344 - 348
6) İnce kenarlı üçgen savaşın debisi	348 - 349
7) İnce kenarlı dairesel savaşın debisi	349 - 351
8) Sıvı içinde bulunan ince kenarlı savaşın debisi	352
9) Açık kanalın uzunluk eksenine paralel savaşın debisi	353
10) Savakla boşaltmak için gerekli zaman	353 - 356

S a y f a

II) Bir savağa verilecek genişlik	356 - 357
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	357 - 363
I4. B Ö L Ü M	365 - 394
I) Hacim yada ağırlıkla debinin ölçümü ..	365 - 366
2) Savaklarla debinin ölçümü	366 - 369
3) Venturi kanalları ile debinin ölçümü .	369 - 372
4) Dar kesitli cihazlarla debinin ölçümü.	372 - 373
a) Sıkıştırılamayan akışkanların debisi	373 - 374
b) Sıkıştırılabilen akışkanların debisi	374 - 377
5) Borularda debinin ölçümünde kullanılan dar kesitli cihazların normalizasyonu.	378 - 380
6) Dönel cihazlarla hızların ölçümü	380 - 386
7) Pitot tüpleri ile hızların ölçümü	386 - 388
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	388 - 394
I5. B Ö L Ü M	395 - 399
KAVİTASYON	
I) Kavitasyonun tanımı	395
2) Kavitasyonun meydana geldiği noktalar..	395
a) Büzülmüş kesit içinden geçiş	396 - 397
b) Sifondan geçiş	397 - 398
3) Kavitasyondan kaçınmak için kabul edilebilir ortalama basıncın değeri ...	398
4) Kavitasyonun çeperleri aşındırması	398 - 399

S a y f a

I6. B Ö L Ü M	40I - 455
HİDROLİK TÜRBİNLER	
I) Hidrolik türbinlere değgin genel tanımlar ve temel kavramlar	
a) Giriş	40I - 403
b) Düşü	403 - 404
c) Euler Formülü	404 - 4II
d) En büyük verimi sağlayan çevresel hız.	4II - 4I2
e) Türbinlerde özgül dönme sayısı	4I2 - 4I6
f) Türbin anamelinin dönme sayısı	4I6
g) Çevresel hız katsayısı	4I7
h) Toplam verim	4I7
2) Pelton türbinleri	
a) Pelton türbinlerinin tanımı	4I8 - 420
b) Pelton türbinlerinde en büyük verimi sağlayan çevresel hız	420 - 422
c) Pelton türbinlerinin düzenlenmesi	422 - 423
d) Çevresel hız katsayısı	424
e) Pelton türbinlerinin boyutları	
I) Pelton çarkının çapı	424 - 425
2) Demet çapı ve kepçe boyutları	425 - 427
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	427 - 43I
3) Francis türbinleri	
a) Francis türbinlerinin tanımı	43I - 432
b) Francis türbinlerinde dağıtıcının işlevi ve tepki derecesi	432 - 433

	<u>S</u>	<u>a</u>	<u>y</u>	<u>f</u>	<u>a</u>
c) Emme borusu ve emme yüksekliği	434	-	436		
d) Francis türbinlerinde güç ve düşü ..	436	-	438		
e) Özgül dönme sayısı	438	-	440		
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER ,.....	440	-	443		
4) Uskurlu türbinler					
a) Uskurlu türbinlerin tanımı	443	-	444		
b)Uskurlu türbinlerde güç ve düşü	444	-	445		
c) Özgül dönme sayısı,kavitasyon etkeni, emme yüksekliği ve uskur çapı	445	-	446		
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	447	-	450		
5) Kaplan türbinleri					
a) Kaplan türbinlerinin tanımı	451				
b) Kaplan türbinlerinde güç ve net düşü	451	-	452		
ÖRNEK VE ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER	452	-	455		
B İ B L İ Y O G R A F Y A	456	-	457		

BİRİNCİ BÖLÜM

- 1) AKIŞKANIN TANIMI
- 2) SIVI VE GAZLAR
- 3) SUYUN FİZİKSEL ÖZELLİKLERİ
 - a) Özgül ağırlık ve özgül kütle
 - b) Yoğunluk
 - c) Sıkışma

1) AKIŞKANIN TANIMI

Doğada karşılaşılan cisimleri, fiziksel özelliklerini göz önünde bulundurarak üç bölüme ayırabiliriz. Bunlar sıvılar, gazlar ve katılardır. Sıvı ve gazlara AKIŞKAN denir. Bilindiği gibi, sıvı ve gazlar, bütün maddesel özelliklerini taşıyan çok küçük elemanlardan oluşmuşlardır. Bunlara AKIŞKANLAR MEKANIĞINDE, elementer partikül adı verilir. Elementer partiküllerin en belirgin niteliği, bunların birbirinden bağımsız hareket edebilmeleridir. Elementer partiküller birbirinden bağımsız hareket edebildikleri için akışkanlar hiç bir güçlük karşışmaksızın biçim değiştirebilirler. Örneğin bir kabin içerisine konulan su kolayca kabin biçimini alır.

Katılar, sıvı ve gazlardan farklıdırlar. Katıları oluşturan maddesel noktalar, akışkanları oluşturan elementer partiküller gibi, birbirinden bağımsız hareket edemezler. Hatta bunların karşılıklı durumlarını, büyük kuvvetlerle bile değiştirmek olanağı yoktur. Isı etkisi ile katıları belirli bir sıcaklıkta ve belirli bir basınç altında sıvılaştırarak ancak maddesel noktaları birbirinden bağımsız hareket edebilecek bir duruma getirmek mümkündür.

2) SIVI VE GAZLAR

Sıvıların gazlardan farklı olan özellikleri vardır. Sıvıların hacmi belirli gazların hacmi belirsizdir. Gazların durumu basınç, hacim ve sıcaklık gibi parametrelerle belirlenir. Oysaki sıvıların durumunu yalnız hacimle belirlemek yeterlidir.

Sıkıştırılan gazların hacmi küçülür. Fakat buna karşılık sıvıların hacminde ölçülebilen bir değişiklik meydana getirilemez. Sıkıştırılan sıvıların hacminde ölçülebilen bir değişiklik meydana getirilemediği için bunlara SIKIŞTIRILAMAYAN AKIŞKAN, gazlara da SIKIŞTIRILABİLEN AKIŞKAN adı verilir.

3) SUYUN FİZİKSEL ÖZELLİKLERİ

Sıkıştırılmayan akışkanların başında su gelir. Bunun için suyun fiziksel özelliklerine kısaca değineceğiz.

a) ÖZGÜL AĞIRLIK VE ÖZGÜL KÜTLE

Su için özgül ağırlık ve özgül kütle kavramlarının tanımını yapmadan ve bunlar için kullanılan birimleri açıklamadan önce, TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİ ile FİZİK BİRİMLER SİSTEMİ üzerinde durmak, ağırlık ve kütle arasındaki ayrımı da belirtmek gerekir.

Hidrolikte, diğer bilimlerde olduğu gibi, bir kanuna bağlanması gereken olaylar arasında sayısal bağıntılar kurmak için bütün kullanılan büyüklükleri ölçmeye yarayacak, tamamen serbest olarak seçilen birimler saptamak gerekir. Çünkü ölçmek demek, bir nesneyi, birim olarak kabul edilmiş olan aynı türden başka bir nesne ile karşılaştırarak değerlendirmek demektir.

Hidrolikte kullanılan çeşitli kavramlar için boyutları birbirinden farklı olan çeşitli birimler kullanılır.

GAUSS ve WEBER adlı bilim adamları, daha 19. yüzyılda, fizikte karşılaşılan tüm büyüklüklerin aralarından üçü aracılığı ile ifade edilebileceğini kanıtlamışlardır. Asıl önemli sorun, esas birim olarak alınacak birimlerin bağlı oldukları büyüklüklerin belirlenmesi ve saptanması sorunudur. Esas birim olarak alınacak birimlerin bağlı oldukları büyüklüklerin belirlenmesinde ve saptanmasında kolaylık ve elverişlilik koşullarını göz önünde bulundurmamak gerekir. Esas birimlerin seçiminde UZAY, ZAMAN, KUVVET, KÜTLE gibi kavramlar temel büyüklükler olarak alınır. ve diğer bütün büyüklüklerin birimleri de bu esas birimlerden türetilir.

Teknikte, birinci esas birim olarak uzunluk birimi METRE, ikinci esas birim olarak zaman birimi SANİYE ve üçüncü esas birim olarak da kuvvet birimi KİLOGRAM seçilmiştir. Bu üç esas birimin oluşturdukları

ölçüm düzenine TEKNİK ÖLÇÜM DÜZENİ ya da TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİ DENİR, KİLOGRAM adı verilen kuvvet birimi, (+ 4°C) sıcaklıkta (1 dm³) saf suyun normal yerçekimi ivmesi altındaki ağırlığıdır. Ağırlık, bir cisme etkiyen yerçekimi kuvveti olarak tanımlanır. Dünya üzerinde, yerçekimi ivmesi yer yer değiştiği için bir cismin ağırlığı da yer yer değişir. Ancak çok küçük olması nedeni ile ağırlığın çeşitli yerlerdeki değişimi göz önünde bulundurulmaz. (1)

Sürtünmesiz bir ortamda, bir cisim bir kuvvetle etkilendiği zaman sabit bir ivme kazanır. Cismin kazandığı ivme, cisme etkiyen kuvvetle doğru orantılıdır. İKİNCİ NEVTON KANUNUNA göre, cisme etkiyen kuvvet (F), kuvvetin cisme kazandırdığı sabit ivme de (a) olursa skaler notasyonlardan yararlanılarak

$$F = m \cdot a$$

eşitliği yazılabilir. Bu eşitlikte yer alan (m), cismin ağırlığı ile orantılı bir büyüklüktür. Ama ağırlığa özdeş değildir. (m)'nin ağırlığa özdeş olmamasının nedeni, ivme ile çarpıldığı zaman kuvveti vermesidir. Eğer (m) ağırlığa özdeş olsaydı ivme ile çarpıldığı zaman kuvveti vermezdi. İşte ivme ile çarpıldığı zaman kuvveti veren büyüklüğe KÜTLE denir. (2)

TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE kuvvetin boyutu (kg), ivmenin boyutunda (m /sn²) olduğu için kütle boyutu (kg. sn² / m) olur.

Kütle ile ağırlık arasındaki bağıntı

$$F = m \cdot a$$

eşitliğinden yararlanılarak bulunur. Yerçekimi kuvveti, bilindiği gibi, kütle ne olursa olsun bütün cisimlere aynı ivmeyi kazandırır. Cismin ağırlığını (G) ve yerçekimi ivmesini de (g) ile gösterecek olursak

$$F = m \cdot a$$

eşitliğinde yararlanarak

$$G = m \cdot g$$

(1). (2) TEKNİK MEKANİK - Ord. Prof. Th. Pöshl

eşitliğini yazabiliriz. (I kg) kuvvetle etkilendiği zaman (I m / sn²)'lik ivme kazanan madde miktarı, TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE kütle birimi kabul edilir. (G) ağırlığı cisme (9.8I m / sn²)'lik ivme kazandırdığı için (9.8I kg) ağırlığındaki bir cismin kütlesi (I kg . sn² / m) olur.

Fizikte, birinci esas birim olarak uzunluk birimi METRE, ikinci esas birim olarak zaman birimi SANİYE ve üçüncü esas birim olarak da kütle birimi KILOGRAM seçilmiştir. Bu esas birimlerin oluşturdukları ölçüm düzenine FİZİK ÖLÇÜM DÜZENİ ya da FİZİK BİRİMLER SİSTEMİ adı verilir. (I) FİZİK BİRİMLER SİSTEMİ, (+4 °C) sıcaklıkta (I dm³) saf suyun kütlesini kütle birimi olarak alır. Buradaki terslik, hemen belirtelim ki, TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDEKİ kuvvet birimi ile FİZİK BİRİMLER SİSTEMİNDEKİ kütle biriminin (KILOGRAM) olarak adlandırılmalarıdır. Bu durum, bugün bile bu önemli sorunu çevreleyen ve bir türlü önlenemeyen karışıklığın temel nedenidir.

Yerçekimi ivmesi, yer ve yüksekliğe bağlı olarak değiştiği için

$$G = m \cdot g$$

eşitliğinde (G) ya da (m) büyüklüklerinden birinin aynı değişkenlik niteliğine sahip olması gerekir. Bu bağıntıyı bütün kuvvetler, ivmeler ve kütleler için ifade edilen İKİNCİ NEWTON KANUNU göz önünde tutularak (m) katsayısı sabit, (G) ağırlığı da

$$G = m \cdot g$$

eşitliğinden dolayı (g)'ye bağlı değişken kabul edilir. Bu durumda kütlelerin bir cismin hareket durumunu değiştirmeye çalışan kuvvetlere karşı o cismin aldığı durumu gösteren kendi özelliğine bağlı bir sabit olduğu anlaşılır ve kütle de bir anlamda belirli bir hacmin içerdiği madde miktarı olarak tanımlanır. (2) Ancak bu arada hemen belirtelim ki, uzunluk ve zamanın değişmezliği ilkesi gibi kütlelerin değişmezliği ilkesi de artık terkedilmiştir. Zaten doğa olaylarının daha genel bir tanımını veren BAĞİMLİLİK KURAMINA göre, kütlelerin değişmezliğini kabul

(I) . (2) TEKNİK MEKANİK - Ord. Prof. Th. Pöshl

etmek olanaksızdır.

Özgül ağırlık, aynı hacimli maddelerin biribirinden farklı ağırlık özelliklerini belirtmeğe yarayan bir kavramdır. TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE bir cismin birim hacminin (gram) va da (kilogram) ile ölçülen ağırlığına o cismin özgül ağırlığı denir. (I) TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE (+4 °C) sıcaklıkta (I m³) saf suya etkiyen yerçekimi kuvvetinin (KILOGRAM) ile ölçülen değeri (1000 kg), (I cm³) saf suya etkiyen yerçekimi kuvvetinin (gram) ile ölçülen değeri de (I gram)'dir, Buna göre TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE (+4 °C) sıcaklıkta saf suyun özgül ağırlığı (1000 kg / m³) ya da (I gram / cm³) olur. Ancak TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE (+4 °C) sıcaklıkta (I cm³) saf suya etkiyen yerçekimi kuvvetinin (gram) ile ölçülen değeri ile FİZİK BİRİMLER SİSTEMİNDE kütle birimi olarak alınan (+4 °C) sıcaklıkta (I cm³) saf suyun kütlesinin gram olarak ölçülen değerini kesinlikle biribirinden ayırmak gerekir. Zaten FİZİK BİRİMLER SİSTEMİNDE kuvvet birimi (I dyn)'dir ve (I dyn), kütlesi (I gram) olan bir cisme (I cm / sn²)'lik ivme kazandıran kuvvet olarak tanımlanır.

Özgül kütle, bir cismin birim hacminin içerdiği madde miktarıdır. Buna göre, TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE (+4 °C) sıcaklıkta (I m³) saf suyun kütlesi suyun özgül kütlesi olur.

Suyun özgül kütlesini (ρ), özgül ağırlığını da (γ) notasyonları ile gösterecek olursak yerçekimi ivmesi (g) olduğuna göre

$$\gamma = \rho \cdot g$$

eşitliğini yazabiliriz.

Suyun özgül ağırlığı ve özgül kütlesi sıcaklığa bağlı olarak değişirler. Bu nedenle suyun özgül ağırlığı ve özgül kütlesi belirlenirken sıcaklığı daima göz önünde bulundurulur.

Aşağıdaki çizelgede suyun sıcaklığı ile özgül ağırlığı ve özgül kütlesi arasındaki ilişki gösterilmektedir.

(I) FİZİK - Prof. Dr. Rauf Nasuhoğlu

SICAKLIK °C	ÖZGÜL AĞIRLIK kg/m ³	ÖZGÜL KÜTLE kg.Sn ² /m ⁴	SICAKLIK °C	ÖZGÜL AĞIRLIK kg/m ³	ÖZGÜL KÜTLE kg.Sn ² /m ⁴
0	999,867	101,923	55	985,731	100,482
4	1000	101,936	60	983,237	100,226
10	999,727	101,908	65	980,594	99,958
15	999,126	101,847	70	977,808	99,684
20	998,229	101,756	75	974,885	99,316
25	997,069	101,638	80	971,831	99,065
30	995,632	101,495	85	968,649	98,740
35	994,058	101,331	90	965,334	98,404
40	992,244	101,146	95	961,917	98,054
45	990,244	100,942	100	958,375	97,693
50	988,070	100,720	150	917,250	93,502

b) YOĞUNLUK

Herhangi bir sıvının özgül ağırlığı ile (+ 4°C)'sıcaklıktaki suyun özgül ağırlığı arasındaki orana SUYA GÖRE YOĞUNLUK ya da sadece YOĞUNLUK denir.

c) SIKIŞMA

Su, sıkıştırılmayan akışkan olarak kabul edilir. Bunun nedeni hemen belirtelim ki, büyük kuvvetlerle sıkıştırıldığı zaman ancak suyun hacminde çok küçük bir değişikliğin meydana gelebilmesidir. Örneğin yapılan deneylerle (200. 10⁴ kg / m²)'lik basınç altında suyun hacminin (I / 100) oranında küçüldüğü kanıtlanmıştır.

Bilindiği gibi, hidrolik cihazların makine sanayiinde geniş bir kullanma alanı vardır. Hidrolik cihazlar projelendirilirken, bazı hallerde, sıkıştırılan suyun hacminde meydana gelen değişimin göz önünde bulundurulması gerekebilir. Bunun için suyun özgül kütlesi ile sıkıştırma basıncı arasındaki ilişkiye kısaca değineceğiz.

Hacmi (V) olan suyun atmosfer basıncı altında ve değişmeyen sıcaklıkta tutulduğunu kabul edelim. Atmosfer basıncı altında ve değişmeyen sıcaklıkta tutulan su sıkıştırılırsa hacmi küçülür. Fakat buna karşılık özgül kütlesi büyür. Sıkıştırma basıncı (dp) kadar artırılırsa suyun hacmi (dv) kadar azalır ve özgül kütlesi de (dℓ) kadar artar. Suyu tam elâstik bir cisim olarak kabul edecek olursak, ESNEKLİK MODÜLÜ (E)

olduğuna göre, sıkıştırma basıncı ve bunun neden olduğu hacim değişimi arasındaki lineer bağıntıyı

$$\frac{dv}{v} = - \frac{dp}{E}$$

eşitliği ile ifade edebiliriz.

Esneklik Modülü deyimi, ilk kez, 19. yüzyılın başlarında, Thomas YOUNG adlı İngiliz fizikçisi tarafından kullanılmıştır. Ancak bu, kavram olarak Katıların Mekaniğine Hooke Kanunu ile girmiştir. Sonraları, sıvıların sıkıştırılmasına değgin sorunların çözümlenmesinde karşılaşılan güçlükleri ortadan kaldırmak düşüncesi ile Esneklik Modülü kavramına, hidrolisyenler tarafından Hidrolikte de yer verilmiştir. Hidrolikte, Esneklik Modülü, sıkıştırılan sıvının, kuramsal düzeyde, kendi hacmi kadar küçülmesini sağlayan sıkıştırma basıncı olarak tanımlanır.

Sıkıştırılan suyun hacminde meydana gelen değişme miktarının sıkıştırılmadan önceki hacmine oranı, özgül kütlede meydana gelen değişme miktarının sıkıştırılmadan önceki özgül kütle oranına eşittir. Bu tanım uyarınca

$$\frac{dv}{v} = - \frac{dp}{E} \quad \text{eşitliği yerine}$$

$$\frac{d\ell}{\ell} = \frac{dp}{E}$$

eşitliğini yazabiliriz.

Eğer basınç kapalı olan (P₁, P₂) aralığında (P)'nin ve özgül kütle de kapalı olan (ℓ₁, ℓ₂) aralığında (ℓ)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$\frac{d\ell}{\ell} = \frac{dp}{E}$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$\int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{I}{E} \int_{P_1}^{P_2} dP$$

olur. Bunun çözümünden

$$\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = \frac{I}{E} \cdot (P_2 - P_1)$$

eşitliğini elde ederiz.

Aşağıdaki çizelgede, suyun sıcaklığı ile esneklik modülü arasındaki ilişki gösterilmektedir.

SICAKLIK °C	ESNEKLİK MODÜLÜ kg / m ²	SICAKLIK °C	ESNEKLİK MODÜLÜ kg / m ²
0	1,99 . 10 ⁸	40	2,20 . 10 ⁸
4	2,02 . 10 ⁸	50	2,22 . 10 ⁸
10	2,07 . 10 ⁸	60	2,23 . 10 ⁸
20	2,15 . 10 ⁸	70	2,24 . 10 ⁸
30	2,19 . 10 ⁸	80	2,25 . 10 ⁸

ÖRNEK PROBLEM

(0°C) sıcaklıkta ve deniz seviyesinde atmosfer basıncı altında suyun özgül kütlesi (101,923 kg . sn² / m⁴)' tür. Sıcaklık aynı kalmak koşulu ile su (400 . 10⁴ kg / m²)' lik basınç altında sıkıştırılmaktadır. (0°C) sıcaklıkta suyun esneklik modülü (1,99 . 10⁸ kg / m²) olduğuna göre suyun özgül kütle değişimini bulunuz.

PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Problemnin çözümünde

$$\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = \frac{I}{E} \cdot (P_2 - P_1)$$

eşitliğinden yararlanılır.

$$E = 1,99 \cdot 10^8 \text{ kg / m}^2$$

$$P_2 = 400 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

$$P_1 = 1,033 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

$$\rho_1 = 101,923 \text{ kg . sn}^2 / \text{m}^4$$

Bu değerleri yukarıdaki eşitlikte yerlerine koyalım.

$$\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = \frac{I}{E} \cdot (P_2 - P_1) = \frac{10^4}{1,99 \cdot 10^8} \cdot (400 - 1,033) = 0,00205$$

$$\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = 0,00205$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1,002$$

$$\rho_2 - \rho_1 = 0,002 \cdot \rho_1 = 101,923 \cdot 0,002 = 0,203846 \text{ kg . sn}^2 / \text{m}^4$$

$$\rho_2 - \rho_1 = 0,203846 \text{ kg . sn}^2 / \text{m}^4$$

ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

I.1. PROBLEM

(+4°C) sıcaklıkta ve deniz seviyesinde atmosfer basıncı altında suyun özgül kütlesi (101,936 kg . sn² / m⁴)' tür. Aynı sıcaklıkta, su (225 kg / cm²)' lik basınç altında sıkıştırılmaktadır. Suyun özgül kütle değişimi ile hacim değişimini bulunuz.

I.2. PROBLEM

(+80°C) sıcaklıkta ve deniz seviyesinde atmosfer basıncı altında suyun özgül kütlesi (99,065 kg . sn² / m⁴)' tür. Aynı sıcaklıkta sıkıştırılan suyun kütle değişimi (0,086 kg . sn² / m⁴) olduğuna göre, sıkıştırma basıncını bulunuz.

İKİNCİ BÖLÜM

- 1) HİDROSTATİĞİN TANIMI
- 2) HAREKETSİZ SIVI İÇİNDE BULUNAN BİR NOTADAKİ BASINÇ
- 3) DENGE DENKLEMİ
- 4) SEVİYE YÜZEYLERİ
- 5) YERÇEKİMİNİN ETKİLEDİĞİ AKIŞKANLARIN DENGESİ
- 6) SERBEST YÜZLÜ HAREKETSİZ SIVILAR
- 7) BASINÇ BİRİMLERİ
- 8) ÖZGÜL AĞIRLIKLARI FARKLI İKİ AYRI SIVININ BİRİBİRİNE
KARIŞMADAN DENGE DURUMUNA GÖRE BASINÇ ÖLÇÜMÜ
- 9) ATMOSFER BASINCI VE YÜKSEKLİK ARASINDAKİ İLİŞKİ

1) HİDROSTATİĞİN TANIMI

Hidrostatik, hareketsiz sıvıların denge koşullarını ve bağlı oldukları fizik kanunlarını inceleyen bilim olarak tanımlanır.

Sıvıları, elemanter partiküllerin bağıl hareketinde ortaya çıkan sürtünme kuvvetlerini gözönünde bulundurarak iki bölüme ayırabiliriz. Bunlar yetkin sıvılarla gerçek sıvılardır. Yetkin sıvılarda, hareket halindeki sıvıyı oluşturan sıvı yatakları arasında sürtünme direncinin bulunmadığı kabul edilir. Gerçekte, hareket halindeki sıvıyı oluşturan sıvı yatakları arasında sürtünme direnci vardır. Hidrostatikte, yetkin sıvılarla gerçek sıvılar arasında hiç bir ayırım yapılmaz. Bunun nedeni, hemen belirtelim ki, yukarıda da açıklamış olduğumuz gibi, Hidrostatik'in yalnız hareketsiz sıvıları inceleyen bir bilim olmasıdır.

2) HAREKETSİZ SIVI İÇİNDE BULUNAN BİR NOKTADAKİ BASINÇ

Hareketsiz sıvı içinde bulunan bir noktadaki basıncı tanımlayabilmek için hareketsiz sıvı içinde herhangi bir (A) noktası alınır. Bu noktayı çevreleyen yüzey elemanının alanını (ΔS) ve sıvının yüzey elemanına yaptığı etkiyi de (ΔF) ile gösterelim. Hareketsiz sıvının (A) noktasını çevreleyen yüzey elemanına yaptığı etki yüzey elemanının alanına bölünürse bunun birim alana düşen değeri bulunmuş olur. Hareketsiz sıvının (A) noktasını çevreleyen yüzey elemanına yaptığı etkinin birim alana düşen değerine **O R T A L A M A B A S I N Ç** denir ve (A) noktasındaki basınç da bu noktayı çevreleyen yüzey elemanının alanı sıfıra bir limit olarak yaklaştığı zaman ortalama basıncın limiti olarak tanımlanır. (A) noktasındaki basıncı (P_A) ile gösterecek olursak yaptığımız bu tanıma göre

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS} = P_A$$

eşitliğini yazabiliriz.

Hareketsiz sıvı içinde bulunan bir noktadaki basıncı böylece tanımla-

dıktan sonra, şimdi bununla ilgili iki önemli teoremi açıklayacağız.

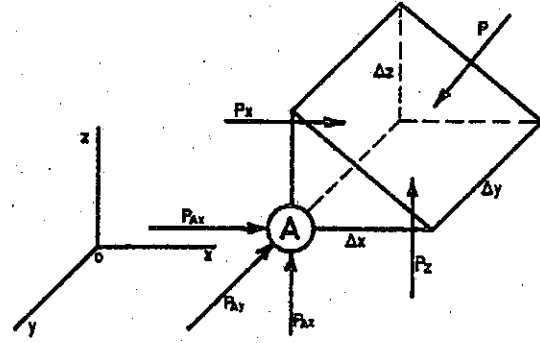
BİRİNCİ TEOREM

HAREKETSİZ SIVI İÇİNDE BULUNAN BİR NOKTADAKİ BASINÇ, BU NOKTANIN BULUNDUĞU VE SIVININ ETKİLEDİĞİ YÜZEYE DİKTİR.

İKİNCİ TEOREM

HAREKETSİZ SIVI İÇİNDE ALINAN HERHANGİ BİR NOKTADAKİ BASINÇ, KONUMLARI NASIL OLURSA OLSUN BU NOKTAYA KOMŞU BÜTÜN YÜZEY ELEMANLARINA AYNI ŞİDDETLE ETKİR, BÜTÜN DOĞRULTU VE YÖNLERDE AYNI DEĞERE SAHİPTİR,

İKİNCİ TEOREMİN ispatını yapabilmek için (Şekil-2.1)'de görüldüğü gibi, hareketsiz sıvı içinde, boyutları çok küçük olan prizmatik bir sıvı kütlesi alınır. (A) noktasının, prizmatik sıvı kütlesinin köşesi üzerinde bulunduğunu kabul edelim ve (A) noktasında (yoz) düzlemine dik olan basıncı (P_{Ax}), (yox) düzlemine dik olan basıncı (P_{Az}), (xoz)

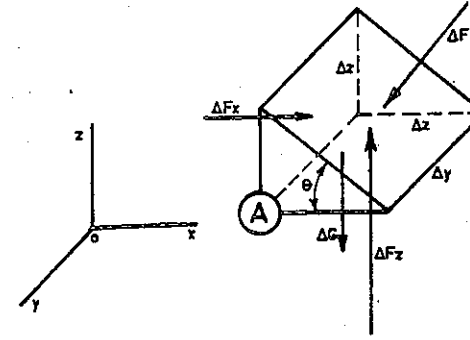


Şekil - 2.1

düzlemine dik olan basıncı da (P_{Ay}) ile gösterelim. Prizmatik sıvı kütlesinin (yoz) düzlemine paralel olan yüzündeki basınç (P_x), (yox) düzlemine paralel olan yüzündeki basınç (P_z), (xoz) düzlemine paralel olan yüzündeki basınç (P_y) ve eğik köşe yüzü üzerindeki basınç

da (P) olsun. Prizmatik sıvı kütlesine (ox), (oy), (oz) eksenlerine paralel olan basınç kuvvetleri ile yerçekimi kuvveti ve eğik köşe yüzü üzerinde oluşan basınç kuvveti etkir. Prizmatik sıvı kütlesine etkiyen kuvvetlerin durumu (Şekil - 2.2)'de görülmektedir. (oy) eksenine paralel olan basınç kuvvetleri aynı doğrultuda eşit değerli ve zıt yönlü oldukları için göz

önünde bulundurulmazlar. Prizmatik sıvı kütlesine etkiyen (ox) ve (oz) eksenlerine paralel basınç kuvvetlerini (ΔF_x) ve (ΔF_y), yerçekimi kuvvetini (ΔG) ve eğik köşe yüzüne etkiyen basınç kuvvetini de (ΔF) ile gösterelim. Bu durumda, hareketsiz sıvının özgül ağırlığı (γ) ve prizmatik sıvı kütlesinin kenar uzunlukları da (Δx), (Δy), (Δz) olduğuna göre,



Şekil - 2.2

$\Delta F_x = P_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$
 $\Delta F_z = P_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y$
 $\Delta G = \frac{\gamma}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$

$$\Delta F = P \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\Delta F = P \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \frac{1}{\cos \theta} \quad \text{eşitliklerini yazabiliriz.}$$

Hareketsiz sıvı içinde alınan prizmatik sıvı kütlesi denge halindedir. Hareketsiz sıvı içinde alınan sıvı kütlesinin denge halinde olabilmesi için bu sıvı kütlesine etkiyen kuvvetlerin bileşkesinin sıfır olması gerekir. (ΔF_x), (ΔF_z), (ΔG) ve (ΔF) kuvvetlerinin bileşkesi sıfır olduğu için vektörel notasyonlardan yararlanılarak

$$\vec{\Delta F}_x + \vec{\Delta F}_z + \vec{\Delta G} + \vec{\Delta F} = 0$$

ve skaler notasyonlardan yararlanılarak da

$$\Delta F_x + \Delta F \cdot \cos (270^\circ - \theta) = 0$$

$$\Delta F_z - \Delta G + \Delta F \cdot \sin (270^\circ - \theta) = 0$$

eşitlikleri yazılabilir.

$$\Delta F_x - \Delta F \cdot \cos (270 - \theta) = \Delta F_x - \Delta F \cdot \sin \theta = 0$$

$$\Delta F_x + \Delta F \cdot \cos (270^\circ - \theta) = P_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z - P \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{1}{\sin \theta} \cdot \sin \theta = 0$$

$$(P_x - P) \cdot \Delta y \cdot \Delta z = 0$$

$$P_x = P$$

$$\Delta F_z = \Delta G + \Delta F \cdot \sin(270^\circ - \theta) = \Delta F_z - \Delta G - \Delta F \cdot \cos \theta = 0$$

$$\Delta F_z - \Delta G + \Delta F \cdot \sin(270^\circ - \theta) = P_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y - \frac{\gamma}{2} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z - \rho \cdot \Delta$$

$$\Delta y \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \theta} (P_z - \frac{\gamma}{2} \cdot \Delta x - P) \cdot \Delta y \cdot \Delta z = 0$$

$$P_z - \frac{\gamma}{2} \cdot \Delta x - P = 0$$

Eğer (Δx) sifira bir limit olarak yaklaşırsa $(\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \Delta x)$ 'in

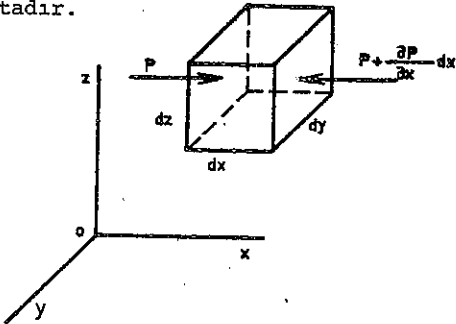
limiti de sıfır olur. ve bu durumda

$$P_z = P$$

eşitliği yazılabilir. Açık olarak görülmektedir ki, prizmatik sıvı kütlelerinin (yox) ve (yoz) düzlemlerine paralel olan yüzlerindeki basınç köşe yüzü üzerindeki basınca eşittir. (Δx) , (Δy) , (Δz) sifira limit olarak yaklaşırsa prizmatik sıvı kütlelerinin (yox) düzlemine paralel yüzündeki basınç (P_{Az}) 'ye, (yoz) düzlemine paralel yüzündeki basınç (P_{Ax}) 'e, (xoz) düzlemine paralel yüzündeki basınç da (P_{Ay}) 'e eşit olur ve bu durumda

$$P_{Ax} = P_{Ay} = P_{Az} = P_x = P_y = P_z = P$$

eşitlikleri yazılabilir. Yapılan bu matematik açıklama göstermektedir ki, hareketsiz sıvı içinde alınan herhangi bir noktadaki basınç, konumları nasıl olursa olsun bu noktaya komşu bütün yüzey elemanlarına aynı siddetle etkimekte, bütün doğrultu ve yönlerde aynı değere sahip olmaktadır.



Şekil - 2.3

3) DENGİ DENKLEMİ

Denge denklemini çıkarabilmek için (Şekil-2.3)'te görüldüğü gibi, özgül kütleleri (ρ) olan hareketsiz sıvı içinde, kenarları (dx) , (dy) , (dz) olan bir dikdörtgenler prizması alınır.

Hareketsiz sıvı içinde bulunan

bir noktadaki basınç, (x, y, z) değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak düşünülürse basıncın tam diferansiyeli

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda hareketsiz sıvı içinde alınan dikdörtgenler prizmasının birbirine paralel olan yüzlerindeki basınç farkı sırası ile $(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx)$, $(\frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy)$, $(\frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz)$ olur. Eğer (x) , (y) ve (z) , hareketsiz sıvı içinde, kütle birimine etkiyen dış kuvvetlerin (ox) , (oy) ve (oz) eksenlerine paralel bileşenleri olurlarsa, hareketsiz sıvı içinde alınan ve boyutları da (dx) , (dy) , (dz) olan dikdörtgenler prizmasına etkiyen (ox) eksenine paralel kuvvetlerin denge denklemi

$$P \cdot dz \cdot dy - (P + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx) \cdot dz \cdot dy + X \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0$$

şeklinde yazılabilir.

$$P \cdot dz \cdot dy - (P + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx) \cdot dz \cdot dy + X \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0$$

$$P - P - \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + X \cdot \rho \cdot dx = 0$$

$$X \cdot \rho \cdot dx = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx$$

$$X = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x}$$

Şimdi sırası ile (oy) ve (oz) eksenlerine paralel olan kuvvetlerin denge denklemlerini yazarak (y) ve (z) 'nin değerlerini hesaplayalım.

$$P \cdot dx \cdot dz - (P + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy) \cdot dx \cdot dz + Y \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0$$

$$P - P - \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + Y \cdot \rho \cdot dy = 0$$

$$Y \cdot \rho \cdot dy = \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy$$

$$Y = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y}$$

$$P \cdot dx \cdot dy - (P + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz) \cdot dx \cdot dy + Z \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0$$

$$P - P - \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz + Z \cdot \rho \cdot dz = 0$$

$$Z \cdot \rho \cdot dz = \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz$$

$$Z = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}$$

Bulduğumuz bu değerleri $dP = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz$ eşitliğinden yerine koyacak olursak

$$\frac{1}{\rho} \cdot dP = X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz \text{ eşitliğini elde ederiz.}$$

4) SEVIYE YÜZEYLERİ

$dP = \rho \cdot (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz)$ şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin sağ tarafı, aynı zamanda, birim kütle kuvvetlerinin (dx), (dy) ve (dz) kadar yer değiştirirken yaptıkları işi de gösterir.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} &= X & \frac{\partial P}{\partial x} &= \rho \cdot X & F_X &= \rho \cdot X & F_X &= \frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot X \\ \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} &= Y & \frac{\partial P}{\partial y} &= \rho \cdot Y & F_Y &= \rho \cdot Y & F_Y &= \frac{\partial P}{\partial y} = \rho \cdot Y \\ \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} &= Z & \frac{\partial P}{\partial z} &= \rho \cdot Z & F_Z &= \rho \cdot Z & F_Z &= \frac{\partial P}{\partial z} = \rho \cdot Z \end{aligned}$$

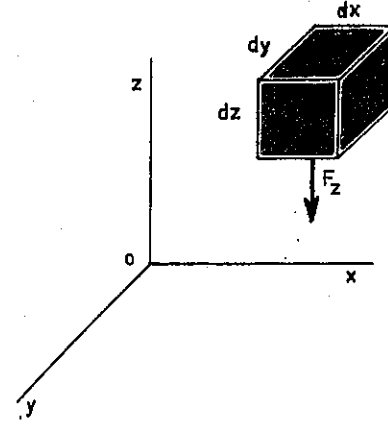
$$dP = \rho \cdot (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz) = F_X \cdot dx + F_Y \cdot dy + F_Z \cdot dz$$

$$dP = F_X \cdot dx + F_Y \cdot dy + F_Z \cdot dz$$

Hidrostatikte, $(X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz = 0)$ denkleminin uyan yüzeylere EŞİT POTANSİYELLİ YÜZEYLER ya da SEVIYE YÜZEYLERİ denir. Yukarıda da açıklamış olduğumuz gibi $(X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz)$ ifadesi, basıncın diferansiyeline eşittir. Bu ifadenin sıfır olabilmesi için basıncın sabit olması gerekir. Seviye yüzeyleri bunun için eşit basınçlı yüzeylerdir.

5) YERÇEKİMİNİN ETKİLEDİĞİ AKIŞKANLARIN DENGESİ

(Şekil-2.4)'de görüldüğü gibi, (ox), (oy), ve (oz) eksenlerinden oluşan bir dik açılı koordinatlar sistemi ile boyutları (dx), (dy), (dz) ve özgül kütlesi de (ρ) olan dikdörtgenler prizması biçiminde bir sıvı parçası alalım. Eğer boyutları (dx), (dy), (dz) olan dikdörtgenler prizması



(Şekil - 2.4)

biçimindeki sıvı parçasına etkiyen dış kuvvetlerin yalnız yerçekimi kuvveti olduğu düşünülürse

($X=0$), ($Y=0$) ve ($Z=-g$) eşitlikleri yazılabilir. (g) bilindiği gibi birim kütleyle etkiyen yerçekimi kuvvetidir. Daha önce bulmuş olduğumuz $dP = \rho (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz)$ eşitliğinde (X), (Y), (Z)'nin yerine yukarıda yazılı olan değerlerini koyacak olursak bu kez $dP = -\rho \cdot g \cdot dz$ denklemini elde ederiz. Bilindiği gibi, özgül kütle

ile birim kütleyle etkiyen yerçekimi kuvvetinin çarpımı özgül ağırlığı verir. Yukarıda $dP = -\rho \cdot g \cdot dz$ şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denkleminde ($\rho \cdot g$) yerine (γ) koyacak olursak $dz + dP / \gamma = 0$ şeklindeki diferansiyel denklemi elde etmiş oluruz. Eğer basınç kapalı olan (P_1, P_2) aralığında (P)'nin ve mutlak yükseklik de yine kapalı olan (z_1, z_2) aralığında (Z)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa $dz + dP / \gamma = 0$ şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

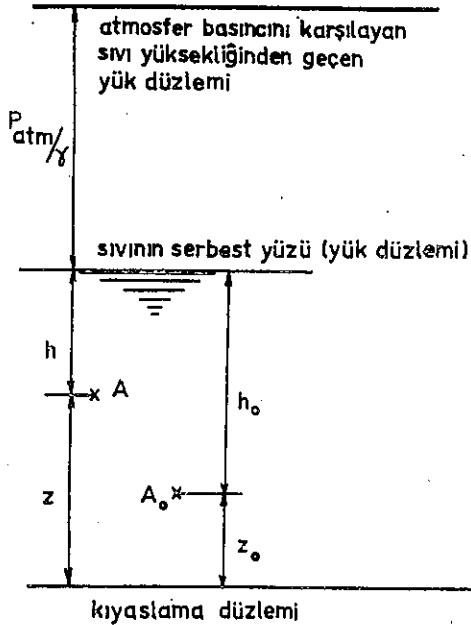
$$(z_2 - z_1) + \int_{P_1}^{P_2} dP / \gamma = 0 \text{ olur.}$$

Açık olarak görülmektedir ki, bu integral, basınç ve özgül ağırlık arasındaki ilişki bilinirse ancak çözümlenebilir. Belirli sıcaklıkta bulunan bir akışkan için hem özgül kütle ve hemde özgül ağırlık basıncın fonksiyonlarıdır. Özgül ağırlığı sabit akışkanlar için $dz + \frac{dP}{\gamma} = 0$ şeklindeki diferansiyel denklemin belirsiz integrali $z + \frac{P}{\gamma} = C$ olur. eşitlikte yer alan (C) integrasyon sabiti (P / γ) da basınç yüksekliğidir. Son olarak bulmuş olduğumuz bu denklem, hareketsiz sıvı içinde farklı noktalardaki basınçlar birbirine eşit olduğu takdirde basınç yüksekliklerinin

de birbirine eşit olduğunu göstermektedir. Basınç yüksekliklerinin ucunu sınırlayan noktalar aynı yatay düzlem üzerinde bulunurlar. Basınç yüksekliklerinin ucunu sınırlayan noktaların buldukları yatay düzleme YÜK DÜZLEMİ denir.

6) SERBEST YÜZLÜ HAREKETSİZ SIVILAR

(Şekil- 2.5)'de görüldüğü gibi, serbest yüzlü hareketsiz bir sıvı alalım. Sıvının serbest yüzüne bilindiği gibi, atmosfer basıncı etkir. Eğer hareketsiz sıvı içinde alınan (A₀) ve (A) noktalarındaki basınç efektif basınç olarak ifade edilirse yük düzlemi sıvının serbest yüzünden, yok.



(Şekil - 2.5)

farkı ile sıvının özgül ağırlığının çarpımına eşittir. Eğer (A₀) noktası, hareketsiz sıvının serbest yüzü üzerinde alınır ve eğer $h = z_0 - z$ kıyaslama düzleminden uzaklığı (z) olan (A) noktasının sıvının serbest yüzünden uzaklığını yani derinliğini gösterirse daha önce

$P - P_0 = \gamma \cdot (z_0 - z)$ şeklinde yazmış olduğumuz DENGE DENKLEMİNİ

eğer (A₀) ve (A) noktalarındaki basınç mutlak basınç olarak ifade edilirse yük düzlemi, sıvının serbest yüzünün

$$\left(\frac{P_{atm}}{\gamma} \right)$$

kaçar üstünden geçer. Bu durumda yukarıda açıklamış olduğumuz DENGE DENKLEMİNİ $P - P_0 = \gamma \cdot (z_0 - z)$ şeklinde yazabiliriz. Bu eşitlik açık olarak göstermektedir ki, hareketsiz sıvı içinde alınan iki nokta arasındaki basınç farkı, bu noktalar arasındaki seviye

$P = \gamma \cdot h$ şeklinde yazabiliriz.

7) BASINÇ BİRİMLERİ

C.G.S Sisteminde kuvvet birimi (I dyn), alan birimi de (I cm²)'dir. Bu nedenle C.G.S. Sisteminde basınç birimi (I dyn / cm²) olur. Hidrolikte (I dyn / cm²)'ye (I Bari) denir.

$$1 \text{ dyn} / \text{cm}^2 = 1 \text{ Bari}$$

Teknik birimler sisteminde kuvvet birimi (I kg), alan birimi de (I m²)'dir. Bunun için basınç birimi (I kg / m²) olur.

Metre - Ton - Saniye Sisteminde kuvvet birimi (I Sten), alan birimi de (I m²)'dir. Metre - Ton - Saniye Sisteminde, bu nedenle basınç birimi (I Sten / m²) olur.

Hidrolikte (I Sten / m²)'ye (I Piez) denir.

$$1 \text{ Sten} / \text{m}^2 = 1 \text{ Piez}$$

C.G.S. Sisteminde, kütlesi (I gram) olan bir cisme (I cm / sn²)'lik ivme kazandıran kuvvete (I dyn) ve Metre - Ton - Saniye Sisteminde kütlesi (I Ton) olan bir cisme (I m / sn²)'lik ivme kazandıran kuvvete de (I Sten) denir. C.G.S Sisteminde yerçekimi ivmesinin değeri (981 cm/sn²) Metre - Ton - Saniye Sisteminde yerçekimi ivmesinin değeri de (9,81 m/sn²) dir. Bu durumda Newton Formülünden yararlanarak C.G.S Sisteminde kuvvet birimi olan (I dyn)'nin değerini (I / 981 gram), Metre-Ton-Saniye Sisteminde kuvvet birimi olan (I Sten)'nin değerinin de (I / 9,81 Ton) buluruz.

$$1 \text{ kg} / \text{m}^2 = 1 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$1 \text{ kg} = 10^3 \text{ gram} = 981 \cdot 10^3 \text{ dyn}$$

$$1 \text{ kg} = 981 \cdot 10^3 \text{ dyn}$$

$$1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ kg} / \text{m}^2 = 1 \text{ kg} / 1 \text{ m}^2 = 981 \cdot 10^3 \text{ dyn} / 10^4 \text{ cm}^2 = 981,1 \text{ dyn} / \text{cm}^2$$

$$1 \text{ kg} / \text{m}^2 = 98,1 \text{ dyn} / \text{cm}^2 = 98,1 \text{ Bari}$$

$$1 \text{ Bari} = 1 \text{ dyn} / \text{cm}^2 = 1 / 98,1 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$1 \text{ Sten} / \text{m}^2 = 1 \text{ Sten} / 1 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ Sten} = 1 / 9,81 \text{ Ton} = 10^3 / 9,81 \text{ kg}$$

$$1 \text{ Sten} / \text{m}^2 = 1 \text{ Sten} / 1 \text{ m}^2 = 10^3 / 9,81 \text{ kg} / 1 \text{ m}^2 = 10^3 / 9,81 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$1 \text{ Sten} / \text{m}^2 = 1 \text{ Piez} = 10^3 / 9,81 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$1 \text{ kg} / \text{m}^2 = 981 \cdot 10^{-5} \text{ Sten} / \text{m}^2 = 981 \cdot 10^{-5} \text{ Piez}$$

$$1 \text{ kg} / \text{m}^2 = 98,1 \text{ dyn} / \text{cm}^2 = 98,1 \text{ Bari}$$

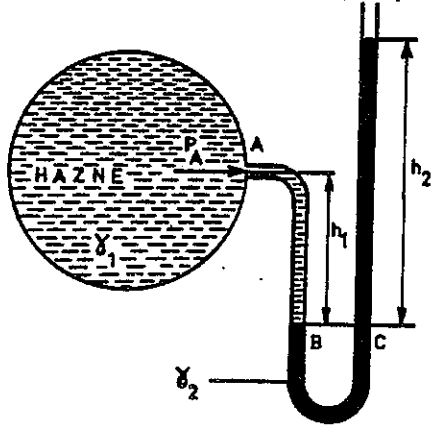
$$98,1 \text{ dyn} / \text{cm}^2 = 981 \cdot 10^{-5} \text{ Sten} / \text{m}^2$$

$$1 \text{ Sten} / \text{m}^2 = 10^4 \text{ dyn} / \text{cm}^2$$

$$1 \text{ Piez} = 1 \text{ Sten} / \text{m}^2 = 10^4 \text{ dyn} / \text{cm}^2 = 10^4 \text{ Bari}$$

8) ÖZGÜL AĞIRLIKLARI FARKLI İKİ AYRI SIVININ BİRİBİRİNE KARIŞMADAN DENGE DURUMUNA GÖRE BASINÇ ÖLÇÜMÜ

Özgül ağırlıkları farklı iki ayrı sıvının birbirine karışmadan denge durumuna göre basınç ölçümü için (Şekil - 2.6)'da görüldüğü gibi,



(Şekil - 2.6)

HAZNE içerisinde basınçlı sıvı bulunan bir hazne ve bu hazneye bağlı bir diferansiyel manometreden oluşan bir düzenden yararlanılır. Haznede bulunan basınçlı sıvının özgül ağırlığını (γ_1), hazneye bağlı diferansiyel manometrede bulunan sıvının özgül ağırlığını da (γ_2) ile gösterelim. Haznede bulunan basınçlı sıvı diferansiyel manometrenin birinci kolunda (B) noktasına kadar gelir ve diferansiyel manometrede bulunan sıvı da diferansiyel manometrenin atmosfere açılan kolunda (D) noktasına kadar yükselir. Diferansiyel manometrenin hazneye bağlı olduğu yerde, (A) noktasında, mutlak basıncı (P_A) ile gösterirsek, birinci kolda, (B) noktasındaki mutlak basınç (P_B) olduğuna göre $P_B = P_A + \gamma_1 \cdot h_1$ eşitliğini yazabiliriz. Hareketsiz sıvıda olduğu gibi

burada da seviye yüzeyi yataydır ve bu nedenle (B) noktasındaki mutlak basınç (P_B), (C) noktasındaki mutlak basınca (P_C) eşittir. (C) noktasındaki mutlak basınç, atmosfer basıncı (P_{atm}) ile statik sıvı basıncının ($\gamma_2 \cdot h_2$) toplamına eşittir. Bunun için $P_C = P_{atm} + \gamma_2 \cdot h_2$ eşitliğini yazabiliriz.

$$P_B = P_C$$

$$P_B = P_A + \gamma_1 \cdot h_1 \quad P_C = P_{atm} + \gamma_2 \cdot h_2$$

$$P_A + \gamma_1 \cdot h_1 = P_{atm} + \gamma_2 \cdot h_2$$

$$P_A = P_{atm} + \gamma_2 \cdot h_2 - \gamma_1 \cdot h_1$$

9) ATMOSFER BASINCI VE YÜKSEKLİK ARASINDAKİ İLİŞKİ

Yeryüzünü çevreleyen hava tabakasının herhangi bir yüzeye yaptığı etkinin birim alana düşen değerine ORTALAMA HAVA BASINCI ya da ATMOSFER BASINCI denir. Atmosfer basıncı, genellikle, yüksekliğe ve sıcaklığa bağlı olarak değişir. Deniz seviyesinde ve (0°C) sıcaklıkta atmosfer basıncının değeri ($1,033 \cdot 10^4 \text{ kg} / \text{m}^2$)'dir. Atmosfer basıncı BAROMETRE ile ölçülür. Barometre yüksekliğin ölçülmesinde kullanıldığında zaman ALTİMETRE adını alır. Yükseklik arttıkça atmosfer basıncı azalır. Yapılan gözlem ve deneyler, her (1 m) yükseklikte basıncın, değerinin ($1 / 8000$)'i kadar azaldığını göstermişlerdir. Deniz seviyesinden yüksekliğin (z) ve bu yükseklikte basıncın da (P) olduğunu kabul edelim. Eğer yükseklik (dz) kadar azalırsa basınç ($P / 8000$) dz kadar artar. Basıncıta meydana gelen değişme miktarını (dP) ile gösterecek olursak

$$dP = - \frac{P}{8000} \cdot dz$$

eşitliğini yazabiliriz. Eğer basınç kapalı olan (P_0, P_1) aralığında (P)'nin ve yükseklik de yine kapalı olan (z_0, z_1) aralığında (z)'nin herhangi bir değer için tanımlanmışsa

$$dP = - \frac{\rho}{8000} \cdot dz$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$\int_{P_0}^{P_1} \frac{dP}{\rho} = - \frac{1}{8000} \int_{z_0}^{z_1} dz$$

olur. Bundan yararlanarak

$$\ln \left(\frac{P_1}{P_0} \right) = - \frac{1}{8000} \cdot (z_1 - z_0)$$

eşitliğini yazabiliriz. ($z_0 = 0$) ve ($p_0 = 1.033 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$) olduğu için

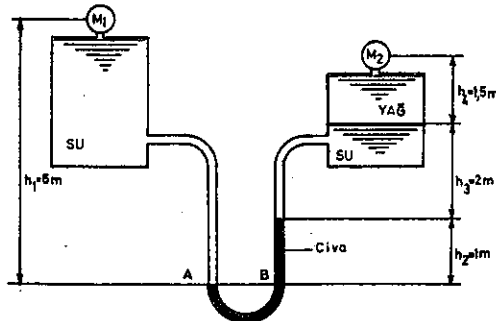
$$\ln P_1 = \ln (1.033 \cdot 10^4) - \frac{z_1}{8000}$$

eşitliği elde edilir.

ÖRNEK PROBLEMLER

2.1. PROBLEM

(Şekil - 2.7)'de, bir diferansiyel manometre ile birbirine bağlanan iki kapalı haznenin oluşturdukları bir düzen görülmektedir. Birinci haznede özgül ağırlığı ($\gamma_1 = 10^3 \text{ kg/m}^3$) olan su, ikinci haznede de su ve özgül ağırlığı ($\gamma_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) olan yağ bulunmaktadır. (M_1) manometresi ile ölçülen



(Şekil - 2.7)

basınç (4 kg/cm^2) olduğuna göre (M_2) manometresi ile ölçülebilecek basıncı hesaplayınız.

2.1. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(A-B) yatay düzlemi üzerinde, diferansiyel manometrenin kollarındaki basınçlar birbirine eşittir. (A) kolundaki basıncı (P_A) ve (B) kolundaki basıncı da (P_B) ile gösterecek olursak

$$P_A = P_B$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$P_A = P_{m1} + \gamma_1 \cdot h_1$$

$$P_B = P_{m2} + \gamma_{Hg} \cdot h_2 + \gamma_1 \cdot h_3 + \gamma_2 \cdot h_4$$

$$P_{m1} + \gamma_1 \cdot h_1 = P_{m2} + \gamma_{Hg} \cdot h_2 + \gamma_1 \cdot h_3 + \gamma_2 \cdot h_4$$

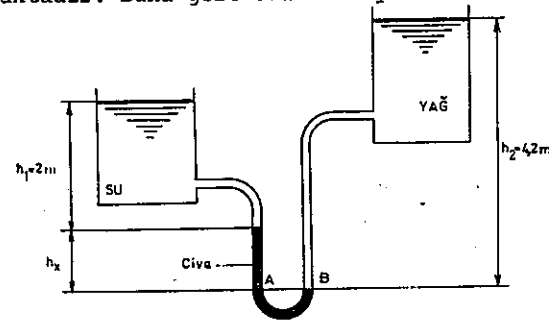
$$P_{m2} = P_{m1} + \gamma_1 \cdot (h_1 - h_3) - \gamma_{Hg} \cdot h_2 - \gamma_2 \cdot h_4$$

$$P_{m2} = 4 \cdot 10^3 + 10^3 \cdot (6 - 2) - 13,6 \cdot 10^3 - 0,8 \cdot 10^3 \cdot 0,5$$

$$P_{m2} = 2,92 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

2.2 PROBLEM

(Şekil - 2.8)'de, bir diferansiyel manometre ile birbirine bağlanan iki açık hazne görülmektedir. Birinci haznede özgül ağırlığı ($\gamma_1 = 10^3 \text{ kg/m}^3$) olan su, ikinci haznede de özgül ağırlığı ($\gamma_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) olan yağ bulunmaktadır. Buna göre diferansiyel manometredeki seviye farkını



(Şekil - 2.8)

hesaplayınız.

2.2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(A - B) yatay düzlemi üzerinde, diferansiyel manometrenin kollarındaki basınçlar birbirine eşittir. (A) kolundaki basıncı (P_A) ve (B) kolunda ki basıncı da (P_B) ile gösterecek olursak

$$P_A = P_B$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$P_A = \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_{Hg} \cdot h_x$$

$$P_B = \gamma_2 \cdot h_2$$

$$\gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_{Hg} \cdot h_x = \gamma_2 \cdot h_2$$

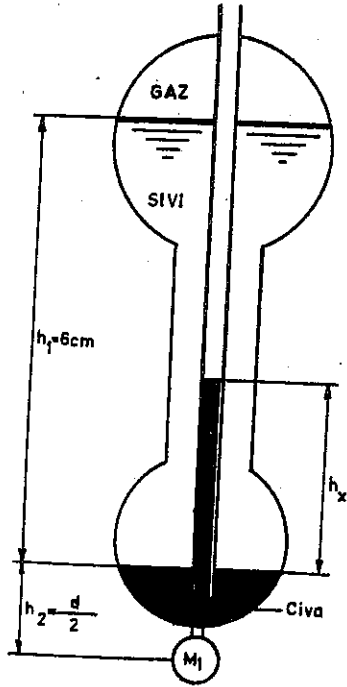
$$h_x = \frac{\gamma_2 \cdot h_2 - \gamma_1 \cdot h_1}{\gamma_{Hg}}$$

$$h_x = \frac{0,8 \cdot 10^3 \cdot 4,2 - 10^3 \cdot 2}{13,6 \cdot 10^3} = 0,1 \text{ m}$$

$$h_x = 0,1 \text{ m}$$

2.3. PROBLEM

(Şekil - 2.9)'da, çapları farklı iki küresel kabın oluşturdukları bir düzen görülmektedir. Birinci küresel kabın içerisinde, sıvıya etkiyen gazın mutlak basıncı ($P_M = 8,033 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$) ikinci küresel kabın çapı ($d=2\text{m}$) ve (M_1) manometresi ile ölçülen efektif basınç da ($P_{m1} = 8,84 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$)'dir. Buna göre küresel kablarda bulunan sıvının özgül ağırlığı ile cam borudaki civa yüksekliğini hesaplayınız.



(Şekil - 2.9)

2.3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

$$P_{m1} = P_M - P_{atm} + \gamma \cdot h_1 + \gamma_{Hg} \cdot h_2$$

$$\gamma = \frac{P_{m1} - P_M + P_{atm} - \gamma_{Hg} \cdot h_2}{h_1}$$

$$\gamma = \frac{8,84 \cdot 10^4 - 8,033 \cdot 10^4 + 1,033 \cdot 10^4 - 13,6 \cdot 10^3 \cdot 1}{6}$$

$$\gamma = 0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$P_M + \gamma \cdot h_1 = P_{atm} + \gamma_{Hg} \cdot h_x$$

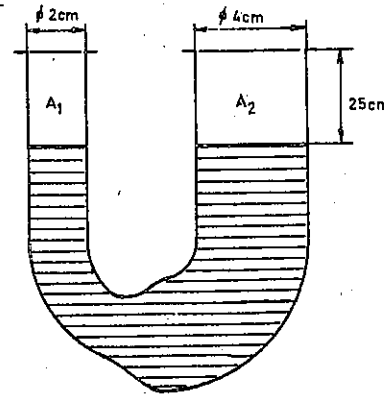
$$h_x = \frac{P_M - P_{atm} + \gamma \cdot h_1}{\gamma_{Hg}}$$

$$h_x = \frac{8,033 \cdot 10^4 - 1,033 \cdot 10^4 + 0,8 \cdot 10^3 \cdot 6}{13,6 \cdot 10^3} = 4,79 \text{ m}$$

$$h_x = 4,79 \text{ m}$$

2.4. PROBLEM

(Şekil - 2.10)'da görülen (U) borusunun birinci kolunun çapı (2 cm), ikinci kolunun çapı da (4 cm)'dir. (U) borusunda özgül ağırlığı ($\gamma_1 = 10^3 \text{ kg/m}^3$) olan su bulunmaktadır. Sıvı seviyesi, boru ağzının



(Şekil - 2.10)

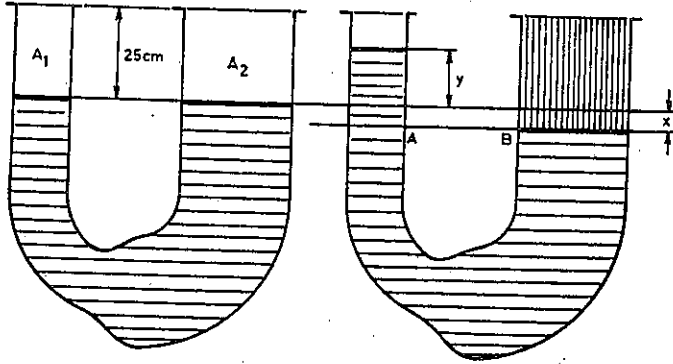
(25 cm) aşağısından geçmektedir. (U) borusunun ikinci koluna özgül ağırlığı ($\gamma_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$) olan yağ doldurulmuştur. İkinci kolun taşmadan taşıyabileceği yağ miktarı ile su ve yağı birbirinden ayıran düzlem üzerindeki basıncı hesaplayınız.

2.4. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(U) borusunun ikinci koluna taşmadan

taşıyabileceği kadar yağ doldurulduğunu kabul edelim. İkinci kola taşma-
dan taşıyabileceği kadar yağ doldurulduğu zaman birinci kolda su seviye-
si (y) kadar artar, fakat buna karşılık ikinci kolda su seviyesi (x)
kadar azalır. (AB) düzleminin kestiği kollarındaki basınçlar birbirine

$$\text{eşittir. } \gamma_1 \cdot (x+y) = \gamma_2 \cdot (h+x)$$



(Şekil - 2.11)

İkinci kolda eksilen sıvı miktarı birinci kolda artan sıvı miktarı-
na eşit olduğu için

$$S_1 \cdot y = S_2 \cdot x$$

eşitliği yazılabilir. Bu iki eşitlikten yararlanılarak bilinmeyen (x)
ve (y)'nin değerleri bulunur.

$$y = \frac{S_2}{S_1} \cdot x$$

$$\gamma_1 \cdot \left(x + \frac{S_2}{S_1} \cdot x \right) = \gamma_2 \cdot (h+x)$$

$$x = \frac{\gamma_2 \cdot h}{\gamma_1 \left(1 + \frac{S_2}{S_1} \right) - \gamma_2}$$

$$x = \frac{0,8 \cdot 10^3 \cdot 0,25}{10^3 \cdot \left(1 + \frac{42}{2} \right) - 0,8 \cdot 10^3} = 0,0476 \text{ m}$$

$$10^3 \cdot \left(1 + \frac{42}{2} \right) - 0,8 \cdot 10^3$$

$$x = 0,0476 \text{ m}$$

$$y = \frac{S_2}{S_1} \cdot x = \frac{16}{4} \cdot 0,0476 = 0,1904 \text{ m}$$

$$y = 0,1904 \text{ m}$$

$$V = S_2 \cdot (h-x)$$

$$V = S_2 \cdot (h-x) = \frac{3,14 \cdot 4^2}{4} \cdot (25 - 4,76) = 373,78 \text{ cm}^3$$

$$V = 373,78 \text{ cm}^3$$

$$P_1 = P_2 = \gamma_1 \cdot (y-x) = \gamma_2 \cdot (h-x)$$

$$P_1 = P_2 = 0,8 \cdot 10^3 \cdot (0,25 - 0,0476) = 0,0238 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

$$P_1 = P_2 = 0,0238 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

2.5. PROBLEM

Deniz seviyesinde ve (0° C) sıcaklıkta atmosfer basıncı

($P_0 = 1,033 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$) dir. Atmosfer basıncının ($P_1 = P_0 / 2$) olduğu
yerin deniz seviyesinden yüksekliğini hesaplayınız.

2.5. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Bu problemin çözümlenmesinde, daha önce,

$$\ln \left(\frac{P_1}{P_0} \right) = \frac{I}{8000} \cdot (z_0 - z_1)$$

şeklinde bulmuş olduğumuz eşitlikten yararlanılır.

$$z_0 = 0$$

$$P_1 = \frac{P_0}{2}$$

$$\ln \left(\frac{I}{2} \right) = - \frac{z_1}{8000}$$

$$z_1 = 8000 \cdot 0,69315 = 5545,20 \text{ m}$$

$$z_1 = 5545,20 \text{ m}$$

2.6. PROBLEM

Deniz seviyesinde ve (0 °C) sıcaklıkta atmosfer basıncı $P_0 = 1,033 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$ dir. Buna göre deniz seviyesinden (100 m), (200 m), (300 m), (400 m), (500 m), (600 m), (700 m), (800 m), (900 m), ve (1000 m) yüksekte bulunan yerlerdeki atmosfer basıncını hesaplayarak bir çizelge düzenleyiniz.

2.6. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Bu problemin çözümlenmesinde, yine daha önce,

$$\ln \left(\frac{P_1}{P_0} \right) = \frac{I}{8000} \cdot (z_0 - z_1)$$

şeklinde bulmuş olduğumuz eşitlikten yararlanılır.

$$z_0 = 0$$

$$P_0 = 1,033 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$\ln P_1 = \ln (1,033 \cdot 10^4) - \frac{z_1}{8000}$$

$$\ln (1,033 \cdot 10^4) = 9,24281$$

$$\frac{I}{8000} = 125 \cdot 10^{-6}$$

$$z_1 = 100 \text{ m} \quad \ln P_1 = 9,24281 - 100 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 9,23031$$

$$P_1 = 1,020 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$z_2 = 200 \text{ m} \quad \ln P_2 = 9,24281 - 200 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 9,21781$$

$$P_2 = 1,008 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$z_3 = 300 \text{ m} \quad \ln P_3 = 9,24281 - 300 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 9,20535$$

$$P_3 = 0,995 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$z_4 = 400 \text{ m} \quad \ln P_4 = 9,24281 - 400 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 9,19281$$

$$P_4 = 0,983 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$z_5 = 500 \text{ m} \quad \ln P_5 = 9,24281 - 500 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 9,18031$$

$$P_5 = 0,970 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$z_6 = 600 \text{ m} \quad \ln P_6 = 9,24281 - 600 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 9,16781$$

$$z_7 = 700 \text{ m}$$

$$P_6 = 0,959 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$\ln P_7 = 9,24281 - 700 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 9,15531$$

$$P_7 = 0,946 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$z_8 = 800 \text{ m}$$

$$\ln P_8 = 9,24281 - 800 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 9,14281$$

$$P_8 = 0,935 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$z_9 = 900 \text{ m}$$

$$\ln P_9 = 9,24281 - 900 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 9,13031$$

$$P_9 = 0,923 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$z_{10} = 1000 \text{ m}$$

$$\ln P_{10} = 9,24281 - 1000 \cdot 125 \cdot 10^{-6} = 9,11781$$

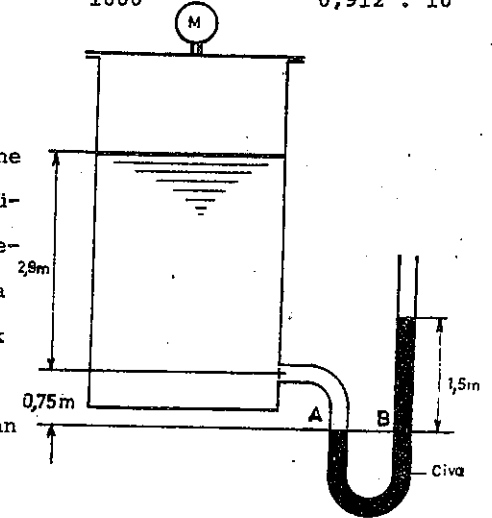
$$P_{10} = 0,912 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

YÜKSEKLİK (m)	BASINÇ (kg/m ²)	YÜKSEKLİK (m)	BASINÇ (kg/m ²)
100	1,020 · 10 ⁴	600	0,959 · 10 ⁴
200	1,008 · 10 ⁴	700	0,946 · 10 ⁴
300	0,995 · 10 ⁴	800	0,935 · 10 ⁴
400	0,983 · 10 ⁴	900	0,923 · 10 ⁴
500	0,970 · 10 ⁴	1000	0,912 · 10 ⁴

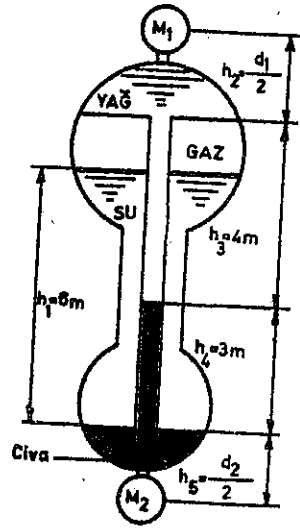
ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

2.1. PROBLEM

(Şekil - 2.12) 'de kapalı bir hazne görülmektedir. (M) manometresi ile ölçülen basınç ($P_m = 1,75 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$), diferansiyel manometredeki seviye farkı da ($h_2 = 1,5 \text{ m}$) 'dir. Kapalı haznede, gerçek sıvı seviyesi ($h_1 = 2,9 \text{ m}$) olduğuna göre, kapalı haznenin içerisinde bulunan sıvının özgül ağırlığını bulunuz.



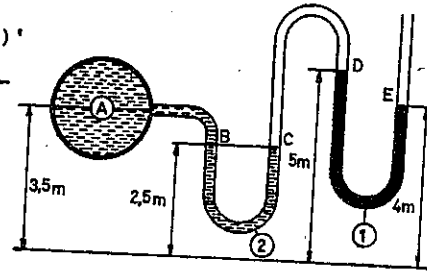
(Şekil - 2.12)



(Şekil - 2.13)

2.3. PROBLEM

(Şekil - 2.14)'de, bir hazne ile bir kıvrık borunun oluşturdukları bir düzen görülmektedir. (A) noktasında ölçülen efektif basınç $(-0,12 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2)$ dir. Kıvrık boruda (D) ve (C) noktalarının sınırladıkları aralıkta hava bulunmaktadır. Kıvrık borunun (2.) kesimindeki sıvının özgül ağırlığı $(1,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)$ olduğuna göre, (1.) kesimindeki sıvının özgül ağırlığını bulunuz. (Hazırlayan : M. R. Yalçın-tepe)



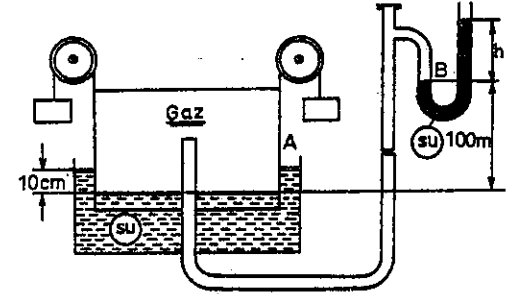
(Şekil - 2.14)

2.2. PROBLEM

(Şekil - 2.13)'te, çapları farklı iki küresel kabın oluşturdukları bir düzen görülmektedir. Birinci küresel kabın çapı $(d_1 = 4\text{m})$, ikinci küresel kabın çapı $(d_2 = 3\text{m})$ dir. Yağın özgül ağırlığı $(0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)$, suyun özgül ağırlığı (10^3 kg/m^3) ve (M_2) manometresi ile ölçülen basınç $(8 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2)$ olduğuna göre, gazın mutlak basıncını ve (M_1) manometresi ile ölçülebilecek basıncı hesaplayınız.

2.4. PROBLEM

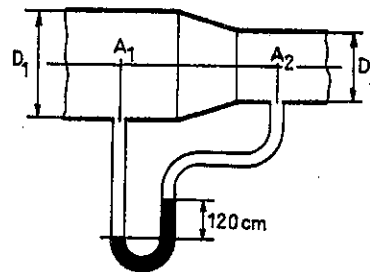
(Şekil - 2.15)'de, bir havagazı deposunun şeması görülmektedir. Depoda bulunan havagazının özgül ağırlığı $(0,56 \text{ kg/m}^3)$ 'tür. (A) seviyesinde atmosfer basıncı $(9,23031 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2)$, (B) seviyesinde atmosfer basıncı $(9,21781 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2)$ ve suyun özgül ağırlığı da (10^3 kg/m^3) olduğuna göre, diferansiyel manometredeki seviye farkını hesaplayınız. (Hazırlayan: M. R. Yalçın-tepe)



(Şekil - 2.15)

2.5. PROBLEM

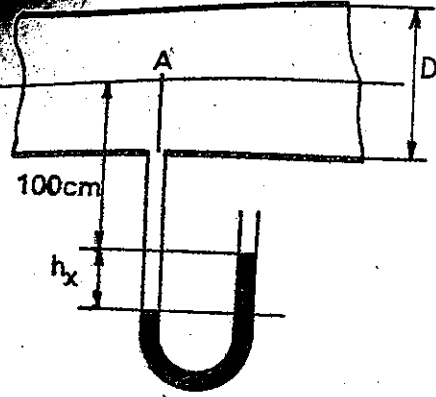
(Şekil - 2.16)'da görülen borunun içerisinde, özgül ağırlığı (10^3 kg/m^3) olan su akmaktadır. Boru üzerinde (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralığa bir diferansiyel manometre yerleştirilmiştir. Diferansiyel manometrenin içerisinde, özgül ağırlığı $(13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)$ olan cıva bulunmaktadır. (A_1) ve (A_2) noktaları arasında ki basınç farkını bulunuz.



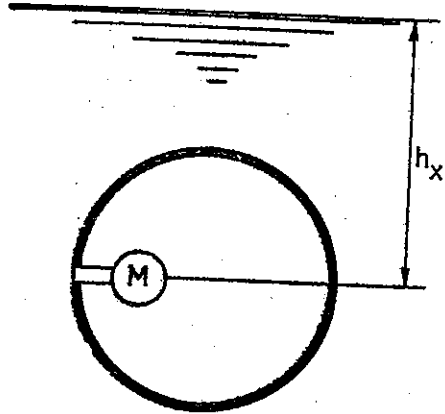
(Şekil - 2.16)

2.6. PROBLEM

(Şekil - 2.17)'de görülen borunun içerisinde, özgül ağırlığı $(0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)$ olan yağ akmaktadır. Boru üzerine, içerisinde cıva bulunan bir diferansiyel manometre yerleştirilmiştir. Cıvanın özgül ağırlığı $(13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)$ ve (A) noktasındaki efektif basınç $(2,4 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2)$ 'dir. Buna göre,



(Şekil - 2.17)



(Şekil - 2.18)

diferansiyel manometredeki cıva yüksekliğini bulunuz.

(Hazırlayan : M.R. Yalçın-tepe)

2.7. PROBLEM

(Şekil - 2.18)'de, deniz dibi arastırılmalarında kullanılan bir barisferin kesiti görülmektedir. Barisferin bulunduğu yerde manometre ile ölçülen efektif basınç $(8,88 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2)$ 'dir. Deniz suyunun özgül ağırlığı $(1 \cdot 1 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3)$ olduğuna göre barisferin bulunduğu yerin derinliğini hesaplayınız.

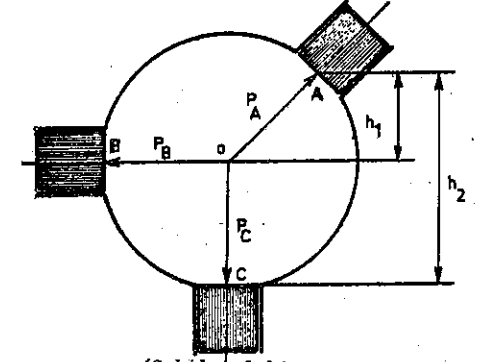
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

- 1) PASCAL KANUNU - BASINÇ İLETİMİ İLKESİ
- 2) BASINÇ İLETİMİ İLKESİNİN MAKİNELERE UYGULANMASI
" HİDROLİK PRES "
- 3) ARŞİMED KANUNU
- 4) YÜZEN CİSİMLERİN DENGESİ
 - a) Genel kavramlar ve tanımlar
 - b) Denge koşulları
 - 1) LACROIX TEOREMİ
 - 2) DUPIN TEOREMİ
 - c) Yüzen cisimlerin denge durumu

1) PASCAL KANUNU - BASINÇ İLETİMİ İLKESİ

Pascal Kanununu tanımlayabilmek için (Şekil - 3.1)'de görülen düzenden yararlanılır. Küresel kabın içerisinde bulunan sıvı, hareketsiz sıvıdır. Küresel kabın içerisinde bulunan hareketsiz sıvının özgül ağırlığını (γ), (A) noktasındaki basıncı (P_A), (B) noktasındaki basıncı (P_B), ve (C) noktasındaki basıncı da (P_C) ile gösterelim.

(A) ve (B) noktaları arasındaki seviye farkı (h_1), (A) ve (C) noktaları arasındaki seviyefarkı da (h_2) olduğuna göre (B) noktasındaki basınç $P_B = P_A + \gamma \cdot h_1$, (C) noktasındaki basınç da $P_C = P_A + \gamma \cdot h_2$ olur. Eğer (A) noktasındaki basınç (dP) kadar artırılırsa (B) ve (C) noktalarındaki basınç da artar ve (A) noktasındaki basınç $P_A^1 = P_A + dP$ olursa, (B) noktasındaki basınç $P_B^1 = P_A^1 + \gamma \cdot h_1 = P_A + dP + \gamma \cdot h_1 = P_B + dP$, (C) noktasındaki basınç da $P_C^1 = P_A^1 + \gamma \cdot h_2 = P_A + dP + \gamma \cdot h_2 = P_C + dP$ olur. Açık olarak görülmektedir ki, (A) noktasında basınç (dP) kadar artınca, (B) ve (C) noktalarında da basınç (dP) kadar artmaktadır. Bu matematik açıklamadan sonra PASCAL KANUNUNU şu şekilde ifade edebiliriz: " KAPALI KAB İÇERİSİNDE BULUNAN HAREKETSİZ SIVININ HERHANGİ BİR NOKTASINA BİR BASINÇ UYGULANDIĞI ZAMAN BU HİÇBİR KAYBA UĞRAMAKSIZIN SIVININ HER YANINA OLDUĞU GİBİ İLETİLİR."



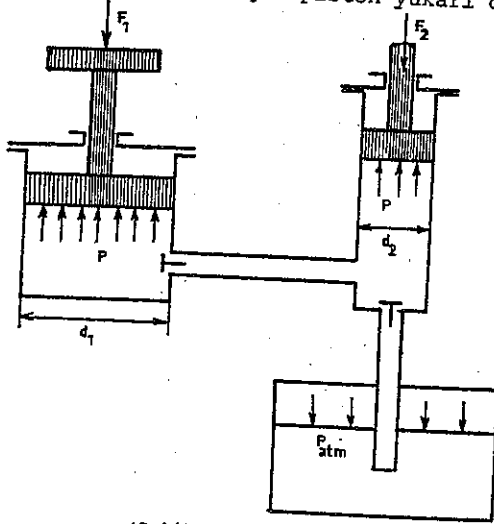
(Şekil - 3.1)

2) BASINÇ İLETİMİ İLKESİNİN MAKİNELERE UYGULANMASI - HİDROLİK PRES

Akışkana iletilen kuvvetin faydalı iş görmesi gereken her yerde PASCAL KANUNUNUN uygulaması ile karşılaşılır. Hidrolik krikolar ve hidrolik presler bunlara değgin sadece birkaç uygulamadır. İşlemesi, sıvı basıncının değişmeksizin iletimine dayanan ve hidrolik basıncı en geniş

de kullanılan makineler hidrolik preslerdir. Bunlarla çok büyük kuvvetler elde etmek mümkündür.

(Şekil - 3.2)'de, bir hidrolik presin şeması görülmektedir. Hidrolik pres, biri büyük diğeri küçük iki silindir içerisinde hareket eden iki ayrı piston ile silindirleri birleştiren bir boru ve bir de haznedir. Küçük piston yukarı doğru hareket ederken hazne ile



(Şekil - 3.2)

küçük silindiri ayıran süpab açılır ve küçük silindirin içerisine sıvı girer. Piston aşağı doğru hareket ederken bu süpab kapanır, fakat büyük silindiri küçük silindire bağlayan süpab açılır ve küçük silindirin içerisinde bulunan sıvı büyük silindirin içerisine dolar. Böylece küçük pistonun sağladığı basınç büyük silindirin içerisinde bulunan sıvıya olduğu

gibi iletilir. Küçük pistonu etkileyen kuvvetin şiddetini (F), piston yüzünün alanını da (S) ile gösterirsek

ortalama basınç $P = F / S$ olur. PASCAL KANUNUNA göre, basınç, hiç bir kayba uğramaksızın olduğu gibi büyük silindirin içerisindeki sıvıya iletilir ve böylece büyük piston üzerinde de artan bir kuvvet elde edilir. Büyük piston üzerinde meydana gelen kuvveti (F_1), piston yüzünün alanını da (S_1) ile gösterirsek $F_1 = P \cdot S_1$ eşitliğini yazabiliriz ve buradan da $F_1 = P \cdot S_1 = F / S \cdot S_1$, $F_1 / S_1 = F / S$ eşitliklerini elde ederiz. Yapılan

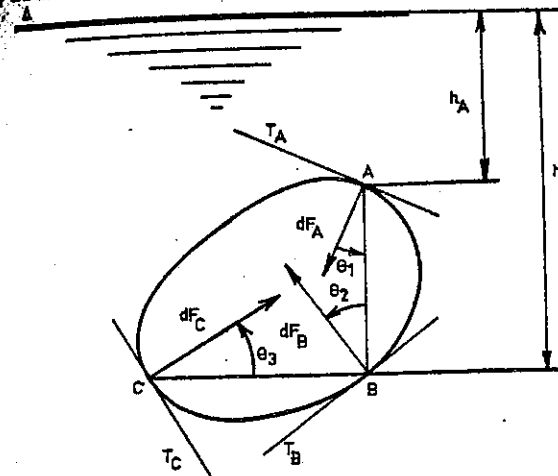
bu açıklamalar göstermektedir ki, büyük piston üzerinde meydana gelen kuvvetin şiddeti, küçük pistonu etkileyen kuvvetin şiddeti değişmediğine göre, küçük piston yüzünün alanı ile ters orantılı ve büyük piston yüzü-

lanı ile de doğru orantılıdır.

PASCAL KANUNU

Pascal Kanununu tanımlayabilmek için (Şekil-3.3)'te görüldüğü gibi, hareketsiz sıvı içinde, denge durumunda, kapalı yüzeyin sınırladığı bir cisim alınır.

Hareketsiz sıvı içinde, denge durumunda, kapalı yüzeyin sınırladığı cismin, sıvının serbest yüzüne paralel ve dik olan iki eksenle kesilmesini kabul edelim. Kapalı yüzeyin sınırladığı cisim, sıvının serbest yüzüne dik olan eksenin kestiği noktaları (A), (B) ve sıvının serbest



(Şekil - 3.3)

gül ağırlığını (γ), (A) noktasının sıvının serbest yüzünden uzaklığını (h_A), (B) ve (C) noktalarının sıvının serbest yüzünden uzaklıklarını da (h_B) ile gösterirsek $P_A = \gamma \cdot h_A$, $P_B = \gamma \cdot h_B$ ve $P_C = \gamma \cdot h_C$ eşitliklerini yazabiliriz.

(A), (B) ve (C) noktalarını çevreleyen yüzey elemanlarının alanını (dS_A), (dS_B) ve (dS_C), bu yüzey elemanlarına sıvının yaptığı etkileri de (dF_A), (dF_B) ve (dF_C) ile gösterelim. (A), (B) ve (C) noktalarını çevreleyen yüzey elemanlarına sıvının yaptığı etkileri bulmak için bu yüzey

elemanlarının alanı ile (A), (B) ve (C) noktalarındaki statik sıvı basıncını çarpmak gerekir. Bu açıklamaya göre $dF_A = P_A \cdot ds_A$, $dF_B = P_B \cdot ds_B$ ve $dF_C = P_C \cdot ds_C$ eşitliklerini yazabiliriz.

Sıvının serbest yüzüne dik olan eksen (A) ve (B) noktalarından geçmektedir. Bu nedenle (A) ve (B) noktalarını çevreleyen yüzey elemanlarına sıvının yaptığı etkilerin düşey bileşenleri bu eksen üzerinde bulunur. (dF_A) ve (dF_B) 'nin düşey bileşenlerinin cebirsel toplamını alırsak bunların bileşkesini elde ederiz. (dF_A) ve (dF_B) 'nin düşey bileşenlerini bulmak için (dF_A) ve (dF_B) ile bunların yatay eksenle yaptıkları açının SINÜS'ünü çarpmak gerekir. (dF_A) 'nin düşey bileşenini (dF_{Ay}) , yatay eksenle yaptığı açıyı $(270^\circ - \theta_1)$ ve (dF_B) 'nin düşey bileşenini (dF_{By}) , yatay eksenle yaptığı açıyı da $(90^\circ + \theta_2)$ ile gösterirsek yukarıda yaptığımız açıklamaya göre $dF_{Ay} = dF_A \cdot \sin(270^\circ - \theta_1)$ ve $dF_{By} = dF_B \cdot \sin(90^\circ + \theta_2)$ eşitliklerini yazabiliriz.

$$dF_{Ay} = dF_A \cdot \sin(270^\circ - \theta_1)$$

$$\sin(270^\circ - \theta_1) = \sin 270^\circ \cdot \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \cdot \cos 270^\circ = -\cos \theta_1$$

$$\sin(270^\circ - \theta_1) = -\cos \theta_1$$

$$dF_A = P_A \cdot ds_A$$

$$dF_{Ay} = dF_A \cdot \sin(270^\circ - \theta_1) = -P_A \cdot ds_A \cdot \cos \theta_1$$

$$dF_{Ay} = -P_A \cdot ds_A \cdot \cos \theta_1$$

$$dF_{By} = dF_B \cdot \sin(90^\circ + \theta_2)$$

$$\sin(90^\circ + \theta_2) = \sin 90^\circ \cdot \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cdot \cos 90^\circ = \cos \theta_2$$

$$\sin(90^\circ + \theta_2) = \cos \theta_2$$

$$dF_B = P_B \cdot ds_B$$

$$dF_{By} = dF_B \cdot \sin(90^\circ + \theta_2) = P_B \cdot ds_B \cdot \cos \theta_2$$

$$dF_{By} = P_B \cdot ds_B \cdot \cos \theta_2$$

$$dF_{Ay} + dF_{By} = -P_A \cdot ds_A \cdot \cos \theta_1 + P_B \cdot ds_B \cdot \cos \theta_2$$

Bu eşitlikte yer alan $(ds_A \cdot \cos \theta_1)$ (ds_A) 'nin ve $(ds_B \cdot \cos \theta_2)$ de (ds_B) 'nin yatay düzlem üzerindeki izdüşümleridir. (ds_A) 'nin yatay düzlem üzerindeki izdüşümü (ds_B) 'nin yatay düzlem üzerindeki izdüşümüne eşittir. Bunun için $dF_{Ay} + dF_{By} = -P_A \cdot ds_A \cdot \cos \theta_1 + P_B \cdot ds_B \cdot \cos \theta_2$ eşitliğinden yararlanarak

$$dF_{Ay} + dF_{By} = (P_B - P_A) \cdot ds_A \cdot \cos \theta_1 \text{ ya da}$$

$$dF_{Ay} + dF_{By} = (P_B - P_A) \cdot ds_A \cdot \cos \theta_2 \text{ eşitliğini yazabiliriz.}$$

Daha önce açıklamış olduğumuz Hidrostatik'in Temel Denklemine göre hareketsiz sıvı içinde bulunan iki nokta arasındaki basınç farkı, sıvının özgül ağırlığı ile bu noktalar arasındaki seviye farkının çarpımına eşittir. Bu durumda

$$dF_{Ay} + dF_{By} = (P_B - P_A) \cdot ds_A \cdot \cos \theta_1 \text{ eşitliğinde}$$

$(P_B - P_A)$ yerine $\gamma \cdot (h_B - h_A)$ koyabiliriz.

$$dF_{Ay} + dF_{By} = (P_B - P_A) \cdot ds_A \cdot \cos \theta_1 \text{ eşitliğinde } (P_B - P_A) \text{ yerine}$$

$\gamma \cdot (h_B - h_A)$ koyacak olursak $dF_{Ay} + dF_{By} = \gamma \cdot (h_B - h_A) \cdot ds_A \cdot \cos \theta_1$ eşitliğini elde ederiz.

yapılan bu matematik açıklama göstermektedir ki, (A) ve (B) noktalarını çevreleyen yüzey elemanlarına sıvının yaptığı etkilerin düşey bileşenlerinin cebirsel toplamı, yüksekliği $(h_B - h_A)$, taban alanı da $(ds_A \cdot \cos \theta_1)$ ya da $(ds_B \cdot \cos \theta_2)$ olan silindirin hacmine eşit sıvının ağırlığına eşdeğerdir. Bunu genelleştirecek olursak, hareketsiz sıvı içinde, denge durumunda bulunan kapalı yüzeyin çevrelediği bir cisme sıvının yaptığı etki ile ilgili BİRİNCİ TEOREMİ şöyle ifade edebiliriz. "HAREKETSİZ SIVI İÇİNDE, DENGE DURUMUNDA BULUNAN BİR CİSMİ ÇEVRELEYEN KAPALI YÜZEYİ OLUŞTURAN YÜZEY ELEMANLARINA SIVININ YAPTIĞI ETKİLERİN DÜŞEY BİLEŞENLERİNİN TOPLAMI, HACMİ KAPALI YÜZEYİN ÇEVRELEDİĞİ CİSMİN HACMİNE EŞİT SIVININ AĞIRLIĞINA EŞDEĞERDİR."

Sıvının serbest yüzüne paralel olan eksen(B)ve(C)noktalarından geçmektedir. (B)ve(C)noktalarını çevreleyen yüzey elemanlarına sıvının yaptığı etkilerin yatay bileşenleri bu noktalardan geçen yatay eksen üzerinde durur. (dF_B) ve (dF_C) 'nin yatay bileşenlerinin cebirsel toplamı bunların bileşkesini verir.

(dF_B) ve (dF_C) nin yatay bileşenlerini bulmak için (dF_B) ve (dF_C) ile bunların yatay eksenle yaptıkları açının COSİNÜS'ünü çarpmak gerekir.

(dF_B) 'nin yatay bileşenini (dF_{Bx}) yatay eksenle yaptığı açıyı $(90^\circ + \theta_2)$ ve (dF_C) 'nin yatay bileşenini (dF_{Cx}) yatay eksenle yaptığı açıyı da θ_3 ile gösterirsek yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre

$$dF_{Bx} = dF_B \cdot \cos(90^\circ + \theta_2) \text{ ve } dF_{Cx} = dF_C \cdot \cos \theta_3 \text{ eşitliklerini yazabiliriz}$$

$$dF_{Bx} = dF_B \cdot \cos(90^\circ + \theta_2)$$

$$\cos(90^\circ + \theta_2) = \cos 90^\circ \cdot \cos \theta_2 - \sin 90^\circ \cdot \sin \theta_2 = -\sin \theta_2$$

$$\cos(90^\circ + \theta_2) = -\sin \theta_2$$

$$dF_B = P_B \cdot ds_B$$

$$dF_{Bx} = dF_B \cdot \cos(90^\circ + \theta_2) = -P_B \cdot ds_B \cdot \sin \theta_2$$

$$dF_{Bx} = -P_B \cdot ds_B \cdot \sin \theta_2$$

$$dF_{Cx} = dF_C \cdot \cos \theta_3$$

$$dF_C = P_C \cdot ds_C$$

$$dF_{Cx} = dF_C \cdot \cos \theta_3 = P_C \cdot ds_C \cdot \cos \theta_3$$

$$dF_{Cx} = P_C \cdot ds_C \cdot \cos \theta_3$$

$$dF_{Bx} + dF_{Cx} = -P_B \cdot ds_B \cdot \sin \theta_2 + P_C \cdot ds_C \cdot \cos \theta_3$$

Bu eşitlikte yer alan $(ds_B \cdot \sin \theta_2)$ (ds_B) 'nin ve $(ds_C \cdot \cos \theta_3)$ de (ds_C) 'nin düşey düzlem üzerindeki izdüşümleridir. (ds_B) 'nin düşey düzlem üzerindeki izdüşümü (ds_C) 'nin düşey düzlem üzerindeki izdüşümüne eşittir. Bunun için $dF_{Bx} + dF_{Cx} = -P_B \cdot ds_B \cdot \sin \theta_2 + P_C \cdot ds_C \cdot \cos \theta_3$ eşitliğinden yararlanarak

$$+ dF_{Cx} = (P_C - P_B) \cdot ds_B \cdot \sin \theta_2 \text{ ya da}$$

$$+ dF_{Cx} = (P_C - P_B) \cdot ds_C \cdot \cos \theta_3 \text{ eşitliğini yazabiliriz.}$$

$(P_C - P_B)$ noktasındaki statik sıvı basıncı (B) noktasındaki statik sıvı basıncına eşit olduğu için $(P_C - P_B)$ yerine sıfır yazılabilir. $(P_C - P_B)$ ne sıfır yazacak olursak $dF_{Bx} + dF_{Cx} = 0$ eşitliğini elde ederiz.

Bu matematik açıklama göstermektedir ki, (B) ve (C) noktalarını çevreleyen yüzey elemanlarına sıvının yaptığı etkilerin yatay bileşenlerinin cebirsel toplamı sıfırdır. Bunu genelleştirecek olursak, hareketlenmiş sıvı içinde, denge durumunda bulunan kapalı yüzeyin çevrelediği cisme sıvının yaptığı etki ile ilgili İKİNCİ TEOREMİ şöyle ifade edebiliriz: "HAREKETSİZ SIVI İÇİNDE, DENGE DURUMUNDA BULUNAN BİR CİSMİ ÇEVRELEYEN KAPALI YÜZEYİ OLUŞTURAN YÜZEY ELEMANLARINA SIVININ YAPTIĞI ETKİLERİN YATAY BİLEŞENLERİNİN TOPLAMI SIFIRDIR."

Birinci ve ikinci Teoremlere dayanarak ARŞİMED KANUNUNU şöyle açıklayabiliriz: "HAREKETSİZ SIVI İÇİNDE, DENGE DURUMUNDA BULUNAN BİR CİSME SIVININ YAPTIĞI ETKİ, HACMİ CİSMİN HACMİNE EŞİT SIVININ AĞIRLIĞINA EŞDEĞERDİR,"

SONUÇ

- 1°) HAREKETSİZ SIVI İÇİNDE BULUNAN KAPALI BİR YÜZEYİN ÇEVRELEDİĞİ BİR CİSME SIVININ YAPTIĞI ETKİ, HACMİ BU CİSMİN HACMİNE EŞİT SIVININ AĞIRLIĞINA EŞDEĞERSE CİSİM SIVI İÇİNDE DENGEDE KALIR.
- 2°) HAREKETSİZ SIVI İÇİNDE BULUNAN KAPALI BİR YÜZEYİN ÇEVRELEDİĞİ BİR CİSME SIVININ YAPTIĞI ETKİ, HACMİ BU CİSMİN HACMİNE EŞİT SIVININ AĞIRLIĞINDAN KÜÇÜKSE CİSİM BATAR.
- 3°) HAREKETSİZ SIVI İÇİNDE BULUNAN KAPALI BİR YÜZEYİN ÇEVRELEDİĞİ BİR CİSME SIVININ YAPTIĞI ETKİ, HACMİ BU CİSMİN HACMİNE EŞİT SIVININ AĞIRLIĞINDAN BÜYÜKSE CİSİM YÜZER.

4) YÜZEN CİSİMLERİN DENGESİ

a) GENEL KAVRAMLAR VE TANIMLAR

Bir bölümü hareketsiz sıvı içinde bulunan denge halindeki cisimlere HİDROLİKTE, genellikle, SABİH ya da YÜZEN CİSİMLER denir. Daha önce açıklamış olduğumuz ARŞİMED KANUNUNA göre yüzen cisme etkiyen diğer bir deyişle yüzen cisim kaldıran kuvvet, hacmi yüzen cismin hareket ettiği sıvı içinde kalan bölümünün hacmine eşit sıvının ağırlığına eşdeğerdir. Yüzen cismin bulunduğu hareketsiz sıvının serbest yüzüne SU KESİMİ DÜZLEMİ adı verilir. Su kesimi düzleminin yüzen cisim kesmesinde elde edildiği tasarlanan yüzeye KESİM, kesimi çevreleyen kapalı eğriye de SU KESİMİ ÇİZGİSİ denir. Su kesimi düzleminin yüzen cisim kesmesinde elde edildiği tasarlanan yüzeyin yani kesimin her düzlem yüzey gibi geometrik ağırlık merkezi vardır. Kesimin geometrik ağırlık merkezi KESİM MERKEZİ olarak adlandırılır. Yüzen cismin hareketsiz sıvı içinde kalan ve su kesimi düzleminin altında bulunan bölümüne KARİNA denir. Karinanın geometrik ağırlık merkezine İTKİ MERKEZİ ya da KARİNA MERKEZİ adı verilir. Aynı hacimli karınalar oluşturan kesimler de vardır. İşte aynı hacimli karınalar oluşturan kesimler, Hidrolikte, İZOKAREN KESİMLER olarak adlandırılırlar. Aynı hacimli karınalar oluşturan iki izokaren kesimin arakesitine EĞİM EKSENİ denir. Karina merkezi yüzen cisimler için çok önemlidir. Yüzen cisim kaldıran kuvvetin doğrultusunun karina merkezinden geçmesi gerekir.

b) DENGESİ KOŞULLARI

Bir yüzen cismin dengede olabilmesi için şu koşulların gerçekleşmesi gerekir:

- 1°) Yüzen cismin ağırlık merkezi ile karina merkezi, hareketsiz sıvının serbest yüzüne dik bir eksen üzerinde olmalıdır,
- 2°) Kesim düzlemi sıvının serbest yüzü üzerinde bulunmalıdır.

ARŞİMED TEOREMİ

Aynı hacimli karınalar oluşturan kesimlerin arakesiti diğer bir deyişle eğim eksenini kesimlerin geometrik ağırlık merkezinden yani kesim merkezinden geçer. Arşimed Teoremini tanımlayabilmek için (Şekil - 3.4)'de görüldüğü gibi bir yüzen cisimden yararlanılır. Şekilde, iki izokaren kesit elde etmek düşüncesi ile yüzen cismin hareketsiz olduğu varsayılarak su kesimi düzleminin durumu değiştirilmiştir. Su kesimi düzlemi yatay durumda elde edilen kesimin alanını (S) ve su kesimi düzleminin yatay düzlemle (θ) açısı yaptığı zaman elde edilen kesimin alanını da (S₁) ile gösterelim. Yatay ve eğik kesimlerde (M) ve (M₁) noktaları aynı eksen üzerinde bulunmaktadır. (M) noktasını çevreleyen yüzey elemanının alanını (ds), (M) ve (M₁) noktaları arasındaki seviye farkını da (z) ile gösterirsek taban alanı (ds) ve yüksekliği de (z) olan silindirin hacmi (z . ds) olur. Taban alanı (ds), yüksekliği de (z) olan silindirin hacmini (dv) ile gösterirsek dv = z . ds eşitliğini yazabiliriz. Bu diferansiyel denklemin (oy) ekseninin sol tarafında kalan (S¹) yüzeyi için integralini alırsak (AB) kesiminde (oy) ekseninin sol tarafında kalan (S¹) yüzeyi ile ilgili hacmi buluruz. (AB) kesiminde, (oy) ekseninin sol tarafında kalan (S¹) yüzeyi ile ilgili hacmi (v₁) ile gösterirsek dv = z . ds şeklinde verilmiş olan diferansiyel denklemin (S¹) yüzeyi için integrali

$$v_1 = \int_{S^1} z \cdot ds \quad \text{olur.}$$

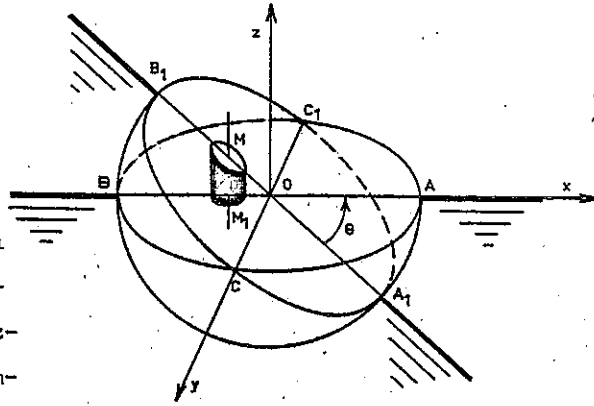
(AB) kesiminde, (oy) ekseninin sağ tarafında kalan (S¹¹) yüzeyi ile ilgili hacmi bulmak için dv = z . ds şeklinde verilmiş olan diferansiyel denklemden yararlanılır. (AB) kesiminde, (oy) ekseninin sağ tarafında (S¹¹) yüzeyi ile ilgili hacmi (v₂) ile gösterirsek

$dv = z \cdot ds$ şeklinde verilmiş olan diferansiyel denklemin (S^{11}) yüzeyi için integrali

$$V_2 = \int_{S^{11}} z \cdot ds \quad \text{olur.}$$

(S) ve (S_1) kesimleri aynı hacimli karinalar oluşturmaktadırlar. Su kesimi düzlemi altında bulunan hacimlerin aynı kalabilmeleri

için (V_1) 'in (V_2) 'ye eşit olması gerekir. Çünkü su kesimi düzlemi yatay düzlemle (θ) açısı yaptığı zaman (Şekil - 3.4)'de de görüldüğü gibi (S) kesiminin altında kalan hacim (V_2) kadar azalmakta buna karşın (S_1) kesiminin altında kalan hacim de (V_1) kadar artmaktadır.



(Şekil - 3.4)

$$V_1 + V_2 = \int_{S^1} z \cdot ds + \int_{S^{11}} z \cdot ds = 0$$

$$\int_{S^1} z \cdot ds + \int_{S^{11}} z \cdot ds = \int_S z \cdot ds = 0$$

$$z = y \cdot \text{tg } \theta$$

$$\int_{S^1} y \cdot ds + \int_{S^{11}} y \cdot ds = \int_S y \cdot ds = 0$$

$$\int_S y \cdot ds = y_0 \cdot S = 0$$

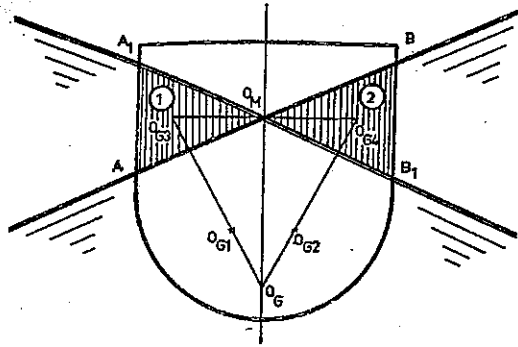
(S) yani kesim alanı sıfırdan büyüktür. Kesim alanı (S) ile (y_0) 'ın çarpımının sıfır olabilmesi için (y_0) 'ın sıfır olması gerekir. (y_0) sıfır olursa aynı hacimli karinalar oluşturan iki izokarenin arakesiti yani eğim eksenini izokarenlerin ağırlık merkezinden geçer.

2) DUPIN TEOREMİ

Dupin Teoremini açıklamadan ve ispatını yapmadan önce KESİM YÜZEYİ, KESİM DÜZLEMİ ve İTKİLER YÜZEYİ olarak ifade edilen bazı temel kavramların tanımını yapmak gerekir. Yukarıda ispatını yaptığımız LACROIX TEOREMİNE göre eğim eksenini, izokaren kesimlerin ağırlık merkezinden geçer. İşte kesimlerin ağırlık merkezinden diğer bir deyişle kesim merkezinden geçen ortak yüzeye KESİM YÜZEYİ, kesim merkezinden geçen ve eğim eksenine dik olan düzleme de kesim düzlemi denir. Karinanın yatay yüzey cismin su kesimi düzleminin altında kalan bölümünün ağırlık merkezi, yüzen cismin durumuna göre değişir. Genellikle, yüzen cismin çeşitli izokaren durumunu karşılayan karina merkezlerinin geometrik yerine İTKİLER YÜZEYİ ya da KARINALAR YÜZEYİ adı verilir. Kesim yüzeyi, kesim düzlemi ve itki yüzeyi gibi kavramlara değgin bu tanımlardan sonra DUPIN TEOREMİNİ şöyle ifade edebiliriz:

" İTKİLER YÜZEYİNİN HERHANGİ BİR NOKTASINDA İTKİLER YÜZEYİNE TEĞET OLAN BİR DÜZLEM, SU KESİMİ DÜZLEMİNE PARALELDİR."

DUPIN TEOREMİNİ tanımlayabilmek için (Şekil - 3.5)'de görülen yüzen cisimden yararlanılır. (AB) ve (A_1B_1) birbirine çok yakın olan izokaren kesimleri göstermektedir. (AB) kesiminin altında kalan karinanın itki merkezini (O_{G2}) , (A_1B_1) kesiminin altında kalan karinanın itki merkezini de (O_{G1}) ile gösterelim. (AB) ve (A_1B_1) kesimlerini oluşturan su kesimi düzlemlerinin birbirini kesmesinden hacimleri birbirine eşit olan iki dilim meydana gelir. Bu dilimlerin sınırladıkları



(Şekil - 3.5)

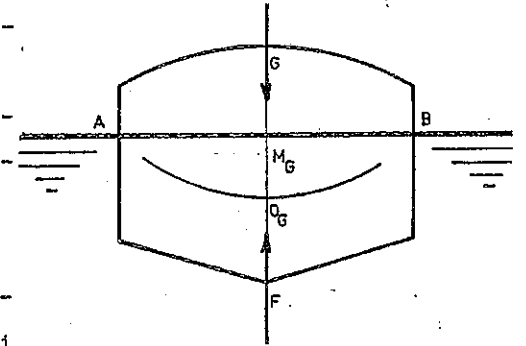
karınaların ortak bölümünün ağırlık merkezi (O_G), hacmi (V), dilimlerin ayrı ayrı hacimleri (v), ağırlık merkezleri de sırası ile (O_{G3}) ve (O_{G4}) olsun. Karınaların hacmi, ortak bölümün hacmi ile dilimlerden birinin hacminin toplamına eşittir. Bunun için (AB) kesiminin altında kalan karınanın ağırlık merkezi (O_{G2}) ile ortak bölümün ağırlık merkezi (O_G) ve 2. dilimin ağırlık merkezi (O_{G4}) (T_2) doğrusu üzerinde, (A_1B_1) kesiminin altında kalan karınanın ağırlık merkezi (O_{G1}) ile de ortak bölümün ağırlık merkezi (O_G) ve 1. dilimin ağırlık merkezi (O_{G3}) (T_1) doğrusu üzerinde bulunurlar. Bu durumda

$$\frac{O_G O_{G1}}{O_G O_{G3}} = \frac{O_G O_{G2}}{O_G O_{G4}} = \frac{v}{V}$$

eşitliklerini yazabiliriz. Bu eşitliklerin yazılabilmesi için ($O_{G1} O_{G2}$) doğrusunun ($O_{G3} O_{G4}$) doğrusuna paralel olması gerekir. Eğer (AB) kesimi (A_1B_1) kesimine bir limit olarak yaklaştırılırsa (O_{G1}) noktası da (O_{G2}) noktasına bir limit olarak yaklaşır ve ($O_{G1} O_{G2}$) doğrusu (O_{G1}) noktasında itki yüzeyine teğet olur. (O_{G1}) itki merkezinden geçen kaldırma kuvveti diğer bir deyişle itki, yüzen cismin bu durumuna dengin kesime diktir. İtki kesime dik olursa itki yüzeyine (O_{G1}) noktasında teğet olan düzleme de dik olur. Açık olarak görülmektedir ki, itki yani kaldırma kuvveti, karınanın itki merkezinde itki yüzeyine teğet olan düzleme diktir.

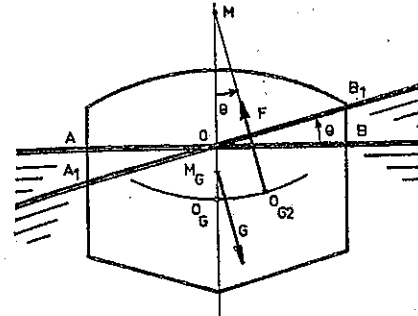
c) YÜZEN CİSİMLERİN DENGİ DURUMU

Hareketsiz sıvı içinde, dengede olan bir yüzen cisme etkiyen yerçekimi kuvveti ile kaldırma kuvveti yani itki aynı doğrultu üzerinde bulunurlar. Eşit değerli ve zıt yönlüdürler. Yüzen cisme etkiyen yerçekimi kuvveti ile itkinin buldukları doğru, (Şekil - 3.6)'da da görüldüğü gibi, yüzen cismin ağırlık merkezinden geçer ve kesim yüzeyi ile itki yüzeyine diktir.



(Şekil - 3.6)

Bir yüzen cismin ağırlık merkezi bilinirse denge durumunu arştırmak kolaylaşır. Ağırlık merkezi bilinen bir yüzen cismin denge durumunu göstermek için yüzen cismin ağırlık merkezinden kesim yüzeyine dikmeler çizmek gerekir. (Şekil-3.7)'de de görüldüğü gibi, dengeyi sağlayan

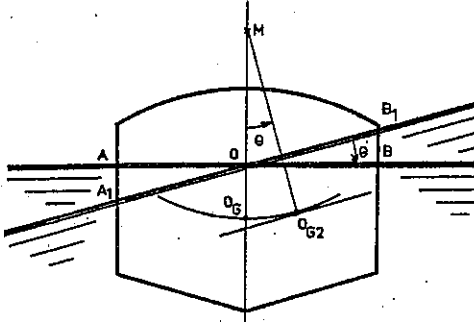


(Şekil - 3.7)

kuvvetlerden (F), (O_{G2}) noktasında itki yüzeyine teğet olan düzleme dik ve bu nedenle yüzen cismin ağırlık merkezinden geçen kesim düzlemine dik (G) kuvvetine de paraleldir. Yüzen cisimlerin denge durumu incelenirken kararlı ve kararsız denge ile karşılaşılır. Dengede olan bir yüzen cisme eğiklik verildiği zaman yüzen cisme etkiyen yerçekimi kuvveti ile kaldırma kuvvetinin yani itkinin oluşturdukları kuvvet çifti yüzen cisimi eski durumuna getiriyorsa yüzen cismin dengesine kararlı denge, yüzen cisim dengeden uzaklaştırıyorsa yüzen cismin dengesine kararsız denge denir.

İtki merkezi yani karina merkezinin yeri devamlı olarak değişir ve

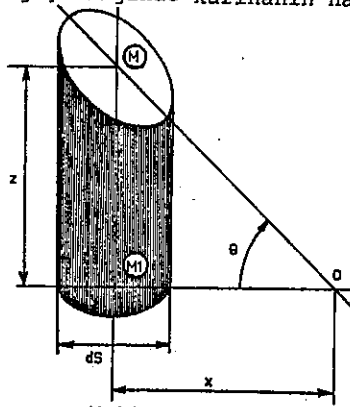
merkezi (M) eğrilik yarıçapı da (M_0) olan daire yayı üzerinde bulunur. İşte, yüzen cismin durumuna bağlı olarak itme merkezinin çizdiği çember parçasının merkezine Hidrolikte METAMERKEZ denir. Yukarıda tanımlamış olduğumuz biçimde dengenin kararlı denge olabilmesi için yüzen cismin ağırlık merkezinin metamerkezin altında bulunması gerekir. Eğer yüzen cismin ağırlık merkezi metamerkezin altında bulunmazsa yüzen cismin dengesi kesinlikle kararsız denge olur. Bu açıklamalardan sonra, Şimdi, bilinen eğim eksenine göre metamerkezin yerinin nasıl tayin edildiğini göstereceğiz.



(Şekil - 3.8)

Bilinen eğim eksenine göre metamerkezin yerini tayin edebilmek için (Şekil - 3.8)'de görüldüğü gibi iki izokaren alınır. Bu izokaren kesimlerin altında kalan karinaların ağırlık merkezlerini (O_G) ve (O_{G2}) ile gösterelim. İtme, daha önce de açıklamış olduğumuz gibi, ARŞİMED KANUNUNA göre hacmi karinanın hacmine eşit sıvının ağırlığına eşdeğerdir. Bu nedenle, yüzen cisim

hareketsiz sıvı içinde birinci durumdan ikinci duruma geçerken itki değişmez. Ayrıca yüzen cismin durum değişikliğinde karinanın hacmi de azaldığı kadar artar. Azalan ya da artan hacim dilimlerinin üzerinde, (Şekil - 3.9)'da görüldüğü gibi, bir silindirik hacim elemanı alalım. Eğer silindirik hacim elemanının hacmini (dv), yüksekliğini (z) ve kesit alanını da (ds) ile gösterirsek $dv = z \cdot ds$ eşitliğini yazabiliriz.



(Şekil - 3.9)

Azalan ya da artan hacim dilimleri üzerinde alınan bir silindirik hacim elemanına sıvının yaptığı etki, hacmi silindirik sıvı elemanının hacmine eşit sıvının ağırlığına eşdeğerdir. Sıvının özgül ağırlığını (γ), silindirik hacim elemanına sıvının yaptığı etkiyi de (dF) ile gösterirsek $dF = \gamma \cdot dv$ eşitliğini yazabiliriz.

$$dF = \gamma \cdot dv$$

$$dv = z \cdot ds$$

$$z = x \cdot \tan \theta$$

$$dF = \gamma \cdot dv = \gamma \cdot z \cdot ds = \gamma \cdot x \cdot \tan \theta \cdot ds$$

$$dF = \gamma \cdot x \cdot \tan \theta \cdot ds$$

Silindirik hacim elemanına sıvının yaptığı etkinin kesim merkezine göre momentini almak için etki ile etkiyi gösteren vektör üzerine kesim merkezinden indirilen dikmenin uzunluğunu çarpmak gerekir. Kesim merkezinden etkiyi gösteren vektör üzerine indirilen dikmenin uzunluğu (x)'tir. İtkinin kesim merkezine göre momentini (dM) ile gösterirsek $dM = x \cdot dF$ eşitliğini yazabiliriz.

$$dM = x \cdot dF$$

$$dF = \gamma \cdot x \cdot \tan \theta \cdot ds$$

$$dM = x \cdot dF = x \cdot \gamma \cdot x \cdot \tan \theta \cdot ds = \gamma \cdot x^2 \cdot \tan \theta \cdot ds$$

$$dM = \gamma \cdot x^2 \cdot \tan \theta \cdot ds$$

Artan ve azalan hacim dilimlerini oluşturan silindirik hacim elemanlarına etkiyen kuvvetlerin kesim merkezine göre momentlerinin toplamını bulmak için $dM = \gamma \cdot x^2 \cdot \tan \theta \cdot ds$ şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin kesim alanı için integralini almak gerekir. Artan ve azalan hacim dilimlerini oluşturan silindirik hacim elemanlarına etkiyen kuvvetlerin kesim merkezine göre momentlerinin toplamını (M) ve kesim alanını da (S) ile gösterirsek $dM = \gamma \cdot x^2 \cdot \tan \theta \cdot ds$ şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin kesim alanı (S) için integrali

$$M = \gamma \cdot \text{tg } \theta \int_S x^2 \cdot ds \quad \text{olur.}$$

Bu eşitlikte yer alan $\int_S x^2 \cdot ds$, kesimin merkezinden geçen (O) eksenine göre eylemsizlik momentidir. Kesimin kesim merkezinden geçen (ox) eksenine göre eylemsizlik momenti (I_O) ile gösterilir.

$$M = \gamma \cdot \text{tg } \theta \int_S x^2 \cdot ds \text{ eşitliğinde } \int_S x^2 \cdot ds \text{ yerine } (I_O)$$

yazacak olursak $M = \gamma \cdot I_O \cdot \text{tg } \theta$ eşitliğini elde ederiz. Şimdi de durumu değişen yüzen cisme etkileyen kaldırma kuvvetinin yüzen cismin durumu değişmeden önceki karına merkezine göre momentini alalım. Bunun için durumu değişen yüzen cisme etkileyen kaldırma kuvveti ile bu kuvveti gösteren vektör üzerine yüzen cismin durumu değişmeden önceki karına merkezinden indirilen dikmenin uzunluğunu çarpmak gerekir. Kaldırma kuvvetini (F), kaldırma kuvvetini gösteren vektör üzerine yüzen cismin durumu değişmeden önceki karına merkezinden indirilen dikmenin uzunluğunu (I_x) ve kaldırma kuvvetinin yüzen cismin durumu değişmeden önceki karına merkezine göre momentini de (M_1) ile gösterirsek $M_1 = F \cdot I_x$ eşitliğini yazabiliriz. (MO_C) eğrilik yarıçapıdır ve (R) ile gösterilir.

$$M_1 = F \cdot I_x$$

$$I_x = R \cdot \sin \theta$$

$$M_1 = F \cdot I_x = F \cdot R \cdot \sin \theta$$

$$M_1 = \gamma \cdot I_O \cdot \text{tg } \theta$$

Kesim merkezi ile karına merkezi aynı düşey eksen üzerinde bulunmaları için artan ve azalan hacim dilimlerini oluşturan silindirik hacim elemanlarına etkileyen kuvvetlerin kesim merkezine göre momentlerinin toplamı, durumu değişen yüzen cisme etkileyen kaldırma kuvvetinin yüzen cismin durumu değişmeden önceki karına merkezine göre momentine eşittir.

$$M = \gamma \cdot I_O \cdot \text{tg } \theta$$

$$M_1 = F \cdot R \cdot \sin \theta$$

$$M = M_1$$

$$\gamma \cdot I_O \cdot \text{tg } \theta = F \cdot R \cdot \sin \theta$$

$$R = \frac{I_O \cdot \text{tg } \theta}{F \cdot \sin \theta}$$

$$I / V = \gamma / F$$

$$\text{tg } \theta / \sin \theta = I / \cos \theta = I$$

$$R = \frac{\gamma \cdot I_O \cdot \text{tg } \theta}{F \cdot \sin \theta} = \frac{I_O}{V}$$

$$R = \frac{I_O}{V}$$

Yapmış olduğumuz bu matematik açıklama göstermektedir ki, eğrilik yarıçapı (R), kesimin kesim merkezinden geçen (ox) eksenine göre eylemsizlik momenti (I_O) ile doğru orantılı, karınanın hacmi (V) ile de ters orantılıdır. Eğrilik yarıçapı (R), kesimin kesim merkezinden geçen (ox) eksenine göre eylemsizlik momenti (I_O) ve karına hacmi (V) arasındaki ilişkiyi gösteren eşitliği çıkardıktan sonra, şimdi metamerkez yerinin değişimi üzerinde duracağız. Kesim, düşey (oz) eksenini çevresinde döndürülürse (ox) eksenini de döner ve kesimin kesim merkezinden geçen (ox) eksenine göre eylemsizlik momenti değişir. Kesimin düşey (oz) eksenini çevresinde döndürülmesi halinde kesim merkezinden geçen (ox) eksenine göre kesimin eylemsizlik momentinin en küçük değerini (I_{\min}), en büyük değerini de (I_{\max}) ile gösterebiliriz. Buna göre, eylemsizlik momenti (I_{\min}) olduğu zaman eğrilik yarıçapı $R_1 = I_{\min} / V$ eylemsizlik momenti (I_{\max}) olduğu

zaman eğrilik yarıçapı da $R_2 = I_{\max} / V$ olur. Eğrilik yarıçapı (R_1) olduğu zaman metamerkez yerini (M_1) ve eğrilik yarıçapı (R_2) olduğu zaman metamerkez yerini de (M_2) ile gösterelim. Herhangi bir yüzen cisme değgin metamerkez yeri, eğrilik yarıçapı (R_1) olduğu zamanki metamerkez yeri (M_1) ile eğrilik yarıçapı (R_2) olduğu zamanki metamerkez yeri (M_2) arasında değişir.

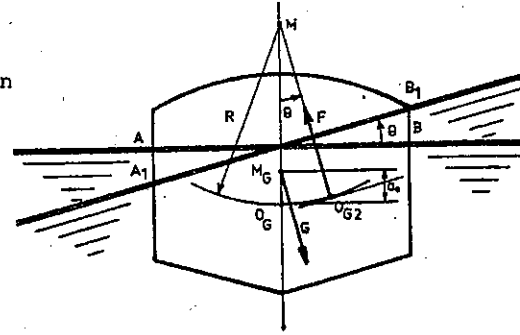
Metamerkez yerinin değişimini bu şekilde inceledikten sonra şimdi de metamerkez yerinin dengeye olan etkisini inceleyeceğiz.

Metamerkez yerinin dengeye olan etkisini inceleyebilmek için dengede olan bir yüzen cismin (Şekil - 3.10)'da görüldüğü gibi (θ) açısı kadar döndürüldüğünü kabul edelim. Yüzen cisme etkiyen iki kuvvet vardır. Bunlardan biri yüzen cismin ağırlık merkezinden geçen ağırlık kuvveti (G) ve diğeri de itki merkezinden

geçen kaldırma kuvveti (F)'dir. Yüzen cismin ağırlık merkezinden geçen ağırlık kuvveti (G) ile itki merkezinden geçen kaldırma kuvveti (F) eşit değerli, zıt yönlü paralel kuvvetlerdir ve bu kuvvetler bir kuvvet çifti oluştururlar. (G) ve (F) kuvvetlerinin oluşturdukları kuvvet çiftine, Hidrolikte, DOĞRULTMA ÇİFTLEYİ denir.

Doğrultma çiftleyinin görevi, herhangi bir nedenle (θ) açısı kadar dönen yüzen cisimi başlangıçtaki duruma getirmektir.

Bir kuvvet çiftinin, kuvvet çifti düzlemi üzerinde bulunan bir noktaya göre momenti, kuvvet çiftini oluşturan kuvvetlerden biri ile kuvvet çifti kolunun çarpımına eşittir. (G) ve (F) kuvvetlerinin oluşturdukları



(Şekil - 3.10)

kuvvet çiftinin kuvvet çifti düzlemi üzerinde bulunan bir noktaya göre momentini (M_C), kuvvet çifti kolunun uzunluğunu da (b) ile gösterecek olursak, yukarıda yapmış olduğumuz tanıma göre,

$$M_C = F \cdot b$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$M_C = F \cdot b$$

$$b = (R - a_0) \cdot \sin \theta$$

$$M_C = F \cdot b = F \cdot (R - a_0) \cdot \sin \theta$$

$$M_C = F \cdot (R - a_0) \cdot \sin \theta$$

$$R = \frac{I_0}{V}$$

$$M_C = F \cdot (R - a_0) \cdot \sin \theta = F \cdot \left(\frac{I_0}{V} - a_0 \right) \cdot \sin \theta$$

$$M_C = F \cdot \left(\frac{I_0}{V} - a_0 \right) \cdot \sin \theta$$

eşitliği ile

$$\gamma = \frac{F}{V}$$

eşitliğinin birleşiminden de son olarak

$$M_C = \gamma \cdot I_0 \cdot \sin \theta - F \cdot a_0 \cdot \sin \theta$$

eşitliğini elde ederiz.

BİR YÜZEN CİSMİN DENGEDE KALABİLMESİ İÇİN (F) VE (G) KUVVETLERİNİN OLUŞTURDUKLARI KUVVET ÇİFTİNİN, KUVVET ÇİFTİ DÜZLEMİ ÜZERİNDE BULUNAN BİR NOKTAYA GÖRE MOMENTLERİNİN SIFIRDAN BÜYÜK OLMASI GEREKİR.

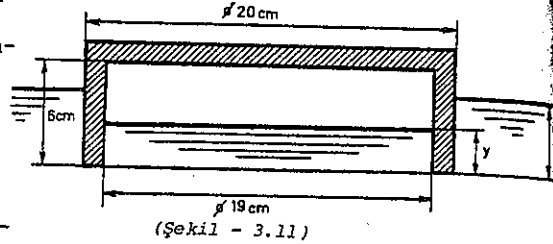
$$(\gamma \cdot I_0 \cdot \sin \theta - F \cdot a_0 \cdot \sin \theta) > 0$$

$$(R - a_0) > 0$$

ÖRNEK PROBLEMLER

3. I. PROBLEM

(Şekil . 3.II)'de, ana boyutları verilmiş olan bir tarafı açık ve ters olarak suyun içerisine daldırılmış silindirik bir kab görülmektedir. Kabin ağırlığı (200 g)'dır. Ters olarak suyun içerisine daldırılan kab dengede olduğuna göre, kabin içinde kalan havanın efektif basıncını ve kabin su içinde kalan bölümünün yüksekliği ile kabin içindeki su seviyesini hesaplayınız. (Bu problem çözümlenirken atmosfer basıncı $P_{atm} = 10^4 \text{ kg / m}^2$ kabul edilecektir.)



3. I. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Kabin içinde kalan havanın efektif basıncı, kabin su içinde kalan bölümünün yüksekliği ve kabin içindeki su seviyesi bilinmemektedir. Bu bilinmeyenlerin bulunabilmesi için bilinmeyenleri içeren üç denkleme gereksinim vardır. Şimdi bilinmeyenleri içeren üç denklemi kuracağız.

Silindirik kabin ters olarak suya daldırılmadan önce içerdiği havanın hacmini (V_1), mutlak basıncını (P_{m1}) ile gösterelim. Silindirin içinde kalan havanın hacmi (V_2), efektif basıncı da (P_2) olsun.

BOYLE - MARIOTTE KANUNUNA göre

$$P_{m1} \cdot V_1 = P_{m2} \cdot V_2$$

eşitliğini yazabiliriz. (P_{m2}) silindirik kabin içinde kalan havanın mutlak basıncıdır ve atmosfer basıncı ile efektif basıncın toplamına eşittir.

$$P_{m1} = P_{atm} = 10^4 \text{ kg / m}^2$$

$$P_{m2} = P_{atm} + P_2 = 10^4 + P_2$$

$$V_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h = \frac{3,14 \cdot (0,19)^2}{4} \cdot 0,06 = 0,0017 \text{ m}^3$$

$$V_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h = \frac{3,14 \cdot (0,19)^2}{4} \cdot (0,06 - x)$$

$$V_2 = 0,0017 - 0,0283 \cdot x$$

bulduğumuz bu değerleri

$$P_{m1} \cdot V_1 = P_{m2} \cdot V_2$$

eşitliğinde yerlerine koyacak olursak

$$0,0017 \cdot P_2 - 0,0283 \cdot P_2 \cdot x - 283 \cdot x = 0$$

eşitliğini elde ederiz.

Silindirik kabin su ile temas eden yüzü üzerinde bir (A) noktası alalım. (A) noktasındaki basınç

$$P_A = \gamma \cdot x$$

$$P_A = P_2 + \gamma \cdot y$$

eşitlikleri ile ifade edilir. ($\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$) olduğuna göre, bu eşitliklerin birleşiminden

$$10^3 \cdot x = P_2 + 10^3 \cdot y$$

eşitliğini elde ederiz.

Silindirik kabin ağırlığı, bilindiği gibi, kaldırma kuvvetine eşittir. Silindirik kabin ağırlığını (G), kaldırma kuvvetini de (F) ile gösterecek olursak

$$G = F$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$G = 0,2 \text{ kg}$$

$$F = P_2 \cdot S_2 + \gamma \cdot (S_1 - S_2) \cdot x$$

$$S_1 = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 0,0314 \text{ m}^2$$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 0,0283 \text{ m}^2$$

$$F = P_2 \cdot S_2 + \gamma \cdot (S_1 - S_2) \cdot x = 0,0283 \cdot P_2 + 10^3 \cdot (0,0314 - 0,0283)$$

$$F = 0,0283 \cdot P_2 + 3,1 \cdot x$$

Bulduğumuz bu değerleri

$$G = F$$

eşitliğinde yerlerine koyacak olursak

$$0,200 = 0,0283 \cdot P_2 + 3,1 \cdot x$$

eşitliğini elde ederiz.

$$(1) \quad 0,0017 \cdot P_2 - 0,0283 \cdot P_2 \cdot x - 283 \cdot x = 0$$

$$(2) \quad 10^3 \cdot x = P_2 + 10^3 \cdot y$$

$$(3) \quad 0,200 = 0,0283 \cdot P_2 + 3,1 \cdot x$$

Bu eşitliklerden yararlanılarak

$$P_2 = 0,0007 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

$$x = 0,006129 \text{ m}$$

$$y = 0,00593 \text{ m}$$

bulunur.

3.2. PROBLEM

Kurşun ve mantardan yapılmış olan homojen bir kürenin ağırlığı (24 kg)'dır. Bu küre suyun içerisine bırakıldığı zaman su kesimi düzlemi ağırlık merkezinden geçmektedir. Kurşunun özgül ağırlığı ($\gamma_1 = 11,3 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$), mantarın özgül ağırlığı da ($\gamma_2 = 0,24 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$)'dir. Kürenin çapı ile küreyi oluşturan kurşun ve mantarın hacmini hesaplayınız.

3.2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

ARŞİMED KANUNUNA göre, hareketsiz sıvı içerisine daldırılan bir

etkiyen kaldırma kuvveti, hacmi cismin sıvı içinde bulunan bölümünün hacmine eşit sıvının ağırlığına eşdeğerdir.

Su kesimi düzlemi, kurşun ve mantardan yapılmış olan homojen kürenin ağırlık merkezinden geçtiğine göre, küreye etkiyen kaldırma kuvveti, kürenin hacminin yarısına eşit suyun ağırlığına eşdeğer olur. Kaldırma kuvvetini (F), kürenin su içinde kalan bölümünün hacmini (V_1) suyun özgül ağırlığını da (γ) ile gösterecek olursak

$$F = V_1 \cdot \gamma$$

eşitliğini yazabiliriz.

küreye etkiyen kaldırma kuvveti kürenin ağırlığına eşittir.

$$F = 24 \text{ kg}$$

$$\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$$

$$V_1 = \frac{I}{2} \cdot \frac{I}{6} \cdot \pi \cdot d^3$$

bu için

$$24 = \frac{10^3}{12} \cdot \pi \cdot d^3$$

eşitliğini elde ederiz.

$$d = \sqrt[3]{\frac{24 \cdot 12}{10^3 \cdot 3,14}} = 0,44979 \text{ m}$$

$$d = 0,44979 \text{ m}$$

Küreyi oluşturan kurşunun hacmini (V_x), mantarın hacmini de (V_y) gösterelim. Buna göre

$$V_x + V_y = V$$

$$V_x \cdot \gamma_1 + V_y \cdot \gamma_2 = G$$

eşitliklerini yazabiliriz.

$$V_x + V_y = 0,048$$

$$11,3 \cdot 10^3 \cdot V_x + 0,24 \cdot 10^3 \cdot V_y = 24$$

Bu eşitliklerden yararlanılarak

$$V_x = 0,001129 \text{ m}^3$$

$$V_y = 0,046871 \text{ m}^3$$

bulunur.

3.3. PROBLEM

Özgül ağırlığı ($\gamma_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$) olan yağla bundan daha ağır bir sıvıyı iki ayrı faz halinde içeren bir kabın içerisine, (Şekil - 3.12)'de görüldüğü gibi, küresel bir cisim atılmıştır. Küresel cismin özgül ağırlığı ($\gamma = 0,85 \text{ kg / dm}^3$)'tür. Küresel cisim dengede iken merkezi, özgül ağırlıkları farklı olan sıvıların ayırma yüzünün ($d/3$) kadar üstünde bulunmaktadır. Buna göre, kabın içinde bulunan diğer sıvının özgül ağırlığını hesaplayınız.

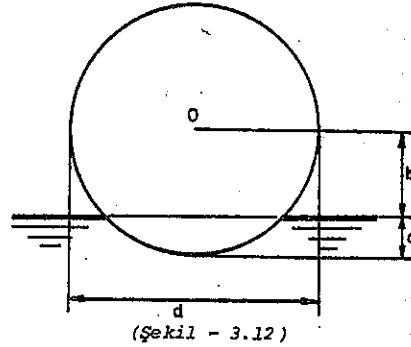
3.3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Küresel cisim dengede olduğuna göre, küresel cisme etkiyen kaldırma kuvveti, hacimlerinin toplamı küresel cismin hacmine eşit sıvıların ağırlıklarının toplamına eşdeğerdir. Küresel cismin, özgül ağırlığı (γ_1) olan sıvı içinde kalan bölümünün hacmini (V_1), özgül ağırlığı (γ_2) olan sıvı içinde kalan bölümünün hacmini (V_2) ve küresel cismin hacmini de (V) ile gösterecek olursak

$$V \cdot \gamma = V_1 \cdot \gamma_1 + V_2 \cdot \gamma_2$$

eşitliğini yazabiliriz.

Küresel cismin özgül ağırlığı (γ_1) olan sıvı içinde kalan bölümünün hacmi



$$V_1 = \frac{\pi \cdot a^2}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot d - a \right)$$

yararlanılarak hesaplanabilir.

$$b = \frac{d}{3}$$

$$a = \frac{d}{2} - b = \frac{d}{2} - \frac{d}{3} = \frac{d}{6}$$

$$a = \frac{d}{6}$$

$$\left(\frac{3}{2} \cdot d - a \right) = \frac{\pi \cdot a^2}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot d - \frac{d}{6} \right) = \frac{\pi \cdot d^3}{81}$$

$$V_1 = \frac{\pi \cdot d^3}{81}$$

$$V_2 = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 - \frac{\pi \cdot d^3}{81} = \frac{25}{162} \cdot \pi \cdot d^3$$

$$V_2 = \frac{25}{162} \cdot \pi \cdot d^3$$

$$V \cdot \gamma = V_1 \cdot \gamma_1 + V_2 \cdot \gamma_2$$

İnde, yukarıda bulmuş olduğumuz değerleri yerlerine koyalım. Bu

$$0,85 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 = \gamma_1 \cdot \frac{1}{81} \cdot \pi \cdot d^3 + 0,8 \cdot 10^3 \cdot \frac{25}{162} \cdot \pi \cdot d^3$$

İni elde ederiz. Bu eşitlikten yararlanılarak

$$\gamma_1 = 1,4742 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$$

PROBLEM

($d = 70 \text{ cm}$), ağırlığı da ($G = 192,422 \text{ kg}$) olan silindirik bir cisim, (Şekil - 3.13)'te görüldüğü gibi suya bırakılıyor. Silindirik cisim kararlı dengede olduğuna göre (h) yüksekliğini hesaplayınız.

3.4. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

$$R = \frac{I_o}{V}$$

$$F = V \cdot \gamma = \frac{3,14 \cdot (0,70)^2}{4} \cdot 10^3 \cdot h_y$$

$$F = 0,384845 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$192,422 = 0,84845 \cdot 10^3 \cdot h_y$$

$$h_y = 0,5 \text{ m}$$

$$I_o = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot (0,70)^4}{64} = 0,0117 \text{ m}^4$$

$$I_o = 0,0117 \text{ m}^4$$

$$R = \frac{I_o}{V} = \frac{0,0117 \cdot 10^3}{192,422} = 0,0608 \text{ m}$$

$$R = 0,0608 \text{ m}$$

silindirik şamandıranın kararlı dengede olabilmesi için $R > a_o$ koşulunun gerçekleşmesi gerekir.

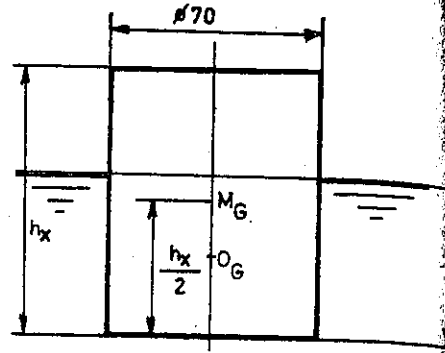
$$a_o = M_G O_G = \frac{h_x}{2} - \frac{h_y}{2} = \frac{h_x}{2} - 0,25$$

$$a_o = \frac{h_x}{2} - 0,25$$

$$0,0608 > \left(\frac{h_x}{2} - 0,25 \right)$$

$$h_x < 0,6216 \text{ m}$$

Bu açıklama, uyarınca silindirik şamandıranın kararlı dengede olabilmesi için yüksekliğinin (0,6216 m)'den daha küçük olması gerekir.



(Şekil - 3.13)

3.5. PROBLEM

(Şekil - 3.14)'de, su içine bırakılmış (A), (B) ve (C) Prizma-

parçalarının oluşturdukları bir cisim görülmektedir. (A) ve (B)

prizmatik parçaları özgül ağırlığı

$\gamma_1 = 0,24 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$) olan man-

dan ve (C) prizmatik parçası da

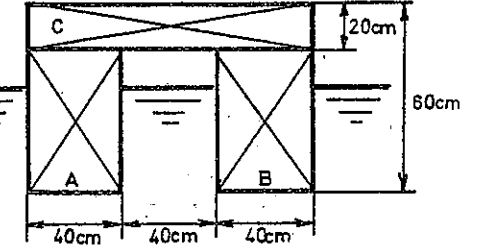
özgül ağırlığı ($\gamma_2 = 0,6 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$)

malzemedan imâl edilmişlerdir.

Prizmatik parçaların genişliği (l_m)

güne göre metamerkez yerini bularak dengenin kararlı denge olup

olduğunu araştırınız.



(Şekil - 3.14)

3.5. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(x) Metamerkez yerini bulmadan önce cisme etkiyen kaldırma kuvveti

ve cismin su içinde kalan bölümünün yüksekliğini bulmak gerekir.

Cismin ağırlığını (G) ile gösterelim. (A) parçasının ağırlığı

G_A), (B) parçasının ağırlığı (G_B) ve (C) parçasının ağırlığı da (G_C)

olursa

$$G = G_A + G_B + G_C$$

ifadesini yazabiliriz.

$$G_A = \gamma_1 \cdot V_A = 0,24 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 1 = 38,4 \text{ kg}$$

$$G_A = 38,4 \text{ kg}$$

$$G_B = \gamma_1 \cdot V_B = 0,24 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 1 = 38,4 \text{ kg}$$

$$G_B = 38,4 \text{ kg}$$

$$G_C = \gamma_2 \cdot V_C = 0,6 \cdot 10^3 \cdot 0,20 \cdot 1,2 = 144 \text{ kg}$$

$$G_C = 144 \text{ kg}$$

$$G = G_A + G_B + G_C = 2 \cdot 38,4 + 144 = 220,8 \text{ kg}$$

$$G = 220,8 \text{ kg}$$

Cismin su içinde kalan bölümünün yüksekliğini (h_x) ile gösterelim

Bu durumda cisme etkiyen kaldırma kuvveti

$$F = \gamma \cdot V_x$$

olur.

$$V_x = \gamma \cdot V_x \cdot 10^3 \cdot 0,8 \cdot h_x$$

$$F = G = 220,8 \text{ kg}$$

$$h_x = \frac{220,8}{10^3 \cdot 0,8} = 0,276 \text{ m}$$

$$h_x = 0,276 \text{ m}$$

İtke merkezi, bilindiği gibi, cismin su içinde kalan bölümünün hacimsel ağırlık merkezidir. Cismin su içinde kalan bölümünün hacimsel ağırlık merkezi simetri ekseninde ve sıvının serbest yüzünden ($h_x / 2$) kadar aşağıda bulunur. İtke merkezinin sıvının serbest yüzünden uzaklığını (x_{OG}) ile gösterecek olursak

$$x_{OG} = \frac{h_x}{2}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$x_{OG} = \frac{h_x}{2} = \frac{0,276}{2} = 0,138 \text{ m}$$

$$x_{OG} = 0,138 \text{ m}$$

metamerkez yerinin itki merkezinden uzaklığı

$$R = \frac{I}{V_x}$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır. (I) kesimlerin şekil düzlemine dik (ox) eksenine göre eylemsizlik momentlerinin toplamıdır. (I_1) (A_1) parçasına değgin kesimin şekil düzlemine dik (ox) eksenine göre eylemsizlik momenti, (I_2) de (B) parçasına değgin kesimin şekil düzlemine

dik (ox) eksenine göre eylemsizlik momentidir. STEINER TEOREMİNE göre

$$I_1 = I_2 = I_O + S \cdot a_O^2$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$I_1 = I_2 = I_O + S \cdot a_O^2 = \frac{a \cdot b^3}{12} + a \cdot b \cdot a_O^2 = \frac{I \cdot (0,4)^3}{12} + 0,4 \cdot I \cdot (0,4)^2$$

$$I_1 = I_2 = 0,06933 \text{ m}^4$$

$$I = I_1 + I_2 = 2 \cdot 0,06933 = 0,13866 \text{ m}^4$$

$$I = 0,13866 \text{ m}^4$$

$$V_x = 0,8 \cdot h_x = 0,8 \cdot 0,276 = 0,2208 \text{ m}^3$$

$$V_x = 0,2208 \text{ m}^3$$

Bulduğumuz bu değerleri

$$R = \frac{I}{V_x}$$

eşitliğinde yerlerine koyacak olursak metamerkez yerinin itki merkezinden uzaklığını buluruz.

$$R = \frac{I}{V_x} = \frac{0,13866}{0,2208} = 0,628 \text{ m}$$

$$R = 0,628 \text{ m}$$

Bundan sonra cismin ağırlık merkezinin yerini saptamak gerekir. Cismin ağırlık merkezi simetri ekseninde ve (DE) kenarından (0,1695 m) aşağıda bulunmaktadır. Buna göre itki merkezi ile cismin ağırlık merkezi arasındaki uzaklık

$$a_O = 0,2925 \text{ m}$$

olur.

$$R > a_O$$

olduğu için metamerkez yeri ağırlık merkezinin üstündedir ve denge kararlı dendedir.

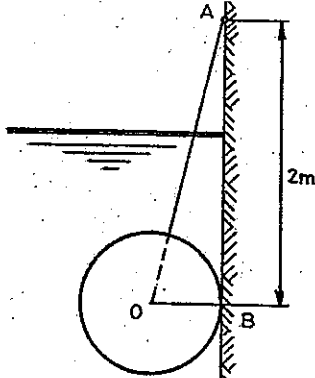
ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

3.1. PROBLEM

Özgül ağırlığı ($11,3 \text{ kg} / \text{dm}^3$) olan kurşunla özgül ağırlığı ($0,24 \text{ kg} / \text{dm}^3$) olan mantardan yapılan küb biçimindeki homojen bir takozun ağırlığı (24 kg) gelmektedir. Özgül ağırlığı ($0,8 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$) olan sıvı içinde tartılan bu takozun ağırlığı (4 kg) daha az geldiğine göre, takozun boyutları ile takozu oluşturan kurşun ve mantarın miktarını ağırlık olarak bulunuz.

3.2. PROBLEM

Bir küresel şamandıranın ağırlığı (2090 kg)'dir. Su kesimi düzleminin küresel şamandıranın ağırlık merkezinden geçmektedir. Küresel şamandıranın yapımında özgül ağırlığı ($7,8 \text{ kg} / \text{dm}^3$) olan demir sac kullanılmıştır. Sacın kalınlığını bulunuz.



(Şekil - 3.15)

3.4. PROBLEM

Ağırlığı (250 kg) olan bir küresel şamandıra, özgül ağırlığı ($1,025 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$) olan deniz suyu içerisine bırakıldığı zaman su kesimi düzlemi ağırlık merkezinden geçmektedir. Aynı küresel şamandıra özgül ağırlığı ($0,8 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$) olan yağın içerisine bırakıldığı zaman kesim düzleminin ağırlık merkezinden uzaklığı ne olur?

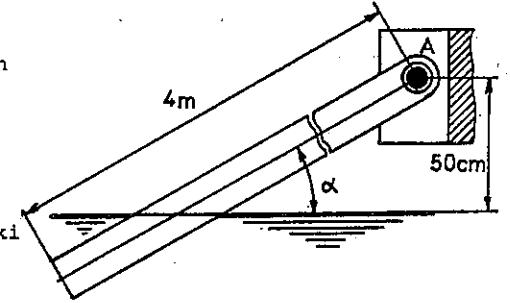
3.5. PROBLEM

(4000 Ton) yük alan bir geminin deniz suyu içerisinde kalan kısmının dipten yüksekliği ($6,6 \text{ m}$)'dir. Geminin bulunduğu yerde, suyunun özgül ağırlığı ($1,025 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$)'tür. Limanda gemiden (200 Ton) yük boşaltılmıştır. (200 Ton) yük boşaltıldığı zaman gemi, suyun serbest yüzünden itibaren (40 cm) yükselmiştir. Yüklü (3800 Ton)'deki gemi, daha sonra bir nehre girmiştir. Nehir suyunun özgül ağırlığı ($10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$) olduğuna göre, geminin nehirde su içinde kalan kısmının dipten yüksekliğini hesaplayınız.

(Hazırlayan M. R. Yalçın tepe)

3.6. PROBLEM

(Şekil - 3.16)'da, (A) mafsallı çevresinde hareket edebilen kare kesitli bir ağaç kalas görülmektedir. Kalasın kesit alanı (900 cm^2), ağacın özgül ağırlığı da ($0,8 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$)'tür. Ağaç kalasın serbest kalan ucu, özgül ağırlığı ($10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$) olan su içinde bulunmaktadır. Ağaç kalasın uzunluk eksenine göre (A) ile suyunun serbest yüzü arasındaki açıyı bulunuz.



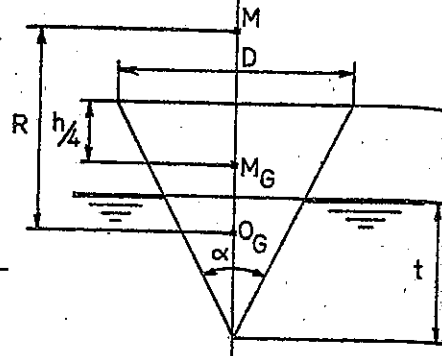
(Şekil - 3.16)

3.7. PROBLEM

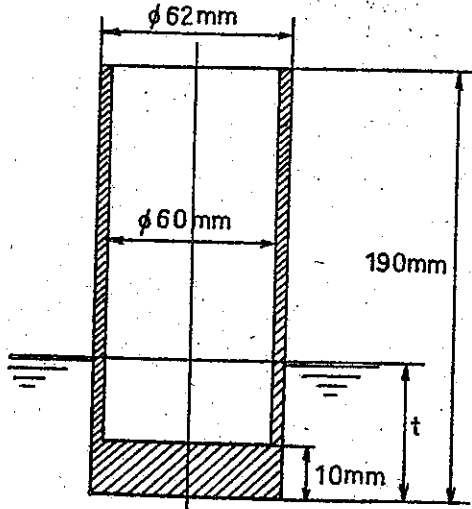
(Şekil - 3.17)'de, ana boyutları verilmiş olan bir konik şamandıra görülmektedir. Sıvının özgül ağırlığı (γ_1), şamandıranın özgül ağırlığı (γ_2) ve tepe açısı da (α) olduğuna göre, şamandıranın denge konumunu inceleyiniz ve metamerkez yeri ile batma derinliğini bulunuz.

3.8. PROBLEM

(Şekil - 3.18)'de, ana boyutları verilmiş olan bir bira bardağı görülmektedir. Bira bardağının ağırlığı (180'g)'dir. Bira bardağı özgül ağırlığı (10^3 kg / m^3) olan suya daldırıldığı zaman bir miktar batmakta ve sonra denge kararsız olduğu için devrilmektedir. Dengeyi kararlı hale getirebilmek için bardağın içerisine doldurulması gereken suyun miktarını bulunuz.



(Şekil - 3.17)



(Şekil 3.18)

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

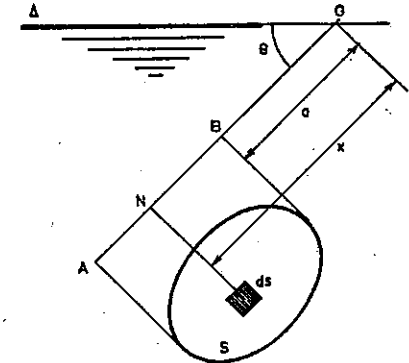
- 1) HAREKETSİZ SIVILARIN DÜZLEM YÜZEYLERE YAPTIKLARI İTME ETKİSİ VE İTME ETKİSİ MERKEZİNİN HESABI
- 2) HAREKETSİZ SIVILARIN SİLİNDİRİK YÜZEYLERE YAPTIKLARI İTME ETKİSİ VE İTME ETKİSİ MERKEZİNİN HESABI

I) HAREKETSİZ SIVILARIN DÜZLEM YÜZEYLERE YAPTIKLARI İTME ETKİSİ
VE İTME ETKİSİ MERKEZİNİN HESABI

Hareketsiz sıvıların düzlem yüzeylere yaptıkları etkiye İTME ETKİSİ ve itme etkisinin düzlem yüzey üzerindeki yerine de İTME ETKİSİ MERKEZİ denir.

Hareketsiz sıvıların düzlem yüzeylere yaptıkları itme etkisi-
ve itme etkisi merkezini hesaplamak için (Şekil - 4.I)'de görüldüğü
bi hareketsiz sıvının serbest yüzü ile (θ) açısı yapan kapalı eğrinin
sınırladığı bir düzlem yüzey alınır. Kapalı eğrinin sınırladığı bir düz-
lem yüzey, alanı ile belirlenir.

Hareketsiz sıvının serbest yüzü
ile (θ) açısı yapan kapalı eğri-
nin sınırladığı yüzeyin alanını
(S) ile gösterebiliriz ve bu yüzey
üzerinde gelişigüzel seçilen (N)
noktasını çevreleyen bir yüzey
elemanı alalım. (N) noktasını
çevreleyen yüzey elemanına sıvı-



(Şekil - 4.1)

nın yaptığı itme etkisini bulmak için (N) noktasındaki statik sıvı basın-
cı ile yüzey elemanının alanını çarpmak gerekir. (N) noktasındaki statik
sıvı basıncını (P_N), (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanının alanını
(ds) ve bu yüzey elemanına sıvının yaptığı itme etkisini de (dF) ile
gösterecek olursak yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre $dF = P_N \cdot ds$
eşitliğinin yazabiliriz.

$$P_N = \gamma \cdot h_N$$

$$h_N = x \cdot \sin \theta$$

$$P_N = \gamma \cdot h_N = \gamma \cdot x \cdot \sin \theta$$

$$P_N = \gamma \cdot x \cdot \sin \theta$$

$$dF = P_N \cdot ds = \gamma \cdot x \cdot \sin \theta \cdot ds$$

$$dF = \gamma \cdot x \cdot \sin \theta \cdot ds$$

Kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisi, bu düzlem yüzeyi oluşturan yüzey elemanlarına hareketsiz sıvının yaptığı itme etkilerinin toplamına eşittir. Kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeyi oluşturan yüzey elemanlarına hareketsiz sıvının yaptığı itme etkilerinin toplamını bulmak için $dF = \gamma \cdot x \cdot \sin \theta \cdot ds$ şeklinde verilmiş olan diferansiyel denklemin (S) alanı için integral almak gerekir. Hareketsiz sıvının kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeye yaptığı itme etkisini (F) ile gösterirsek $dF = \gamma \cdot x \cdot \sin \theta \cdot ds$ şeklinde verilmiş olan diferansiyel denklemin (S) alanı için integral

$$F = \gamma \cdot \sin \theta \int_S x \cdot ds$$

olur. $\int_S x \cdot ds$ kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeyi oluşturan yüzey elemanlarının (O) noktasından geçen şekil düzlemine dik (oy) eksenine göre statik momentlerinin toplamıdır. Kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeyi oluşturan yüzey elemanlarının (oy) eksenine göre statik momentlerinin toplamı düzlem yüzeyin alanı ile düzlem yüzeyin ağırlık merkezinin (oy) ekseninden uzaklığının çarpımına eşittir. Düzlem yüzeyin alanını (S) ve düzlem yüzeyin ağırlık merkezinin (oy) ekseninden uzaklığını da (x_0) ile gösterirsek yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre

$$S \cdot x_0 = \int_S x \cdot ds$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikle daha önce bulmuş olduğumuz

$$F = \gamma \cdot \sin \theta \int_S x \cdot ds$$

indeki eşitliğin birleşimini yapacak olursak

$$F = \gamma \cdot \sin \theta \cdot x_0 \cdot S$$

eşitliğini elde ederiz.

Itme etkisi merkezini hesaplamak için VARIGNON TEOREMİNDEN yararlanmak gerekir. VARIGNON TEOREMİNE göre, kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeyi oluşturan yüzey elemanlarına hareketsiz sıvının yaptığı itme etkilerinin (O) noktasına göre momentlerinin toplamı, düzlem yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisinin aynı noktaya göre momentine eşittir. Kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzey üzerinde alınan (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı itme etkisi (dF)'dir. (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı itme etkisinin (o) noktasına göre momentini bulmak için (dF) ile (o) ve (N) noktaları arasındaki uzaklığı çarpmak gerekir. (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı etkinin (o) noktasına göre momentini (dM) ile gösterirsek yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre $dM = x \cdot dF$ eşitliğini yazabiliriz.

$$dF = \gamma \cdot x \cdot \sin \theta \cdot ds$$

$$dM = x \cdot dF = \gamma \cdot x^2 \cdot \sin \theta \cdot ds$$

$$dM = \gamma \cdot x^2 \cdot \sin \theta \cdot ds$$

Kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeyi oluşturan yüzey elemanlarına hareketsiz sıvının yaptığı itme etkilerinin (o) noktasına göre momentlerinin toplamını bulmak için $dM = \gamma \cdot x^2 \cdot \sin \theta \cdot ds$ şeklinde verilmiş olan diferansiyel denklemin (S) alanı için integralini almak gerekir. Kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeyi oluşturan yüzey elemanlarına hareketsiz sıvının yaptığı itme etkilerinin (o) noktasına göre momentlerinin toplamını (M) ile gösterirsek $dM = \gamma \cdot x^2 \cdot \sin \theta \cdot ds$ şeklinde verilmiş olan diferansiyel denklemin (S) alanı için integrali

$$M = \gamma \cdot \sin \theta \int_S x^2 \cdot ds \text{ olur.}$$

$\int_S x^2 \cdot ds$, kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeyin (oy) eksenine

göre eylemsizlik momentidir ve (I_y) ile gösterilir.

$$I_y = \int_S x^2 \cdot ds$$

$$M = \gamma \cdot \sin \theta \int_S x^2 \cdot ds = \gamma \cdot I_y \cdot \sin \theta$$

$$M = \gamma \cdot I_y \cdot \sin \theta$$

STEİNER TEOREMİNE göre, kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeyin (oy) eksenine göre eylemsizlik momenti, ağırlık merkezinden geçen, (oy) eksenine paralel bir eksene göre eylemsizlik momenti ile düzlem yüzeyin alanı ve eksenler arasındaki uzaklığın karesinin çarpımlarının toplamına eşittir. Düzlem yüzeyin ağırlık merkezinin (oy) ekseninden uzaklığını (x_0) , düzlem yüzeyin alanını (S) ve düzlem yüzeyin ağırlık merkezinden geçen ve (oy) eksenine paralel olan bir eksene göre eylemsizlik momentini de (I_0) ile gösterirsek, yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre $I_y = I_0 + S \cdot x_0^2$ eşitliğini yazabiliriz.

$$M = \gamma \cdot I_y \cdot \sin \theta$$

$$I_y = I_0 + S \cdot x_0^2$$

$$M = \gamma \cdot I_y \cdot \sin \theta = \gamma \cdot (I_0 + S \cdot x_0^2) \cdot \sin \theta$$

$$M = \gamma \cdot (I_0 + S \cdot x_0^2) \cdot \sin \theta$$

Kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisinin (o) noktasına göre momenti, itme etkisi ile itme etkisinin (o) noktasından uzaklığının çarpımına eşittir. Kapalı eğrinin sınırladığı düzlem yüzeye sıvının yaptığı itme etkisinin (o) noktasına

momentini (M) , itme etkisi merkezinin (o) noktasından uzaklığını (x_m) ve itme etkisini de (F) ile gösterecek olursak yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre $M = F \cdot x_m$ eşitliğini yazabiliriz.

$$M = F \cdot x_m$$

$$M = \gamma \cdot (I_0 + S \cdot x_0^2) \cdot \sin \theta$$

$$F \cdot x_m = \gamma \cdot (I_0 + S \cdot x_0^2) \cdot \sin \theta$$

$$F = \gamma \cdot S \cdot x_0 \cdot \sin \theta$$

$$\gamma \cdot S \cdot x_0 \cdot x_m \cdot \sin \theta = \gamma \cdot (I_0 + S \cdot x_0^2) \cdot \sin \theta$$

$$x_m = x_0 + \frac{I_0}{S \cdot x_0}$$

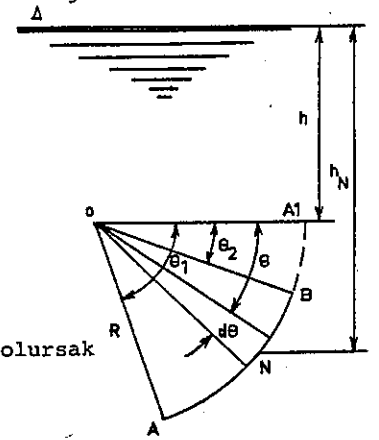
2) HAREKETSİZ SIVILARIN SİLİNDİRİK YÜZEYLERE YAPTIKLARI İTME ETKİSİ VE İTME ETKİSİ MERKEZİNİN HESABI

Hareketsiz sıvıların silindirik yüzeylere yaptıkları itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı için (Şekil - 4.2)'de görüldüğü gibi bir silindirik yüzeyden yararlanılır. (o) noktası şekil düzlemi üzerinde silindirik yüzeyi sınırlayan (AB) daire yayının eğrilik merkezi ve (R) de eğrilik yarıçapıdır.

Silindirik yüzey üzerinde herhangi bir (N) noktası alalım. (N) noktasındaki statik sıvı basıncını (P_N) , silindirik yüzeye etkileyen hareketsiz sıvının özgül ağırlığını (γ) ve (N) noktasının sıvının serbest yüzünden uzaklığını da (h_N) ile gösterecek olursak

$$P_N = \gamma \cdot h_N$$

eşitliğini yazabiliriz.



(Şekil - 4.2)

(N) noktasını çevreleyen yüzey elemanının alanını (ds) ile gösterelim. (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı itme etkisini bulmak için (N) noktasındaki statik sıvı basıncı ile (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanının alanını çarpmak gerekir. (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı itme etkisini (dF) ile gösterebiliriz. Olursak yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre

$$dF = P_N \cdot ds$$

bu eşitliği yazabiliriz. (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanının alanını bulmak için (dθ) merkez açısının gördüğü yayın uzunluğu ile silindirik yüzeyin genişliği çarpılır. (dθ) merkez açısının gördüğü yayın uzunluğu (R · dθ) ve silindirik yüzeyin genişliği de (a)'dır. Buna göre

$$ds = a \cdot R \cdot d\theta$$

eşitliği yazılabilir.

$$dF = P_N \cdot ds$$

$$P_N = \gamma \cdot h_N$$

$$h_N = h + R \cdot \sin \theta$$

$$P_N = \gamma \cdot h_N = \gamma \cdot (h + R \cdot \sin \theta)$$

$$P_N = \gamma \cdot (h + R \cdot \sin \theta)$$

$$dF = P_N \cdot ds = \gamma \cdot (h + R \cdot \sin \theta) \cdot a \cdot R \cdot d\theta$$

$$dF = \gamma \cdot (h + R \cdot \sin \theta) \cdot a \cdot R \cdot d\theta$$

Eğer silindirik yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisi (F) olursa ve eğer şekil düzlemi üzerinde silindirik yüzeyi sınırlayan (AB) daire yayını gören merkez açı kapalı olan (θ₁, θ₂) aralığında (θ)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dF = \gamma \cdot (h + R \cdot \sin \theta) \cdot a \cdot R \cdot d\theta$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$F = \gamma \cdot a \cdot R \int_{\theta_1}^{\theta_2} (h + R \cdot \sin \theta) \cdot d\theta$$

olur. Bundan yararlanarak

$$F = \gamma \cdot a \cdot R \cdot [h \cdot (\theta_2 - \theta_1) + R \cdot (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)]$$

eşitliğini yazabiliriz.

Silindirik yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisinin yatay ve düşey bileşenleri de önemlidir. Silindirik yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisinin yatay ve düşey bileşenlerini hesaplamak için

$$dF_x = dF \cdot \cos \theta \text{ ve}$$

$$dF_y = dF \cdot \sin \theta$$

şeklinde verilmiş olan diferansiyel denklemlerden yararlanılır. Bu eşitliklerde (dF)'nin daha önce bulmuş olduğumuz değerini yerine koyacak olursak

$$dF_x = \gamma \cdot a \cdot R \cdot (h + R \cdot \sin \theta) \cdot \cos \theta \cdot d\theta \text{ ve}$$

$$dF_y = \gamma \cdot a \cdot R \cdot (h + R \cdot \sin \theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta$$

eşitliklerini elde ederiz.

Eğer silindirik yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisinin yatay bileşeni (F_x) olursa ve eğer şekil düzlemi üzerinde silindirik yüzeyi sınırlayan (AB) daire yayını gören merkez açı kapalı olan (θ₁, θ₂) aralığında (θ)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dF_x = \gamma \cdot a \cdot R \cdot (h + R \cdot \sin \theta) \cdot \cos \theta \cdot d\theta$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$F_x = \gamma \cdot a \cdot R \int_{\theta_1}^{\theta_2} (h + R \cdot \sin \theta) \cdot \cos \theta \cdot d\theta$$

olur.

Eğer silindirik yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisinin bileşeni (F_y) olursa ve eğer şekil düzlemi üzerinde silindirik yüzeyi sınırlayan (AB) daire yayını gören merkez açı kapalı olan (θ_1, θ_2) aralığında (θ) 'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dF_y = \gamma \cdot a \cdot R \cdot (h + R \cdot \sin \theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

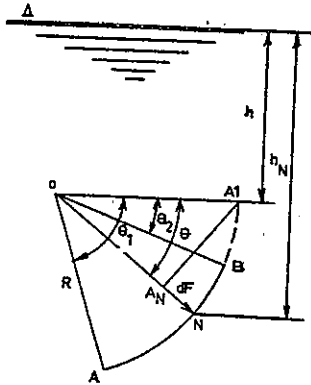
$$F_y = \gamma \cdot a \cdot R \int_{\theta_1}^{\theta_2} (h + R \cdot \sin \theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta$$

olur. Bu belirli integrallerin çözümünden

$$F_x = \gamma \cdot a \cdot R \cdot \left[h \cdot (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) + \frac{R}{2} \cdot (\sin^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_1) \right]$$

$$F_y = \gamma \cdot a \cdot R \left[h \cdot (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + \frac{R}{2} \cdot \left[(\theta_2 - \theta_1) - \frac{\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1}{2} \right] \right]$$

Hareketsiz sıvının silindirik yüzeylere yaptığı itme etkisini nasıl hesaplandığını bu şekilde açıkladıktan sonra şimdi de itme etkisinin merkezini nasıl hesaplandığını açıklayacağız.



(Şekil - 4.3)

Itme etkisi merkezini hesaplamak için önce silindirik yüzey üzerinde alınan (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı itme etkisinin (A_1) noktasına göre momentini bulmak gerekir. (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı itme etkisinin (A_1) noktasına göre momentini, (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı itme etkisi ile (A_1) noktasından bunu gösteren vektör üzerine indirilen dikmenin uzunluğunun çarpımına eşittir. (N)

çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı itme etkisini (N) noktasından bunu gösteren vektör üzerine indirilen dikmenin (x) ve (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı etkisinin (A_1) noktasına göre momentini de (dM) ile gösterecektir. Yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre

$$dM = x \cdot dF$$

ini yazabiliriz. (Şekil - 4.3)'te, (N) noktasını çevreleyen yüzey elemanına sıvının yaptığı itme etkisi ile bunu gösteren vektör üzerine (N) noktasından indirilen ($A_1 A_N$) dikmesi görülmektedir.

$$dM = x \cdot dF$$

ğünde (dF)'nin ve (x)'in değerlerini yerlerine koyacak olursak

$$dM = \gamma \cdot a \cdot R^2 \cdot (h + R \cdot \sin \theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta$$

eliğini elde ederiz. Eğer silindirik yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisinin (A_1) noktasına göre momenti (M) olursa ve eğer şekil düzlemi üzerinde silindirik yüzeyi sınırlayan (AB) daire yayını gören merkez açı kapalı olan (θ_1, θ_2) aralığında (θ) 'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dM = \gamma \cdot a \cdot R^2 \cdot (h + R \cdot \sin \theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$M = \gamma \cdot a \cdot R^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} (h + R \cdot \sin \theta) \cdot \sin \theta \cdot d\theta$$

olur. Bu belirli integralin çözümünden de

$$M = \gamma \cdot a \cdot R^2 \cdot \left[h \cdot (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + \frac{R}{2} \cdot \left[(\theta_2 - \theta_1) - \frac{\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1}{2} \right] \right]$$

eşitliği elde edilir.

Hareketsiz sıvının şekil düzlemi üzerinde (AB) daire yayının sınırladığı silindirik yüzeye yaptığı itme etkisinin (A_1) noktasına göre

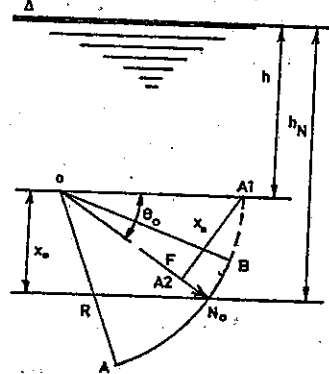
momenti, hareketsiz sıvının silindirik yüzeye yaptığı itme etkisi ile bunu gösteren vektör üzerine (A_1) noktasından indirilen dikmenin uzunluğunun çarpımına eşittir. Hareketsiz sıvının şekil düzlemi üzerinde (eğrisinin sınırladığı silindirik yüzeye yaptığı itme etkisinin (A_1) noktasına göre momentini (M), itme etkisini (F) ve itme etkisini gösteren vektör üzerine (A_1) noktasından indirilen dikmenin uzunluğunu da (x_0) ile gösterecek olursak yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre

$$M = F \cdot x_0$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikte (M)'nin ve (F)'nin daha önce bulunmuş olduğumuz değerlerini yerlerine koyacak olursak

$$x_0 = \frac{R \cdot \left[h \cdot (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + \frac{R}{2} \cdot (\theta_2 - \theta_1) - \frac{\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1}{2} \right]}{h \cdot (\theta_2 - \theta_1) + R \cdot (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}$$

eşitliğini elde ederiz.



(Şekil - 4.4)

(Şekil - 4.4) 'de ,silindirik yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisi ile itme etkisi merkezinin durumu görülmektedir.

ÖZEL DURUM

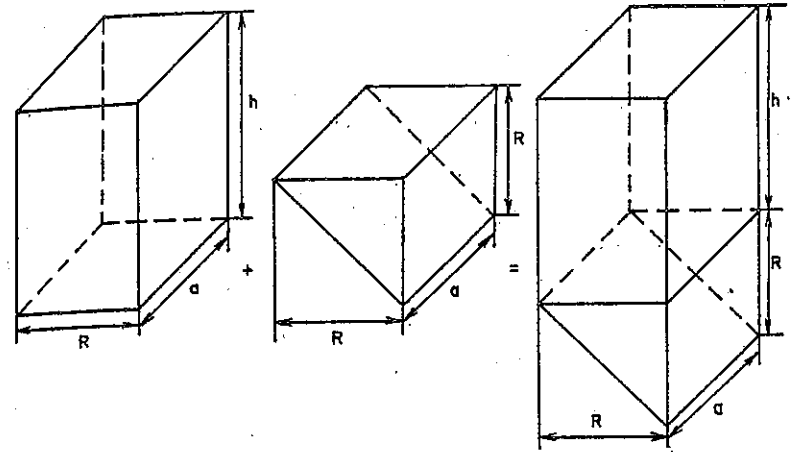
$\theta_1 = 0^\circ$ ve $\theta_2 = 90^\circ$ olursa şekil düzlemi üzerinde silindirik yüzeyi sınırlayan (AB) eğrisinin uzunluğu yarıçapı (R) olan

çemberin ($I / 4$) katına eşit olur. Bu durum da

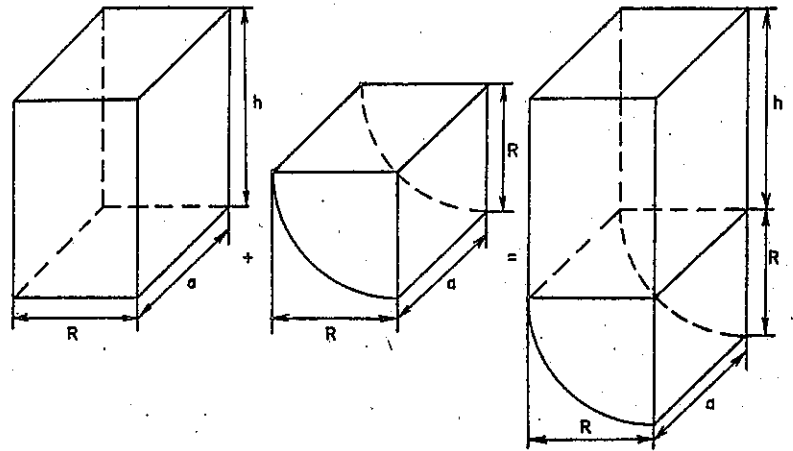
$$F_x = \gamma \cdot a \cdot R \cdot \left[h \cdot (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) + \frac{R}{2} \cdot (\sin^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_1) \right]$$

eşitliği yerine

$$F_x = \gamma \cdot a \cdot R \cdot h + \frac{I}{2} \cdot \gamma \cdot a \cdot R^2$$



(Şekil - 4.5)



(Şekil - 4.6)

eşitliğini,

$$F_y = \gamma \cdot a \cdot R \cdot \left[h \cdot (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) + \frac{R}{2} \cdot \left[(\theta_2 - \theta_1) - \frac{\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1}{2} \right] \right]$$

eşitliği yerine de

$$F_y = \gamma \cdot a \cdot R \cdot h + \frac{I}{4} \cdot \gamma \cdot \pi \cdot R^2 \cdot a$$

eşitliğini yazabiliriz. Yapılan bu açıklamalarla şunlar gösterilmektedir.

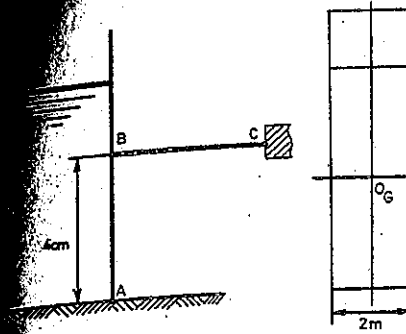
1^o) Şekil düzlemi üzerinde silindirik yüzeyi sınırlayan (AB) daire yayını gören merkez açısı (90°) olduğu zaman silindirik yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisinin yatay bileşeni, (Şekil - 4.5) görüldüğü gibi, hacmi, kenar uzunlukları (a), (R) ve (h) olan dikdörtgenler pirizması ile kenar uzunlukları (R), (a) ve (R) olan üçgen pirizmaların hacimlerinin toplamına eşit sıvının ağırlığına eşdeğerdir,

2^o) Şekil düzlemi üzerinde silindirik yüzeyi sınırlayan (AB) daire yayını gören merkez açısı (90°) olduğu zaman silindirik yüzeye hareketsiz sıvının yaptığı itme etkisinin düşey bileşeni, (Şekil - 4.6)'de görüldüğü gibi, hacmi, kenar uzunlukları (a), (R) ve (h) olan dikdörtgenler pirizması ile yarıçapı (R) ve yüksekliği de (h) olan $(I/4)$ silindirin hacimlerinin toplamına eşit sıvının ağırlığına eşdeğerdir.

ÖRNEK PROBLEMLER

4.I. PROBLEM

(Şekil - 4.7)'de görülen ve ana boyutları verilmiş olan dikdörtgen biçimindeki kapağı, özgül ağırlığı (10^3 kg / m^3) olan hareketsiz sıvı etkilemektedir. (BC) bağlantı elemanında oluşan karşı koyma kuvvetini hesaplayınız.



(Şekil - 4.7)

4.I. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(AB) bağlantı elemanında oluşan karşı koyma kuvvetini bulabilmek için önce, hareketsiz sıvının kapağa yaptığı itme etkisini ve itme etkisi merkezini sıvının serbest yüzünden uzaklığını bulmak gerekir.

$$F = \gamma \cdot S \cdot x_0$$

$$S = 6 \cdot 2 = 12 \text{ m}^2$$

$$S = 12 \text{ m}^2$$

$$x_0 = 3 \text{ m}$$

$$\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$$

$$F = \gamma \cdot S \cdot x_0 = 10^3 \cdot 12 \cdot 3 = 36 \text{ 000 kg}$$

$$F = 36 \text{ 000 kg}$$

$$x_m = x_0 + \frac{I_0}{S \cdot x_0}$$

$$I_0 = \frac{a \cdot b^3}{12} = \frac{2 \cdot 6^3}{12} = 36 \text{ m}^4$$

$$I_0 = 36 \text{ m}^4$$

$$x_m = x_0 + \frac{I_0}{S \cdot x_0} = 3 + \frac{36}{12 \cdot 3} = 4 \text{ m}$$

$$x_m = 4 \text{ m}$$

(BC) bağlantı elemanına gelen kuvveti (F_{BC}) ile gösterelim. Bu durumda

$$\sum M_A = 0 = F_{BC} \cdot l_{BC} - F \cdot l_F$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$l_F = 6 - x_m = 6 - 4 = 2 \text{ m}$$

$$l_F = 2 \text{ m}$$

$$l_{BC} = 4 \text{ m}$$

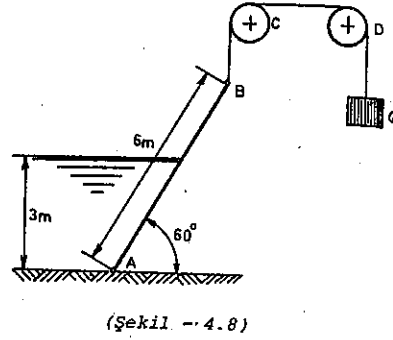
$$F_{BC} = \frac{F \cdot l_F}{I_{BC}} = \frac{36\,000 \cdot 2}{4} = 18\,000 \text{ kg}$$

$$F_{BC} = 18\,000 \text{ kg}$$

4.2. PROBLEM

(Şekil - 4.8)'da, ağırlığı (1000 kg) ve genişliği de (2m) olan dikdörtgen biçiminde bir kapak görülmektedir. Kapağı etkileyen sıvının özgül ağırlığı ($\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$)'tür.

Bir kenarı mafsallı olan bu kapak (C) ve (D) makaralarından geçirilen halatın ucuna bağlı (Q) yükü ile dengelenmektedir. (Q) yükünün ağırlığını hesaplayınız.



4.2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

$$F = \gamma \cdot S \cdot x_0 \cdot \sin \theta$$

$$\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$$

$$\sin \theta = \sin 60^\circ = 0,866$$

$$S = a \cdot b = 2 \cdot \frac{3}{\sin 60^\circ} = \frac{6}{0,866} = 6,94 \text{ m}^2$$

$$S = 6,94 \text{ m}^2$$

$$F = \gamma \cdot S \cdot x_0 \cdot \sin \theta = 10^3 \cdot 6,94 \cdot \frac{3}{2 \cdot \sin 60^\circ} \cdot \sin 60^\circ = 10410$$

$$F = 10\,410 \text{ kg}$$

$$x_m = x_0 + \frac{I}{S \cdot x_0}$$

$$x_0 = \frac{3}{2 \cdot \sin 60^\circ} = 1,732 \text{ m}$$

$$x_0 = 1,732 \text{ m}$$

$$b = 2 \cdot x_0 = 2 \cdot 1,732 = 3,464 \text{ m}$$

$$b = 3,464 \text{ m}$$

$$I_0 = \frac{a \cdot b^3}{12} = \frac{2 \cdot (3,464)^3}{12} = 6,9275 \text{ m}^4$$

$$I_0 = 6,9275 \text{ m}^4$$

$$x_m = x_0 + \frac{I_0}{S \cdot x_0} = 1,732 + \frac{6,9275}{6,94 \cdot 1,732}$$

$$x_m = 2,46 \text{ m}$$

(Şekil - 4.9)'da kapağa etkiyen kuvvetlerin durumu görülmektedir.

$$\sum M_A = 0 = Q \cdot l_Q - G \cdot l_G - F \cdot l_F$$

$$l_Q = AB \cdot \cos 60^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3 \text{ m}$$

$$l_Q = 3 \text{ m}$$

$$l_G = AO_G \cdot \cos 60^\circ = 3 \cdot \frac{1}{2} = 1,5 \text{ m}$$

$$l_G = 1,5 \text{ m}$$

$$l_F = b - x_m = 3,464 - 2,46 = 1,004 \text{ m}$$

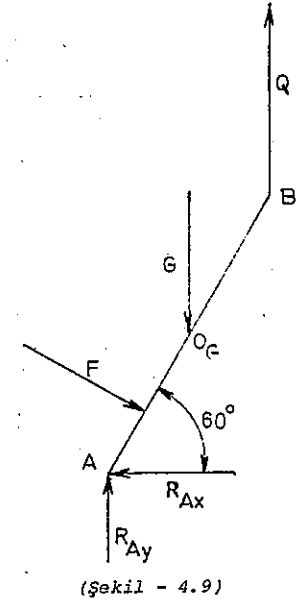
$$l_F = 1,004 \text{ m}$$

$$Q = \frac{G \cdot l_G + F \cdot l_F}{l_Q} = \frac{1000 \cdot 1,5 + 10410 \cdot 1,004}{3} = 3983,88 \text{ kg}$$

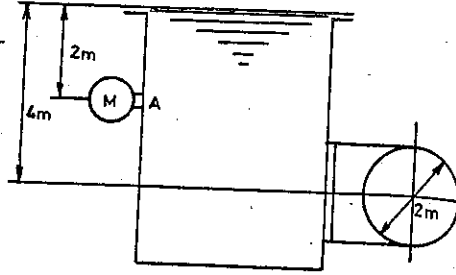
$$Q = 3983,88 \text{ kg}$$

4.3 PROBLEM

(Şekil - 4.10)'de görülen ve ana boyutları verilmiş olan kapalı haznenin içerisinde özgül ağırlığı ($\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$) olan basınçlı hava bulunmaktadır. (A) noktasında manometre ile ölçülen efektif basınç ($P_A = 4 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$)'dir. Kapalı haznenin alt tarafında bulunan



dairesel kapağa basınçlı sıvının yaptığı itme etkisini ve itme etkisi merkezinin haznenin kapağından uzaklığını hesaplayınız.



(Şekil 4.10)

4.3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Kapalı haznenin içerisinde bulunan basınçlı sıvının dairesel kapağa yaptığı itme etkisini hesaplayabilmek için önce (A) noktasında manometre ile ölçülen efektif basıncı karşılayan hayali sıvı yüksekliğini bulmak gerekir. Hayali sıvı yüksekliğini (h_H) ile gösterecek olursak (A) noktasında manometre ile ölçülen efektif basınç (P_A) ve sıvının özgül ağırlığı da (γ) olduğuna göre

$$P_A = \gamma \cdot h_H$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$P_A = 4 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

$$\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$$

$$h_H = \frac{P_A}{\gamma} = \frac{4 \cdot 10^4}{10^3} = 40 \text{ m}$$

$$h_H = 40 \text{ m}$$

Kapalı haznenin içerisinde bulunan basınçlı sıvının dairesel kapağa yaptığı itme etkisi

$$F = \gamma \cdot S \cdot x_0$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır. (x_0) dairesel kapağın ağırlık merkezinin hayali sıvı yüzünden uzaklığıdır.

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ m}^2$$

$$S = 3,14 \text{ m}^2$$

$$x_0 = h_H + 2 = 40 + 2 = 42 \text{ m}$$

$$x_0 = 42 \text{ m}$$

$$F = \gamma \cdot S \cdot x_0 = 10^3 \cdot 3,14 \cdot 42 = 131\,880 \text{ kg}$$

$$F = 131\,880 \text{ kg}$$

İtme etkisi merkezinin hayali sıvı yüzünden uzaklığının hesaplanmasında

$$x_m = x_0 + \frac{I_0}{S \cdot x_0}$$

eşitliğinden yararlanılır.

$$I_0 = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 2^4}{64} = 0,785 \text{ m}^4$$

$$I_0 = 0,785 \text{ m}^4$$

$$x_m = x_0 + \frac{I_0}{S \cdot x_0} = 42 + \frac{0,785}{3,14 \cdot 42} = 42 + 0,00595 = 42,00595 \text{ m}$$

$$x_m = 42,00595 \text{ m}$$

İtme etkisi merkezinin haznenin kapağından uzaklığını (x_k) ile gösterecek olursak

$$x_k = x_m - 38$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$x_k = x_m - 38 = 42,00595 - 38 = 4,00595 \text{ m}$$

$$x_k = 4,00595 \text{ m}$$

4.4. PROBLEM

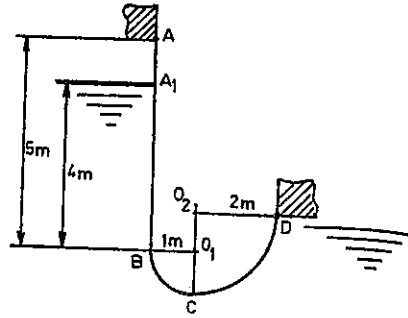
(Şekil - 4.11)'de silindirik ve düzlem yüzeylerden oluşan bir kapak görülmektedir. Kapağın genişliği (1 m) ve kapağa etkileyen hareket-siz sıvının özgül ağırlığı da ($\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$) olduğuna göre (A) ve (D)

bağlantı elemanlarında oluşan karşı koyma kuvvetlerini hesaplayınız.

4.4. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Şekil düzlemi üzerinde

(A₁) ve (B) noktalarının sınırladıkları düzlem yüzeye yapılan itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı



(Şekil - 4.11)

$$F_1 = \gamma \cdot S_1 \cdot x_{O1}$$

$$\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$$

$$S_1 = a \cdot b = 1 \cdot 4 = 4 \text{ m}^2$$

$$x_{O1} = \frac{b}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m}$$

$$x_{O1} = 2 \text{ m}$$

$$F_1 = \gamma \cdot S_1 \cdot x_{O1} = 10^3 \cdot 4 \cdot 2 = 8000 \text{ kg}$$

$$F_1 = 8000 \text{ kg}$$

$$x_{m1} = x_{O1} + \frac{I_{O1}}{S_1 \cdot x_{O1}}$$

$$I_{O1} = \frac{a \cdot b^3}{12} = \frac{1 \cdot 4^3}{12} = \frac{64}{12} = 5 \frac{1}{3} \text{ m}^4$$

$$x_{m1} = x_{O1} + \frac{I_{O1}}{S_1 \cdot x_{O1}} = 2 + \frac{5 \frac{1}{3}}{4 \cdot 2} = 2,66 \text{ m}$$

Şekil düzlemi üzerinde (B) ve (C) noktalarının sınırladıkları silindirik yüzeye yapılan itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı

$$F_{x1} = \gamma \cdot a \cdot R_1 \cdot h_1 + \gamma \cdot a \cdot \frac{R_1^2}{2}$$

$$h_1 = 4 \text{ m}$$

$$R_1 = 1 \text{ m}$$

$$F_{x1} = \gamma \cdot a \cdot R_1 \cdot h_1 + \gamma \cdot a \cdot \frac{R_1^2}{2} = 10^3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 + 10^3 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 4500 \text{ kg}$$

$$F_{x1} = 4500 \text{ kg}$$

$$F_{y1} = \gamma \cdot a \cdot R_1 \cdot h_1 + \gamma \cdot a \cdot \frac{\pi \cdot R_1^2}{4}$$

$$F_{y1} = \gamma \cdot a \cdot R_1 \cdot h_1 + \gamma \cdot a \cdot \frac{\pi \cdot R_1^2}{4} = 10^3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 + 10^3 \cdot 1 \cdot \frac{3,14}{4} = 4785 \text{ kg}$$

$$F_{y1} = 4785 \text{ kg}$$

$$x_{O1} = \frac{R_1 \cdot h_1 + \frac{\pi \cdot R_1^2}{4}}{R_1 + \frac{\pi}{2} \cdot h_1}$$

$$x_{O1} = \frac{R_1 \cdot h_1 + \frac{\pi \cdot R_1^2}{4}}{R_1 + \frac{\pi}{2} \cdot h_1} = \frac{1 \cdot 4 + \frac{3,14 \cdot 1}{4}}{1 + \frac{3,14}{2} \cdot 4} = 0,657 \text{ m}$$

$$x_{O1} = 0,657 \text{ m}$$

Şekil düzlemi üzerinde (C) ve (D) noktalarının sınırladıkları silindirik yüzeye yapılan itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı

$$F_{x2} = \gamma \cdot a \cdot R_2 \cdot h_2 + \gamma \cdot a \cdot \frac{R_2^2}{2}$$

$$R_2 = 2 \text{ m}$$

$$h_2 = 3 \text{ m}$$

$$F_{x2} = \gamma \cdot a \cdot R_2 \cdot h_2 + \gamma \cdot a \cdot \frac{R_2^2}{2} = 10^3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 + 10^3 \cdot 1 \cdot \frac{4}{2} = 8000 \text{ kg}$$

$$F_{x2} = 8000 \text{ kg}$$

$$F_{y2} = \gamma \cdot a \cdot R_2 \cdot h_2 + \gamma \cdot a \cdot \frac{\pi \cdot R_2^2}{4}$$

$$F_{y2} = \gamma \cdot a \cdot R_2 \cdot h_2 + \gamma \cdot a \cdot \frac{\pi \cdot R_2^2}{4} = 10^3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 + 10^3 \cdot 1 \cdot \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 9140$$

$$F_{y2} = 9140 \text{ kg}$$

$$x_{O2} = \frac{R_2 \cdot h_2 + \frac{\pi \cdot R_2^2}{4}}{R_2 + \frac{\pi}{2} \cdot h_2}$$

$$x_{O2} = \frac{R_2 \cdot h_2 + \frac{\pi \cdot R_2^2}{4}}{R_2 + \frac{\pi}{2} \cdot h_2} = \frac{2 \cdot 3 + \frac{3,14 \cdot 2^2}{4}}{2 + \frac{3,14}{2} \cdot 3} = \frac{9,14}{6,71} = 1,34 \text{ m}$$

$$x_{O2} = 1,34 \text{ m}$$

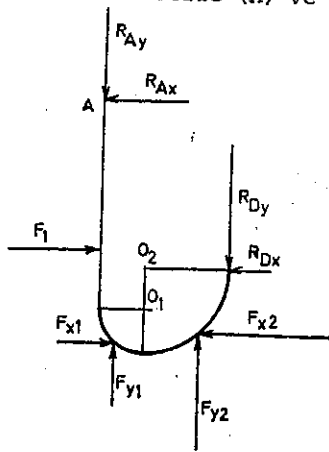
(Şekil - 4.12) 'te kapağa etkiyen kuvvetlerle (A) ve (D) bağlantı elemanlarında oluşan karşı koyma kuvvetleri görülmektedir. Kapağa etkiyen kuvvetlerle (A) ve (D) bağlantı elemanlarında oluşan karşı koyma kuvvetlerinin oluşturdıkları kuvvetler sisteminin dengede olabilmesi için şu koşulların gerçekleşmesi gerekir:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M_x = 0$$

$$\Sigma M_y = 0$$



(Şekil - 4.12)

$$\Sigma F_x = 0 = R_{Ax} - F_1 - F_{x1} + F_{x2} + R_{Dx}$$

$$R_{Ax} + R_{Dx} = -F_{x2} + F_1 + F_{x1} = -8000 + 8000 + 4500 = 4500 \text{ kg}$$

$$R_{Ax} + R_{Dx} = 4500 \text{ kg}$$

$$\Sigma F_y = 0 = R_{Ay} - F_{y1} - F_{y2} + R_{Dy}$$

$$R_{Ay} + R_{Dy} = F_{y1} + F_{y2} = 4785 + 9140 = 13925$$

$$R_{Ay} + R_{Dy} = 13925 \text{ kg}$$

$$\Sigma M_x = 0 = M_{F1} + M_{Fx1} - M_{Fx2} - M_{RDx} - M_{RAX}$$

$$M_{F1} = F_1 \cdot l_{F1} = 8000 \cdot 3,66 = 29280 \text{ kgm}$$

$$M_{F1} = 29280 \text{ kgm}$$

$$M_{Fx1} = F_{x1} \cdot l_{Fx1} = 4500 \cdot 5,657 = 25546,5 \text{ kgm}$$

$$M_{Fx1} = 25546,5 \text{ kgm}$$

$$M_{Fx2} = F_{x2} \cdot l_{Fx2} = 8000 \cdot 5,34 = 42720 \text{ kgm}$$

$$M_{Fx2} = 42720 \text{ kgm}$$

$$M_{RDx} = R_{Dx} \cdot l_{RDx} = 4 \cdot R_{Dx}$$

$$M_{RAX} = 0$$

$$\Sigma M_x = 0 = M_{F1} + M_{Fx2} - M_{Fx1} - M_{RDx} = 29280 + 25546,5 - 42720 - 4R_{Dx}$$

$$R_{Dx} = 3026,625 \text{ kg}$$

$$R_{Ax} = 4500 - R_{Dx} = 4500 - 3026,625 = 1473,375$$

$$R_{Ax} = 1473,375$$

$$\Sigma M_y = 0 = M_{Fy1} + M_{Fy2} - M_{RAY} - M_{RDy}$$

$$M_{Fy1} = F_{y1} \cdot l_{Fy1} = 4785 \cdot 0,269 = 1287,165 \text{ kgm}$$

$$M_{Fy1} = 1287,165 \text{ kgm}$$

$$M_{Fy2} = F_{y2} \cdot l_{y2} = 9140 \cdot 2,518 = 23100 \text{ kgm}$$

$$M_{Fy2} = 23100 \text{ kgm}$$

$$M_{RAY} = 0$$

$$M_{RDY} = 3 \cdot R_{DY}$$

$$\sum M_Y = 0 = M_{Fy1} + M_{Fy2} - M_{RAY} - M_{RDY} = 1287,165 + 23100 - 3 R_{DY}$$

$$R_{DY} = 8129,055 \text{ kg.}$$

$$R_{AY} = 13925 - R_{DY} = 13925 - 8129,055 = 5795,945 \text{ kg.}$$

$$R_{AY} = 5795,945 \text{ kg}$$

4.5. PROBLEM

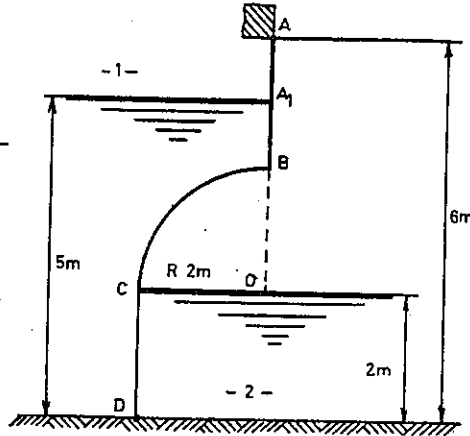
(Şekil - 4.13) 'de düzlem ve silindirik yüzeylerin oluşturdukları bir kapak görülmektedir.

Kapağın genişliği ($a = 1 \text{ m}$), birinci kesime etkiyen sıvının özgül ağırlığı ($\gamma_1 = 10^3 \text{ kg / m}^3$), ikinci kesime etkiyen sıvının özgül ağırlığı da

($\gamma_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$) olduğu-

na göre (A) ve (D) bağlantı eleman-

larında oluşan karşı koyma kuvvetlerini hesaplayınız.



(Şekil - 4.13)

4.5. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Şekil düzlemi üzerinde (A₁) ve (B) noktalarının sınırladıkları düzlem yüzeye özgül ağırlığı (γ_1) olan sıvının yaptığı itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı

$$F_1 = \gamma_1 \cdot S_1 \cdot x_{O1}$$

$$\gamma_1 = 10^3 \text{ kg / m}^3$$

$$S_1 = a \cdot b_1 = 1 \cdot 1 = 1 \text{ m}^2$$

$$S_1 = 1 \text{ m}^2$$

-88-

$$x_{O1} = \frac{b_1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m}$$

$$x_{O1} = 0,5$$

$$F_1 = \gamma_1 \cdot S_1 \cdot x_{O1} = 10^3 \cdot 1 \cdot 0,5 = 500 \text{ kg}$$

$$F_1 = 500 \text{ kg}$$

$$x_{m1} = x_{O1} + \frac{I_{O1}}{S_1 \cdot x_{O1}}$$

$$x_{m1} = x_{O1} + \frac{I_{O1}}{S_1 \cdot x_{O1}} = 0,5 + \frac{\frac{I}{12}}{1 \cdot 0,5} = 0,666 \text{ m}$$

$$x_{m1} = 0,666 \text{ m}$$

Şekil düzlemi üzerinde (B) ve (C) noktalarının sınırladıkları silindirik yüzeye özgül ağırlığı (γ_1) olan sıvının yaptığı itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı

$$F_x = \gamma_1 \cdot a \cdot R \cdot h + \gamma_1 \cdot a \cdot \frac{R^2}{2}$$

$$h = 3 \text{ m}$$

$$R = 2 \text{ m}$$

$$F_x = \gamma_1 \cdot a \cdot R \cdot h + \gamma_1 \cdot a \cdot \frac{R^2}{2} = 10^3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 + 10^3 \cdot 1 \cdot \frac{4}{2} = 4000 \text{ kg}$$

$$F_x = 4000 \text{ kg}$$

$$F_y = \gamma_1 \cdot a \cdot R \cdot h + \gamma_1 \cdot a \cdot \frac{\pi \cdot R^2}{4}$$

$$F_y = \gamma_1 \cdot a \cdot R \cdot h + \gamma_1 \cdot a \cdot \frac{\pi \cdot R^2}{4} = 10^3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 + 10^3 \cdot 1 \cdot \frac{3,14 \cdot 4}{4}$$

$$F_y = 2860 \text{ kg}$$

$$x_1 = \frac{R \cdot h - \frac{\pi \cdot R^2}{4}}{\frac{\pi}{2} \cdot h - R}$$

-89-

$$x_1 = \frac{R \cdot h - \frac{\pi \cdot R^2}{4}}{\frac{\pi}{2} \cdot h - R} = \frac{2,3 - \frac{3,14 \cdot 4}{4}}{\frac{3,14}{2} \cdot 3 - 2} = 1,055 \text{ m}$$

$$x_1 = 1,055 \text{ m}$$

Şekil düzlemi üzerinde (C) ve (D) noktalarının sınırladıkları düzlem yüzeye özgül ağırlığı (γ_1) olan sıvının yaptığı itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı

$$F_2 = \gamma_1 \cdot S_2 \cdot x_{O2}$$

$$S_2 = a \cdot b_2 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 2 \text{ m}^2$$

$$x_{O2} = \frac{b_2}{2} + 3 = 1 + 3 = 4 \text{ m}$$

$$x_{O2} = 4 \text{ m}$$

$$F_2 = \gamma_1 \cdot S_2 \cdot x_{O2} = 10^3 \cdot 2 \cdot 4 = 8000 \text{ kg}$$

$$F_2 = 8000 \text{ kg}$$

$$x_{m2} = x_{O2} + \frac{I_{O2}}{S_2 \cdot x_{O2}}$$

$$I_{O2} = \frac{a \cdot b_2^2}{12} = \frac{1 \cdot 8}{12} = \frac{2}{3} \text{ m}^4$$

$$I_{O2} = \frac{2}{3} \text{ m}^4$$

$$x_{m2} = x_{O2} + \frac{I_{O2}}{S_2 \cdot x_{O2}} = 4 + \frac{\frac{2}{3}}{2 \cdot 4} = 4,0833 \text{ m}$$

$$x_{m2} = 4,0833 \text{ m}$$

Şekil düzlemi üzerinde (C) ve (D) noktalarının sınırladıkları düzlem yüzeye özgül ağırlığı (γ_2) olan sıvının yaptığı itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı

$$F_3 = \gamma_2 \cdot S_3 \cdot x_{O3}$$

$$S_3 = a \cdot b_3 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ m}^2$$

$$S_3 = 2 \text{ m}^2$$

$$x_{O3} = \frac{b_3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m}$$

$$x_{O3} = 1 \text{ m}$$

$$F_3 = \gamma_2 \cdot S_3 \cdot x_{O3} = 0,8 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 1 = 1600 \text{ kg}$$

$$F_3 = 1600 \text{ kg}$$

$$x_{m3} = x_{O3} + \frac{I_{O3}}{S_3 \cdot x_{O3}}$$

$$I_{O3} = \frac{a \cdot b_3^3}{12} = \frac{1 \cdot 2^3}{12} = \frac{2}{3} \text{ m}^4$$

$$I_{O3} = \frac{2}{3} \text{ m}^4$$

$$x_{m3} = x_{O3} + \frac{I_{O3}}{S_3 \cdot x_{O3}} = 1 + \frac{\frac{2}{3}}{2 \cdot 1} = 1,33 \text{ m}$$

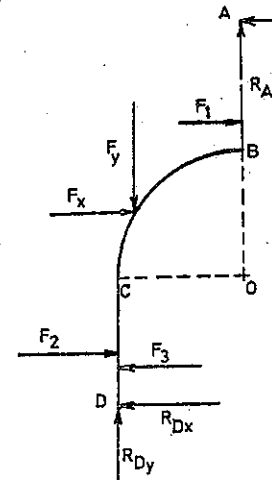
$$x_{m3} = 1,33 \text{ m}$$

(Şekil - 4.14) 'de kapağa etkiyen kuvvetlerle (A) ve (D) bağıntı elemanlarında oluşan karşı koyma kuvvetleri görülmektedir. Bu kuvvetlerden oluşan kuvvetler sisteminin dengede olabilmesi için şu koşulların gerçekleşmesi gerekir:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_x = 0$$



(Şekil - 4.14)

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum F_x = 0 = R_{Ax} - F_1 - F_x - F_2 + F_3 + R_{Dx}$$

$$R_{Ax} + R_{Dx} = F_1 + F_x + F_2 - F_3 = 500 + 4000 + 8000 - 1600 = 10900 \text{ kg}$$

$$R_{Ax} + R_{Dx} = 10900 \text{ kg}$$

$$F_y = 0 = R_{Ay} + R_{Dy} - F_y$$

$$R_{Ay} + R_{Dy} = F_y = 2860 \text{ kg}$$

$$R_{Ay} + R_{Dy} = 2860 \text{ kg}$$

$$\sum M_x = 0 = M_{RAX} - M_{F1} - M_{Fx} - M_{F2} + M_{RDx} + M_{F3}$$

$$M_{RAX} = 0$$

$$M_{F1} = F_1 \cdot l_{F1} = 500 \cdot 1,66 = 830 \text{ kgm}$$

$$M_{F1} = 830 \text{ kgm}$$

$$M_{Fx} = F_x \cdot l_{Fx} = 4000 \cdot 2,945 = 11780 \text{ kgm}$$

$$M_{Fx} = 11780 \text{ kgm}$$

$$M_{F2} = 40666,4 \text{ kgm}$$

$$M_{F2} = F_2 \cdot l_{F2} = 8000 \cdot 5,0833 = 40666,4 \text{ kgm}$$

$$M_{RDx} = 6 \cdot R_{Dx}$$

$$M_{F3} = F_3 \cdot l_{F3} = 1600 \cdot 5,33 = 8528 \text{ kgm}$$

$$M_{F3} = 8528 \text{ kgm}$$

$$\sum M_x = 0 = M_{RAX} - M_{F1} - M_{Fx} - M_{F2} + M_{RDx} + M_{F3} = 830 - 11780 - 40666,4 + 6 \cdot R_{Dx} + 8528$$

$$R_{Dx} = 7458,066 \text{ kg}$$

$$R_{Ax} = 10900 - R_{Dx} = 10900 - 7458,066 = 3441,934 \text{ kg}$$

$$R_{Ax} = 3441,934 \text{ kg}$$

$$\sum M_y = 0 = M_{RAY} - M_{Fy} + M_{RDy}$$

$$M_{RAY} = 0$$

$$M_{Fy} = F_y \cdot l_{Fy} = 2860 \cdot 1,69 = 4773,40 \text{ kgm}$$

$$M_{Fy} = 4773,40 \text{ kgm}$$

$$M_{RDy} = 2 \cdot R_{Dy}$$

$$\sum M_y = 0 = M_{RAY} - M_{Fy} + M_{RDy} = -4773,40 + 2 \cdot R_{Dy}$$

$$R_{Dy} = 2386,7 \text{ kg}$$

$$R_{Ay} = 2860 - R_{Dy} = 2860 - 2386,7 = 473,3 \text{ kg}$$

$$R_{Ay} = 473,3 \text{ kg}$$

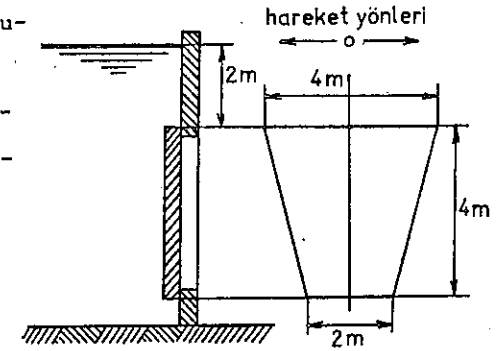
ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

4.1. PROBLEM

(Şekil - 4.15)'de, hareketsiz sıvının etkilediği ikizkenar yanuk biçiminde bir kapak görülmektedir. Kapak, kenarlarına yerleştirilen kızaklar üzerinde, yatay doğrultu-

da ve gösterilen yönlerde hareket edebilmektedir. Sıvının özgül ağırlığı (10^3 kg / m^3)'tür. Kapağa yapılan itme etkisini, itme etkisi merkezinin sıvının serbest yüzünden uzaklığını, kapağın ağırlığı (4 Ton) ve sürtünme katsayısı

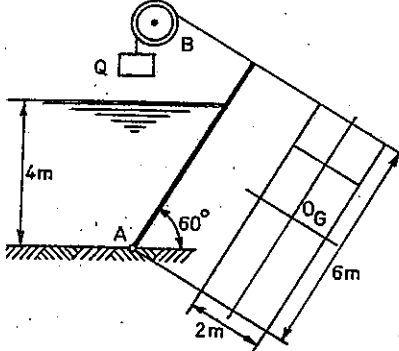
da (0,2) olduğuna göre, yatay doğrultuda ve gösterilen yönlerde kapağı hareket ettirebilmek için kapağa uygulanması gereken kuvvetin şiddetini hesaplayınız.



(Şekil - 4.15)

4.2. PROBLEM

(Şekil - 4.16)'de, (A) mafsalı çevresinde hareket edebilen dikdörtgen biçiminde bir kapak görülmektedir. Kapağın arkasında biriken suyun tabandan yüksekliği (4 m), özgül ağırlığı (10^3 kg / m^3) ve kapağın ağırlığı da (1,5 Ton)'dur.



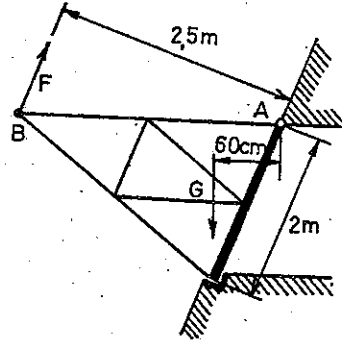
(Şekil - 4.16)

Suyun kapağa yaptığı itme etkisini, itme etkisi merkezinin sıvının serbest yüzünden uzaklığını ve sistemi dengeleyen (Q) yükünün ağırlığını hesaplayınız.

4.3. PROBLEM

(Şekil - 4.17)'de, bir hidroelektrik sarfrazının giriş galerisini kapatan hareketli bir klapa görülmektedir. Bu kalepenin genişliği (1 M), yüksekliği (2 m), ağırlığı da

(1000 kg)'dır. Kalepenin ağırlık merkezinin dönme ekseninden uzaklığı (0,6 m) ve galerinin tabanında basınç da su sütunu cinsinden (20 m) olduğuna göre, klapeyi açmak için (B) noktasına uygulanması gereken kuvvetin şiddetini hesaplayınız.

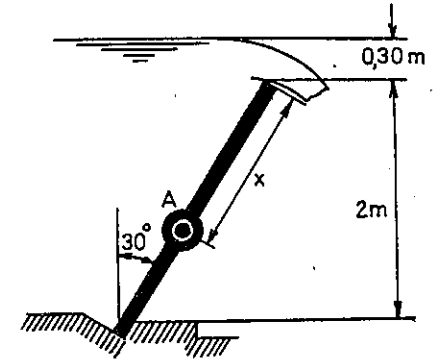


(Şekil - 4.17)

4.4. PROBLEM
(Şekil - 4.18)'de, genişliği (2 m) olan ve düşey düzlemle (30°)'lik açı yapan bir baraj savağı görülmektedir. Bu savak, savak ağzından (x) kadar uzakta bulunan bir yatay eksenin çevresinde hareket edebilmektedir. Savakta sıvı yükü (0,3 m) olduğu zaman savağın dengelenmesi için (x) hangi değeri almalıdır?

PROBLEM

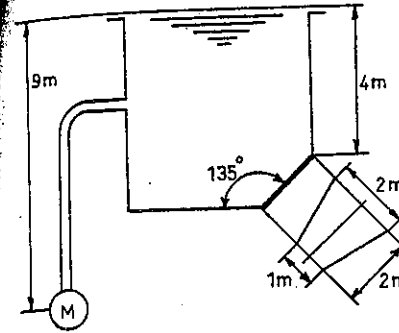
(Şekil - 4.19)'de bir kapalı hazne görülmektedir. Kapalı haznenin içerisinde, özgül ağırlığı $0,8 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$ olan ham petrol bulunmaktadır. Manometre ile ölçülen basınç (6 kg / cm^2)'dir. Kapalı haznenin tabanını oluşturan ikizkenar üçgen biçimindeki parçaya yapılan itme etkisini ve itme etkisi merkezinin haznenin kapağından uzaklığını bulunuz.



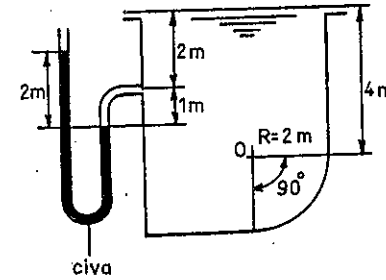
(Şekil - 4.18)

4.6. PROBLEM

(Şekil - 4.20)'de, içerisinde, özgül ağırlığı ($0,8 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$) olan ham petrol bulunan bir kapalı hazne görülmektedir. Kapalı haznenin alt yanında genişliği (4 m) olan silindirik bir parça bulunmaktadır. Bu silindirik parçaya sıvının yaptığı itme etkisini ve itme etkisi merkezinin haznenin kapağından uzaklığını bulunuz.



(Şekil - 4.19)



(Şekil - 4.20)

BEŞİNCİ BÖLÜM

- 1) *HİDRODİNAMİĞİN TANIMI*
- 2) *AKIŞKANLARIN SINEMATİĞİ*
 - a) *Genel kavramlar ve tanımlar*
 - b) *Debi*
 - c) *Süreklilik denklemi*
 - d) *Bir elemanter partikülün hareketi*
- 3) *YETKİN AKIŞKANLARIN DİNAMİĞİ*
 - a) *Lagrange ve Euler Değişkenleri*
 - b) *Euler denklemleri*
 - c) *Temel denklem*
 - d) *Hız ve kuvvet potansiyelinin bulunduğu durum*
 - e) *Bernoulli denklemi*
 - f) *Bernoulli denkleminin geometrik yorumu ve anlamı*

1) HİDRODİNAMİĞİN TANIMI

Hidrodinamik, hareketli sıvıların bağlı oldukları fizik kanunları inceleyen bilim olarak tanımlanır.

2) AKIŞKANLARIN SİNEMATİĞİ

a) GENEL KAVRAMLAR VE TANIMLAR

Hareketli sıvıyı oluşturan her elemanter partikülün bir hızı vardır. Hareketli sıvıyı oluşturan elemanter partiküllerin hızı, elemanter partiküllerin durumuna ve zamana bağlıdır. Hareketli sıvıyı oluşturan elemanter partiküllerden birinin hızını (V), dikaçılı koordinatlar sisteminde durumunu belirleyen koordinatları (x,y,z) ve zamanı da (t) ile gösterecek olursak $V = f(x, y, z, t)$ bağıntısını yazabiliriz.

Hız, elemanter partikülün dikaçılı koordinatlar sisteminde durumunu belirleyen kordinatların ve zamanın bir fonksiyonu olarak ifade edilirse, bunun dikaçılı koordinatlar sistemini oluşturan (ox), (oy) ve (oz) eksenlerine paralel bileşenleri de (x,y,z) koordinatları ile (t)'nin birer fonksiyonu olarak ifade edilirler.

$$u = \alpha(x, y, z, t)$$

$$v = \beta(x, y, z, t)$$

$$w = \gamma(x, y, z, t)$$

Bazı durumlarda, sıvıyı oluşturan elemanter partiküllerin hareketini nitelendiren hız ve basınç gibi elemanlar, zaman dışında yalnız (x,y,z) koordinatlarına bağlı olarak değişirler. Eğer sıvıyı oluşturan elemanter partiküllerin hareketini nitelendiren hız ve basınç gibi elemanlar, zaman dışında yalnız (x,y,z) kordinatlarına bağlı olarak değişiyorlarsa böyle bir harekete SÜREKLİ AKIM adı verilir.

Bir elemanter partikülün değişik zamanlarda bulunduğu noktaların geometrik yerine YÜRÜNGE denir. Verilen bir zamanda ve her noktada, bu noktadaki hızı gösteren hız vektörünün çiziminden elde edilen şekil de

HIZLAR ALANI olarak adlandırılır. Sıvı içinde alınan noktaların birinde, düşünülen ya da tasarlanan anda, bu noktadaki hızı gösteren hız vektörüne teğet olan bir çizgiye AKIM ÇİZGİSİ adı verilir. Akım çizgileri zamana bağlı olarak değişirler. Sürekli akımda ancak akım çizgileri değişmezler ve yörunge üzerinde bulunurlar. Belirli miktar akışkanın görüldüğü ya da kaybolduğu bir nokta bir çizgi, bir yüzey ya da bir hacim Hidrolikte kaynak olarak adlandırılır.

b) DEBİ

Birim zamanda bir kesitten geçen sıvı miktarına debi denir. Debi hacim ve kütle olarak ifade edilebilir. Biz, Hidrodinamiğe değgin konuları incelerken debiyi hacim olarak ifade edeceğiz. (Şekil - 5.1) görüldüğü gibi, alanı (ds) olan bir düzlem yüzey elemanı alalım, Bu yüzey elemanının merkezindeki akım hızını (V) ve bunun düzlemle yaptığı açıyı da (θ) ile gösterelim. (dt) zaman aralığında hızda az da olsa bir değişiklik meydana gelir. Ancak meydana gelen bu değişiklik çok küçük olduğu için gözönünde bulundurulmaz. Alanı (ds) olan düzlem yüzey elemanından (dt) zaman aralığında geçen sıvının hacmi, uzunluğu (V.dt) olan silindirin hacmine eşittir. Birim zamanda düzlem yüzey elemanından geçen sıvı miktarını (dQ) ile gösterecek olursak $dQ \cdot dt = V \cdot \sin \theta \cdot dt \cdot ds$ eşitliğini yazabiliriz.

$$dQ = V \cdot \sin \theta \cdot ds$$

$$V \cdot \sin \theta = v_n$$

$$dQ = V \cdot \sin \theta \cdot ds = v_n \cdot ds$$

$$dQ = v_n \cdot ds$$

Yapılan bu açıklama göstermektedir ki, boyutlarından biri sıfıra çok yakın olan bir yüzeyin debisi, yüzeyin alanı ile hızın bu yüzeye normal olan bileşeninin çarpımına eşittir.

c) SÜREKLİLİK DENKLEMİ

Süreklilik denklemini çıkarabilmek için (Şekil - 5.2)'de görüldüğü gibi boyutları değişmeyen ve (dx), (dy), (dz) olan, hareketli sıvı içinde bir dikdörtgenler prizması alınır. (t) zamanında bu dikdörtgenler prizmasının kütlesi, özgül kütle (ρ) olduğuna göre $\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$ olur. (dt) zaman aralığında özgül kütle $\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dt$ olduğu ve dikdörtgenler prizmasının boyutları değişmediği için dikdörtgenler prizmasının kütlesi $\frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz$ kadar artar. Kütledeki bu artış, dikdörtgenler prizmasının altı yüzünden giren ve çıkan sıvıdan ileri gelir. (dt) zaman aralığında (ABCD) yüzünden giren sıvının kütlesi

$$\rho \cdot u \cdot dt \cdot dy \cdot dz$$

($A_1 B_1 C_1 D_1$) yüzünden çıkan sıvının kütlesi de

$$- \rho \cdot \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dt \cdot dy \cdot dz \text{ olur.}$$

(dt) zaman aralığında (ABCD) yüzünden giren sıvının kütlesi ile ($A_1 B_1 C_1 D_1$) yüzünden çıkan sıvının kütlesini toplayacak olursak yalnız bu yüzlerin aracılığı ile giren ve çıkan sıvının kütlede meydana getirmiş olduğu değişme miktarını bulmuş oluruz.

$$\rho \cdot u \cdot dt \cdot dy \cdot dz - \rho \cdot \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dt \cdot dy \cdot dz = - \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

$$- \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz = - \frac{\partial (\rho \cdot u)}{\partial x} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

(ABCD) ve ($A_1 B_1 C_1 D_1$) yüzleri için yazmış olduğumuz bu bağıntılara benzer bağıntıları (oy) ve (oz) eksenlerine dik olan ($A B B_1 A_1$), ($D C C_1 D_1$) ve ($A D D_1 A_1$), ($B C C_1 B_1$) yüzleri için de yazabiliriz.

$$\rho \cdot v \cdot dt \cdot dx \cdot dz - \rho \cdot \left(v + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot dy \right) \cdot dt \cdot dx \cdot dz = - \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

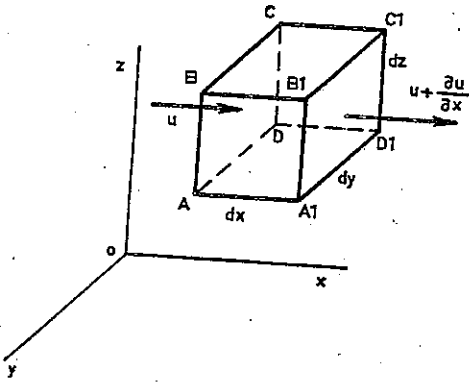
$$- \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz = - \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

$$\rho \cdot w \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz - \rho \cdot \left(w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \cdot dz \right) \cdot dt \cdot dx \cdot dy = - \rho \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

$$- \rho \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz = - \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

Buna göre karşılıklı altı yüzden giren ve çıkan sıvının kütle meydana getirdiği değişme miktarı,

$$- \left[\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \right] \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz \text{ olur.}$$



(Şekil - 5.2)

giren ve çıkan sıvının kütlede meydana getirdiği değişme miktarı ile dikdörtgenler prizmasının kapsadığı hacmin içerdiği kaynaktan giren sıvının kütlelerinin toplamına eşittir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz = - \left[\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \right] \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz +$$

$$\rho \cdot q \cdot dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

$$\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \cdot q$$

Sıvıların sıkıştırılmayacağını ve dikdörtgenler prizmasının hiç kaynağı içermediğini düşünecek olursak bu kez yukarıdaki eşitlikten

$$\text{olanarak } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \text{ eşitliğini yazabiliriz.}$$

Yapılan bu açıklama göstermektedir ki, sıvı içinde alınan ve uçları değişmeyen bir dikdörtgenler prizmasına belirli bir zaman aralığında karşılıklı yüzlerden giren ve çıkan sıvı miktarları birbirine eşitler.

d) BİR ELEMANTER PARTİKÜLÜN HAREKETİ

Sıvı içinde, koordinatları (x,y,z) olan bir (A) noktası alın ve bu noktada (t₀) zamanında, dikağılı koordinatlar sistemini oluşturan (ox), (oy) ve (oz) eksenlerine paralel olan hız bileşenlerini (u), (v) ve (w) ile gösterelim. (A) noktasını çevreleyen elementer partikülün hareketini incelemek için önce koordinatları (x+h), (y+k), (z+l) olan (A) noktasına çok yakın bir (B) noktasını çevreleyen elementer partikülün hareketini incelemek gerekir. (A) noktasından (B) noktasına gelinceye değin (ox) eksenine paralel hız bileşeninde meydana gelen değişme miktarını (Δu), (oy) eksenine paralel hız bileşeninde meydana gelen değişme miktarını (Δv) ve (oz) eksenine paralel hız bileşeninde meydana gelen değişme miktarını da (Δw) ile gösterecek olursak

$$u_B = u + \Delta u$$

$$v_B = v + \Delta v$$

$$w_B = w + \Delta w$$

eşitliklerini yazabiliriz.

$$u_B = u + \Delta u$$

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot h + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot k + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot l$$

$$u_B = u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot h + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot k + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot l$$

$$v_B = v + \Delta v$$

$$\Delta v = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot h + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k + \frac{\partial v}{\partial z} \cdot l$$

$$v_B = v + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot h + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k + \frac{\partial v}{\partial z} \cdot l$$

$$w_B = w + \Delta w$$

$$\Delta w = \frac{\partial w}{\partial x} \cdot h + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot k + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l$$

$$w_B = w + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot h + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot k + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l$$

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$\theta_3 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \alpha_3 - \theta_3$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \alpha_2 + \theta_2$$

$$u_B = u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot h + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot k + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot l = u + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot h + k \cdot (\alpha_3 - \theta_3) + l \cdot (\alpha_2 + \theta_2)$$

$$u_B = u + (\theta_2 \cdot l - \theta_3 \cdot k) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \cdot h + \alpha_3 \cdot k + \alpha_2 \cdot l \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \theta_3 + \alpha_3$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \alpha_1 - \theta_1$$

$$v + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot h + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k + \frac{\partial v}{\partial z} \cdot l = v + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k + h \cdot (\alpha_3 + \theta_3) + l \cdot (\alpha_1 - \theta_1)$$

$$v + (\theta_3 \cdot h - \theta_1 \cdot l) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \cdot k + \alpha_3 \cdot h + \alpha_1 \cdot l \right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \alpha_2 - \theta_2$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \alpha_1 + \theta_1$$

$$w + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot h + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot k + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l = w + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l + h \cdot (\alpha_2 - \theta_2) + k \cdot (\alpha_1 + \theta_1)$$

$$w_B = w + (\theta_1 \cdot k - \theta_2 \cdot h) + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \cdot l + \alpha_2 \cdot h + \alpha_1 \cdot k \right)$$

Yapmış olduğumuz bu matematik açıklama, (B) noktasının hareketinin aşağıda yazılı şu üç hareketin bileşkesi olduğunu göstermektedir:

1°) Hız bileşenleri $u_1 = u$, $v_1 = v$, $w_1 = w$ olan hareket,

2°) Hız bileşenleri

$$u_2 = (\theta_2 \cdot l - \theta_3 \cdot k)$$

$$v_2 = (\theta_3 \cdot h - \theta_1 \cdot l)$$

$$w_2 = (\theta_1 \cdot k - \theta_2 \cdot h) \text{ olan hareket,}$$

3°) Hız bileşenleri

$$u_3 = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \cdot h + \alpha_3 \cdot k + \alpha_2 \cdot l \right)$$

$$v_3 = \left(\frac{\partial v}{\partial y} \cdot k + \alpha_3 \cdot h + \alpha_1 \cdot l \right)$$

$$w_3 = \left(\frac{\partial w}{\partial z} \cdot l + \alpha_2 \cdot h + \alpha_1 \cdot k \right) \text{ olan hareket.}$$

(B) noktasının hareketini oluşturan hareketlerden I. hareket, (A) noktasının hareketine özdeştir ve bu hareket (A) noktasını çevreleyen elementer partikülün öteleme hareketine zorlandığını gösterir. Hız bileşenleri

$$u_2 = (\theta_2 \cdot l - \theta_3 \cdot k)$$

$$v_2 = (\theta_3 \cdot h - \theta_1 \cdot l)$$

$w_2 = (\theta_1 \cdot k - \theta_2 \cdot h)$ olan 2. hareketin niteliğini açıklayabilmek için (A) noktasından geçen bir vektör alacağız. (A) noktasından geçen vektörün modülünü (Ω) ve bunun (ox), (oy), (oz) eksenlerindeki izdüşümlerini de $(\theta_1), (\theta_2), (\theta_3)$ ile gösterelim. (A) noktasından geçen vektörün (t_0) anındaki değeri (B) noktasının durumuna değil doğrudan doğruya (A) noktasının durumuna bağlıdır. $(\theta_1), (\theta_2), (\theta_3)$ açısal hızın dimansiyonuna sahip oldukları için (A) noktasından geçen (Ω) vektörü, (A) noktası çevresinde bir dönme hareketini gösterir. (B) noktasına değgin dönme hareketinin çizgisel hızı (Ω)'nın fonksiyonu olan başka bir vektörle ifade edilir ve bunun bileşenleri (B) noktasındaki hareketini oluşturan hareketlerden 2. hareketin hız bileşenlerine özdeş tir. (Ω) vektörü, Hidrolikte, GIRDAP VEKTÖRÜ olarak adlandırılır.

(B) noktasının hareketini oluşturan hareketlerden 3. hareketi açıklayabilmek için önce, yörüngenin $(dx_3), (dy_3), (dz_3)$ şeklinde verilen elemanlarını hesaplayacağız. $(dx_3), (dy_3), (dz_3)$ hemen belirtelim ki, 3. hareketin (dt) zaman aralığındaki yörüngesinin (ox), (oy), (oz) eksenleri üzerindeki izdüşümleridir. 3. hareketin hız bileşenlerini daha önce $(u_3), (v_3), (w_3)$ ile göstermiştik. Buna göre, 3. hareketin (dt) zaman aralığında yörüngesinin (ox), (oy), (oz) eksenleri üzerindeki izdüşümlerini $dx_3 = u_3 \cdot dt, dy_3 = v_3 \cdot dt, dz_3 = w_3 \cdot dt$ eşitlikleri ile ifade edebiliriz. Bu eşitliklerden yararlanarak

$$dt = \frac{dx_3}{u_3} = \frac{dy_3}{v_3} = \frac{dz_3}{w_3} \quad \text{eşitliklerini yazabiliriz}$$

Bulmuş olduğumuz bu eşitlikler, hemen belirtelim ki, 3. harekette akım çizgilerinin değişmezliğini ve yörünge üzerinde bulduklarını gösterirler.

Şimdi 3. hareketin hız bileşenlerini alalım ve

$$u_3 = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot h + \alpha_3 \cdot k + \alpha_2 \cdot l \quad \text{şeklinde verilmiş olan}$$

hız bileşeninin her iki tarafını (h),

$$v_3 = \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k + \alpha_3 \cdot h + \alpha_1 \cdot l \quad \text{şeklinde verilmiş olan}$$

hız bileşeninin her iki tarafını (k) ve

$$w_3 = \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l + \alpha_2 \cdot h + \alpha_1 \cdot k \quad \text{şeklinde verilmiş olan}$$

hız bileşeninin her iki tarafını da (l) ile çarpalım.

$$u_3 \cdot h = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot h^2 + \alpha_3 \cdot k \cdot h + \alpha_2 \cdot l \cdot h$$

$$v_3 \cdot k = \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k^2 + \alpha_3 \cdot h \cdot k + \alpha_1 \cdot l \cdot k$$

$$w_3 \cdot l = \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l^2 + \alpha_2 \cdot h \cdot l + \alpha_1 \cdot k \cdot l$$

Bu eşitlikleri taraf tarafa toplayacak olursak

$$u_3 \cdot h + v_3 \cdot k + w_3 \cdot l = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot h^2 + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k^2 + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l^2 + 2 \cdot \alpha_3 \cdot k \cdot h + 2 \cdot \alpha_2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot \alpha_1 \cdot k \cdot l$$

eşitliğini elde ederiz. Şimdi bu eşitliğin her iki tarafını (I/2) ile çarpalım.

$$\frac{I}{2} \cdot (u_3 \cdot h + v_3 \cdot k + w_3 \cdot l) =$$

$$\frac{I}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} \cdot h^2 + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k^2 + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l^2 + 2 \cdot \alpha_3 \cdot k \cdot h + 2 \cdot \alpha_2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot \alpha_1 \cdot k \cdot l \right)$$

elde etmiş olduğumuz bu eşitlik ikinci dereceden bir denklemle ifade edilebilen bir yüzeyi göstermektedir, diğer bir deyişle bu eşitlik bir yüzeyin denklemidir. Bu yüzey denkleminde yer alan (h), (k), (l), akım kordinatlarıdır ve

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \quad \text{'ün (A) noktasında, } (t_0)$$

anında belirlenmiş değerleri vardır.

$$A = f(h, k, l) = \frac{1}{2} \cdot (u_3 \cdot h + v_3 \cdot k + w_3 \cdot l)$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} \cdot h^2 + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k^2 + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l^2 + 2 \cdot \alpha_3 \cdot k \cdot h + 2 \cdot \alpha_2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot \alpha_1 \cdot k \cdot l \right)$$

$$A_h^1 = \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_3 \cdot k + \alpha_2 \cdot l$$

$$u_3 = \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_3 \cdot k + \alpha_2 \cdot l$$

$$A_h^1 = u_3$$

$$A_k^1 = \frac{\partial v}{\partial y} + \alpha_3 \cdot h + \alpha_1 \cdot l$$

$$v_3 = \frac{\partial v}{\partial y} + \alpha_3 \cdot h + \alpha_1 \cdot l$$

$$A_k^1 = v_3$$

$$A_l^1 = \frac{\partial w}{\partial z} + \alpha_2 \cdot h + \alpha_1 \cdot k$$

$$w_3 = \frac{\partial w}{\partial z} + \alpha_2 \cdot h + \alpha_1 \cdot k$$

$$A_l^1 = w_3$$

Yapmış olduğumuz bu matematik açıklama göstermektedir ki, (B) noktasının hareketini oluşturan hareketlerden 3. hareket, denklemi

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} \cdot h^2 + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k^2 + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l^2 + 2 \cdot \alpha_3 \cdot k \cdot h + 2 \cdot \alpha_2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot \alpha_1 \cdot k \cdot l \right)$$

şeklinde verilmiş olan yüzeye dik bir doğrultuda gelişir. Şimdi dik açılı koordinatlar sistemini oluşturan (ox), (oy), (oz) eksenleri, denklemi $A = f(h, k, l)$ şeklinde verilmiş olan yüzeyin eksenleri ile uyuşacak biçimde yönlendirilecek olursa

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0 \text{ olur ve}$$

$\frac{\partial u}{\partial x} \cdot h$, $v_3 = \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k$, $w_3 = \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l$ eşitlikleri elde edilir. Bu da (B) noktasının (t_0) anında $(h), (k), (l)$ olan koordinatları, 3. hareket nedeni ile $(t_0 + dt)$ anında $(h + dx_3), (k + dy_3), (l + dz_3)$ olur.

$$dx_3 = u_3 \cdot dt$$

$$h + dx_3 = h + u_3 \cdot dt = h + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot h \cdot dt$$

$$h + dx_3 = h \cdot \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt \right)$$

$$dy_3 = v_3 \cdot dt$$

$$k + dy_3 = k + v_3 \cdot dt = k + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot k \cdot dt$$

$$k + dy_3 = k \cdot \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot dt \right)$$

$$dz_3 = w_3 \cdot dt$$

$$l + dz_3 = l + w_3 \cdot dt = l + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot l \cdot dt$$

$$l + dz_3 = l \cdot \left(1 + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot dt \right)$$

$\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt \right) (h)$ 'den, $\left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot dt \right) (k)$ 'dan ve $\left(1 + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot dt \right) (l)$ 'den

(1)'den bağımsızdırlar ve açık olarak görülmektedir ki, 3. harekette (A) noktasına komşu bütün noktaların koordinatları $\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dt \right), \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot dt \right)$

ve $\left(1 + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot dt \right)$ ile çarpılmaktadır. Bu nedenle (B) noktasının hareketini oluşturan hareketlerden üçüncü hareket, (A) noktasını çevreleyen elementer partükülde dik bir biçim değişikliği meydana getirir.

Yaptığımız bu açıklamalara dayanarak bir elementer partikülün hareketinin

(A)noktasının hareketine eşit bir öteleme hareketi ile(A)noktasının çevresinde(A) noktasını merkez alan bir dönme hareketi ve(A)noktasının çevresinde biribirine dik üç yönde gelişen biçim değişikliğinden oluştuğunu ifade edebiliriz.

3) YETKİN AKIŞKANLARIN DİNAMIĞI

a) LAGRANGE VE EULER DEĞİŞKENLERİ

Verilmiş olan(t_0) anında bir elemanter partikülün durumunu belirleyen koordinatların sırası ile(a), (b), (c), basıncının ve özgül kütlenin de(P_0)ve (ρ_0)olduğunu kabul edelim. Acaba bu elemanter partikülün vermiş olan(t) anında durumunu belirleyen(x), (y), (z)koordinatları ile basıncı(P)ve özgül kütlesi(ρ)ne olur?Yine(t_0) anında ,yetkin akışkan içinde bulunan bir noktada(ox), (oy), (oz)eksenlerine paralel hız bileşenlerinin(u_0), (w_0), basıncın(P_0)ve özgül kütlenin de(ρ_0)olduğunu kabul edelim.Acaba(t) anında yetkin akışkan içinde alınmış olan bu noktada(ox), (oy), (oz)eksenlerine paralel hız bileşenleri(u), (v), (z), basınç(P)ve özgül kütle(ρ)ne olur?

Bir akışkanın hareketinin incelenmesinden yukarıda ortaya konmuş olduğumuz bu soruların cevaplarının araştırılması anlaşılmalıdır.Bu sorunun cevaplandırılmasında LAGRANGE DEĞİŞKENLERİNDEN,ikinci sorunun cevaplandırılmasında da EULER DEĞİŞKENLERİNDEN yararlanılır.Birinci ve ikinci sorular,ayrı ayrı,belirlenmesi gereken beş bilinmeyeni içermektedirler.Bilinmeyenlerin bulunması için beş ayrı denkleme ihtiyaç vardır.Bunlardan birincisi SÜREKLİLİK DENKLEMİ,ikincisi DURUM DENKLEMİ,üçüncü,dördüncü ve beşincisi de d'ALEMBERT DENKLEMİNDEN yararlanılarak bulunan ve bileşkenin(oy), (oz) eksenleri üzerindeki izdüşümlerini veren denklemlerdir.

2. NEWTON KANUNUNA göre bir kuvvet bir cisimi etkilediği zaman cisme sabit bir ivme kazandırır.Cismin kazandığı sabit ivme,cisme etkiyen kuvvetin şiddeti ile doğru orantılı cismin kütlesi ile ters orantılıdır.Cisme etkiyen kuvvetin şiddetini(F),cismin kütlesini(m)ve kuvvetin cisme kazandırmış olduğu sabit ivmeyi de(a)ile gösterecek olursak 2. NEWTON KANUNUNU $F = m \cdot a$ denklemi ile ifade edebiliriz.

d'ALEMBERT,2. NEWTON KANUNUNU ifade eden $F = m \cdot a$ denklemini $F - m \cdot a = 0$ şeklinde yazarak sabit ivmeli hareket yapan bir cisimde oluşan atalet kuvveti ile cisme sabit ivmeyi kazandıran kuvvetin dengede olduğunu göstermiştir. Bu olguya KATILARIN MEKANIĞİNDE dinamik denge denir.

d'Alembert ilkesine göre herhangi bir cisme etkiyen ve bu cisme sabit ivmeli bir hareket kazandıran kuvvetler sistemi ile cisimde oluşan atalet kuvveti denge halindedirler. Bu dengenin gerçekleşmesi için cisme sabit ivmeli hareket kazandıran kuvvetler sistemi ile cisimde oluşan atalet kuvvetinin vektörel toplamının sıfır olması

$$\sum \vec{F}_x + m \cdot \vec{a}_x = 0$$

$$\sum \vec{F}_y + m \cdot \vec{a}_y = 0$$

$$\sum \vec{F}_z + m \cdot \vec{a}_z = 0$$

ve yine cisme sabit ivmeli hareket kazandıran kuvvetler sistemi ile cisimde oluşan atalet kuvvetinin bir noktaya göre alınan momentlerinin vektörel toplamının sıfır olması

$$\sum \vec{M}_x = 0$$

$$\sum \vec{M}_y = 0$$

$$\sum \vec{M}_z = 0 \quad \text{gerekir.}$$

b) EULER DENKLEMLERİ

EULER DENKLEMLERİNİ çıkarabilmek için hareket halindeki yetkin sıvı içinde, kenarlarının uzunluğu (dx), (dy), (dz) olan bir dikdörtgenler prizması alacağız. Kütle birimine etkiyen dış kuvvetlerin (ox), (oy) (oz) eksenlerine paralel bileşenlerini (X), (Y), (Z), iç ve dış kuvvetlerin kütle birimine kazandırmış oldukları sabit ivmenin (ox), (oy), (oz)eksenlerine paralel olan bileşenlerini de (a_x), (a_y), (a_z) ile gösterelim. Bu durumda, yukarıda açıklamış olduğumuz d'ALEMBERT İLKESİNE göre, (ox), (oy)

(oz) eksenlerine paralel iç ve dış kuvvetlerle bunların etkisi altında oluşan atalet kuvvetinin denge denklemlerini şöyle yazabiliriz:

$$P \cdot dy \cdot dz - (P + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx) \cdot dy \cdot dz + X \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot y \cdot dz \cdot a_x$$

$$P \cdot dx \cdot dz - (P + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy) \cdot dx \cdot dz + Y \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot a_y$$

$$P \cdot dx \cdot dy - (P + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz) \cdot dx \cdot dy + Z \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot a_z$$

Denge denklemlerinden yararlanarak ayrıca şu eşitlikleri de çıkarabiliriz:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = X - a_x$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = Y - a_y$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} = Z - a_z$$

Denge denklemlerinden yararlanarak çıkarmış olduğumuz bu son eşitliklere EULER DENKLEMLERİ adı verilir.

$$u = \alpha(x, y, z, t)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$v = \beta(x, y, z, t)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$w = \gamma(x, y, z, t)$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$u = \frac{dx}{dt}, \quad v = \frac{dy}{dt}, \quad w = \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{du}{dt} = u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\frac{dv}{dt} = u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\frac{dw}{dt} = u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$a_x = \frac{du}{dt}, \quad a_y = \frac{dv}{dt}, \quad a_z = \frac{dw}{dt}$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = X - a_x = X - u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} - w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = X - u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} - w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = Y - a_y = Y - u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} - v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} - w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = Y - u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} - v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} - w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} = Z - a_z = Z - u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} - v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} - w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} = Z - u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} - v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} - w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial t}$$

c) TEMEL DENKLEM

TEMEL DENKLEM, Euler Denklemlerinden yararlanılarak çıkarılır. TEMEL DENKLEMİ çıkarabilmek için önce, Euler Denklemlerinin yanları $dx = u \cdot dt$, $dy = v \cdot dt$, $dz = w \cdot dt$ denklemlerinin yanları ile ayrı ayrı çarpılır ve elde edilen eşitlikler de taraf tarafa toplanır.

$$\frac{I}{\rho} \cdot \frac{P}{x} = X - a_x$$

$$dx = u \cdot dt$$

$$\frac{I}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx = (X - a_x) \cdot u \cdot dt = X \cdot dx - a_x \cdot u \cdot dt$$

$$\frac{I}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx = X \cdot dx - a_x \cdot u \cdot dt$$

$$\frac{I}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = Y - a_y$$

$$dy = v \cdot dt$$

$$\frac{I}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy = (Y - a_y) \cdot v \cdot dt = Y \cdot dy - a_y \cdot v \cdot dt$$

$$\frac{I}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy = Y \cdot dy - a_y \cdot v \cdot dt$$

$$\frac{I}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} = Z - a_z$$

$$dz = w \cdot dt$$

$$\frac{I}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz = (Z - a_z) \cdot w \cdot dt = Z \cdot dz - a_z \cdot w \cdot dt$$

$$\frac{I}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz = Z \cdot dz - a_z \cdot w \cdot dt$$

$$\frac{I}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz \right) = X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz - (a_x \cdot u + a_y \cdot v + a_z \cdot w) \cdot dt$$

$$a_x = \frac{du}{dt}$$

$$du = a_x \cdot dt$$

$$a_y = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a_y \cdot dt$$

$$a_z = \frac{dw}{dt}$$

$$dw = a_z \cdot dt$$

Şimdi de basıncı $(x), (y), (z)$ ve (t) 'nin fonksiyonu olarak ifade edip tam diferansiyelini yazalım.

$$P = f(x, y, z, t)$$

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz + \frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt$$

$$dP - \frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz$$

Bulduğumuz bu değerleri

$$\frac{I}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz \right) = X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz - (a_x \cdot u + a_y \cdot v + a_z \cdot w) \cdot dt$$

esitliğinde yerlerine koyalım.

$$\frac{I}{\rho} \cdot \left(dP - \frac{\partial P}{\partial t} \cdot dt \right) = X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz - (u \cdot du + v \cdot dv + w \cdot dw)$$

$$V^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

$$V \cdot dV = u \cdot du + v \cdot dv + w \cdot dw$$

$$\frac{I}{\rho} \cdot \left(dP - \frac{P}{t} \cdot dt \right) = X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz - V \cdot dV$$

EULER DENKLEMLERİNİN oluşturulması sınırlandırılmaz. Bu nedenle EULER DENKLEMLERİNİN integrasyonu, hareket halindeki akışkan kütlelerinin herhangi iki noktası arasında yapılabilir. Buna karşın EULER DENKLEMLERİN DEN yararlanarak bulmuş olduğumuz TEMEL DENKLEMDE yer alan $(dx), (dy), (dz)$

kendi aralarında bağımsız değişimlerdir. Bunlar (dt) zaman aralığının başlangıcında (ox), (oy), (oz) eksenleri üzerindeki izdüşümleridir. Bu durumda TEMEL DENKLEMİN ancak bir yörünge boyunca integrali alınabilir.

d) HIZ VE KUVVET POTANSİYELİNİN BULUNDUĞU DURUM

Hız ve kuvvet potansiyelinin bulunduğu durumu açıklayabilmek için önce, HIZ POTANSİYELİ ve KUVVET POTANSİYELİ kavramlarını açıklamak gerekir. $(u \cdot dx + v \cdot dy + w \cdot dz)$ şeklinde bir ifadenin verilmiş olduğunu kabul edelim. Eğer $(u \cdot dx + v \cdot dy + w \cdot dz)$ şeklinde verilen ifade $A = f(x, y, z)$ şeklinde çok değişkenli bir fonksiyonun tam diferansiyeli ise,

$$dA = u \cdot dx + v \cdot dy + w \cdot dz$$

$$dA = \frac{\partial A}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial A}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial A}{\partial z} \cdot dz$$

$$dA = u \cdot dx + v \cdot dy + w \cdot dz = \frac{\partial A}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial A}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial A}{\partial z} \cdot dz \text{ olduğu}$$

$$u = \frac{\partial A}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial A}{\partial z} \text{ olur. Bu durumda girdap vektörü sıfır}$$

dır ve HIZ POTANSİYELİNİN bulunduğu ifade edilir. Girdap vektörünün sıfır olabilmesi için her şeyden önce $(\theta_1), (\theta_2), (\theta_3)$ 'ün sıfır olması gerekir.

Bundan sonra $(X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz)$ şeklinde bir ifadenin verilmiş olduğunu kabul edelim. Eğer $(X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz)$ şeklinde verilen ifade $B = F(x, y, z)$ şeklinde çok değişkenli bir fonksiyonun tam diferansiyeli ise,

$$dB = (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz)$$

$$dB = \frac{\partial B}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial B}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial B}{\partial z} \cdot dz$$

$$dB = (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz) = \frac{\partial B}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial B}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial B}{\partial z} \cdot dz$$

$$\text{in } -X = \frac{\partial B}{\partial x}, \quad -Y = \frac{\partial B}{\partial y}, \quad -Z = \frac{\partial B}{\partial z} \text{ olur. Bu durumda}$$

KUVVET POTANSİYELİNİN bulunduğu ifade edilir.

$$= X - a_x = X - \left(u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} = X - \left(u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

$$u = \frac{\partial A}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial A}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial^2 A}{\partial x \cdot \partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial^2 A}{\partial x \cdot \partial z}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} - X + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial A}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial A}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x \cdot \partial z} + \frac{\partial^2 A}{\partial x \cdot \partial t}$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial A}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial A}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x \cdot \partial z} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial (u^2 + v^2 + w^2)}{\partial x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial (V^2)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} - X + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial x}$$

$$\frac{\partial (V^2)}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial x \cdot \partial t}$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial (V^2)}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial x \cdot \partial t} = 0$$

Eğer (ρ) gazların izotermik ve adiyabatik dönüşümlerinde olduğu gibi yalnız basınca bağlı ise, bu durumda

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\int \frac{dP}{\rho} + B + \frac{V^2}{2} + \frac{\partial A}{\partial t} \right] = 0 \text{ bağıntısını}$$

yazabiliriz. Bu eşitlikte yer alan $\int \frac{dP}{\rho} + B + \frac{V^2}{2} + \frac{\partial A}{\partial t}$, (x,y,z) koordinatları ile akışkan içinde alınan noktanın durumuna değil yalnız ve yalnız zamana bağlıdır. Eğer akışkanın hareketi sürekli akım olursa daha önce yapmış olduğumuz tanıma göre $\frac{\partial A}{\partial t}$ yerine sıfır yazılır. ve akışkan içinde alınan noktanın durumu ile zaman ne olursa olsun

$\frac{dP}{\rho} + B + \frac{V^2}{2}$ ifadesi aynı kalır. Diğer taraftan KUVVET POTANSİYELİ ile HIZ POTANSİYELİ birarada bulunduğu zaman

$\frac{1}{\rho} \cdot (dP - \frac{\partial P}{\partial t} dt) = X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz + V \cdot dv$ şeklinde bulmuş olduğumuz genel denklemin integrasyonunu sınırlandırma zorunluluğu ortadan kalkar ve bu durumda temel denklemin integrali yörünge ile çakışmayan herhangi bir çizgi boyunca da alınabilir. İşte yapmış olduğumuz bu açıklamalarla LAGRANGE'a göre, herhangi bir akışkan kütlesi için kuvvet potansiyeli ve verilmiş bir zamanda hız potansiyeli varsa, bu akışkan kütlesi için her zaman bir hız potansiyelinin bulunabileceğini göstermiş oluyoruz.

e) BERNOULLİ DENKLEMİ

Bernoulli Denklemine çıkarmak için daha önce

$$\frac{dP}{\rho} + B + \frac{V^2}{2} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

bulmuş olduğumuz Genel Denklemden yararlanacağız. Bilindiği gibi, sürekli akımda ($\frac{\partial A}{\partial t}$) yerine sıfır yazılır ve bu durumda Genel Denklem

$$\frac{dP}{\rho} + dB + V \cdot dV = 0$$

şeklini alır. Eğer gazların izotermik ve adiyabatik dönüşümlerinde olduğu gibi (ρ) yalnız akışkanın basıncına bağlı ise ve eğer basınç kapalı olan (P_1, P_2) aralığında (P)'nin, kuvvet potansiyeli kapalı olan (B_1, B_2) aralığında (B)'nin, hız da kapalı olan (V_1, V_2) aralığında (V)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$\frac{dP}{\rho} + dB + V \cdot dV = 0$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho} + \int_{B_1}^{B_2} dB + \int_{V_1}^{V_2} V \cdot dV = 0$$

şeklinde olur. Bundan yararlanarak

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho} + (B_2 - B_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = 0$$

eşitliğini yazabiliriz. Akışkanların hareketinin incelenmesinde çok önemli bir yeri olan bu eşitlik, ilk kez 1738 yılında yayınlanan HYDRODYNAMICA adlı ünlü eserinde DANIEL BERNOULLİ tarafından açıklanmıştır ve bu nedenle BERNOULLİ DENKLEMİ olarak adlandırılır. Bernoulli Denklemi, genellikle, akışkanlara etkiyen yerçekimi kuvvetinden başka dış kuvvetler bulunmadığı zamanlar uygulanır.

Eğer (ox), (oy) ve (oz) eksenlerinden oluşan dik açılı koordinat sisteminde (ox) ve (oy) eksenleri yatay düzlem üzerinde bulunuyorlarsa akışkanlara etkiyen yerçekimi kuvvetinden başka bir kuvvet olmadığı

$$\begin{aligned} X &= 0 \\ Y &= 0 \\ Z &= -g \end{aligned}$$

olur ve daha önce

$$\frac{dP}{\rho} + dB + V \cdot dV = 0$$

Şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemden yararlanarak Bernoulli Denklemine diferansiyel denklem olarak

$$dz + \frac{dP}{\gamma} + \frac{I}{g} \cdot V \cdot dV = 0$$

şeklinde yazabiliriz. Bu diferansiyel denklemde yer alan (I/γ) özgül hacimdir ve (V) ile gösterilir. Eğer yükseklik kapalı olan (z_1, z_2) aralığında (z) 'nin, basınç kapalı olan (P_1, P_2) aralığında (P) 'nin ve hız da kapalı olan (V_1, V_2) aralığında (V) 'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dz + \frac{dP}{\gamma} + \frac{I}{g} \cdot V \cdot dV = 0$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$\int_{z_1}^{z_2} dz + \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\gamma} + \frac{I}{g} \int_{V_1}^{V_2} V \cdot dV = 0$$

olur. Bundan yararlanarak

$$(z_2 - z_1) + \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\gamma} + \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g} \right) = 0$$

şeklini yazabiliriz. Bu arada hemen belirtelim ki, son olarak bulmuş olduğumuz eşitlik yalnız sıkıştırılabilen akışkanlara yani gazlar uygulanabilir. Sıkıştırılabilen akışkanlar için

$$dz + \frac{I}{\gamma} \cdot dP + \frac{I}{g} \cdot V \cdot dV = 0$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemden yararlanmak gerekir. Eğer yükseklik kapalı olan (z_1, z_2) aralığında (z) 'nin, basınç kapalı olan (P_1, P_2) aralığında (P) 'nin ve hız da yine kapalı olan (V_1, V_2) aralığında (V) 'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dz + \frac{I}{\gamma} \cdot dP + \frac{I}{g} \cdot V \cdot dV = 0$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$\int_{z_1}^{z_2} dz + \frac{I}{\gamma} \int_{P_1}^{P_2} dP + \frac{I}{g} \int_{V_1}^{V_2} V \cdot dV = 0$$

olur. Bundan yararlanarak

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + z_2 = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} + z_1$$

eşitliğini yazabiliriz.

f) BERNOULLI DENKLEMİNİN GEOMETRİK YORUMU VE ANLAMI

Bernoulli Denklemi, ENERJİNİN KORUNUMU İLKESİNE dönüştürülebilir. Daha önce

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho} + (B_2 - B_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = 0$$

şeklinde bulmuş olduğumuz Bernoulli Denkleminde yer alan terimler

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\rho}$$

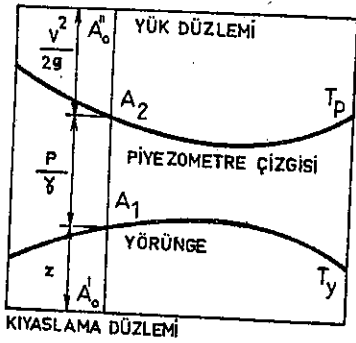
iki noktanın sınırladıkları aralıkta kütle biriminin elastik enerji değişimini, $(B_2 - B_1)$ iki noktanın sınırladıkları aralıkta kütle biriminin potansiyel enerji değişimini ve

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \text{ de}$$

yine iki noktanın sınırladıkları aralıkta kütle biriminin kinetik enerji değişimini ifade etmektedir. Bu nedenle sıkıştırılamayan akışkanlar

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_2 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_1$$

şeklinde yazılan Bernoulli Denklemi bir yörünge boyunca kütle biriminin sahip olduğu enerjinin değişmediğini gösterir. Ayrıca açık olarak görülmektedir ki, Bernoulli Denklemi oluşturan bütün terimler bir uzunluğun dimansiyonuna sahip bulunmaktadır. (Şekil - 5.3)'te yük



(Şekil - 5.3)

üstünde kıyaslama düzlemine paralel olan yük düzlemi vardır. Yük düzleminin piyezometre çizgisinin her bir noktasından uzaklığı $(v^2 / 2g)$

Açık olarak görülmektedir ki, yörünge boyunca kıyaslama düzlemleri arasındaki uzaklık değişmemekte, diğer bir deyişle her bir noktada MUTLAK YÜKSEKLİĞİN, BASINÇ YÜKSEKLİĞİ VE HIZ YÜKSEKLİĞİNİN toplamı sabit kalmaktadır.

düzlemi, piyezometre çizgisi, yörünge ve kıyaslama düzleminin durumu görülmektedir. (T_y) çizgisi yörüngeyi göstermektedir. Yörünge üzerinde alınan herhangi bir noktanın kıyaslama düzleminden uzaklığı MUTLAK YÜKSEKLİK olarak adlandırılır ve (z) ile gösterilir. Piyezometre çizgisi yörüngeye her bir noktası için (P / γ) kadar yukarıdan geçmektedir. Piyezometre çizgisinin

ALTINCI BÖLÜM

AKIMIN TANIMI

BAŞINÇ DEĞİŞİMİ

ORTALAMA HIZ

HAREKET MİKTARININ, ORTALAMA HIZIN FONKSİYONU OLARAK

İFADESİ

İNDE KUVVETİN ORTALAMA HIZIN FONKSİYONU OLARAK

İFADESİ

(η) VE (α) KATSAYILARININ DEĞERLERİ

BERNOULLİ DENKLEMİNİN BİR AKIMININ BÜTÜNÜNE UYGULANMASI

1) AKIMIN TANIMI

Akışkanların hareketine AKIM denir. Ancak bazı hidrolisyenler tanımın sınırlarını belirsiz bulmakta ve akışkanların hareketinin akım olarak nitelendirilebilmesi için bazı önemli özelliklerinin bulunması gerektiğini öne sürmektedirler. Bilindiği gibi, akışkanlar, bütün özelliklerini taşıyan ve birbirinden bağımsız hareket edebilen elemanter partiküllerden oluşmuşlardır. İşte bu hidrolisyenlere göre, akışkanın hareketinin Hidrolikte, akım olarak nitelendirilebilmesi için akışkanı oluşturan elemanter partiküllerin hızını gösteren hız vektörlerinin birbirine paralel olması gerekir. (I) Bu tanıma uyan bir akımda, dik açılı koordinatlar sistemini oluşturan eksenlerden (ox) eksenine akım çizgisi üzerine getirilirse elemanter partikülün hızını gösteren hız vektörü de bu eksene paralel olur.

2) BASINÇ DEĞİŞİMİ

Daha önce de açıklamış olduğumuz gibi, EULER Denklemlerinin ilk şekli, koordinatları (x , y , z ,) olan noktadan koordinatları (X + dx , y + dy , z + dz) olan noktaya geçildiği zamanki basınç değişimini ifade eder.

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot (X - a_x) \quad , \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \rho \cdot (Y - a_y) \quad , \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \rho \cdot (Z - a_z)$$

$$dP = \rho \cdot (X \cdot dx + Y \cdot dy + Z \cdot dz) - (\rho \cdot a_x \cdot dx + \rho \cdot a_y \cdot dy + \rho \cdot a_z \cdot dz)$$

Yukarıda yapmış olduğumuz tanıma uyan bir akımda (a_y) ve (a_z) sıfırdır. Diğer taraftan yer değiştirme akıma dik bir düzlem üzerinde meydana gelirse (dx) de sıfır olur ve yukarıda yazmış olduğumuz denklem

$$dP = \rho \cdot (Y \cdot dy + Z \cdot dz)$$

(1) Hydroliques Générale - Albert Schlag

şeklini alır. Bulduğumuz bu denklem, daha önce, Hidrostatikte bulunduğumuz DENGE DENKLEMİNİN aynısıdır. Yapılan bu açıklama, aynı zamanda basıncın verilmiş olan bir zamanda akım doğrultusuna dik bir çizgi boyunca hidrostatik olarak değiştiğini de gösterir.

3). ORTALAMA HIZ

Ortalama hızı tanımlayabilmek için akım doğrultusuna dik bir kesit üzerinde alınan bütün noktalarda özgül kütleinin değişmediğini katedeceğiz. İşte özgül kütleinin sabit kaldığı akım doğrultusuna dik bir kesit üzerinde alınan ve bütün noktalarda gerçek debiye eşit bir debiyi veren tasarılan hız ORTALAMA HIZ denir.

Ortalama hız, genellikle, (U_m) ile gösterilir. Eğer (u) akım doğrultusuna dik kesit üzerinde alınan herhangi bir noktadaki hız ise, yukarıda yapmış olduğumuz tanıma göre

$$U_m \cdot S = \frac{1}{s} \int u \cdot ds$$

eşitliğini yazabiliriz. Şimdi de akım doğrultusuna dik bir kesit üzerinde alınan herhangi bir noktadaki hızla ortalama akım hızı arasındaki ilişkinin

$$u = U_m + \Delta u$$

eşitliği ile verildiğini kabul edelim. Bu durumda

$$\rho \cdot U_m \cdot S = \rho \int u \cdot ds$$

şeklinde daha önce bulmuş olduğumuz eşitlikten yararlanarak

$$U_m \cdot S = U_m \cdot S + \int \Delta u \cdot ds$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$U_m \cdot S = U_m \cdot S + \int \Delta u \cdot ds$$

de bulmuş olduğumuz eşitlikten de

$$\int \Delta u \cdot ds = 0$$

eliği elde edilir. Yapılan bu matematik açıklama, özgül kütleinin sabit kaldığı akım doğrultusuna dik kesit üzerinde alınan bütün noktalarda gerçek debilerin gerçek debiye eşit debiler verebileceklerini göstermektedir.

4) HAREKET MİKTARININ ORTALAMA HIZIN FONKSİYONU OLARAK İFADESİ

Akım doğrultusuna dik kesit üzerinde alınan bir noktayı çevreleyen yüzey elemanından (dt) zaman aralığında geçen akışkan kütleinin hareket miktarı ($\rho \cdot u \cdot ds \cdot dt$)'dur. Buna göre (dt) zaman aralığında akım doğrultusuna dik kesitten geçen sıvı kütleinin hareket miktarı $\rho \cdot dt \int u^2 \cdot ds$ olur.

$$u = U_m + \Delta u$$

$$\rho \cdot dt \int u^2 \cdot ds = \rho \cdot dt \int (U_m + \Delta u)^2 \cdot ds$$

$$dt \int u^2 \cdot ds = dt \int (U_m^2 + 2 \cdot U_m \cdot \Delta u + u^2) \cdot ds$$

$$dt \int u^2 \cdot ds = U_m^2 \cdot S \cdot dt + 2 \cdot U_m \cdot dt \int \Delta u \cdot ds + dt \int \Delta u^2 \cdot ds$$

$$\int \Delta u \cdot ds = 0$$

$$\int \Delta u^2 \cdot ds = \eta \cdot U_m^2 \cdot S$$

$$dt \int u^2 \cdot ds = U_m^2 \cdot S \cdot dt + \eta \cdot U_m^2 \cdot S \cdot dt = (1 + \eta) \cdot U_m^2 \cdot S \cdot dt$$

$$\text{HAREKET MİKTARI} = (I + \eta) \cdot u_m^2 \cdot S \cdot dt$$

Yapılan bu açıklama göstermektedir ki, gerçek hareket miktarı akım doğrultusuna dik bir kesit üzerinde alınan bütün noktalarda hızın ortalama hıza eşit olduğu varsayılarak hesaplanan hareket miktarından daha büyüktür.

5) ZİNDE KUVVETİN ORTALAMA HIZIN FONKSİYONU OLARAK İFADESİ

Akım doğrultusuna dik kesit üzerinde alınan bir noktayı geçiren yüzey elemanından (dt) zaman aralığında geçen akışkan kütle miktarının zinde kuvveti $(\rho \cdot u \cdot ds \cdot dt \cdot u^2)$ 'dir. Buna göre (dt) zaman aralığında akım doğrultusuna dik kesitten geçen sıvı kütle miktarının zinde kuvveti

$$\rho \cdot dt \int_S u^3 \cdot ds \text{ olur.}$$

$$u = u_m + \Delta u$$

$$\rho \cdot dt \int_S u^3 \cdot ds = \rho \cdot dt \int_S (u_m + \Delta u)^3 \cdot ds$$

$$\rho \cdot dt \int_S u^3 \cdot ds = \rho \cdot dt \int_S (u_m^3 + 3 \cdot u_m^2 \cdot \Delta u + 3 \cdot \Delta u^2 \cdot u_m + \Delta u^3) \cdot ds$$

$$dt \int_S u^3 \cdot ds = dt \int_S u_m^3 \cdot ds + dt \int_S 3 \cdot u_m^2 \cdot \Delta u \cdot ds + dt \int_S 3 \cdot \Delta u^2 \cdot u_m \cdot ds + dt \int_S \Delta u^3 \cdot ds$$

$$\int_S u_m^3 \cdot ds = u_m^3 \cdot S$$

$$3 \cdot u_m^2 \int_S \Delta u \cdot ds = 0$$

$$3 \cdot u_m \int_S \Delta u^2 \cdot ds = 3 \cdot \eta \cdot u_m^3 \cdot S \quad \int_S \Delta u^3 \cdot ds = 0$$

$$\int_S u^3 \cdot ds = u_m^3 \cdot S \cdot dt + 3 \cdot \eta \cdot u_m^3 \cdot S \cdot dt = (I + 3 \cdot \eta) \cdot u_m^3 \cdot S \cdot dt$$

$$\text{ZİNDE KUVVET} = (I + 3 \cdot \eta) \cdot u_m^3 \cdot S \cdot dt$$

$$\alpha = I + 3 \cdot \eta$$

$$\text{ZİNDE KUVVET} = \alpha \cdot u_m^3 \cdot S \cdot dt$$

Açık olarak görülmektedir ki, zinde kuvvet, akım doğrultusuna dik kesit üzerinde alınan bütün noktalarda hızın ortalama hıza eşit olduğu varsayılarak hesaplanan zinde kuvvetten daha büyüktür.

6) (η) VE (α) KATSAYILARININ DEĞERİ

Akım doğrultusuna dik kesitte hızların dağılımı eşit olmadığından bu katsayılar için aşağıda yazılı olan değerler alınır.

	η	α
AKIĞINDE KAYNAŞIK AKIM BULUNAN BORULARDA	0,02	I,06
AKIĞINDE LAMİNER AKIM BULUNAN BORULARDA	0,33	2
AÇIK KANALLARDA	0,037	I,II

Von Mises adlı araştırmacı, borularda (η) ve (α) katsayılarının yaklaşık değerlerinin hesabı için şu formülü önermiştir:

$$\eta = \frac{I}{3} \cdot \left(\frac{U_{max}}{U_m} - I \right)^2$$

$$\alpha = I + 3 \cdot \eta$$

Von Mises adlı araştırmacının önerdiği bu formülde yer alan (U_{max}), borunun uzunluk eksenini üzerindeki en büyük hızı, (U_m) de ortalama hızı göstermektedir. Bu arada hemen belirtelim ki, kaynaşık akım için ilk yaklaşımda (η) katsayısı sıfır alınır ve (α) katsayısı da (I) olur.

7) BERNOULLİ DENKLEMİNİN BİR AKIMIN BÜTÜNÜNE UYGULANMASI

Bernoulli Denklemine bir akımın bütününe uygulamak için çekiminin etkilediği bir sıvının akımını alacağız. Akım doğrultusunda olan iki kesitten birincisini (S_1), ikincisini (S_2) ve birinci kesitin ortalama hızı (U_{m1}), ikinci kesitteki ortalama hızı da (U_{m2}) ile gözlem. (S_1) ve (S_2) kesitlerinin sınırladıkları aralıkta herhangi bir lifine uygulanan BERNOULLİ DENKLEMİ

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2.g} + z_2$$

ve süreklilik denklemi de

$$U_1 \cdot ds_1 = U_2 \cdot ds_2$$

şeklinde yazılabilir. Şimdi bu denklemleri taraf tarafa çarpalım ve akımda oluşan bütün sıvı lifleri için elde edilen denklemleri toplayalım.

$$\int_{S_1} \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 \right) \cdot U_1 \cdot ds_1 = \int_{S_2} \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2.g} + z_2 \right) \cdot U_2 \cdot ds_2$$

eşitliğini elde ederiz.

Akım doğrultusuna dik bir kesitte basıncın hidrostatik olarak değiştiğini ve HİDROSTATİKTE, yerçekiminin etkilediği akışkanların dengesini incelerken de mutlak yükseklikle basınç yüksekliğinin toplamının sabit olduğunu göstermiştik. Şimdi akım doğrultusunu dik kesit üzerinde herhangi bir (0) noktası alalım ve bu (0) noktasına değgin mutlak yüksekliği (z_0), basıncı da (P_0) ile gösterelim. Buna göre

$$\int_S \left(\frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2.g} + z \right) \cdot U \cdot ds = \int_S \left(\frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2.g} + z_0 \right) \cdot U \cdot ds$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$\frac{P}{\gamma} + z = \frac{P_0}{\gamma} + z_0 = C$$

$$\left(\frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2.g} + z \right) \cdot U \cdot ds = \left(\frac{P_0}{\gamma} + z_0 \right) \int_S U \cdot ds + \int_S \frac{U^3}{2.g} \cdot ds$$

$$\int_S U \cdot ds = U_m \cdot S$$

$$\int_S \frac{U^3}{2.g} \cdot ds = \alpha \cdot \frac{U_m^3 \cdot S}{2.g}$$

$$\left(\frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2.g} + z \right) \cdot U \cdot ds = \left(\frac{P_0}{\gamma} + z_0 \right) \cdot U_m \cdot S + \alpha \cdot \frac{U_m^3 \cdot S}{2.g}$$

$$\int_{S_1} \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 \right) \cdot U_1 \cdot ds_1 = \int_{S_2} \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2.g} + z_2 \right) \cdot U_2 \cdot ds_2$$

$$\int_{S_1} \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 \right) \cdot U_1 \cdot ds_1 = \left(\frac{P_{01}}{\gamma} + z_{01} \right) \cdot U_{m1} \cdot S_1 + \alpha_1 \cdot \frac{U_{m1}^3 \cdot S_1}{2.g}$$

$$\int_{S_2} \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2.g} + z_2 \right) \cdot U_2 \cdot ds_2 = \left(\frac{P_{02}}{\gamma} + z_{02} \right) \cdot U_{m2} \cdot S_2 + \alpha_2 \cdot \frac{U_{m2}^3 \cdot S_2}{2.g}$$

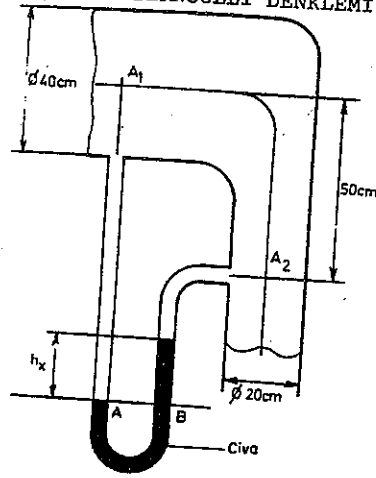
$$\int_{S_1} \left(\frac{P_{01}}{\gamma} + z_{01} \right) \cdot U_{m1} \cdot S_1 + \alpha_1 \cdot \frac{U_{m1}^3 \cdot S_1}{2.g} = \int_{S_2} \left(\frac{P_{02}}{\gamma} + z_{02} \right) \cdot U_{m2} \cdot S_2 + \alpha_2 \cdot \frac{U_{m2}^3 \cdot S_2}{2.g}$$

$$\left(\frac{P_{01}}{\gamma} + \alpha_1 \cdot \frac{U_{m1}^2}{2.g} + z_{01} \right) \cdot U_{m1} \cdot S_1 = \left(\frac{P_{02}}{\gamma} + \alpha_2 \cdot \frac{U_{m2}^2}{2.g} + z_{02} \right) \cdot U_{m2} \cdot S_2$$

$$U_{m1} \cdot S_1 = U_{m2} \cdot S_2$$

$$\frac{P_{02}}{\gamma} + \alpha_2 \cdot \frac{U_{m2}^2}{2 \cdot g} + z_{02} = \frac{P_{01}}{\gamma} + \alpha_1 \cdot \frac{U_{m1}^2}{2 \cdot g} + z_{01}$$

son olarak bulmuş olduğumuz bu eşitlik, bir akımın bütününe uygulanmış olan BERNOULLİ DENKLEMİ'dir.



(Şekil - 6.1)

yük kayıplarının bulunmadığını varsayarak diferansiyel manometredeki seviye farkını hesaplayınız.

PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Önce SÜREKLİLİK DENKLEMİNDEN yararlanılarak (A₁) ve (A₂) noktalarındaki akım hızı bulunur.

$$Q = V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2$$

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 40^2}{4} = 1256 \text{ cm}^2 \approx 0,1256 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 0,1256 \text{ m}^2$$

$$Q = 0,1256 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

ÖRNEK PROBLEM

(Şekil - 6.I)'de, ana boyutları verilmiş olan bir dirsek görülme-
tedir. Dirseğin içinde sürekli akı-
bulunmaktadır. (A₁) noktasında ö-
len efektif basınç (3,2 · 10⁴ kg/m²)
dirseğin debisi (0,1256 m³ / sn) ve
dirsekten geçen sıvının özgül ağırlığı da (10³ kg / m³) olduğuna
göre, iç sürtünme direnci ile yer-

(A₁) noktasındaki efektif basıncı bulmak için (A₁) ve (A₂) noktalarının sınırladıkları aralıkta hareket yörüngesi boyunca BERNOULLİ DENKLEMİNİ uygulamak gerekir.

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + z_2$$

$$P_2 = P_1 + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2 \cdot g} \cdot \gamma + (z_1 - z_2) \cdot \gamma = 3,2 \cdot 10^4 + \frac{1 - 16}{2 \cdot 9,81} \cdot 10^3 + 0,5 \cdot 10^3$$

$$P_2 = 3,1735 \cdot 10^4 \text{ kg} / \text{m}^2$$

(A - B) yatay düzlemi üzerinde, diferansiyel manometrenin kollarındaki basınçlar birbirine eşittir. (A) kolundaki basıncı (P_A) ve (B) kolundaki basıncı da (P_B) ile gösterecek olursak

$$P_A = P_B$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$P_A = P_1 + (h+x) \cdot \gamma$$

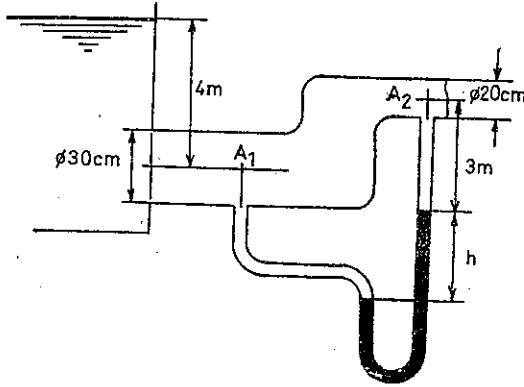
$$P_B = P_2 + \gamma_{Hg} \cdot h_x + \gamma \cdot (x - h_x)$$

$$P_1 + \gamma \cdot (h+x) = P_2 + \gamma_{Hg} \cdot h_x + \gamma \cdot (x - h_x)$$

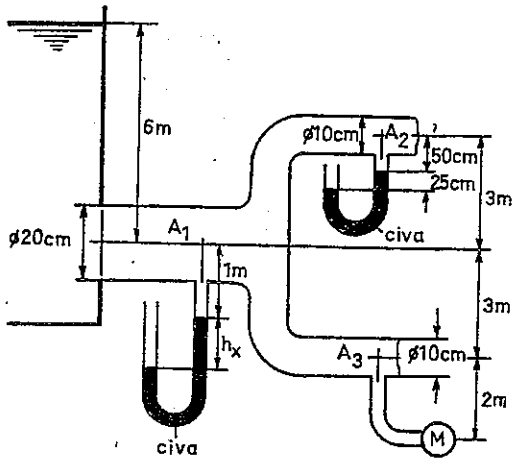
$$h_x = \frac{P_1 - P_2 + \gamma \cdot h}{\gamma_{Hg} - \gamma}$$

$$h_x = \frac{P_1 - P_2 + \gamma \cdot h}{\gamma_{Hg} - \gamma} = \frac{3,2 \cdot 10^4 - 3,1735 \cdot 10^4 + 0,5 \cdot 10^3}{13,6 \cdot 10^3 - 10^3}$$

$$h_x = 0,0687 \text{ m}$$



(Şekil - 6.2)



(Şekil - 6.3)

ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

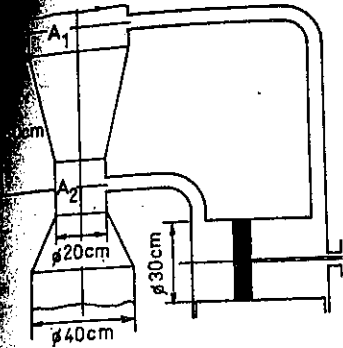
6.1. PROBLEM

(Şekil - 6.2)'de, ana boru çapları verilmiş olan bir sifon görülmektedir. Dirseklerinde sürekli akım bulunmaktadır. (A_1) noktasından ölçülen efektif basınç ($3,2 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$) dirseğin debisi ($0,1256 \text{ m}^3/\text{sn}$) dirsekten geçen sıvının özgül ağırlığı da (10^3 kg/m^3) olduğuna göre, iç sürtünmelerinin bulunmadığını varsayarak diferansiyel manometredeki seviye farkını hesaplayınız.

6.2. PROBLEM

(Şekil - 6.3)'te, iki kola ayrılan bir boru ağını besleyen sabit seviyeli bir hazneye görülmektedir. (A_1) ve (A_2) noktalarında boru ağına bağ-

lansiyel manometrelerin içerisinde özgül ağırlığı (10^3 kg/m^3) olan civa bulunmaktadır. Boru ağzından geçen ham sıvının özgül ağırlığı ($0,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$)'tür. (A_3) noktasında boru ağına bağlanan manometre ile ölçülen efektif basınç ($-0,4 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$) olduğuna göre, yersel ve sürekli yük kayıplarının bulunmadığını düşünerek (A_1), (A_2), (A_3) noktalarının buldukları kesitlerde debiyi ve (A_1) noktasının bulunduğu yerde de boru ağına bağlanan diferansiyel manometredeki seviye farkını bulunuz.



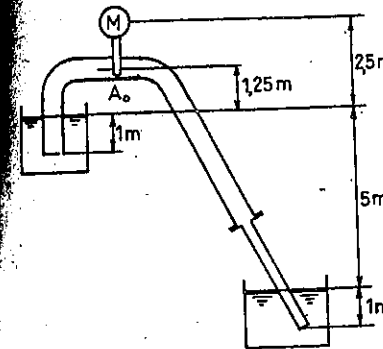
(Şekil - 6.4)

6.3 PROBLEM

(Şekil - 6.4)'de, dar kesitli cihazla pistonlu pompadan oluşan bir düzen görülmektedir. Dar kesitli cihazın debisi ($0,0628 \text{ m}^3/\text{sn}$) ve dar kesitli cihazdan geçen sıvının özgül ağırlığı da (10^3 kg/m^3)'tür, (A_1) ve (A_2) noktalarındaki akım hızları ile pistonu etkileyen kuvvetin şiddetini bulunuz.

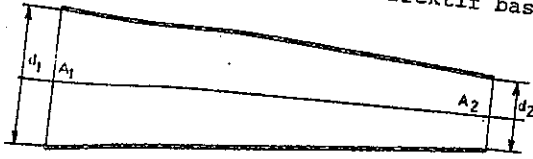
6.4. PROBLEM

(Şekil - 6.5)'de, sabit seviyeli iki hazneyi birbirine bağlayan bir sifon görülmektedir. Sifon, çap ve uzunlukları farklı borulardan oluşmuştur. Birinci kesimin çapı ($D_1 = 100 \text{ mm}$), ikinci kesimin çapı da ($D_2 = 40 \text{ mm}$)'dir. Sifondan geçen suyun özgül ağırlığı (10^3 kg/m^3) olduğuna göre, yersel ve sürekli yük kayıplarının bulunmadığını düşünerek sifonun debisini ve (A_0) noktasına yerleştirilen



(Şekil - 6.5)

manometre ile ölçülebilecek efektif basıncı hesaplayınız.



6.5. PROBLEM

(Şekil - 6.6)'da, içerisinde sürekli akım bulunan yata

konumda bir konik boru pa

parçası görülmektedir. Konik boru parçasından geçen sıvının özgül ağırlığı

(10^3 kg / m^3) , (A_1) noktasında ölçülen efektif basınç $(4,8 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2)$ 'dir. (A_2)

(A_2) noktasında ölçülen efektif basınç $(3,6 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2)$ 'dir. (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta iç sürtünme direnci ile yerse

yük kayıplarının bulunmadığını varsayarak (A_2) noktasındaki akım hızını ve bu noktanın bulunduğu kesitin çapını hesaplayınız.

(Sekil - 6.6)

YEDİNCİ BÖLÜM

1) GERÇEK SIVILAR

2) GERÇEK SIVILARIN HAREKETİNDE KAYIPLAR

3) VİSKOZİTE

a) Viskozitenin tanımı

b) Dinamik viskozite katsayısı birimi

1) TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE DİNAMİK VİSKOZİTE KATSAYISI BİRİMİ

2) C G S SİSTEMİNDE DİNAMİK VİSKOZİTE KATSAYISI BİRİMİ

c) Sinematik viskozite katsayısı

d) Sinematik viskozite katsayısı birimi

1) TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE SİNEMATİK VİSKOZİTE KATSAYISI BİRİMİ

2) C G S SİSTEMİNDE SİNEMATİK VİSKOZİTE KATSAYISI BİRİMİ

e) Newton Akışkanları

4) BERNOULLİ DENKLEMİ

5) PİEZOMETRE VE YÜK ÇİZGİLERİ

6) AKIMA GÖSTERİLEN DİRENÇLER

7) AKIM DENKLEMİ

8) HİDROLİK YARIÇAP

GERÇEK SIVILAR

Gerçek sıvılar yetkin sıvılardan viskozitenin yani bir iç sürtünme varlığı ile ayrılırlar.

Gerçek sıvıların akımı, laminer akım ve kaynaşık akım olmak üzere ayrılabilir. Laminer akıma Poiseuille Akımı adı da verilir. Laminer akım düzenli akımdır ve laminer akımda akışkan kütlesi tamamiyle birbirinden bağımsız yanyana sıralanmış liflerden oluşur. Laminer akımda akışkanın serbest yüzü dalgali değil düzdür. Uygulama alanında, birkaç özel problem ve viskos akışkanlar dışında laminer akımla pek karşılaşılmaz.

Kaynaşık akımda, akışkan kütlesini oluşturan sıvı lifleri birbirine değirler ve bağımsızlıklarını koruyamazlar. Kaynaşık akımda akışkanın serbest yüzü dalgalıdır. Uygulama alanında, genellikle, kaynaşık akımla karşılaşılır.

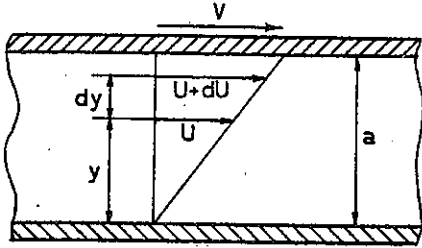
2) GERÇEK SIVILARIN HAREKETİNDE KAYIPLAR

Viskozite ile belirlenen teğetsel gerilmeler, hareket halindeki sıvılarda, hız basamakları ile orantılıdır. Bu varsayım, laminer akımda kesinlikle saptanmış kayıpların değerinin belirlenmesine olanak verir. Akım kaynaşık akım olursa kayıpları açıklamak ve belirlemek güçleşir. Kaynaşık akımda, akışkanın hareketine egemen olan düzensizlik, akışkan yatakları arasında elemanter partiküllerin devamlı yer değiştirmelerine neden olur. Bu arada hemen belirtelimki, kaynaşık akımda düzensiz hareketin kendisi de zaten azımsanmayacak enerji kayıplarına yol açar. Bunun için düzensiz hareketin neden olduğu toplam kayıplar viskoziteden daha önemlidir. Ancak sonuç ne olursa olsun, yapılan deneylerle, kaynaşık akımda akışkanın gözönünde bulundurulacak fizik özelliklerinin özgül kütle ile viskozite olduğu gösterilmiştir.

3) VİSKOZİTE

a) VİSKOZİTENİN TANIMI

Gerçek sıvılarda, hareket halinde sıvı yatakları arasındaki sürtünme direncine V İ S K O Z İ T E denir. Viskozite kavramına açıklık kazandırmak ve bu kavrama değgin genel denklemleri çıkarabilmek için (Şekil - 7.1)'de görüldüğü gibi birbirinden uzaklığı (a) olan yatay ve paralel iki plakanın sınırladıkları bir sıvı kütlesi alınır. Alt tarafta bulunan plakanın hareketsiz durduğunu fakat buna karşılık üst tarafta



(Şekil - 7.1)

bulunan plakanın da (V) hızı ile hareket ettiğini kabul edelim. Bu durumda sıvı yatakları birbirini üzerinde kayarlar ve akım laminer akım olur. Bu koşullara uyan bir ortamda yapılan ve yinelenen deneyler şu sonuçları verir:

1°) Plakalara komşu sıvı yatakları

nın hızı plakaların hızına eşittir.

2°) Akışkanın iç taraflarında ve plakalara dik bir kesit üzerinde akım hızı, sıfır ve (V) sınırları arasında lineer olarak değişir,

$$U = \frac{y}{a} \cdot V$$

3°) Sıvı yatakları arasındaki iç sürtünmeler, üst plakanın hareketiyle gösterilen dirençle belirtilir. Bu direncin birim alana düşen değeri (V / a) ile orantılıdır.

Eğer sıvıyı oluşturan sıvı yatakları akış süresince birbirine paralel kalırlarsa, komşu iki sıvı yatağının temas yüzlerinde oluşan teğetsel sürtünme kuvveti temas yüzlerinin alanı ve $\mu \cdot (dU / dy)$ ile orantılı olur. Teğetsel sürtünme kuvvetini (F), temas yüzlerinin alanı da (S) ile gösterecek olursak yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre

$$F = S \cdot \mu \cdot \frac{dU}{dy}$$

iliğini yazabiliriz. Bu eşitliğe Hidrolikte NEWTON FORMÜLÜ adı verilir. Newton Formülünden yararlanarak sürtünme kuvvetinin birim alana düşen değeri hesaplayabiliriz. Sürtünme kuvvetinin birim alana düşen değerine KAYMA KATSAYISI denir ve (τ) ile gösterilir. Newton Formülünde (F / S) yerine (τ) kullanılacak olursa

$$\tau = \mu \cdot \frac{dU}{dy}$$

eşitliği elde edilir.

Newton Formülünde yer alan (μ) oran etkeni, genellikle, sıvıların fizik durumuna ve kimyasal yapısına bağlıdır. Sıvıların fizik durumundan basınç ve sıcaklık anlaşılmalıdır. Sıvıların fizik durumuna ve kimyasal yapısına bağlı olan (μ) oran etkenine Hidrolikte MUTLAK VİSKOZİTE adı verilir.

b) DİNAMİK VİSKOZİTE KATSAYISI BİRİMİ

1) TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE DİNAMİK VİSKOZİTE KATSAYISI BİRİMİ

Teknik Birimler Sisteminde kuvvet birimi (I kg), alan birimi (I m²) hız birimi (I m / sn) ve uzunluk birimi de (I m)'dir. Buna göre Teknik Birimler Sisteminde dinamik viskozite katsayısı birimi (I kg.Sn.m⁻²) olur.

2) C.G.S. SİSTEMİNDE DİNAMİK VİSKOZİTE KATSAYISI BİRİMİ

C.G.S. Sisteminde kuvvet birimi (I dyn), alan birimi (I cm²), hız birimi (I cm / Sn) ve uzunluk birimi de (I cm)'dir. Buna göre C.G.S. Sisteminde Dinamik Viskozite Katsayısı birimi (I dyn . Sn . cm⁻²) olur. Hidrolikte, genellikle, (I dyn.Sn.cm⁻²) (I poise) olarak adlandırılır.

$$I \text{ dyn} \cdot \text{Sn} \cdot \text{cm}^{-2} = I \text{ poise}$$

c) SİNEMATİK VİSKOZİTE KATSAYISI

Hidrolikte, çoğu zaman, dinamik viskozite katsayısı yerine SİNEMATİK VİSKOZİTE KATSAYISI kullanılır. Dinamik viskozite katsayısını özgül kütleyle oranına SİNEMATİK VİSKOZİTE KATSAYISI denir. Özgül kütle-yi (ρ), sinematik viskozite katsayısını da (ν) ile gösterecek olursa yukarıda yapmış olduğumuz tanıma göre

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

eşitliğini yazabiliriz.

d) SİNEMATİK VİSKOZİTE KATSAYISI BİRİMİ

1) TEKNİK BİRİMLER SİSTEMİNDE SİNEMATİK VİSKOZİTE KATSAYISI BİRİMİ

Teknik Birimler Sisteminde, Dinamik Viskozite Katsayısı birimi (1 kg . Sn . m⁻²) özgül kütle birimi de (1 kg.Sn².m⁻⁴)'tür. Buna göre Teknik birimler sisteminde sinematik viskozite katsayısı birimi (I m² / Sn) olur.

2) C.G.S. SİSTEMİNDE SİNEMATİK VİSKOZİTE KATSAYISI BİRİMİ

C.G.S. Sisteminde Dinamik Viskozite Katsayısı birimi (I dyn . Sn . cm⁻²), özgül kütle birimi de (1g . cm⁻³)'tür. Buna göre C.G.S. Sisteminde sinematik viskozite katsayısı birimi (I cm² / Sn) olur. C.G.S. Sisteminde (I cm² / Sn) olarak bulunan sinematik viskozite katsayısı birimi (I Stok) olarak adlandırılır.

$$I \text{ cm}^2 / \text{Sn} = I \text{ Stok}$$

C.G.S. Sistemindeki birimlerden Teknik Birimler Sistemindeki birimlere geçmek için şu formüllerden yararlanırılır:

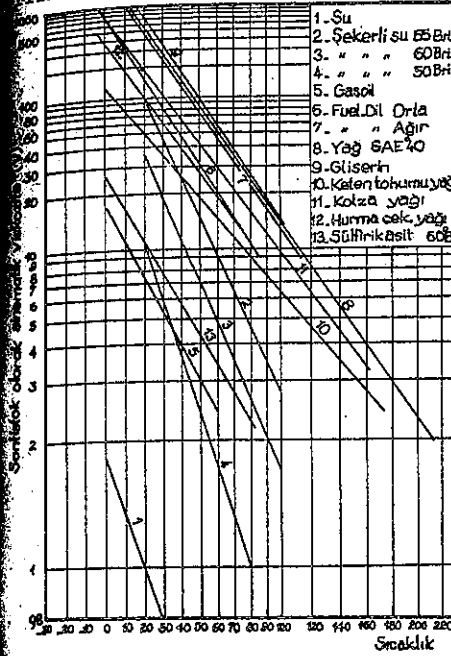
$$\mu_{\text{Teknik}} = \frac{\mu_{\text{CGS}}}{98,1}$$

$$\nu_{\text{Teknik}} = 10^{-4} \cdot \nu_{\text{CGS}}$$

e) NEWTON AKIŞKANLARI

Dinamik Viskozite Katsayısının sıvının kimyasal yapısına ve

fizik durumuna bağlı olduğu hallerde sıvılara NEWTON AKIŞKANLARI adı verilir.



(Şekil - 7.2)

NEWTON AKIŞKANLARINDA sinematik viskozite katsayısı basınca bağlı değildir. Ancak sinematik viskozite katsayısının santigrad derecesi cinsinden sıcaklığa bağlı olarak değişimi

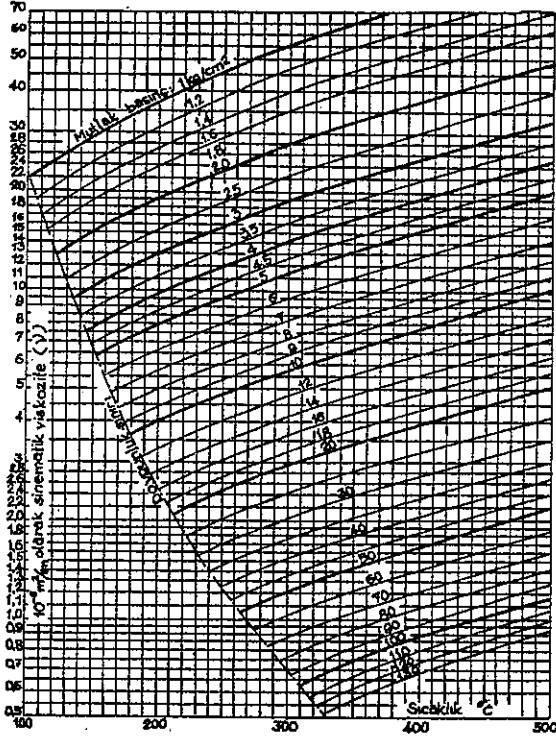
$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + \alpha \cdot t + \beta \cdot t^2}$$

eşitliği ile gösterilir. Bu eşitlikte yer alan (ν_0), (0°C)'de sinematik viskozite katsayısıdır. POISEUILLE adlı araştırmacıya göre (0°C) ve (100°C) sıcaklık sınırları arasında su için (ν_0)'nın değeri (0,0337), (β)'nin değeri (0,00022), ve (ν_0)'nin değeri de (0,0178 Stok)'tur.

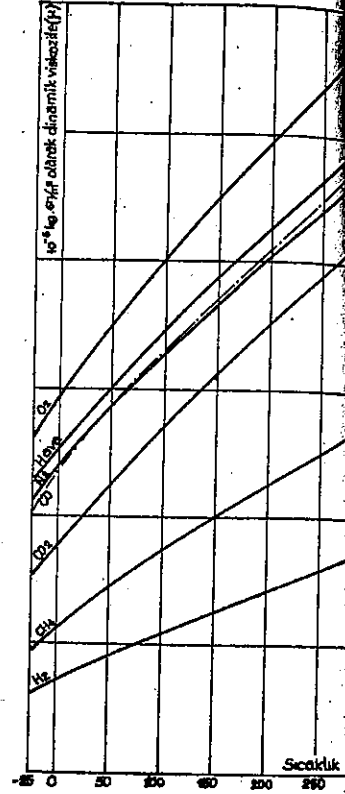
(Şekil - 7.2)'deki diyagramda çeşitli sıvıların Sinematik Viskozite katsayısının sıcaklığa bağlı olarak değişimi görülmektedir. (Şekil -7.3)'teki diyagram çeşitli basınçta su buharının sinematik viskozite katsayısının sıcaklığa bağlı olarak değişimini gösteren bir diyagramdır. Bu diyagramdan da anlaşılacağı gibi, gazlar için sinematik vizkozite katsayısı basınç ve sıcaklığa bağlıdır. Düşük sıcaklık sınırları arasında zaten basınca bağlı olmayan dinamik viskozite katsayısı lineer olarak değişir ve bu da

$$\mu = \mu_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)$$

eşitliği ile gösterilir. Hava için (μ_0)'in değeri $(1720 \cdot 10^{-7}$ Poise) (α)'nın değeri de (0,0025) olarak hesaplanmıştır. (Şekil - 7.4)'de düstriyel değeri yüksek olan gazların dinamik viskozite katsayısının değişimini gösteren bir diyagram görülmektedir.



(Şekil - 7.3)



(Şekil - 7.4)

4) BERNOULLI DENKLEMİ

Başlangıçta

$$dz + \frac{dP}{\gamma} + \frac{V \cdot dv}{g} = 0$$

şeklinde bulunan ve bunun iki noktanın sınırladıkları aralıkta bir akımın bütününe uygulanarak

$$\frac{P_{01}}{\gamma} + \alpha_1 \cdot \frac{U_{m1}^2}{2 \cdot g} + z_{01} = \frac{P_{02}}{\gamma} + \alpha_2 \cdot \frac{U_{m2}^2}{2 \cdot g} + z_{02}$$

şeklinde dönüştürülen Bernoulli Denklemi, aslında, hareket halindeki akışkanın birim ağırlığının sahip olduğu enerjinin yörünge boyunca değişmediğini ifade eder. Gerçek sıvılar için Bernoulli Denklemine ayrıca darbe ve sürtünmeler de katmak zorunluluğu vardır. Çünkü kökeni ve türü ne olursa olsun bunlar bir enerji tüketimini gerektirirler daha açık bir deyişle enerji kaybına neden olurlar. Eğer (W_1^2), birim kaşkan kütlesi tarafından darbe ve sürtünmeler nedeni ile tüketilen enerji miktarını gösterirse Bernoulli Denklemi

$$dz + \frac{dP}{\gamma} + \frac{V \cdot dV}{g} + dW = 0$$

ya da

$$(z_1 - z_2) + \int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{\gamma} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2 \cdot g} + W_1^2 = 0$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda Bernoulli Denklemi bir akımın bütünü

için

$$(z_1 - z_2) + \int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \cdot U_{m1}^2 - \alpha_2 \cdot U_{m2}^2}{2 \cdot g} + W_1^2 = 0$$

sıkıştırılmayan akışkanlar için

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + W_1^2$$

ve sıkıştırılmayan akışkanlarda bir akımın bütünü için de

$$\frac{P_{O1}}{\gamma} + \alpha_1 \cdot \frac{U_{m1}^2}{2.g} + z_{O1} = \frac{P_{O2}}{\gamma} + \alpha_2 \cdot \frac{U_{m2}^2}{2.g} + z_{O2} + W$$

olur.

Diğer yandan akım yörünge ters yönde oluşan sürtünme kuvvetlerinin bileşkesini (J) ve (dz) kadar yükseklik değişimini karşılayan yörünge elemanının uzunluğunu da (dl) ile gösterelim. Bu durumda yapılan iş $dW = J \cdot dl$ olur ve Bernoulli Denklemi de

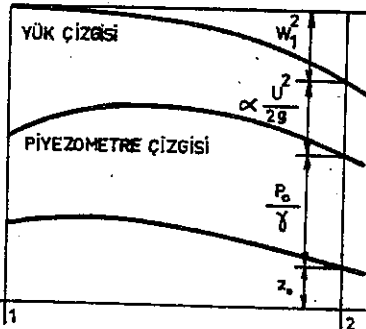
$$dz + \frac{dP}{\gamma} + \frac{V \cdot dV}{g} + J \cdot dl = 0$$

şeklinde yazılabilir. Ayrıca sıkıştırılabilen akışkanlarda akımın bütünü için Bernoulli Denklemi

$$(z_1 - z_2) + \int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \cdot U_{m1}^2 - \alpha_2 \cdot U_{m2}^2}{2.g} + \int_{l_2}^{l_1} J \cdot dl = 0$$

şeklinde, sıkıştırılmayan akışkanlarda akımın bütünü için Bernoulli Denklemi de

$$\frac{P_{O1}}{\gamma} + \alpha_1 \cdot \frac{U_{m1}^2}{2.g} + z_{O1} = \frac{P_{O2}}{\gamma} + \alpha_2 \cdot \frac{U_{m2}^2}{2.g} + z_{O2}$$



(Sekil - 7.5)

5) PİEZOMETRE VE YÜK ÇİZGİLERİ

Bu eşitlikler hemen belirtelim ki, "BERNOULLİ DENKLEMİNİN " GEOMETRİK YORUMU VE ANLAMI" bölümünde de açıklandığı gibi grafik olarak gösterilebilir. Örneğin, sıkıştırılmayan akışkanlarda akımın bütünü için yüksekliği

$$z_0 + \frac{P_0}{\gamma}$$

olan dikmelerin uc noktalarının geometrik

PİEZOMETRE ÇİZGİSİ olarak adlandırılır. Eğer buna $\alpha \cdot U^2 / 2.g$

eklenirse YÜK ÇİZGİSİ elde edilir. (W_1^2), birinci kesitle ikinci kesit arasında, darbe ve sürtünme nedeni ile birim akışkan kütlesi tarafından tüketilen ya da tüketilen enerjiyi göstermektedir. (W_1^2) yük kaybı olarak adlandırılır ve genellikle, bir uzunlukla ifade edilir. Eğer ikinci kesit-

$$\left(z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + \alpha \cdot \frac{U^2}{2.g} \right) \text{ 'ye}$$

eklenirse Bernoulli Denklemi, birinci kesitte

$$\left(z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \alpha_1 \cdot \frac{U_1^2}{2.g} \right)$$

adar yukarıdan geçen yatay düzleme ulaşıldığını gösterir. Yapılan bu açıklamalar göstermektedir ki, birinci kesitle ikinci kesit arasındaki uzaklık arttıkça yük kaybı da artmaktadır. Ayrıca yük çizgisinin devamlı olarak düşmesine karşılık piyezometre çizgisi bazen düşmekte ve bazen de yükselmektedir.

6) AKIMA GÖSTERİLEN DİRENÇLER

İki kesit arasında yük kaybı olarak ifade edilen ve (W_1^2) ile gösterilen dirençleri iki bölüme ayırmak ya da iki bölümde toplamak olasıdır. Birinci bölümde toplanan dirençler SÜREKLİ DİRENÇLER, ikinci bölümde toplanan dirençler de YERSEL DİRENÇLER olarak adlandırılırlar, sürekli dirençler, genellikle, sabit kesitli düz kanallarda oluşurlar. Bunun nedeni, sıvı liflerinin kendi aralarında birbirine ve kanalın çeperlerine sürtünmeleri ve sıvı lifleri arasında yer değiştiren elementer partiküllerin de birbirine çarpmalarıdır.

Yersel dirençler, kesit ve yön değişimleri gibi kanalın özelliklerinden ileri gelen dirençlerdir. İlerdeki bölümlerde bu konuya değgin ayrıntılı bilgi verilecektir. Ancak bu bölümde, sürekli yük kaybının eski hidrolisyenlerin anlayışına uygun kabataslak bir açıklamasını yapmanın yararlı olabileceği kanısındayız.

Sürekli yük kayıplarının eski hidrolisyenlerin anlayışına uygun açıklamasını yapmak için önce, akım doğrultusuna dik kesit alanı (S) ve ıslak çevre uzunluğu da (χ) olan bir akım alacağız. Yapılan deneyler sürtünme kuvvetinin ortalama hızın artan bir fonksiyonu ve hem akışkan özgül ağırlığı (γ) hem de akışkanın kanala temas ettiği yüzün alanı ile orantılı olduğu gösterilmiştir. Bu açıklamaya diğer bir deyişle deney sonuçlarına göre, uzunluğu (dl) olan kanal kesimi için sürtünme kuvvetini (J) ve uzunluğu (dl) olan kanal kesimi için akışkan kütlesini de $\gamma \cdot S \cdot dl$ ile gösterecek olursak

$$J = \frac{\chi}{S} \cdot f(U) \text{ ve}$$

$$dW = \frac{\chi}{\gamma} \cdot f(U)$$

eşitliklerini yazabiliriz. $f(U)$ şeklinde verilmiş olan fonksiyon çoğu zaman, $b \cdot U^2$ şeklinde yazılır. (b) ilk yaklaşımda sabit olarak kabul edilir. Gerçekte (b), ileride de değineceğimiz gibi, ortalama hızın, akışkanın viskozitesinin ve kesit boyutlarının bir fonksiyonudur.

7) AKIM DENKLEMİ

Bir gerçek akışkan akımına uygulanan Bernoulli Denklemi, sürekli dirençler de göz önünde bulundurularak diferansiyel denklem biçiminde şöyle yazılır:

$$dz + \frac{dP}{\gamma} + \frac{\alpha}{g} \cdot U \cdot dV + \frac{\chi}{S} \cdot f(U) \cdot dl = 0$$

8) HİDROLİK YARIÇAP

Akım doğrultusuna dik kesit alanının ıslak çevre uzunluğuna oranına HİDROLİK YARIÇAP denir. Hidrolik yarıçapı (R), akım doğrultusu-

akım doğrultusuna dik kesit alanını (S) ve ıslak çevre uzunluğunu da (χ) ile gösterecek olursak, yukarıda yapmış olduğumuz bu tanıma göre

$$R = \frac{S}{\chi}$$

geometrisini yazabiliriz. Dairesel kesit için HİDROLİK YARIÇAP

$$R = \frac{\frac{\pi \cdot d^2}{4}}{\pi \cdot d} = \frac{d}{4}$$

olur. Bu açıklama, daireesel bir kesit için hidrolik yarıçapın geometrik yarıçapın yarısına eşit olduğunu göstermektedir. Bazı hidrolisyenler, hidrolik yarıçapı ($\frac{2 \cdot S}{\chi}$) oranı ile tanımlarlar. Bu durumda, daireesel bir kesit için hidrolik yarıçap geometrik yarıçapa eşit olur. Genişliği (b), derinliği de (h) olan dikdörtgen kesitli bir açık kanal için hidrolik yarıçap

$$R = \frac{h \cdot b}{2 \cdot h + b} \text{ dir.}$$

SEKİZİNCİ BÖLÜM

- 1) DEĞİŞMEYEN KESİTLİ BORULARDA AKIM
- 2) PÜRÜZLÜLÜK
- 3) LAMİNER AKIMDAN KAYNAŞIK AKIMA GEÇİŞ
- 4) LAMİNER AKIM - POISEU İLE FORMÜLÜ
- 5) KAYNAŞIK AKIM
 - a) Eski formüller
 - b) Yeni formüller
 - c) Yük kaybının debinin fonksiyonu olarak ifadesi
 - d) Pürüzlü borulardaki akımla ilgili deneysel araştırmalar
 - e) Pürüzlülüğün genel fonksiyonu
 - f) Sınai borular ve Colebrook - White formülü
 - g) Kaynaşık akımda hızın dağılımı kanunu
- 6) SIKIŞTIRILABİLEN AKIŞKANLARIN BORULARDA AKIŞI
 - a) Adiyabatik akım
 - b) İzotermik akım
 - c) İzotermik akımın pratik yöntemle incelenmesi

I) DEĞİŞMEYEN KESİTLİ BORULARDA AKIM

Değişmeyen kesitli borularda akım, daha önce, gerçek akışkanlar için çıkarmış olduğumuz Bernoulli Denkleminden yararlanılarak incelenebilir. Ancak bunun için akıma ters yönde oluşan sürtünme kuvvetlerinin birim kütleye düşen değerini bulmak gerekir.

İki noktanın sınırladıkları aralıkta basınç düşmesini karşılayan akışkan yüksekliği (h) ile akım hızı (U) ve Reynolds sayısı (R_e), Weber sayısı (W_e), Mach sayısı (M_a) ve Froud sayısı (Fr) arasındaki ilişki

$$h = \frac{U^2}{2.g} \cdot f (R_e , W_e , M_a , Fr , k' , k'' , \dots)$$

eşitliği ile ifade edilir. (I) Bu eşitlikte yer alan Reynolds, weber, Mach ve Froud sayıları, Hidrolikte, çok kullanılan ve akışkanın birçok niteliklerini belirleyen boyutsuz sayılardır. Reynolds sayısı eylemsizlik kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere oranını, Weber sayısı eylemsizlik kuvvetlerinin yüzey gerilimi kuvvetlerine oranını, Mach sayısı eylemsizlik kuvvetlerinin sıkıştırma sonunda oluşan iç kuvvetlere oranının karekökünü ve nihayet Froud sayısı da eylemsizlik kuvvetlerinin yerçekimi kuvvetlerine oranını ifade ederler, Yapmış olduğumuz bu açıklama göstermektedir ki, Reynolds, Weber, Mach ve Froud sayıları, iç ve dış kuvvetlerin akıma yaptıkları etkilerin sonuçlarını yansıtmaktadırlar. Eğer akıma yalnız eylemsizlik kuvvetleri ile viskoz kuvvetlerin etkidiğini kabul edecek olursak bu durumda,

$$h = \frac{U^2}{2.g} \cdot f (R_e , W_e , M_a , F_r , k' , k'' , \dots)$$

şeklinde verilmiş olan eşitliği

$$h = \frac{U^2}{2.g} \cdot f (R_e , k' , k'' , \dots)$$

şeklinde yazabiliriz.

(I) Reynolds, Weber, Mach ve Froud sayılarını, ancak Buckingham Teoremi, Rayleigh Metodu ve Model Teorisinden Yararlanarak Açıklayabiliriz.

İki noktanın sınırladıkları aralıkta basınç düşmesi, aynı zamanda yük kaybını gösterir. Akıma ters yönde oluşan sürtünme kuvvetleri birim kütleye düşen değerini (j) ile gösterecek olursak değişmeyen kesitli bir boru ve sıkıştırılmayan bir akışkan için bütün kesitlerde hızı aynı olduğundan

$$h = \int_{L_1}^{L_2} j \cdot dl$$

eşitliğini yazabiliriz. Eğer boru içindeki akımda (j)'nin (L)'den bağımsız olduğu kabul edilirse

$$h = \int_{L_1}^{L_2} j \cdot dl = j \cdot (L_2 - L_1) = j \cdot L$$

olur.

$$h = \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot f (R_e, k^1, k^{11}, \dots)$$

$$j \cdot L = \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot f (R_e, k^1, k^{11}, \dots)$$

son olarak bulmuş olduğumuz

$$j \cdot L = \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot f (R_e, k^1, k^{11}, \dots)$$

eşitliğinden yararlanarak birim uzunluğa düşen yük kaybını

$$j = \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{1}{L} \cdot f (R_e, k^1, k^{11}, \dots)$$

eşitliği ile ifade edebiliriz. Şimdi parantez içerisinde yer alan (k) etkenlerinden birinin değerinin (L / l) olduğunu kabul edelim. Bu durumda

$$j = \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{1}{L} \cdot f (R_e, k^1, k^{11}, \dots)$$

eşitliğinden yararlanarak

$$j = \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{1}{l} \cdot f (R_e, k^1, k^{11}, \dots)$$

eşitliğini yazabiliriz. Burada (l), boru kesitinin karakteristik uzunluğu olarak adlandırılır. Genellikle, boru kesitinin karakteristik uzunluğunun iç çapına eşit kabul edilir. Borunun iç çapını (D) ile gösterecek olursak

$$j = \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{1}{D} \cdot f (R_e, k^1, k^{11}, \dots)$$

eşitliği yerine

$$j = \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{1}{D} \cdot f (R_e, k^1, k^{11}, \dots)$$

eşitliğini yazabiliriz.

f (R_e, k^1, k^{11}, ...) borunun direnç katsayısı olarak adlandırılır ve (λ) ile gösterilir.

$$j = \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{1}{D} \cdot f (R_e, k^1, k^{11}, \dots)$$

eşitliğinde, f (R_e, k^1, k^{11}, ...) yerine (λ) koyacak olursak

$$j = \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{\lambda}{D}$$

eşitliğini elde ederiz. Eğer parantez içinde, kesitin biçim etkenleri olan (k^1, k^{11}, ...) terimleri korunursa bundan, borunun tam dairesel bir kesite sahip olmadığı ve iç yüzünün de pürüzlü olduğu anlaşılır.

Boru kesitinin çarpıklığı ile boru iç yüzünün pürüzlülüğü, Hidrolikte, PÜRÜZLÜLÜK (I) olarak adlandırılır. Yapılan deneylerle pürüzlülüğün, boru içinde, akıma etkiyen çok önemli bir etken olduğu kanıtlanmıştır. Bu açıklamalardan sonra, şimdi, daha önce "AKIMA GÖSTERİLEN DİRENÇLER" bölümünde çıkarmış olduğumuz

(I) Boru kesitinin çarpıklığı ile boru iç yüzünün pürüzlülüğü, bazı hidrolisyenler tarafından SERTLİK olarak adlandırılmaktadır. (Hydrologie Générale-A. Schlag)

$$j = \frac{\lambda}{s} \cdot f(U)$$

şeklindeki yaklaşık yük kaybı formülünün silindirik borulara nasıl uygulanacağını göstereceğiz. Dairesel bir kesit için (λ / s) yerine (4) koyabiliriz. Ayrıca $f(U)$ yerine $(b \cdot U^2)$ yazacak olursak

$$j = \frac{4}{D} \cdot b \cdot U^2$$

eşitliğini elde ederiz.

$$j = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g}$$

$$j = \frac{4}{D} \cdot b \cdot U^2$$

Bu eşitliklerden yararlanılarak $4 \cdot b = \frac{\lambda}{2 \cdot g}$ eşitliği bulunur.

2) PÜRÜZLÜLÜK

Pürüzlülük katsayısı $(\lambda), (k^2, k^{11}, \dots)$ ile gösterilen, kesitin biçim etkenlerine bağlıdır.

Boru iç yüzünün pürüzlülüğünü tanımlamak ve ölçmek sanıldığından da güçtür. Gerçekte, pürüzlülüğün bağlı olduğu etkenleri tam olarak açıklamak mümkün değildir. Bununla beraber daha iyisini yapmak ve ortaya koymak mümkün olmadığı için pürüzlülük, boru iç yüzünün pürüzlerini ve boru kesitinin çarpıklığını geometrik olarak yansıtan (ϵ) gibi bir uzunlukla ifade edilir. Boru iç yüzünün pürüzlerini ve boru kesitinin çarpıklığını geometrik olarak yansıtan (ϵ) 'na Hidrolikte, MUTLAK PÜRÜZLÜLÜK adı verilir. Mutlak pürüzlülüğün boru iç çapına oranına PÜRÜZLÜLÜK ORANI denir. Pürüzlülük oranı (K) ile gösterilir. Borunun iç çapını (D) ile gösterecek olursak yapmış olduğumuz tanım uyarınca

$$k = \frac{\epsilon}{D}$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu durumda

$$j = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g}$$

eşitliğini de

$$\lambda = f(R_e, \frac{\epsilon}{D})$$

eşitliği ile birlikte yazmak gerekir.

$$\lambda = f(R_e, \frac{\epsilon}{D})$$

eşitliği, MUTLAK PÜRÜZLÜLÜĞÜN kesin olarak tanımlanmasına da olanak vermez. Mutlak pürüzlülük, daha önce de açıklamış olduğumuz gibi, boru iç yüzünün pürüzlülüğünü ve boru kesitinin çarpıklığını geometrik olarak yansıtan bir uzunluktur. Durumları ve nitelikleri farklı iki borunun pürüzlülük oranları ve Reynolds sayıları eşit olursa her iki borunun pürüzlülük katsayıları da birbirine eşit olur. Boru iç yüzünün parlak ve pürüzsüz kabul edilebilmesi için mutlak pürüzlülüğün pürüzlülük katsayısı üzerindeki etkinliğinin sıfır ya da en azından ihmal edilebilecek kadar küçük olması gerekir.

$$\lambda = f(R_e, \frac{\epsilon}{D})$$

Bu eşitlikten de anlaşılacağı gibi mutlak pürüzlülüğün pürüzlülük katsayısı üzerindeki etkinliği (ϵ / D) oranı ile ancak gerçekleşebilir. Bir borunun iç yüzünün pürüzsüz ve parlak olduğunun söylenebilmesi için pürüzlülük katsayısı üzerinde, Reynolds sayısı dışında hiç bir etkenin etkinliğinin bulunmaması gerekir. Bu arada hemen belirtelim ki, boru iç yüzünün pürüzlülüğünü ya da parlaklığını mutlak pürüzlülük değil ancak pürüzlülük oranı belirler. Buna göre, mutlak pürüzlülüğü verilmiş bir boru, boru çapı yeteri kadar büyükse parlak ve pürüzsüz ve eğer çapı yeteri kadar küçükse pürüzlü kabul edilir.

3) LAMİNER AKIMDAN KAYNAŞIK AKIMA GEÇİŞ

Daha önce laminer ve kaynaşık akımları tanımlamıştık. Laminer akımda yük kaybı, yalnızca, viskozitenin diğer bir değişle sıvı yatağı arasındaki sürtünme direncinin sonucudur. Bu sorun, hemen belirtilen ki, teorik yoldan NEWTON Denklemi ile çözümlenmiştir. Kaynaşık akımda durum oldukça farklıdır ve komşu sıvı lifleri arasında gidip gelen elementer partiküllerin çarpışarak birbirini etkilemeleri söz konusudur. Bunun için yük kayıplarını teorik olarak hesaplamak olanaksızdır. Yapılan gözlem ve deneylerle, laminer akımın küçük Reynolds sayılarına kaynaşık akımın da büyük Reynolds sayılarına uyduğu gösterilmiştir.

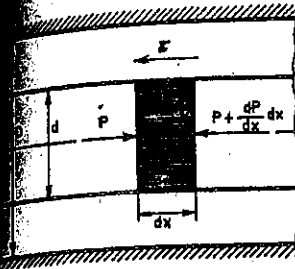
Reynolds sayısı, bilindiği gibi, eylemsizlik kuvvetleri ile viskozite arasındaki ilişkiyi gösterir. Rejim değişikliğini, diğer bir deyişle laminer akımın kaynaşık akıma dönüşümünü karşılayan Reynolds sayısına KRİTİK REYNOLDS sayısı denir. Laminer akımın en belirgin niteliği sıvıyı oluşturan elementer partiküllerin yörüngelerinin düzenliliğidir. Laminer akımın kaynaşık akıma dönüşmesinin önemli nedenlerinden biri de akım hızının artırılmasıdır. Kritik Reynolds sayısı, geniş ölçüde, akıma etkiyen kaynaşmanın niteliğine bağlıdır. Bununla beraber Kritik Reynolds sayısının bir alt sınırı vardır ve bu sınırın altında kaynaşma son bulur ve akım laminer olur. Kritik Reynolds sayısı, aynı zamanda, laminer akımın kaynaşık akıma dönüşmesinin koşullarına da bağlıdır. Kritik Reynolds sayısının alt sınırı 1000'dir. Kritik Reynolds sayısının üst sınırını söylemek aslında olanaksızdır. Çünkü FORTIER ve COMOLET adlı araştırmacılar, kaynaşmanın birçok nedenlerinin ortadan kaldırılmış olduğu özenle yapılmış bir deneyde, boru içindeki laminer akımda Reynolds sayısının değerini 75000 bulmuşlardır. Gerçekte, boru içindeki laminer akımda, Kritik Reynolds sayısının üst sınırı 2000'dir. Yük kayıplarını hesaplamak için Kritik Reynolds sayısının üst sınırını 1350 almak uygun olur. Çünkü içerisinde laminer akım bulunan borularda 1350'den itibaren yük kayıpları

e u i l l e Formülü ile hesaplanan yük kayıplarını geçer.

4) LAMİNER AKIM - POISEUILLE FORMÜLÜ

(şekil - 8.1)'de iç çapı (D) olan bir boru görülmektedir.

Bunun içinden geçen akışkanın mutlak viskozitesini (μ), özgül kütlesini



(Şekil - 8.1)

de (ρ) ile gösterelim. Boruda, akışkan içinde çapı (d), uzunluğu da (dx) olan silindirik bir kütle elemanı alalım. Bu silindirik kütle elemanının birinci yüzüne etkiyen basınç (P) olursa ikinci yüzüne etkiyen basınç ($P + \frac{dP}{dx}$) olur. Silindirik yüzey üzerinde oluşan sürtünme

kuvvetinin birim alana düşen değerini de (τ) ile gösterelim. Eğer borunun içindeki akım laminer akım olursa (τ) ile mutlak viskozite arasındaki ilişki

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dr}$$

şeklinde verilmiş olan Newton Denklemi ile ifade edilir. Çapı (d) ve uzunluğu da (dx) olan silindirik kütle elemanına etkiyen kuvvetler dengeledirler. Bu nedenle çapı (d), uzunluğu da (dx) olan silindire etkiyen kuvvetlerin denge denklemini

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot P - \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (P + \frac{dP}{dx} \cdot dx) - \pi \cdot d \cdot dx \cdot \mu \cdot \frac{du}{dr} = 0$$

şeklinde yazabiliriz.

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot P - \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (P + \frac{dP}{dx} \cdot dx) - \pi \cdot d \cdot dx \cdot \mu \cdot \frac{du}{dr} = 0$$

$$-\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{dP}{dx} \cdot dx - \pi \cdot d \cdot dx \cdot \mu \cdot \frac{du}{dr} = 0$$

$$\frac{d}{4} \cdot \frac{dP}{dx} + \mu \cdot \frac{du}{dr} = 0$$

$$\frac{r}{2} \cdot \frac{dP}{dx} = -\mu \cdot \frac{dU}{dr}$$

$$r \cdot \frac{dP}{dx} = -2\mu \cdot \frac{dU}{dr}$$

$\left(\frac{dP}{dx}\right)$ 'in (r) ' den bağımsız olduğunu kabul ederek

$$r \cdot \frac{dP}{dx} = -2\mu \cdot \frac{dU}{dr}$$

şeklinde bulunmuş olduğumuz diferansiyel denklemin integralini alacak şekilde

$$U = -\frac{I}{\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \cdot \frac{r^2}{4} + C$$

deşitliğini elde ederiz. $(r=R)$ olduğu zaman, borunun iç yüzünde akım hızı sıfırdır.

$$U = -\frac{I}{\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \cdot \frac{r^2}{4} + C$$

deşitliğinde (U) yerine sıfır koyacak olursak integrasyon sabitinin değerini

$$C = \frac{I}{\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \cdot \frac{R^2}{4}$$

olarak buluruz.

$$U = -\frac{I}{\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \cdot \frac{r^2}{4} + C$$

deşitliğinde (C) yerine

$$-\frac{I}{\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \cdot \frac{r^2}{4} + \frac{I}{\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \cdot \frac{R^2}{4}$$

koyacak olursak

$$U = \frac{I}{4\mu} (R^2 - r^2) \cdot \frac{dP}{dx}$$

deşitliğini elde ederiz

Son olarak bulunmuş olduğumuz bu eşitlik açık olarak göstermektedir ki, borunun uzunluk eksenine dik bir kesitte hız profili bir parabolüdür.

Şimdi, yük kaybı ile ortalama akım hızı arasındaki ilişkiyi göstermeye çalışacağız. Burada, akışkan içerisinde alınan silindirik kütle elemanının çapının (dr) kadar artırıldığını kabul edelim. Burada, akışkan içerisinde alınan silindirik kütle elemanının çapı (dr) kadar artırılırsa,

kesit alanında meydana gelen değişme miktarı $(2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr)$ olur. Silindirik kütle elemanının kesit alanında meydana gelen değişme miktarı ile silindirin çevresindeki akım hızını çarpacak olursak silindirik kütle elemanının kesit alanında meydana gelen değişme miktarını bulan kesitin debisini bulmuş oluruz. Debiyi (dQ) ile göstereceğiz.

$$dQ = 2 \cdot \pi \cdot U \cdot r \cdot dr$$

deşitliğini yazabiliriz.

$$dQ = 2 \cdot \pi \cdot U \cdot r \cdot dr$$

deşitliğinde (U) yerine

$$\frac{I}{4\mu} \cdot (R^2 - r^2) \cdot \frac{dP}{dx}$$

koyacak olursak

$$dQ = \frac{\pi}{2\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \cdot (R^2 - r^2) \cdot r \cdot dr$$

deşitliğini elde ederiz.

Eğer debi (Q) olursa ve eğer borudaki sıvı içinde alınan silindirik kütle elemanının yarıçapı kapalı olan $(0, R)$ aralığında (r) ' nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dQ = \frac{\pi}{2\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \cdot (R^2 - r^2) \cdot r \cdot dr$$

şeklinde bulunmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$Q = \frac{\pi}{2\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \int_0^R (R^2 - r^2) \cdot r \cdot dr$$

olur. Bu belirli integralin çözümünden

$$Q = \frac{\pi \cdot R^4}{8\mu} \cdot \frac{dP}{dx}$$

deşitliği elde edebiliriz.

Debi bilindiği gibi, ortalama akım hızı ile borunun kesit alanı-

nın çarpımına eşittir. Ortalama akım hızını (U_m) ile gösterecek oluruz. Bu açıklamaya göre

$$Q = \pi \cdot R^2 \cdot U_m$$

eşitliğinin yazabiliriz. Bu durumda

$$Q = \frac{\pi \cdot R^4}{8 \cdot \mu} \cdot \frac{dP}{dx}$$

ve

$$Q = \pi \cdot R^2 \cdot U_m$$

eşitliklerinin birleşiminden

$$U_m = \frac{R^2}{8 \cdot \mu} \cdot \frac{dP}{dx}$$

eşitliğini elde ederiz.

Borunun, uzunluğu (dx) olan kesiminde oluşan yük kaybını (dh) ile göstereyim. Borunun, uzunluğu (dx) olan kesiminde oluşan yük kaybını basınçta meydana gelen değişme miktarını sıvının özgül ağırlığına bölebiliriz. Basınçta meydana gelen değişme miktarını daha önce (dp) ile göstermiştik. Bu durumda, yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre

$$dh = \frac{dP}{\gamma}$$

eşitliğini yazabiliriz. Daha önce

$$U_m = \frac{R^2}{8 \cdot \mu} \cdot \frac{dP}{dx}$$

şeklinde bulmuş olduğumuz eşitlikte (dP) yerine ($\gamma \cdot dh$) koyacak olursak bu kez

$$dh = \frac{8 \cdot \mu}{\gamma} \cdot \frac{U_m}{R^2} \cdot dx$$

eşitliğini elde ederiz.

Eğer yük kaybı (h) olursa ve eğer borunun uzunluğu kapalı olan (l_1, l_2) aralığında (x)' in herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dh = \frac{8 \cdot \mu}{\gamma} \cdot \frac{U_m}{R^2} \cdot dx$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$h = \frac{8 \cdot \mu}{\gamma} \cdot \frac{U_m}{R^2} \int_{l_1}^{l_2} dx$$

olur. Bu belirli integralin çözümünden

$$h = \frac{8 \cdot \mu}{\gamma} \cdot \frac{U_m}{R^2} \cdot (l_2 - l_1)$$

eşitliğini elde edebiliriz.

($l_2 - l_1$), iki kesitin sınırladıkları aralıkta boru uzunluğudur ve (1) ile gösterilir.

$$h = \frac{8 \cdot \gamma}{\gamma} \cdot \frac{U_m}{R^2} \cdot (l_2 - l_1)$$

eşitliğinde ($l_2 - l_1$) yerine (1) koyacak olursak

$$h = \frac{8 \cdot \mu}{\gamma} \cdot \frac{U_m}{R^2} \cdot l$$

eşitliğini elde ederiz. Sürekli yük kaybının birim uzunluğa düşen değeri, bilindiği gibi, (j) ile gösterilir ve bu durumda

$$h = \frac{8 \cdot \mu}{\gamma} \cdot \frac{U_m}{R^2} \cdot l$$

eşitliğinden yararlanılarak

$$j = \frac{8 \cdot \mu}{\gamma} \cdot \frac{U_m}{R^2}$$

eşitliği elde edilir.

Dinamik viskozite katsayısı, özgül kütle ile sinematik viskozite katsayısının çarpımına eşittir.

$$j = \frac{8 \cdot \mu}{\gamma} \cdot \frac{U_m}{R^2}$$

eşitliğinde (μ) yerine ($\rho \cdot \nu$) koyacak olursak

$$j = \frac{32}{g} \cdot \frac{\sqrt{U_m}}{D^2}$$

eşitliğini elde ederiz. Bu eşitliğe Hidrolikte POISEUILLE FORMÜLÜ adı verilir. POISEUILLE Formülü açık olarak göstermektedir ki, borularda, laminer akımda sürekli yük kaybı ortalama akım hızı ile orantılıdır. Şimdi

$$Q = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot U_m \quad \text{ve} \quad j = \frac{32}{g} \cdot \frac{\sqrt{U_m}}{D^2}$$

eşitliklerinin birleşimi yapalım. Bu durumda

$$j = \frac{128}{\pi \cdot g} \cdot \frac{\sqrt{Q}}{D^2}$$

eşitliğini elde ederiz.

Bu eşitliği, Hidrolikte, kullanabilmek için ayrıca deney sonuçlarına göre gözden geçirmek gerekir.

$$j = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U_m^2}{2 \cdot g} \quad \text{ve} \quad j = \frac{32}{g} \cdot \frac{\sqrt{U_m}}{D^2}$$

eşitliklerinin birleşiminden

$$\lambda = 64 \cdot \frac{\sqrt{U_m}}{U_m \cdot D}$$

eşitliği elde edilir.

$$R_e = \frac{U_m \cdot D}{\sqrt{U_m}}$$

olduğu için

$$\lambda = \frac{64}{R_e}$$

eşitliği yazılabilir. (0λ) ve (OR_e) eksenlerinin oluşturdukları dik açılı koordinatlar sisteminde, bir logaritmik çizelgede bu eşitlik bir doğru ile ifade edilir ve bu doğru da Poiseuille Doğrusu olarak adlandırılır. Paraboloidik Kanununa göre, ortalama hız, uzunluk eksenini üzerindeki en büyük akım hızının yarısına eşittir. Dikkat edilirse bu eşitli-

aynı zamanda Paraboloidik Kanununun bir sonucu olduğu da anlaşılır.

5) KAYNAŞIK AKIM

Kaynaşık akımın oluşumu oldukça karmaşıktır. Bu nedenle kaynaşık akımı, sadece , kuramsal bir yolla incelemek mümkün değildir. ortalama alanında, borulardaki akım kaynaşık akım olduğu için yarı kuramsal ve deneysel yöntemlerle bile olsa kaynaşık akımı incelemek zorunluluğu vardır.

a) ESKİ FORMÜLLER

Borularda yük kaybının belirlenmesi sorununu çözmek için 100 yıldan fazla bir zamandan beri hidrolisyenler birçok deneyler yapmışlar ve birçok formüller önermişlerdir. Fakat buna rağmen uzun süre yararlanılmayan teorilerden olumlu sonuçlar çıkarmak ve bir bileşime gitmek mümkün olamamıştır. Bu arada hemen belirtelim ki. araştırmacılar her biri deney sonuçlarını ampirik bir formülle ifade etmeye çalışmıştır. İyi yapılmış deneyler için aynı akışkan ve aynı borular kullanmak koşulu ile aynı çap ve aynı hız sınırları arasında bu formüllerin pratik bir değeri de vardır. Genellikle, bu ampirik formüller bir formüle indirgenerek

$$j = \frac{4}{D} \cdot b \cdot U^2$$

şeklinde ifade edilebilir. DUPUIT, PRONY, DARCY, LEVY, FLAMANT gibi araştırmacıların önerdikleri çok sayıda formül vardır. Biz burada DUPUIT FORMÜLÜ ile DARCY FORMÜLÜNÜ vermekle yetineceğiz. DUPUIT, (b) için sabit bir değer önermiştir. DUPUIT'nin (b) için önermiş olduğu değer ($4 \cdot 10^{-4}$)'tür.

$$j = \frac{4}{D} \cdot b \cdot U^2 = \frac{4 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{D} \cdot U^2 = \frac{16 \cdot 10^{-4}}{D} \cdot U^2$$

$$j = \frac{16 \cdot 10^{-4}}{D} \cdot U^2$$

DARCY Formülü, (20 °C)' deki su ile çapı 0,013 m 'den 0,500 m'ye olan borular üzerinde yapılan deneylerden elde edilmiştir. DARCY Formülü şu şekilde ifade edilir:

$$j = \frac{4}{D} \cdot (a^1 + \frac{b^1}{D}) \cdot U^2$$

Font borularda $a^1 = 507 \cdot 10^{-6}$ ve $b^1 = 129,4 \cdot 10^{-6}$ 'dir. Yeni borular için bu değerlerin yarısı, ziftlenmiş borular için de bu değerlerin üçte biri alınır.

b) YENİ FORMÜLLER

$$\text{Yeni formüller de bir formüle indirgenerek } j = \frac{\lambda}{D}$$

şeklinde ifade edilir. Bu formülde yer alan (λ) daha önce de açıklanmış olduğumuz gibi Reynolds sayısı (R_e) ile sertliğin ($\frac{\xi}{D}$) fonksiyonudur. Ancak iç yüzü parlatılmış olan borularda (λ) yalnız Reynolds sayısının fonksiyon olur. İç yüzü parlatılmış olan borularda, (λ)'nın hesabında klasik formül olan BLASIUS FORMÜLÜ kullanılır. BLASIUS FORMÜLÜ

$$\lambda = \frac{0,3164}{R_e^{0,25}}$$

şeklindedir. Eğer Reynolds sayısı (100'000)'ni geçerse BLASIUS Formülünü kullanmak uygun olmaz. Bu durumda

$$\lambda = \frac{0,221}{R_e^{0,237}} + 0,0032$$

şeklinde verilmiş olan NIKURADSE Formülünden yararlanmak gerekir. İç yüzü pürüzlü olan borular için VON MİSES, LEBEAU ve HANOCQ gibi araştırmacıların önerdikleri çeşitli formüller vardır. Ancak biz burada Belçika Makine Mühendisleri Odasının formülünü vermeyeceğiz. Belçika Makine

Mühendisleri Odasının formülü şu şekildedir:

$$\lambda = \frac{0,532}{R_e^{1/3}} + 0,0084 \cdot \left(\frac{\xi_1}{D} \right)^{1/5}$$

Formülde yer alan (ξ_1)'in değeri borunun yapımında kullanılan gereçlere bağlıdır. Aşağıdaki çizelgede çeşitli gereçlerden yapılmış olan borular için (ξ_1)'in değeri gösterilmektedir.

GEREÇLER	ξ_1
Demir ve çelik	1 m
Dökme demir ve dökme çelik.....	8,35 m
Beton.....	4 m
Eternit.....	0,15 m

(ξ_1)'in değerleri, daha önce, tanımlanmış ve belirlenmiş olduğundan Mutlak Pürüzlülikle orantılıdır.

Belçika Makine Mühendisleri Odası Formülünün ikinci terimi,

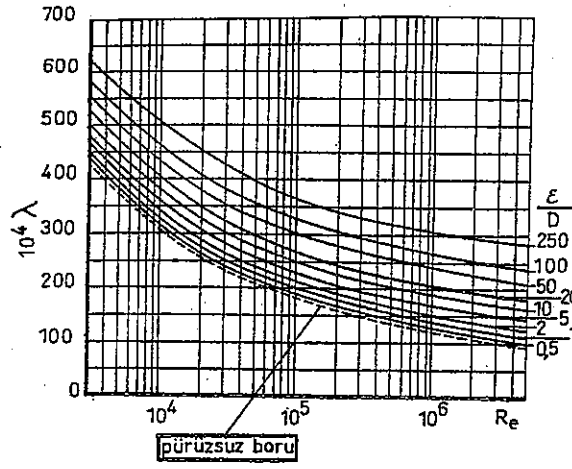
$\frac{\xi_1}{D} < 0,3$ olduğu zaman (0,00668)' den daha küçük olamaz.

Ancak $\frac{\xi_1}{D} > 0,3$ olunca boru pürüzsüz kabul edilir ve (λ)'nın değeri de (0,00668)'e eşit alınır.

Belçika Makine mühendisleri Odası Formülü, boru bağlantılarının çok iyi ve hatasız yapıldığı göz önünde bulundurularak çıkarılmıştır. (şekil - 8.2)'deki çizelgede

$$\lambda = \frac{0,532}{R_e^{1/3}} + 0,0084 \cdot \left(\frac{\xi_1}{D} \right)^{1/5}$$

formülüne göre (R_e) ve (ξ_1 / D)'nin fonksiyonu olan ($10^4 \cdot \lambda$) ile (R_e) ve (ξ_1 / D) arasındaki ilişkiler gösterilmektedir.



(Sekil - 8.2)

c) YÜK KAYBININ DEBİNİN FONKSİYONU OLARAK İFADESİ

Debi, daha önce de açıklamış olduğumuz gibi, akım hızı ile kesit alanının çarpımına eşittir.

$$Q = s \cdot U = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot U$$

Bu eşitlikten yararlanarak akım hızını bulabiliriz.

$$U = \frac{Q}{S} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}$$

$$j = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g}$$

eşitliğinde (U)'nun yukarıda bulmuş olduğumuz değerini yerine koyacak olursak

$$j = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{I}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} \right)^2$$

eşitliğini elde ederiz. Bu eşitlikte yer alan

$$\frac{I}{2 \cdot g} \cdot \frac{16 \cdot \lambda}{\pi^2 \cdot D^5}$$

(K) ile gösterilir ve

$$j = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{I}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} \right)^2$$

eşitliğinden yararlanarak

$$j = K \cdot Q^2$$

eşitliği yazılır. (K) açık olarak görülmektedir ki, (D) ve (λ)'nın fonksiyonudur. DUPUIT, PRONY, DARCY, LEVY ve FLAMANT gibi araştırmacıların önermiş oldukları

$$j = \frac{4}{D} \cdot b \cdot U^2$$

şeklindeki formülde (U) yerine

$$\left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} \right)$$

koyacak olursak

$$j = \frac{64 \cdot b}{\pi^2 \cdot D^5} \cdot Q^2$$

eşitliğini elde ederiz. Bu formülde

$$\frac{64 \cdot b}{\pi^2 \cdot D^5}$$

(K) ile gösterilir ve bu durumda da

$$j = K \cdot Q^2$$

eşitliği yazılır. (K), açık olarak görülmektedir ki, yalnız (D)'nin bir fonksiyonudur.

d) PÜRÜZLÜ BORULARDAKİ AKIMLA İLGİLİ DENEYSEL ARAŞTIRMALAR

Pürüzlü borulardaki akım üzerinde yapılan deneysel araştırmalar arasında, Nikuradse adlı araştırmacının, Göttingen'de yapmış olduğu deneysel araştırmaların önemli bir yeri vardır. Nikuradse, yapmış olduğu deneysel araştırmaların sonuçlarını 1932 - 1933 yıllarında, bilim dünyasına açıklamıştır.

Nikuradse, deneylerini, pürüzsüz borularla yapay olarak pürüzlendirilmiş borular üzerinde gerçekleştirmiştir. Bu deneylerde kullanılan boruların iç yüzünü pürüzlendirmek için belirli bir pürüzlülük değeri yani (ξ) uzunluğu veren kum taneciklerinden yararlanılmış ve borunun iç yüzüne kum taneciklerinin özenle yapıştırılmasından da homojen bir pürüzlülük elde edilmiştir.

Nikuradse, yapmış olduğu deneylerle Reynolds sayısı arttığı zaman farklı rejimlerin birbirini izleyerek oluştuğunu da kanıtlamıştır.

(Şekil - 8.3)'teki logaritmik çizelgede, Reynolds sayısına bağlı farklı rejimlerin oluşumu görülmektedir.

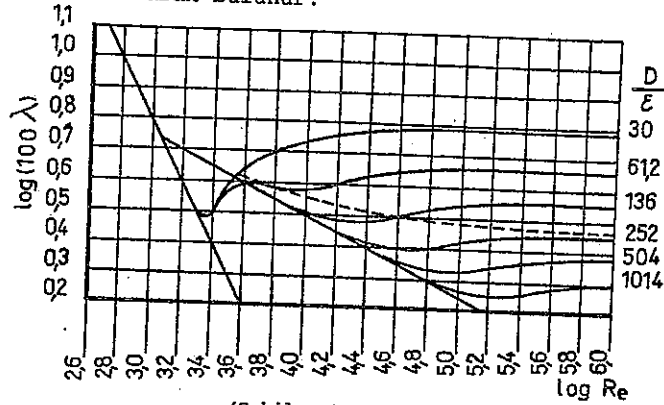
Laminer akımda, bilindiği gibi, (λ) , Reynolds sayısı ile ters orantılıdır.

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

Kaynaşık akımın oluşumu üç aşamada birbirinden farklı özellikler gösterir. İlk aşamada, kaynaşık akımla laminer akım arasında bir fark vardır. Bu aşamaya kaynaşık akımın laminer akım aşaması denir. Kaynaşık akımın laminer akım aşamasında (λ) , (ϵ / D) 'nin değil sadece Reynolds sayısının bir fonksiyonudur. Bu rejimde (λ) 'nin değeri

$$\frac{I}{\sqrt{\lambda}} = 2.10 \log \frac{Re \cdot \sqrt{\lambda}}{2,51}$$

formülünden yararlanılarak bulunur.



(Şekil - 8.3)

Kaynaşık akımın geçiş aşaması olarak nitelendirilen ikinci aşamada (λ) hem Reynolds sayısının ve hem de (ϵ / D) 'nin fonksiyonudur. Nihayet kaynaşık akımın bir üçüncü aşaması vardır ki, bu aşamada (λ) , Reynolds sayısından tamamen bağımsızdır ve yalnızca (ϵ / D) 'nin fonksiyonudur. Bu rejimde, ortalama yük kayıpları ortalama akım hızının karesi

antılıdır. Kaynaşık akımın üçüncü aşamasına TAM KAYNAŞIK AKIM adı verilir. Bilim dilinde yaygın olan bir deyişle KADRATİK REJİM adı verilir.

(Şekil - 8.3)'teki logaritmik çizelgenin ikinci bölümündeki eğriler, TAM KAYNAŞIK AKIMDA $(10^2 \cdot \lambda)$ ve (ϵ / D) arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

Tam kaynaşık akımda $(10^2 \cdot \lambda)$ ve (ϵ / D) arasındaki ilişkiyi gösteren çizelgenin ikinci bölümündeki eğrilerin oluşturdukları şekil

Prandtl, HARP adı verilen, dik tutularak parmakla çalınan, üç köşeli ve üçlü müzik aletine benzediği için Hidrolikte, NIKURADSE HARPI olarak adlandırılır. Tam kaynaşık akım bölgesinde (λ) ve (ϵ / D) arasındaki ilişki

$$\frac{I}{\sqrt{\lambda}} = 2.10 \log \left(\frac{D}{\epsilon} \right) + I, I4$$

$$\frac{I}{\sqrt{\lambda}} = 2.10 \log \left(3,7I \cdot \frac{D}{\epsilon} \right)$$

formülleri ile ifade edilir..

1932 - 1933 yıllarında, Prandtl ve Von Karman adlı araştırmacılar Nikuradse'in deneysel araştırmalarının sonuçlarını doğrulayan ve kanıtlayan bazı kuramsal çalışmalar yapmışlardır. Bu kuramsal çalışmalar, hemen belirtelim ki, BORU HİDROLİĞİNE yeni boyutlar kazandırmıştır. Prandtl ve Von Karman'ın kuramsal çalışmalarının sonuçlarına göre, kaynaşık akımda, borunun çeperleri boyunca bir sıvı yatağı vardır ve bu sıvı yatağında yerel akım hızı küçük olduğu için akım lamineridir. Borunun çeperleri boyunca oluşan sıvı yatağının kalınlığı Reynolds sayısı ile ters orantılıdır. Reynolds sayısı çok küçük olduğu zaman laminer akım borunun tüm kesitini kapsar. Reynolds sayısının değeri artınca akımın merkezinde kaynaşık akım çekirdeği oluşur, fakat laminer akımın olduğu sıvı yatağı kalın olduğu için akım, pürüzsüz bir boruda olduğu gibi devam eder. Sonraları Reynolds sayısının değeri daha da artınca laminer akımın olduğu sıvı yatağının kalınlığı azalır ve boru iç yüzünün pürüzleri ortaya çıkar.

Kaynaşma ancak bundan sonra meydana gelir. Bunun asıl nedeni, hem de telim ki, boru iç yüzü ile komşu sıvı yatağı arasındaki sürtünme d nün sıvı yatakları arasındaki sürtünme direncinden daha büyük olmasıdır. Bu durumda, artık akıma gösterilen dirençle Reynolds sayısı arasında bir bağıntı yoktur.

e) PÜRÜZLÜLÜĞÜN GENEL FONKSİYONU

Nikuradse'in deneysel araştırmalarının sonuçlarına dayanarak Prandtl ve Von Karman adlı araştırmacılar, yarı kuramsal düşüncelerle tüm pürüzlülükler için

$$f (R_{ex}) = 2 \cdot \log \left(3,71 \cdot \frac{D}{\epsilon} \right) - \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

eşitliği ile ifade edilen bir kanun ortaya koymuşlardır.

$$R_{ex} = \frac{\epsilon}{\sqrt{\lambda}} \cdot U_x$$

$$U_x = U \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{8}}$$

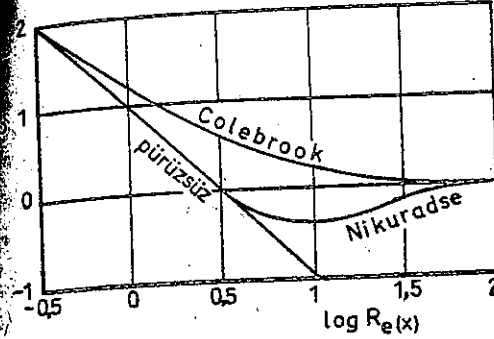
Bu fonksiyon, Hidrolikte, PÜRÜZLÜLÜĞÜN GENEL FONKSİYONU olarak adlandırılır. (67,6)'dan daha büyük Reynolds sayıları için fonksiyonun değeri sıfırdır. (Şekil - 8.4)'deki çizelgede

$$(\log R_{ex})$$

ve

$$\left(2 \cdot \log 3,71 \cdot \frac{D}{\epsilon} - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \right)$$

arasındaki ilişkiyi ifade eden eğriler gösterilmektedir.



(Şekil - 8.4)

f) SİNAİ BORULAR VE COLEBROOK-WHITE FORMÜLÜ

Sınai borular, Nikuradse tarafından incelenen türden homojen bir pürüzlülüğe sahip değildir. Boruların iç yüzündeki pürüzler, boyutlardan biçime dek birçok etkenlere bağlıdır. Bu nedenle sinai boruların

pürüzlülüğü heterojen pürüzlülüktür. Yapılan deneyler sonunda, sinai boruların, kaynaşık akımın laminer akım aşaması ile tam kaynaşık akım aşamasında, Nikuradse borularından elde edilen sonuçlara eşdeğer sonuçlar verdikleri anlaşılmıştır. Buna karşılık $(\lambda - R_e)$ eğrisi, geçiş bölgesinde, Nikuradse eğrilerinden farklı bir durum, farklı bir gelişme göstermektedir. Bu gelişme, özellikle, birinci bölgeden üçüncü bölgeye doğru derece derece oluşan bir gelişme olmaktadır. Geçiş bölgesinin, uygulama alanında, önemli bir yeri vardır. Colebrook ve White adlı araştırmacılar, sinai borularda geçiş bölgesini incelemişler ve yapmış oldukları araştırmaların sonuçlarını şu formül ile ifade etmişlerdir:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left[\frac{2,51}{R_e \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{1}{3,71} \cdot \frac{\epsilon}{D} \right]$$

Bu formül Hidrolikte, Colebrook - White Formülü olarak adlandırılır. Colebrook - White Formülünde (ϵ) ' na Nikuradse borusundaki (ϵ) ' nin değeri verilir. Ancak bunun için söz konusu sinai borunun çapı Nikuradse borusunun çapına eşit olmalıdır. Colebrook - White Formülünde

yer alan (ϵ), EŞDEĞER PÜRÜZLÜLÜK olarak adlandırılır. Eşdeğer pürüzlülük, daha önce açıklamış olduğumuz

$$\frac{I}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log \left(\frac{D}{\epsilon} \right) + I, I4$$

formülünden yararlanılarak bulunur. Eşdeğer pürüzlülüğe çok kesin bir fiziksel anlam vermekten de kaçınmak gerekir. Eşdeğer pürüzlülüğe, daha ziyade, Nikuradse pürüzlülükleri üzerine kurulan bir değerlendirme düzeninde, boru pürüzlülüğünün sınıflandırılmasına yarayan bir parametre olarak bakılmalıdır. Aslında Nikuradse pürüzlülükleri, Pürüzlülüklerin sınıflandırılmasında genel bir ölçüttür. Bu gün artık kesin olarak anlaşılmıştır ki, geçiş bölgesinde Colebrook - White Formülü geçen en yakın olan sonuçları vermektedir.

Jorrisen adlı ünlü Fransız hidrolisyeni, Liège Üniversitesinin Genel Hidrolik Laboratuvarında, kendi geliştirdiği yöntemlerle ve hava ile işleyen duyarlı aletlerle boru iç yüzündeki pürüzlerin ortalama yüz şekliğini de ölçerek çelikten imal edilmiş yeni sanai borular üzerinde birçok deneyler yapmış ve şu bulguları bilim dünyasına açıklamıştır:

- 1°) (ϵ)'nun ortalama değeri, bir borudan diğerine değiştiği takdirde, Patta aynı gereçten, aynı biçimde, aynı yöntemlerle imal edilen ve aynı koşullar altında kullanılan boruların birbiriyle bile birbirinden farklı pürüzlülüğe sahip olabileceğini göstermektedir.
- 2°) Tam kaynaşık akım bölgesinde (λ) ve (ϵ) arasındaki ilişki

$$\frac{I}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log \left(\frac{D}{\epsilon} \right) + I, I4$$

formülü ile ifade edilen Nikuradse Kanununa uyar,

- 3°) Laminer akım sınırı ile tam kaynaşık akım sınırı arasındaki geçiş bölgesinde, (λ) ve (ϵ)'nun çekme çelik

borular için deneysel olarak bulunan değerleri, Nikuradse formülünden yararlanılarak hesaplanan değerlerle Colebrook - White Formülünden yararlanılarak hesaplanan değerlerin sınırladıkları aralıkta bulunurlar.

İncelendiği gibi, Colebrook - White Formülünün analitik ifadesi oldukça karmaşıktır. Bu karmaşıklık, Colebrook - White Formülünün kullanılmasını engeller. Colebrook - White Formülünün kullanılmasındaki güçlükleri ortadan kurtulmak için uygulama alanında, (λ)'nın değerinin belirlenmesinde büyük kolaylıklar sağlayan çok sayıda diyagram düzenlenmiştir. Bu diyagramların en ünlüsü ve en çok kullanılanı, (Şekil -8.5)'de görülen COLEBROOK - WHITE DİYAGRAMIDIR,

(λ)'nın belirlenmesinde, Colebrook - White Formülüne bağlı olma-

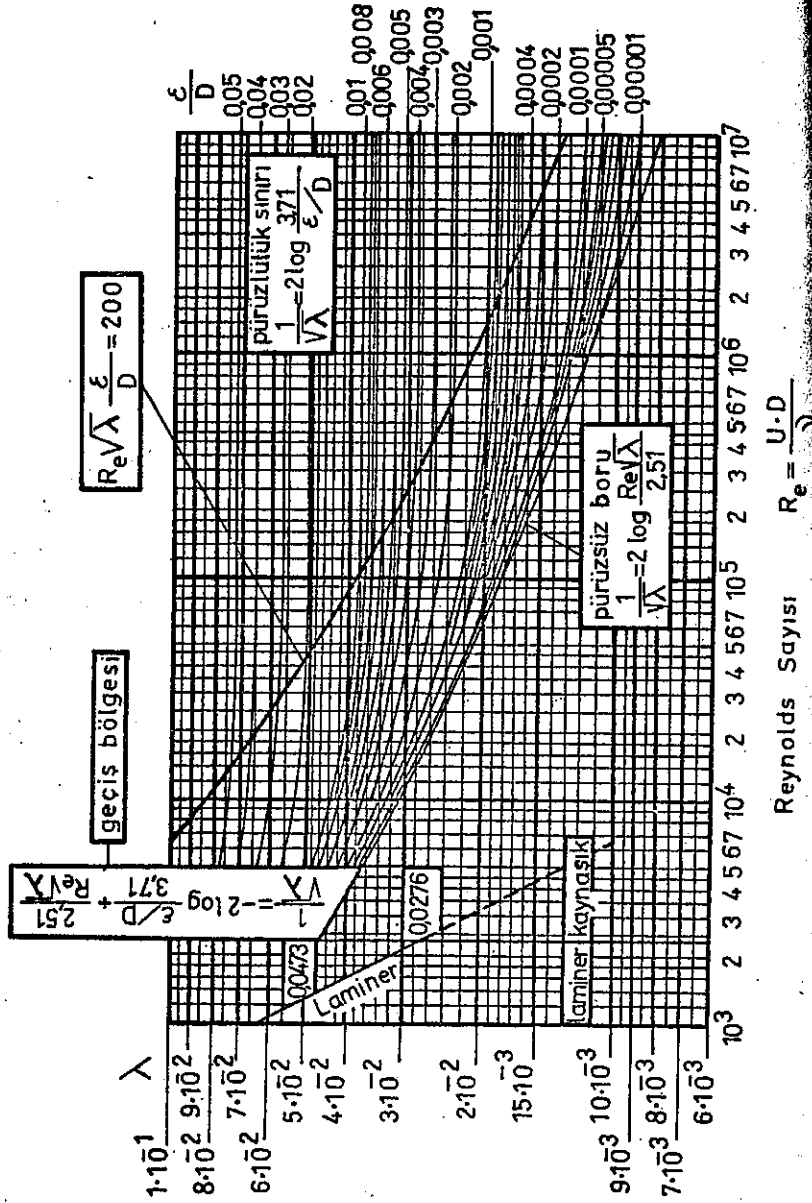
yan bir diğer güçlük de eşdeğer pürüzlülüğün sayısal değeri seçilirken karşımıza çıkmaktadır. Çünkü, gerçekte, boru iç yüzünün nitelik ve durumunu yansıtan veriler, pürüzlülüğün kesinlikle saptanmasına yeterli olamamaktadırlar. Aşağıda, çeşitli türde sanai borular için (ϵ)'nun (mm) olarak ortalama değerleri verilmiştir.

	ϵ (mm)
Pirinç, Bakır, Cam, Çekme Borular	0,000 - 15
Sanai pirinç borular	0,025
ÇEKME ÇELİK BORULAR	
Yeni	0,04 - 0,15
Kullanılmış	0,04 - 0,25
Yüzeyi ziftlenmiş	0,015

ÇEKME ÇELİK BORULAR

Yeni	0,03 - 0,10
Az kullanılmış	0,4
Çok kullanılmış ve iç yüzü tamamen minerallerle örtülmüş	3

GALVANİZLİ DEMİR BORULAR	0,12 - 0,15
------------------------------------	-------------



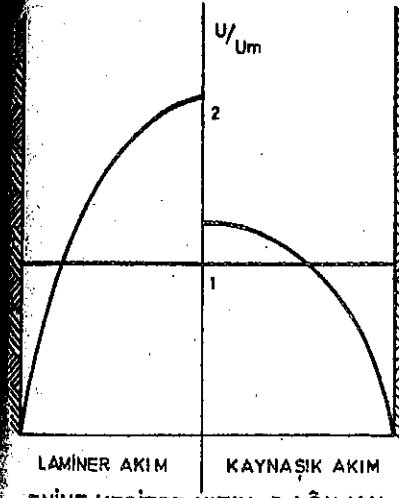
BORULAR

..... 0,22 - 0,15
..... I - I,5
ziftlenmiş 0,10 - 0,125

BORULAR. 0,15 - 3

BORULAR 0,20 - I

Bu arada hemen belirtelim ki, Nikuradse çizelgeleri ve Brook - White formülü, pompa santralleri ile hidrolik santrallerinlarında görüldüğü gibi, akım yönüne dik kıvrıntılar biçiminde ortaya çıkan pürüzlerin neden oldukları pürüzlülüğün belirlenmesinde olumlu sonuçlar vermeyecektir. Bu tür borularda, akıma karşı gösterilen direnç, Nikuradse çizelgelerinin hazırlanmasına ya da Brook - White Formülü ile yapılacak hesaplara dayanak olan değerlerin yanında kalmaktadır.



(Şekil - 8. 6)

g) KAYNAŞIK AKIMDA HIZIN DAĞILIMI KONUNU

Kaynaşık akımda, ENİNE KESİTTE HIZIN DAĞILIMI KANUNU, hemen belirtelim ki, laminer akımda hız dağılımının uyduğu PARABOLOİDİK KANUNUNDAN çok farklıdır. Akımın merkeze yakın bölümünde, hızda meydana gelen değişimler gerçekten azdır ve buna karşılık çeperlere komşu bölgelerde hız değişimleri birdenbire artar.

ENİNE KESİTTE HIZIN DAĞILIMI KANUNUNU açıklayan formül PRANDTL-KARMAN TEORİSİNDEN yararlanılarak çıkarılmıştır. Diğer formüller de PRANDTL-KARMAN TEORİSİNDEN yararlanılarak çıkarılan formülün benzerleridir. Yeterince yüksek bir Reynolds sayısı için bütün formüller ortalama hızla en büyük akım hızı arasındaki oranın (0,80~0,84)'e yakın olduğu ortaya koymuşlardır. Zaten PRANDTL - KARMAN TEORİSİNDEN yararlanılarak ENİNE KESİTTE HIZIN DAĞILIMI KANUNUNU açıklayan formülün çıkarılması geniş matematik açıklamaları gerektirdiği için bundan kaçınılmıştır. Yapılan gözlem ve deneylerle, ayrıca, boru yarıçapının 0,8 katına eşit yarıçapta yersel hızın ortalama hıza eşit olduğu da kanıtlanmıştır.

6) SIKIŞTIRILABİLEN AKIŞKANLARIN BORULARDA AKIŞI

Daha önce bulmuş olduğumuz borulardaki yük kaybı formülü yalnız sıkıştırılmayan akışkanlar için geçerlidir. Ancak buhar ve gazların özgül ağırlıkları akım boyunca değişmeyecek olursa bunlar da sıvılar gibi sıkıştırılmayan akışkan kabul edilebilirler. LEBEAU adlı tıracıya göre hava, yük kayıplarının hesabı görüş açısından, eğer başlangıçtaki basıncın yüzde 4'ünden daha fazla azalmıyorsa boru için iki noktanın sınırladıkları aralıkta sıkıştırılmayan akışkan olarak düşünülebilir. Eğer basınç düşmesi bundan daha büyük olursa boru parçalarına ayrılır. Ancak bu parçaların her birinde basınç düşmesinin yüzde 4' den daha fazla olmamasına dikkat edilir ve her parçanın başlangıç yerinde ayrı ayrı özgül ağırlık, hız ve Reynolds sayısı hesaplanır. Gazların uzun mesafelere taşınmalarında, genellikle,

$$z_1 - z_2 + \int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \cdot U_1^2 - \alpha_2 \cdot U_2^2}{2 \cdot g} + \int_{l_2}^{l_1} j \cdot dl = 0$$

verilmiş olan klasik Bernoulli Denkleminden yararlanılır. Bu denklemde yer alan yükseklik değişimi diğer terimlerin yanında ihmal edilebilir. Diğer yandan her enine kesitte hız uniform olursa

$$z_1 - z_2 + \int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \cdot U_1^2 - \alpha_2 \cdot U_2^2}{2 \cdot g} + \int_{l_2}^{l_1} j \cdot dl = 0$$

den yararlanılarak

$$\int_{P_2}^{P_1} v \cdot dP + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2 \cdot g} + \int_{l_2}^{l_1} j \cdot dl = 0$$

den yazılabilir.

Gazların boru içindeki akımında iki durumla karşılaşılır:

1°) Gazların geçtiği borular çok iyi bir şekilde yalıtılırlar. Bu durumda borulardan geçen gazlar çevre ile ısı alış-verişi yapmazlar ve akım adiyabatik olur.

2°) Gazların geçtiği borular çevre ile çok iyi bir şekilde ısı alış-verişi yaparlar. Bu durumda da akım izotermik olur.

a) ADIYABATİK AKIM

Borularda, gazların adiyabatik akımını incelemek için önce, akımın sürtünmesiz akım olduğunu kabul edeceğiz. Akımın sürtünmesiz akım olduğunu kabul edersek

$$\int_{P_2}^{P_1} v \cdot dP + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2 \cdot g} + \int_{l_2}^{l_1} j \cdot dl = 0$$

eşitliğinde

$$\int_{l_2}^{l_1} j \cdot dl$$

yerine sıfır yazabiliriz ve

$$\int_{P_1}^{P_2} v \cdot dP + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2 \cdot g} = 0$$

deşitliğini elde ederiz. Adiyabatik dönüşümde, dönüşümün başında ve sonunda borulardan geçen akışkanın durumunu belirleyen termodinamik koordinatlardan basınç ve hacim arasındaki ilişki

$$P \cdot v^k = P_1 \cdot v_1^k = P_2 \cdot v_2^k$$

deşitliği ile gösterilir.

$$\int_{P_2}^{P_1} v \cdot dP = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2 \cdot g}$$

deşitliğinde (v) yerine $v_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P} \right)^{1/k}$ ya da $v_2 \cdot \left(\frac{P_2}{P} \right)^{1/k}$ koyacak olursak

$$v_1 \cdot P_1^{1/k} \int_{P_2}^{P_1} \frac{dP}{P^{1/k}} = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2 \cdot g}$$

deşitliğini elde ederiz. Bu eşitlikten de

$$\frac{P_1 \cdot v_1 - P_2 \cdot v_2}{I - \frac{I}{k}} = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2 \cdot g}$$

deşitliği elde edilir. Yetkin Gazların Genel Durum Denklemine göre

$$P_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1 \quad \text{ve} \quad P_2 \cdot v_2 = R \cdot T_2$$

denklemleri yazılabilir. Bu eşitliklerle

$$\frac{P_1 \cdot v_1 - P_2 \cdot v_2}{I - \frac{I}{k}} = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2 \cdot g}$$

denkleminin birleşimini yaparak

$$T_1 - T_2 = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{I}{R} \cdot \frac{U_2^2 - U_1^2}{2 \cdot g}$$

deşitliğini yazabiliriz. Moleküller yapısı iki atomlu olan gazlar için $k = 1,41$ ve hava için gaz sabiti de $(R = 29,3 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{kg} \cdot \text{°K})$ 'dir. Yukarıdaki eşitlikte (k)'nin ve (R)'nin değerlerini yerlerine koyacak olursak

$$T_1 - T_2 = 10^{-2} \cdot \frac{U_2^2 - U_1^2}{2 \cdot g}$$

deşitliğini elde ederiz. Eğer başlangıçta akım hızı (I m/sn) olursa, sıcaklık (I °K) azaldığı zaman akım hızı (44,3 m/sn) artar. Genellikle, boru içindeki akımda sıcaklık değişimi çok az olur. Bu nedenle, çok iyi yalıtılmış olan bir boruda da gaz akımına izotermik akım olarak düşünebiliriz.

b) İZOTERMİK AKIM

Bernoulli Denklemine diferansiyel denklem olarak

$$\frac{dP}{\gamma} + \alpha \cdot \frac{U}{g} \cdot dU + j \cdot dl = 0$$

ya da

$$\frac{dP}{\gamma} + \left(2 \cdot \alpha \cdot \frac{dU}{U} + \frac{\lambda}{D} \cdot dl \right) \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g} = 0$$

şeklinde yazabiliriz. İzotermik dönüşümde, dönüşümün başında ve sonunda akışkanın durumunu belirleyen termodinamik koordinatlardan basınç ve hacim arasındaki ilişki

$$P \cdot v = P_1 \cdot v_1 = P_2 \cdot v_2$$

eşitlikleri ile gösterilir. Bundan başka

$$v = \frac{I}{\gamma} \quad v_1 = \frac{I}{\gamma_1} \quad v_2 = \frac{I}{\gamma_2}$$

eşitlikleri yazılabildiği için

$$\frac{P}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma_1} = \frac{P_2}{\gamma_2}$$

eşitliklerini yazabiliriz. Ayrıca enine kesit ve ağırlık olarak da sabit olduğu için şu eşitlikler yazılabilir:

$$U \cdot S \cdot \gamma = U_1 \cdot S_1 \cdot \gamma_1 = U_2 \cdot S_2 \cdot \gamma_2$$

$$S = S_1 = S_2$$

$$U \cdot \gamma = U_1 \cdot \gamma_1 = U_2 \cdot \gamma_2$$

$$\frac{P}{\gamma} \cdot U \cdot \gamma = \frac{P_1}{\gamma_1} \cdot U_1 \cdot \gamma_1 = \frac{P_2}{\gamma_2} \cdot U_2 \cdot \gamma_2$$

$$P \cdot U = P_1 \cdot U_1 = P_2 \cdot U_2$$

$$P \cdot U^2 \cdot \gamma = P_1 \cdot U_1^2 \cdot \gamma_1 = P_2 \cdot U_2^2 \cdot \gamma_2$$

$$\frac{dP}{\gamma} + (2 \cdot \alpha \cdot \frac{dU}{U} + \frac{\lambda}{D} \cdot dl) \cdot \frac{U^2}{2g} = 0$$

$$U^2 = \frac{P_1 \cdot \gamma_1}{P \cdot \gamma} \quad U_1^2 = \frac{P_2 \cdot \gamma_2}{P \cdot \gamma} \quad U_2^2$$

$$\frac{dP}{\gamma} + (2 \cdot \alpha \cdot \frac{dU}{U} + \frac{\lambda}{D} \cdot dl) \cdot \frac{P_1 \cdot \gamma_1}{P \cdot \gamma} \cdot \frac{U_1^2}{2g} = 0$$

$$P \cdot U = P_1 \cdot U_1 = P_2 \cdot U_2$$

$$U \cdot dP + P \cdot dU = 0$$

$$\frac{dP}{\gamma} + (2 \cdot \alpha \cdot \frac{dU}{U} + \frac{\lambda}{D} \cdot dl) \cdot \frac{P_1 \cdot \gamma_1}{P \cdot \gamma} \cdot \frac{U_1^2}{2g} = \frac{dP}{\gamma}$$

$$\alpha \cdot \frac{dP}{P} + \frac{\lambda}{D} \cdot dl) \cdot \frac{P_1 \cdot \gamma_1}{P \cdot \gamma} \cdot \frac{U_1^2}{2g} = 0$$

$$2 \cdot \alpha \cdot P_1 \cdot \gamma_1 \cdot \frac{U_1^2}{2g} \cdot \frac{dP}{P} - P_1 \cdot \gamma_1 \cdot \frac{U_1^2}{2g} \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot dl$$

(1)'den tamamen bağımsızdır. Eğer basınç kapalı olan (P_1, P_2)

inde (P)'nin ve uzunluk da yine kapalı olan (l_1, l_2) aralığında

(1)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dP = 2 \cdot \alpha \cdot P_1 \cdot \gamma_1 \cdot \frac{U_1^2}{2g} \cdot \frac{dP}{P} - P_1 \cdot \gamma_1 \cdot \frac{U_1^2}{2g} \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot dl$$

inde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$\int_{P_1}^{P_2} P \cdot dP = 2 \cdot \alpha \cdot P_1 \cdot \gamma_1 \cdot \frac{U_1^2}{2g} \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} - P_1 \cdot \gamma_1 \cdot \frac{U_1^2}{2g} \cdot \frac{\lambda}{D} \int_{l_1}^{l_2} dl$$

Bu belirli integralin çözümünden

$$\frac{P_2^2}{2} - 2 \cdot \alpha \cdot \frac{\gamma_1}{P_1} \cdot \frac{U_1^2}{2g} \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 1 - 2 \cdot \frac{\gamma_1}{P_1} \cdot \frac{U_1^2}{2g} \cdot \frac{\lambda}{D} (l_2 - l_1)$$

etliğini elde ederiz.

Açık olarak görülmektedir ki, son olarak bulmuş olduğumuz bu eşitlikte bilinmeyen yalnız (P_2 / P_1)'dir.

c) İZOTERMİK AKIMIN PRATİK YÖNTEMLE İNCELENMESİ

Daha önce çıkarmış olduğumuz

$$\frac{P_2}{P_1} - 2 \cdot \alpha \cdot \frac{\gamma_1}{P_1} \cdot \frac{U_1^2}{2g} \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 1 - 2 \cdot \frac{\gamma_1}{P_1} \cdot \frac{U_1^2}{2g} \cdot \frac{\lambda}{D} (l_2 - l_1)$$

ifadeindeki eşitlikte, sol taraftaki ikinci terim çok küçük olduğu için ihmal edilebilir ve bu durumda

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 = 1 - 2 \cdot \frac{\gamma_1}{P_1} \cdot \frac{U_1^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot (l_2 - l_1)$$

eşitliği yazılır.

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 = 1 - 2 \cdot \frac{\gamma_1}{P_1} \cdot \frac{U_1^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot (l_2 - l_1)$$

$$P_1^2 - P_2^2 = 2 \cdot P_1 \cdot \gamma_1 \cdot \frac{U_1^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot (l_2 - l_1)$$

eşitliği ile $U_1 = \frac{4 \cdot Q_1}{\pi \cdot D^2}$ ve $K = \frac{I}{2 \cdot g} \cdot \frac{16 \cdot \lambda}{\pi^2 \cdot D^5}$ eşitlikleri

birleşimini yapacak olursak

$$P_1^2 - P_2^2 = 2 \cdot P_1 \cdot \gamma_1 \cdot K \cdot Q_1^2 \cdot (l_2 - l_1)$$

eşitliğini elde ederiz. (K) açık olarak görülmektedir ki, (λ) ve (D) nin ya da verilmiş olan bir mutlak pürüzlülük için (D) ve (R_e)'nin fonksiyonudur.

$$R_e = \frac{U \cdot D}{\nu}$$

ve

$$U = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} \quad \nu = \frac{\mu \cdot g}{\gamma}$$

olduğu için

$$R_e = \frac{4}{\pi \cdot g} \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{Q \cdot \gamma}{\mu}$$

ve

$$K = f \left(D, \frac{Q \cdot \gamma}{\mu} \right)$$

olur.

$$P_0 = P_{atm}$$

$$T_0 = 273 \text{ } ^\circ K$$

$$P_1 \cdot v_1 = R \cdot T$$

$$P_0 \cdot v_0 = R \cdot T_0$$

$$\frac{P_1 \cdot v_1}{P_0 \cdot v_0} = \frac{T}{T_0}$$

şundan yararlanarak

$$\frac{P_1 \cdot T_0}{\gamma_1} = \frac{P_0 \cdot T}{\gamma_0}$$

şahı sonra

$$P_1 \cdot \gamma_0 = P_0 \cdot \gamma_1 \cdot \frac{T}{273}$$

liklerini yazabiliriz. Bu eşitlikle

$$G = Q_0 \cdot \gamma_0 = Q_1 \cdot \gamma_1$$

şinde verilmiş olan eşitliği taraf tarafa çarpacak olursak

$$P_1 \cdot \gamma_1 \cdot Q_1^2 = P_0 \cdot \gamma_0 \cdot Q_0^2 \cdot \frac{T}{273}$$

şitliğini elde ederiz.

$$P_1 \cdot \gamma_1 \cdot Q_1^2 = P_0 \cdot \gamma_0 \cdot Q_0^2 \cdot \frac{T}{273}$$

şitliği ile

$$P_1^2 - P_2^2 = 2 \cdot P_1 \cdot \gamma_1 \cdot K \cdot Q_1^2 \cdot (l_2 - l_1)$$

şitliğinin birleşimini yapacak olursak

$$P_1^2 - P_2^2 = 2 \cdot K \cdot P_0 \cdot \gamma_0 \cdot Q_0^2 \cdot \frac{T}{273} \cdot (l_2 - l_1)$$

şitliğini buluruz. ($l_2 - l_1$) yerine (1) ve ($\gamma_0 \cdot Q_0$) yerine de (G) koyacak

şursak

$$\frac{P_1^2 - P_2^2}{2 \cdot P_0} = K \cdot \frac{G^2}{\gamma_0} \cdot \frac{T}{273} \cdot 1$$

şitliğini elde ederiz. Bu arada hemen belirtelim ki, gazlar için dinamik

viskozite katsayısı (μ) basınçla birlikte pek az değişir. Diğer (T), (T₀)'a çok yakın kabul edilirse

$$\frac{Q \cdot \gamma}{\mu} = \frac{Q_0 \cdot \gamma_0}{\mu_0} = \frac{Q_1 \cdot \gamma_1}{\mu_1}$$

eşitlikleri yazılabilir. Çözümü kolaylaştırmak için (λ) formülüne nılarak (K)'yı (D) ve ($Q \cdot \gamma / \mu$)'nün fonksiyonu olarak ifade tablolarından yararlanılır. Aşağıda, Belçika Mühendisler Birliğinin ha lamış olduğu tablolar görülmektedir.

üstünde kalan sayılar laminer akımla ilgilidir.

(K)'nin DEĞERLERİ

		BORU ÇAPLARI					
		0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,100
10 ²	159 000	65 200	31 450	16 950	9 950	4 070	
	106 000	43 500	20 950	11 300	6 630	2 715	
	79 500	32 600	15 720	8 480	4 970	2 035	
	53 000	21 700	10 480	5 650	3 315	1 358	
	49 400	13 010	6 300	3 390	1 990	815	
10 ³	45 000	15 550	6 500	2 420	1 421	582	
	41 900	14 290	5 940	2 835	1 492	470	
	37 950	12 990	5 380	2 565	1 348	455	
	35 950	12 170	5 035	2 395	1 259	431	
	33 000	11 130	4 590	2 180	1 142	388	
10 ⁴	29 820	10 010	4 125	1 950	1 019	346	
	28 020	9 390	3 850	1 816	948	320	
	26 360	8 795	3 605	1 690	882	297	
	24 660	8 195	3 340	1 568	814	274	
	23 560	7 815	3 177	1 487	773	258	
10 ⁵	22 240	7 340	2 970	1 388	719	240	
	20 770	6 815	2 755	1 281	661	219	
	19 920	6 530	2 625	1 211	628	208	
	19 150	6 250	2 515	1 162	597	197	
	18 380	5 960	2 390	1 103	566	186	
10 ⁶	17 880	5 795	2 312	1 068	541	179	
	17 220	5 570	2 220	1 020	523	170	
	16 580	5 330	2 120	971	495	161	
	16 180	5 195	2 060	942	480	155	
	15 800	5 060	2 005	916	465	150	
10 ⁷	15 450	4 930	1 950	888	451	145	
	15 200	4 850	1 916	872	442	141	
	14 910	4 750	1 869	835	430	138	
	14 600	4 640	1 822	828	418	134	
	14 410	4 580	1 794	814	411	131	
14 260	4 515	1 770	802	404	129		

Çizginin üstünde kalan sayılar laminer akımla ilgilidir.

(K)'nin DEĞERLERİ						
$\frac{Q_o \cdot Y_o}{\mu_o}$ 'ın değerleri	BORU ÇAPLARI					
	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250
I . 10 ²	I 667	802	435	255	158,8	104
I,5	I III	535	280	I70	105,8	69
2	833	40I	27I,5	I27,5	79,4	52
3	556	267	I45	85	52,9	39
5	334	I60,4	87	51	31,75	20
7	238	II4,6	62,1	36,4	22,65	14
I . 10 ³	I67,7	80,2	43,5	25,5	I5,88	10
I,5	I59	73,5	39	I7	10,58	6
2	I47,4	6I,6	29,45	I4,03	7,96	4
3	I33,2	55,5	26,50	I2,75	7,94	3
5	II7,8	49	23,30	I2,32	6,97	2
7	I09	45,2	21,40	11,32	6,40	1
I . 10 ⁴	I00,7	41,6	I9,74	I0,42	5,86	0,3
I,5	92	38	18	9,48	5,34	0,3
2	86	35,8	I6,65	8,90	4,99	0,3
3	80,4	33	I5,52	8,6	4,66	0,2
5	73,1	29,8	I4,07	7,36	4,10	0,2
7	69	28,1	I3,70	6,90	3,85	0,2
I . 10 ⁵	65,3	26,5	I2,37	6,48	3,595	0,2
I,5	61,4	24,8	II,57	6,05	3,345	0,1
2	58,9	23,8	II,04	5,77	3,185	0,1
3	55,9	22,5	I0,42	5,43	2,990	0,1
5	52,5	21,02	9,71	5,06	2,775	0,1
7	50,6	20,20	9,32	4,86	2,655	0,1
I . 10 ⁶	48,8	I9,42	8,95	4,65	2,540	0,1
I,5	47	I8,68	8,58	4,445	2,420	0,1
2	45,8	I8,20	8,34	4,315	2,345	0,1
3	44,4	I7,59	8,04	4,160	2,255	0,1
5	42,8	I6,90	7,73	3,995	2,155	0,1
7	41,9	16,54	7,54	3,885	2,100	0,1
I . 10 ⁷	41,1	16,18	7,37	3,800	2,045	0,1

Çizginin üstünde kalan sayılar laminer akımla ilgilidir.

(K)'nin DEĞERLERİ						
$\frac{Q_o \cdot Y_o}{\mu_o}$ 'ın değerleri	BORU ÇAPLARI					
	0,275	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500
I . 10 ²	71,2	50,3	27,1	15,90	9,95	6,52
I,5	47,5	33,55	I8,I0	I0,60	6,63	4,35
2	35,6	25,15	I3,54	7,95	4,98	3,26
3	23,7	I6,77	9,04	5,30	3,31	2,17
5	I4,22	I0,06	5,42	3,18	I,990	1,304
7	I0,17	7,18	3,88	2,27	I,420	0,932
I . 10 ³	7,12	5,03	2,71	1,590	0,995	0,652
I,5	4,75	3,355	I,810	I,060	0,663	0,435
2	3,56	2,515	I,354	0,795	0,498	0,326
3	2,985	I,677	0,904	0,530	0,331	0,217
5	2,615	I,763	0,845	0,448	0,255	0,1304
7	2,395	I,612	0,771	0,408	0,2325	0,1408
I . 10 ⁴	2,185	I,476	0,705	0,379	0,2120	0,1273
I,5	I,980	I,331	0,635	0,335	0,1903	0,1149
2	I,852	I,242	0,593	0,312	0,1770	0,1067
3	I,691	I,132	0,538	0,282	0,1601	0,0965
5	I,511	I,010	0,479	0,251	0,1420	0,0853
7	I,412	0,944	0,446	0,233	0,1317	0,0790
I . 10 ⁵	I,317	0,880	0,414	0,2160	0,1219	0,0731
I,5	I,220	0,812	0,382	0,1990	0,1120	0,0670
2	I,159	0,772	0,362	0,1887	0,1060	0,0632
3	I,084	0,720	0,337	0,1749	0,0981	0,0584
5	I,000	0,665	0,310	0,1601	0,0940	0,0559
7	0,954	0,633	0,294	0,1517	0,0843	0,0504
I . 10 ⁶	0,910	0,603	0,279	0,1439	0,0804	0,0476
I,5	0,865	0,572	0,2645	0,1359	0,0756	0,0448
2	0,838	0,553	0,2555	0,1310	0,0733	0,0430
3	0,802	0,529	0,2435	0,1248	0,0692	0,0408
5	0,764	0,504	0,2308	0,1180	0,0653	0,0379
7	0,742	0,488	0,2240	0,1141	0,0630	0,0370
I . 10 ⁷	0,722	0,474	0,2170	0,1102	0,0610	0,0358

LAMİNER AKIM DAN KAYNAŞIK AKIMA GEÇİŞTE (K) 'nın DEĞERİ

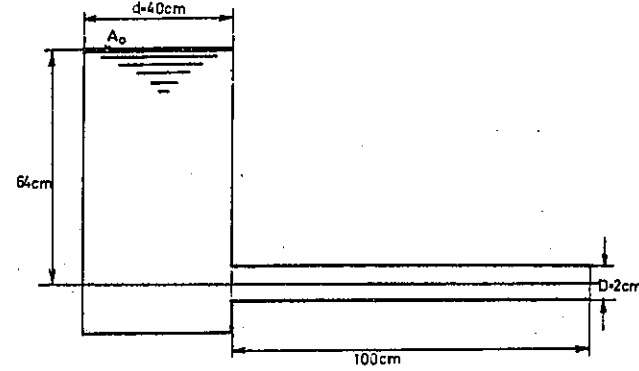
$\frac{Q \cdot \gamma}{\mu}$ 'nün DEĞERLERİ	ÇAPLAR	LAMİNER AKIM DAN (K)	KAYNAŞIK AKIM DAN (K)
416	0,040	38 200	51 800
520	0,050	12 520	16 800
624	0,060	5 050	6 690
728	0,070	2 330	3 065
832	0,080	1 194	1 568
1040	0,100	392	508
1300	0,125	128,2	165
1560	0,150	44,1	65,8
1820	0,175	27,85	30,25
2080	0,200	12,26	15,50
2340	0,225	6,78	8,52
2600	0,250	4,020	5,010
2860	0,275	2,487	3,040
3120	0,300	1,612	2,000
3640	0,350	0,745	0,927
4160	0,400	0,382	0,407
4680	0,450	0,213	0,279
5200	0,500	0,1253	0,1527

$\frac{Q \cdot \gamma}{\mu}$ 'nün dimansiyonu (m / sn)² 'dir.

ÖRNEK PROBLEMLER

8. I. PROBLEMLER

(Şekil - 8.7) 'de, özgül ağırlığı ($\gamma = 0,9 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$) olan yağın dinamik viskozite katsayısının hesaplanmasında kullanılan ve bir boru ile haznenin oluşturdukları bir düzen görülmektedir. Borunun çapı ($D = 2 \text{ cm}$),



(Şekil - 8.7)

uzunluğu ($l = 100 \text{ cm}$) ve haznenin çapı da ($d = 40 \text{ cm}$) 'dir. Haznede yağ seviyesinin (64 cm) 'den (25 cm) 'ye düşmesi için geçen zaman (2 dakika saniye) olarak ölçülmüştür. Yersel yük kayıplarının bulunmadığını kabul ederek yağın dinamik viskozite katsayısını hesaplayınız.

8. I. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Sinematik viskozite katsayısı (ν), ortalama akım hızı (U_m) boru çapı (D) ve akıma gösterilen direnç (j) arasındaki ilişkiyi gösteren Poiseuille Formülünü yazalım.

$$j = \frac{32}{g} \cdot \frac{\nu \cdot U_m}{D^2}$$

(A_0) ve (A_1) noktalarının sınırladıkları aralıkta hareket yörüngesi boyunca Bernoulli Denklemine uygulayacak olursak

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2 \cdot g} + z_0 - \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} + z_1 \right) = Q^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^2 \cdot \theta)$$

eşitliğini elde ederiz. Hız terimleri ihmal edilirse

$$P_0 = P_1$$

olduğu için

$$(z_0 - z_1) = Q^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^2 \cdot \theta)$$

eşitliği yazılır. Yersel yük kayıpları bulunmadığına göre bu eşitlikte

$$(z_0 - z_1) = Q^2 \cdot \sum (K \cdot L)$$

eşitliği elde edilir.

$$Q^2 \cdot \sum (K \cdot L) = j \cdot L$$

$$(z_0 - z_1) = h$$

$$h = j \cdot L = \frac{32}{g} \cdot \frac{\sqrt{U_m \cdot L}}{D^2}$$

Dinamik viskozite katsayısı bilindiği gibi, sinematik viskozite katsayısı ile özgül kütlenin çarpımına eşittir. Dinamik viskozite katsayısını (μ) ve özgül kütleyi de (ρ) ile gösterecek olursak

$$\mu = \rho \cdot \nu$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

$$\mu = \frac{\gamma}{g} \cdot \nu$$

$$h = j \cdot L = \frac{32}{g} \cdot \frac{\sqrt{U_m \cdot L}}{D^2} = \frac{32}{\gamma} \cdot \frac{U_m \cdot \mu \cdot L}{D^2}$$

$$U_m = \frac{\gamma \cdot D^2 \cdot h}{32 \cdot \mu \cdot L}$$

(dt) zaman aralığında borudan geçen sıvı miktarını hesaplayalım

(dt) zaman aralığında borudan geçen sıvı miktarını (dQ) ile gösterelim. Borunun debisi

$$Q_m = S \cdot U_m$$

ana göre

$$dQ = S \cdot U_m \cdot dt$$

eşitliğini yazabiliriz. (dt) zaman aralığında, haznede sıvı seviyesi (dh)

azalır ve

$$dQ = -S \cdot dh$$

eşitliği yazılabilir.

$$dQ = -S \cdot dh = -S \cdot U_m \cdot dt$$

$$-S \cdot dh = -S \cdot U_m \cdot dt = -S \cdot \frac{\gamma \cdot D^2 \cdot h}{32 \cdot \mu \cdot L} \cdot dt$$

$$dt = \frac{S}{S} \cdot \frac{32 \cdot \mu \cdot L}{\gamma \cdot D^2 \cdot h} \cdot dh$$

Eğer haznede sıvı seviyesinin (h_2)'den (h_1)'e düşmesi için geçen zaman (T) olursa ve eğer haznedeki sıvı seviyesi kapalı olan (h_1, h_2)

zaman aralığında (h)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dt = \frac{S}{S} \cdot \frac{32 \cdot \mu \cdot L}{\gamma \cdot D^2 \cdot h} \cdot dh$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$T = \frac{S}{S} \cdot \frac{32 \cdot \mu \cdot L}{\gamma \cdot D^2} \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h}$$

olur.

$$T = \frac{S}{S} \cdot \frac{32 \cdot \mu \cdot L}{\gamma \cdot D^2} \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h} = \frac{S}{S} \cdot \frac{32 \cdot \mu \cdot L}{\gamma \cdot D^2} \cdot \ln\left(\frac{h_2}{h_1}\right)$$

$$T = \frac{s}{S} \cdot \frac{32 \cdot \mu \cdot L}{\gamma \cdot D^2} \cdot \ln \left(\frac{h_2}{h_1} \right)$$

$$\mu = \frac{T \cdot \gamma \cdot D^2 \cdot S}{32 \cdot s \cdot L \cdot \ln \left(\frac{h_2}{h_1} \right)}$$

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ cm}^2$$

$$S = 3,14 \text{ cm}^2$$

$$s = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 40^2}{4} = 1256 \text{ cm}^2$$

$$s = 1256 \text{ cm}^2$$

$$\mu = \frac{T \cdot \gamma \cdot D^2 \cdot S}{32 \cdot s \cdot L \cdot \ln \left(\frac{h_2}{h_1} \right)} = \frac{128 \cdot 0,9 \cdot 981 \cdot 4 \cdot 3,14}{32 \cdot 1256 \cdot 100 \cdot 0,94} = 0,3755$$

$$\mu = 0,3755 \text{ poise} = 0,3755 \text{ dyn} \cdot \text{sn} \cdot \text{cm}^{-2}$$

$$U_m = \frac{\gamma \cdot D^2 \cdot h}{32 \cdot \mu \cdot L} = \frac{0,9 \cdot 981 \cdot 4 \cdot 64}{32 \cdot 0,3755 \cdot 100} = 182,76 \text{ cm / sn}$$

$$U_m = 182,76 \text{ cm / sn}$$

$$Re = \frac{U_m \cdot D}{\mu}$$

$$Re = \frac{U_m \cdot D}{\mu} = \frac{U_m \cdot D \cdot \rho}{\mu \cdot \rho} = \frac{182,76 \cdot 2 \cdot 0,9 \cdot 981}{981 \cdot 0,3755} = 875$$

$$Re = 875$$

1000) olduğu için akım laminer akımdır.

8. 2. PROBLEM

Çapı (40 cm), uzunluğu da (1200 m) olan bir çelik boru hattı
ölü ağırlığı ($0,93 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$), dinamik viskozite katsayısı da
(0,3755 poise) olan ham petrol taşınmaktadır. Borunun debisi ($0,2512 \text{ m}^3/\text{sn}$)
akım çizgisi üzerinde alınan ve boruyu sınırlayan (A_1) ve (A_2)
noktaları arasındaki kot farkı (50 m), (A) noktasında ölçülen mutlak ba-
sıncı ($P_2 = 4 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$) olduğuna göre (A_1) noktasındaki basıncı, (A_1) ve
(A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta akımı sürdürmek için akışkana
verilmesi gereken enerji miktarını (B.B.) olarak hesaplayınız.

8. 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta akım çizgisi bo-
suna Bernoulli Denklemi uygulanır. (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladık-
ları aralıkta yük kaybını (h) ile gösterecek olursak Bernoulli Denklemi

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_{m1}^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_{m2}^2}{2 \cdot g} + z_2 + h$$

şeklinde yazabiliriz. Boru çapı değişmediği için

$$U_{m1} = U_{m2}$$

durur. Bu durumda

$$P_1 = P_2 + \gamma \cdot [(z_2 - z_1) + h]$$

şekliyle elde ederiz.

Yük kaybının hesaplanmasında bilindiği gibi,

$$h = j \cdot L = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U_m^2}{2 \cdot g} \cdot L$$

şekliyle yararlanılır.

$$U_m = \frac{Q}{S}$$

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 40^2}{4} = 1256 \text{ cm}^2$$

$$S = 1256 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_m = \frac{Q}{S} = \frac{0,2512}{1256 \cdot 10^{-4}} = 2 \text{ m / sn}$$

$$U_m = 2 \text{ m / sn}$$

$$Re = \frac{U_m \cdot D}{\mu} \cdot \rho$$

$$\mu = 1,44707 \text{ poise}$$

$$\mu = \frac{1,44707}{98,1} = 1,47 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{sn} / \text{m}^2$$

$$\mu = 1,47 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{sn} / \text{m}^2$$

$$Re = \frac{U_m \cdot D}{\mu} \cdot \rho = \frac{2 \cdot 0,4}{1,47 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{0,93 \cdot 10^3}{9,81} = 556662$$

$Re > 100\ 000$ olduğu için (d)'nin hesaplanmasında Belçika Makine Mühendisleri Odasının Formülünden yararlanılır.

$$\lambda = \frac{0,532}{Re^{1/3}} + 0,0084 \cdot \left(\frac{\epsilon}{D} \right)^{1/5}$$

$$\epsilon = 1$$

$$\lambda = \frac{0,532}{(556662)^{1/3}} + 0,0084 \cdot \left(\frac{1}{0,4} \right)^{1/5}$$

$$\lambda = 0,0168796$$

$$\frac{U_m^2}{2 \cdot g} \cdot L = \frac{0,0168796}{0,4} \cdot \frac{4}{2 \cdot 9,81} \cdot 1200 = 10,327 \text{ m}$$

$$10,327 \text{ m}$$

$$2 + \gamma \cdot [(z_2 - z_1) + h] = 4 \cdot 10^4 + 0,93 \cdot 10^3 \cdot (50 - 10,327)$$

$$10,6104 \cdot 10^4 \text{ kg} / \text{m}^2$$

m)' de oluşan sürekli yük kaybı (10,327 kgm / kg)'dır. Debi (Q), ağırlık da (γ) olduğuna göre (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta akımın sürdürülebilmesi için akışkana (B.B.) olarak verilen gereken enerji miktarı

$$N = \frac{Q \cdot \gamma \cdot h}{75}$$

$$N = \frac{Q \cdot \gamma \cdot h}{75} = \frac{0,2512 \cdot 0,93 \cdot 10^3 \cdot 10327}{75} = 32,1467 \text{ B.B.}$$

$$N = 32,1467 \text{ B.B.}$$

3. PROBLEM

İş yerinde bir kompresör mutlak basıncı ($P_1 = 16 \cdot 10^4 \text{ kg} / \text{m}^2$) olan basınçlı hava sağlamaktadır. Kompresörün deposuna bağlanan çelik borunun çapı ($D = 40 \text{ mm}$), uzunluğu da ($L = 100 \text{ m}$)'dir. Boru içinde akan havanın sıcaklığı ($t_1 = 27^\circ \text{C}$), borunun ağırlık debisi de ($G = 2 \text{ kg} / \text{sn}$)'dir. Boru içindeki akım izotermik akım olduğuna göre kullanma yerindeki basıncı hesaplayınız.

8. 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Kullanma yerindeki basıncı bulmak için akım çizgisi boyunca

$$\frac{dP}{\gamma} + \frac{I}{g} \cdot u \cdot du + j \cdot dl = 0$$

şeklinde verilmiş olan Bernoulli Denklemi uygulamak gerekir.

$$j = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g}$$

$$\frac{dP}{\gamma} + \frac{I}{g} \cdot u \cdot du + \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot dl = \frac{dP}{\gamma} + \left(2 \cdot \frac{du}{u} + \frac{\lambda}{D} \right)$$

$$\frac{dP}{\gamma} + \left(2 \cdot \frac{du}{u} + \frac{\lambda}{D} \cdot dl \right) \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g} = 0$$

izotermik akımda, bilindiği gibi, basınç ve hacim arasındaki ilişki BOYLE - MARIOTTE KANUNUNA uyar ve

$$P \cdot v = P_1 \cdot v_1 = P_2 \cdot v_2$$

eşitlikleri ile ifade edilir.

Süreklilik Denklemi

$$\frac{U_1 \cdot S_1}{v_1} = \frac{U_2 \cdot S_2}{v_2}$$

şeklinde yazabiliriz. Kesit sabit kaldığı için bu eşitlikten yararlanarak

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

eşitliğini elde ederiz.

$$P \cdot v = P_1 \cdot v_1 = P_2 \cdot v_2$$

$$\frac{U_1}{U} = \frac{v_1}{v}$$

$$\frac{U_2}{U} = \frac{v_2}{v}$$

birleşimini yapacak olursak

$$P \cdot U^2 \cdot \gamma = P_1 \cdot U_1^2 \cdot \gamma_1 = P_2 \cdot U_2^2 \cdot \gamma_2$$

ini buluruz.

$$U^2 = \frac{P_1 \cdot U_1^2 \cdot \gamma_1}{P \cdot \gamma} = \frac{P_2 \cdot U_2^2 \cdot \gamma_2}{P \cdot \gamma}$$

$$\frac{dP}{\gamma} + \left(2 \cdot \frac{du}{u} + \frac{\lambda}{D} \cdot dl \right) \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g} = 0$$

lerinin birleşiminden de

$$P \cdot dP + \left(\frac{\lambda}{D} \cdot dl - \frac{dP}{P} \right) \cdot P_1 \cdot U_1^2 \cdot \gamma_1 = 0$$

ğide elde edilir.

Eğer boru uzunluğu (L) olursa ve eğer basınç kapalı olan (P₁, P₂) başlarında (P)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$P \cdot dP + \left(\frac{\lambda}{D} \cdot dl - \frac{dP}{P} \right) \cdot P_1 \cdot U_1^2 \cdot \gamma_1 = 0$$

inde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$\int_{P_1}^{P_2} P \cdot dP + \frac{\lambda}{D} \cdot P_1 \cdot U_1^2 \cdot \gamma_1 \cdot L - P_1 \cdot U_1^2 \cdot \gamma_1 \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = 0$$

$$\frac{P_2^2 - P_1^2}{2} + \frac{\lambda}{D} \cdot P_1 \cdot U_1^2 \cdot \gamma_1 \cdot L - P_1 \cdot U_1^2 \cdot \gamma_1 \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0$$

bu eşitlikte yer alan üçüncü terim çok küçük olduğu için ihmal edilebilir ve bu durumda

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 = 1 - 2 \cdot \frac{\gamma_1}{P_1} \cdot \frac{U_1^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot L$$

eşitliği elde edilir.

$$G = U_1 \cdot S \cdot \gamma_1$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 = 1 - 2 \cdot \frac{\gamma_1^2 \cdot S^2 \cdot U_1^2}{\gamma_1 \cdot S^2} \cdot \frac{I}{P_1} \cdot \frac{I}{2 \cdot g} \cdot \frac{\lambda}{D}$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 = 1 - \frac{G^2}{g \cdot \gamma_1 \cdot S^2} \cdot \frac{I}{P_1} \cdot \lambda \cdot \frac{I}{D}$$

Şimdi (λ)'nin değerini hesaplayacağız. Ancak bunun için önce Reynolds Sayısını bulmak gerekir.

$$R_e = \frac{U_m \cdot D}{\mu} \cdot \rho$$

$$D = 40 \text{ mm} = 0,04 \text{ m}$$

(μ), (27°C) sıcaklıkta havanın dinamik viskozite katsayısıdır. Hava (0°C) sıcaklıkta dinamik viskozite katsayısı ($\mu_0 = 1720 \cdot 10^{-7}$ poise) olduğuna göre

$$\mu = \mu_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = 1720 \cdot 10^{-7} \cdot (1 + 0,0025 \cdot 27) = 17761 \cdot 10^{-8} \text{ poise}$$

$$\mu = 17761 \cdot 10^{-8} \text{ poise}$$

$$\mu = 17761 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{I}{98,1} = 171,7 \cdot 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{sn} / \text{m}^2$$

$$R_e = \frac{U_m \cdot D}{\mu} \cdot \rho = \frac{4 \cdot D}{\mu \cdot g \cdot \pi \cdot D} = \frac{4 \cdot 2}{171,7 \cdot 10^{-8} \cdot 3,14 \cdot 9,81 \cdot 0,04}$$

$$R_e = 3 \ 800 \ 000$$

($R_e > 100 \ 000$) olduğu için (λ)'nin hesaplanmasında Belçika Makine Mühendisleri Odasının formülünden yararlanılır.

$$\lambda = \frac{0,532}{R_e^{1/3}} + 0,0084 \cdot \left(\frac{\epsilon}{D}\right)^{1/5}$$

$$\epsilon = 1$$

$$\frac{0,532}{173} + 0,0084 \cdot \left(\frac{\epsilon}{D}\right)^{1/5} = \frac{0,532}{(3 \ 800 \ 000)^{1/3}} + 0,0084 \cdot \left(\frac{1}{0,04}\right)^{1/5} = 0,0144$$

$$0,0144$$

$$\frac{I}{v_1} = \frac{I}{\frac{R \cdot T_1}{P_1}} = \frac{P_1}{R \cdot T_1}$$

$$= P_1^2 - \frac{G^2 \cdot R \cdot T_1 \cdot \lambda \cdot L}{g \cdot S^2 \cdot D}$$

(R) havanın gaz sabitidir. Daha önce, havanın gaz sabitini ($29,3 \text{ kgm} / \text{kg} \cdot ^\circ\text{K}$) olarak hesaplamıştık.

$$R = 29,3 \text{ kgm} / \text{kg} \cdot ^\circ\text{K}$$

$$T_1 = 273 + t_1 = 273 + 27 = 300 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_1 = 300 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (0,04)^2}{4} = 12,56 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

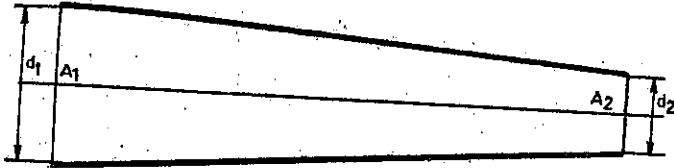
$$S_2 = 12,56 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$P_2 = \sqrt{\left(16 \cdot 10^4\right)^2 - \frac{2^2 \cdot 29,3 \cdot 300}{9,81 \cdot (12,56 \cdot 10^{-4})^2} \cdot 0,0144 \cdot \frac{100}{0,04}}$$

$$P_2 = 14,95 \cdot 10^4 \text{ kg} / \text{m}^2$$

8. 4. PROBLEM

(Şekil - 8.8.)'de görülen yatay konumdaki konik boru parçasının içerisinde sürekli akım bulunmaktadır. Boru parçasından geçen oksijenin



(Sekil - 8.8)

sıcaklığı ($t_1 = 127^\circ\text{C}$), (A_1) noktasında ölçülen mutlak basınç ($P_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$), (A_2) noktasında ölçülen mutlak basınç ($P_2 = 3,6 \cdot 10^4$ ($d_1 = 20 \text{ cm}$) ve konik boru parçasının debisi de ($G = 2 \text{ kg/sn}$)'dir. (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta yük kaybının bulunmadığı ve oksijenin boru içindeki akımının izotermik akım olduğunu kabul eden (A_2) noktasının bulunduğu kesitin çapı ile çevreden alınan ısı miktarını hesaplayınız.

8. 4. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(A_2) noktasının bulunduğu kesitin çapını bulmak için (A_2) noktasındaki akım hızını bulmak gerekir. (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta akım çizgisi boyunca Bernoulli Denklemine uygulayacak oluruz

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} = 0$$

eşitliğini elde ederiz. (v) özgül hacim olduğuna göre

$$\gamma = \frac{I}{v}$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu durumda

$$\int_{P_1}^{P_2} v \cdot dP + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} = 0$$

eşitliği elde edilir. izotermik akımda, (A_1) ve (A_2) noktalarında akışkan

hacmini belirleyen termodinamik koordinatlardan basınç ve hacim arasındaki ilişki BOYLE - MARIOTTE KANUNUNA uyar ve

$$P_1 \cdot v_1 = P_2 \cdot v_2 = P \cdot v$$

bu eşitlikleri ile ifade edilir. Bu eşitliklerden yararlanarak hacmi basınç bir fonksiyonu olarak gösterebiliriz.

$$- \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \int_{P_1}^{P_2} \frac{v}{v} \cdot dP = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + P_1 \cdot v_1 \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + P_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + P_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2 \cdot g \cdot P_1 \cdot v_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}$$

Borunun ağırlık debisini (G) ile gösterelim. Buna göre

$$G = \gamma_1 \cdot S_1 \cdot v_1$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$v_1 = \frac{G}{\gamma_1 \cdot S_1} = \frac{G}{S_1} \cdot v_1$$

(v_1), YETKİN GAZLARIN GENEL DURUM DENKLEMİNDEN yararlanılarak hesaplanabilir. YETKİN GAZLARIN GENEL DURUM DENKLEMİ

$$P_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1$$

denklemi verilir. Yetkin gazların Genel Durum Denklemi yer alan (R) oksijenin gaz sabiti ve (T_1) de mutlak sıcaklığıdır.

$$T_1 = 273 + t_1 = 273 + 127 = 400 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_1 = 400 \text{ } ^\circ\text{K}$$

Universel gaz sabitini (R_u) ve oksijenin moleküler ağırlığı ile gesterelim Bir gazın gaz sabitini bulmak için universelini gazın moleküller ağırlığına bölmek gerekir. Bu durumda

$$R = \frac{R_u}{G_m}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$G_m = 32 \text{ kg / kmol}$$

$$R_u = 847,59 \text{ kgm / kmol} \cdot ^\circ\text{K}$$

$$R = \frac{R_u}{G_m} = \frac{847,59 \text{ kgm / kmol} \cdot ^\circ\text{K}}{32 \text{ kg / kmol}} = 26,48 \text{ kgm / kg} \cdot ^\circ\text{K}$$

$$R = 26,48 \text{ kgm / kg} \cdot ^\circ\text{K}$$

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{P_1} = \frac{26,48 \cdot 400}{4 \cdot 10^4} = 0,2648 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$v_1 = 0,2648 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$G = 2 \text{ kg / sn}$$

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 20^2}{4} = 314 \text{ cm}^2 = 314 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$S_1 = 314 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$v_1 = \frac{G}{S_1} \cdot v_1 = \frac{2 \cdot 0,2648}{314 \cdot 10^{-4}} = 16,86 \text{ m / sn}$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2 \cdot g \cdot P_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)} = \sqrt{(16,86)^2 - 2 \cdot 981 \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot 0,2648 \cdot \ln\left(\frac{3,6}{4}\right)}$$

$$v_2 = 148,92 \text{ m/sn}$$

Şimdi Süreklilik Denklemini yazalım.

$$\gamma_2 \cdot v_2 \cdot S_2 = \gamma_1 \cdot v_1 \cdot S_1$$

$$\gamma_2 = \frac{I}{v_2}$$

$$\gamma_1 = \frac{I}{v_1}$$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4}$$

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4}$$

$$d_2 = d_1 \cdot \sqrt{\frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{P_2}{P_1}}$$

$$v_2 = \frac{R \cdot T_2}{P_2}$$

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{P_1}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$d_2 = d_1 \cdot \sqrt{\frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{P_2}{P_1}} = d_1 \cdot \sqrt{\frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{P_1}{P_2}}$$

$$d_2 = d_1 \cdot \sqrt{\frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{P_1}{P_2}} = 20 \cdot \sqrt{\frac{16,86}{148,92} \cdot \frac{4 \cdot 10^4}{3,6 \cdot 10^4}} = 7,116 \text{ cm}$$

$$d_2 = 7,116 \text{ cm}$$

Termodinamikte, SÜREKLİ AKIM ENERJİ DENKLEMİ

$$j \cdot (h_1 - h_2) + j \cdot q_1^2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + w_1^2$$

şeklinde verilir. Sürekli Akım Enerji Denkleminde yer alan $(h_1 - h_2)$ (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta ANTI DEĞİŞİMİNİ, (q_1^2) çevreden alınan ya da çevreye verilen ısı miktarı (W_1^2) de çevreden iletilen işi ifade eder. İzotermik akımda (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta entalpi değişimi sıfırdır. (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta çevreden iletilen işin de sıfır olduğunu kabul edecek olursak, izotermik akım için SÜREKLİ AKIM DENKLEMİ

$$j \cdot q_1^2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g}$$

şeklinde yazılabilir.

$$q_1^2 = \frac{I}{j} \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{I}{427} \cdot \frac{(148,92)^2 - (16,86)^2}{2 \cdot 9,81} = 2,61 \text{ kcal}$$

$$q_1^2 = 2,61 \text{ kcal / kg}$$

Borunun ağırlık debisi (G) olduğuna göre, (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta oksijenin çevreden aldığı ısı miktarı

$$Q_1^2 = G \cdot q_1^2$$

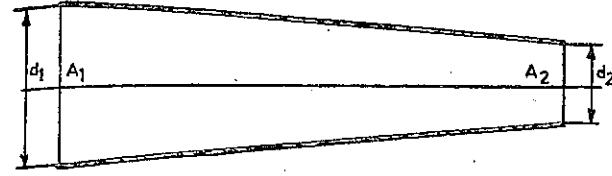
olur.

$$Q_1^2 = G \cdot q_1^2 = 2 \cdot 2,61 = 5,22 \text{ kcal / sn}$$

$$Q_1^2 = 5,22 \text{ kcal / sn}$$

8. 5. PROBLEM

(Şekil - 8.9)'da, içerisinde sürekli akım bulunan bir kondansatör boru parçası görülmektedir. Borunun içerisinde akan havanın (A_1) noktasındaki sıcaklığı $(t_1 = 227^\circ\text{C})$, mutlak basıncı $(P_1 = 6 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2)$, boru çapı $(d_1 = 20 \text{ cm})$ ve (A_2) noktasındaki sıcaklığı da $(t_2 = 177^\circ\text{C})$ 'dir. (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta çevre ile ısı alış-verişi yapılmadığını ve yük kaybı olmadığını kabul ederek (A_2) noktasındaki



(Şekil - 8.9)

şeklinde verilir. Sürekli Akım Enerji Denkleminde yer alan $(h_1 - h_2)$ (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta ANTI DEĞİŞİMİNİ, (q_1^2) çevreden alınan ya da çevreye verilen ısı miktarı (W_1^2) de çevreden iletilen işi ifade eder. İzotermik akımda (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta entalpi değişimi sıfırdır. (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta çevreden iletilen işin de sıfır olduğunu kabul edecek olursak, izotermik akım için SÜREKLİ AKIM DENKLEMİ

5. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta akım çizgisi boyunca Bernoulli Denklemine uygulayacak olursak

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} = 0$$

ilişğini elde ederiz. Boruda akan akışkanın (A_1) noktasındaki termodinamik koordinatları (P_1, v_1, T_1) , (A_2) noktasındaki termodinamik koordinatları da (P_2, v_2, T_2) ile gösterilebilir. (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta çevre ile ısı alış-verişi yapılmadığına diğer bir deyişle akım adiabatik akım olduğuna göre (A_1) ve (A_2) noktalarında akışkanın durumunu belirleyen termodinamik koordinatlar arasındaki ilişkiyi şu eşitliklerle gösterebiliriz:

$$P \cdot v^k = P_1 \cdot v_1^k = P_2 \cdot v_2^k$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1-k} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{1-k}$$

(v) , bilindiği gibi, (V) 'nin fonksiyonudur.

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g} = \int_{P_1}^{P_2} v \cdot dP + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g} = 0$$

Ayrıca

$$P \cdot v^k = P_1 \cdot v_1^k = P_2 \cdot v_2^k$$

eşitliğinde yararlanarak (v)'yi (P)'nin bir fonksiyonu olarak ifade ederiz.

$$\int_{P_1}^{P_2} v \cdot dP + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g} = v_1 \cdot \frac{1}{P_1} \left(\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P^{1/k}} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1}{1 - \frac{1}{k}} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g} \right)$$

$$\frac{P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1}{1 - \frac{1}{k}} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g} = 0$$

$$P_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1$$

$$P_2 \cdot v_2 = R \cdot T_2$$

$$\frac{P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1}{1 - \frac{1}{k}} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g} = \frac{R \cdot T_2 - R \cdot T_1}{1 - \frac{1}{k}} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot g} = 0$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 2 \cdot g \cdot \frac{R \cdot (T_1 - T_2)}{1 - \frac{1}{k}}$$

Şimdi Süreklilik Denklemi yazalım.

$$\frac{v_1 \cdot S_1}{v_1} = \frac{v_2 \cdot S_2}{v_2}$$

-202-

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} \cdot \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{v_2} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2$$

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{P_1}$$

$$v_2 = \frac{R \cdot T_2}{P_2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}$$

$$= \frac{v_1}{v_2} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{T_1}{T_2} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \cdot \left(\frac{T_1}{T_2} \right) \cdot \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{1-k}} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2$$

$$T_2 = 273 + t_2 = 273 + 177 = 450 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_2 = 450 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_1 = 273 + t_1 = 273 + 227 = 500 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_1 = 500 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{1-k}} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \left(\frac{500}{450} \right)^{\frac{1}{1-1,41}} \cdot \left(\frac{10}{20} \right)^2 = 0,1935$$

$$\frac{v_1}{v_2} = 0,1935$$

Hava, bilindiği gibi, hacim olarak ($x_1 = 0,21$) oksijen ve ($x_2 = 0,79$) azotun oluşturdukları bir gaz karışımıdır. Oksijenin moleküller ağırlığı

-203-

($G_{m1} = 32 \text{ kg / kmol}$), azotun moleküler ağırlığı da ($G_{m2} = 28 \text{ kg / kmol}$)
dür. Üniversal gaz sabiti ($R_u = 847,59 \text{ kgm/kmol} \cdot ^\circ\text{K}$) olduğuna göre, bu
vanın gaz sabiti

$$R = \frac{R_u}{x_1 \cdot G_{m1} + x_2 \cdot G_{m2}} = \frac{847,59 \text{ kgm / kmol} \cdot ^\circ\text{K}}{(0,21 \cdot 32 + 0,79 \cdot 28) \text{ kg/kmol}}$$

olur.

$$R = 29,3 \text{ kgm / kg} \cdot ^\circ\text{K}$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 2 \cdot g \cdot \frac{R \cdot (T_1 - T_2)}{I - \frac{I}{k}} = 2 \cdot 9,81 \cdot \frac{29,3 \cdot (500 - 450)}{I - \frac{I}{1,41}}$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 98848,89$$

$$V_2^2 - V_1^2 = V_2^2 - (0,1935)^2 \cdot V_2^2 = 0,96256 \cdot V_2^2$$

$$0,96256 \cdot V_2^2 = 98848,89$$

$$V_2 = 320,48 \text{ m / sn}$$

$$V_1 = 0,1935 \cdot V_2 = 0,1935 \cdot 320,48 = 62,012 \text{ m / sn}$$

$$V_1 = 62,012 \text{ m / sn}$$

Ağırlık debisi

$$G = \frac{v_1 \cdot S_1}{v_1}$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır.

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 20^2}{4} = 314 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = 314 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{P_1} = \frac{29,3 \cdot 500}{6 \cdot 10^4} = 0,245 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$v_1 = 0,245 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$\frac{v_1 \cdot S_1}{v_1} = \frac{62,012 \cdot 314 \cdot 10^{-4}}{0,245} = 7,988 \text{ kg / sn}$$

$$7,988 \text{ kg / sn}$$

(A_2) noktasındaki basınç

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{I}{k}}$$

eşitliğinden yararlanılarak bulunur.

$$P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = 6 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{450}{500} \right)^{1,41-1} = 4,26 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$$

$$P_2 = 4,89 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

8. 6. PROBLEM

(Şekil - 8.10)'da görülen yatay konumdaki borunun içinde sürekli



(Şekil - 8.10)

akım bulunmaktadır. Borunun içinde akan buharın (A_1) noktasında ölçülen mutlak basıncı ($P_1 = 5,0625 \text{ kg/cm}^2$), (A_2) noktasında ölçülen mutlak basıncı da ($P_2 = 2,0736 \text{ kg / cm}^2$)'dir. (A_1) ve (A_2) noktalarının sınırları aralıkta çevre ile ısı alış - verişini yapmadığına ve yük kaybı olmadığına göre (A_1) ve (A_2) noktalarındaki akım hızı ile debiyi hesaplayınız.

8. 6. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(A_1) ve (A_2) noktalarındaki akım hızının hesaplanmasında

$$\frac{V_1^2}{2.g} + j.h_1 + j.q_1^2 = \frac{V_2^2}{2.g} + j.h_2 + W_1^2$$

şeklinde verilen SÜREKLİ AKIM ENERJİ DENKLEMİ ile

$$\frac{S_1 \cdot V_1}{V_1} = \frac{S_2 \cdot V_2}{V_2}$$

Şeklinde SÜREKLİLİK DENKLEMİNDEN yararlanılır. (A₁) ve (A₂) noktaları sınırladıkları aralıkta çevre ile ısı alış - veriş yapılmadığı için

$$q_1^2 = 0$$

olur. (W₁²) yerine de sıfır koyacak olursak

$$\frac{V_1^2}{2.g} + j.h_1 = \frac{V_2^2}{2.g} + j.h_2$$

eşitliğini elde ederiz.

(h₁) (A₁) noktasında, (h₂) de (A₂) noktasında buharın entalpisini göstermektedir. Buharın entalpisinden toplam buharlaşma ısısı anlaşılabilir. Toplam buharlaşma ısısı, buharlaşma ısısı ile sıvı ısısının toplamına eşittir. Buharlaşma ısısını (r) ve sıvı ısısını da (q) ile göstersek olursak

$$h = q + r$$

eşitliğini yazabiliriz. Buharlaşma ısısı, (250 °C)'ye kadar olan sıcaklıklar için

$$r = 606,5 - 0,695 \cdot t$$

Şeklindeki Regnault Denkleminden yararlanılarak hesaplanır. Regnault Denkleminde yer alan (t) buharlaşma sıcaklığıdır. (250 °C)'ye kadar olan buharlaşma sıcaklıklarını hesaplamak için

$$p = \left(\frac{t}{100} \right)^4$$

şeklindeki Duperray Denkleminden yararlanmak gerekir.

$$t_1 = 10^2 \cdot p_1^{1/4} = 10^2 \cdot (5,0625)^{1/4} = 150 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$t_1 = 150 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 10^2 \cdot p_2^{1/4} = 10^2 \cdot (2,0736)^{1/4} = 120 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 120 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$q_1 = c \cdot (t_1 - t_0)$$

$$q_1 = c \cdot (t_1 - t_0) = 1 \cdot 150 = 150 \text{ kcal / kg}$$

$$q_1 = 150 \text{ kcal / kg}$$

$$q_2 = c \cdot (t_2 - t_0)$$

$$q_2 = c \cdot (t_2 - t_0) = 1 \cdot 120 = 120 \text{ kcal / kg}$$

$$q_2 = 120 \text{ kcal / kg}$$

$$r_1 = 606,5 - 0,695 \cdot t_1 = 606,5 - 0,695 \cdot 150 = 502,25 \text{ kcal / kg}$$

$$r_1 = 502,25 \text{ kcal / kg}$$

$$h_1 = q_1 + r_1$$

$$h_1 = q_1 + r_1 = 150 + 502,25 = 652,25 \text{ kcal / kg}$$

$$h_1 = 652,25 \text{ kcal / kg}$$

$$r_2 = 606,5 - 0,695 \cdot t_2 = 606,5 - 0,695 \cdot 120 = 532,1 \text{ kcal / kg}$$

$$r_2 = 532,1 \text{ kcal / kg}$$

$$h_2 = q_2 + r_2$$

$$h_2 = q_2 + r_2 = 120 + 532,1 = 652,1 \text{ kcal / kg}$$

$$h_2 = 652,1 \text{ kcal / kg}$$

$$\frac{V_1^2}{2.g} + j.h_1 = \frac{V_2^2}{2.g} + j.h_2$$

$$j = 427 \text{ kgm} / \text{kcal}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 \cdot g \cdot j \cdot (h_1 - h_2) = 2 \cdot 9,81 \cdot 427 \cdot (652,25 - 643,1)$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 76656,321$$

Buharın (A_1) ve (A_2) noktalarındaki özgül hacmini hesaplamak için YETKİN GAZLARIN GENEL DURUM DENKLEMİNDEN yararlanacağız.

$$T_1 = 273 + t_1 = 273 + 150 = 423 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_1 = 423 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_2 = 273 + t_2 = 273 + 120 = 393 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_2 = 393 \text{ } ^\circ\text{K}$$

(R) su buharının gaz sabitidir. Suyun moleküler ağırlığı ($G_m = 18$) üniversal gaz sabiti de ($R_u = 847,59 \text{ kgm} / \text{kmol} \cdot ^\circ\text{K}$)'dir. Buna göre suyun gaz sabiti

$$R = \frac{R_u}{G_m} = \frac{847,59 \text{ kgm} / \text{kmol} \cdot ^\circ\text{K}}{18 \text{ kg} / \text{kmol}} = 47,08 \text{ kgm} / \text{kg} \cdot ^\circ\text{K}$$

olur.

$$R = 47,08 \text{ kgm} / \text{kg} \cdot ^\circ\text{K}$$

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{P_1} = \frac{47,08 \cdot 423}{5,0625 \cdot 10^4} = 0,3932 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$v_1 = 0,3932 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$v_2 = \frac{R \cdot T_2}{P_2} = \frac{47,08 \cdot 393}{2,0736 \cdot 10^4} = 0,8922 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$v_2 = 0,8922 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$\frac{S_1 \cdot v_1}{v_1} = \frac{S_2 \cdot v_2}{v_2}$$

$$S_1 = S_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{0,3932}{0,8922} = 0,44$$

$$0,44 \cdot v_2$$

$$v_1^2 = v_2^2 - (0,44 \cdot v_2)^2 = 0,7064 \cdot v_2^2 = 76656,321$$

$$v_2 = 329,11 \text{ m} / \text{sn}$$

$$0,44 \cdot v_2 = 0,44 \cdot 329,11 = 144,80 \text{ m} / \text{sn}$$

$$v_1 = 144,80 \text{ m} / \text{sn}$$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 20^2}{4} = 314 \text{ cm}^2 = 314 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

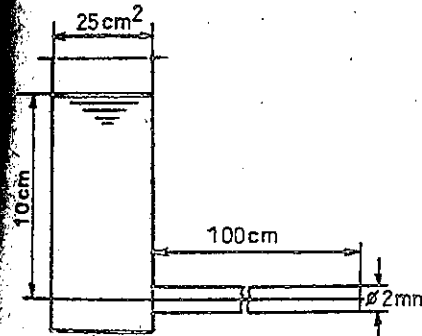
$$\frac{S_1 \cdot v_1}{v_1} = \frac{0,0314 \cdot 144,80}{0,3932} = 11,6 \text{ kg} / \text{sn}$$

$$G = 11,6 \text{ kg} / \text{sn}$$

GÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

8. I. PROBLEM

Bir yağın viskozitesini ölçmek için (Şekil - 8.II)'de görülen düzenle-



(Şekil - 8.II)

(100 cm) boyunda ve (2 mm) iç çapında bir boruda laminer akım koşulları gerçekleştirilmiştir. Yapılan deneyde, kesit alanı (25 cm^2) olan silindirik hazneye (10 cm) yükseklikte, özgül ağırlığı ($0,8 \text{ kg} / \text{dm}^3$) olan yağ doldurulmuştur. Yağın viskozitesi bilinmemektedir. Daha sonra yağ, ucu atmosfere açılan borunun yardımı ile

boşalmağa terkedilmiştir. (150 cm³) yağın boşalması için geçen zaman (32 dakika) olarak ölçülmüştür. Hazneden çıkışta yersel yük kaybı ihmal edildiğine göre, sürekli yük kayıplarını göz önünde bulundurarak yağın viskozitesini bulunuz.

(Hazırlayan Prof.Dr. Cahit Özgür)

8. 2. PROBLEM

Özgül ağırlığı (0,83 . 10³ kg / m³) ve dinamik viskozite katsayısı da (13,6 . 10⁻³ kg . sn / m²) olan yağ, uzunluğu (1000 m) ve çapı da (15 cm) olan yeni çelik çekme boru içinde akmaktadır. Borunun debisi (0,0283 m³ / sn) dir. Boru içindeki akım sürekli akım olduğuna göre, akımın aynı zamanda laminer akım olup olmadığını saptayarak sürekli yük kayıplarını ve akımın devam ettirebilmek için akışkana verilmesi gereken enerji miktarını (B.B.) olarak bulunuz.

(Hazırlayan M. R. Yalçıntepe)

8. 3. PROBLEM

Bir vantilatör, uzunluğu (30 m), çapı (100 mm) olan bir boru hattı ile çalışmaktadır. Hava hızı (10 m / sn) olan hava vermektedir. (20 °C) sıcaklıkta, kuru havanın özgül ağırlığı (1,22 kg / m³) ve mutlak viskozitesi de (1,8.10⁻⁶ kg . sn / m²) olduğuna göre, (0,75) 'lik verim için vantilatörü çalıştıran motorun güçünü (B.B.) olarak hesaplayınız.

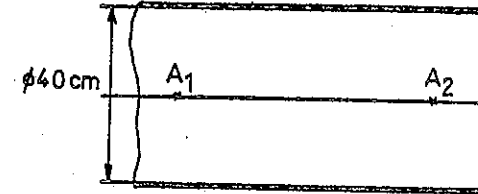
8. 4. PROBLEM

(Şekil - 8.12) 'de ,içerisinde sürekli hava akımı bulunan bir boru hattı bulunmaktadır. (A₁) noktasında ölçülen sıcaklık (427 °C), efektif basınç (3,967 kg / cm²) ve (A₂) noktasında ölçülen sıcaklık da (127 °C) 'dir. (A₁) ve (A₂) noktalarının sınırladıkları aralıkta, çevre ile ısı alışverişinin yapılmadığını, yersel ve sürekli yük kayıplarının bulunmadığını

bulunarak (A₂) noktasındaki efektif basıncı, (A₁) ve (A₂) noktalarındaki hava hızı ile ağırlık debisini bulunuz.

8. 5. PROBLEM

Bir boru hattının uzunluğu (4000 m), çapı da (0,500 m) 'dir. Boru hattının içerisinde sürekli hava akımı bulunmaktadır. Kuru havanın, (0, °C) sıcaklıkta mutlak viskozitesi (1720 . 10⁻⁷ poise), boru hatına girişte efektif basınç (2 . 10⁴ kg / m²) ve boru hattından çıkışta da efektif basınç (1,5 . 10⁴ kg / m²) dir. Boru hattının içerisinde akan havanın sıcaklığı (127 °C) olduğuna göre, akımın izotermik akım olduğunu düşünecek şekilde boru hattının ağırlık debisini pratik yöntemle bulunuz.



(Şekil - 8.12)

DOKUZUNCU BÖLÜM

BORULARDA YERSEL YÜK KAYIPLARI

- 1) ANİ KESİT GENİŞLEMESİNDE YÜK KAYBI
- 2) ANİ KESİT DARALMASINDA YÜK KAYBI
- 3) EĞRİSEL VE KÖŞELİ DİRSEKLERDE YÜK KAYBI
- 4) ÇATALLARDA YÜK KAYBI

BORULARDA YERSEL YÜK KAYIPLARI

Borularda sürtünmeden ileri gelen sürekli yük kayıpları yanın-
akım yönünün ve kesit değişmesinin neden olduğu yersel yük kayıpları
vardır. Akım yönünün ve kesit değişmesinin neden olduğu yersel yük
ayıpları, daha önce açıklamış olduğumuz

$$h = \frac{U^2}{2.g} \cdot f (R_e , W_e , M_a , F_r , k^1 , k^{11} , \dots)$$

indeki eşitlikten yararlanılarak bulunur. Ancak hemen belirtelim ki,
ysel yük kayıplarında Reynolds, Froude, Weber ve Mach sayılarının etkin-
i yoktur ve

$$h = \frac{U^2}{2.g} \cdot f (R_e , W_e , M_a , F_r , k^1 , k^{11} , \dots)$$

itliğinde

$$f (R_e , W_e , M_a , F_r , k^1 , k^{11} , \dots)$$

rine yalnızca, borunun geometrik durumunun fonksiyonu olan (θ) yazılır.

$$h = \frac{U^2}{2.g} \cdot f (R_e , W_e , M_a , F_r , k^1 , k^{11} , \dots)$$

itliğinde

$$f (R_e , W_e , M_a , F_r , k^1 , k^{11} , \dots)$$

rine (θ) yazacak olursak

$$h = \theta \cdot \frac{U^2}{2.g}$$

itliğini elde ederiz.

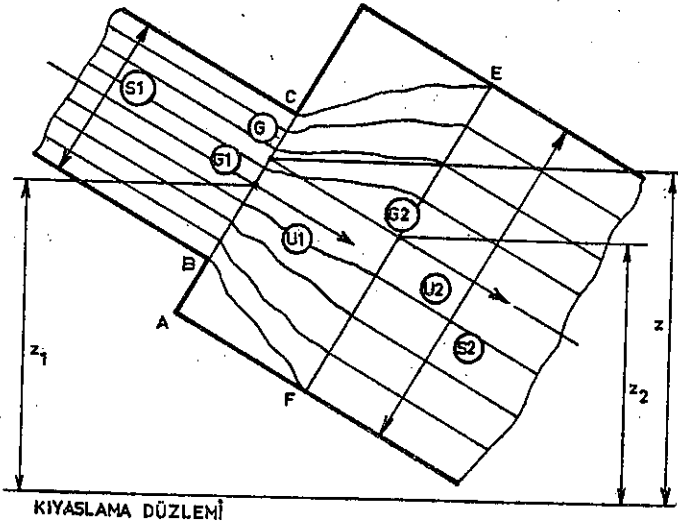
I) Ani kesit genişlemesinde yük kaybı

Borularda, ani kesit genişlemesinde, (Şekil - 9.I)'de de
düldüğü gibi önce sıvı lifleri dağılarak birbirine girerler ve sonra
kesit genişlemesinin meydana geldiği yerin uzağında akım yeniden
zenli bir duruma gelir. Ani kesit genişlemesinde sıvı liflerinin dağı-

olarak birbirine girmesinden ileri gelen yük kaybı yaklaşık olarak
lanabilir. Bunun için (G_1) ve (G_2) noktalarının sınırladıkları aralıkta
Bernoulli Teoremini uygulamak gerekir. Ani kesit genişlemesinde, sıvı
liflerinin dağılarak birbirine girmesinden ileri gelen yük kaybını
ile gösterirsek (G_1) ve (G_2) noktalarının sınırladıkları aralığa Bernoulli
Teoremini uyguladığımız zaman şu eşitliği yazabiliriz:

$$h = \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2.g} + z_2 \right)$$

Ancak Bernoulli Teoreminden yararlanarak yazdığımız bu eşitliği gel
mek için (A), (B), (C), (D), (E), (F) noktalarının sınırladıkları aralıkta
kalan sıvı kütlelerine HAREKET MİKTARI TEOREMİNİ uygulamak gerekir.



(Şekil - 9.1)

Eğer (A), (B), (C), (D), (E) ve (F) noktalarının sınırladıkları aralıkta
kalan sıvı kütlelerine HAREKET MİKTARI TEOREMİNİ uygularsak (dt) zaman aralığında
hareket miktarında meydana gelen değişme miktarını veren

$$\rho \cdot Q \cdot dt \cdot (U_2 - U_1)$$

-214-

ini elde ederiz. Diğer yandan süreklilik kuralına göre

$$Q = S_1 \cdot U_1 = S_2 \cdot U_2$$

denklerini de yazabiliriz. (A), (B), (C), (D), (E), (F) noktalarının
sınırladıkları aralıkta kalan sıvı kütlelerine etkiyen dış kuvvetler yer
yeri kuvveti ile akım doğrultusuna dik kesitlere gelen basınç kuvveti
dir. (AD) ve (EF) kesitlerinin sınırladıkları aralıkta kalan sıvı
kütlelerine etkiyen yerçekimi kuvvetinin uzunluk eksenindeki izdüşü-

$$S_2 \cdot \gamma \cdot (z - z_2) \text{ 'dir.}$$

(BC) yüzü üzerindeki basınç etkisi (BC) yüzü üzerindeki basınç etkisine
ettir ve hemen belirtelim ki, (AB) ve (CD) aralıklarında basınç hidrosta-
tik olarak değişir. Bu durumda (AD) aralığındaki ortalama basınç (G)
ağırlık merkezindeki basınca eşit olur. (S_1) yüzünün ağırlık merkezinde-
ki basınç (P_1) ile gösterelim. Buna göre (G) ağırlık merkezindeki
basınç

$$P_1 - \gamma \cdot (z - z_1)$$

(G) ağırlık merkezindeki basınçla (AD) yüzünün alanını çarpmak gerekir. (AD) yüzünün alanını (S_2)
ile gösterecek olursak

$$\left[P_1 - \gamma \cdot (z - z_1) \right] \cdot S_2$$

ifadesini yazabiliriz. (EF) yüzünün ağırlık merkezi (G_2)'dir ve (EF)
yüzünün ağırlık merkezindeki basınç ortalama basınca eşittir. (EF) yüzü-
nün ağırlık merkezindeki basınç (P_2) ile gösterelim. Bu durumda (EF)
yüzüne yapılan etki ($P_2 \cdot S_2$) olur ve HAREKET MİKTARI TEOREMİNE göre

$\rho \cdot Q \cdot dt \cdot (U_2 - U_1) = \left[S_2 \cdot \gamma \cdot (z - z_1) - \left[P_1 - \gamma \cdot (z - z_1) \right] \cdot S_2 - P_2 \cdot S_2 \right] dt$
eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitliği sadeleştirecek olursak

$$\left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{Q}{S_2} \cdot \frac{U_2 - U_1}{g} = \frac{U_2 \cdot (U_2 - U_1)}{g}$$

-215-

eşitliğini elde ederiz.

$$\left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{U_2 \cdot (U_2 - U_1)}{g}$$

$$h = \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2.g} + z_2 \right)$$

$$h + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2.g} = \left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right)$$

$$h + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2.g} = \frac{U_2 \cdot (U_2 - U_1)}{2.g}$$

$$h = \frac{(U_1 - U_2)^2}{2.g}$$

Bu formül ilk kez Bélanger adlı araştırmacı tarafından bulunmuş olduğu için Bélanger Formülü olarak adlandırılır.

$$h = \frac{(U_1 - U_2)^2}{2.g}$$

şeklinde bulunmuş olan Belanger Formülü

$$h = \frac{U_2^2}{2.g} \cdot \left(\frac{S_1}{S_2} - I \right)^2$$

şeklinde de yazılabilir. Burada açık olarak görülmektedir ki, (θ) 'nin

değeri $\left(\frac{S_1}{S_2} - I \right)^2$ 'dir. Eğer kesit alanı (S_1) olan boru, bo

ları çok büyük olan bir hazneye açılırsa (U_2) yerine sıfır yazılır ve

$$h = \frac{U_1^2}{2.g}$$

eliği elde edilir. Yapılan bu kısa açıklama göstermektedir ki, kesit
ni (S_1) olan boru boyutları çok büyük olan bir hazneye açıldığı za
ani kesit genişlemesinden ileri gelen yük kaybı $(U_1^2 / 2.g)$ olmakta
Birçok araştırmacılar ani kesit genişlemesinde yük kaybını veren
Belanger Formülüne $(k \cdot U_2^2 / 2.g)$ 'nin eklenmesini önermektedirler.

$$h = \frac{(U_1^2 - U_2^2)}{2.g}$$

inde bulunmuş olan Bélanger Formülüne, araştırmacıların önerisine
arak $(k \cdot U_2^2 / 2.g)$ 'yi ekleyecek olursak

$$h = \frac{(U_1^2 - U_2^2)}{2.g} + k \cdot \frac{U_2^2}{2.g}$$

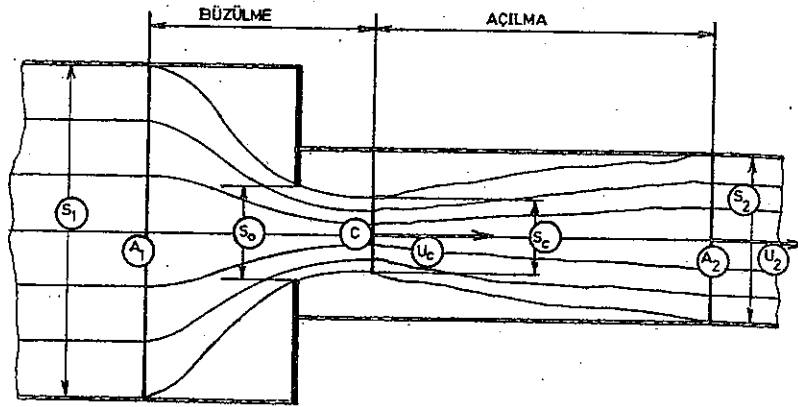
eliğini elde etmiş oluruz. (k) 'nin hesabında genellikle, yine araştı
cıların önermiş oldukları

$$k = 0,22 \cdot \left(\frac{S_2}{S_1} - I \right)$$

eliğinden yararlanılır.

2) ANİ KESİT DARALMASINDA YÜK KAYBI

Ani kesit daralmasında, (Şekil - 9:2)'de görüldüğü gibi önce
üzülme ve büzülmeden sonra da açılma olur. Sıvı lifleri açılmanın
onunda yeniden birbirine paralel bir duruma gelirler. Büzülmeden son
ki açılmada meydana gelen yük kaybı Belanger Formülünden yararlanıla
ak hesaplanır. (S_0) kesit alanının (S_2) kesit alanına oranını (m) ve
üzülme katsayısını yani (S_C) kesit alanının (S_0) kesit alanına oranını
 (μ) ile gösterebiliriz. Araştırmacıların yapmış oldukları gözlem ve de
ylerle büzülmenin diğer bir deyişle kesit alanının (S_1) 'den (S_C) 'ye düş
resinin yük kaybına neden olmadığı gösterilmiştir. Yük kaybı, genel-



(Sekil - 9.2)

likle, büzülmeden sonraki açılmada meydana gelir ve bunun hesabında, yurda da açıklamış olduğumuz gibi Bélanger Formülünden yararlanılır.

$$m = \frac{S_0}{S_2}$$

$$\mu = \frac{S_c}{S_0}$$

Bu iki eşitliğin birleşiminden

$$\mu = \frac{S_c}{m \cdot S_2}$$

eşitliğini elde ederiz.

$$Q = S_c \cdot U_c = S_2 \cdot U_2$$

$$U_c = U_2 \cdot \frac{S_2}{S_c} = U_2 \cdot \frac{S_2}{m \cdot \mu \cdot S_2} = \frac{U_2}{m \cdot \mu}$$

$$U_c = \frac{U_2}{m \cdot \mu}$$

eşitlikle Bélanger Formülünün birleşimini yapacak olursak

$$h = \frac{U_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left[\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)^2 + k \right]$$

eşitliğini elde etmiş oluruz. Bu eşitlikte (k) 'nin değeri açık olarak görülmektedir ki,

$$\left[\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)^2 + k \right] \text{ 'dir.}$$

k) yerine 0,22. $\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)$ koyacak olursak

$$k = \left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)^2 + 0,22 \cdot \left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)$$

eşitliğini elde ederiz. Eğer (S1) (S0) 'ın 10 katına eşit ya da 10 katından daha büyük olursa ($\mu = 0,62$) alınır.

S1 < 10 . S0 olursa (μ) ve $\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)^2$ aşağıdaki çizelgeden yararlanılarak bulunur.

m	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	I
μ	0,618	0,615	0,612	0,610	0,608	0,607	0,605	0,603	0,600	0,596
$\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)^2$	232	51	19,8	9,6	5,25	3,08	1,88	1,17	0,73	0,46

S1 = S2 olursa (μ) ve $\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)$ için aşağıdaki çizelgede yazılı olan değerler kullanılır.

m	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	I
μ	0,625	0,630	0,645	0,660	0,680	0,714	0,750	0,810	0,895	I
$\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)^2$	226	48	17,5	7,8	3,8	1,8	0,8	0,3	0,06	0

$m = I$ olursa (μ) ve $(\frac{I}{m \cdot \mu} - I)^2$ için aşağıdaki çizelgede yazılan değerler alınır.

$\frac{S_2}{S_1}$	0,00	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
μ	0,60	0,61	0,62	0,63	0,66	0,68	0,70	0,73	0,78
$(\frac{I}{m \cdot \mu} - I)^2$	0,45	0,41	0,38	0,32	0,26	0,22	0,18	0,14	0,08

ÖZEL DURUMLAR

1°)



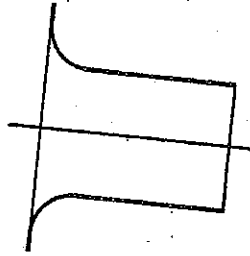
(Şekil - 9.3)

$$\mu = 0,62 \quad k = \frac{I}{9}$$

$$h = \frac{U_2^2}{2 \cdot g} \cdot \left[\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)^2 + k \right] = \frac{I}{2} \cdot \frac{U_2^2}{2 \cdot g}$$

$$h = \frac{I}{2} \cdot \frac{U_2^2}{2 \cdot g}$$

2°)

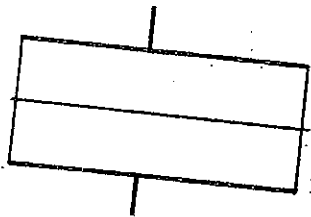


(Şekil - 9.4)

$$\theta = \left(\frac{I}{m} - I \right)^2 + k = 0,005 \sim 0,25$$

$$h = \theta \cdot \frac{U_2^2}{2 \cdot g} = (0,005 \sim 0,25) \cdot \frac{U_2^2}{2 \cdot g}$$

3°)



(Şekil - 9.5)

$$\theta = \left(\frac{I}{m} - I \right)^2 + k = 0,55 \sim 3$$

$$h = \theta \cdot \frac{U_2^2}{2 \cdot g} = (0,55 \sim 3) \cdot \frac{U_2^2}{2 \cdot g}$$

$$\theta = 0,5 + 0,3 \cdot \cos \alpha + 0,2 \cdot \cos^2 \alpha$$

$$h = \theta \cdot \frac{U_2^2}{2 \cdot g} = (0,5 + 0,3 \cdot \cos \alpha + 0,2 \cdot \cos^2 \alpha) \cdot \frac{U_2^2}{2 \cdot g}$$

(1 - 9.6)

EĞRİSEL VE KÖŞELİ DİRSEKLERDE YÜK KAYBI

Eğrisel ve köşeli dirseklerde yük kaybının hesaplanmasında daha önceki çalışmamızda belirttiğimiz gibi, aşağıdaki formül kullanılmaktadır.

$$h = \theta \cdot \frac{U_2^2}{2 \cdot g}$$

bu formüldeki eşitlikten yararlanılır. Eğrisel ve köşeli dirsekler için (θ)'nin hesaplanmasında WEISBACH adlı araştırmacının önerdiği iki formül kullanılır. WEISBACH'ın eğrisel dirsekler için önermiş olduğu, (θ)'nin değerini veren birinci formül

$$\theta = \frac{\beta}{90^\circ} \cdot \left[0,131 + 0,163 \cdot \left(\frac{D}{R} \right)^{3,5} \right]$$

köşeli dirsekler için önermiş olduğu (θ)'nin değerini veren ikinci formülde

$$\theta = 0,9457 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} + 2,047 \cdot \sin^4 \frac{\alpha}{2}$$

bu formüllerden birini kullanılır. WEISBACH'ın önerdiği birinci formülde (D) dirsek çapını, (R) dirsek ekseninin eğrilik yarıçapını, (β) dirseği sınırlayan merkez açıyı ve ikinci formülde de (α) köşe açısını göstermektedir.

4) ÇATALLARDA YÜK KAYBI

Çatallarda yük kaybı, akım yönü, çatallı oluşturan kolların çapı,

kollar arasındaki açı ve kol sayısı gibi etkenlere bağlıdır. P
sinmeler için çatallarda yük kaybının hesaplanmasında daha ön
miş olduğumuz

$$h = \theta \frac{u^2}{2.g}$$

şeklindeki eşitlikten yararlanılır. Bu eşitlikte yer alan (U),
ayrılan ya da kolların birleştiği ana borudaki ortalama akım hızı
göstermektedir. Birçok araştırmacılar bir akımın ikiye ayrıldığı
akımın birleştiği çatallarda (θ) için şu değerleri vermişlerdir

BİR AKIMI İKİYE AYIRAN ÇATALLARDA

$$\alpha = 90^\circ \dots \dots \dots \theta = 0,5$$

$$\alpha = 45^\circ \dots \dots \dots \theta = 0,25$$

İKİ AKIMI BİRLEŞTİREN ÇATALLARDA

$$\alpha = 90^\circ \dots \dots \dots \theta = 1$$

$$\alpha = 45^\circ \dots \dots \dots \theta = 0,25$$

ONUNCU BÖLÜM

BORULARIN PRATİK HESABI

- a) Borularda toplam yük kaybı formülü
- b) Borularda toplam yük kayıpları ile ilgili sorunlar
- c) Basit borular
- d) Borularda debinin azalması

2) BORU AĞLARI

- a) Bir noktada birleştirilen üç hazne sorunu
- b) Çok sayıda kollara ayrılan boru ağı
- c) Kapalı boru ağı

I) BORULARIN PRATİK HESABI

a) BORULARDA TOPLAM YÜK KAYBI FORMÜLÜ

Borularda toplam yük kaybı, sürekli yük kayıpları ile yersel yük kayıplarının toplamına eşittir. Eğer boru uzun olursa sürekli yük kayıpları, gerçekten, yersel yük kayıplarından daha büyük olur ve bu durumda da yersel yük kayıpları ihmal edilebilir.

Daha önceki bölümlerde, borularda sürekli yük kayıplarının

$$\frac{\lambda}{D} \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g} \cdot L = \frac{\lambda}{D} \cdot \left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} \right)^2 \cdot \frac{L}{2 \cdot g} = Q^2 \cdot K \cdot L$$

eşitliği ile verildiğini açıklamıştık. Bu eşitlikte yer alan (K)'nin değeri, hemen belirtelim ki,

$$\left(\frac{I}{2 \cdot g} \cdot \frac{16 \cdot \lambda}{\pi \cdot D^5} \right) \text{ 'tir.}$$

Diğer yandan, borularda sürekli yük kayıpları eski formülden yararlanılarak

$$\frac{4}{D} \cdot b \cdot U^2 \cdot L = Q^2 \cdot K \cdot L$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda (K)'nin değeri

$$\left(\frac{64 \cdot b}{\pi \cdot D^5} \right)$$

olur. Borularda yersel yük kayıpları

$$h = \frac{\theta}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} \right)^2$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır.

$$h = \frac{\theta}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} \right)^2$$

eşitliğinde

$$\frac{I}{2.g} \cdot \left(\frac{4 \cdot Q^2}{\pi \cdot D^5} \right)$$

yerine (K^1) yazılır. Bu durumda

$$h = Q^2 \cdot K^1 \cdot \theta$$

eşitliği elde edilir.

Borularda toplam yük kaybını veren temel formülü çözümler için içerisinde sürekli akım bulunan bir boru alınır ve bu boru bir noktadan diğerine sınırlanan bir aralığına Bernoulli Teoremi uygulanır. Yukarıda yapmış olduğumuz tanıma göre, toplam yük kaybı, sürekli akımlı akım bulunan bir boruda, iki noktanın sınırladıkları aralıkta yük kayıplarını ($\sum Q^2 \cdot K \cdot L$), yersel yük kayıplarını da ($\sum Q^2 \cdot K^1 \cdot \theta$) ile gösterecek olursak toplam yük kaybı

$$\sum Q^2 \cdot K \cdot L + \sum Q^2 \cdot K^1 \cdot \theta = Q^2 \cdot (\sum K \cdot L + \sum K^1 \cdot \theta)$$

olur ve Bernoulli Denklemi

$$\left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2.g} + z_2 \right) = \sum Q^2 \cdot (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

şeklinde yazılır. Ayrıca bu eşitlikten yararlanarak

$$\Delta H = \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2.g} + z_2 \right) = \sum Q^2 \cdot (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

eşitliklerini de yazabiliriz.

Darcy Formülü, daha önce de açıklamış olduğumuz gibi

$$h = \frac{4}{D} \cdot b \cdot U^2 = \frac{4}{D} \cdot U^2 \cdot \left(a_1 - \frac{b_1}{D} \right)$$

şeklinde verilir. Genellikle, Darcy Formülünde yer alan (a_1)'in değeri ($507 \cdot 10^{-6}$), (b_1)'in değeri de ($1294 \cdot 10^{-8}$)'dir.

$$K = \frac{64 \cdot b}{\pi^2 \cdot D^5}$$

göre sürekli yük kaybı ($Q^2 \cdot K \cdot L$),

$$K^1 = \frac{I}{2.g} \cdot \frac{16}{\pi \cdot D^4}$$

göre yersel yük kaybı da ($Q^2 \cdot K^1 \cdot \theta$)'dir. (b) ve (K)'nin değeri doğrudan doğruya borunun niteliklerine bağlıdır. (b) ve (K) değerleri yukarıda yazılı değerlerin yeni font borularda yarısı, ziftlenmiş borularda da üçte biri alınır. Aşağıdaki çizelgede boru çapı (D) ve (K^1) arasındaki ilişki gösterilmektedir.

BORU ÇAPI (m)	$K = \frac{64 \cdot b}{\pi^2 \cdot D^5}$	$K^1 = \frac{I}{2.g} \cdot \frac{16}{\pi \cdot D^4}$
0,01	116 785 000	8 263 800
0,02	2 338 500	516 490
0,03	250 310	102 022
0,04	52 560	32 281
0,05	15 874	13 222
0,06	6 021	6 376,4
0,07	2 666	3 441,8
0,08	1 321,9	2 017,5
0,09	713,78	1 259,5
0,10	412,42	826,38
0,11	251,24	564,41
0,12	160,01	398,53
0,13	105,84	289,33
0,14	72,220	215,11
0,15	50,639	163,24
0,16	36,301	126,09

BORU ÇAPI (m)	$K = \frac{64 \cdot b}{\pi^2 D^5}$	$K^1 = \frac{I}{2 \cdot g} \cdot \frac{2}{\pi}$
0,17	26,624	98,942
0,18	19,835	78,718
0,19	15,058	63,410
0,20	11,571	51,649
0,25	3,705 2	21,155
0,30	1,467 7	10,202
0,35	0,670 40	5,506 7
0,40	0,374 33	3,228 1
0,45	0,188 00	2,015 3
0,50	0,110 39	1,322 2
0,60	0,044 031	0,674 64
0,70	0,020 255	0,344 18
0,80	0,010 350	0,201 75
0,90	0,005 721 4	0,125 95
1,00	0,003 365 5	0,082 638

b) BORULARDA TOPLAM YÜK KAYIPLARI İLE İLGİLİ SORUNLAR

Kollara ayrılmayan borularda, toplam yük kayıplarına değ
ilkel sorunların çözümünde, genellikle,

$$\Delta H = \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2 \cdot g} + z_2 \right) = \sum Q^2 \cdot (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

şeklinde verilmiş olan eşitlikten yararlanılır. Bu eşitlikte yer alan
(ΔH), birinci ve ikinci kesitler arasında yük farkını ifade eder.
Önce de belirtildiği gibi (K), (D) ve (λ)'nin fonksiyonudur. (λ)
($U \cdot D / \nu$) şeklinde ifade edilen Reynolds Sayısı ile (ϵ / D) şek

edilen pürüzlülük oranına bağlıdır. Sinematik viskozite katsa-
ilen bir sıvı ile mutlak pürüzlülüğü verilen bir boru için (K),
(U)'nun yani (Q) ve (D)'nin fonksiyonudur. Eğer Darcy Formülü
diyorsa (K) yalnız (D)'nin fonksiyonu olur. (K^1)'ne gelince, bu
(D)'ye bağlıdır. Yapmış olduğumuz bu kısa açıklamadan sonra, boru-
toplam yük kayıplarına değgin ilkel sorunları şu şekilde ortaya
dır ve bu sorunlara şu çözümleri önerebiliriz:

1°) DEBİ VE YERSEL YÜK KAYIPLARI VERİLDİĞİNE GÖRE, ÇAPI (D) VE UZUN-
LUĞU DA (L) OLAN BİR BORUNUN İKİ UCU ARASINDAKİ YÜK FARKI NASIL
BULUNUR?

(D) ve (Q) bilinirse (K) ve (K^1) kolaylıkla hesaplanabilir.

Burada problem

$$\Delta H = \sum Q^2 \cdot (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

nde verilmiş olan genel formülden yararlanılarak çözümlenir.

2°) İKİ UCU ARASINDAKİ YÜK FARKI VE YERSEL YÜK KAYIPLARI VERİLDİĞİNE
GÖRE, ÇAPI (D) VE UZUNLUĞU DA (L) OLAN BİR BORUNUN DEBİSİ NASIL
BULUNUR?

Eğer Darcy Formülü kullanılırsa (D) bilindiği için (K) ve
bulunur ve problemi çözmek için yine

$$\Delta H = \sum Q^2 \cdot (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

nde verilmiş olan genel formülden yararlanılır.

3°) UZUNLUĞU (L), DEBİSİ (Q), YERSEL YÜK KAYIPLARI VE İKİ
UCU ARASINDAKİ YÜK FARKI VERİLEN BİR BORUNUN ÇAPI (D)
NASIL BULUNUR?

Bu durumda (K) ve (K^1), çapın karışık fonksiyonları olduk-
in için grafik çözümüleme yöntemine başvurmak gerekir. Önce (D)'nin
siyonu olarak denklemi

$$\Delta H = \sum Q^2 \cdot (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

şeklinde verilmiş olan eğri çizilir. Bu eğri üzerinde alınan ve da (H) olan noktanın absisi çapı gösterir. Bu arada hemen belirtmek ki, böyle bir problemin çözümünde büyük bir kesinlik aramak yersizdir. Teorik olarak belirlenmiş olan çap, nihayet sanayide imâl edilen borunun çapına uydurulur. Ayrıca yük kaybı formüllerinin sonuçları kesinlikle bağlanmak yanlıştır. Boruları yük kaybı formüllerinin kullanımlarına bağlı kalıp ama daha başka etkenlerin de varlığını düşünerek boyutlandırmak gerekir.

c) BASİT BORULAR

Yük çizgisi basınç yüksekliğinin, hız yüksekliğinin ve hız yüksekliğinin toplamını ifade eden

$$\left(\frac{P}{\gamma} + \alpha \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g} + z \right) \text{'nin}$$

geometrik yeri olarak tanımlanır.

$$\frac{P}{\gamma} + \alpha \cdot \frac{U^2}{2 \cdot g} + z = \left(\frac{P_0}{\gamma} + \alpha_0 \cdot \frac{U_0^2}{2 \cdot g} + z_0 \right) - \sum Q^2 \cdot (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

eşitliği, açık olarak göstermektedir ki, yük çizgisi her noktada

$$\left(\frac{P_0}{\gamma} + \alpha_0 \cdot \frac{U_0^2}{2 \cdot g} + z_0 \right) \text{'dan}$$

$$\sum Q^2 \cdot (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

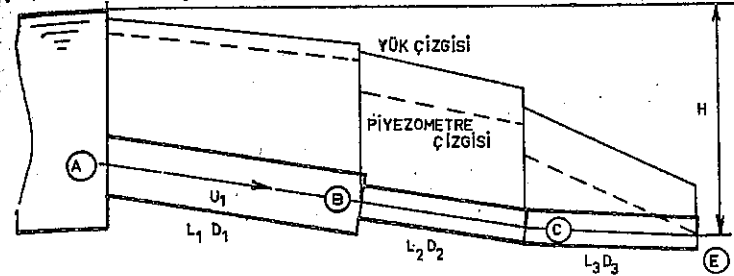
şeklinde verilmiş olan toplam yük kaybını çıkararak bulunur.

Piyezometre çizgisine gelince bu, mutlak yükseklikle basınç yüksekliğinin toplamını ifade eden

$$\left(z + \frac{P}{\gamma} \right) \text{'nin}$$

yeridir ve akım çizgisi üzerinde bulunan her noktada yük çizgisi koordinatından $(\alpha \cdot U^2 / 2 \cdot g)$ çıkarılarak elde edilir.

Yük çizgisi ve piyezometre çizgisi kavramlarına açıklık kazandırarak (Şekil - 10.1)'de görüldüğü gibi sabit seviyeli bir haznenin farklı çapları farklı iki borunun oluşturdukları bir sistemden yararlanılır. (B) noktasında kesit ani olarak daralmakta, (C) noktasında bir



(Şekil - 10.1)

kesit bulunmakta ve (E) noktasında da boru açık havaya açılmaktadır.

Boruyu kıyaslama düzlemi (E) noktasından geçerse (E) noktasına değgin mutlak yükseklik sıfır, (E) noktasından geçen kıyaslama düzlemine göre haznenin yük (H), (E) noktasında yük de $(\alpha_2 \cdot U_2^2 / 2 \cdot g)$ olur. Yük çizgisi (E) noktasından geçmek için (H)'den, (A) ve (E) noktalarının sınırladıkları aralıkta meydana gelen çeşitli kayıpları ayrı ayrı çıkarmak gerekir.

(A) noktasının bulunduğu yerde boruya girişte yersel yük kaybı $(Q^2 \cdot K_1^1 \cdot \theta)$

dir. Boruya girişte yersel yük kaybı katsayısı (θ)'nin değeri (I/2)

dir. (A) ve (B) noktalarının sınırladıkları aralıkta sürekli yük kaybı

vardır. (A) ve (B) noktalarının sınırladıkları aralıkta sürekli yük

kaybının değeri $(Q^2 \cdot K_1 \cdot L_1)$ 'dir. (B) noktasının bulunduğu yerde ke-

kesit ani olarak daralmaktadır. Ani kesit daralmasında yersel yük kaybı

katsayısı (θ)'nin değeri

$$\theta = \left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)^2 + k$$

denkleminin sağlanmasından yararlanılarak hesaplanır ve ani kesit daralmasında yersel

yük kaybının değeri de $(Q^2 \cdot K_2^1 \cdot \theta)$ 'dir. (C) noktasındaki dirsek
sel yük kaybı bulunurken, yersel yük kaybı katsayısının hesaplanması

$$\theta = 0,9457 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} + 2,047 \cdot \sin^4 \frac{\alpha}{2}$$

şeklinde verilmiş olan WEISBACH Formülünden yararlanılır. (C) noktası
daki yersel yük kaybının değeri bu durumda $(Q^2 \cdot K_2^1 \cdot \theta)$ olur. (B),
ve (C), (E) noktalarının sınırladıkları aralıkta tıpkı (A) ve (B) nok-
talarının sınırladıkları aralıkta olduğu gibi sürekli yük kayıpları var-
(B), (C) noktalarının sınırladıkları aralıkta sürekli yük kaybı
 $(Q^2 \cdot K_2 \cdot L_2^1)$ ve (C), (E) noktalarının sınırladıkları aralıkta süre-
sürekli yük kaybı da $(Q^2 \cdot K_2 \cdot L_2^{11})$ 'dir. Piyezometre çizgisini elde etmek
için yük çizgisinden (A) ve (B) noktalarının sınırladıkları aralıkta
 $(\alpha_1 \cdot U_1^2 / 2.g)$ kadar, (B) ve (E) noktalarının sınırladıkları aralı-
kta da $(\alpha_2 \cdot U_2^2 / 2.g)$ kadar aşağı inmek gerekir.

d) BORULARDA DEBİNİN AZALMASI

Dolu kesitle akışkanları bir yerden başka bir yere ileten
borularda, yörünge boyunca debinin bir bölümü kaybolur yani bırakılır.
Bunun nedeni belirli bir aralıkta borunun çapı değişmediği halde orta-
lama akım hızının giderek azalmasıdır. Dolu kesitle çalışan borularda
sürekli yük kaybının birim uzunluğa düşen değeri $(Q^2 \cdot K)$ 'dir. Dolu
kesitle çalışan boruda sürekli yük kaybının birim uzunluğa düşen değeri
 $(Q^2 \cdot K)$ olursa, uzunluğu (dl) olan boruda meydana gelen sürekli yük
kayıbı $(Q^2 \cdot K \cdot dl)$ olur. Darcy Formülüne göre (K) yalnız çapa bağlı-
dır ve bizim vermiş olduğumuz örnekte de çap yörünge boyunca değişmemek-
tedir. Bu durumda $dh = Q^2 \cdot K \cdot dl$
eşitliğini yazabiliriz.

Borunun başlangıç kesiminde debinin (Q_0) olduğunu kabul ede-
lim. Eğer debi, yörünge boyunca, her (lm) uzunlukta (q) kadar azalıyor-

borunun başlangıç bölümünün (l) kadar uzağında debi

$$Q = Q_0 - q \cdot l$$

borunun uzunluğu (L) olduğuna göre borunun bitimindeki debi de

$$Q_1 = Q_0 - q \cdot L$$

şimdi daha önce

$$dh = Q^2 \cdot K \cdot dl$$

inde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemde (Q) 'nin değerini yeri-
koyalım. Bu durumda

$$dh = K \cdot (Q_0^2 - 2 \cdot Q_0 \cdot q \cdot l + q^2 \cdot l^2) \cdot dl$$

eşitliğini elde ederiz.

Eğer sürekli yük kaybı (h) olursa ve eğer boru uzunluğu kapalı
olan $(0,L)$ aralığında (l) 'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dh = K \cdot (Q_0^2 - 2 \cdot Q_0 \cdot q \cdot l + q^2 \cdot l^2) \cdot dl$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$h = K \int_0^L (Q_0^2 - 2 \cdot Q_0 \cdot q \cdot l + q^2 \cdot l^2) \cdot dl$$

olur. Bundan yararlanarak

$$h = \frac{K \cdot L}{3} \cdot (Q_0^2 + Q_0 \cdot Q_1 + Q_1^2)$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikte (K) 'nin yerine

$$\frac{64 \cdot b}{\pi^2 \cdot D^5}$$

koyacak olursak, bu kez

$$h = \frac{L}{3} \cdot \frac{64 \cdot b}{\pi^2 \cdot D^5} \cdot (Q_0^2 + Q_0 \cdot Q_1 + Q_1^2)$$

eşitliğini elde ederiz. Eğer borunun son kesimindeki debi sifiri sürekli yük kaybı

$$h = \frac{L}{3} \cdot Q_1^2 \cdot K \cdot L$$

yok eğer borunun son kesimindeki debi başlangıç kesimindeki debi olursa sürekli yük kaybı

$$h = Q_0^2 \cdot K \cdot L$$

olur.

2) BORU AĞLARI

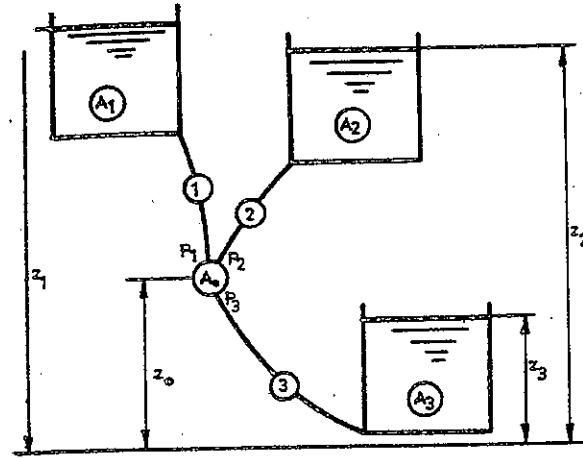
a) BİR NOKTADA BİRLEŞTİRİLEN ÜÇ HAZNE SORUNU

Bir noktada birleştirilen üç hazne sorununu çözmek için (Şekil - 10.2)'de görüldüğü gibi çatal biçiminde bir boru ağı birbirine bağlanan üç haznedeki yararlanılır. Eğer sorunun konumu soruna değgin veriler, kollarında akım yönünün hemen belirlenmesine yardımcı değilse kollarında akım yönleri gelişigüzel alınır ve bir debi için edilen negatif bir değer bu debiyi veren kolda akım yönünün değiştiğini gösterir. Bu arada hemen belirtelim ki, haznelere biribirine bağlayan kollarında akım yönü şekil üzerine konulan okların gösterdikleri yöndür. (P_1) , (P_2) , (P_3) sırası ile kollarında, (A_0) noktasına çok yakın ve akımın henüz düzenli olduğu yerlerdeki basınçtır. Toplam yük kaybının hesaplanmasında kullanılan ve

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2.g} + z_0 = \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 \right) + \sum Q^2 \cdot (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

Şeklinde verilmiş olan genel denklemi her üç kola uygulayacak olursak şu eşitlikleri elde ederiz:

$$(I) \quad z_1 - \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_0 \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_1^1 \cdot K_1^1 \cdot \theta_1$$



(Şekil - 10.2)

$$(2) \quad z_2 - \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2.g} + z_0 \right) = Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2 + Q_2^1 \cdot K_2^1 \cdot \theta_2$$

$$(3) \quad \left(\frac{P_3}{\gamma} + \frac{U_3^2}{2.g} + z_0 \right) - z_3 = Q_3^2 \cdot K_3 \cdot L_3 + Q_3^1 \cdot K_3^1 \cdot \theta_3$$

Şimdi (I.) ve (3.) eşitlikleri taraf tarafa toplayalım.

$$(4) \quad (z_1 - z_3) - \left[\left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_0 \right) - \left(\frac{P_3}{\gamma} + \frac{U_3^2}{2.g} + z_0 \right) \right] = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \theta_1) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \theta_3)$$

Şimdi de (2.) ve (3.) eşitlikleri taraf tarafa toplayalım.

$$(5) \quad (z_2 - z_3) - \left[\left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2.g} + z_0 \right) - \left(\frac{P_3}{\gamma} + \frac{U_3^2}{2.g} + z_0 \right) \right] = Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \theta_2) - Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \theta_3)$$

$$\left[\left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} + z_0 \right) - \left(\frac{P_3}{\gamma} + \frac{U_3^2}{2 \cdot g} + z_3 \right) \right]$$

(I.) koldan (3.) kola geçişte

$$\left[\left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2 \cdot g} + z_0 \right) - \left(\frac{P_3}{\gamma} + \frac{U_3^2}{2 \cdot g} + z_3 \right) \right]$$

(2.) koldan (3.) kola geçişte yersel yük kayıplarını ifade eder.

koldan (3.) kola geçişte yersel yük kayıpları $(D_1), (Q_1)$ ve $(D_3), (Q_3)$

(2.) koldan (3.) kola geçişte yersel yük kayıpları da $(D_2), (Q_2)$ ve

$(D_3), (Q_3)$ 'e bağlıdır. Bu nedenle (I.) koldan (3.) kola geçişte yersel

yük kayıplarının (4) numaralı eşitlikte $(Q_1^2 \cdot K_1^1 \cdot \theta_1)$ ve $(Q_3^2 \cdot K_3^1 \cdot \theta_3)$

şeklinde verilmiş olan yersel yük kayıplarına, (2.) koldan (3.) kola

geçişte yersel yük kayıplarını da (5) numaralı eşitlikte $(Q_2^2 \cdot K_2^1 \cdot \theta_2)$

ve $(Q_3^2 \cdot K_3^1 \cdot \theta_3)$ şeklinde verilmiş olan yersel yük kayıplarına

eklemek gerekir. Bu durumda (4) numaralı eşitlik

$$z_1 - z_2 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \sum \theta_1) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \sum \theta_3)$$

şeklinde, (5) numaralı eşitlik de

$$z_2 - z_3 = Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \sum \theta_2) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \sum \theta_3)$$

şeklinde yazılabilir. Diğer yandan (I.) kolun debisi ile (2.) kolun

debisinin toplamı (3.) kolun debisine eşittir. Buna göre bir noktada

birleştirilen üç hazne sorununun çözümünde başvurulan eşitlikleri şöyle

yazabiliriz:

$$z_1 - z_3 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \sum \theta) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \sum \theta_3)$$

$$z_2 - z_3 = Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \sum \theta_2) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \sum \theta_3)$$

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

bir noktada birleştirilen üç hazne sorununun çözümünde şu durum karşımıza çıkar:

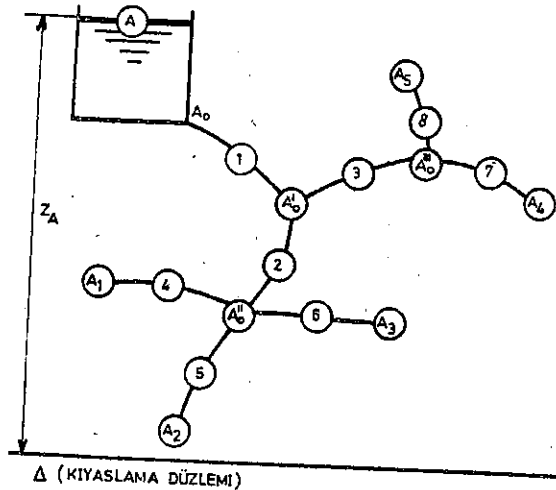
1°) hazneler arasındaki seviye farkı verilir ve hazneleri birbirine bağlayan kolların debisi istenir. Üç bilinmeyene karşılık üç denklem olduğu için bu problem çözümlenebilir.

2°) Hazneleri birbirine bağlayan kolların debisi verilir ve hazneler arasındaki seviye farkı istenir. Bu durumda iki bilinmeyen vardır. Bunlardan biri $(z_1 - z_3)$ diğeri de $(z_2 - z_3)$ 'tür. Fakat iki denklem yoktur. Çünkü debi denklemleri zorunlu olarak özdeşlerdir.

3°) Kolların debisi ile hazneler arasındaki seviye farkı verilir ve kolların çapı istenir. Yalnız iki denklemin bulunmasına karşılık üç bilinmeyen vardır. Bu nedenle problem belirsizdir. Problemin belirsizlikten kurtarılması için ek koşulların verilmesi gerekir. Ayrıca bu arada hemen belirtelim ki, kollar yeterince uzun olursa yersel yük kayıpları ihmal edilebilir.

b) ÇOK SAYIDA KOLLARA AYRILAN BORU AĞI

Besleme haznesinden itibaren kollara ayrılarak giden ve kolların birbirini ile yeniden birleşmeyen boru ağlarına çok sayıda kollara ayrılan boru ağı denir. (Şekil - 10.3)'te, çok sayıda kollara ayrılan bir boru ağı görülmektedir. Bu boru ağında (5) uc noktası ile (3) düğüm noktası bulunmaktadır. Besleme haznesinde, sıvının serbest yüzü üzerindeki (A) noktası ile uc noktaları arasında Bernoulli Teoremini uygula-



(Şekil - 10.3)

layacak olursak şu eşitlikleri elde ederiz:

$$(1) \quad z_A - \left(z_{A1} + \frac{P_{A1}}{\gamma} + \alpha_{A1} \cdot \frac{U_{A1}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \Sigma \theta_2) + Q_4^2 \cdot (K_4 \cdot L_4 + K_4^1 \cdot \Sigma \theta_4)$$

$$(2) \quad z_A - \left(z_{A2} + \frac{P_{A2}}{\gamma} + \alpha_{A2} \cdot \frac{U_{A2}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \Sigma \theta_2) + Q_5^2 \cdot (K_5 \cdot L_5 + K_5^1 \cdot \Sigma \theta_5)$$

$$(3) \quad z_A - \left(z_{A3} + \frac{P_{A3}}{\gamma} + \alpha_{A3} \cdot \frac{U_{A3}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \Sigma \theta_2) + Q_6^2 \cdot (K_6 \cdot L_6 + K_6^1 \cdot \Sigma \theta_6)$$

$$z_A - \left(z_{A4} + \frac{P_{A4}}{\gamma} + \alpha_{A4} \cdot \frac{U_{A4}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \Sigma \theta_3) + Q_7^2 \cdot (K_7 \cdot L_7 + K_7^1 \cdot \Sigma \theta_7)$$

$$z_A - \left(z_{A5} + \frac{P_{A5}}{\gamma} + \alpha_{A5} \cdot \frac{U_{A5}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \Sigma \theta_3) + Q_8^2 \cdot (K_8 \cdot L_8 + K_8^1 \cdot \Sigma \theta_8)$$

$$z_A - \left(z_{A0}^{111} + \frac{P_{A0}^{111}}{\gamma} + \alpha_{A0}^{111} \cdot \frac{U_{A0}^{2111}}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \Sigma \theta_2)$$

$$(4) \quad z_A - \left(z_{A0}^{111} + \frac{P_{A0}^{111}}{\gamma} + \alpha_{A0}^{111} \cdot \frac{U_{A0}^{2111}}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \Sigma \theta_3)$$

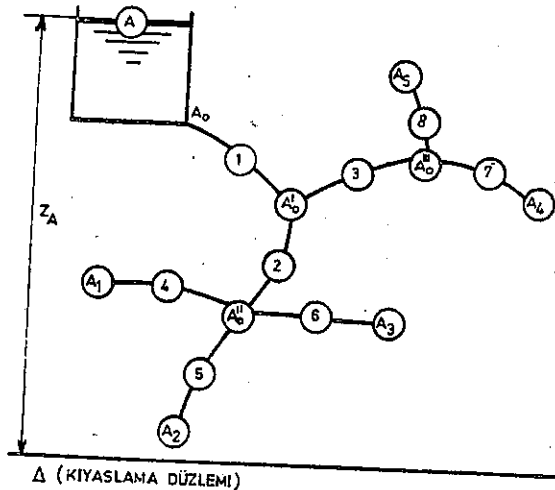
$$(5) \quad z_A - \left(z_{A0}^1 + \frac{P_{A0}^1}{\gamma} + \alpha_{A0}^1 \cdot \frac{U_{A0}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

(4.), (5.) ve (6.) kolların debilerinin toplamı (2.) kolun debisine, (7.), (8.) kolların debilerinin toplamı (3.) kolun debisine, (2.) ve (3.) kolların debilerinin toplamı da ana kolun debisine eşittir.

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$Q_2 = Q_4 + Q_5 + Q_6$$

$$Q_3 = Q_7 + Q_8$$



(Sekil - 10.3)

layacak olursak şu eşitlikleri elde ederiz:

$$(1) \quad z_A - \left(z_{A1} + \frac{P_{A1}}{\gamma} + \alpha_{A1} \cdot \frac{U_{A1}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \Sigma \theta_2) + Q_4^2 \cdot (K_4 \cdot L_4 + K_4^1 \cdot \Sigma \theta_4)$$

$$(2) \quad z_A - \left(z_{A2} + \frac{P_{A2}}{\gamma} + \alpha_{A2} \cdot \frac{U_{A2}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \Sigma \theta_2) + Q_5^2 \cdot (K_5 \cdot L_5 + K_5^1 \cdot \Sigma \theta_5)$$

$$(3) \quad z_A - \left(z_{A3} + \frac{P_{A3}}{\gamma} + \alpha_{A3} \cdot \frac{U_{A3}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \Sigma \theta_2) + Q_6^2 \cdot (K_6 \cdot L_6 + K_6^1 \cdot \Sigma \theta_6)$$

$$z_A - \left(z_{A4} + \frac{P_{A4}}{\gamma} + \alpha_{A4} \cdot \frac{U_{A4}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \Sigma \theta_3) + Q_7^2 \cdot (K_7 \cdot L_7 + K_7^1 \cdot \Sigma \theta_7)$$

$$z_A - \left(z_{A5} + \frac{P_{A5}}{\gamma} + \alpha_{A5} \cdot \frac{U_{A5}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \Sigma \theta_3) + Q_8^2 \cdot (K_8 \cdot L_8 + K_8^1 \cdot \Sigma \theta_8)$$

$$z_A - \left(z_{A0}^{111} + \frac{P_{A0}^{111}}{\gamma} + \alpha_{A0}^{111} \cdot \frac{U_{A0}^{2111}}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \Sigma \theta_2)$$

$$(7) \quad z_A - \left(z_{A0}^{111} + \frac{P_{A0}^{111}}{\gamma} + \alpha_{A0}^{111} \cdot \frac{U_{A0}^{2111}}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \Sigma \theta_3)$$

$$(8) \quad z_A - \left(z_{A0}^1 + \frac{P_{A0}^1}{\gamma} + \alpha_{A0}^1 \cdot \frac{U_{A0}^2}{2.g} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \Sigma \theta_1) +$$

(4.), (5.) ve (6.) kolların debilerinin toplamı (2.) kolun debisine,
(7.), (8.) kolların debilerinin toplamı (3.) kolun debisine, (2.) ve (3.)
kolların debilerinin toplamı da ana kolun debisine eşittir.

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$Q_2 = Q_4 + Q_5 + Q_6$$

$$Q_3 = Q_7 + Q_8$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = Q_4 + Q_5 + Q_6 + Q_7 + Q_8$$

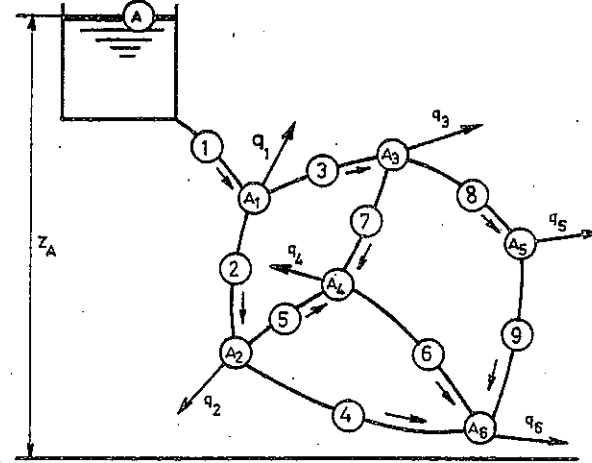
Çok sayıda kollara ayrılan boru ağına değgin şu tür problemlerle karşılaşılır:

- 1°) Boru ağını oluşturan kolların çapları ve besleme haznesinde sıvının serbest yüzü üzerinde alınan (A) noktası ile düşüm ve uc noktaları arasındaki yük farkı verilir ve kolların debileri istenir. Bu durumda (8) bilinmeyi içeren (8) denklemin oluşturdukları bir denklemler sistemi vardır ve bilinmeyenler bulunabilir.
- 2°) Boru ağını oluşturan kolların çapları ile debileri verilir ve besleme haznesinde sıvının serbest yüzü üzerinde alınan (A) noktası ile uc noktaları arasındaki yük farkı istenir. Bu durumda (5) bilinmeyi içeren (5) denklemin oluşturdukları bir denklemler sistemi vardır ve bilinmeyenler bulunabilir.
- 3°) Boru ağını oluşturan kolların debileri ve besleme haznesinde sıvının serbest yüzü üzerinde alınan (A) noktası ile uc noktaları arasındaki yük farkı verilir ve kolların çapları istenir. Bu durumda (8) bilinmeyi içeren (5) denklemin oluşturdukları bir denklemler sistemi vardır ve bilinmeyenleri bulmak olanaksızdır. Problemi belirsizlikten kurtararak (8) bilinmeyi bulmak için bazı ek koşulların gerçekleştirildiğini kabul etmek zorunluluğu vardır.

c) KAPALI BORU AĞI

Besleme haznesinden itibaren kollara ayrılarak giden ve son-

kendi aralarında birleşen boruların oluşturdukları boru ağına kapalı boru ağı denir. (Şekil - 10.4)'de sabit seviyeli haznenin beslediği bir kapalı boru ağı görülmektedir. Kapalı boru ağlarına değgin problemlerin çözümünde de çok sayıda kollara ayrılan boru ağlarına değgin problemlerin çözümünde benimsenen yol izlenir. Ancak bu arada hemen belirtelim



(Şekil - 10.4)

kinetik enerji ile yersel yük kayıpları, sürekli yük kayıpları yanın-
ihmal edilebilecek kadar küçük oldukları için problemlerin çözümünde
genellikle, gözönünde bulundurulamazlar. Besleme haznesinde sıvının ser-
best yüzü üzerinde alınan (A) noktası ile düşüm noktaları arasına Bernoulli
teoremini uygulayacak olursak şu eşitlikleri elde ederiz:

$$1) \quad z_A - \left(z_{A1} + \frac{P_{A1}}{\gamma} \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1$$

$$2) \quad z_A - \left(z_{A2} + \frac{P_{A2}}{\gamma} \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2$$

$$3) \quad z_A - \left(z_{A3} + \frac{P_{A3}}{\gamma} \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_3^2 \cdot K_2 \cdot L_2$$

$$(4) \quad z_A - \left(z_{A4} + \frac{P_{A4}}{\gamma} \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2 + Q_5^2$$

$$(5) \quad z_A - \left(z_{A4} + \frac{P_{A4}}{\gamma} \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_3^2 \cdot K_3 \cdot L_3 + Q_7^2$$

$$(6) \quad z_A - \left(z_{A5} + \frac{P_{A5}}{\gamma} \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_3^2 \cdot K_3 \cdot L_3 + Q_8^2$$

$$(7) \quad z_A - \left(z_{A6} + \frac{P_{A6}}{\gamma} \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2 + Q_5^2$$

$$Q_6^2 \cdot K_6 \cdot L_6$$

$$(8) \quad z_A - \left(z_{A6} + \frac{P_{A6}}{\gamma} \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_3^2 \cdot K_3 \cdot L_3 + Q_6^2 \cdot K_6$$

$$Q_7^2 \cdot K_7 \cdot L_7$$

$$(9) \quad z_A - \left(z_{A6} + \frac{P_{A6}}{\gamma} \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_3^2 \cdot K_3 \cdot L_3 + Q_8^2 \cdot K_8$$

$$Q_9^2 \cdot K_9 \cdot L_9$$

$$(10) \quad z_A - \left(z_{A6} + \frac{P_{A6}}{\gamma} \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2 + Q_4^2 \cdot K_4$$

Düğüm noktalarından alınan debiler sırası ile (q_1) , (q_2) , (q_3) , (q_4) , (q_5) ve (q_6) olduğu için süreklilik kuralına göre şu eşitlikleri yazabiliriz:

$$(11) \quad Q_1 = Q_2 + Q_3 + q_1$$

$$(12) \quad Q_2 = Q_4 + Q_5 + q_2$$

$$(13) \quad Q_3 = Q_7 + Q_8 + q_3$$

$$(14) \quad Q_5 + Q_7 = Q_4 + q_7$$

$$Q_8 = Q_9 + q_5$$

$$Q_4 + Q_6 + Q_9 = q_6$$

arak görülmektedir ki, Bernoulli Teoreminden ve Süreklilik Kuralı yararlanılarak (16) denklem yazılmıştır. Kapalı boru ağlarına problemler bu denklemlerden yararlanılarak çözümlenir ve genellikle tür problemlerle karşılaşılr:

1°) Kapalı boru ağını oluşturan kolların çapları ile düğüm noktalarından alınan debiler verilir ve kolların debileri ile yük farkları istenir. Bu durumda bilinmeyen (9) kolun debisi ile (6) düğüm noktasına değgin yük farklarını içeren (15) denklem bulunduğu için problem çözümlenebilir.

2°) Düğüm noktalarından alınan debilerle düğüm noktalarına değgin yük farkları verilir ve kapalı boru ağını oluşturan kolların çapları ile debileri istenir. Bu durumda (18) bilinmeyene karşılık bilinmeyenleri içeren (15) denklem vardır ve bu nedenle problem çözümlenemez. Problemin çözümlenebilmesi için en az (3) bilinmeyen bulunmasını sağlayan bazı koşulların gerçekleştiğini kabul etmek gerekir.

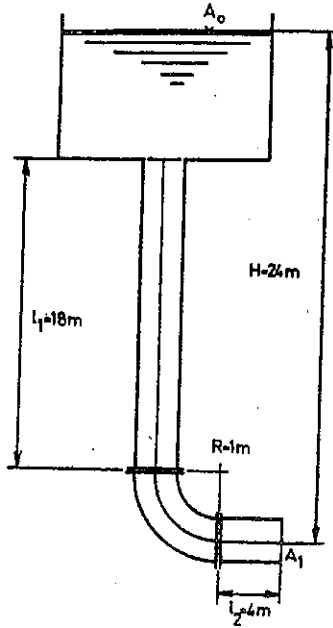
ÖRNEK PROBLEMLER

10. I. PROBLEM

(Şekil - 10.5)'de bir su haznesinin beslediği bir boru hattı görülmektedir. Boru hattı üzerinde eğrilik yarıçapı $(R = 1 \text{ m})$ olan (90°) 'lik bir dirsek bulunmaktadır. Boru hattını oluşturan boruların iç çapı $(D = 16 \text{ cm})$ olduğuna göre ortalama akım hızını ve debiyi hesaplayınız.

10. I. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Boru hattının debisini bulmak için haznedeki suyun serbest yüzü



(Şekil - 10.5)

üzerinde alınan (A_0) noktası ile (A_1) noktasının sınırladıkları aralıkta hareket yörüngesi boyunca BERNOULLI DENKLEMİNİ uygulayabiliriz. (A_0) noktası ile (A_1) noktasının sınırladıkları aralıkta hareket yörüngesi boyunca Bernolli Denklemine uygulayacak olursak

$$\left(\frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2.g} + z_0 \right) - \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 \right) = Q^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

eşitliğini elde ederiz.

$$P_0 = P_1 = P_{atm}$$

$$U_0 = 0$$

$$(z_0 - z_1) - \frac{U_1^2}{2.g} = Q^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

Eğrisel dirsekler için yersel yük kaybı katsayısı (θ)'nin değeri

$$\theta_1 = \frac{\beta}{90^\circ} \cdot \left[0,131 + 0,163 \cdot \left(\frac{D}{R} \right)^{3,5} \right]$$

şeklindeki WEISBACH FORMÜLÜNDEN yararlanılarak bulunur.

$$\beta = 90^\circ$$

$$D = 0,16 \text{ m}$$

$$R = 1 \text{ m}$$

$$\theta_1 = \frac{\beta}{90^\circ} \cdot \left[0,131 + 0,163 \cdot \left(\frac{D}{R} \right)^{3,5} \right] = \left[0,131 + 0,163 \cdot (0,16)^{3,5} \right] = 0,13126$$

-242-

$$\theta_1 = 0,13126$$

Hazneden çıkışta yersel yük kaybı katsayısı ($\theta_2 = 0,5$)'tir. Buna

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 = 0,63126$$

$$K = 36,301$$

$$K^1 = 126,09$$

$$Q = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot U_1^2$$

$$(z_0 - z_1) - \frac{U_1^2}{2.g} = Q^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta) = \frac{\pi^2 \cdot D^4}{16} \cdot U_1^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

$$(z_0 - z_1) = U_1^2 \cdot \left[\frac{1}{2.g} + \left(\frac{\pi \cdot D^2}{4} \right)^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta) \right]$$

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 16^2}{4} = 201,062 \text{ cm}^2$$

$$S = 201,062 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$L = l_1 + l_2 = 18 + 4 = 22 \text{ m}$$

$$L = 22 \text{ m}$$

$$(z_0 - z_1) = 24 \text{ m}$$

$$24 = U_1^2 \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot 9,81} + (201,062 \cdot 10^{-4})^2 \cdot (36,301 \cdot 22 + 126,09 \cdot 0,63126) \right]$$

$$U_1 = 7,7 \text{ m / sn}$$

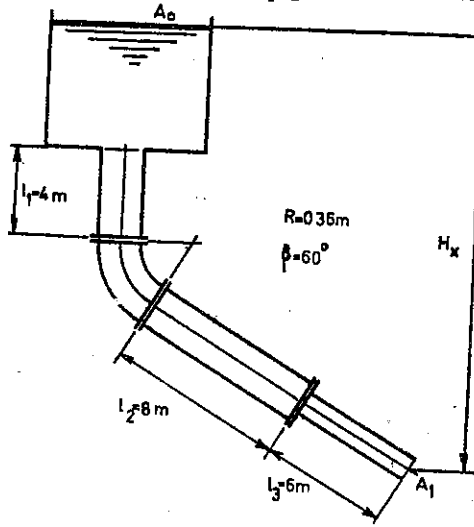
$$Q = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot U_1 = \frac{3,14 \cdot (0,16)^2}{4} \cdot 7,7 = 0,1548 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q = 0,1548 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

-243-

10. 2. PROBLEM

(Şekil - 10.6) 'de bir su haznesinin beslediği bir boru hattı bulunmaktadır. Boru hattı çap ve uzunlukları farklı olan borularla bir eğrisel dirsekten oluşmuştur.



(Şekil - 10.6)

Eğrisel dirseğin ve boru hattının birinci kesimini oluşturan boruların çapı ($D_1 = 12$ cm) ikinci kesimini oluşturan boruların çapı da ($D_2 = 18$ cm) dir. Boru hattının debisi ($Q = 0,3053$ m³ / sn) olduğuna göre, (A_1) ve (A_0) noktaları arasındaki kot farkını hesaplayınız.

10. 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(A_1) ve (A_0) noktaları arasındaki kot farkını bulmak için (A_1) ve (A_0) noktaları arasında hareket yörüngesi boyunca Bernoulli Denklemi uygulamak gerekir. (A_1) ve (A_0) noktaları arasında hareket yörüngesi boyunca Bernoulli Denklemi uygulayacak olursak

$$\left(\frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2.g} + z_0 \right) - \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 \right) = Q^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

esitliğini elde ederiz.

$$P_0 = P_1 = P_{atm}$$

$$U_0 = 0$$

$$(z_0 - z_1) = \frac{U_1^2}{2.g} + Q^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta)$$

Eğrisel dirsek için yersel yük kaybı katsayısı (θ_1) Weisbach Formülünden yararlanılarak hesaplanır.

$$\theta_1 = \frac{\beta}{90^\circ} \cdot \left[0,131 + 0,163 \cdot \left(\frac{D}{R} \right)^{3,5} \right]$$

$$R = 0,36 \text{ m}$$

$$\beta = 60^\circ$$

$$\theta_1 = \frac{\beta}{90^\circ} \cdot \left[0,131 + 0,163 \cdot \left(\frac{D}{R} \right)^{3,5} \right] = \frac{60^\circ}{90^\circ} \cdot \left[0,131 + 0,163 \cdot \left(\frac{0,12}{0,36} \right)^{3,5} \right]$$

$$\theta_1 = 0,097$$

Hazneden çıkışta yersel yük kaybı katsayısı ($\theta_2 = 0,5$) alınır.

İkinci kesit daralmasında yersel yük kaybı katsayısı (θ_3)'ün değeri

$$\theta_3 = \left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)^2 + 0,22 \cdot \left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)$$

esitliğinden yararlanılarak bulunur.

$$S_3 = S_0$$

$$m = \frac{S_0}{S_3} = 1$$

$$m = 1$$

$$\frac{S_3}{S_2} = \left(\frac{D_3}{D_2} \right)^2 = \left(\frac{12}{18} \right)^2 = 0,44$$

Bu verilere dayanarak (219. Sayfadaki) çizelgeden $\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)^2$ 'nin

değerini (0,26) ve $\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right)$ 'in değerini de (0,51) buluruz.

$$m \cdot \mu$$

$$\theta_3 = \left(\frac{I}{m \cdot \mu} - 1 \right) + 0,22 \cdot \left(\frac{I}{m \cdot \mu} - 1 \right) = 0,26 + 0,22 \cdot 0,51 = 0,37$$

$$\theta_3 = 0,3722$$

(226 . Sayfadaki) çizelgeden çapı (18 cm) olan boru için ($K_1 = 19,8$ ($K_1^1 = 78,718$) ve çapı (12 cm) olan boru için ($K_2 = 160,01$) ve ($K_2^1 = 398$ bulunur.

$$Q = U_2 \cdot S_2 = U_3 \cdot S_3$$

$$S_3 = \frac{\pi \cdot D_3^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 12^2}{4} = 113,097 \text{ cm}^2$$

$$S_3 = 113,097 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_3 = \frac{Q}{S_3} = \frac{0,3053}{113,097 \cdot 10^{-4}} = 27 \text{ m / sn}$$

$$Q^2 \cdot \sum K \cdot L = Q^2 \cdot K_1 \cdot (l_1 + l_2) + Q^2 \cdot K_2 \cdot l_3$$

$$Q^2 \cdot \sum K^1 \cdot \theta = Q^2 \cdot K_1^1 \cdot (\theta_1 + \theta_2) + Q^2 \cdot K_2^1 \cdot \theta_3$$

$$Q^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta) = Q^2 \cdot [K_1 \cdot (l_1 + l_2) + K_2 \cdot l_3 + K_1^1 \cdot (\theta_1 + \theta_2) + K_2^1 \cdot \theta_3]$$

$$Q^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta) = (0,3053)^2 \cdot [19,835 \cdot (4+8) + 160,01 \cdot 6 + 78,718 \cdot (0,597) + 398,53 \cdot 0,3722]$$

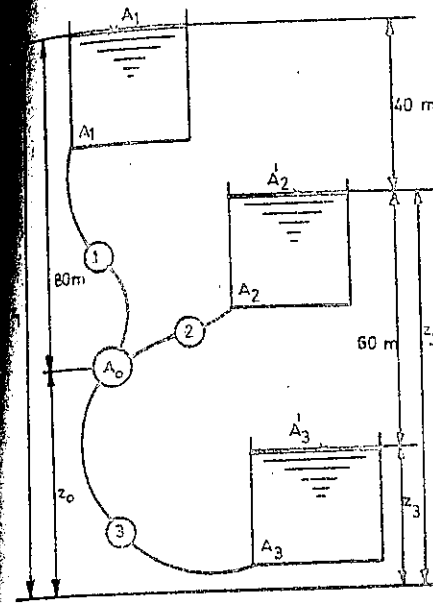
$$Q^2 \cdot \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta) = 129,87$$

$$(z_0 - z_1) = \frac{U_1^2}{2 \cdot g} + Q^2 \sum (K \cdot L + K^1 \cdot \theta) = \frac{27^2}{2 \cdot 9,81} + 129,87 = 167,02 \text{ m}$$

$$(z_0 - z_1) = 167,02 \text{ m}$$

10. 3. PROBLEM

(Şekil - 10.7)'de, bir noktada birleştirilen 3 hazne görülmektedir. Birinci hazneyi (A_0) noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu (200 m), çapı ($D_1 = 12$ cm), ikinci hazneyi (A_0) noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu ($l_2 = 100$ m), çapı ($D_2 = 8$ cm) ve üçüncü hazneyi (A_0) noktasına bağlayan boru hattının da uzunluğu ($l_3 = 300$ m), çapı ($D_3 = 16$ cm)'dir. Birinci, ikinci ve üçüncü boru hatlarının debisi ile bu hatlardaki ortalama akım hızını hesaplayınız.



(Şekil - 10.7)

Birinci, ikinci ve üçüncü boru hatlarının debisi ile bu hatlardaki ortalama akım hızını hesaplayınız.

10. 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

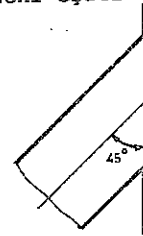
Bu problemin çözümünde, (X. Bölümde, BİR NOKTADA BİRLEŞTİRİLEN 3 HAZNE SORUNU) incelenirken çıkarılan

$$z_1 - z_3 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1^1 \cdot \theta_1) - Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \theta_2) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \theta_3)$$

$$z_2 - z_3 = Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2^1 \cdot \theta_2) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3^1 \cdot \theta_3)$$

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

Şeklindeki eşitliklerden yararlanılır.



(Şekil -10.8)

Birinci haznedeki çıkışta yersel yük kaybı katsayısının (θ_1') ile gösterelim. (θ_1') aşağıda yazılı olan formülden yararlanılarak hesaplanır.

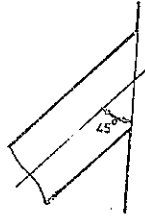
$$\theta_1' = 0,5 + 0,3 \cdot \cos \alpha + 0,2 \cdot \cos^2 \alpha$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\theta_1' = 0,5 + 0,3 \cdot \cos 45^\circ + 0,2 \cdot \cos^2 45^\circ = 0,82I$$

$$\theta_1' = 0,82I$$

$$\sum \theta_1' = \theta_1' = 0,82I$$



İkinci hazneden çıkışta yersel yük kaybı katsayısını (θ_2') ile gösterelim. (θ_2') de daha önce açıklamış olduğumuz

$$\theta_2' = 0,5 + 0,3 \cdot \cos 45^\circ + 0,2 \cdot \cos^2 45^\circ$$

(Şekil -10.9)

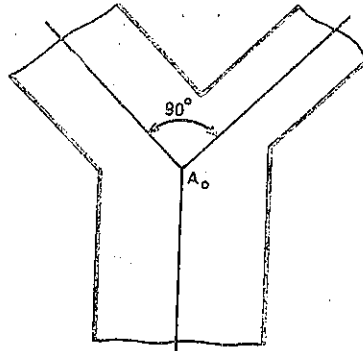
şeklindeki formülden yararlanılarak hesaplanır.

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\theta_2' = 0,5 + 0,3 \cdot \cos 45^\circ + 0,2 \cdot \cos^2 45^\circ = 0,82I$$

$$\theta_2' = 0,82I$$

$$\sum \theta_2' = \theta_2' = 0,82I$$



(Şekil - 10.10)

iki akımı birleştiren çatallarda, kollar arasındaki açı (90°) olduğuna göre yersel yük kaybı katsayısı (I) alınır. İki akımı birleştiren çatalda yersel yük kaybı katsayısını (θ_3') ile gösterecek olursak

$$\theta_3' = I$$

eşitliğini yazabiliriz.

Hazneye girişte yersel yük kaybı katsayısı (I) alınır. Hazneye girişte yersel yük kaybı katsayısını (θ_3'') ile gösterecek olursak

$$\theta_3'' = I$$

eşitliğini yazabiliriz. Üçüncü boru hattı için toplam yersel yük kaybı katsayısı "iki akımı birleştiren çataldaki" yersel yük kaybı katsayısı ile "Hazneye girişte yersel yük kaybı katsayısının" toplamına eşittir.

$$\sum \theta_3 = \theta_3' + \theta_3'' = I + I = 2$$

$$\sum \theta_3 = 2$$

(Şekil - 10.11)

(225 . Sayfadaki) çizelgeden çapı (12 cm) olan boru için ($K_1 = 160,0I$) ($K_1 = 398,53$), çapı (8 cm) olan boru için ($K_2 = 132I,9$), ($K_2 = 20I,5$) ve çapı (16 cm) olan boru için ($K_3 = 36,30I$), ($K_3 = 126,09$) bulunur.

$$z_3 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \sum \theta_3)$$

$$100 = Q_1^2 \cdot (160,0I \cdot 200 + 398,53 \cdot 0,82I) + Q_3^2 \cdot (36,30I + 126,09 \cdot 2)$$

$$100 = 32347,19 \cdot Q_1^2 + 11142,48 \cdot Q_3^2 \quad - I -$$

$$z_2 = z_3 = Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \sum \theta_3)$$

$$60 = Q_2^2 \cdot (132I,9 \cdot 100 + 20I,5 \cdot 0,82I) + 11142,48 \cdot Q_3^2$$

$$60 = 133846,36 \cdot Q_2^2 + 11142,48 \cdot Q_3^2 \quad - 2 -$$

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

$$Q_3^2 = (Q_1 + Q_2)^2 = Q_1^2 + 2 \cdot Q_1 \cdot Q_2 + Q_2^2$$

(I) ve (2) numaralı denklemlerin birleşiminden şu denklemi elde ederiz:

$$40 = 32347,19 \cdot Q_1^2 + 133846,36 \cdot Q_2^2 \quad - 3 -$$

(Q_3^2)'nin değerini (I) numaralı denklemde yerine koyacak olursak da yazılı olan(4) numaralı denklemi buluruz.

$$100 = 32347,19 \cdot Q_1^2 + 11142,48 \cdot (Q_1^2 + 2 \cdot Q_1 \cdot Q_2 + Q_2^2)$$

(3) ve (4) numaralı denklemlerin birleşiminden şu denklemi elde ederiz:

$$19,98 \cdot 10^8 \cdot Q_1^4 - 874,6 \cdot 10^4 \cdot Q_1^2 + 9345 = 0$$

Bu denklem, görüldüğü gibi dördüncü dereceden bir bilinmeyenli bir denklemdir. (Q_1)'in iki ayrı değeri vardır.

$$Q_1^I = 0,05024 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_1^{II} = 0,04307 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

(3) numaralı denklemde (Q_1) yerine ($0,05024 \text{ m}^3 / \text{sn}$) koyacak olursak

$$Q_2 = 0,0176 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

(Q_1) yerine ($0,04307 \text{ m}^3 / \text{sn}$) koyacak olursak

$$Q_2^{II} = 0,0121 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

buluruz.

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

olduğu için

$$Q_3^I = Q_1^I + Q_2^I$$

ve

$$Q_3^{II} = Q_1^{II} + Q_2^{II}$$

eşitliklerini yazabiliriz.

$$Q_3^I = Q_1^I + Q_2^I = 0,05024 + 0,0176 = 0,06784 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_3^I = 0,06784 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_3^{II} = Q_1^{II} + Q_2^{II} = 0,04307 + 0,0121 = 0,05517 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_3^{II} = 0,05517 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$S_1 = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 12^2}{4} = 113,097 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = 113,097 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m1}^I = \frac{Q_1^I}{S_1} = \frac{0,05024}{113,097 \cdot 10^{-4}} = 4,44 \text{ m / sn}$$

$$U_{m1}^I = 4,44 \text{ m / sn}$$

$$U_{m1}^{II} = \frac{Q_1^{II}}{S_1} = \frac{0,04307}{113,097 \cdot 10^{-4}} = 3,808 \text{ m / sn}$$

$$U_{m1}^{II} = 3,808 \text{ m / sn}$$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 8^2}{4} = 50,2655 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 50,2655 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m2}^I = \frac{Q_2^I}{S_2} = \frac{0,0176}{50,2655 \cdot 10^{-4}} = 3,501 \text{ m / sn}$$

$$U_{m2}^I = 3,501 \text{ m / sn}$$

$$U_{m2}'' = \frac{Q_2''}{S_2} = \frac{0,0121}{50,2655 \cdot 10^{-4}} = 2,407 \text{ m / sn}$$

$$U_{m2}' = 2,407 \text{ m / sn}$$

$$S_3 = \frac{\pi \cdot D_3^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 16^2}{4} = 201,062 \text{ cm}^2$$

$$S_3 = 201,062 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m3}' = \frac{Q_3'}{S_3} = \frac{0,06784}{201,062 \cdot 10^{-4}} = 3,37 \text{ m / sn}$$

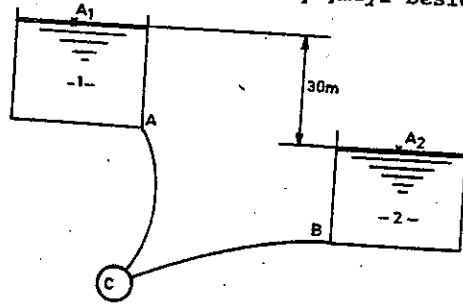
$$U_{m3} = 3,37 \text{ m / sn}$$

$$U_{m3}'' = \frac{Q_{m3}''}{S_3} = \frac{0,05517}{201,062 \cdot 10^{-4}} = 2,74 \text{ m / sn}$$

$$U_{m3}' = 2,74 \text{ m / sn}$$

10. 4. PROBLEM

(Şekil 10.12)'de , bir çeşmeyi besleyen iki hazne görülmektedir.



(Şekil - 10.12)

Birinci hazneyi çeşmeye bağlayan boru hattının uzunluğu ($L_1 = 1000 \text{ m}$), çapı ($D_1 = 12 \text{ cm}$), ikinci hazneyi çeşmeye bağlayan boru hattının uzunluğu ($L_2 = 200 \text{ m}$), çapı ($D_2 = 20 \text{ cm}$)'dir.

İkinci hazneye su giriş - çıkışının olmaması ve yalnız birinci hazneyi yararlanması için çeşmenin debisi ne olmalıdır?

b) Çeşmenin debisinin ($Q = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{sn}$) olması için birinci haznelere çeşmeye bağlayan boru hatlarında debi ne olmalıdır?
c) Çeşmenin debisinin ($Q = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{sn}$) olması için ikinci hazneye giden su miktarı ne olmalıdır?

10. 4. PROBLEMİN (a) BÖLÜMÜNÜN ÇÖZÜMÜ

Birinci haznede bulunan suyun serbest yüzü üzerinde alınan noktası ile ikinci haznede bulunan suyun serbest yüzü üzerinde alınan (A_2) noktasının sınırladıkları aralığa Bernoulli Teoremini uygulayacak olursak

$$z_1 - z_2 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2)$$

İhtilâşini yazabiliriz. İkinci hazneye su giriş - çıkışı yoktur. Bu nedenle yukarıdaki eşitlikte (Q_2) yerine sıfır konulur. Versel yük kayıplarını ihmal edersek

$$z_1 - z_2 = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1$$

Eşitliğini elde ederiz.

$$D_1 = 12 \text{ cm}$$

$$K_1 = 160,01$$

$$L_1 = 1000 \text{ m}$$

$$z_1 - z_2 = 30 \text{ m}$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{z_1 - z_2}{K_1 \cdot L_1}} = \sqrt{\frac{30}{160,01 \cdot 1000}} = 0,0137 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_1 = 0,0137 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

10. 4. PROBLEMİN (b) BÖLÜMÜNÜN ÇÖZÜMÜ

Çeşmenin debisi, birinci hazneyi çeşmeye bağlayan boru hattının debisi ile ikinci hazneyi çeşmeye bağlayan boru hattının debisinin toplamına eşittir. Çeşmenin debisini (Q), birinci boru hattının debisini (Q_1) ve ikinci boru hattının debisini de (Q_2) ile gösterecek oluruz

$$Q = Q_1 + Q_2$$

bu eşitliği yazabiliriz. Şimdi (A_1) ve (C) noktaları ile (A_2) ve (C) noktalarının sınırladıkları aralıklarda akım çizgisi boyunca Bernoulli Denklemine uygulayalım.

$$z_1 - \left(\frac{P_c}{\gamma} + \frac{U_{mc}^2}{2 \cdot g} + z_0 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1)$$

$$z_2 - \left(\frac{P_c}{\gamma} + \frac{U_{mc}^2}{2 \cdot g} + z_0 \right) = Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2)$$

Bu iki eşitliğin birleşimini yapacak olursak şu eşitliği elde ederiz:

$$z_1 - z_2 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) - Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2)$$

Yersel yük kayıpları ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Bu nedenle

$$z_1 - z_2 = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 - Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$D_2 = 20 \text{ cm}$$

$$K_2 = 11,571$$

$$L_2 = 200 \text{ m}$$

$$Q = 0,025 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$z_1 - z_2 = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 - Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2$$

$$z_1 - z_2 = (K_1 \cdot L_1 - K_2 \cdot L_2) \cdot Q_1^2 + 2 \cdot Q \cdot K_2 \cdot L_2 \cdot Q_1 - Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2$$

$$5,8 \cdot Q_1^2 + 115,71 \cdot Q_1 - 31,45 = 0$$

$$0,0201 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_1 = 0,025 - 0,0201 = 0,0049 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$0,0049 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

10. 4. PROBLEMİN (c) BÖLÜMÜNÜN ÇÖZÜMÜ

Birinci haznedeki bulunan suyun serbest yüzü üzerinde alınan (A_1) noktası ile ikinci haznedeki bulunan suyun serbest yüzü üzerinde alınan (A_2) noktasının sınırladıkları aralığa Bernoulli Denklemine uygulayalım. Buna göre

$$z_1 - z_2 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2)$$

bu eşitliği elde ederiz. Yersel yük kayıplarının ihmal edilebilecek kadar küçük olduklarını varsayalım. Buna göre

$$z_1 - z_2 = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2$$

bu eşitliği yazabiliriz. Süreklilik Kuralına göre, birinci boru hattının debisi, ikinci hazneye giden su miktarı ile çeşmeden alınan su miktarının toplamına eşittir. Çeşmeden alınan su miktarını (Q) ile gösterecek olursak

$$Q_1 = Q_2 + Q$$

bu eşitliği yazabiliriz.

$$z_1 - z_2 = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2$$

ve

$$Q_1 = Q_2 + Q$$

eşitliklerinin birleşiminden

$$z_1 - z_2 = Q_2^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_2 \cdot L_2) + 2 \cdot Q \cdot Q_2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q^2 \cdot K_1 \cdot L_1$$

eşitliği elde edilir.

$$D_2 = 20 \text{ cm}$$

$$L_2 = 200 \text{ m}$$

$$K_2 = 11,571$$

$$D_1 = 12 \text{ cm}$$

$$L_1 = 1000 \text{ m}$$

$$K_1 = 160,01$$

olduğu için

$$162 \cdot 324,2 \cdot Q_2^2 + 3200,2 \cdot Q_2 - 13,999 = 0$$

eşitliği yazılabilir. Bu eşitlikten

$$Q_2 = 0,0037 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

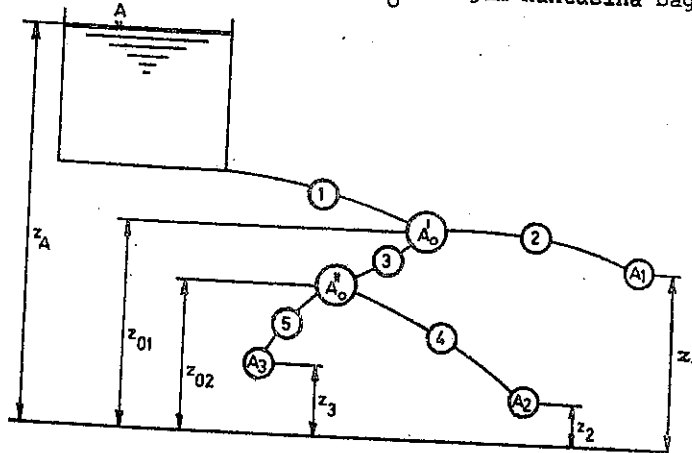
bulunur.

$$Q_1 = Q_2 + Q = 0,0037 + 0,01 = 0,0137 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_1 = 0,0137 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

10. 5. PROBLEM

(Şekil - 10.13)'te, bir su haznesinin beslediği kollara ayrılarak bir boru ağı görülmektedir. Hazneyi (A_0') düğüm noktasına bağlayan boru



(Şekil - 10.13)

ının uzunluğu ($L_1 = 100 \text{ m}$), çapı ($D_1 = 30 \text{ cm}$), (A_0') düğüm noktasını (A_1) noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu ($L_2 = 100 \text{ m}$), çapı ($D_2 = 20 \text{ cm}$), düğüm noktasını (A_0'') düğüm noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu ($L_3 = 50 \text{ m}$), çapı ($D_3 = 20 \text{ cm}$), (A_0''') düğüm noktasını (A_2) uc noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu ($L_4 = 100 \text{ m}$), çapı ($D_4 = 10 \text{ cm}$) ve (A_0'''') düğüm noktasını (A_3) uc noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu ($L_5 = 50 \text{ m}$), çapı ($D_5 = 10 \text{ cm}$)'dir. (A_0') düğüm noktasına değgin yük farkı ($h_{01} = 50 \text{ m}$), (A_0'') düğüm noktasına değgin yük farkı ($h_{02} = 60 \text{ m}$), (A_0''') düğüm noktasına değgin yük farkı ($h_1 = 60 \text{ m}$), (A_2) uc noktasına değgin yük farkı ($h_1 = 60 \text{ m}$), (A_2) uc noktasına değgin yük farkı ($h_2 = 80 \text{ m}$) ve (A_3) uc noktasına değgin yük farkı da ($h_3 = 100 \text{ m}$) olduğuna göre kolların debisini ve kollardaki ortalama akım hızını hesaplayınız.

10. 5. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Kolların debisini (Q_1), (Q_2), (Q_3), (Q_4) ve (Q_5) ile gösterelim. Bu durumda Süreklilik Denklemlerini şu şekilde yazabiliriz :

$$Q_3 = Q_4 + Q_5$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_4 + Q_5$$

Şimdi (A) noktası ile düğüm ve uç noktalarının sınırladıkları aralıklarda akım çizgisi boyunca Bernoulli Denklemi uygulayalım. (A) noktası ile düğüm ve uç noktalarının sınırladıkları aralıkta akım çizgisi boyunca Bernoulli Denklemi uygulayacak olursak şu eşitlikleri elde ederiz:

$$(I) z_A - \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} + z_1 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) +$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2)$$

$$(2) z_A - \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_{m4}^2}{2.g} + z_2 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \sum \theta_3) + Q_4^2 \cdot (K_4 \cdot L_4 + K_4' \cdot \sum \theta_4)$$

$$(3) z_A - \left(\frac{P_3}{\gamma} + \frac{U_{m5}^2}{2.g} + z_3 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \sum \theta_3) + Q_5^2 \cdot (K_5 \cdot L_5 + K_5' \cdot \sum \theta_5)$$

$$(4) z_A - \left(\frac{P_{o1}}{\gamma} + \frac{U_{m1}^2}{2.g} + z_{o1} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1)$$

$$(5) z_A - \left(\frac{P_{o2}}{\gamma} + \frac{U_{m3}^2}{2.g} + z_{o2} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \sum \theta_3)$$

$$D_1 = 30 \text{ cm} \quad L_1 = 100 \text{ m} \quad K_1 = 1,4677 \quad K_1' = 10,202$$

$$D_2 = 20 \text{ cm} \quad L_2 = 100 \text{ m} \quad K_2 = 11,571 \quad K_2' = 51,649$$

$$D_3 = 20 \text{ cm} \quad L_3 = 50 \text{ m} \quad K_3 = 11,571 \quad K_3' = 51,649$$

$$D_4 = 10 \text{ cm} \quad L_4 = 100 \text{ m} \quad K_4 = 412,42 \quad K_4' = 826,38$$

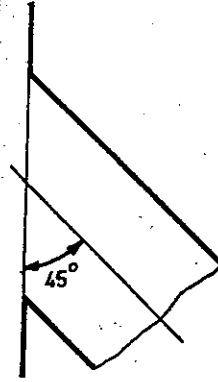
$$D_5 = 10 \text{ cm} \quad L_5 = 50 \text{ m} \quad K_5 = 412,42 \quad K_5' = 826,38$$

Hazneden çıkışta yersel yük kaybı katsayısı

$$\theta_1' = 0,5 + 0,3 \cdot \cos \alpha + 0,2 \cdot \cos^2 \alpha$$

deşitliğinden yararlanılarak hesaplanır.

$$\alpha = 45^\circ$$



(Şekil - 10.14)

Bir akımı ikiye ayıran çatallarda ($\alpha = 90^\circ$) olduğu için yersel yük kaybı katsayısını (θ_2') ve üçüncü kol için yersel yük kaybı katsayısını da (θ_3') ile gösterecek olursak

$$\theta_2' = \theta_3' = 0,5$$

deşitliklerini yazabiliriz.

$$\sum \theta_2 = \sum \theta_3 = \theta_2' = \theta_3' = 0,5$$

Bir akımı ikiye ayıran çatallarda ($\alpha = 45^\circ$) olduğu için yersel yük kaybı katsayısı

(0.25) alınır. Dördüncü kol için yersel yük kaybı katsayısını (θ_4') ve beşinci kol için yersel yük kaybı katsayısını da (θ_5') ile gösterecek olursak

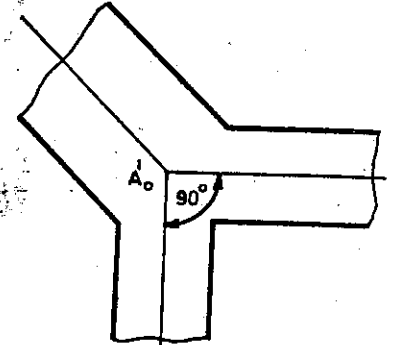
$$\theta_4' = \theta_5' = 0,25$$

deşitliklerini yazabiliriz.

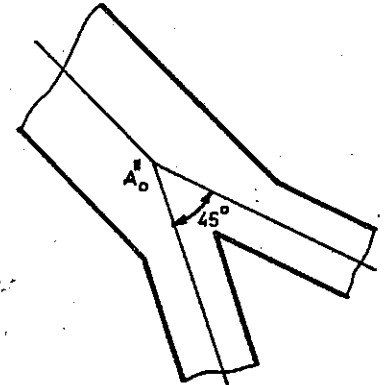
$$\sum \theta_4 = \sum \theta_5 = \theta_4' = \theta_5' = 0,25$$

$$\theta_1' = 0,5 + 0,3 \cdot \cos 45^\circ + 0,2 \cdot \cos^2 45^\circ = 0,821$$

$$\sum \theta_1 = \theta_1' = 0,821$$



(Şekil - 10.15)



(Şekil - 10.16)

$$z_A - \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_{m2}^2}{2 \cdot g} + z_1 \right) = 60 \text{ m}$$

$$z_A - \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_{m4}^2}{2 \cdot g} + z_2 \right) = 80 \text{ m}$$

$$z_A - \left(\frac{P_{31}}{\gamma} + \frac{U_{m5}^2}{2 \cdot g} + z_3 \right) = 100 \text{ m}$$

$$z_A - \left(\frac{P_{01}}{\gamma} + \frac{U_{m1}^2}{2 \cdot g} + z_{01} \right) = 50 \text{ m}$$

$$z_A - \left(\frac{P_{02}}{\gamma} + \frac{U_{m3}^2}{2 \cdot g} + z_{02} \right) = 60 \text{ m}$$

$$(4) \quad z_A - \left(\frac{P_{01}}{\gamma} + \frac{U_{m1}^2}{2 \cdot g} + z_{01} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1')$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{50}{K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \theta_1}} = \sqrt{\frac{50}{(1,4677 \cdot 100 + 10,202 \cdot 0,821)}}$$

$$Q_1 = 0,5676 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$(I) \quad z_A - \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_{m2}^2}{2 \cdot g} + z_1 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \Sigma \theta_2)$$

$$100 - Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \Sigma \theta_2)$$

$$(5) \quad z_A - \left(\frac{P_{02}}{\gamma} + \frac{U_{m3}^2}{2 \cdot g} + z_{02} \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \Sigma \theta_3)$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \Sigma \theta_3)$$

$$Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \Sigma \theta_2) = Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \Sigma \theta_3)$$

$$\frac{Q_2}{Q_3} = \sqrt{\frac{(K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \Sigma \theta_3)}{(K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \Sigma \theta_2)}} = \sqrt{\frac{(11,571 \cdot 50 + 51,649 \cdot 0,5)}{(11,571 \cdot 100 + 51,649 \cdot 0,5)}}$$

$$\frac{Q_2}{Q_3} = 0,7168$$

$$Q_2 + Q_3$$

$$0,5676 = Q_2 + Q_3 = 0,7168 \cdot Q_3 + Q_3 = 1,7168 \cdot Q_3$$

$$= 0,3306 \text{ m}^3$$

$$Q_1 - Q_3 = 0,5676 - 0,3306 = 0,237 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_2 = 0,237 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$(2) \quad z_A - \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_{m4}^2}{2 \cdot g} + z_2 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \Sigma \theta_3) + Q_4^2 \cdot (K_4 \cdot L_4 + K_4' \cdot \Sigma \theta_4)$$

$$100 = Q_4^2 \cdot (K_4 \cdot L_4 + K_4' \cdot \Sigma \theta_4)$$

$$(3) \quad z_A - \left(\frac{P_3}{\gamma} + \frac{U_{m5}^2}{2 \cdot g} + z_3 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \Sigma \theta_1) +$$

$$Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \Sigma \theta_3) + Q_5^2 \cdot (K_5 \cdot L_5 + K_5' \cdot \Sigma \theta_5)$$

$$40 = Q_5^2 \cdot (K_5 \cdot L_5 + K_5' \cdot \sum \theta_5)$$

$$\frac{Q_4}{Q_5} = \sqrt{\frac{(K_5 \cdot L_5 + K_5' \cdot \sum \theta_5)}{2 \cdot (K_4 \cdot L_4 + K_4' \cdot \sum \theta_4)}} = \sqrt{\frac{(412,42 \cdot 50 + 826,38)}{2 \cdot (412,42 \cdot 100 + 826,38)}}$$

$$\frac{Q_4}{Q_5} = 0,5013$$

$$Q_3 = Q_4 + Q_5$$

$$0,3306 = Q_4 + Q_5 = 0,5013 \cdot Q_5 + Q_5 = 1,5013 \cdot Q_5$$

$$Q_5 = 0,2202 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_4 = Q_3 - Q_5 = 0,3306 - 0,2202 = 0,1104 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_4 = 0,1104 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$S_1 = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 30^2}{4} = 706,858 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = 706,858 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m1} = \frac{Q_1}{S_1} = \frac{0,5676}{706,858 \cdot 10^{-4}} = 8,03 \text{ m / sn}$$

$$U_{m1} = 8,03 \text{ m / sn}$$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 20^2}{4} = 314 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 314 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m2} = \frac{Q_2}{S_2} = \frac{0,237}{314 \cdot 10^{-4}} = 7,54 \text{ m / sn}$$

$$U_{m2} = 7,54 \text{ m / sn}$$

$$S_3 = \frac{\pi \cdot D_3^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 20^2}{4} = 314 \text{ cm}^2$$

$$S_3 = 314 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m3} = \frac{Q_3}{S_3} = \frac{0,3306}{314 \cdot 10^{-4}} = 10,52 \text{ m / sn}$$

$$U_{m3} = 10,52 \text{ m / sn}$$

$$S_4 = \frac{\pi \cdot D_4^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 10^2}{4} = 78,53 \text{ cm}^2$$

$$S_4 = 78,53 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m4} = \frac{Q_4}{S_4} = \frac{0,1104}{78,53 \cdot 10^{-4}} = 16,06 \text{ m / sn}$$

$$U_{m4} = 16,06 \text{ m / sn}$$

$$S_5 = \frac{\pi \cdot D_5^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 10^2}{4} = 78,53 \text{ cm}^2$$

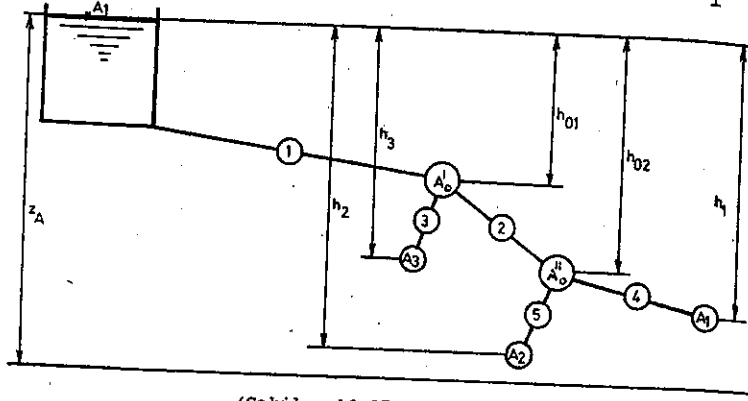
$$S_5 = 78,53 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m5} = \frac{Q_5}{S_5} = \frac{0,2202}{78,53 \cdot 10^{-4}} = 28,04 \text{ m / sn}$$

$$U_{m5} = 28,04 \text{ m / sn}$$

10. 6. PROBLEM

(Şekil - 10.17)'de kollara ayrılan bir boru ağı ve bu boru ağ besleyen sabit seviyeli bir hazne görülmektedir. Hazneyi (A₀) düğüm noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu (L₁= 200 m), çapı (D₁= 40



(Şekil - 10.17)

debisi (Q₁= 0,6282 m³ / sn), (A₀) düğüm noktasını (A₁) uc noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu (L₂= 100 m), çapı (D₂= 20 cm), debisi (Q₂= 0,2094 m³ / sn), (A₀) düğüm noktasını (A₀'') düğüm noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu (L₃= 50 m), çapı (D₃= 30 cm), debisi (Q₃= 0,4188 m³ / sn), (A₀'') düğüm noktasını (A₂) uc noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu (L₄= 50 m), çapı (D₄= 20 cm), debisi (Q₄= 0,3141 m³ / sn) ve (A₀'') düğüm noktasını (A₃) uc noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu (L₅= 100 m), çapı (D₅= 15 cm) ve debisi de (Q₅= 0,1047 m³/sn) olduğuna göre düğüm ve uc noktaları ile sıvının serbest yüzü üzerinde alınan (A) noktası arasındaki yük farklarını hesaplayınız.

10. 6. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Düğüm ve uc noktaları ile sıvının serbest yüzü üzerinde alınan (A)

arasındaki yük farklarını hesaplayabilmek için düğüm ve uc noktaları (A) noktasının sınırladıkları aralıklarda akım çizgisi boyunca enerji Denklemi uygulamak gerekir.

$$h_1 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2) + Q_4^2 \cdot (K_4 \cdot L_4 + K_4' \cdot \sum \theta_4)$$

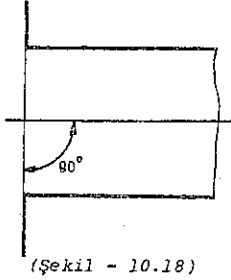
$$h_2 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2) + Q_5^2 \cdot (K_5 \cdot L_5 + K_5' \cdot \sum \theta_5)$$

$$h_3 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \sum \theta_3)$$

$$h_{01} = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1)$$

$$h_{02} = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2)$$

1 = 40 cm	L ₁ = 200 m	K ₁ = 0,37433	K ₁ ' = 3,2281
2 = 20 cm	L ₂ = 100 m	K ₂ = 11,571	K ₂ ' = 51,649
3 = 30 cm	L ₃ = 50 m	K ₃ = 1,4677	K ₃ ' = 10,202
4 = 20 cm	L ₄ = 50 m	K ₄ = 11,571	K ₄ ' = 51,649
5 = 15 cm	L ₅ = 100 m	K ₅ = 50,639	K ₅ ' = 163,24



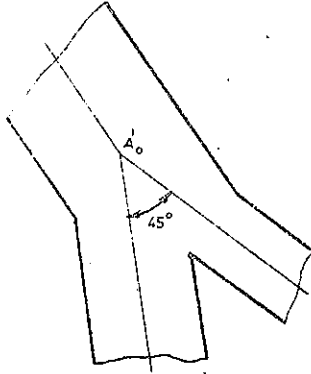
(Şekil - 10.18)

Hazneden çıkışta yersel yük kaybı katsayısı (0,5) alınır. Haznedeki yersel yük kaybı katsayısını (θ_1') ile

$$\theta_1' = 0,5$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$\sum \theta_1 = \theta_1' = 0,5$$



(Şekil - 10.19)

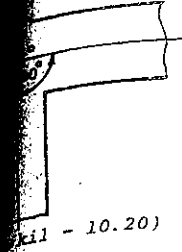
Bir akımı ikiye ayıran çatallı olursa yersel yük kaybı katsayısı ikinci kolda yersel yük kaybı katsayısı ve üçüncü kolda yersel yük kaybı katsayısı ile gösterecek olursa

$$\theta_2' = 0,25$$

$$\theta_3' = 0,25$$

eşitliklerini yazabiliriz.

$$\sum \theta_2 = \sum \theta_3 = \theta_2' = \theta_3' = 0,25$$



(Şekil - 10.20)

Bir akımı ikiye ayıran çatalda yersel yük kaybı katsayısı ($\alpha=90^\circ$) olduğu için (0,5) alınır. Dördüncü kolda yersel yük kaybı katsayısının (θ_4'), beşinci kolda yersel yük kaybı katsayısını da (θ_5') ile gösterecek olursak

$$\theta_4' = 0,5$$

$$\theta_5' = 0,5$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$\theta_5 = \theta_4' = \theta_5' = 0,5$$

$$(K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) = (0,6282)^2 \cdot (0,37433 \cdot 200 + 3,2281 \cdot 0,5)$$

$$= 156 \text{ m}$$

$$(K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2) = 30,156 +$$

$$(2094)^2 \cdot (11,571 \cdot 100 + 51,649 \cdot 0,25) = 81,402 \text{ m}$$

$$= 1,402 \text{ m}$$

$$(K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2) +$$

$$(K_4 \cdot L_4 + K_4' \cdot \sum \theta_4) = 81,402 + (0,3141)^2 \cdot (11,571 \cdot 50 + 51,649 \cdot 0,5) = 140,994 \text{ m}$$

$$= 140,994 \text{ m}$$

$$Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \sum \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \sum \theta_2) +$$

$$Q_5^2 \cdot (K_5 \cdot L_5 + K_5' \cdot \sum \theta_5) = 81,402 + (0,1047)^2 \cdot (50,639 \cdot 100 + 51,649 \cdot 0,5) = 136,962 \text{ m}$$

$$= 136,962$$

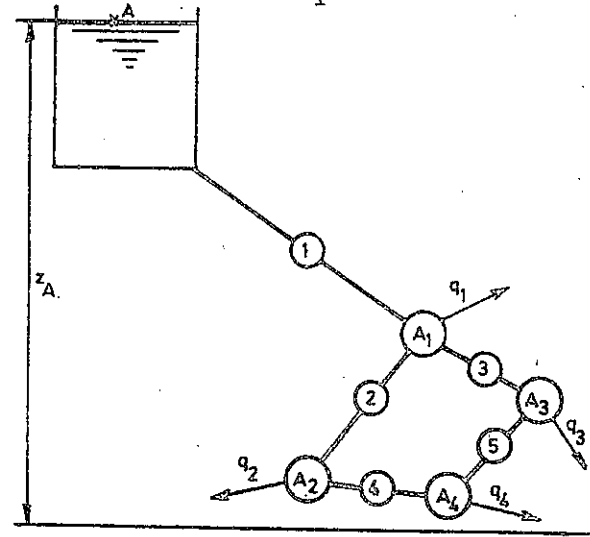
$$h_3 = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \Sigma \theta_1) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \Sigma \theta_3) = 30,15$$

$$(0,4188)^2 \cdot (1,4677 \cdot 50 + 10,202 \cdot 0,25) = 43,261 \text{ m}$$

$$h_3 = 43,261$$

10. 7. PROBLEM

(Şekil - 10.21)'de bir su haznesinin beslediği bir kapalı boru görülmektedir. Hazneyi (A₁) düğüm noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu



(Şekil - 10.21)

(L₁ = 200 m), çapı (D₁ = 15 cm), (A₁) ve (A₂) düğüm noktalarını birbirine bağlayan boru hattının uzunluğu (L₂ = 50m) çapı (D₂ = 15 cm) ve (A₃) düğüm noktalarını birbirine bağlayan boru hattının uzunluğu (L₃ = 20 m) çapı (D₃ = 10cm), (A₂) ve (A₄) düğüm noktalarını birbirine bağlayan boru hattının uzunluğu (L₄ = 10 m) çapı (D₄ = 8 cm), (A₃) ve (A₄) düğüm noktalarını birbirine bağlayan boru hattının da uzunluğu (L₅ = 10 m) çapı (D₅ = 6 cm) dir. (A₁) düğüm noktasında alınan debi (q₁ = 0,314 m³ / sn), (A₂) düğüm noktasında alınan debi (q₂ = 0,2345 m³ / sn), (A₃) düğüm noktasında alınan debi (q₃ = 0,157 m³ / sn), (A₄) düğüm noktasında alınan debi de (q₄ = 0,0785 m³ / sn) olduğuna göre, kolların debisini, kollarındaki akım hızını ve düğüm noktalarına değgin yük farkını hesaplayınız.

10. 7. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Haznede bulunan suyun serbest yüzü üzerinde alınan (A) noktası düğüm noktalarının sınırladıkları aralıklarda akım çizgisi boyunca Bernoulli Denklemini uygulayacak olursak şu eşitlikleri elde ederiz:

$$(1) \quad z_A - \left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \Sigma \theta_1)$$

$$(2) \quad z_A - \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \Sigma \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \Sigma \theta_2)$$

$$(3) \quad z_A - \left(\frac{P_3}{\gamma} + z_3 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \Sigma \theta_1) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \Sigma \theta_3)$$

$$(4) \quad z_A - \left(\frac{P_4}{\gamma} + z_4 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \Sigma \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \Sigma \theta_2) + Q_3^2 \cdot (K_3 \cdot L_3 + K_3' \cdot \Sigma \theta_3) + Q_5^2 \cdot (K_5 \cdot L_5 + K_5' \cdot \Sigma \theta_5)$$

$$(5) \quad z_A - \left(\frac{P_4}{\gamma} + z_4 \right) = Q_1^2 \cdot (K_1 \cdot L_1 + K_1' \cdot \Sigma \theta_1) + Q_2^2 \cdot (K_2 \cdot L_2 + K_2' \cdot \Sigma \theta_2) + Q_4^2 \cdot (K_4 \cdot L_4 + K_4' \cdot \Sigma \theta_4)$$

Diğer yandan süreklilik kuralına göre şu denklemleri yazabiliriz:

$$(6) \quad Q_1 = q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$(7) \quad Q_2 = q_2 + Q_4$$

$$(8) \quad Q_3 = q_3 + Q_5$$

$$(9) \quad q_4 = Q_4 + Q_5$$

(5) kolun debisi ile (4) düğüm noktasına değgin yük fa
içeren (9) denklem vardır. Bu nedenle problem çözümlenebilir.
yük kayıpları sürekli yük kayıpları yanında ihmâl edilebilecek
küçük olduklarından bu tür problemlerin çözümünde genellikle, gö
bulundurulmazlar . Bu durumda (I), (2), (3), (4) ve (5) numaralı
leri şu şekilde yazabiliriz :

$$(1a) \quad z_A - \left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1$$

$$(2a) \quad z_A - \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2$$

$$(3a) \quad z_A - \left(\frac{P_3}{\gamma} + z_3 \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_3^2 \cdot K_3 \cdot L_3$$

$$(4a) \quad z_A - \left(\frac{P_4}{\gamma} + z_4 \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_3^2 \cdot K_3 \cdot L_3 + Q_5^2 \cdot K_5 \cdot L_5$$

$$(5a) \quad z_A - \left(\frac{P_4}{\gamma} + z_4 \right) = Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2 + Q_4^2 \cdot K_4 \cdot L_4$$

$D_1 = 20 \text{ cm}$	$L_1 = 200 \text{ m}$	$K_1 = 11,571$
$D_2 = 15 \text{ cm}$	$L_2 = 50 \text{ m}$	$K_2 = 50,639$
$D_3 = 10 \text{ cm}$	$L_3 = 20 \text{ m}$	$K_3 = 412,42$
$D_4 = 8 \text{ cm}$	$L_4 = 10 \text{ m}$	$K_4 = 1321,9$
$D_5 = 6 \text{ cm}$	$L_5 = 10 \text{ m}$	$K_5 = 6021$

$$z_A - \left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) = h_1$$

$$z_A - \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = h_2$$

$$z_A - \left(\frac{P_3}{\gamma} + z_3 \right) = h_3$$

$$z_A - \left(\frac{P_3}{\gamma} + z_3 \right) = h_3$$

$$z_A - \left(\frac{P_4}{\gamma} + z_4 \right) = h_4$$

$$Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 = Q_1^2 \cdot 11,571 \cdot 200 = 2314,2 \cdot Q_1^2$$

$$(1b) \quad h_1 = 2314,2 \cdot Q_1^2$$

$$Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_2^2 \cdot K_2 \cdot L_2 = 2314,2 \cdot Q_1^2 + 50,639 \cdot 50 \cdot Q_2^2$$

$$(2b) \quad h_2 = 2314,2 \cdot Q_1^2 + 2531,94 \cdot Q_2^2$$

$$Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_3^2 \cdot K_3 \cdot L_3 = 2314,2 \cdot Q_1^2 + 412,42 \cdot 20 \cdot Q_3^2$$

$$(3b) \quad h_3 = 2314,2 \cdot Q_1^2 + 8248,4 \cdot Q_3^2$$

$$Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_3^2 \cdot K_3 \cdot L_3 + Q_5^2 \cdot K_5 \cdot L_5 = 2314,2 \cdot Q_1^2 + 8248,4 \cdot Q_3^2 +$$

$$6021 \cdot 10 \cdot Q_5^2$$

$$(4b) \quad h_4 = 2314,2 \cdot Q_1^2 + 8248,4 \cdot Q_3^2 + 60210 \cdot Q_5^2$$

$$Q_1^2 \cdot K_1 \cdot L_1 + Q_3^2 \cdot K_3 \cdot L_3 + Q_4^2 \cdot K_4 \cdot L_4 = 2314,2 \cdot Q_1^2 + 2531,94 \cdot Q_2^2 +$$

$$1321,9 \cdot 10 \cdot Q_4^2$$

$$(5b) \quad h_5 = 2314,2 \cdot Q_1^2 + 2531,94 \cdot Q_2^2 + 13219 \cdot Q_4^2$$

(4b) ve (5b) numaralı denklemlerin birleşimini yapacak olur-
ak (10) numaralı denklemi elde ederiz.

$$(10) \quad 8248,4 \cdot Q_3^2 + 60210 \cdot Q_5^2 = 2531,94 \cdot Q_2^2 + 13219 \cdot Q_4^2$$

(8) ve (9) numaralı denklemlerin birleşiminden de (11) numaralı
denklem elde edilir.

$$(II) Q_3 = q_3 + q_4 - Q_4$$

(9), (10) ve (II) numaralı denklemlerin birleşimini yaparsak ikinci dereceden bir bilinmeyenli (I2) numaralı denkleme ulaşırız.

$$(I2) 54707,46 \cdot Q_4^2 - 14361,79 \cdot Q_4 + 942,4 = 0$$

İkinci dereceden bir bilinmeyenli (I2) numaralı denklemin çözümünde diskriminantın sıfıra çok yakın olduğu görülür. Diskriminantı sıfıra eşit kabul edersek kökler reel ve eşit olurlar. Bu durumda

$$Q_4 = 0,1034 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

bulunur. Şimdi (9) numaralı denklemde (Q_4)'ün değerini yerine koyarsak

$$(9) Q_5 = q_4 - Q_4 = 0,0785 - 0,1034 = -0,0249 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_5 = -0,0249 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

Sonucun negatif çıkması, (A_4) ve (A_3) düğüm noktalarını birbirine bağlayan (5) numaralı boru hattında akım yönünün ters alındığını gösterir.

$$(8) Q_3 = q_3 + Q_5 = 0,157 + 0,0249 = 0,1321 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_3 = 0,1321 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$(7) Q_2 = q_2 + Q_4 = 0,2345 + 0,1034 = 0,3379 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_2 = 0,3379 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$(6) Q_1 = q_1 + Q_2 + Q_3 = 0,314 + 0,3379 + 0,1321 = 0,784 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q_1 = 0,784 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$h_1 = 2314,2 \cdot Q_1^2 = 1421,8188 \text{ m}$$

$$h_1 = 1421,8188 \text{ m}$$

$$h_2 = 2314,2 \cdot Q_1^2 + 2531,94 \cdot Q_2^2 = 1421,8188 + 2531,94 \cdot Q_2^2 = 1711,0017 \text{ m}$$

$$h_2 = 1711,0017 \text{ m}$$

$$h_3 = 2314,2 \cdot Q_1^2 + 8248,4 \cdot Q_3^2 = 1421,8188 + 8248,4 \cdot Q_3^2 = 1565,5389 \text{ m}$$

$$1565,5389 \text{ m}$$

$$2314,2 \cdot Q_1^2 + 2531,94 \cdot Q_2^2 + 13219 \cdot Q_4^2 = h_2 + 13219 \cdot Q_4^2 = 1842,242 \text{ m}$$

$$1842,242 \text{ m}$$

$$\frac{\pi \cdot D_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 20^2}{4} = 314 \text{ cm}^2$$

$$314 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$u_1 = \frac{Q_1}{S_1} = \frac{0,784}{314 \cdot 10^{-4}} = 24,97 \text{ m / sn}$$

$$u_1 = 24,97 \text{ m / sn}$$

$$\frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 15^2}{4} = 176,715 \text{ cm}^2$$

$$176,715 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$u_2 = \frac{Q_2}{S_2} = \frac{0,3379}{176,715 \cdot 10^{-4}} = 19,12 \text{ m / sn}$$

$$u_2 = 19,12 \text{ m / sn}$$

$$\frac{\pi \cdot D_3^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 10^2}{4} = 78,5398 \text{ cm}^2$$

$$78,5398 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$u_3 = \frac{Q_3}{S_3} = \frac{0,1321}{78,5398 \cdot 10^{-4}} = 16,82 \text{ m / sn}$$

$$U_{m3} = 16,82 \text{ m / sn}$$

$$S_4 = \frac{\pi \cdot D_4^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 8^2}{4} = 50,2655 \text{ cm}^2$$

$$S_4 = 50,2655 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m4} = \frac{Q_4}{S_4} = \frac{0,1034}{50,2655 \cdot 10^{-4}} = 20,57 \text{ m / sn}$$

$$U_{m4} = 20,57 \text{ m / sn}$$

$$S_5 = \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 6^2}{4} = 28,2745 \text{ cm}^2$$

$$S_5 = 28,2745 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m5} = \frac{Q_5}{S_5} = \frac{0,0249}{28,2745 \cdot 10^{-4}} = 8,8 \text{ m / sn}$$

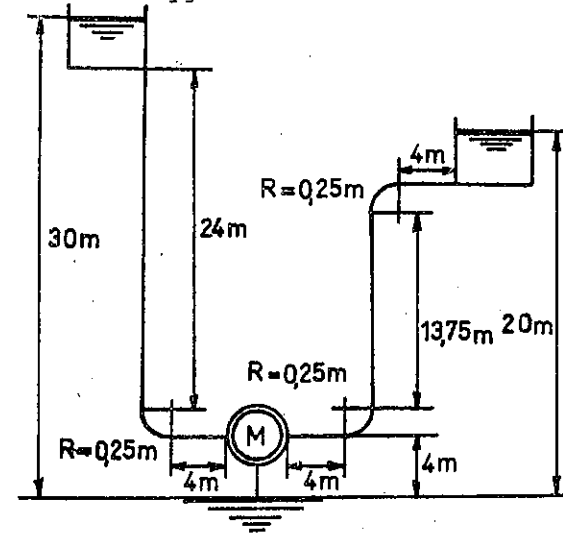
$$U_{m5} = 8,8 \text{ m / sn}$$

10. 8. PROBLEM

(Şekil - 10.22)'de, sabit seviyeli iki hazneyi besleyen bir tulumba görülmektedir. Tulumba, birinci hazneye saniyede (200 dm³) su bastırır. Tulumbayı birinci hazneye bağlayan boru hattının çapı (100 mm) ikinci hazneye bağlayan boru hattının çapı da (200 mm)'dir. Birinci boru hattı üzerinde (90°)'lik bir dirsek, ikinci boru hattı üzerinde (90°)'lik iki dirsek bulunmaktadır. Buna göre, tulumbanın ikinci hazneye bastığı su miktarını, debisini ve (B.B.) olarak gücünü hesaplayınız.

10. 8. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Önce, tulumbayı birinci hazneye bağlayan boru hattındaki toplam enerji kaybı bulunur. Bunun için (M) ve (A₁) noktalarının sınırladıkları bölgeye Bernoulli Teoremi uygulanır.



(Şekil - 10.22)

$$\left(\frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2 \cdot g} + z \right)_M - \left(\frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2 \cdot g} + z \right)_{A_1} = Q_1^2 \sum (K_1 \cdot L + K_1' \cdot \theta)$$

$$\left(\frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2 \cdot g} + z \right)_M - \left(\frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2 \cdot g} + z \right)_{A_1} = \Delta h_{MA_1}$$

$$\Delta h_{MA_1} = Q_1^2 \sum (K_1 \cdot L + K_1' \cdot \theta)$$

$$\sum (K_1 \cdot L + K_1' \cdot \theta) = \sum K_1 \cdot L + \sum K_1' \cdot \theta = K_1 \cdot \sum L + K_1' \cdot \sum \theta$$

$$\sum L = l_1 = 24 \text{ m}$$

$$\sum \theta = \theta_1 + \theta_2$$

θ_1 = eğrisel dirsekte yersel yük kaybı katsayısı

θ_2 = hazneye girişte yersel yük kaybı katsayısı

Eğrisel dirsekte yersel yük kaybının hesaplanmasında, bir
gibi, Weisbach Formülünden yararlanılır.

$$D_1 = 100 \text{ mm}$$

$$R = 250 \text{ mm}$$

$$\beta = 90^\circ$$

$$\theta_1 = \frac{\beta}{90^\circ} \cdot \left[0,131 + 0,163 \cdot \left(\frac{D_1}{R} \right)^{3,5} \right] = 0,131 + 0,163 \cdot \left(\frac{100}{250} \right)^{3,5}$$

$$\theta_1 = 0,136$$

$$\theta_2 = 1$$

$$\Sigma \theta = \theta_1 + \theta_2 = 0,136 + 1 = 1,136$$

$$\Sigma \theta = 1,136$$

$$K_1 = 412,42$$

$$K_1' = 826,38$$

$$\Sigma (K_1 \cdot L + K_1' \cdot \theta) = 412,42 \cdot 24 + 826,38 \cdot 1,136 = 10836,847$$

$$Q_1 = 0,02 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$\Delta h_{MA_1} = Q_1^2 \cdot \Sigma (K_1 \cdot L + K_1' \cdot \theta) = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 10836,847 = 4,334 \text{ m}$$

$$\Delta h_{MA_1} = 4,334 \text{ m}$$

(M) noktasının piyezometre kotu

$$\left(\frac{P}{\gamma} + z \right)_M - \left(\frac{P}{\gamma} + z \right)_{A_1} = \Delta h_{MA_1}$$

eşitliğinden yararlanılarak bulunur. Bu durumda (M) noktasının piyezo-

$$\left(\frac{P}{\gamma} + z \right)_M = \left(\frac{P}{\gamma} + z \right)_{A_1} + h_{MA_1} = 30 + 4,334 = 34,334 \text{ m}$$

(A₂) noktasının piyezometre kotu, (M) noktasının piyezometre kotu,
Eylümbayı ikinci hazneye bağlayan boru hattındaki toplam yük kaybı-
farkına eşittir.

$$\left(\frac{P}{\gamma} + z \right)_{A_2} = \left(\frac{P}{\gamma} + z \right)_M - \Delta h_{MA_2}$$

$$\Delta h_{MA_2} = \left(\frac{P}{\gamma} + z \right)_M - \left(\frac{P}{\gamma} + z \right)_{A_2} = 34,334 - 20 = 14,334 \text{ m}$$

$$\Delta h_{MA_2} = 14,334 \text{ m}$$

Bundan sonra (Q₂),

$$\Delta h_{MA_2} = Q_2^2 \cdot \Sigma (K_2 \cdot L + K_2' \cdot \theta)$$

eşitliğinden yararlanılarak bulunur.

$$\Sigma (K_2 \cdot L + K_2' \cdot \theta) = \Sigma K_2 \cdot L + \Sigma K_2' \cdot \theta = K_2 \cdot \Sigma L + K_2' \cdot \Sigma \theta$$

$$\Sigma L = l_2 + l_3 = 13,75 + 4 = 17,75 \text{ m}$$

$$\Sigma \theta = \theta_1' + \theta_2' + \theta_3'$$

$$\theta_1' = \theta_2'$$

θ_1' = eğrisel dirsekte yersel yük kaybı katsayısı

θ_3' = hazneye girişte yersel yük kaybı katsayısı

$$\theta_1' = \frac{\beta}{90^\circ} \cdot \left[0,13 + 0,163 \cdot \left(\frac{D_2}{R} \right)^{3,5} \right] = 0,131 + 0,163 \cdot \left(\frac{200}{250} \right)^{3,5} = 0,202$$

$$\theta_1' = 0,202$$

$$\theta_3 = 1$$

$$\Sigma \theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 2 \cdot 0,202 + 1 = 1,404$$

$$\Sigma \theta = 1,404$$

$$K_2 = 11,571$$

$$K_2' = 51,649$$

$$\Sigma (K_2 \cdot L + K_2' \cdot \theta) = 11,571 \cdot 17,75 + 51,649 \cdot 1,404 = 277,898$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{h_{MA2}}{(K_2 \cdot L + K_2' \cdot \theta)}} = \sqrt{\frac{14,334}{277,898}} = 0,2278$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0,200 + 0,2278 = 0,4278 \text{ m}^3 / \text{sn.}$$

$$Q = 0,4278 \text{ m}^3 / \text{sn.}$$

$$N = N_1 + N_2 = \frac{Q_1 \cdot \gamma \cdot h_{m1}}{75} + \frac{Q_2 \cdot \gamma \cdot h_{m2}}{75} = \frac{\gamma}{75} \cdot (Q_1 \cdot h_{m1} + Q_2 \cdot h_{m2})$$

$$N = \frac{\gamma}{75} \cdot (Q_1 \cdot h_{m1} + Q_2 \cdot h_{m2})$$

$$h_{m1} = 30 + 4,334 = 34,334 \text{ m}$$

$$h_{m1} = 34,334 \text{ m}$$

$$h_{m2} = 20 + 14,334 = 34,334 \text{ m}$$

$$h_{m2} = 34,334 \text{ m}$$

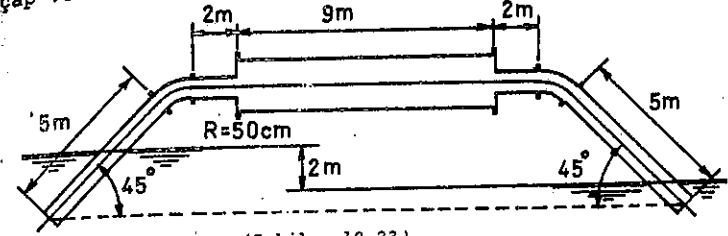
$$N = \frac{\gamma \cdot h_m}{75} \cdot (Q_1 + Q_2) = \frac{10^3 \cdot 34,334 \cdot 0,4278}{75} = 128,5 \text{ B.B.}$$

$$N = 128,5 \text{ B.B.}$$

SÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

10. 1. PROBLEM

(Şekil - 10.23)'te, aralarında (2 m)'lik seviye farkı bulunan seviyeli iki hazneyi birbirine bağlayan bir sifon görülmektedir. Sifonun çap ve uzunlukları farklı borulardan oluşmuştur. Birinci ve üçüncü

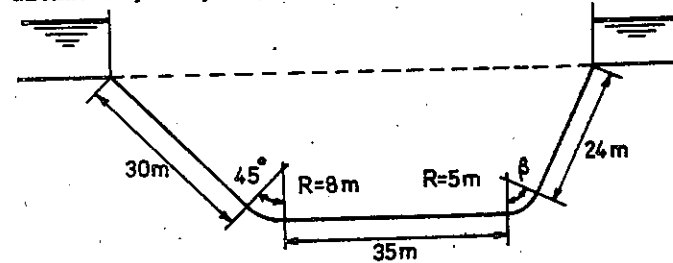


(Şekil - 10.23)

boruların çapı (100 mm), ikinci kesimin çapı da (500 mm)'dir. Sifonun yük çizgisini bulunuz ve yük çizgisi ile piyezometre çizgisini çiziniz.

10. 2. PROBLEM

Bir galeriden diğer bir galeriye (Şekil - 10.24)'de görüldüğü gibi, nehrin altına döşenmiş olan boru hattı ile su gönderilmektedir. Boru



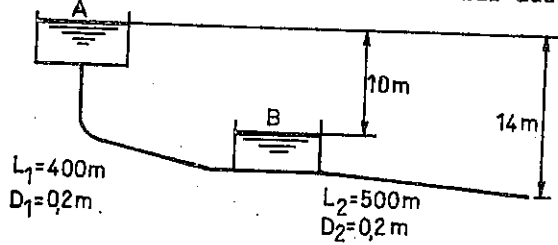
(Şekil - 10.24)

hattını çapı (1,5 m) olan fonttan yapılmış borular oluşturmakta ve boru hattı üzerinde de iki dirsek bulunmaktadır. Boru hattının en büyük debisi (4 m³ / sn)'dir. Borulardaki ortalama akım hızı giriş ve çıkış galerilerindeki akım hızının 2 katına eşit olduğuna göre, boru hattının giriş ve çıkışı arasında oluşan yük kaybını hesaplayınız ve yük çizgisi ile

Piyezometre çizgisini çiziniz.

10. 3. PROBLEM

(Şekil - 10.25)'de, uzunluğu (400 m) ve çapı da (0,2 m) boru hattının birbirine bağladığı sabit seviyeli (A) haznesi ile sabit seviyeli (B) haznesinin oluşturdukları bir düzen görülmektedir.

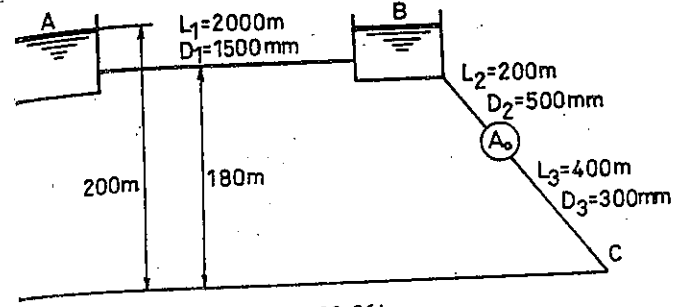


(Şekil - 10.25)

Başlangıçta (A) haznesi ile (B) haznesi arasındaki seviye farkı (10 m) dir. (B) haznesi bir ucu atmosfere açılan ve uzunluğu (500 m), çapı (0,2 m) olan bir boru hattını beslemektedir. Boru hattının atmosfer açılan ucu ile sabit seviyeli hazne arasında (14 m)'lik seviye farkı vardır. Yalnız yersel yük kayıplarının bulunmadığını düşünerek (B) haznesinde sıvı yüzünün alanı (30 m²) olduğuna göre, sistem işlemeye başladığından ne kadar zaman sonra (B) haznesinde sıvı seviyesinin sabit kalabileceğini bulunuz.

10. 4. PROBLEM

Su seviyesi (200 m) olan (A) gölü, (Şekil - 10.26)'da görüldüğü gibi çapı (1500 mm), uzunluğu da (200 m) olan yatay konumda bir boru hattı ile (B) haznesine bağlanmıştır. (B) haznesi, (C) noktasında atmosfere açılan bir boru hattını beslemektedir. Bu boru hattı iki kesimden oluşmuştur. Birinci kesimin uzunluğu (200 m), çapı (500 mm) ve ikinci kesimin de uzunluğu (400 m), çapı (300 mm)'dir. (C) noktasında, boru hattına bir püskürteç takılmıştır. Püskürtecin çapı (100 mm)'dir. Püskürteçte yersel

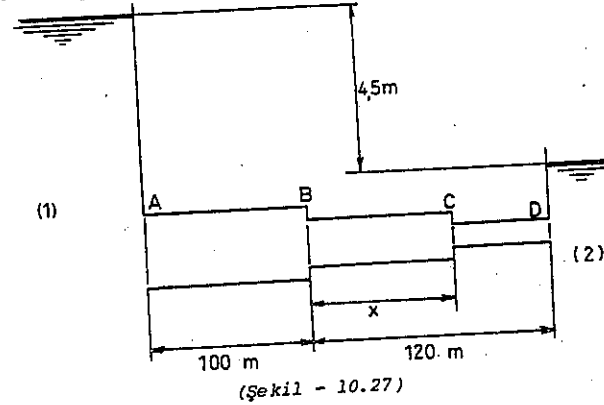


(Şekil - 10.26)

yükü ($0,1 \cdot U^2 / 2 \cdot g$) ve büzülme katsayısı da (1) olduğuna göre, bu düşünün verebileceği gücü, (B) haznesindeki su seviyesini hesaplayınız ve yük çizgisi ile piyezometre çizgisini çiziniz.

10. 5. PROBLEM

(Şekil - 10.27)'de, sabit seviyeli iki hazneyi birbirine bağlayan yatay bir kanalizasyon hattı görülmektedir. Kanalizasyon hattı, çap ve



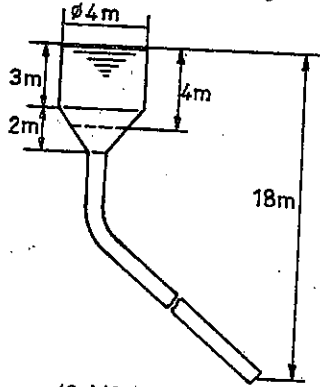
(Şekil - 10.27)

uzunlukları farklı (3) kesimden oluşmuştur. Birinci kesimin çapı (150 mm) uzunluğu (100 m), ikinci ve üçüncü kesimlerin uzunluğu ($l_2 + l_3 = 120 m$) ve hazneler arasındaki seviye farkı da (4,5 m)'dir. Kanalizasyon hattının debisi ($20 dm^3 / sn$) olduğuna göre, ikinci ve üçüncü kesimlerin çap

ve uzunluklarını bulunuz.

10. 6. PROBLEM

(Şekil- 10.28)'de, konik ve silindirik iki kesimden oluşan bir hazne beslediği boru hattı görülmektedir. (B) noktasında atmosfere açılan boru hattının uzunluğu (200 m), çapı (300 mm)'dir. Haznedeki bulunan suyun best yüzü ile (B) noktası arasındaki yükseklik farkı (18 m)'dir.

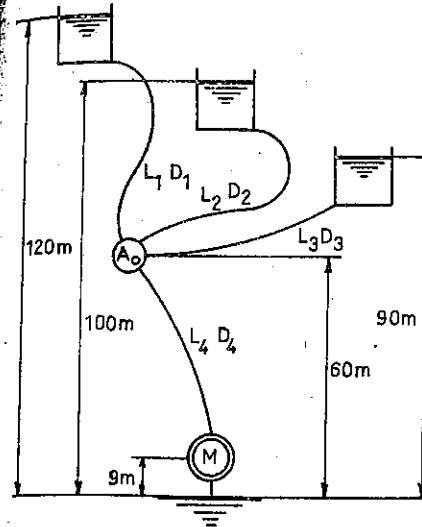


(Şekil - 10.28)

a) Haznedeki su seviyesinin (4 m) azalması için ne kadar zaman gereklidir?
b) Hazne, debisi (70 dm³ / sn) olan bir kaynak tarafından beslenirse hangi yükseklikte haznedeki su seviyesi sabit kalır?

10. 7. PROBLEM

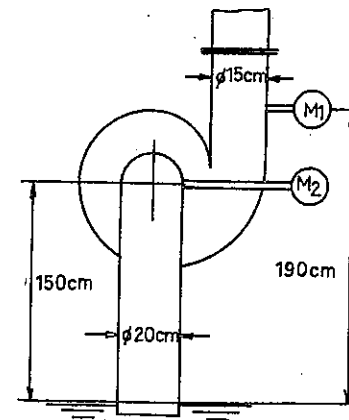
(Şekil - 10.29)'da, farklı düzeyde, sabit seviyeli üç hazneyi besleyen bir santrifüj tulumba görülmektedir. birinci hazneye tulumbanın bastığı ham petrol miktarı saniyede (100 dm³)'tür. Santrifüj tulumbayı (A₀) düşüm noktasına bağlayan boru hattının uzunluğu (200 m), çapı (200 mm)'dir. (A₀) düşüm noktasını birinci hazneye bağlayan boru hattının uzunluğu (400 m), çapı (100 mm), ikinci hazneye bağlayan boru hattının uzunluğu (300 m), çapı (100 mm) ve üçüncü hazneye bağlayan boru hattının da uzunluğu (200 m), çapı (140 mm)'dir. Yersel yük kayıplarının bulunmadığını düşünerek (A₀) düşüm noktasında ve tulumbadan çıkışta efektif basıncı, tulumbanın ikinci ve üçüncü haznelere bastığı ham petrol miktarını ve (B.B.) olarak gücünü bulunuz.



(Şekil - 10.29)

10. 8. PROBLEM

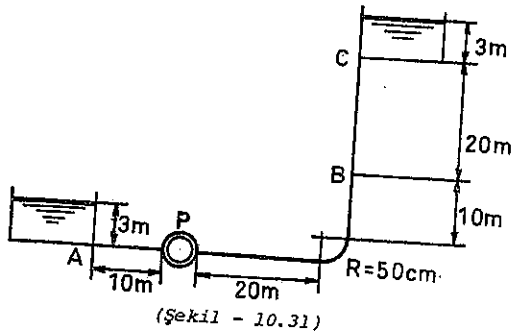
(Şekil - 10.30)'da, kavitasyonun oluşumuna olanak verilmenden denenen bir santrifüj tulumbanın giriş ve çıkışına bağlanan manometrelerle ölçülen efektif basınç, sırası ile (-0,191 kg / cm²) ve (6 kg / cm²)'dir. Santrifüj tulumba ile basılan suyun sıcaklığı (20 °C) olduğuna göre, santrifüj tulumbanın debisini ve gücünü bulunuz. (Hazırlayan M.R. Yalçintepe)



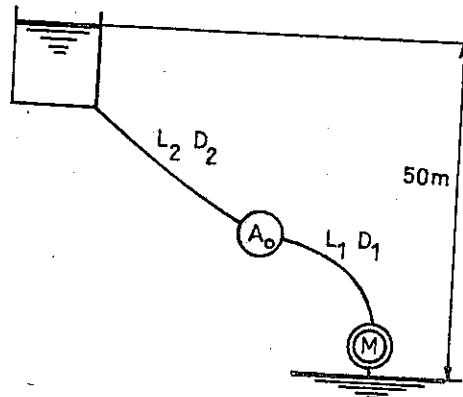
(Şekil - 10.30)

10. 9. PROBLEM

(Şekil - 10.31)'de, sabit seviyeli iki hazneyi birleştiren ve birinden diğerine su basan bir pompa görülmektedir. Pompa tesisatının (AB) kesiminde boru çapı (100 mm), (BC) kesiminde de boru çapı (200 mm)'dir. (B) noktasında kesit ani olarak değişmektedir. Pompa ikinci hazneye saniyede (50 dm³) su bastığına göre, (B.B.) olarak gü-

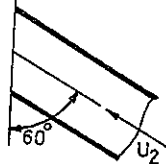


(Şekil - 10.31)

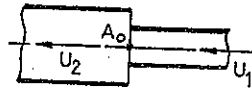


(Şekil - 10.32)

ve (B.B.) olarak gücünü bulunuz.



(Şekil - 10.33)



(Şekil - 10.34)

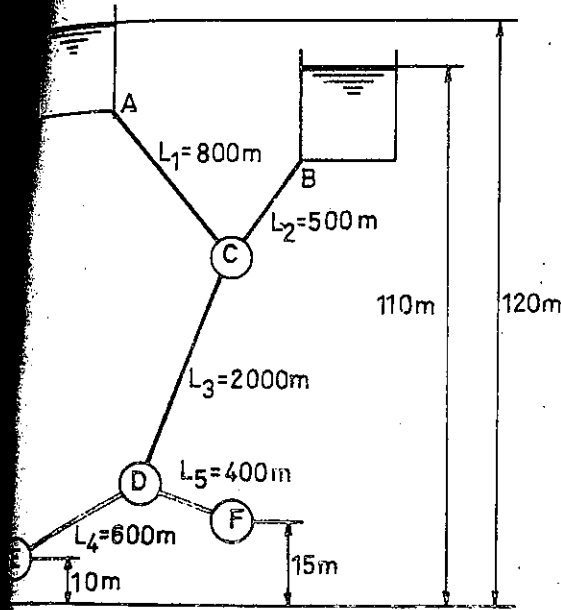
cünü hesaplayınız ve boru hattının yük çizgisi ile pompa hattının yük çizgisini çiziniz.

10. 10. PROBLEM

(Şekil - 10.32)'de, bir santrifüj tulumba beslediği sabit seviyeli bir hazne görülmektedir. Santrifüj tulumba, sabit seviyeli hazneye saniyede (400 dm^3) su basmaktadır. Santrifüj tulumbayı sabit seviyeli hazneye bağlayan boru hattı, çap ve uzunlukları farklı iki kesimden oluşmuştur. Birinci kesimin uzunluğu (400 m) , çapı (200 mm) ve ikinci kesimin uzunluğu (200 m) , çapı (400 mm) 'dir. İletim yüksekliği (50 m) olduğuna göre, santrifüj tulumba'nın manometrik yüksekliğini

10. 11. PROBLEM

Su seviyesi (20 m) olan bir haznedan çıkan (100 m) uzunluğunda ve yatay konumda bir boru hattı, uzunluğu (100 m) olan başka bir boru hattı ile dik olarak ve tam orta yerinden (T) şeklinde birleşmektedir. İki boru hattı uçlarından birer hazneye bağlanmıştır. Bu haznelerde su seviyesi (5 m) 'dir. Haznelerdeki su seviyesi değişmediğine göre, birinci boru hattının her bir ucunda debi $(25 \text{ dm}^3 / \text{sn})$ olduğuna göre, birinci ve ikinci boru hatlarının çaplarını hesaplayınız.



(Şekil - 10.35)

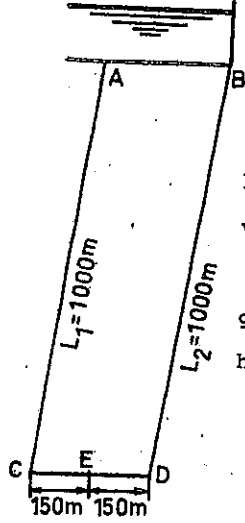
10.12. PROBLEM

(Şekil -10.35)'de, sabit seviyeli iki haznenin beslediği bir boru ağı görülmektedir. (E) noktasında alınan debi $(25 \text{ dm}^3 / \text{sn})$ ve (F) noktasında alınan debi de $(30 \text{ dm}^3 / \text{sn})$ 'dir. (E) ve (F) noktalarında basınç su sütunu cinsinden (15 m) olduğuna göre, boru ağını oluşturan hatların çaplarını bulunuz.

10. 13. PROBLEM

(Şekil - 10.36)'da, sabit seviyeli bir haznenin beslediği kapalı boru ağı görülmektedir. (C), (E) ve (D) noktaları ile haznedeki bulunan suyun serbest yüzü arasındaki seviye farkı (35 m) 'dir. (C), (E) ve (D) noktalarının her birinde basınç su sütunu cinsinden (15 m) ve alınan debi de $(15 \text{ dm}^3 / \text{sn})$ olduğuna göre, (AB), (AD) ve (CD) boru hat-

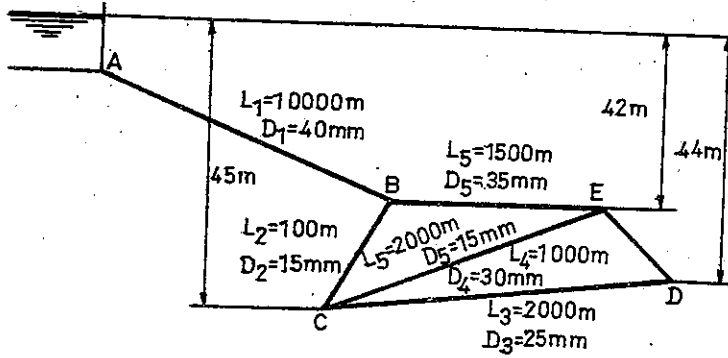
larının çaplarını bulunuz.



(Şekil - 10,36)

10.14. PROBLEM

(Şekil -10.37)' de, sabit seviyeli bir haznenin beslediği kapalı boru ağı görülmektedir. (C) , (D) ve (E) noktalarında basınç su sütunu cinsinden (10 m) ve alınan debi de (30 dm³ / sn) olduğuna göre, kapalı boru ağını oluşturan hatlardaki debileri hesaplayınız.



(Şekil - 10.37)

ONBİRİNCİ BÖLÜM

- 1) AÇIK KANALLARDA AKIŞ
- 2) AÇIK KANALLARDA ÜNİFORM AKIM FORMÜLÜ
- 3) HIZLARIN DAĞILIMI
- 4) ÜNİFORM AKIM FORMÜLÜNDE YER ALAN ELEMANLARIN İNCELENMESİ
 - a) Eğiklik ve eğim
 - b) Ortalama yarıçap
 - c) Fonksiyon $f(u)$
- 5) ÜNİFORM AKIM FORMÜLÜNÜN UYGULAMASI

1) AÇIK KANALLARDA AKIŞ

Açık kanalın en belirgin niteliği, içinde akan sıvının serbest yüze sahip olmasıdır. Sıvının hareketi incelenirken açık kanalda enine kesitin düzenli değiştiği kabul edilir. Daha önce açıklamış olduğumuz AKIM DENKLEMİNİN uygulanabilmesi için açık kanalda hareketli sıvıyı oluşturan sıvı liflerinin de tam doğru çizgi üzerinde bulunmaları ve birbirine paralel olmaları gerekir. Bu durumda, hemen belirtelim ki, sıvı liflerine dik olan her kesitte basınç hidrostatik olarak değişir ve kanalın enine kesiti ile atmosfer basıncının etkilediği sıvının serbest yüzü kesişirler.

2) AÇIK KANALLARDA UNIFORM AKIM FORMÜLÜ

Açık kanal içindeki akımın uniform akım olarak nitelendirilebilmesi için sıvının serbest yüzünün kanalın tabanına paralel olması diğer bir deyişle derinliğin bir kesitten değerine değişmemesi gerekir. Bu durumda enine kesitler eşdeğerdirler, ortalama akım hızı bütün enine kesitlerde aynıdır ve tabanın eğikliği de yüzeyin eğimine eşittir. Ortalama akım hızı (U) ile basınç ($P_{atm} = P_0$) kanalın uzunluğundan bağımsızdır. Eğim açısını (γ_1), hidrolik yarıçapı da (R) ile gösterecek olursak

$$\sin \gamma_1 = I$$

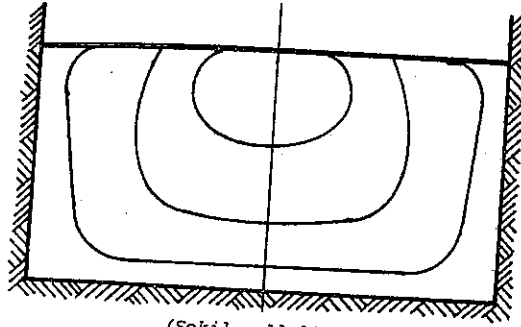
olduğu için

$$R \cdot I = f(u)$$

eşitliğini yazabiliriz.

3) HIZLARIN DAĞILIMI

Enine kesiti dikdörtgen biçiminde olan bir açık kanalda hızların dağılımı (Şekil - 11.1) 'de görüldüğü gibi olur ve en büyük hız da simetri eksenini üzerinde, sıvının serbest yüzünün azıcık altında



(Şekil - 11.1)

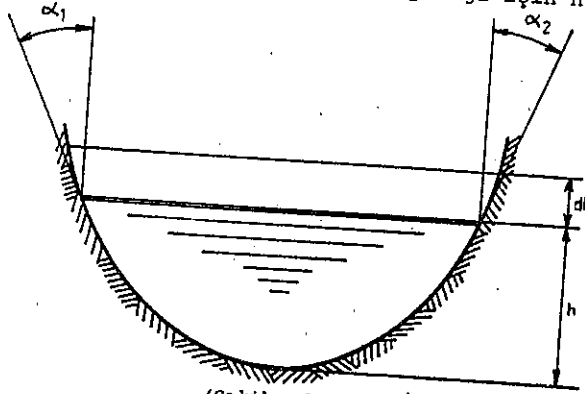
a) EĞİKLİK VE EĞİM

Kanal tabanının yatay düzlemlerle yaptığı açının sinüsüne EĞİKLİK tanjantına da EĞİM denir.

b) ORTALAMA YARIÇAP

" YUKARIYA DOĞRU KONKAV OLAN KESİTLER "

Genellikle, verilmiş olan bir kanal yatağı için hidrolik yarıçap



(Şekil - 11.2)

yalnızca su derinliğinin bir fonksiyonudur. Bir kesiti sınırlayan eğrinin her noktası için eğrilik merkezinin kesitin iç yanında ve yukarıda bulunması bu kesitin yukarıya doğru konkav olmasını gerektirir. Yukarıya doğru konkav olan bir kesitte hidrolik yarıçap derinlikle birlikte artar.

(Şekil - 11.2)'de görüldüğü gibi yukarıya doğru konkav olan bir kesit alalım ve derinliği de (dh) kadar arttırarak (h + dh) yapalım. Bu durumda enine kesitte meydana gelen değişim miktarı

$$dS = 1 \cdot dh$$

bu kesit çevre uzunluğunda meydana gelen değişim miktarı da

$$d\chi = \frac{dh}{\cos \alpha_1} + \frac{dh}{\cos \alpha_2}$$

dur. Bu iki eşitliğin birleşiminden

$$\frac{dS}{d\chi} = \frac{1}{\frac{1}{\cos \alpha_1} + \frac{1}{\cos \alpha_2}}$$

eşitliğini elde edebiliriz. Bu arada hemen belirtelim ki, (α₁), (α₂) azalsa bile yukarıya doğru konkav olan bir kesitte (dS / dχ) oranı ve (1) , derinlik (h)'ye bağlı olarak artar.

c) FONKSİYON f (u)

Teorik olarak fonksiyon f (u) , (π) TEOREMİNİN aracılığı ile incelenebilir ve biz daha önce borular için yaptığımız gibi bir formül elde edebiliriz. Bu formülde boyutsuz direnç katsayısı, pürüzlülük oranının, Reynolds sayısının ve kesitin fonksiyonu olur. Uygulamada bundan yararlanmak olanaksızdır. Çünkü oranlar hemen her zaman bir kesitten diğerine değişir ve mekanik benzerlik ile geometrik benzerliğin başta gelen koşulları biraz güç gerçekleştirilir. Hele derinlik değiştiği zaman enine kesiti dikdörtgen biçiminde olan kanal yatağında bile geometrik benzerlik koşulu gerçekleşmez ve bunun için ampirik formüllerden yararlanılır. Genellikle, f (u) , (b . U²) şeklinde ortaya konulabilen (u)' nun artan bir fonksiyonudur. (b) verilmiş olan bir

kanal yatağı için az değişen bir katsayıdır. En eski formüllerde kanal yatağının pürüzlülüğüne yer verilmez. Bu nedenle sonuçlar boruların hesabında elde edilen sonuçlardan daha olumsuz olur. Kanal yatağının pürüzlülüğünü gözönünde bulunduran formüller arasında en klâsik olanı şudur:

$$R \cdot i = \left(\alpha + \frac{\beta}{R} \right) \cdot U^2$$

şeklinde verilmiş olan D A R C Y - B A Z İ N Formülü ile

$$U = c \cdot \sqrt{R \cdot i} \quad \text{ve} \quad c = \frac{87}{1 + \frac{\gamma'}{\sqrt{R}}}$$

şeklinde verilmiş olan B A Z İ N Formülüdür. (α) , (β) , (γ') doğruya dan doğruya kanal yatağının pürüzlülüğüne bağlıdır. Aşağıdaki çizelge de $(\alpha + \beta / R)$ ve (γ') 'nin değerleri görülmektedir.

AÇIK KANALIN ÇEPERLERİ	$\left(\alpha + \frac{\beta}{R} \right)$	(γ')
RENDELENMİŞ TAHTA YA DA ÇİMENTO İLE SIVAMA	$0,000 \ 150. \left(1 + \frac{0,03}{R} \right)$	0,06
YONTMA TAŞ YA DA BİRİKET " HARÇ İLE BAĞLANMIŞ "	$0,000 \ 190. \left(1 + \frac{0,07}{R} \right)$	0,16
MOLOZ TAŞLAR " HARÇ İLE BAĞLANMIŞ "	$0,000 \ 240. \left(1 + \frac{0,25}{R} \right)$	0,46
Toprak	$0,000 \ 280. \left(1 + \frac{1,25}{R} \right)$	0,85~1,75
ÇAKILLI KUM	$0,000 \ 400. \left(1 + \frac{1,75}{R} \right)$	

5) UNIFORM AKIM FORMÜLÜNÜN UYGULANMASI

Açık kanallarda üniform akım formülü uygulanarak çözümlenebilen şu problemlerle karşılaşılır:

1°) Üniform akımın bulunduğu bir su yatağının eğikliği (i) , enine kesiti (S) ve ıslak çevre uzunluğu (X) verilir ve debisinin belirlenmesi istenir. Bu durumda önemli olan ortalama akım hızının (U) bulunmasıdır. (Q) debi (U) ortalama akım hızı ile (S) enine kesitin çarpımına eşittir.

$$Q = U \cdot S$$

(S) ve (X) 'dan yararlanılarak hidrolik yarıçap (R) ve daha sonra D A R C Y - B A Z İ N Formülündeki katsayı $\left(\alpha + \frac{\beta}{R} \right)$ ya da

B A Z İ N Formülündeki katsayı (c) bulunur. Buna göre ortalama akım hızı (U) doğrudan doğruya $R \cdot i = b \cdot U^2$ şeklinde verilmiş olan formülden yararlanılarak hesaplanır.

2°) Enine kesit (S) , ıslak çevre uzunluğu (X) verilir ve üniform akımın bulunduğu su yatağında debinin (Q) olması için kanalın eğikliği istenir.

Debi (Q) ve enine kesit (S) bilindiği için ortalama akım hızı (U) , enine kesit (S) ve ıslak çevre uzunluğu (X) bilindiği için de hidrolik yarıçap (R) kolayca bulunur. Ortalama akım hızı (U) ve hidrolik yarıçap (R) bulunduktan sonra $R \cdot i = b \cdot U^2$ eşitliğinden yararlanılarak eğiklik hesaplanır.

3°) Üniform akımın bulunduğu bir su yatağında debi (Q) ve eğiklik (i) verilir ve enine kesitin geometrik biçimi ile boyutları istenir. Bu problemin çözümünde iki durumla karşılaşılır:

a) Su yatağı verilir. Bu durumda enine kesit (S) , ıslak çevre uzunluğu (X) ve hidrolik yarıçap (R) derinliğin fonksiyonlarıdır. Eğer su yatağı iyi belirlenmiş geometrik bir biçime sahipse bu fonksi-

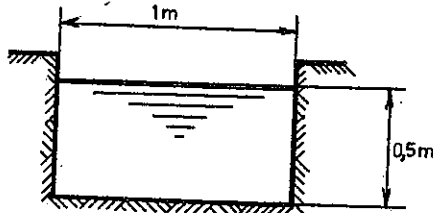
yonlar analitik fonksiyonlar olurlar ve $R \cdot i = f(u)$ şeklindeki denklemlerle, su derinliğine (h) göre çözümü de problemin çözümü için yeterlidir. Ancak, bu halde problem, ancak el yordamı ile çözümlenebilir. Bu arada hemen belirtelim ki, açık kanallarda, yukarıya doğru konkav bir kesit için (1) denkleminin sağ tarafında, üniform akımda, (Q) debisini veren yalnız bir (h) derinlik vardır.

b) Su yatağı verilmez. Bu durumda problem belirsizdir. Problemi belirli bir hale getirmek ve çözümlenmek için enine kesitin biçimini saptamak ve buna ek olarak da bazı ön koşulların gerçekleşmesini sağlamak gerekir.

ÖRNEK PROBLEMLER

II. I. PROBLEM

Şekil - II . 3)'te, içerisinde üniform akım bulunan bir açık kanalın enine kesiti görülmektedir.



(Şekil - 11.3)

Açık kanalın kenarları yontma taştan yapılmıştır. Açık kanalın genişliği (I m), açık kanalda su derinliği de ($0,5$ m)'dir. Eğim açısı (5°) olduğuna göre debiyi hesaplayınız.

II. I PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Açık kanalda akım hızının bulunmasında

$$R \cdot i = \left(\alpha + \frac{\beta}{R} \right) \cdot U^2$$

şeklinde verilmiş olan Darcy - Bazin Formülünden yararlanacağız.

$$i = \sin \gamma_1 = \sin 5^\circ = 0,08716$$

Hidrolik yarıçap, bilindiği gibi, kesit alanının ıslak çevre uzunluğuna

na eşittir. Kesit alanını (S), ıslak çevre uzunluğunu da (χ) ile yazarsak

$$R = \frac{S}{\chi}$$

değerini yazabiliriz.

$$S = b \cdot h = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ m}^2$$

$$\chi = b + 2 \cdot h = 1 + 1 = 2 \text{ m}$$

$$R = \frac{S}{\chi} = \frac{0,5}{2} = 0,25 \text{ m}$$

$$\left(\alpha + \frac{\beta}{R} \right) = 0,000190 \cdot \left(1 + \frac{0,07}{R} \right) = 0,000190 \cdot \left(1 + \frac{0,07}{0,25} \right) = 0,0002432$$

$$\left(\alpha + \frac{\beta}{R} \right) = 0,0002432$$

$$U = \sqrt{\frac{R \cdot i}{\left(\alpha + \frac{\beta}{R} \right)}} = \sqrt{\frac{0,25 \cdot 0,08716}{0,0002432}} = 9,46 \text{ m / sn}$$

$$U = 9,46 \text{ m / sn}$$

Debi akım hızı ile kesit alanının çarpımına eşittir.

$$Q = S \cdot U$$

$$Q = S \cdot U = 0,5 \cdot 9,46 = 4,78 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q = 4,78 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

Şimdi akım hızını bulmak için

$$U = c \cdot \sqrt{R \cdot i}$$

$$c = \frac{87}{\sqrt{1 + \frac{\gamma'}{\sqrt{R}}}}$$

şeklinde verilmiş olan Bazin Formülünden yararlanalım.

$$\gamma' = 0,16$$

$$c = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} = \frac{87}{1 + \frac{0,16}{\sqrt{0,25}}} = 65,9$$

$$U = c \cdot \sqrt{R \cdot i} = 65,9 \cdot \sqrt{0,25 \cdot 0,08716} = 9,87 \text{ m / sn}$$

$$Q = S \cdot U$$

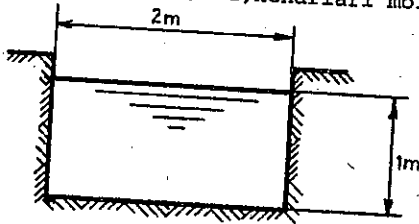
$$Q = S \cdot U = 0,5 \cdot 9,87 = 4,935 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q = 4,935 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

Açık olarak görülmektedir ki, Darcy - Bazin Formülü ile bulunan debi Bazin Formülü ile bulunan debiden ($0,155 \text{ m}^3 / \text{sn}$) daha küçüktür.

11. 2. PROBLEM

(Şekil - II.4)'de, kenarları moloz taşlardan yapılmış olan bir açık kanalın enine kesiti görülmektedir. Açık kanalın genişliği ($b = 2 \text{ m}$), su derinliği ($h = 1 \text{ m}$) ve debisi de ($Q = 6 \text{ m}^3 / \text{sn}$) olduğuna göre eğim açısını bulunuz.



(Şekil - 11.4)

11. 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Bu problemi

$$U = c \cdot \sqrt{R \cdot i}$$

$$c = \frac{87}{1 + \frac{\gamma'}{\sqrt{R}}}$$

$$1 + \frac{\gamma'}{\sqrt{R}}$$

-294-

nde verilmiş olan Bazin Formülünden yararlanarak çözümleneceğiz.

$$i = \frac{U^2}{c^2 \cdot R}$$

$$R = \frac{S}{\chi}$$

$$S = b \cdot h = 2 \cdot 1 = 2 \text{ m}^2$$

$$S = 2 \text{ m}^2$$

$$\chi = b + 2 \cdot h = 2 + 2 = 4 \text{ m}$$

$$\chi = 4 \text{ m}$$

$$R = \frac{2}{4} = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ m}$$

$$R = 0,5 \text{ m}$$

$$\gamma' = 0,46$$

$$c = \frac{87}{1 + \frac{\gamma'}{\sqrt{R}}} = \frac{87}{1 + \frac{0,46}{\sqrt{0,5}}} = 52,8$$

$$c = 52,8$$

$$U = \frac{Q}{S} = \frac{6}{2} = 3 \text{ m / sn}$$

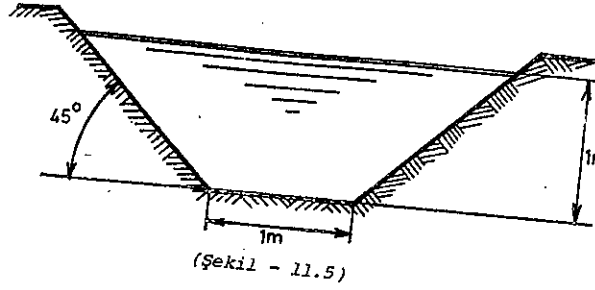
$$U = 3 \text{ m / sn}$$

$$i = \frac{U^2}{c^2 \cdot R} = \frac{9}{52,8^2 \cdot 0,5} = 0,00645$$

$$i = 0,00645$$

$$\gamma_1 = 25'$$

-295-



11.3. PROBLEM

(Şekil - 11.5)'de

1m ları sıkıştırılmış topraktan yapılmış olan bir açık kanalın enine kesiti görülmektedir. Açık kanalda su derinliği ($h = 1$ m)

açısı da (5°) olduğuna göre açık kanalın debisini hesaplayınız.

11.3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Bu problemin çözümlenmesinde

$$R \cdot i = \left(\alpha + \frac{\beta}{R} \right) \cdot U^2$$

şeklinde verilmiş olan Darcy - Bazin Formülünden yararlanacağız.

$$R = \frac{S}{\chi}$$

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h = \frac{I + 3}{2} \cdot I = 2 \text{ m}^2$$

$$S = 2 \text{ m}^2$$

$$\chi = a + 2 \cdot a_1$$

$$a_1 = \frac{h}{\sin 45^\circ} = 1,41 \text{ m}$$

$$a_1 = 1,41 \text{ m}$$

$$\chi = a + 2 \cdot a_1 = 1 + 2 \cdot 1,41 = 3,82 \text{ m}$$

$$\chi = 3,82 \text{ m}$$

$$R = \frac{S}{\chi} = \frac{2}{3,82} = 0,5235 \text{ m}$$

$$0,5235 \text{ m}$$

$$\left(\frac{\beta}{R} \right) = 0,000280 \cdot \left(1 + \frac{1,25}{0,5235} \right) = 0,0009464$$

$$\alpha = \sin 5^\circ = 0,08716$$

$$U = \frac{R \cdot i}{\left(\alpha + \frac{\beta}{R} \right)} = \sqrt{\frac{0,5235 \cdot 0,08716}{0,0009464}} = 6,79 \text{ m/sn}$$

$$U = 6,79 \text{ m / sn}$$

$$Q = S \cdot U$$

$$Q = S \cdot U = 2 \cdot 6,79 = 13,58 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q = 13,58 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

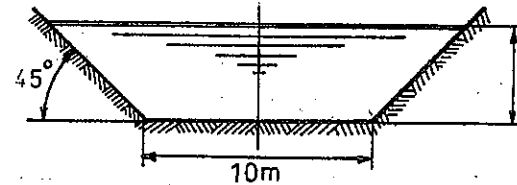
ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

II.I. PROBLEM

Dairesel kesitli, betondan yapılmış ve içerisi de çimento ile sıvanmış bir kanalizasyonun debisi ($300 \text{ dm}^3 / \text{sn}$)'dir . Kanalizasyonda su yüksekliğinin, en fazla, çapın ($3 / 4$) katı kadar olması istenmektedir. Kanalizasyonun eğimi ($0,003$) olduğuna göre çapı hesaplayınız.

11.2. PROBLEM

(Şekil - 11.6.)'de, eğimi ($0,0005$) olan ikizkenar yamuk biçiminde bir açık kanal görülmektedir.



(Şekil - 11.6)

Açık kanalın kenarları sıkıştırılmış topraktan yapılmıştır. Açık kanalda su derinliği (2 m)'ye ulaşabilmektedir. Su derinliği (2 m)'ye ulaştığı zamanki debiyi

bulunuz ve debi ile su derinliği arasındaki ilişkiyi gösteren

$$Q = a + b \cdot h + c \cdot h^2 + d \cdot h^3$$

denklemini kurunuz

ONIKINCI BÖLÜM

1) MENFEZLER

a) İnce kenarlı menfezler

1) İNCE KENARLI MENFEZİN TANIMI

2) TORRICELLI FORMÜLÜ

3) İNCE KENARLI MENFEZİN DEBİSİ

4) ORTALAMA YÜKSEKLİK

b) Sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfezin debisi

c) Bir bölümü sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfezin debisi

d) Bir haznenin ince kenarlı bir menfezin aracılığı ile başaltılması

e) İnce kenarlı bir menfezle birbirine bağlanan iki haznede sıvı seviyesinin aynı olması için geçen zaman

2) LÜLELER

a) İçe dönük silindirik lülenin debisi

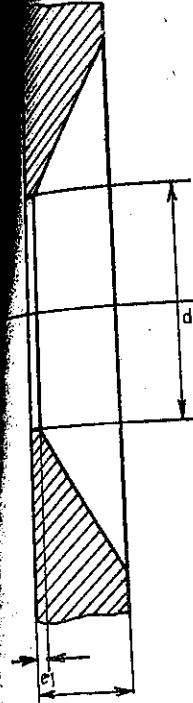
b) Dışa çıkık silindirik lülenin debisi

1) MENFEZLER

a) INCE KENARLI MENFEZ

1) INCE KENARLI MENFEZİN TANIMI

Herhangi bir haznede bulunan sıvının dışarıya akmasını sağlayan deliğe, Hidrolikte, genellikle, menfez denir. Bir menfezin ince kenarlı menfez olarak nitelendirilebilmesi için menfezden geçen sıvı liflerinin yalnız bir noktada menfezin kenarlarına değmesi gerekir. İnce kenarlı menfezin elde edilebilmesi için ya menfezin bulunduğu gövdenin kalınlığı (1 mm ~ 2 mm) olmalı ya da menfezin kenarları pahlandırılmalıdır. (Şekil - 12.1)'de kenarları pahlandırılarak elde edilen ince kenarlı bir menfez görülmektedir.



(Şekil - 12.1)

2) TORRICELLI FORMÜLÜ

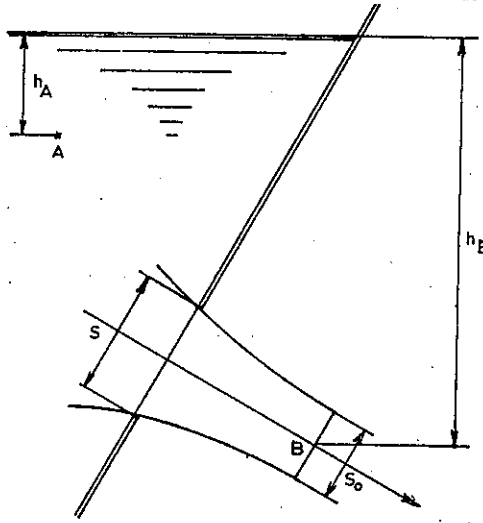
(Şekil - 12.2) 'de görüldüğü gibi bir haznenin alt tarafında ince kenarlı bir menfez alalım. Bu menfezin alanı (S) olsun. Sıvı lifleri birbirine yaklaşarak ince kenarlı menfeze girerler ve menfezden çıktıktan sonra da birbirine paralel bir duruma gelirler. İşte İNCE KENARLI MENFEZDEN çıkan sıvı liflerinin birbirine paralel bir duruma geldikleri yerdeki kesite BÜZÜLMÜŞ KESİT denir ve (S_0) ile gösterilir.

Torricelli Formülünü çıkarabilmek için hareketsiz sıvı içinde alınan (A) noktası ile büzülmüş kesit üzerinde alınan (B) noktasının sınırladıkları aralıkta bir sıvı elemanının hareket yörüngesi boyunca Bernoulli Teoremini uygulamak gerekir. (A) noktasındaki basınç HİDROSTATİK KANUNA uyar ve değeri de ($P_{atm} + \gamma \cdot h_A$) 'dir. Büzülmüş kesitin, basıncın her tarafta aynı olması için yeteri kadar küçük olduğunu

kabul edeceğiz. Bu durumda (B) noktasındaki basınç atmosfer basıncına eşit olur. Nihayet (A) ve (B) noktalarının sınırladıkları aralıkta titretilen olarak kayıplar bulunmadığına göre Bernoulli Denklemi

$$\frac{P_{atm} + \gamma \cdot h_A}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2 \cdot g} + (h_B - h_A) = \frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{U_B^2}{2 \cdot g}$$

şeklinde yazılabilir. (A) noktasındaki akım hızı ($U_A = 0$) olduğu



(Şekil - 12.2)

$$\frac{P_{atm} + \gamma \cdot h_A}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2 \cdot g} + (h_B - h_A) = \frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{U_B^2}{2 \cdot g}$$

şeklinde yazmış olduğumuz Bernoulli Denkleminden

$$U_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_B}$$

eşitliğini elde ederiz. Bu eşitliğe Hidrolikte, TERRICELLI FORMÜLÜ adı verilir.

3) İNCE KENARLI MENFEZİN DEBİSİ

Eğer ince kenarlı menfez yatay düzlem üzerinde bulunmuyorsa

ya da düşey düzlem üzerinde bulunan ince kenarlı menfezin boyutları den çok küçükse ince kenarlı menfezin debisi, büzülmüş kesitin alanı ile (B) noktasındaki akım hızının çarpımına eşit olur. Debiyi (Q), büzülmüş kesitin alanını (S_0) ve (B) noktasındaki akım hızını da (U) ile yazarsak yukarıda yapmış olduğumuz tanıma göre

$$Q = S_0 \cdot U$$

eşitliğini yazabiliriz.

Büzülmüş kesitin menfez kesitine oranına BÜZÜLME KATSAYISI ya da BÜZÜLME KATSAYISI adı verilir. Büzülme katsayısı (μ) ile gösterilir.

$$Q = S_0 \cdot U$$

eşitliğinde (S_0) yerine ($\mu \cdot S$) ve (U) yerine de $\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ yazarsak

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

eşitliğini elde ederiz.

Hidrolikte V A S C H Y - B U C K I N G H A M Teoreminden çıkarılan BİR AKIŞKAN AKIMININ GENEL DENKLEMİNDEN yararlanılarak debi formülü

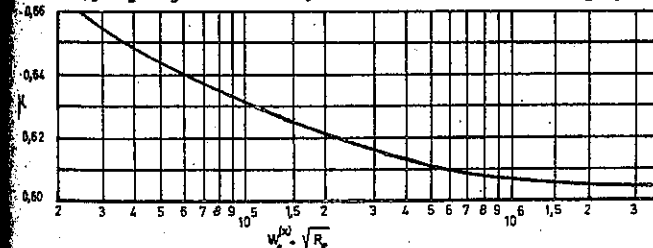
$$Q = S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot f(R_e, W_e, F_r, k^1, k^{11}, \dots)$$

şeklinde yazılabilir. Bu formül ile

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

şeklindeki formülü karşılaştıracak olursak görürüz ki, büzülme katsayısı (μ), Reynolds, Weber ve Froud sayılarının fonksiyonudur.

Çok sayıda deneyi analiz eden H A N S E N adlı araştırmacı (d) olan dairesel bir menfez için (μ) ile ($W_e \cdot \sqrt{R_e}$) arasındaki ilişkiyi gösteren (Şekil - 12.3)'teki diyagramı çıkarmıştır.



(Şekil - 12.3)

$$R_e = \frac{d \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{\nu}$$

$$w_e^{(x)} = w_e \cdot \beta$$

$$w_e = \frac{2 \cdot \gamma \cdot h \cdot d}{G}$$

Su için (0°C) ile (100°C) arasında yaklaşık olarak

$$G = (76 - 0,18 \cdot t) \cdot 10^{-4} \text{ kg / m}$$

alınır. Eğer menfez yatay düzlem üzerinde bulunuyorsa

$$\beta = 1 + \frac{d}{h}$$

ve düşey düzlem üzerinde bulunuyorsa

$$\beta = \left(1 + \frac{d}{h} \right)^3$$

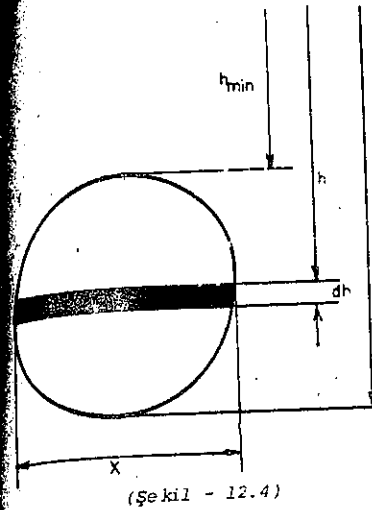
olur. Bir dairesel kesit için ($\mu = 0,62$) alınır ve bu kare ve dikdörtgen biçimli kesitler için de geçerlidir.

4) ORTALAMA YÜKSEKLİK

Menfez yatay düzlem üzerinde bulunmadığı zaman, menfez kesitinin farklı noktalarında hız yüksekliğe bağlı olarak değişir. Bu nedenle ince kenarlı menfezin debisinin hesaplanmasında ortalama yüksekliği bulunması gerekir. (Şekil - 12.4)'de kapalı eğrinin sınırladığı ince kenarlı bir menfez görülmektedir. Büzülme katsayısını (μ), menfezin alanını (S), ortalama yüksekliği (h_m) ve debiyi de (Q) ile gösterecek olursak

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_m}$$

eşitliğini yazabiliriz. Ortalama yüksekliği bulmak için önce, kapalı eğrinin sınırladığı yüzey üzerinde bir yüzey elemanı alınır ve bu yüzey elemanından belirli bir zaman aralığında geçen sıvı miktarı hesaplanır. Yüzey elemanı üzerinde alınan herhangi bir noktadaki akım hızı ($\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$) dir. Yüzey elemanının alanını (ds), debiyi de (dQ) ile gösterecek olursak yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre



(Şekil - 12.4)

$$dQ = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot ds$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$ds = x \cdot dh$$

olduğu için bu iki eşitliğin birle-

şiminden

$$dQ = \mu \cdot x \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot dh$$

eşitliğini elde ederiz.

Eğer kapalı eğrinin sınırladığı ince kenarlı menfezin debisi (Q) olursa ve eğer yükseklik kapalı olan (h_{min} , h_{max}) aralığında (h) nin herhangi bir değeri için tanım -

anmışsa

$$dQ = \mu \cdot x \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot dh$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$Q = \mu \int_{h_{min}}^{h_{max}} x \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot dh$$

olur.

$$Q = \mu \int_{h_{min}}^{h_{max}} x \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot dh = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_{h_{min}}^{h_{max}} x \cdot \sqrt{h} \cdot dh = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_m}$$

Genellikle, (h_m), ince kenarlı menfezin ağırlık merkezinin sıvının serbest yüzünden uzaklığının fonksiyonu olarak ifade edilir. İnce kenarlı menfezin ağırlık merkezinin sıvının serbest yüzünden uzaklığını (h_G) ile gösterecek olursak

$$\sqrt{h_m} = \beta \cdot \sqrt{h_G}$$

eşitliğini yazabiliriz. Gerçekte, ortalama yüksekliğin hesaplanabilmesi için mutlaka ince kenarlı menfezin geometrik biçiminin belirlenmesi gerekir. Eğer ince kenarlı menfez dikdörtgen biçiminde olursa (x) sabit kaldığı için integral işaretinin dışına alınır ve

$$Q = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_{h_{\min}}^{h_{\max}} x \cdot \sqrt{h} \cdot dh$$

eşitliğinden yararlanılarak

$$Q = \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_{h_{\min}}^{h_{\max}} \sqrt{h} \cdot dh$$

eşitliği yazılır.

$$Q = \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_{h_{\min}}^{h_{\max}} \sqrt{h} \cdot dh = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot (h_{\max}^{3/2} - h_{\min}^{3/2})$$

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot (h_{\max}^{3/2} - h_{\min}^{3/2})$$

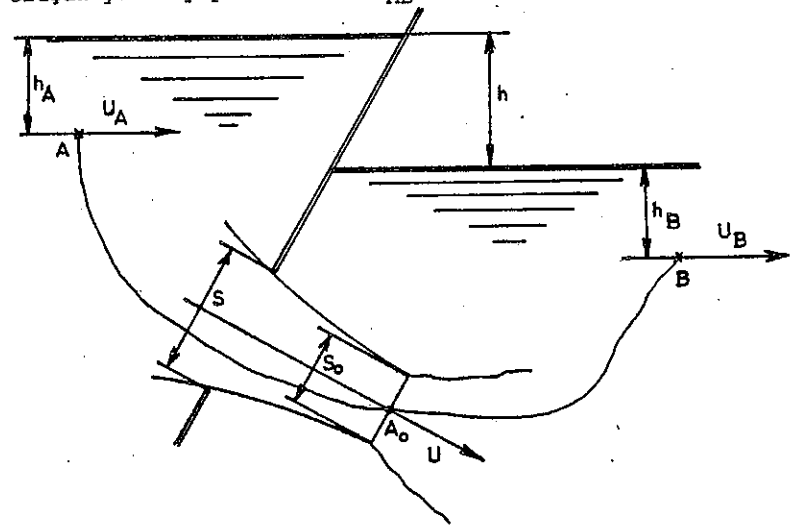
$$S \cdot \sqrt{h_m} = \frac{2}{3} \cdot b \cdot (h_{\max}^{3/2} - h_{\min}^{3/2})$$

$$S = b \cdot (h_{\max} - h_{\min})$$

$$\sqrt{h_m} = \frac{2}{3} \cdot \frac{h_{\max}^{3/2} - h_{\min}^{3/2}}{h_{\max} - h_{\min}}$$

b) SIVI İÇİNDE BULUNAN İNCE KENARLI MENFEZİN DEBİSİ

Bir menfezin sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfez olarak nitelendirilebilmesi için menfezin bir yanının açık hava yerine başka bir menfeze açılması gerekir. (Şekil 12.5)'de iki hazneyi birbirine bağlayan ince kenarlı bir menfez görülmektedir. Sıvı içinde bulunan bu ince kenarlı menfezin debisini hesaplayabilmek için hazneler içinde alınan (A) ve (B) noktalarının sınırladıkları aralıkta, bir elemanter partikülün hareket yörüngesi boyunca Bernoulli Teoremini uygulamak gerekir. Bernoulli Teoremine göre (A) noktasına değgin basınç yüksekliğinin, hız yüksekliğinin ve mutlak yüksekliğin toplamının (B) noktasına değgin basınç yüksekliğinin, hız yüksekliğinin ve mutlak yüksekliğin toplamına eşit olması zorunluluğu vardır. (A) ve (B) noktalarının sınırladıkları aralıkta oluşan yük kayıplarını (Δh_{AB}) ile gösterecek olursak Bernoulli



Şekil - 12.5

denklemini

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2 \cdot g} + z_A = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{U_B^2}{2 \cdot g} + z_B + \Delta h_{AB}$$

şeklinde yazabiliriz. (A) ve (B) noktalarının sınırladıkları aralıktaki oluşan yük kayıplarından, özellikle, menfezden geçen sıvı liflerinin büzülmeden sonraki açılmalarında oluşan yük kayıpları anlaşılmalıdır. Büzülmeden sonraki açılmada oluşan yük kayıpları daha önce çıkarmış olduğumuz

$$\Delta h_m = \frac{(U - U_B)^2}{2.g}$$

şeklindeki Bélanger Formülü ile verilir. Diğer yandan (A) noktasındaki mutlak basınç ($P_A = P_{atm} + \gamma \cdot h_A$) ve (B) noktasındaki mutlak basınç ($P_B = P_{atm} + \gamma \cdot h_B$)'dir. Bunları daha önce yazmış olduğumuz Bernoulli Denklemine yerlerine koyacak olursak

$$\frac{P_{atm} + \gamma \cdot h_A}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2.g} + z_A = \frac{P_{atm} + \gamma \cdot h_B}{\gamma} + \frac{U_B^2}{2.g} + z_B + \frac{(U - U_B)^2}{2.g}$$

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} + h_A + \frac{U_A^2}{2.g} + z_A = \frac{P_{atm}}{\gamma} + h_B + \frac{U_B^2}{2.g} + z_B + \frac{(U - U_B)^2}{2.g}$$

$$(z_A + h_A) - (z_B + h_B) = h$$

$$U = U_B + \sqrt{2.g.h + (U_A^2 - U_B^2)}$$

Yapmış olduğumuz bu açıklama göstermektedir ki, büzülmüş kesitin her noktasında akım hızı aynıdır. Büzülmüş kesitin alanını (S_0), büzülmüş kesitteki akım hızını (U) ve debiyi de (Q) ile gösterecek olursak

$$Q = S_0 \cdot U$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikte (S_0) ve (U)'nun değerlerini yerlerine koyacak olursak

$$Q = \mu \cdot s \cdot \left[U_B + \sqrt{2.g.h + (U_A^2 - U_B^2)} \right]$$

-306-

şeklini elde ederiz. Eğer ince kenarlı menfezin biribirine bağlandığı haznelerde bulunan sıvı hareket halinde değilse (A) ve (B) noktalarındaki akım hızları sıfır olur ve bu durumda

$$Q = \mu \cdot s \cdot \left[U_B + \sqrt{2.g.h + (U_A^2 - U_B^2)} \right]$$

eşitliğinden yararlanılarak

$$Q = \mu \cdot s \cdot \sqrt{2.g.h}$$

eşitliği yazılır. Açık olarak görülmektedir ki, sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfezin debisini veren formül, daha önce bulmuş olduğumuz ince kenarlı menfezin debisini veren formülün aynısıdır. Ancak sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfezin debisini veren formülde yer alan (h) menfezin biribirine bağlandığı hazneler arasındaki seviye farkını göstermektedir. Büzülmüş katsayısı (μ), genellikle sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfezlerde de (0,62) alınır.

c) BİR BÖLÜMÜ SIVI İÇİNDE BULUNAN İNCE KENARLI MENFEZİN DEBİSİ

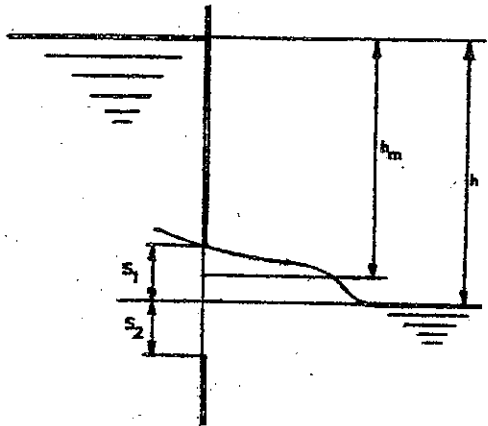
Bir menfezin, bir bölümü sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfez olarak nitelendirilebilmesi için bir bölümünün açık havaya diğer bölümünün de hazneye açılması gerekir. (Şekil - 12.6)'da bir bölümü sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfez görülmektedir. Bilgimizin günlük durumuna göre böyle bir menfezin debisini teorik olarak bulmamız olanaksızdır. Bir bölümü sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfezin debisi açık bölümün debisi ile sıvı içinde kalan bölümün debisinin toplamına eşittir. Menfezin debisini (Q), açık bölümün debisini (Q_1) ve sıvı içinde kalan bölümün debisini de (Q_2) ile gösterirsek

$$Q = Q_1 + Q_2$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$Q_1 = \mu_1 \cdot s_1 \cdot \sqrt{2.g.h_m}$$

-307-



(Şekil - 12.6)

$$Q_2 = \mu_2 \cdot s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = \mu_1 \cdot s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_m} + \mu_2 \cdot s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$\mu_2 \cdot s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

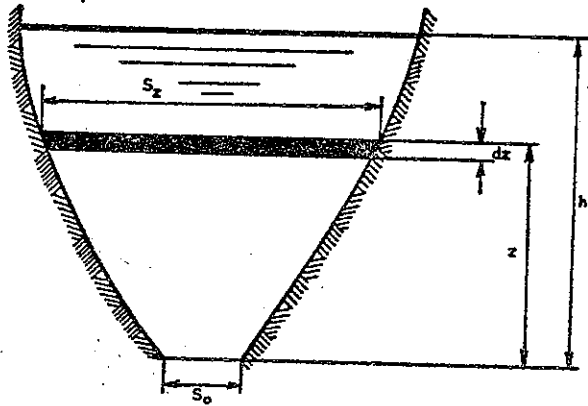
$$Q = \mu_1 \cdot s_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_m} + \mu_2 \cdot s_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

(μ_1)'in değeri (0,675), (μ_2)'nin değeri de (0,7) alınır

d) BİR HAZNENİN İNCE KENARLI BİR MENFEZİN ARACILIĞI İLE BOŞALTILMASI

(Şekil -12.7)'de, değişken kesitli bir hazne ve haznenin alt tarafında bulunan ince kenarlı bir menfez görülmektedir. Haznedeki sıvı seviyesi (z) olduğu zaman ince kenarlı menfezin debisi

$$Q_z = \mu \cdot s_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$$



(Şekil - 12.7)

olur. Hacmi sıvı elemanın hacmine eşit olan sıvının ince kenarlı menfezin aracılığı ile haznedeki boşaltılması için geçen zamanı (dt), sıvı elemanın hacmini de (dQ) ile gösterecek olursak

$$dQ = Q_z \cdot dt$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$dQ = S_z \cdot dz$$

$$Q_z = \mu \cdot s_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$$

$$S_z \cdot dz = \mu \cdot s_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

$$dt = \frac{I}{\mu \cdot s_o \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot S_z \cdot z^{-1/2} \cdot dz$$

Eğer haznedeki sıvı seviyesi kapalı olan (z_1 , z_2) aralığında (z)'nin ve boşalma zamanı da kapalı olan (T_1 , T_2) aralığında (t)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dt = \frac{I}{\mu \cdot s_o \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot S_z \cdot z^{-1/2} \cdot dz$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$\int_{T_1}^{T_2} dt = \frac{I}{\mu \cdot s_o \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \int_{z_1}^{z_2} S_z \cdot z^{-1/2} \cdot dz$$

olur.

$$\int_{T_1}^{T_2} dt = T_2 - T_1 = T_1^2$$

(T_1^2), ince kenarlı bir menfezin aracılığı ile boşaltılan değişken kesitli haznedeki sıvı seviyesinin (z_2)'den (z_1)'e düşmesi için geçen zamanı göstermektedir.

$$T_1^2 = \frac{I}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \int_{z_1}^{z_2} S_z \cdot z^{-1/2} \cdot dz$$

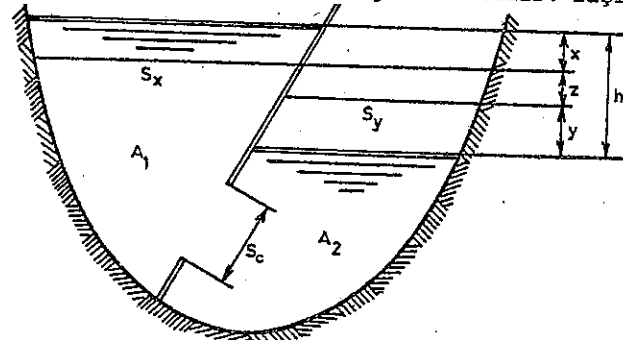
Bu belirli integrali çözümleyebilmek için (S_z) 'yi (z) 'nin bir fonksiyonu olarak ifade etmek gerekir. Eğer hazne değişken kesitli değilse (S_z) ne (S) yazılır ve bu da integralin dışına çıkarılır.

$$T_1^2 = \frac{I}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \int_{z_1}^{z_2} S_z \cdot z^{-1/2} \cdot dz = \frac{S}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \int_{z_1}^{z_2} z^{-1/2} \cdot dz$$

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (z_2^{1/2} - z_1^{1/2})$$

e) İNCE KENARLI BİR MENFEZLE BİRİBİRİNE BAĞLANAN İKİ HAZNEDE SIVI SEVİYESİNİN AYNI OLMASI İÇİN GEÇEN ZAMAN

(Şekil - 12.8)'de ince kenarlı menfezle birbirine bağlanan değişken kesitli iki hazne görülmektedir. Başlangıçta hazneler arasındaki seviye farkı (h)



(Şekil - 12.8)

deki seviye farkı (h) dir. (t) zaman sonra birinci haznede sıvı seviyesi (x) kadar azalır buna karşılık ikinci haznede sıvı seviyesi (y) kadar artar ve hazneler arasındaki seviye farkı da (z) olur. Bu

durumda

$$x + y + z = h$$

eşitliğini yazabiliriz. (t) zaman sonra birinci haznede sıvı yüzünün alanı

(S_x) , ikinci haznede sıvı yüzünün alanı da (S_y) olsun. Eğer (dt) zaman aralığında birinci haznede sıvı seviyesi (dx) kadar azalır ikinci haznede sıvı seviyesi (dy) kadar artar. Hazneler arasında seviye farkı (z) olduğu zaman (dt) zaman aralığında birinci haznedeki sıvı miktarı

$$dQ = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

olur ve bu durumda da

$$S_x \cdot dx = S_y \cdot dy = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

eşitliklerini yazabiliriz.

$$x + y + z = h$$

$$dx + dy + dz = 0$$

$$S_x \cdot dx = S_y \cdot dy = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

$$dx = \frac{\mu \cdot S_0}{S_x} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

$$dy = \frac{\mu \cdot S_0}{S_y} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

$$dx + dy + dz = \frac{\mu \cdot S_0}{S_x} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt + \frac{\mu \cdot S_0}{S_y} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt + dz$$

$$dt + \frac{S_x \cdot S_y}{(S_x + S_y) \cdot \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot z^{-1/2} \cdot dz = 0$$

Eğer zaman kapalı olan (T_1, T_2) aralığında (T) 'nin ve hazneler arasındaki seviye farkında kapalı olan (z_1, z_2) aralığında (z) 'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dt + \frac{S_x \cdot S_y}{(S_x + S_y) \cdot \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot z^{-1/2} \cdot dz = 0$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$\int_{T_1}^{T_2} dt + \frac{I}{\mu \cdot s_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{S_x \cdot S_y}{S_x + S_y} \cdot z^{-I/2} \cdot dz = 0$$

olur.

$$\int_{T_1}^{T_2} dt = T_2 - T_1 = T_1^2$$

(T_1^2) ince kenarlı menfezle birbirine bağlanan iki hazne arasında seviye farkının (z_2)'den (z_1)'e düşmesi için geçen zamanı göstermektedir.

$$T_1^2 = \frac{I}{\mu \cdot s_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \int_{z_2}^{z_1} \frac{S_x \cdot S_y}{S_x + S_y} \cdot z^{-I/2} \cdot dz$$

Eğer hazneler değişken kesitli değilse (S_x) ve (S_y) integral işaretinin dışına alınır ve bu durumda hazneler arasından dengenin kurulması için geçen zaman

$$T_1^2 = \frac{S_1 \cdot S_2}{\mu \cdot s_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot (S_1 + S_2)} \int_0^h z^{-I/2} \cdot dz$$

olur.

$$T_1^2 = \frac{S_1 \cdot S_2}{\mu \cdot s_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot (S_1 + S_2)} \int_0^h z^{-I/2} \cdot dz = \frac{2 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{h}}{\mu \cdot s_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot (S_1 + S_2)}$$

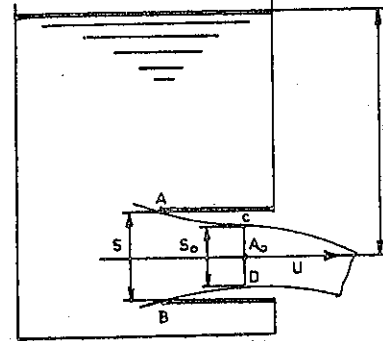
$$T_1^2 = \frac{S_1 \cdot S_2}{\mu \cdot s_0 \cdot (S_1 + S_2)} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

2) LÜLELER

Hidrolikte, genellikle, ince kenarlı menfeze takılan ve uzunluğu da çok fazla olmayan bir boruya lüle adı verilir. Lüleler içe dönük ve dışa çıkık olabilirler ve ayrıca silindirik lüleler, yakınsak lüleler ve iraksak lüleler olmak üzere üç bölüme ayrılırlar.

a) İÇE DÖNÜK SİLİNDİRİK LÜLENİN DEBİSİ

Debi, bilindiği gibi, büzülmüş kesitin alanı ile büzülmüş kesitteki ortalama akım hızının çarpımına eşittir. Büzülmüş kesitteki ortalama akım hızı Torricelli Formülünden yararlanılarak bulunur.



(Şekil - 12.9)

(Şekil - 12.9)'da, bir haznenin alt tarafında bulunan ince kenarlı menfeze takılan içe dönük silindirik lüle görülmektedir. Lülenin geometrik ağırlık merkezinden ölçülen sıvı yüksekliği (h) olduğuna göre büzülmüş kesitteki akım hızı

$$U = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

olur

Debinin hesaplanabilmesi için büzülmüş kesitin de bulunması gerekir. Büzülmüş kesit, ancak HAREKET MİKTARI TEOREMİNDEN yararlanılarak bulunabilir. HAREKET MİKTARI kütle ile hızın çarpımına eşittir. (dt) zaman aralığında büzülmüş kesitten geçen sıvının kütlesini (dm), hareket miktarına da (dM) ile gösterecek olursak, akım hızı (U) olduğuna göre

$$dM = U \cdot dm$$

$$U = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$dm = \rho \cdot dQ$$

$$dQ = S_0 \cdot U \cdot dt$$

$$dm = \rho \cdot S_0 \cdot U \cdot dt$$

$$dM = U \cdot dm = U \cdot \rho \cdot S_0 \cdot U \cdot dt = \rho \cdot S_0 \cdot U^2 \cdot dt = 2 \cdot g \cdot \rho \cdot S_0 \cdot h \cdot dt$$

$$dM = 2 \cdot g \cdot \rho \cdot S_0 \cdot h \cdot dt$$

(dt) zaman aralığında büzölmüş kesitten geçen sıvı miktarına etkiyen kuvvet (AB) yüzeyine önden ve arkadan etkiyen kuvvetlerin cebirsel toplamına eşittir. (AB) yüzeyine önden etkiyen kuvveti (F_1), arkadan etkiyen kuvveti de (F_2) ile gösterirsek $F_1 = S \cdot P_{atm}$ ve $F_2 = S \cdot (P_{atm} + \gamma \cdot h)$ eşitliklerini yazabiliriz. Bu durumda (dt) zaman aralığında büzölmüş kesitten geçen sıvıya etkiyen kuvvet

$$F_2 - F_1 = S \cdot (P_{atm} + \gamma \cdot h) - S \cdot P_{atm} = S \cdot \gamma \cdot h$$

olur. HAREKET MİKTARI UYARIMA eşittir ve uyarım, kütleyle etkiyen kuvvetle zamanı çarparak bulunur. Uyarımı (dU_T) ile gösterecek olursak yaptığımız bu açıklamaya göre

$$dU_T = S \cdot \gamma \cdot h \cdot dt$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$dM = 2 \cdot g \cdot \rho \cdot S_0 \cdot h \cdot dt$$

$$dU_T = S \cdot \gamma \cdot h \cdot dt$$

$$2 \cdot g \cdot \rho \cdot S_0 \cdot h \cdot dt = S \cdot \gamma \cdot h \cdot dt$$

$$S_0 = \frac{I}{2} \cdot S$$

Açık olarak görölmektedir ki, içe dönük silindirik lülede büzölme katsayı-

(I / 2) 'dir. Debi

$$Q = S_0 \cdot U$$

ğuna göre

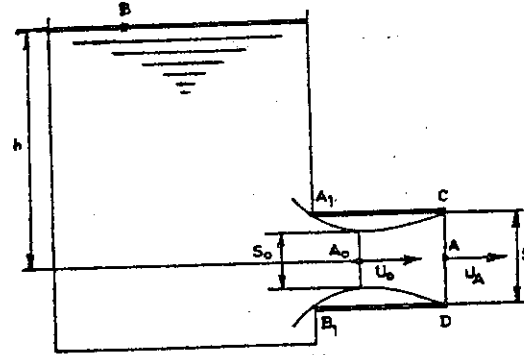
$$Q = \frac{I}{2} \cdot S \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

etliğini yazabiliriz.

b) DIŞA ÇIKIK SILİNDİRİK LÜLENİN DEBİSİ

(Şekil - 12.10) 'da dışa çıkık silindirik lüle görölmektedir.

Dışa çıkık silindirik lülenin debisini veren formölün çıkarılmasında farklı bir yöntemden yararlanır. Eğer dışa çıkık silindirik lülenin uzunluğu yaklaşık olarak çapın (I I/2) katına eşitse büzölmeden sonra açılma olur. Büzölmüş kesitin alanını (S_0), lülenin kesit alanını da (S) ile gösterecek olursak



(Şekil - 12.10)

$$\mu = \frac{S_0}{S}$$

eşitliğini yazabiliriz.

Büzölmeden sonraki açılma da meydana gelen yük kaybı Bélanger Formölünden yararlanılarak hesaplanır. Büzölmeden sonraki açılmada meydana gelen yük kaybı

(Δh) ile gösterilirse

$$\Delta h = \frac{U_A^2}{2 \cdot g} \cdot \left[\left(\frac{I}{m \cdot \mu} - I \right) + k \right]$$

eşitliği yazılabilir. Burada önemli olan (A) noktasının bulunduğu kesit üzerindeki ortalama akım hızını bulmaktır. (A) noktasındaki akım hızı, daha önce de açıklamış olduğumuz gibi, (A) noktasının bulunduğu kesit üzerindeki ortalama akım hızına eşittir. (A) noktasındaki akım hızını bulmak için sıvının serbest yüzü üzerinde alınan (B) noktası ile (A)

noktasının sınırladıkları aralığa Bernoulli Teoremini uygulamak gerek
(A) ve (B) noktalarının sınırladıkları aralığa Bernoulli Teoremini uygulayacak olursak

$$\frac{P_B}{\gamma} + \frac{U_B^2}{2.g} + z_B = \frac{P_A}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2.g} + z_A + \Delta h$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$P_B = P_{atm} \quad U_B = 0 \quad P_A = P_{atm}$$

olduğu için yukarıdaki eşitlikten yararlanılarak

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} + z_B = \frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2.g} + z_A + \frac{U_A^2}{2.g} \cdot \left[\left(\frac{I}{m.\mu} - I \right)^2 + \dots \right]$$

eşitliği yazılır. Bu eşitlikten

$$U_A = \frac{\sqrt{2.g.h}}{\sqrt{\left(\frac{I}{m.\mu} - I \right)^2 + \dots}}$$

eşitliği elde edilir. Açık olarak görülmektedir ki, bu eşitlikten yararlanılarak bulunan hız, ince kenarlı menfezdeki akım hızından daha küçüktür. (k)'nın yerine $0,22 \cdot \left(\frac{I}{m.\mu} - I \right)$, (m)'nin yerine (I) ve (μ)'nün yerine de (0,62) koyacak olursak

$$U_A = 0,82 \cdot \sqrt{2.g.h}$$

eşitliğini elde ederiz. Debi, bilindiği gibi, (A) noktasındaki akım hızı ile kesit alanının çarpımına eşittir. Debiyi (Q) ile gösterecek olursak yapmış olduğumuz bu tanıma göre

$$Q = S \cdot U_A$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$Q = S \cdot U_A = 0,82 \cdot S \cdot \sqrt{2.g.h}$$

$$Q = 0,82 \cdot S \cdot \sqrt{2.g.h}$$

Weisbach adlı araştırmacıya göre ($\sqrt{2.g.h}$) önünde yer alan

katsayı, doğrudan doğruya lüle uzunluğunun lüle çapına oranına bağlıdır. Eğer bu oran küçükse lülenin hiçbir etkisi olmaz, yok eğer büyükse sürtünmeden ileri gelen kayıplar debiyi azaltır. Katsayısının (0,82) olarak alınması için lüle uzunluğunun lüle çapına oranının (2 I/2) olması gerekir.

Dışa çıkık silindirik lülede debinin artırılması, doğrudan doğruya, büzülmüş kesitte basıncın atmosfer basıncının altına düşürülmesine bağlıdır. Eğer büzülmüş kesit üzerinde alınan (A₀) noktası ile (B) noktasının sınırlamış oldukları aralığa Bernoulli Teoremini uygulayacak olursak

$$\frac{P_B}{\gamma} + \frac{U_B^2}{2.g} + z_B = \frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2.g} + z_0$$

eşitliğini elde ederiz.

$$P_B = P_{atm} \quad \text{ve} \quad U_B = 0$$

olduğu için yukarıdaki eşitlikten yararlanılarak

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} + z_B = \frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2.g} + z_0$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$\frac{U_0^2}{2.g} = \frac{P_{atm} - P_0}{\gamma} + (z_B - z_0) = \frac{P_{atm} - P_0}{\gamma} + h$$

$$\frac{U_0^2}{2.g} = \frac{P_{atm} - P_0}{\gamma} + h$$

$$U \cdot S = \mu \cdot S \cdot U_0$$

$$U_0 = \frac{U}{\mu} = \frac{0,82 \cdot \sqrt{2.g.h}}{0,62}$$

$$\frac{P_{atm} - P_0}{\gamma} = \frac{U_0^2}{2.g} - h = \left(\frac{0,82}{0,62} \right)^2 \cdot h - h = \frac{3}{4} \cdot h$$

Bu eşitlikten yararlanılarak

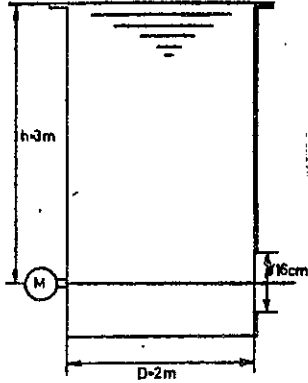
$$P_o = P_{atm} - \frac{3}{4} \cdot \gamma \cdot h$$

eşitliği yazılır.

ÖRNEK PROBLEMLER

12.1. PROBLEM

(Şekil - 12 . II)'de görülen ve ana boyutları verilmiş olan haz



(Şekil - 12.11)

nenin içerisinde özgül ağırlığı ($\gamma = 10^3 \text{ kg/m}^3$) olan basınçlı su bulunmaktadır. Manometre ile ölçülen efektif basınç ($P_m = 2,5 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$) dir. Önce kapalı haznede gerçek su seviyesinin değişmediğini kabul ederek ince kenarlı menfezin debisini ve sonra kapalı haznede gerçek sıvı seviyesinin (3 m)'den (1 m)'ye düşmesi için geçen zamanı hesaplayınız.

12.1. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

İnce kenarlı menfezin debisini bulmak için önce manometre ile ölçülen efektif basıncı karşılayan hayali su seviyesini hesaplamak gerekir. Hayali su seviyesini (h) ile gösterecek olursak

$$P_m = \gamma \cdot h$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$h = \frac{P_m}{\gamma} = \frac{2,5 \cdot 10^4}{10^3} = 25 \text{ m}$$

$$h = 25 \text{ m}$$

İnce kenarlı menfezin debisinin hesaplanmasında

$$Q = \mu \cdot S_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_m}$$

şeklinde verilmiş olan eşitlikten yararlanılır. (μ) bilindiği gibi, büzülme katsayısıdır ve dairesel kesitler için değeri (0,62) alınır. İnce kenarlı menfezin çapı küçük olduğu için ortalama yüksekliği hayali su seviyesine eşit kabul edeceğiz.

$$h = h_m$$

$$S_o = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 16^2}{4} = 201,062 \text{ cm}^2$$

$$S_o = 201,062 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$Q = \mu \cdot S_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_m} = 0,62 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 25} = 0,276 \text{ m}^3/\text{sn}$$

$$Q = 0,276 \text{ m}^3/\text{sn}$$

Kapalı haznede gerçek su seviyesinin (3 m)'den (1 m)'ye düşmesi için geçen zamanın hesaplanmasında

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S}{\mu \cdot S_o \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (z_2^{I/2} - z_1^{I/2})$$

şeklinde verilmiş olan eşitlikten yararlanılır.

$$z_2 = h_m = 25 \text{ m}$$

$$z_1 = h_m - 2 = 25 - 2 = 23 \text{ m}$$

$$z_1 = 23 \text{ m}$$

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 200^2}{4} = 31400 \text{ cm}^2$$

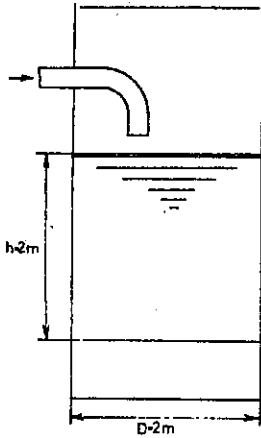
$$S = 3,14 \text{ m}^2$$

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S}{\mu \cdot S_o \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (z_2^{I/2} - z_1^{I/2}) = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (\sqrt{25} - \sqrt{23})}{0,62 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81}}$$

$$T_1^2 = 32 \frac{3}{4} \text{ sn}$$

12.2. PROBLEM

(Şekil - 12.12)'de görülen ve ana boyutları verilmiş olan bir hazne ne debisi ($Q_1 = 20 \text{ dm}^3 / \text{sn}$) olan bir boru hattı tarafından beslenmektedir. Haznedeki su ince kenarlı bir menfezin aracılığı ile boşaltılmaktadır. Haznede su seviyesinin (2 m)'den (1 m)'ye düşmesi için geçen zamanı hesaplayınız.



(Şekil - 12.12)

12.2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

İnce kenarlı menfezin çapı küçük olduğu için ortalama yükseklik haznedeki su seviyesine eşit kabul edilecektir.

$$h = h_m$$

Haznedeki su seviyesi (z) olduğu vakit (dt) zaman aralığında ince kenarlı menfezden akan su miktarını (dQ_z) ile gösterelim. Bu durumda

$$dQ_z = Q_z \cdot dt$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$Q_z = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$$

$$dQ_z = Q_z \cdot dt = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

$$dQ_z = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

(dt) zaman aralığında hazneye gelen su miktarı (dQ_1) ve haznede su seviyesindeki azalma da (dz) olsun, Hazneyi besleyen boru hattının debisi (Q_1), haznenin kesit alanı da (S) olduğuna göre

$$dQ_z - dQ_1 = S \cdot dz$$

eşitliği yazılabilir.

$$dQ_1 = Q_1 \cdot dt$$

olduğu için

$$dQ_z - dQ_1 = S \cdot dz$$

eşitliğinden

$$\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt - Q_1 \cdot dt = S \cdot dz$$

eşitliğini elde ederiz.

Eğer haznede su seviyesinin (z_2)'den (z_1)'e düşmesi için geçen zaman (T_1^2) olursa ve eğer haznedeki su seviyesi kapalı olan (z_1, z_2) aralığında (z)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dt = \frac{S \cdot dz}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} - Q_1}$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$T_1^2 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{S \cdot dz}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} - Q_1}$$

olur.

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (z_2^{1/2} - z_1^{1/2} +$$

$$\frac{2 \cdot S \cdot Q_1}{(\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g})^2} \cdot \ln \left(\frac{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z_2} - Q_1}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z_1} - Q_1} \right)$$

$$S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 200^2}{4} = 31400 \text{ cm}^2$$

$$S = 3,14 \text{ m}^2$$

$$S_0 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 16^2}{4} = 201,062 \text{ cm}^2$$

$$S_0 = 201,062 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\mu = 0,62$$

$$z_2 = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$$

$$z_1 = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

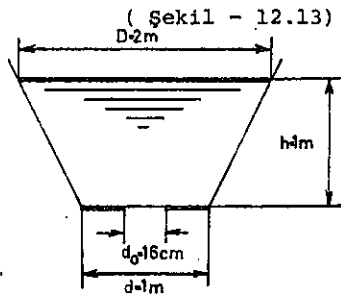
$$Q_1 = 20 \text{ dm}^3 / \text{sn} = 0,02 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (1,41 - 1)}{0,62 \cdot 201,063 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81}} + \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,02}{(0,62 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81})}$$

$$\ln\left(\frac{0,62 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81} \cdot 2 - 0,02}{0,62 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81} \cdot 1 - 0,02}\right)$$

$$T_1^2 = 68 \text{ sn}$$

12.3. PROBLEM



(Şekil - 12.13)

(Şekil - 12.13)'te kesik koni biçiminde bir hazne görülmektedir. Haznedeki su seviyesi (1 m), haznenin alt kısmında bulunan ince kenarlı menfezin çapı da (16 cm) olduğuna göre haznedeki su seviyesinin (100 cm)'den (25 cm)'ye düşmesi için geçen zamanı hesaplayınız.

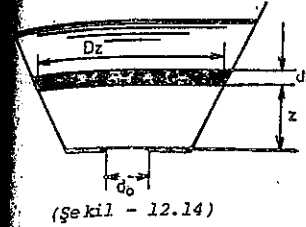
12.3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Değişken kesitli haznelerde, bilindiği gibi, boşalma zamanı

$$T_1^2 = \frac{1}{\mu \cdot S_o \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \int_{z_1}^{z_2} S_z \cdot z^{-1/2} \cdot dz$$

şeklinde bulunmuş olduğumuz eşitlikten yararlanılarak hesaplanır.

$$S_z = \frac{\pi \cdot D_z^2}{4}$$



(Şekil - 12.14)

$$D_z = \frac{z}{h} \cdot (D - d) + d$$

$$S_z = \frac{\pi}{4} \cdot \left[\frac{z^2}{h^2} \cdot (D^2 - 2 \cdot D \cdot d + d^2) + 2 \cdot \frac{z}{h} \cdot (D - d) \cdot d + d^2 \right]$$

$$\frac{1}{\mu \cdot S_o \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \int_{z_1}^{z_2} S_z \cdot z^{-1/2} \cdot dz$$

$$\frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\mu \cdot S_o \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \int_{z_1}^{z_2} \left[\frac{z^2}{h^2} \cdot (D^2 - 2 \cdot D \cdot d + d^2) + 2 \cdot \frac{z}{h} \cdot (D - d) \cdot d + d^2 \right] \cdot z^{-1/2} \cdot dz$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\mu \cdot S_o \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot \left[\left(\frac{D - d}{h} \right)^2 \cdot \frac{2}{5} \cdot (z_2^{5/2} - z_1^{5/2}) + \right.$$

$$\left. + \frac{d}{h} \cdot (D - d) \cdot \frac{2}{3} \cdot (z_2^{3/2} - z_1^{3/2}) + 2 \cdot d^2 \cdot (z_2^{1/2} - z_1^{1/2}) \right]$$

$$= \frac{\pi \cdot d_o^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 16^2}{4} = 201,062 \text{ cm}^2$$

$$= 201,062 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$z_2 = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$z_1 = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

$$D = 2 \text{ m}$$

$$d = 1 \text{ m}$$

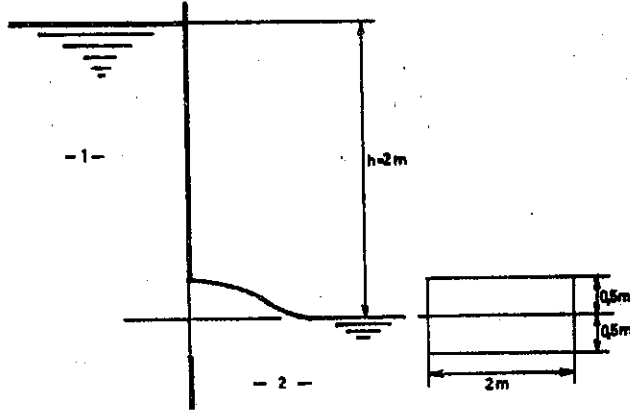
$$T_1^2 = \frac{\frac{3,14}{4}}{0,62 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2,9,81}}$$

$$\left[\frac{2}{5} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{5/2} \right] + \frac{4}{3} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{3/2} \right] + 2 \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{1/2} \right] \right]$$

$$T_1^2 = 145 \text{ sn}$$

12. 4. PROBLEM

(Şekil -12.15)'de, aralarındaki seviye farkı (2 m) olan iki hazneyi



(Şekil - 12.15)

birbirine bağlayan ve bir kesimi su içinde bulunan ince kenarlı dikdörtgen biçiminde bir menfez görülmektedir. Hazneler arasındaki seviye farkı değişmediğine göre bir kesimi su içinde bulunan ince kenarlı menfezin debisini hesaplayınız.

12.4. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Bu problemin çözümlenmesinde

$$Q = \mu_1 \cdot S_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_m} + \mu_2 \cdot S_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

şeklinde verilmiş olan DEBİ DENKLEMİNDEN yararlanılır.

$$\mu_1 = 0,675$$

$$\mu_2 = 0,700$$

$$S_1 = a_1 \cdot b_1 = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 1 \text{ m}^2$$

$$S_2 = a_2 \cdot b_2 = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 1 \text{ m}^2$$

Şimdi menfezin açık havaya açılan bölümüne değgin ortalama yüksekliği

hesaplayacağız.

$$h_m = \frac{2}{3} \cdot \frac{h_{\max}^{3/2} - h_{\min}^{3/2}}{h_{\max} - h_{\min}}$$

$$h_{\max} = h = 2 \text{ m}$$

$$h_{\min} = h - 0,5 = 2 - 0,5 = 1,5 \text{ m}$$

$$h_m = 1,5 \text{ m}$$

$$h_m = \frac{2}{3} \cdot \frac{h_{\max}^{3/2} - h_{\min}^{3/2}}{h_{\max} - h_{\min}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2^{3/2} - (1,5)^{3/2}}{2 - 1,5} = 1,32 \text{ m}$$

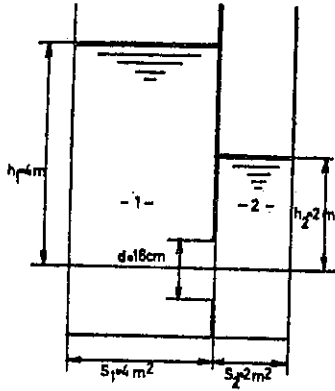
$$h_m = 1,32 \text{ m}$$

$$Q = 0,675 \cdot 1 \cdot 1,32 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81} + 0,7 \cdot 1 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2} = 8,352 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q = 8,352 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

12.5. PROBLEM

(Şekil - 12.16)'da, ince kenarlı menfezle birbirine bağlanan



(Şekil - 12.16)

iki hazne görülmektedir. Önce hazneler arasındaki seviye farkının değişmediğini kabul ederek ince kenarlı menfezin debisini ve sonra hazneler arasında dengenin kurulması için geçen zamanı hesaplayınız.

12.5. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Hazneler arasında seviye farkı değişmediğine göre ince kenarlı menfezin debisi

$$Q = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

deşitliğinden yararlanılarak hesaplanır. Bu eşitlikte yer alan (h) hazneler arasındaki seviye farkını göstermektedir.

$$h = h_1 - h_2 = 4 - 2 = 2 \text{ m}$$

$$h = 2 \text{ m}$$

$$\mu = 0,62$$

$$S_0 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 16^2}{4} = 201,062 \text{ cm}^2$$

$$S_0 = 201,062 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$Q = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 0,62 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2} = 0,07828 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q = 0,07828 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

Şimdi

$$x + y = h$$

$$S_1 \cdot x = S_2 \cdot y$$

deşitliklerinden yararlanarak hazneler arasında denge kurulduktan sonra haznelerdeki su seviyesini hesaplayacağız.

$$S_1 = 4 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 2 \text{ m}^2$$

$$4 \cdot x = 2 \cdot y$$

$$y = 2 \cdot x$$

$$x + y = x + 2 \cdot x = 3 \cdot x = 2$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ m}$$

$$y = 2 \cdot x = 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \text{ m}$$

$$y = \frac{4}{3} \text{ m}$$

$$h_1' = h_1 - x = 4 - \frac{2}{3} = 3 \frac{1}{3} \text{ m}$$

$$h_1' = 3 \frac{1}{3} \text{ m}$$

$$h_2' = h_2 + y = 2 + \frac{4}{3} = 3 \frac{1}{3} \text{ m}$$

$$h_2' = 3 \frac{1}{3} \text{ m}$$

Hazneler arasında dengenin kurulması için geçen zamanın hesaplanmasında

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S_1 \cdot S_2}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (S_1 + S_2)}} \cdot \sqrt{h}$$

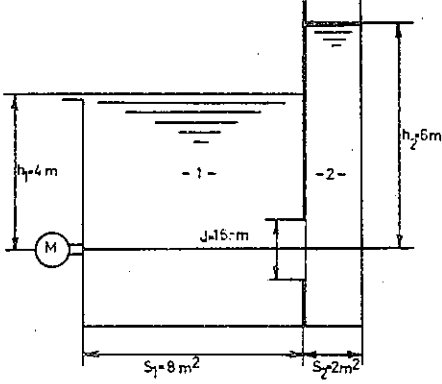
şeklinde bulunmuş olduğumuz eşitlikten yararlanılır.

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{h}}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (S_1 + S_2)}} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 2}{0,62 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{9,81 \cdot 6}}$$

$$T_1^2 = 137 \text{ sn}$$

12.6. PROBLEM

(Şekil . 12.17)'de, ince kenarlı menfezle birbirine bağlanan kapalı ve açık haznelerin oluşturdukları bir düzen görülmektedir. Haznelerde özgül ağırlığı ($\gamma = 10^3 \text{ kg/m}^3$) olan su bulunduğu ve manometre ile ölçülen efektif basınç da ($P_m = 1,8 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^2$) olduğuna göre, önce hazneler arasındaki seviye farkının sabit kaldığını kabul ederek debiyi ve sonra hazneler arasında dengenin kurulması için geçen zamanı hesaplayınız.



(Şekil - 12.17)

12.6. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Önce manometre ile ölçülen efektif basıncı karşılayan hayali sıvı yüksekliğini hesaplayacağız. Manometre ile ölçülen efektif basıncı karşılayan hayali sıvı yüksekliğini (h_m) ile gösterecek olursak

$$h_m = \frac{P_m}{\gamma}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$h_m = \frac{P_m}{\gamma} = \frac{1,8 \cdot 10^4}{10^3} = 18 \text{ m}$$

$$h_m = 18 \text{ m}$$

Hazneler arasındaki seviye farkı sabit kaldığına göre ince kenarlı menfezin debisi

$$Q = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır.

$$\mu = 0,62$$

$$S_0 = 201,062 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$h = h_m - h_2 = 18 - 6 = 12 \text{ m}$$

$$h = 12 \text{ m}$$

$$Q = \mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 0,62 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 12} = 0,1915 \text{ m}^3/\text{sn}$$

$$Q = 0,1915 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$x + y = 12$$

$$S_1 \cdot x = S_2 \cdot y$$

eşitliklerinden yararlanarak hazneler arasında denge kurulduktan sonra haznelerdeki su seviyesini hesaplayacağız.

$$x + y = 12$$

$$8 \cdot x = 2 \cdot y$$

$$x + y = x + 4 \cdot x = 5 \cdot x = 12$$

$$x = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ m}$$

$$x = 2,4 \text{ m}$$

$$y = 4 \cdot x = 4 \cdot 2,4 = 9,6 \text{ m}$$

$$y = 9,6 \text{ m}$$

$$h_1' = h_1 - x = 4 - 2,4 = 1,6 \text{ m}$$

$$h_1' = 1,6 \text{ m}$$

$$h_2' = h_2 + y = 6 + 9,6 = 15,6 \text{ m}$$

$$h_2' = 15,6 \text{ m}$$

Hazneler arasında dengenin kurulması için geçen zamanın hesaplanmasında

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S_1 \cdot S_2}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (S_1 + S_2)}} \cdot \sqrt{h}$$

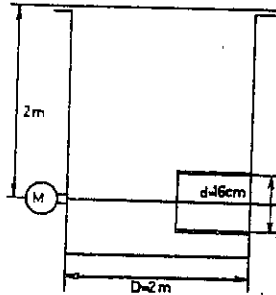
şeklinde bulmuş olduğumuz eşitlikten yararlanılır.

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S_1 \cdot S_2}{\mu \cdot S_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (S_1 + S_2)}} \cdot \sqrt{h} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 2 \cdot \sqrt{12}}{0,62 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \sqrt{2 \cdot 9,81} \cdot (8 + 2)}$$

$$T_1^2 = 201 \text{ sn}$$

12.7. PROBLEM

(Şekil - 12.18)'de görülen kapalı haznenin içerisinde bulunan basınçlı su içe dönük silindirik lülenin aracılığı ile dışarıya akıtılmaktadır. Manometre ile ölçülen efektif basınç ($P_m = 4 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$), suyun özgül ağırlığı da ($\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$)'tür. Önce haznede gerçek su seviyesinin değişmediğini kabul ederek debiyi ve haznede gerçek su seviyesinin (2 m)'den (1 m)'ye düşmesi için geçen zamanı hesaplayınız.



(Şekil - 12.18)

Manometre ile ölçülen efektif basıncı karşılayan hayali sıvı yüksekliğini hesaplayacağız. Manometre ile ölçülen efektif basıncı karşılayan hayali sıvı yüksekliğini (h_m) ile gösterecek olursak

$$h_m = \frac{P_m}{\gamma}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$h_m = \frac{P_m}{\gamma} = \frac{4 \cdot 10^4}{10^3} = 40 \text{ m}$$

$$h_m = 40 \text{ m}$$

Debi, daha önce bulmuş olduğumuz

$$Q = \frac{I}{2} \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır.

$$S = 201,062 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$h = h_m = 40 \text{ m}$$

$$\frac{I}{2} \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 0,5 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 40} = 0,2815 \text{ m}^3/\text{sn}$$

$$= 0,2815 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

Haznedeki gerçek su seviyesinin (2 m)'den (1 m)'ye düşmesi için geçen zamanı

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S_1}{\frac{I}{2} \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (z_2^{I/2} - z_1^{I/2})$$

şeklinde verilmiş olan eşitlikten yararlanılarak hesaplayacağız.

$$S_1 = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ m}^2$$

$$S_1 = 3,14 \text{ m}^2$$

$$z_2 = h_m = 40 \text{ m}$$

$$z_1 = h_m - I = 40 - I = 39 \text{ m}$$

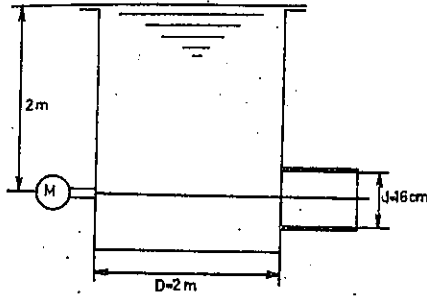
$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S_1}{\frac{I}{2} \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (z_2^{I/2} - z_1^{I/2}) = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (40^{I/2} - 39^{I/2})}{0,5 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81}}$$

$$T_1^2 = 13 \text{ sn}$$

12.8. PROBLEM

(Şekil - 12.19)'de görülen kapalı haznenin içerisinde bulunan su dışarıya çıkarak silindirik lülenin aracılığı ile dışarıya akıtılmaktadır.

Manometre ile ölçülen efektif basınç ($P_m = 4 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$), suyun özgül



(Şekil - 12.19)

12.8. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Önce manometre ile ölçülen efektif basıncı karşılayan hayali sıvı yüksekliğini hesaplayacağız. Manometre ile ölçülen efektif basıncı karşılayan sıvı yüksekliğini (h_m) ile gösterecek olursak

$$h_m = \frac{P_m}{\gamma}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$h_m = \frac{P_m}{\gamma} = \frac{4 \cdot 10^4}{10^3} = 40 \text{ m}$$

$$h_m = 40 \text{ m}$$

Debi, dışa çıkış silindirik lümenin debisinin hesaplanmasında kullanılır.

$$Q = 0,82 \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

şeklinde eşitlikten yararlanılarak hesaplanır.

$$S = 201,062 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$h = h_m = 40 \text{ m}$$

$$Q = 0,82 \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 0,82 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 40} = 0,4616 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q = 0,4616 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

Haznedeki gerçek su seviyesinin (2 m)'den (1 m)'ye düşmesi için geçen zamanın hesaplanmasında

ağırlığı da ($\gamma = 10^3 \text{ kg / m}^3$)'tür.

Önce haznede gerçek sıvı seviyesi değişmediğini kabul ederek debiyi ve haznede gerçek su seviyesinin (2 m)'den (1 m)'ye düşmesi için geçen zamanı hesaplayınız.

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S_1}{0,82 \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (z_2^{I/2} - z_1^{I/2})$$

inde verilmiş olan eşitlikten yararlanılır.

$$S_1 = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ m}^2$$

$$S_1 = 3,14 \text{ m}^2$$

$$z_2 = h_m = 40 \text{ m}$$

$$z_1 = h_m - 1 = 40 - 1 = 39 \text{ m}$$

$$T_1^2 = \frac{2 \cdot S_1}{0,8 \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \cdot (z_2^{I/2} - z_1^{I/2}) = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (40^{I/2} - 39^{I/2})}{0,8 \cdot 201,062 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81}}$$

$$T_1 = 8 \text{ sn}$$

ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

12.1. PROBLEM

Gemi trafiğine elverişli kanal üzerinde bulunan bir havuz, genişliği (90 cm) ve yüksekliği de (60 cm) olan dikdörtgen biçiminde ince kenarlı bir menfezin aracılığı ile doldurulmaktadır. Havuzda serbest su yüzünün alanı (100 m^2)'dir. Başlangıçta, menfezin ağırlık merkezinden itibaren su seviyesi, havuzun dışında (6 m) ve havuzun içinde de (3 m)'dir. Havuzun dışında su seviyesi sabit kaldığına göre, havuzun içindeki su seviyesini zamanın fonksiyonu olarak ifade ediniz, (0h) ve (0t) koordinatlarından oluşan dik açılı koordinatlar sisteminde denklemini bulunuz eğriyi çiziniz.

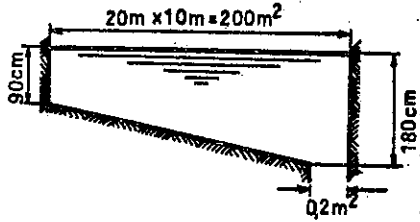
12.2 PROBLEM

Kenar uzunluğu (1 m) olan kare kesitli prizmatik bir haznenin tabanına,

çapı (2 cm) olan ince kenarlı dairesel bir menfez açılmıştır. Deneyin başında, prizmatik haznede su yüksekliği (1 m)'dir. Prizmatik hazne, debisi ($2 \text{ dm}^3 / \text{sn}$) olan bir kaynak tarafından beslenmektedir. İnce kenarlı menfezin debi katsayısı (0,62) olduğuna göre, deney başladıktan sonra haznedeki su seviyesinin (2 m) olabilmesi için geçen zamanı hesaplayınız.

12.3 PROBLEM

(Şekil - 12.20)'de, ana boyutları verilmiş olan bir yüzme havuzunun



(Şekil - 12.20)

şeması görülmektedir. Havuzdaki su, kesit alanı ($0,2 \text{ m}^2$) olan ince kenarlı bir menfezin aracılığı ile boşaltılmaktadır. Debi katsayısı (0,62) olduğuna göre, su seviyesini zamanın fonksiyonu olarak ifade ediniz (0h) ve (0t) eksenlerinden oluşan dik açılı

koordinatlar sisteminde su seviyesi diyagramını çizin.

12.4. PROBLEM

Gemi trafiğine elverişli bir kanal üzerinde, uzunluğu (120 m), genişliği (12 m) ve su derinliği de (6 m) olan bir havuz bulunmaktadır. Havuzun dışında, su seviyesi sabit kalmaktadır ve havuzun dışındaki su seviyesi havuzun içindeki su seviyesinden (3 m) daha azdır. Havuzdaki su, debi katsayısı (0,6) olan su içinde bir menfezle boşaltılmaktadır. Menfezin kesitini

a) Sabit kaldığına göre,

b) zamanla orantılı olarak büyüdüğüne göre,

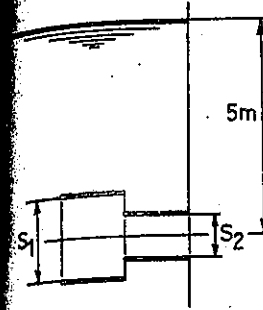
hesaplayınız.

12.5. PROBLEM

(Şekil - 12.21)'de, sabit seviyeli bir hazneye bağlanmış içe dönük

-334-

silindirik bir lüle görülmektedir. Bu silindirik lüle, çapları farklı iki kesimden oluşmuştur. İkinci kesimin kesit alanı (40 cm^2)'dir. Debiyi (S_1 / S_2)'nin fonksiyonu olarak ifade ediniz ve (S_1 / S_2), sırası ile (1), (2), (3), (4) olduğuna göre, dik açılı koordinatlar sisteminde debi diyagramını çizin.



(Şekil - 12.21)

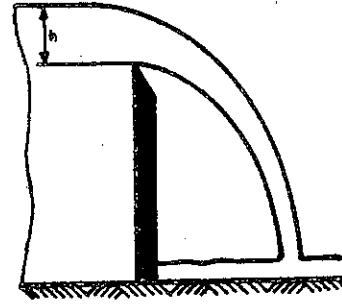
ONÜÇÜNCÜ BÖLÜM

S A V A K L A R

- 1) SAVAĞIN TANIMI
- 2) SAVAKLARIN BİÇİMLERİ
- 3) ÖRTÜ BİÇİMLERİ
- 4) SAVAKTA AKIMIN GENEL DENKLEMİ
- 5) İNCE KENARLI DİK DÖRTGEN SAVAĞIN DEBİSİ
- 6) İNCE KENARLI ÜÇGEN SAVAĞIN DEBİSİ
- 7) İNCE KENARLI DAİRESEL SAVAĞIN DEBİSİ
- 8) SIVI İÇİNDE BULUNAN SAVAĞIN DEBİSİ
- 9) AÇIK KANALIN UZUNLUK EKSENİNE PARALEL SAVAĞIN DEBİSİ
- 10) SAVAKLA BAŞALTMAK İÇİN GEREKLİ ZAMAN
- 11) BİR SAVAĞA VERİLECEK GENİŞLİK

1) SAVAĞIN TANIMI

Savak, açık kanallarda, debinin ölçülmesinde kullanılan bir cihazdır. Hidrolikte savak, bir tarafı açık ve kaynak kesimindeki sıvı seviyesi tarafından tamamen örtülmeyen diğer bir deyişle kaynak kesimindeki sıvı seviyesinin altında kalmayan bir menfez olarak tanımlanır.



(Şekil - 13.1)

Savaktan geçen sıvı liflerinin oluşturdukları düzene örtü denir. Eğer savaktan geçen ve aynı düzlem üzerinde buldukları varsayılan sıvı lifleri savağın kenarlarına yalnız bir noktada temas ediyorlarsa savağa ince kenarlı savak adı verilir. (Şekil - 13.1)'de ince kenarlı bir savak görülmektedir. Kaynak tarafında, savağın yakınında su seviyesi azalır. Buna, menfezlerde olduğu gibi, büzülme denir. Savağın yeteri kadar uzağında, büzülmenin henüz başlamadığı yerde, suyun serbest yüzü ile savağın su ile ıslanan en düşük noktası arasındaki seviye farkına YÜK adı verilir ve (h) ile gösterilir.

2) SAVAKLARIN BİÇİMLERİ

Savaklar bir tarafı açık menfezin geometrik biçimine göre sınıflandırılırlar. Genellikle, savaklar dikdörtgen biçiminde yapılırlar. Dikdörtgen biçimli savağın yatay olan kenarına eşik, dikey olan kenarlarına da yanak adı verilir. Çok olmamakla beraber üçgen ve ikizkenar yamuk biçimindeki savaklarla dairesel savaklar da kullanılırlar.

3) ÖRTÜ BİÇİMLERİ

Örtünün her tarafı, (Şekil - 13.2.a)'da görüldüğü gibi, açık hava ile çevriliyse ve akıntı tarafında tamamen savağın cidarlarından ayrılmışsa

örtü serbest örtü adını alır.

Serbest örtü, ancak kararlı rejimlerde oluşur. Eğer akıntı tabanında kanalın genişliği bir dikdörtgen savağın genişliğine eşit olur, örtünün altında kalan bölge açık havadan tamamen ayrılır ve örtü aşağıda açıklanan biçimlerden birini alır.

a) SERBEST ÖRTÜ

Serbest örtü, çoğu zaman, savağın yanaklarına havalandırma kanalları yerleştirilerek elde edilir. Zaten örtünün altında kalan bölgenin başka türlü açık havaya bağlanması da olanaksızdır. (Şekil-13.2.a) de, havalandırma kanalı ile örtü altı açık havaya bağlanan bir savağın görülmektedir.

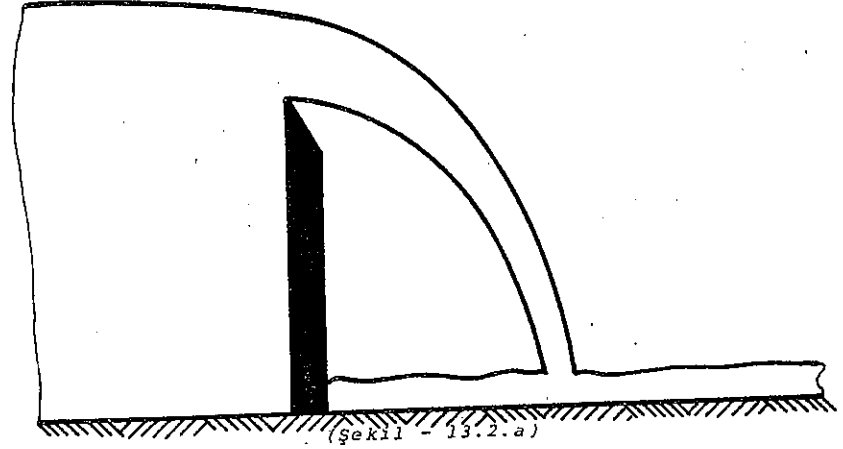
b) ÇÖKÜK ÖRTÜ

(Şekil - 13.3) 'te görülen örtü çökük örtüdür. Havalandırma yeterli olmadığı zaman örtünün altında bulunan hava azar azar su ile birlikte sürüklenir, basınç azalarak örtü çöker ve akan su ağır ağır örtünün arkasında toplanır. Bu rejim, daha ziyade, savağtaki sıvı yükü ile eşik yüksekliği arasındaki orana bağlıdır ve örtünün altındaki havanın fasılalı olarak çıkması nedeniyle de kararsızdır.

c) YAPIŞIK ÖRTÜ

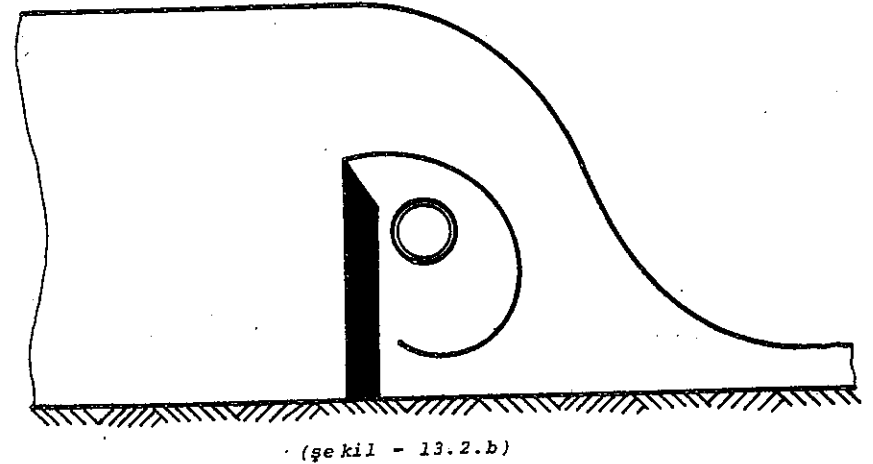
(Şekil - 13.4) 'de yapışık örtü görülmektedir. Bu rejim, ancak yükün çok az olduğu durumlarda meydana gelebilir. Örtünün ayrılması için akım hızı yeterli değildir. Yapılan gözlem ve deneyler, yük artırıldığında zaman zaman örtünün ayrılmadan önce üst yanının şişerek direktte dalgalanan bir bayrak halini aldığını göstermişlerdir. Yapışık örtünün oluştuğu savağta yük örtünün altına hava girmeksizin artırılacak olursa alt tarafta bir boşluk meydana gelir ve bu boşluk su ile dolar. Boşluğa dalaran su devamlı anaforlar oluşturarak akımın dışında kalır. Serbest örtü

SERBEST ÖRTÜLÜ SAVAK

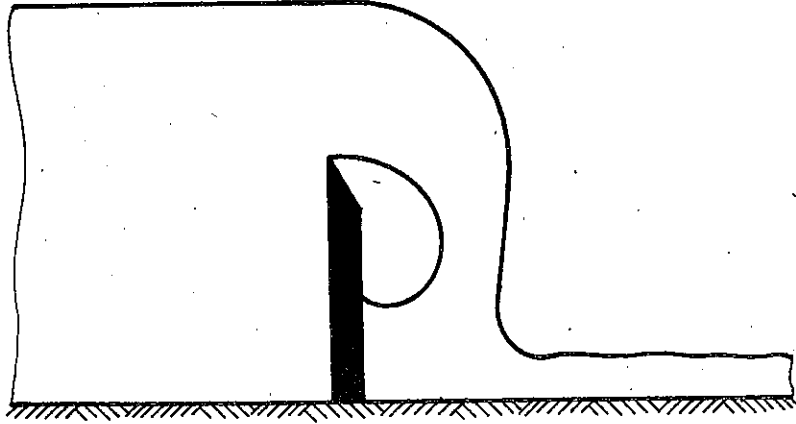


ÖRTÜ ALTI HAVALANDIRMA KANALI İLE AÇIK HAVAYA BAĞLANAN

SERBEST ÖRTÜLÜ SAVAK

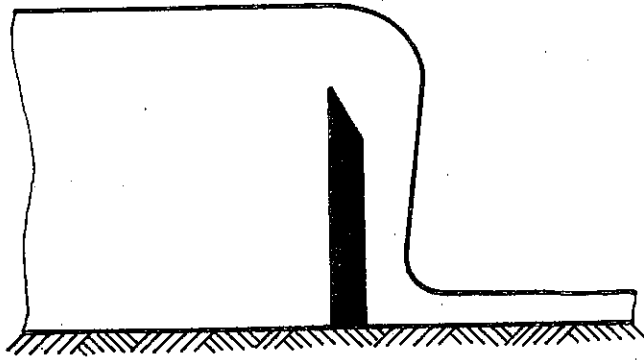


ÇÖKÜK ÖRTÜLÜ SAVAK

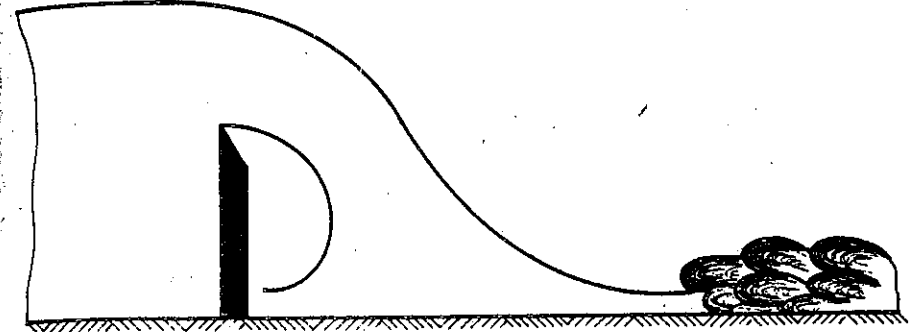


(Şekil - 13.3.)

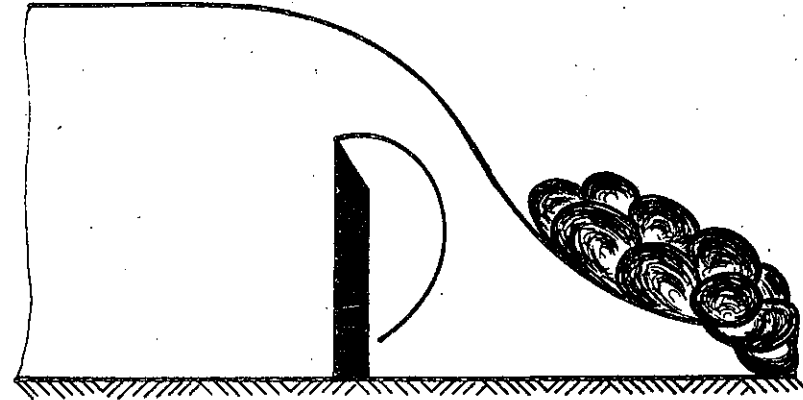
YAPIŞIK ÖRTÜLÜ SAVAK



(Şekil - 13.4)



(Şekil - 13.5)

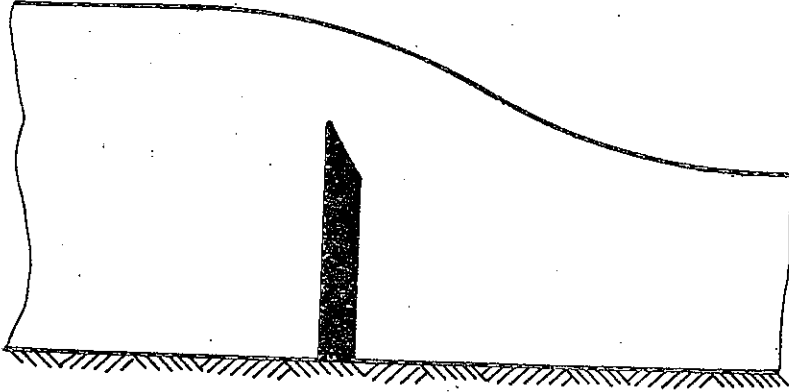


(Şekil - 13.6)

lü bir savakta yük yeteri kadar fazla olduğu zaman örtünün eteğinde (Şekil - 13.5) ve (Şekil - 13.6)'da görüldüğü gibi bir şelâle oluşur sonra akıntı tarafında, aşağılarda, su yeniden normal hızını alır. Eğer yük azalır şelâle zayıflar ve akıntı savağa yaklaşır. Akıntı (Şekil - 13.7)'de görüldüğü gibi örtünün eteğini tamamen örttüğü zaman artık sıvı içinde bulunan bir savak elde edilmiş olur.

Bu tür savaklarda kaynak tarafındaki debi sabittir. Çünkü akıntı tarafında su seviyesinde meydana gelen her değişiklik olduğu gibi kaynak tarafında su seviyesine yansır. Nihayet savağın eşiği akıntı tarafında ki sıvı seviyesinin altına düşünce savak tamamen suyun altında kalır. Bu tür savaklara sıvı içinde bulunan savak adı verilir.

SIVI İÇİNDE BULUNAN SAVAK



(Şekil - 13.7)

4) SAVAKTA AKIMIN GENEL DENKLEMİ

Savakta akımın genel denklemini çıkarabilmek için şu varsayım-

larla işe başlamak gerekir:

- 1° ÖRTÜDE BÜZÜLME YOKTUR,
- 2° SIVI YATAKLARI ARASINDA SÜRTÜNME DİRENCİ BULUNMAMAKTADIR,
- 3° KAYNAK TARAFINDAKİ AKIM HIZI GÖZ ÖNÜNDE BULUNDURULAMAYACAKTIR
- 4° DÜŞME YÜKSEKLİĞİ DEBİYİ ETKİLEMEMEKTEDİR,

(Şekil - 13.8)'de ,denklemi $a_z = f(z)$ şeklinde verilen eğri-

in sınırladığı bir savak görülmektedir. Savakta sıvı yükü (h)'dir. Savakta sıvı yükü (z) olursa alanı yüzey elemanının alanına eşit kesit-

ten belirli bir zaman aralığında geçen sıvı miktarı da (dQ) olur. Yüzey elemanının bulunduğu yerdeki akım hızını (U_z) ve yüzey elemanının alanını da (ds) ile gösterecek olursak

$$dQ = U_z \cdot ds$$

eşitliğini yazabiliriz. Yüzey

elemanının bulunduğu yerdeki akım hızı TORRICELLI Formülünden yararlanı-

larak hesaplanır. Bu durumda, yüzey elemanının bulunduğu yerdeki akım hızı

$$U_z = \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$$

olduğuna göre

$$dQ = U_z \cdot ds$$

ve

$$U_z = \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$$

eşitliklerinin birleşiminden

$$dQ = a_z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dz$$

eşitliğini elde ederiz. Eğer denklemi $a_z = f(z)$ şeklinde verilen

eğrinin sınırladığı savağın teorik debisi (Q_T) olursa ve eğer savaktaki

sıvı yükü de kapalı olan (0 , h) aralığında (z)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dQ = a_z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dz$$

şeklinde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$Q_T = \int_0^h a_z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dz$$

olur. Gerçek debiyi bulmak için teorik debiyi bir düzeltme katsayısı ile çarpmak gerekir. Düzeltme katsayısını (k) ve gerçek debiyi de (Q) ile gösterecek olursak, yapmış olduğumuz bu açıklamaya göre

$$Q = k \cdot Q_T = k \cdot \int_0^h a_z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dz$$

eşitliklerini yazabiliriz. Bu arada hemen belirtelim ki, düzeltme katsayısının değerini teorik olarak saptamak olanaksızdır.

5) İNCE KENARLI DİKDÖRTGEN SAVAĞIN DEBİSİ

İnce kenarlı dikdörtgen savağın debisini bulmak için yukarıda

$$Q = k \cdot \int_0^h a_z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dz$$

şeklinde çıkarmış olduğumuz GENEL DENKLEMDEN yararlanacağız. İnce kenarlı dikdörtgen savakta, bilindiği gibi, savak genişliği sabittir ve bu nedenle (a_z) yerine (a) yazılabilir. (a), ince kenarlı dikdörtgen savakta savak genişliğini göstermektedir. Genel Denklemden, yukarıda da belirttiğimiz gibi (a_z) yerine (a) yazacak olursak

$$Q = k \cdot a \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_0^h z^{1/2} \cdot dz$$

eşitliğini ve

$$S = a \cdot h$$

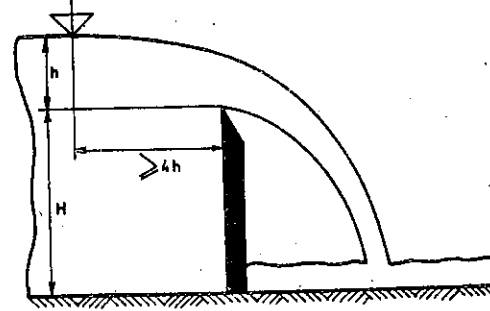
olduğu için yukarıda yazılı olan eşitlikten de

$$Q = \frac{2}{3} \cdot k \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

eşitliğini elde ederiz. Bu arada hemen belirtelim ki, bir çok araştırmacı (k)'nin değerini (0,62) olarak vermektedir. Bu durumda ince kenarlı dikdörtgen savak için debi katsayısı (0,41) olur.

$$Q = \frac{2}{3} \cdot k \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \frac{2}{3} \cdot 0,62 \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 0,41 \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$Q = 0,41 \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$



(Şekil - 13.9)

Gerçekten, hem kanal genişliği ve hem de savakta eşik yüksekliği debiyi olumsuz yönde etkiler. (Şekil - 13.9)'da eşik yüksekliği (H) ile gösterilmiştir.

Kanalın genişliği, genellikle, (L) ile gösterilir.

İnce kenarlı dikdörtgen savağın debisi için çeşitli kurum ve araştırmacıların önerdikleri, uygulama değeri olan formüller de vardır. Şimdi sırası ile bu formülleri inceleyeceğiz.

10) İSVİÇRE MÜHENDİS VE MİMARLAR BİRLİĞİ FORMÜLÜ

Bu formüle Hidrolikte, İsviçre Mühendis ve Mimarlar Birliği anlamına gelen "SCHWEIZERISCHER INGENIEUR UND ARCHITEKTENVEREIN" sözcüklerinin baş harflerinden oluşan (SIA) Formülü de denir.

$$Q = \frac{2}{3} \cdot k \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$k = \left[0,578 + 0,037 \cdot \left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{0,003615 - 0,003 \cdot \left(\frac{a}{L} \right)^2}{h + 0,0016} \right] \cdot$$

$$\left[I + 0,5 \cdot \left(\frac{a}{L} \right)^4 \cdot \left(\frac{h}{h+H} \right)^2 \right]$$

FORMÜLÜN UYGULANMA SINIRLARI

$$\frac{h}{H} \ll I, 0,025 \cdot \frac{L}{a} \ll h \ll 0,8 \text{ m}, \frac{a}{L} \gg 0,3, H \gg 0,3 \text{ m}$$

2°) REHBOCK FORMÜLÜ

$$Q = \frac{2}{3} \cdot k \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot a \cdot h_e^{3/2}}$$

$$k = 0,602 + 0,083 \cdot \frac{h}{H}$$

$$h_e = h + 0,0012 \text{ m}$$

FORMÜLÜN UYGULANMA SINIRLARI

$$\frac{h}{H} \ll I, 0,03 \ll h \ll 0,75 \text{ m}, a \gg 0,3 \text{ m}, H \gg 0,1, \frac{a}{L} \ll 1$$

3°) HAMILTON - SMITH FORMÜLÜ

$$Q = \frac{2}{3} \cdot k \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$k = 0,618 \cdot \left(I + \frac{a}{10 \cdot L} \right)$$

FORMÜLÜN UYGULANMA SINIRLARI

$$(L-a) \gg 2 \cdot h, H \gg 2 \cdot h, \frac{h}{a} \ll 0,5, 0,075 \ll h \ll 0,60 \text{ m}$$

$$a \gg 0,3 \text{ m}, H \gg 0,3 \text{ m}$$

Değer I . (h+H), (10 . a . H)'den daha küçük olursa formülde yer alan (h), (h³) ile değiştirilir. $h^3 = h + I,4 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$

v) açık kanalda ortalama akım hızını göstermektedir.

4°) BAZIN FORMÜLÜ

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$\mu = \left(0,405 + \frac{3}{1000 \cdot h} \right) \cdot \left[I + 0,55 \cdot \left(\frac{h}{h+H} \right)^2 \right]$$

FORMÜLÜN UYGULANMA SINIRLARI

$$0,5 \ll a \ll 2 \text{ m}, 0,1 \ll h \ll 0,6 \text{ m}, 0,2 \ll H \ll 2 \text{ m}$$

5°) BELÇİKA MAKİNE MÜHENDİSLERİ BİRLİĞİ FORMÜLÜ

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$\mu = 0,4106 \cdot \left(I + \frac{1,8}{1000 \cdot h} \right) \cdot \left[I + 0,55 \cdot \left(\frac{h}{h+H} \right)^2 \right]$$

FORMÜLÜN UYGULANMA SINIRLARI

$$a \gg 0,5 \text{ m}, 0,1 \ll h \ll 0,8 \text{ m}, h \ll H \gg 0,3 \text{ m}$$

6°) TÜRK STANDARTLARI ENSTİTÜSÜNÜN FORMÜLÜ

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

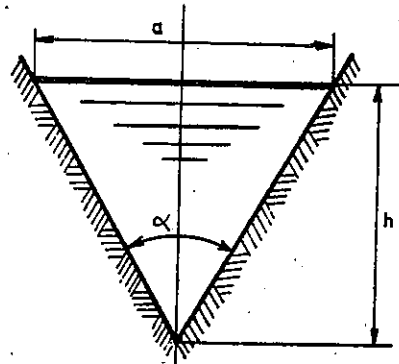
$$\mu = 0,6138 \cdot \left(1 + \frac{I}{1000 \cdot h + 1,6} \right) \cdot \left[1 + 0,5 \cdot \left(\frac{h}{h + H} \right)^2 \right]$$

FORMÜLÜN UYGULANMA SINIRLARI

$$a \gg 0,5 \text{ m} \quad , \quad 0,1 < h < 0,8 \text{ m} \quad , \quad h \ll H \gg 0,3 \text{ m}$$

6) İNCE KENARLI ÜÇGEN SAVAĞIN DEBİSİ

Küçük debilerin ölçümünde, ince kenarlı üçgen savak ince kenarlı dikdörtgen savaktan daha olumlu sonuçlar verir. (Şekil - 13.10) da ince kenarlı üçgen savak görülmektedir. İnce kenarlı üçgen savağın



(Şekil - 13.10)

debisini bulmak için yine

$$Q = k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \int_0^h a_z \cdot z^{1/2} \cdot dz$$

şeklinde bulmuş olduğumuz GENEL DENKLEMDE yararlanacağız. Ancak burada (a_z)'yi (z)'nin bir fonksiyonu olarak ifade etmek gerekir.

$$a_z = \frac{a}{h} \cdot (h - z)$$

eşitliği ile (a_z), (z)'nin fonksiyonu olarak ifade edilir. Genel Denklemde (a_z)'nin değerini yerine koyacak olursak

$$Q = k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \frac{a}{h} \cdot \int_0^h (h - z) \cdot z^{1/2} \cdot dz$$

eşitliğini elde ederiz.

$$Q = k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot \frac{a}{h} \cdot \int_0^h (h - z) \cdot z^{1/2} \cdot dz = \frac{8}{15} \cdot k \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot h^{5/2}$$

$$Q = \frac{8}{15} \cdot k \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot h^{5/2}$$

olarak bulmuş olduğumuz eşitlikte yer alan (k)'nin (0,55~0,60) arasında değişen değerleri olduğunu yapılan araştırmalar göstermişlerdir. Diğer yandan debi ölçme yöntemlerinin normalizasyonu için kullanılan ve üçgen savaklara uygulanan bir formül daha vardır. Bu formül

$$h_e = h + C_e$$

şeklinde yazılabilir. (C_e) viskozite ve yüzey gerilimlerinin etkisini

$$Q = \frac{I}{15} \cdot k_e \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot h_e^{5/2}$$

gösteren bir uzunluktur. Normal sıcaklıkta su için, ($\alpha = 90^\circ$) olduğu zaman (C_e)'nin değeri (0,85 mm.) alınabilir. Eğer ortalama hız büyükse, uygulanma sınırları doğrudan doğruya kanalın kaynak tarafında ortaya çıkan dalgalara bağlı olur. Uygulanma sınırları henüz iyi bilinmemekle beraber ($h \gg 0,06 \text{ m}$) ve ($H \gg 0,09 \text{ m}$) alınmalıdır. Bu formülün yanında, ($\alpha = 90^\circ$) olduğu zaman kullanılan BARR ve CONE Formülleri de bulunmaktadır.

BARR FORMÜLÜ

$$Q = \mu \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot h^{5/2}$$

$$\mu = 0,3013 + 0,00465 \cdot h^{-0,5}$$

CONE FORMÜLÜ

$$Q = \mu \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot h^{5/2}$$

$$\mu = 0,303 \cdot h^{-0,02}$$

7) İNCE KENARLI DAİRESEL SAVAĞIN DEBİSİ

İnce kenarlı dairesel savağın debi formülünü, daha önce bulmuş olduğumuz GENEL DENKLEMDE yararlanarak çıkarmak olanaksızdır.

Bunun için STAUS ve VAN SANDEN adlı araştırmacıların vermiş oldukları başka bir denklemden yararlanmak gerekir. STAUS ve VAN SANDEN adlı araştırmacıların vermiş oldukları denklem

$$Q = c \cdot q_1 \cdot d^{5/2}$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitlikte yer alan (c) boyutsuz, deneysel bir katsayı ve (q₁) de (h / d)'nin komplike bir fonksiyonudur. (q₁) ya sayısal çizelgelerle ya da RAMPONI adlı araştırmacının formülü ile bulunur. Aşağıda RAMPONI adlı araştırmacının önermiş olduğu formül görülmektedir.

$$q_1 = 3,203 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^{1,975} - 0,842 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^{3,78}$$

Bu kısa açıklamadan sonra, şimdi, (1930) yılında STAUS, (1936) yılında RAMPONI ve (1941) yılında da JORISSEN adlı araştırmacıların önerdikleri debi formüllerini yazacağız.

STAUS FORMÜLÜ

$$Q = c \cdot q_1 \cdot d^{5/2}$$

$$q_1 = 3,203 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^{1,975} - 0,842 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^{3,78}$$

$$c = 0,55 + \frac{I}{110 \cdot \frac{h}{d}} + 0,041 \cdot \frac{h}{d}$$

RAMPONI FORMÜLÜ

$$Q = c \cdot q_1 \cdot d^{5/2}$$

$$q_1 = 3,203 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^{1,975} - 0,842 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^{3,78}$$

$$c = c^1 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^n \cdot \left[1 + \left(\frac{S}{S_0}\right)^2\right]$$

-350-

c¹) ve (n) verilmiş bir savak için sabitlerdir ve (S₀) kanalın kesit alanını göstermektedir.

JORISSEN FORMÜLÜ

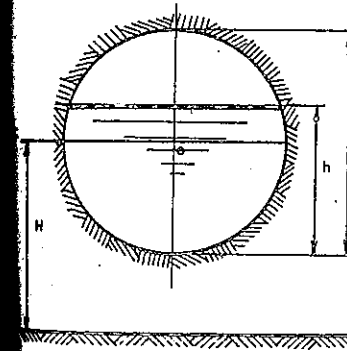
$$Q = c \cdot q_1 \cdot d^{5/2}$$

$$q_1 = 3,203 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^{1,975} - 0,842 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^{3,78}$$

$$c = \left(0,558 \cdot d^{-0,025} + 0,085 - \frac{S}{d^2}\right) \cdot \left[1 + \left(\frac{S}{S_0}\right)^2\right]^{10 \cdot \frac{h}{d}}$$

JORISSEN Formülünün uygulama sınırları (0,1 < d < 1 m) ve (L < 2) 'dir

JORISSEN adlı araştırmacı, ayrıca verilmiş olan bir çap için sıvının geçtiği kesitin savakta sıvı yüküne oranı maksimum olduğu zaman katsayı (c)'nin minimum olduğunu göstermiştir.



(Şekil - 13.II)

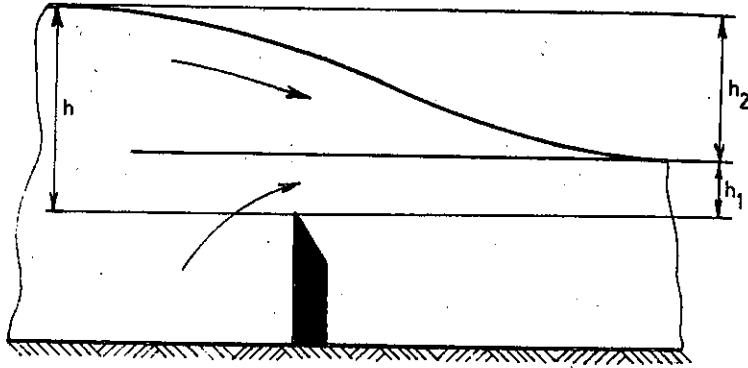
(Şekil - 13.II)'de ince kenarlı dairesel bir savak görülmektedir. İnce kenarlı dairesel savağın ince kenarlı dikdörtgen ve üçgen savaklara üstün olan yanları vardır. Bir kez ince kenarlı dairesel savak hem sade ve hem de ucuzdur. Ayrıca ince kenarlı dairesel savağın yerleştirilmesi de kolaydır. İnce kenarlı dairesel savakta örtünün altı kolayca havalandırılabilir. Bu nedenle, özellikle, küçük debilerin ölçülmesinde ince kenarlı dairesel savağın kullanılması olumlu sonuçlar verir.

-351-

8) SIVI İÇİNDE BULUNAN İNCE KENARLI SAVAĞIN DEBİSİ

Savağın eşiği akıntı tarafında sıvı seviyesinin altına düşerse, savağın bütünü ile suyun altına kalır ve sıvı içinde bulunan savağın debisi azalır.

(Şekil - 13.12)'de sıvı içinde bulunan bir savağın görülmüş hali. Sıvı içinde bulunan savağın debisi, yüksekliği (h_1) olan sıvı içindeki menfezin debisi



(Şekil - 13.12)

ile yükü (h_2) olan serbest örtülü savağın debisinin toplamına eşit olur. Sıvı içindeki menfezin debisini (Q_1), yükü (h_2) olan serbest örtülü savağın debisini (Q_2), kaynak tarafındaki akım hızını (U_1) ve akıntı tarafındaki akım hızını da (U_2) ile gösterecek olursak

$$Q_1 = \mu_1 \cdot a \cdot h_1 \cdot (U_2 + \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2 + U_1^2 - U_2^2})$$

ve

$$Q_2 = \mu_2 \cdot a \cdot h_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2 + U_1^2}$$

eşitliklerinden yararlanarak yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre

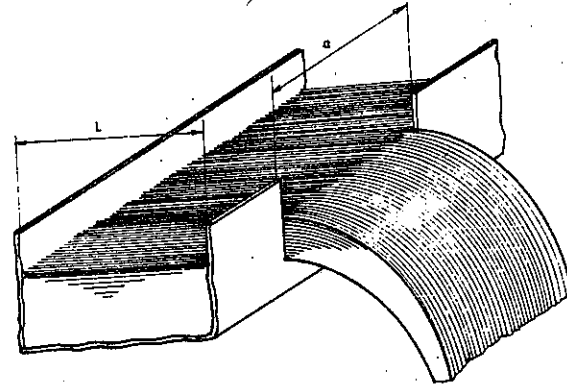
$$Q = \mu_1 \cdot a \cdot h_1 \cdot (U_2 + \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2 + U_1^2 - U_2^2}) + \mu_2 \cdot a \cdot h_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2 + U_1^2}$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu arada hemen belirtelim ki, (μ_2) katsayısı

(0,44) ya da (0,56) alınır.

9) AÇIK KANALIN UZUNLUK EKSENİNE PARALEL SAVAĞIN DEBİSİ

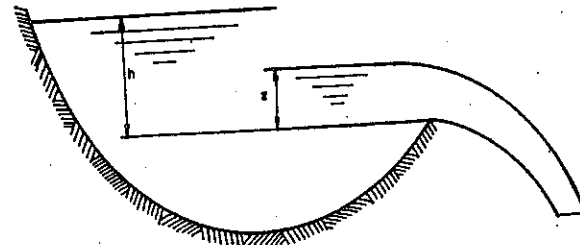
Açık kanalın uzunluk eksenine paralel savağın, bir açık kanalın kenarları üzerine yerleştirilmiş olan savağıdır. Bu savağın eşiği kanalın uzunluk eksenine paraleldir. (Şekil - 13.13)'te, açık kanalın uzunluk eksenine paralel bir savağın görülmüş hali. FAVRE adlı araştırmacıya göre diğer savağlar için bulunmuş olan formüller bu savağlar için de geçerlidir. ESCANDE ve SABATHE adlı araştırmacılar da bu görüşe katılmışlardır. Ancak büyük yükler için açık kanalda, uzunluk eksenine paralel savağlarda düzeltme katsayısı diğer savağlardaki düzeltme katsayısından biraz daha küçük alınmaktadır. Yapılan gözlem ve araştırmalarla savağdaki farkın (%4)'den fazla olmadığı da gösterilmiştir.



(Şekil - 13.13)

10) SAVAKLA BOŞALTMAK İÇİN GEREKLİ ZAMAN

(Şekil - 13.14)'de, genel denklemleri $a_x = f(x)$ şeklinde verilen



(Şekil - 13.14)

eğrinin sınırladığı ince kenarlı savakla boşaltılan bir havuz
 tedir. Savakta sıvı yükünün (h) ve havuzda sıvı yüzünün alanını
 $S_z = q(z)$ olduğunu kabul edelim. Savakta sıvı yükü (z) olduğu
 (Q_z) olsun. Bu durumda daha önce yapmış olduğumuz açıklamaya da

$$Q_z = k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_0^z a_x \cdot x^{1/2} \cdot dx$$

eşitliğini yazabiliriz. Savakta sıvı yükünün (dz) kadar azalması
 geçen zamanı (dt) ile gösterelim. Eğer Havuzda sıvı yüzünün alanı (a)
 (dz) çarpılırsa havuzda azalan sıvı miktarı bulunur. Havuzda azalan
 sıvı miktarı (dQ) ile gösterilecek olursa

$$dQ = S_z \cdot dz$$

eşitliği yazılabilir. (dt) zaman aralığında savaktan geçen sıvı mik
 nı bulmak için savakta sıvı yükü (z) olduğu zamanki debi ile (dt)'yi
 çarpmak gerekir. (dt) ile savakta sıvı yükü (z) olduğu zamanki debiyi
 çarpacak olursak bu kez

$$dQ = Q_z \cdot dt$$

eşitliğini elde ederiz.

$$dQ = S_z \cdot dz$$

$$dQ = Q_z \cdot dt$$

$$S_z \cdot dz = Q_z \cdot dt$$

$$(k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_0^z a_x \cdot x^{1/2} \cdot dx) \cdot dt = S_z \cdot dz$$

$$dt = \frac{S_z}{k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_0^z a_x \cdot x^{1/2} \cdot dx} \cdot dz$$

Eğer savakta sıvı yükünün (z₂)'den (z₁)'e düşmesi için geçen zaman
 olursa ve eğer sıvı yükü kapalı olan (z₁, z₂) aralığında (z)'nin herhangi
 bir değeri için tanımlanmışsa

$$dt = \frac{S_z}{k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_0^z a_x \cdot x^{1/2} \cdot dx} \cdot dz$$

şeklinde bulunmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$T_1^2 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{S_z}{k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_0^z a_x \cdot x^{1/2} \cdot dx} \cdot dz$$

dur.

ÖZEL DURUM

Eğer (S_z) ve (a_x) değişken değerlere sahip değillerse bu durum-

da

$$T_1^2 = \int_{z_1}^{z_2} \frac{S_z}{k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \int_0^z a_x \cdot x^{1/2} \cdot dx} \cdot dz$$

şeklinde bulunmuş olduğumuz eşitlik

$$T_1^2 = \frac{S}{k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot a} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\int_0^z a_x \cdot x^{1/2} \cdot dx}$$

şeklini alır. Bu eşitlikten yararlanarak

$$T_1^2 = \frac{S}{\frac{I}{2} \cdot k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot a} \cdot \left(\frac{I}{\sqrt{z_1}} - \frac{I}{\sqrt{z_2}} \right)$$

esitliğini yazabiliriz. Bu arada hemen belirtelim ki, havuzun tamamen boşaltılması mümkün değildir. Çünkü havuzun tamamen boşaltılması diğer bir deyişle savakta sıvı yükünün yani (z_1)'in sıfır olması için sonsuz zamana ihtiyaç vardır. Gerçekten savakta sıvı yükü çok küçük olduğu zaman zey gerilimi çok büyük bir değer olarak akımı durdurur. Yapılan deneyde savakta sıvı yükünün değeri (2 mm) olduğu zaman akımın durduğu göstermiştir.

II) BİR SAVAĞA VERİLECEK GENİŞLİK

Aldığı su debisi (Q) olan bir havuzun genişliği (a) olan ince kenarlı bir dikdörtgen savakla donatıldığını kabul edelim. Havuzda eşik üstünde kalan su seviyesi (z), ancak biraz sonra çıkaracağımız diferansiyel denklemin integrali alınarak bulunabilir.

Havuzda kalan suyun bir bölümü savaktan akıtılır ve diğer bölümü de havuzda kalır. (dt) zaman aralığında havuzda kalan su miktarını (dQ) ile gösterelim. Bunun bir bölümü, yukarıda da açıklamış olduğumuz gibi havuzda kalarak su seviyesini (dz) kadar yükseltir. Havuzda kalan su miktarını (dQ_1) ve savaktan akıtılan su miktarını da (dQ_2) ile gösterirsek

$$dQ_1 = S \cdot dz$$

ve

$$dQ_2 = \mu \cdot a \cdot z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

esitliklerini yazabiliriz.

$$dQ = dQ_1 + dQ_2$$

$$dQ \cdot dt = S \cdot dz + \mu \cdot a \cdot z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

$$dt = \frac{S \cdot dz}{Q - \mu \cdot a \cdot z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}}$$

Eğer zaman (T) olursa ve eğer sıvı yükü kapalı durumda (z)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmış

$$dt = \frac{S \cdot dz}{Q - \mu \cdot a \cdot z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}}$$

inde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirlenmiş

$$T = \int_{h_1}^{h_2} \frac{S \cdot dz}{Q - \mu \cdot a \cdot z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}}$$

dur. Eğer su seviyesi (h)'nin aşılması istenirse (a), havuzda kalan en büyük debiyi verebilecek savak genişliği ve

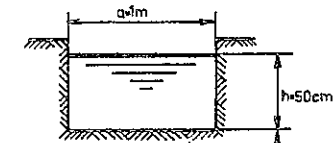
$$a = \frac{Q_{\max}}{\mu \cdot h \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$$

esitliğinden yararlanılarak hesaplanır.

ÖRNEK PROBLEMLER

13. 1. PROBLEM

(Şekil - 13.15)'de, genişliği (L= 150 cm) olan



üzerine yerleştirilen gen savak görülmektedir. Talama akım hızı (V) göre debiyi hesaplayınız.

13. 1. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(L-a) > 2.h, H > 2.h, $\frac{1}{2}$ ve H= 200 cm olduğu masında. Hamilton - Sm

$$T_1^2 = \frac{S}{\frac{I}{2} \cdot k \cdot \sqrt{2 \cdot g} \cdot a} \cdot \left(\frac{I}{\sqrt{z_1}} - \frac{I}{\sqrt{z_2}} \right)$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu arada hemen belirtelim ki, havuzun tamamen boşaltılması mümkün değildir. Çünkü havuzun tamamen boşaltılması için bir deyişle savakta sıvı yükünün yani (z_1)'in sıfır olması için zamana ihtiyaç vardır. Gerçekten savakta sıvı yükü çok küçük olduğu zaman zey gerilimi çok büyük bir değer olarak akımı durdurur. Yapılan denemelerde savakta sıvı yükünün değeri (2 mm) olduğu zaman akımın durduğu gösterilmiştir.

II) BİR SAVAĞA VERİLECEK GENİŞLİK

Aldığı su debisi (Q) olan bir havuzun genişliği (a) olan ince kenarlı bir dikdörtgen savakla donatıldığını kabul edelim. Havuzda eşit seviyede kalan su seviyesi (z), ancak biraz sonra çıkaracağız. Diferansiyel denklemin integrali alınarak bulunabilir.

Havuzda gelen suyun bir bölümü savaktan akıtılır ve diğer bölümü de havuzda kalır. (dt) zaman aralığında havuzda kalan su miktarını (dQ_1) ile gösterelim. Bunun bir bölümü, yukarıda da açıklamış olduğumuz gibi havuzda kalarak su seviyesini (dz) kadar yükseltir. Havuzda kalan su miktarını (dQ_1) ve savaktan akıtılan su miktarını da (dQ_2) ile gösterelim.

$$dQ_1 = S \cdot dz$$

ve

$$dQ_2 = \mu \cdot a \cdot z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

eşitliklerini yazabiliriz.

$$dQ = dQ_1 + dQ_2$$

$$dQ \cdot dt = S \cdot dz + \mu \cdot a \cdot z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z} \cdot dt$$

$$dt = \frac{S \cdot dz}{Q - \mu \cdot a \cdot z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}}$$

Eğer zaman (T) olursa ve eğer sıvı yükü kapalı olan (h_1, h_2) aralığında (z)'nin herhangi bir değeri için tanımlanmışsa

$$dt = \frac{S \cdot dz}{Q - \mu \cdot a \cdot z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}}$$

bu şekilde bulmuş olduğumuz diferansiyel denklemin belirli integrali

$$T = \int_{h_1}^{h_2} \frac{S \cdot dz}{Q - \mu \cdot a \cdot z \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot z}}$$

Eğer su seviyesi (h)'nin aşılması istenirse savağın genişliği (a) havuzda gelen en büyük debiyi verebilecek savak genişliği olarak bulunabilir ve

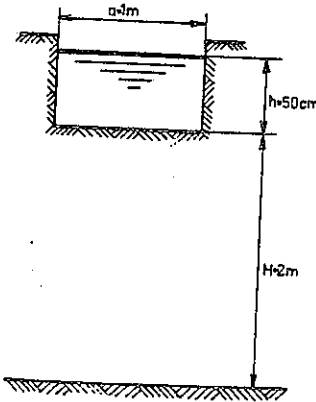
$$a = \frac{Q_{\max}}{\mu \cdot h \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$$

bu şekilde genişliğinden yararlanılarak hesaplanır.

ÖRNEK PROBLEMLER

13. 1. PROBLEM

(Şekil - 13.15)'de, genişliği (L=150 cm) olan bir açık kanal



üzerine yerleştirilen ince kenarlı dikdörtgen savak görülmektedir. Açık kanaldaki ortalama akım hızı ($V = 2 \text{ m/sn}$) olduğuna göre debiyi hesaplayınız.

13. 1. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

$(L-a) > 2 \cdot h, H > 2 \cdot h, \frac{h}{a} = 0,5, h=50 \text{ cm}, a=100 \text{ cm}$ ve $H=200 \text{ cm}$ olduğu için debinin hesaplanmasında Hamilton - Smith Formülünden yarar-

lanılır.

$$Q = \frac{2}{3} \cdot k \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$k = 0,618 \cdot \left(I + \frac{a}{10 \cdot L} \right)$$

$$k = 0,618 \cdot \left(I + \frac{a}{10 \cdot L} \right) = 0,618 \cdot \left(I + \frac{I}{10 \cdot I,5} \right) = 0,659$$

$$k = 0,659$$

$$h' = h + I,4 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

$$h' = h + I,4 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0,50 + I,4 \cdot \frac{2^2}{2 \cdot 9,81} = 0,785 \text{ m}$$

$$h' = 0,785 \text{ m}$$

$$S = a \cdot h = I \cdot 0,5 = 0,5 \text{ m}^2$$

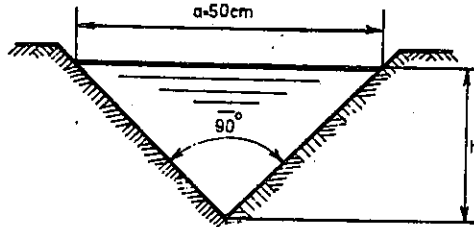
$$S = 0,5 \text{ m}^2$$

$$Q = \frac{2}{3} \cdot k \cdot S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h'} = \frac{2}{3} \cdot 0,659 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,785}$$

$$Q = 0,8525 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

13. 2. PROBLEM

(Şekil - 13.16)'da ana boyutları verilmiş olan ince kenarlı bir



(Şekil - 13.16)

gen savak görülmektedir. BARR mülünden yararlanarak bu savağ debisini hesaplayınız.

2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Şekil - 13.17) 'de ana boyutları verilmiş olan ince kenarlı bir daire-

$$Q = \mu \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot h^{5/2}$$

$$\mu = 0,3013 + 0,00465 \cdot h^{-0,5}$$

$$\text{tg} \frac{\alpha}{2} = \text{tg} 45^\circ = I$$

$$h = 0,25 \text{ m}$$

$$\mu = 0,3013 + 0,00465 \cdot h^{-0,5} = 0,3013 + 0,00465 \cdot (0,25)^{-0,5} = 0,303635$$

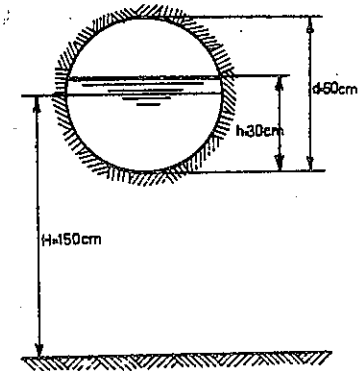
$$\mu = 0,303635$$

$$Q = \mu \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot h^{5/2} = 0,303635 \cdot I \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81} \cdot (0,25)^{5/2}$$

$$Q = 0,32 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

3. 3. PROBLEM

(Şekil - 13.17)'de ana boyutları verilmiş olan ince kenarlı bir daire-
sel savak görülmektedir. STAU Formülünden yararlanarak bu savağın debi-
sini hesaplayınız.



(Şekil - 13.17)

13. 3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Bu problemi çözümlenebilmek için önce STAVS Formülünü yazalım.

$$Q = c \cdot q_i \cdot d^{5/2}$$

$$q_i = 3,203 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^{1,975} - 0,842 \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^{3,78}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$d = 50 \text{ cm}$$

$$q_i = 3,203 \cdot \left(\frac{30}{50}\right)^{1,975} - 0,842 \cdot \left(\frac{30}{50}\right)^{3,78}$$

$$q_i = 1,049$$

$$c = 0,55 + \frac{I}{100 \cdot \frac{h}{d}} + 0,041 \cdot \frac{h}{d}$$

$$c = 0,55 + \frac{I}{110 \cdot \frac{h}{d}} + 0,041 \cdot \frac{h}{d} = 0,55 + \frac{I}{110 \cdot \frac{3}{5}} + 0,041 \cdot \frac{3}{5}$$

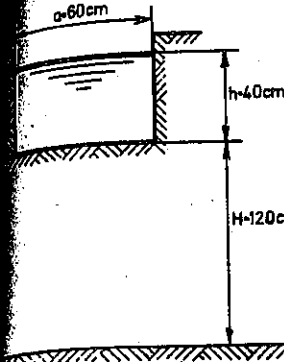
$$c = 0,5893$$

$$Q = c \cdot q_i \cdot d^{5/2} = 0,5893 \cdot 1,049 \cdot (0,5)^{5/2} = 0,12 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$Q = 0,12 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

13. 4. PROBLEM

(Şekil - 13.18)'de görülen ve ana boyutları verilmiş olan ince kenarlı dikdörtgen savakla bir havuzdaki su boşaltılmaktadır. Değişmeyen kesitli havuzda su yüzünün alanı ($S = 400 \text{ m}^2$) olduğuna göre, savakta su yükünün (40 cm)'den (10 cm)'ye düşmesi için geçen zamanı hesaplayınız.



(Şekil - 13.18)

$a = 60 \text{ cm}$, $h = 40 \text{ cm}$, $H = 120 \text{ cm}$ olduğu için debi katsayısı (k)'nin Formülünden yararlanarak hesaplayacağız.

$$k = \mu$$

$$\mu = \left(0,405 + \frac{3}{1000 \cdot h}\right) \cdot I + 0,55 \cdot \left(\frac{h}{h+H}\right)^2$$

$$h = 0,4 \text{ m}$$

$$H = 1,2 \text{ m}$$

$$\mu = \left(0,405 + \frac{3}{1000 \cdot 0,4}\right) \cdot I + 0,55 \cdot \left(\frac{0,4}{0,4 + 1,2}\right)^2 = 0,427$$

$$\mu = 0,427$$

$$z_1 = 0,1 \text{ m}$$

$$z_2 = 0,4 \text{ m}$$

$$T_1^2 = \frac{400}{\frac{I}{3} \cdot 0,427 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,6}} \cdot \left(\frac{I}{\sqrt{0,1}} - \frac{I}{\sqrt{0,4}}\right) = 1669 \text{ sn}$$

$$T_1^2 = 1669 \text{ sn}$$

13. 5. PROBLEM

Değişmeyen kesitli bir havuzu, en büyük debisi ($Q_{max} = 0,528 \text{ m}^3 / \text{sn}$) olan bir boru hattı beslemektedir. Havuzdaki su, eşik yüksekliği (H) olan ince kenarlı dikdörtgen savakla boşaltılmaktadır. Savakta en büyük sıvı yükünün ($h = 50 \text{ cm}$) olması için savak genişliği ne kadar olmalıdır?

13. 5. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Savağın debisinin havuzu besleyen boru hattının en büyük debisine eşit olması gerekir. Bu debiyi veren savağın genişliği

$$a = \frac{Q_{max}}{\mu \cdot h \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır.

$H = 2 \text{ m}$ ve $h = 50 \text{ cm}$ olduğu için debi katsayısı (μ)'nün hesaplanması için Belçika Makine Mühendisleri Odasının önermiş olduğu formülden yararlanacağız.

$$\mu = 0,4106 \cdot \left(1 + \frac{1,8}{1000 \cdot h} \right) \cdot \left[1 + 0,55 \cdot \left(\frac{h}{h + H} \right)^2 \right]$$

$$\mu = 0,4106 \cdot \left(1 + \frac{1,8}{1000 \cdot 0,5} \right) \cdot \left[1 + 0,55 \cdot \left(\frac{0,5}{0,5 + 2} \right)^2 \right] = 0,421$$

$$\mu = 0,421$$

$$a = \frac{Q_{max}}{\mu \cdot h \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}} = \frac{0,528}{0,421 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,5}} = 0,8 \text{ m}$$

$$a = 0,8 \text{ m}$$

ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

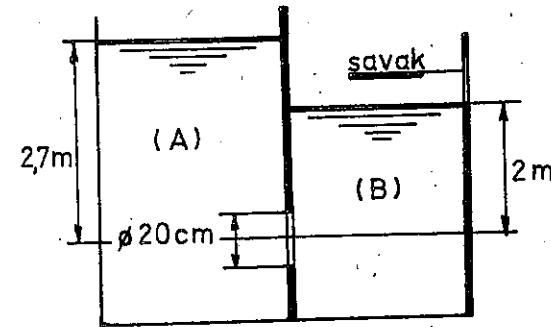
13. 1. PROBLEM

Dikdörtgen kesitli bir nehrin genişliği (18 m), derinliği ($1,5 \text{ m}$) ve debisi de ($25 \text{ m}^3 / \text{sn}$)'dir.

Bu nehir üzerine, genişliği (10 m) olan ince kenarlı dikdörtgen bir savak yerleştirilecektir. Savağın arkasında, derinliğin ($2,25 \text{ m}$) olabilmesi için eşik yüksekliğini belirleyiniz.

13. 2. PROBLEM

(Şekil - 13.19)'de, ince kenarlı bir menfezle birbirine bağlanan iki hazne görülmektedir. Dikdörtgen kesitli haznelerden her birinin kesit alanı (20 m^2)'dir. (B) haznesine, eşiği sıvının serbest yüzü ile çakışan ince kenarlı dikdörtgen bir savak yerleştirilmiştir. İnce kenarlı dikdörtgen savağın genişliği (1 m)'dir. Sistem işlemeye başladığı anda, (A) haznesinde, su seviyesi ($2,7 \text{ m}$) ve (B) haznesinde de su seviyesi (2 m)'dir. Sistem işlemeye başladıktan sonra, haznelerdeki su yüksekliği ile zaman arasındaki ilişkiyi gösteren denklemi kurunuz.



(Şekil - 13.19)

ONDÖRDÜNCÜ BÖLÜM

DEBİ VE HIZLARIN ÖLÇÜMÜ

- 1) HACİM YA DA AĞIRLIKLA DEBİNİN ÖLÇÜMÜ
- 2) SAVAKLARLA DEBİNİN ÖLÇÜMÜ
- 3) VENTURİ KANALLARI İLE DEBİNİN ÖLÇÜMÜ
- 4) DAR KESİTLİ CİHAZLARLA DEBİNİN ÖLÇÜMÜ
- 5) DÖNEL CİHAZLARLA HIZLARIN ÖLÇÜMÜ
- 6) PİTOT TÜBLERİ İLE HIZLARIN ÖLÇÜMÜ

DEBİ VE HIZLARIN ÖLÇÜMÜ

Bu bölümde, debi ve hızların ölçümünde başvurulan endüstriyel yöntemleri gözden geçireceğiz ve bu endüstriyel yöntemlerin dayandığı ilkelere açıklamakla yetineceğiz.

1) HACİM YA DA AĞIRLIKLA DEBİNİN ÖLÇÜMÜ

Burada söz konusu edilen ölçüm sıvılar için kullanılan bir ölçümdür. Belirli bir zaman aralığında akan sıvı miktarı ya bir kabın içerisine doldurularak tartılır ya da hacmi bilinen kabın içerisine doldurularak belirlenir. Bu yöntemlerden birincisine AĞIRLIKLA DEBİNİN ÖLÇÜMÜ YÖNTEMİ ikincisine de HACİMLE DEBİNİN ÖLÇÜMÜ YÖNTEMİ adı verilir.

Hacimle debinin ölçümü yönteminde genellikle, taksimatlı bir kaptan yararlanır. Sıvı seviyesi birinci röper noktasını geçerken kronometre çalıştırılır ve ikinci röper noktasını geçerken de durdurulur. Böylece belirli bir zaman aralığında kaba doldurulan sıvının hacmi belirlenmiş olur. Kaba doldurulan sıvının hacmi belirlenirse debi hemen hesaplanabilir. Bu arada hemen belirtelim ki, kabın kapasitesi, kaba doldurulan sıvının ağırlığını. Ölçerek ancak daha iyi saptanabilir. Kesin ölçümler için havanın yer değiştirmesine bağlı ARŞİMED İTKİSİNİ de gözönünde bulundurmak gerekir. Bazan bu itkinin olumsuz etkisi ihmal edilebilir. Ancak su için (% 0,125)'lik hata payını kabul etmek zorunluluğu da vardır. Ağırlık yönteminde hacim boyutlardan gidilerek belirlenebilir.

Eğer hacim (% 0,5) hata ile belirlenmek istenirse taksimatlı seviye göstergesinde aralıklar (0,5 mm) olmalı, taksimatlı seviye göstergesinin yüksekliği de hiçbir zaman (200 mm)'den aşağıya düşmemelidir. Diğer yandan zamanın (% 0,5) hata ile okunması istenirse kronometre (1/5) saniyeyi ölçebilecek kadar duyarlı olduğu takdirde zaman (40) saniyeden daha az olmamalıdır. Debinin ölçümündeki hata,

genellikle, kabın hacmi ile yükseklik ve zamanın ölçümündeki hatalar
bağlıdır. Debinin ölçümündeki bağıl hatayı (ϵ), kabın hacminin, yük
şekliğin ve zamanın ölçümündeki bağıl hataları da sırası ile (ϵ_v), (ϵ_h)
(ϵ_t) ile gösterirsek

$$\epsilon = \sqrt{\epsilon_v^2 + \epsilon_h^2 + \epsilon_t^2}$$

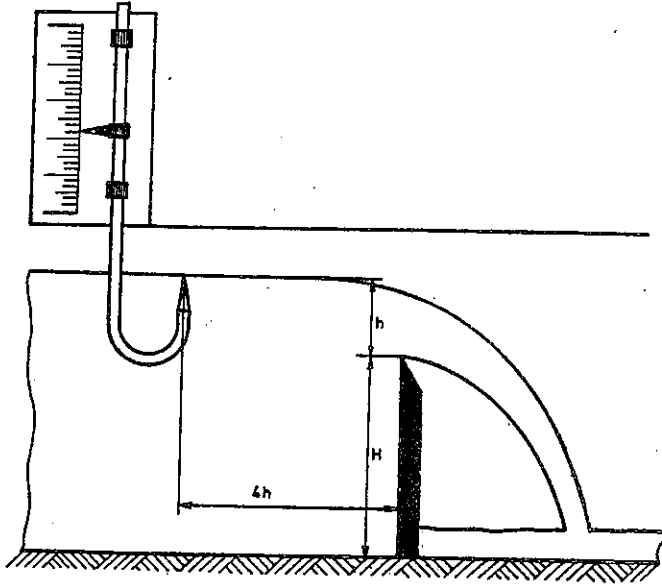
eşitliğini yazabiliriz.

2) SAVAKLARLA DEBINİN ÖLÇÜMÜ

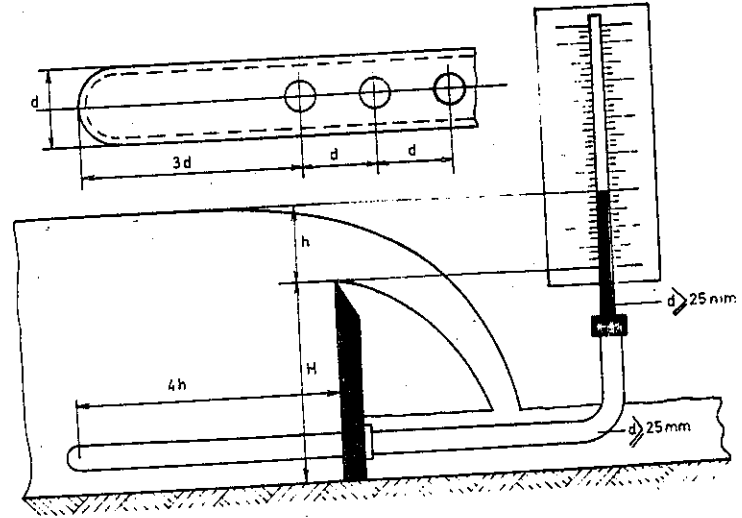
Savaklar, açık kanallarda debinin ölçümü için en kesin ve en
güvenilir sonuçlar veren en kullanışlı cihazlardır. Savaklar arasında
dikdörtgen savak iyi incelenmiş olduğu ve çok sağlam verilere dayandırıldı
için tavsiye edilebilir nitelikte görülmektedir. Dikdörtgen savağın debi
formülü, daha önce de açıklamış olduğumuz gibi

$$Q = \frac{2}{3} \cdot k \cdot a \cdot h \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

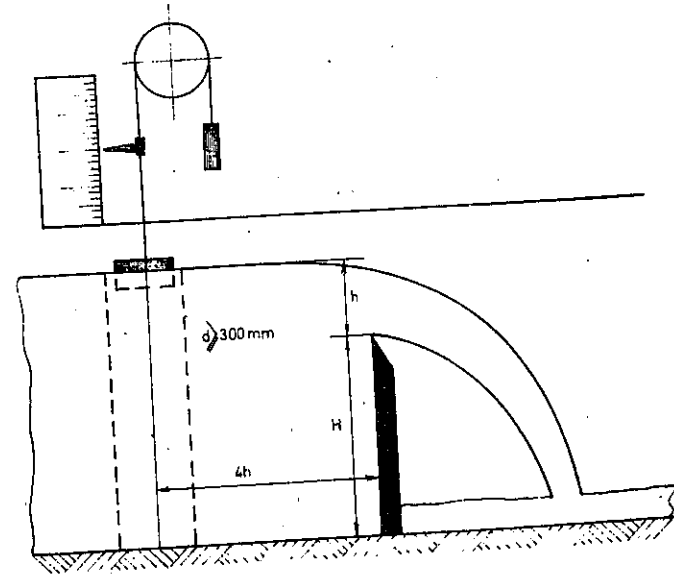
şeklinde yazılabilir.



(Şekil - 14.1)



(Şekil - 14.2)

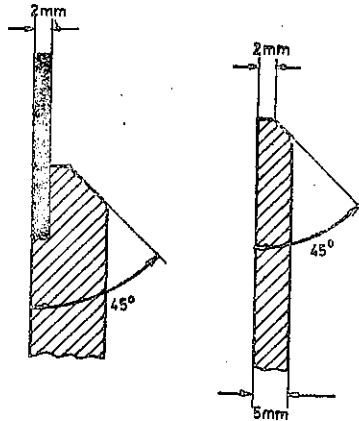


(Şekil - 14.3)

Savaklarla debinin ölçümünde karşılaşılan en önemli sorun yükün ölçümü sorunudur. Bunun için her şeyden önce büzülmenin başladığı yerin saptanması gerekir. Yapılan gözlemler, büzülmenin, eşikten yükün (3) ya da (4) katı kadar uzakta başladığını ortaya koymuşlardır. Sıvı yükünün ölçümünde ya LİMNİMETRE adı verilen bir aletten (Şekil - 14.1), ya eşiğin arkasında kalan su ile bağlantılı taksimatlı bir tüpten (Şekil - 14.2) ya da suyun içerisine yerleştirilmiş bir boru, borunun içerisinde serbest hareket edebilen bir mantar, makara, taksimatlı göstere ve bir ucu mantara bağlı diğer ucunda da küçük bir ağırlık bulunan makaradan geçirilmiş bir ipin oluşturdukları bir aletten (Şekil - 14.3) yararlanılır. (Şekil - 14.4)'de D S I Araştırma Laboratuvarında kullanılan bir limnimetre görülmektedir. Limnimetre ve diğer aletlerle yük ölçülürken şu önlemlerin alınmasında ve şu koşullar gerçekleştirilmesinde yarar vardır:

(Şekil - 14.4)

- 1°) Yükün ölçüldüğü kesitte hız profili normal olmalıdır,
 - 2°) Sevk kanalının tabanı yatay ve yanal yüzleri de pürüzsüz olmalıdır,
 - 3°) Savağın eşiği yatay olmalı ve
- (Şekil - 14.5)'de görüldüğü gibi yapılmalıdır,



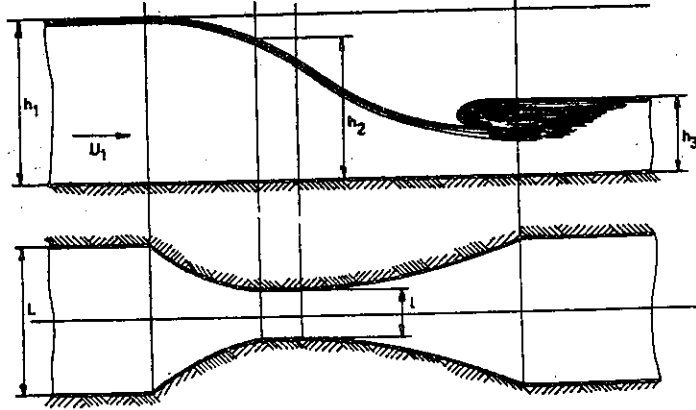
(Şekil - 14.5)

2°) Örtü serbest örtü olmalı, eşiğe yapışmamalı ve çok iyi havalandırılmış olmalıdır.

Debinin ölçümünde yukarıda da belirtildiği gibi özellikle dikdörtgen savak kullanılmalıdır. Ancak küçük debilerin ölçümünde üçgen savak tercih edilebilir.

3) VENTURİ KANALLARI İLE DEBİNİN ÖLÇÜMÜ

(Şekil - 14.6)'da debilerin ölçümünde kullanılan bir VENTURİ KANALI görülmektedir. Venturi Kanalı genişliği sabit olan bir boşazla bunu açık kanala bağlayan yakınsak ve iraksak boşazlardan oluşur. Kanalin tabanı yatay ve kaynak tarafındaki su seviyesi de (h_1)' dir.



(Şekil - 14.6)

Genişliği değişmeyen boğaza girişte su seviyesi (h_2) olur ve daha sonra akıntı tarafındaki su seviyesinin değerini alır. Boğaza girişteki hız Bernoulli Teoreminden yararlanılarak bulunur. Boğaza girişteki hızı (U_2) ile gösterelim. Kanaldan çıkışla boğaza giriş arasına Bernoulli Teoremini uygulayacak olursak

$$\frac{U_1^2}{2.g} + h_1 = \frac{U_2^2}{2.g} + h_2$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikten de

$$U_2 = \sqrt{U_1^2 + 2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}$$

eşitliği elde edilir.

Teorik debi bilindiği gibi, kesit alanı ile akım hızının çarpımına eşittir. Kanalin kesit alanı ($L \cdot h_1$), boğazın kesit alanı da ($l \cdot h_2$)'dir. Teorik debiyi (Q_t) ile gesterecek olursak, yukarıda yapmış olduğumuz açıklamaya göre

$$Q_t = U_1 \cdot L \cdot h_1 = U_2 \cdot l \cdot h_2$$

eşitliklerini yazabiliriz.

$$U_2 = \sqrt{U_1^2 + 2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}$$

eşitliğinde (U_1) yerine ($U_2 \cdot l \cdot h_2 / L \cdot h_1$) koyacak olursak

$$U_2 = \frac{I}{\sqrt{I - \left(\frac{l \cdot h_2}{L \cdot h_1}\right)^2}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}$$

eşitliğini elde ederiz.

Gerçek debiyi bulmak için teorik debiyi düzeltme katsayısı ile çarpmak gerekir. Düzeltme katsayısının saptanmasında (U_2) akım hızının hesaplanmasındaki varsayımlarla sıvı liflerinin boğaz kesitine dik olup olmadıkları göz önünde bulundurulur. Düzeltme katsayısını (μ), gerçek debiyi de (Q) ile gösterelim. Buna göre $Q = \mu \cdot Q_t$ eşitliğini yazabiliriz. $Q = \mu \cdot Q_t$ eşitliğinde (Q_t) yerine ($U_2 \cdot l \cdot h_2$) koyacak olursak

$$Q = \mu \cdot \frac{I \cdot h_2}{\sqrt{I - \left(\frac{l \cdot h_2}{L \cdot h_1}\right)^2}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}$$

eşitliğini elde ederiz. Yapmış olduğumuz bu açıklama aynı zamanda

($h_1 = h_2$) olduğu zaman debinin sıfır olduğunu da göstermektedir. Eğer (h_2) azaltılırsa (U_2) artar fakat buna karşılık kesit alanı ($l \cdot h_2$) düşer.

$$h_2 = \frac{2}{3} \cdot \left(h_1 + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} \right)$$

olduğu zaman debi en büyük değerini alır. Çok küçük derinlikler için yüzey dalgalarının yayılma hızı ($U_2 = \sqrt{g \cdot h_2}$)'dir. Bundan hemen belirtelim ki, bu koşullar altında akıntı tarafındaki durumdan boğazdaki duruma geri dönülemeyeceği ve (h_3)'ün de debi üzerinde hiçbir etkisinin bulunmadığı sonucu çıkar. Böyle bir durumda

$$h_2 = \frac{2}{3} \cdot \left(h_1 + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} \right)$$

eşitliğinde ($U_1^2 / 2 \cdot g$) ihmal edilirse debi

$$Q = \mu \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \cdot \frac{I}{\sqrt{I - \left(\frac{2 \cdot I}{3 \cdot L}\right)^2}} \cdot l \cdot \sqrt{g \cdot h_1^3}$$

olur. Birçok araştırmacıya göre bu eşitlikte yer alan düzeltme katsayısı (μ)'nün değeri (0,94 ~ 0,99) arasında değişir. Serbest akım için debi formülü bazı araştırmacılara göre

$$Q = \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \cdot C_v \cdot C \cdot l \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1^3}$$

şeklinde de yazılabilir. (C_v) sevk kanalındaki hıza bağlı bir katsayıdır. Değeri

$$\left(\frac{2 \cdot I}{3 \cdot \sqrt{3} \cdot L} \right)^2 \cdot C_v^2 - C_v^{2/3} + I = 0$$

şeklinde verilen eşitlikten yararlanılarak hesaplanır. Katsayı (C)'nin değerine gelince bunun bulunmasında da

$$C = \left(\frac{I}{1 - 0,004 \cdot L} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{h - 0,003 \cdot L}{h} \right)^{3/2}$$

şeklinde verilen eşitlikten yararlanılır. Bu arada hemen belirtelim

ki, (C) ve (C_v)'nin yukarıda yazılı olan eşitliklerden yararlanarak bulunan değerleri şu sınırlar içerisinde ancak geçerlidir:

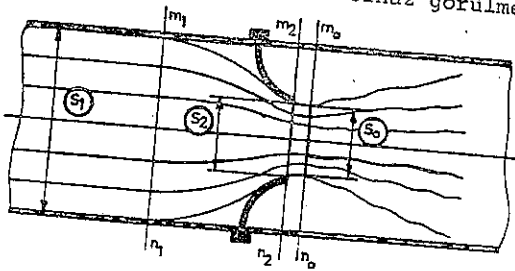
$$I \gg 0,1 \text{ m} \quad \frac{I}{L} \ll 0,7 \quad \frac{h}{I} \ll 3 \quad 0,05 \ll h \ll 1,80 \text{ m}$$

Serbest akımda çalışan Venturi Kanalında debi yalnız (h₁)'in yardımı ile hesaplanabilir. Yapılan gözlemler serbest akımın ancak akıntı kesitindeki su seviyesi (0,8 . h₁)'i geçmediği zaman gerçekleşebileceğini göstermişlerdir.

Venturi Kanalı ile debinin ölçümünde sıvı kanala gönderilirken daha önce savaklarda alınan önlemlere benzer önlemler almak gerekir. Venturi Kanalı içerisinde az miktarda katı maddeler bulunan suyun debisinin ölçümüne de olanak verir.

4) DAR KESİTLİ CİHAZLARLA DEBİNİN ÖLÇÜMÜ

Dar kesitli cihazlarla debilerin ölçümü yöntemi yalnız silindirik borulardaki akıma uygulanır. çalışma ilkesi, boruların içine ya da arasına kesit daralmasını gerçekleştiren bir cihazın yerleştirilerek Bernoulli Denkleminin de gösterdiği gibi basınç enerjisinin kinetik enerjiye dönüştürülmesine dayanır. Bu yöntemle önce basınç düşmesi ölçülür ve sonra ortalama akım hızı ile debi hesaplanır. (Şekil . 14.7) 'de borular arasında yerleştirilen dar kesitli bir cihaz görülmektedir.



(Şekil - 14.7)

akım olarak debiyi (Q) ve ağırlık olarak debiyi de (G) ile göstereyim. Borunun kesit alanı (S₁), büzülmüş kesitin alanı (S₀) ve dar kesitli cihazın kesit alanı da (S₂) olsun. Bu durumda kesit değişme katsayısı (m), büzülme katsayısını da (μ) ile gösterecek olursak

$$m = \frac{S_2}{S_1} \quad \text{ve} \quad \mu = \frac{S_0}{S_2}$$

eşitliklerini yazabiliriz. Şimdi biz dar kesitli cihazlarla önce sıkıştırılmayan ve sonra da sıkıştırılabilen akışkanların debisinin nasıl bulunduğunu açıklayacağız.

a) SIKIŞTIRILAMAYAN AKIŞKANLARIN DEBİSİ

Bunun için yatay konumda bir boru alalım ve bu borunun uzunluk eksenine dik her kesitinde hız ve basıncın üniform olduğunu kabul edelim. (m₁n₁) ve (m₀n₀) kesitlerinin sınırladıkları aralığa, yük kayıplarının bulunmadığını düşünerek Bernoulli Teoremini uygulayacak olursak

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2 \cdot g}$$

eşitliğini yazabiliriz. Diğer yandan süreklilik kuralına göre

$$Q_t = S_1 \cdot U_1 = S_0 \cdot U_0 = m \cdot \mu \cdot S_1 \cdot U_0$$

eşitlikleride yazılabilir.ve bu eşitliklerden yararlanılarak

$$U_1 = m \cdot \mu \cdot U_0$$

eşitliği elde edilir.

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2 \cdot g}$$

eşitliğinde (U₁) yerine (m . μ . U₀) koyacak olursak

$$U_0 = \frac{I}{\sqrt{1 - m^2 \cdot \mu^2}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{P_1 - P_0}{\gamma} \right)}$$

eşitliğini elde ederiz. Bu durumda teorik debi

$$Q_t = \frac{\mu \cdot S_2}{\sqrt{1 - m^2 \cdot \mu^2}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{P_1 - P_0}{\gamma} \right)}$$

olur. Gerçek debiyi bulmak için teorik debiyi düzeltme katsayısı (θ) çarpmak gerekir. Gerçek debiyi (Q) ile gösterecek olursak bu açıklama göre

$$Q = \frac{\theta \cdot \mu \cdot S_2}{\sqrt{1 - m^2 \cdot \mu^2}} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{P_1 - P_0}{\gamma} \right)}$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlikte

$$\frac{\theta \cdot \mu}{\sqrt{1 - m^2 \cdot \mu^2}}$$

yerine (α) koyacak olursak

$$Q = \alpha \cdot S_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{P_1 - P_0}{\gamma} \right)}$$

eşitliğini elde ederiz. (α) toplam debi katsayısı olarak adlandırılır.

b) SIKIŞTIRILABİLEN AKIŞKANLARIN DEBİSİ

Sıkıştırılabilen akışkanların debisi için de yatay konumda silindirik bir boru alacağız. Bu borunun uzunluk eksenine dik her kesitinde hız ve basıncın yine üniform olduğunu kabul edelim. Ayrıca boru içinden geçen akışkanın durumunu belirleyen termodinamik koordinatlarda meydana gelen değişmelerin de adiyabatik dönüşüme uyduğunu düşünelim. Bu durumda ($m_1 n_1$) ve ($m_0 n_0$) kesitlerinin sınırladıkları aralığa Bernoulli Teoremini uygulayacak olursak

$$\frac{1}{2 \cdot g} \cdot (U_0^2 - U_1^2) + \int_{P_1}^{P_0} \frac{dP}{\gamma} = 0$$

eşitliğini yazabiliriz. Diğer yandan süreklilik kuralına göre

$$G_t = S_1 \cdot U_1 \cdot \gamma_1 = S_0 \cdot U_0 \cdot \gamma_0$$

eşitlikleri de yazılabilir.

$$G_t = S_1 \cdot U_1 \cdot \gamma_1 = S_0 \cdot U_0 \cdot \gamma_0$$

$$m = \frac{S_0}{S_1}$$

$$\mu_1 = \frac{S_0}{S_2}$$

$$S_2 = m \cdot S_1$$

$$S_0 = \mu_1 \cdot S_2 = \mu_1 \cdot m \cdot S_1$$

$$U_1 = \frac{S_0 \cdot U_0 \cdot \gamma_0}{S_1 \cdot \gamma_1} = \mu_1 \cdot m \cdot U_0 \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_1}$$

$$U_1 = \mu_1 \cdot m \cdot U_0 \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_1}$$

Adiyabatik dönüşümde basınç ve özgül ağırlık arasındaki ilişki

$$\frac{P}{\gamma^k} = \frac{P_0}{\gamma_0^k} = \frac{P_1}{\gamma_1^k}$$

eşitlikleri ile gösterilir ve (γ_0 / γ_1) yerine de (P_0 / P_1)^{I/k} konulacak olursa

$$U_1 = \mu_1 \cdot m \cdot U_0 \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_1}$$

eşitliğinden

$$U_1 = \mu_1 \cdot m \cdot U_0 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{I/k}$$

eşitliği elde edilir.

$$\frac{I}{2.g} \cdot (U_0^2 - U_1^2) + \int_{P_1}^{P_0} \frac{dP}{\gamma} = 0$$

eşitliğinde (U_1) yerine değerini koyacak olursak

$$\frac{U_0^2}{2.g} \cdot \left[1 - m^2 \cdot \mu_1^2 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{2/k} \right] \int_{P_1}^{P_0} \frac{dP}{\gamma} = 0$$

eşitliğini buluruz. Şimdi bütün sorun (P)'yi (γ)'nin bir fonksiyonu olarak ifade edebilmektedir. Daha önce bulmuş olduğumuz

$$\frac{P}{\gamma^k} = \frac{P_1}{\gamma_1^k}$$

eşitliğinden yararlanarak

$$dP = \frac{P_1}{\gamma_1^k} \cdot k \cdot \gamma^{k-1} \cdot d\gamma$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$\frac{U_0^2}{2.g} \cdot \left[1 - m^2 \cdot \mu_1^2 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{2/k} \right] + \int_{P_1}^{P_0} \frac{dP}{\gamma} = 0$$

eşitliğinde (dP)'nin yerine yukarıda bulmuş olduğumuz değerini koyacak olursak

$$\frac{U_0^2}{2.g} \left[1 - m^2 \cdot \mu_1^2 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{2/k} \right] + \int_{P_1}^{P_0} \frac{dP}{\gamma} = 0$$

$$\frac{U_0^2}{2.g} \left[1 - m^2 \cdot \mu_1^2 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{2/k} \right] - \frac{P_1}{\gamma_1^k} \cdot k \cdot \int_{\gamma_0}^{\gamma_1} \gamma^{k-2} \cdot d\gamma = 0$$

-376-

$$\frac{U_0^2}{2.g} \left[1 - m^2 \cdot \mu_1^2 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{2/k} \right] - \frac{P_1}{\gamma_1^k} \cdot k \cdot \int_{\gamma_0}^{\gamma_1} \gamma^{k-2} \cdot d\gamma = 0$$

$$\frac{U_0^2}{2.g} \left[1 - m^2 \cdot \mu_1^2 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{2/k} \right] - \frac{P_1}{\gamma_1^k} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_1} \right)^{k-1} \right] = 0$$

eşitliğini elde ederiz. Bu eşitlikten yararlanarak

$$0 = \frac{1}{\sqrt{1 - m^2 \cdot \mu_1^2 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{2/k}}} \cdot \sqrt{2.g \cdot \frac{P_1}{\gamma_1} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1-\frac{1}{k}} \right]}$$

eşitliğini yazabiliriz. Gerçek debiyi bulmak için teorik debiyi düzeltme katsayısı (θ) ile çarpmak gerekir. Gerçek debiyi (G) ile gösterecek olursak

$$G = \frac{\theta_1 \cdot \mu_1 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1/k} \cdot S_2}{\sqrt{1 - m^2 \cdot \mu_1^2 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{2/k}}} \cdot \sqrt{2.g \cdot \frac{P_1}{\gamma_1} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1-\frac{1}{k}} \right]}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$\alpha = \frac{\theta \cdot \mu}{1 - \mu^2 \cdot m^2}$$

$$\xi_0 = \frac{\theta \cdot \mu}{\theta_1 \cdot \mu_1} \sqrt{\frac{1 - m^2 \cdot \mu^2}{1 - \mu_1^2 \cdot m^2} \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1/k} \cdot \sqrt{\frac{k}{k-1} \cdot \frac{I}{1 - \frac{P_0}{P_1}} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1-\frac{1}{k}} \right]}}$$

olduğu için son olarak

$$G = \alpha \cdot \xi_0 \cdot S_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \gamma_0 \cdot (P_1 - P_0)}$$

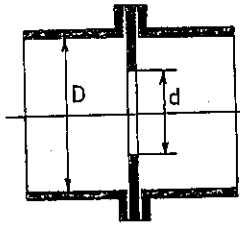
eşitliği yazılabilir. Bu eşitlikte yer alan (ξ_0) sıkıştırılabilirlik katsayısı olarak adlandırılır.

-377-

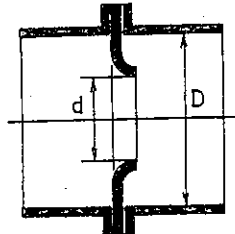
5) BORULARDA DEBİNİN ÖLÇÜMÜNDE KULLANILAN DAR KESİTLİ CİHAZLARIN NORMALİZASYONU

Borularda, dar kesitli cihazlarla debinin ölçümünde, ulusal kuruluşlar yanında International Organization for Standardization (I.S.O) gibi uluslararası kuruluşlar tarafından konulmuş olan kurallara da uymak zorunluluğu vardır.

International Organization for Standardization tarafından önerilen ve kesin boyutları saptanan üç tür dar kesitli cihaz bulunmaktadır. Bunlar diyaframlı ve memeli cihazlarla Venturi cihazıdır. (Şekil - 14.8)'de diyaframlı, (Şekil - 14.9)'da memeli, (Şekil - 14.10)'da klasik Venturi ve (Şekil - 14.II)'de memeli Venturi cihazlarının kesiti görülmektedir.

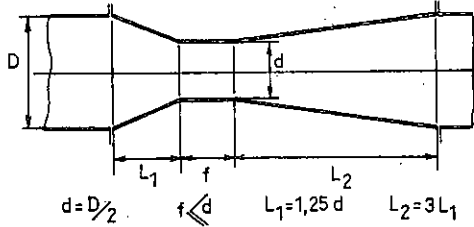


(Şekil - 14.8)



(Şekil - 14.9)

Diyafram, merkezinde dairesel bir menfez bulunan ince bir plakadır. Bu plaka, hemen belirtelim ki, boru içinde akan akışkanın ince kenarlı menfezden geçmesini sağlar. Meme, ince kenarlı menfezin kenarının akış yönünde dışa kıvrılmasından elde edilir. Bu, büyük ölçüde, cihazda olu-

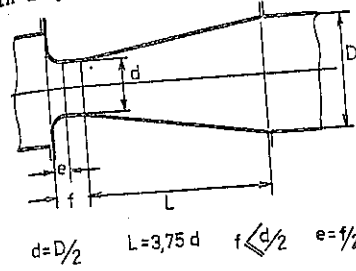


(Şekil - 14.10)

şan enerji kayıplarını azaltır. Venturi cihazı, bir yakınsak lüle ile bunu izleyen silindirik bir boğaz ve sonra silindirik boğaza bağlı bir iraksak lüleden oluşmuştur. Eğer yakınsak lüle bir memenin profiline

şahırsa bu Venturi cihazı, Hidrolikte, MEMELİ VENTURİ CİHAZI olarak adlandırılır. Diğer Venturi cihazında meme yoktur ve silindirik boğaz doğrudan doğruya yakınsak lüleyle bağlanmıştır. Yakınsak lüle kesik koni biçimindedir. Bu tür Venturi cihazına KLASİK VENTURİ CİHAZI ya da HENSCHEL VENTURİSİ adı verilir.

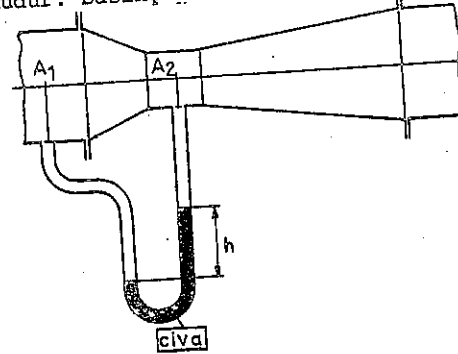
Venturi cihazlarında iraksak lülenin önemli bir yeri ve etkinliği vardır. Iraksak lüle, silindirik boğazdan sonra, düzenli olarak, çapın başlangıçtaki yani cihaza girişteki değerini almasını sağlar ve enerji kayıplarını azaltır.



(Şekil - 14.11)

Memeli Venturi cihazlarında, cihaza girişteki kesitle meme profilinin bitimindeki kesit arasında gerçekten çok küçük bir uzaklık vardır. Bunun nedeni, meme profilinin daha cihaza girişte başlamış olmasıdır. halbuki, klasik Venturi cihazlarında, cihaza girişteki kesitle silindirik boğazın ortasındaki kesit arasında (D / 2) kadar bir uzaklık bulunur. (D), hemen belirtelim ki, cihazın bağlandığı borunun çapıdır.

Venturi cihazı ile debinin ölçümünde, çözümlenmesi gereken en önemli sorun, basınç düşmesinin, daha açık bir deyişle basınç farkının ölçümüdür. Basınç farkını belirleyebilmek için (Şekil - 14.12)'de görüldüğü gibi, Venturi cihazı üzerine bir diferansiyel manometre yerleştirilir.



(Şekil - 14.12) -379-

Venturi cihazı ile debinin ölçümünde, daha önce de açıklamış olduğumuz gibi, sıkıştırılmayan akışkanlar için

$$Q = \alpha \cdot S_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{P_1 - P_0}{\gamma}}$$

esitliğinden ve sıkıştırılabilen akışkanlar için de

$$Q = \alpha \cdot S_2 \cdot \xi_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \gamma_0 \cdot (P_1 - P_0)}$$

esitliğinden yararlanılır. (α) toplam debi katsayısı, (ξ_0) da sıkıştırılabilirlik katsayısıdır.

6) DÖNEL CİHAZLARLA HIZLARIN ÖLÇÜMÜ

Borularda, açık kanallarda ve nehirlerde, hızların ölçümünde kullanılan dönel cihazlar hidrolik türbinlere benzerler.

Hareket halindeki akışkan, hidrolik türbinlerde olduğu gibi dönel cihazlara bir güç iletir. Buna, HİDROLİK GÜÇ ya da DEVİTKEN GÜÇ adı verilir. Dönel cihazlarla hızın ölçümü için hidrolik gücün belirlenmesi gerekir. Hidrolik güç, EULER FORMÜLÜNDEN yararlanılarak bulunur. Euler Formülünü yazmadan önce MUTLAK HIZ, BAĞIL HIZ ve SÜRÜKLENME HIZINI tanımlamakta ve bunlar arasındaki ilişkiye kısaca değinmekte yarar vardır.

Bilindiği gibi, hareketli bir kıyaslama sisteminin sabit bir kıyaslama sistemine göre hareketine SÜRÜKLENME HAREKETİ denir. Uzayda, bir (M) noktasının sabit kıyaslama sistemine göre hareketine mutlak hareket, hareketli kıyaslama sistemine göre hareketine de bağıl hareket adı verilir. (I)

(M) noktasının mutlak hareketinde, (t) anındaki hızına mutlak hız, yine (M) noktasının bağıl hareketinde, (t) anındaki hızına da bağıl hız denir. Sürüklenme hızını tanımlayabilmek için bir (S) cismi alınır. Hareketli (S) cisminin (t) anında (M) ile çakışan noktasını, örneğin (P) ile gösterelim, İşte bu (P) noktasının sürüklenme hareketinde, (t) anında

(I) Mekanik Dersleri - Örd. Prof, Dr. Ratip Berker

hızı, (M) noktasının sürüklenme hızıdır. (2)

Mutlak hız, sürüklenme hızı ile bağıl hızın vektörel toplamına eşittir. (M) noktasının mutlak hızını (V_m), bağıl hızın (W_m) ve sürüklenme hızını da (U_m) ile gösterecek olursak bu tanım uyarınca, vektörel notasyonlardan yararlanarak

$$\vec{V}_m = \vec{U}_m + \vec{W}_m$$

esitliğini yazabiliriz.

(Şekil - 14.13)'te, bir dönel cihazın kanat profili ile kanada giriş ve çıkışta hızların durumu görülmektedir. Kanada girişte akışkanın mutlak hızını (V_1), bağıl hızını (W_1), sürüklenme hızını (U_1) ve kanattan çıkışta da akışkanın mutlak hızını (V_2), bağıl hızını (W_2), sürüklenme hızını (U_2) ile gösterelim. Buna göre, vektörel notasyonlardan yararlanarak

$$\vec{V}_1 = \vec{U}_1 + \vec{W}_1$$

$$\vec{V}_2 = \vec{U}_2 + \vec{W}_2$$

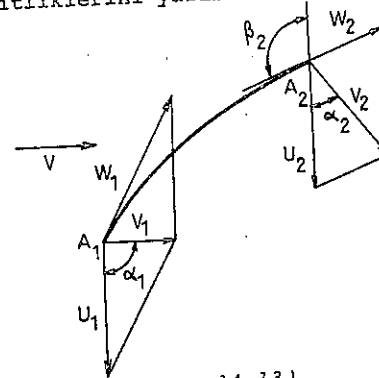
esitliklerini ve skaler notasyonlardan yararlanarak da

$$V_1^2 = U_1^2 + W_1^2 - 2 \cdot V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$V_2^2 = U_2^2 + W_2^2 - 2 \cdot V_2 \cdot U_2 \cdot \cos \alpha_2$$

esitliklerini yazabiliriz. Bu arada hemen belirtelim ki, kanatlara giriş ve çıkışta akışkanın sürüklenme hızı, kanatların dönme hızına eşittir.

Dönel cihaza iletilen güç, akışkanın ağırlık debisine de bağlıdır. Akışkanın ağırlık debisini (G), hidrolik gücü de (N) ile gösterecek olursak Euler formülünü



(Şekil - 14.13)

(2) Statige et Dynamige - Henri Béghin
-381-

$$N = \frac{G}{g} \cdot (U_1 \cdot V_1 \cdot \cos \alpha_1 - U_2 \cdot V_2 \cdot \cos \alpha_2)$$

şeklinde yazabiliriz. (I)

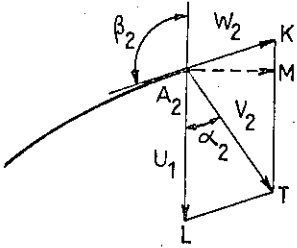
Kanatlara girişte mutlak hızla sürüklenme hızı arasında (90°)'lik bir açı vardır. ($\alpha_1 = 90^\circ$) olduğuna göre,

$$N = \frac{G}{g} \cdot (U_1 \cdot V_1 \cdot \cos \alpha_1 - U_2 \cdot V_2 \cdot \cos \alpha_2)$$

şeklindeki Euler Formülünden yararlanılarak

$$N = - \frac{G}{g} \cdot U_2 \cdot V_2 \cdot \cos \alpha_2$$

eşitliği yazılır. Son olarak çıkarmış olduğumuz bu eşitliğe daha belirgin bir nitelik kazandırmak için kanatlardan çıkıştaki mutlak hızla kanatlara girişteki mutlak hız arasında bir ilişki kurmağa çalışacağız.



(Şekil - 14.14)

(Şekil - 14.14)'de, kanatlardan çıkışta, akışkanın mutlak hızı ile bağlı ve sürüklenme hızlarının durumu görülmektedir. (β_2), pozitif yönde, kanatlardan çıkışta, bağlı hız ile sürüklenme hızı arasındaki açıdır.

$$MT = V_2 \cdot \cos \alpha_2$$

$$MT = KT - KM$$

$$KT = U_2$$

ve

$$KM = W_2 \cdot \sin (\beta_2 - 90^\circ)$$

olduğu için

$$V_2 \cdot \cos \alpha_2 = U_2 + W_2 \cdot \cos \beta_2$$

eşitliğini yazabiliriz.

Kanatlardan çıkıştaki mutlak hızın yatay bileşeni, kanatlara girişteki mutlak hıza eşdeğerdir. Bu durumda

(I) 16. Bölümde, Euler Formülünün çıkışı ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

$$V_2 \cdot \cos \alpha_2 = U_2 + W_2 \cdot \cos \beta_2$$

$$MA_2 = V = V_1$$

$$\operatorname{tg} (\beta_2 - 90^\circ) = \frac{KM}{MA_2}$$

eşitliklerinin birleşiminden

$$V_2 \cdot \cos \alpha_2 = U_2 + \frac{V}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

eşitliğini elde ederiz.

Hidrolik gücü, akışkanın kanatlara girişteki mutlak hızının bir fonksiyonu olarak ifade edebilmek için

$$N = - \frac{G}{g} \cdot U_2 \cdot V_2 \cdot \cos \alpha_2$$

ve

$$V_2 \cdot \cos \alpha_2 = U_2 + \frac{V}{\operatorname{tg} \beta_2}$$

eşitliklerinin birleşimini yapmak gerekir. Bu iki eşitliğin birleşimi yapılırsa

$$N = - \frac{G}{g} \cdot U_2 \cdot \left(U_2 + \frac{V}{\operatorname{tg} \beta_2} \right)$$

eşitliği elde edilir.

Ağırlık debisi akışkanın mutlak hızının ve kanatlardan çıkıştaki sürüklenme hızı da anamilin devir sayısının birer fonksiyonudur. Debi katsayısını (m_1), sürüklenme hızı katsayısını (m_2) ve anamilin devir sayısını da (n) ile gösterelim Bu durumda

$$G = m_1 \cdot V$$

ve

$$U_2 = m_2 \cdot n$$

eşitliklerini yazabiliriz.

$$N = - \frac{G}{g} \cdot U_2 \cdot \left(U_2 + \frac{V}{\operatorname{tg} \beta_2} \right)$$

$$G = m_1 \cdot V$$

$$U_2 = m_2 \cdot n$$

eşitliklerinin birleşiminden

$$N = - \frac{m_1 \cdot m_2^2}{g} \cdot V \cdot n \left(n + \frac{V}{m_2 \cdot \text{tg} \beta_2} \right)$$

eşitliği elde edilir.

$$k_1 = - \frac{m_1 \cdot m_2}{g}$$

ve

$$k_2 = - \frac{I}{m^2 \cdot \text{tg}}$$

olursa

$$N = - \frac{m_1 \cdot m_2}{g} \cdot V \cdot n \cdot \left(n + \frac{V}{m^2 \cdot \text{tg} \beta_2} \right)$$

eşitliği yerine

$$N = k_1 \cdot V \cdot n (n + k_2 \cdot V)$$

eşitliğini yazabiliriz.

Dönel cihazlarda, hidrolik güç olumsuz yönde etkiyen mekanik dirençlerle hidrolik dirençlerin oluşturdukları bir karşı koyma gücü de vardır. Hidrolik dirençlerin akışkanın mutlak hızına bağlı olmasına karşın mekanik dirençler, akışkanın mutlak hızından tamamen bağımsızdırlar. $(A_1), (A_2), (A_3)$ birer sabit olduklarına göre, karşı koyma gücü, akışkanın mutlak hızının bir fonksiyonu olarak

$$(N_k = n \cdot (A_1 + A_2 \cdot V + A_3 \cdot V^2))$$

eşitliği ile ifade edilebilir. (I)

Dönel cihazın işleyebilmesi için hidrolik gücün en azından karşı koyma gücüne eşit olması gerekir. Bu kuram uyarınca

$$N = k_1 \cdot V \cdot n \cdot (n + k_2 \cdot V)$$

ve

(I) Hydroliqe Générale - Albert Schlag

Yüksek Matematik - Ord. Prof. Rudolf Rothe

$$N_k = n \cdot (A_1 + A_2 \cdot V + A_3 \cdot V^3)$$

eşitliklerinin birleşiminden

$$V = \frac{A_1}{k_1 \cdot k_2 - A_3} \cdot \frac{I}{V} + \frac{A_2}{k_1 \cdot k_2 - A_3} + \frac{k_1}{k_1 \cdot k_2 - A_3} \cdot n$$

eşitliği elde edilir.

$$\frac{k_1}{k_1 \cdot k_2 - A_3} = a, \quad \frac{A_2}{k_1 \cdot k_2 - A_3} = b, \quad \frac{A_1}{k_1 \cdot k_2 - A_3} = c$$

olduğuna göre

$$V = \frac{A_1}{k_1 \cdot k_2 - A_3} \cdot \frac{I}{V} + \frac{A_2}{k_1 \cdot k_2 - A_3} + \frac{k_1}{k_1 \cdot k_2 - A_3} \cdot n$$

eşitliği yerine

$$V = \frac{c}{V} + b + a \cdot n$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu bir konik denklemdir. Bu denklem, $(0V)$ ve $(0n)$ eksenlerinden oluşan dik açılı koordinatlar sisteminde, $(V = 0)$ ve $(V = a \cdot n + b)$ doğrularına asimptot olan bir hiperbol ile gösterilir. Yapılan bilimsel araştırmalar, (n) 'nin yüksek değerleri için

$$V = \frac{c}{V} + b + a \cdot n$$

yerine

$$V = a \cdot n + b$$

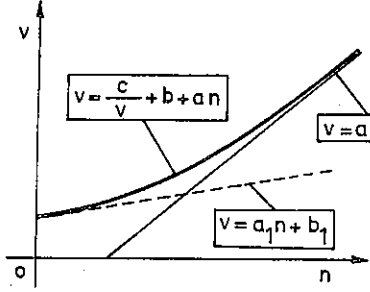
denkleminin de yazılabileceğini göstermişlerdir.

$$V = a \cdot n + b$$

eşimi (a) olan bir doğrunun denklemdir. Ancak bu durumda, hiperbolün $(0V)$ eksenine yakın olan parçasını, buna teğet olan ve denkleminde

$$V = a_1 \cdot n + b_1$$

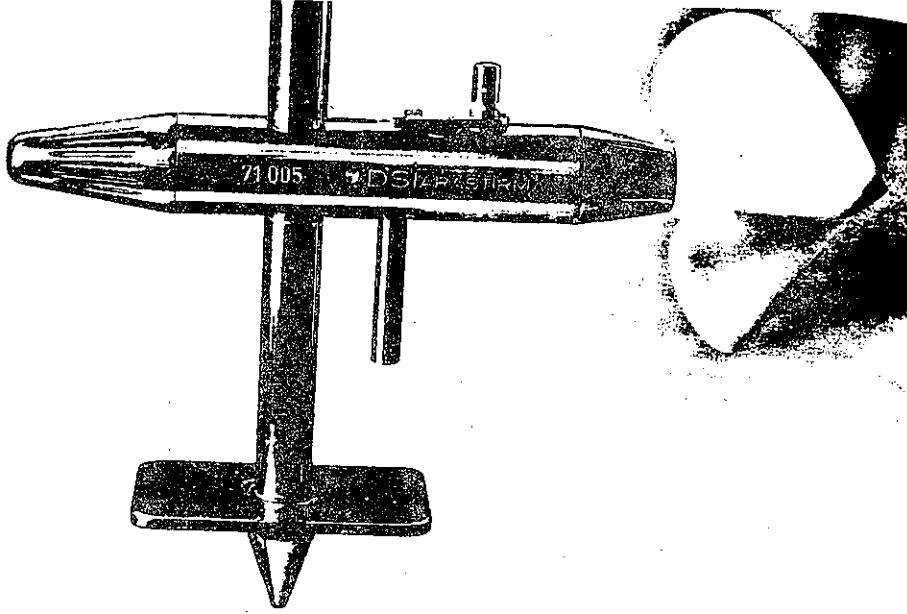
Şeklinde verilen bir doğru parçası ile değiştirmek gerekir.



(Şekil - 14.15)

(Şekil - 14.16)'da , D S İ Araştırma Laboratuvarında geliştirilmiş olan bir muline görülmektedir. Muline açık kanallarda akım hızının ölçümünde kullanılan bir dönel cihazdır. Küçük ve orta büyüklükteki dairesel kesitler için bütün kesiti tutabilecek nitelikte cihazlar da imâl edilebilir. Bu cihazlar belirli bir zaman aralığında geçen sıvının

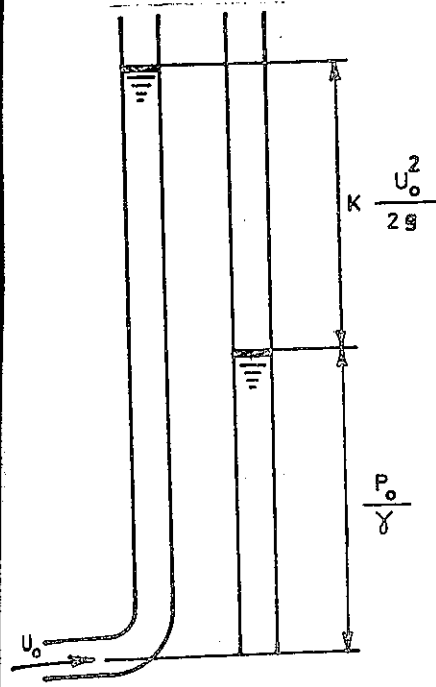
hacmini doğrudan doğruya ölçerler. Bunlara genellikle, su sayaçları adı verilir.



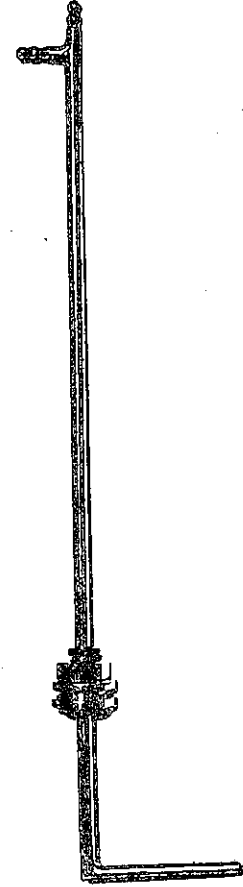
(Şekil - 14.16)

7) PİTOT TÜPLERİ İLE HIZLARIN ÖLÇÜMÜ

Yaklaşık olarak 1732 yılından beri açık kanallarda akım hızının ölçümünde Pitot Tüplerinden yararlanılır. Pitot Tüpü, (Şekil . -14.17)'de de görüldüğü gibi bir ucu (90°) kıvrılmış olan bir borudur. Pitot



(Şekil - 14.17)



(Şekil - 14.18)

Tüpünün kıvrık olan ucu akım hızına ters yönde açık kanala yerleştirilerek ve açık kanalda akan sıvı tüpün içinde

$$\frac{P_o}{\gamma} + K \cdot \frac{U_o^2}{2 \cdot g}$$

kadar yükselir, Pitot Tüpü içindeki sıvı yüksekliğini (h) ile göstereceği olursak

$$U_o = \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{I}{K} \cdot \left(h - \frac{P_o}{\gamma} \right)}$$

eşitliğini yazabiliriz.

(P_o) tüpün açık kanala yerleştirildiği yerdeki basıncı, (U_o) da akım hızını göstermektedir. (K), Hidrolikte Tüp KATSAYISI olarak adlandırılır.

Pitot Tüpünün yanına yerleştirilen iki tarafı açık başka bir tüp (P_o / γ) yüksekliğini verir. Ancak bu tüpün sıvı içindeki ucunun Pitot Tüpünün kıvrık ucu ile aynı düzlem üzerinde bulunması gerekir.

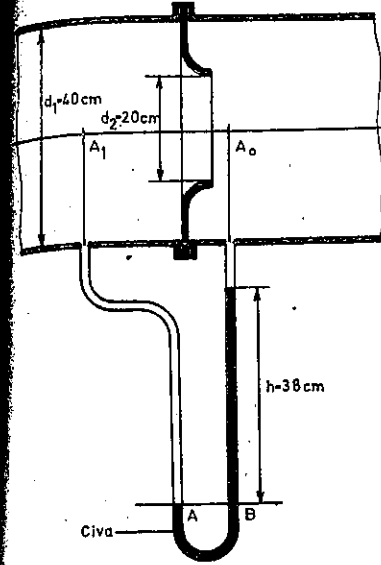
Buğün artık açık kanallarda akım hızının ölçümünde Pitot Tüpüleri pek kullanılmamaktadır. (Şekil - 80)'de D S I Araştırma Laboratuvarında geliştirilmiş olan bir Pitot Tüpü görülmektedir.

ÖRNEK PROBLEMLER

14.1. PROBLEM

(Şekil - 14.19)'da, içerisinde sürekli akım bulunan boruların arasına yerleştirilmiş olan bir standart ölçme memesigörülmektedir.

(A_1) ve (A_o) noktaları arasına yerleştirilmiş bulunan diferansiyel manometredeki seviye farkı ($h = 38$ cm)'dir. Büzülme katsayısı ($\mu = 0,8$), debi düzeltme katsayısı ($\theta = 1$) ve boru içinde akan suyun özgül ağırlığı da (10^3 kg / m³) olduğuna göre, içerisinde sürekli akım bulunan borunun debisini ve ortalama akım hızını bulunuz.



(Şekil - 14.19)

$$m = \frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \left(\frac{20}{40} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$m = 0,25$$

$$\frac{\theta \cdot \mu}{\sqrt{1 - m^2 \cdot \mu^2}} = \frac{1 \cdot 0,80}{\sqrt{1 - (0,25 \cdot 0,80)^2}} = 0,818$$

$$\alpha = 0,818$$

$$\frac{P_1 - P_o}{\gamma} = \frac{\gamma_{Hg} h}{\gamma} \quad h = \frac{13,6 \cdot 10^3 \cdot 0,38}{10^3} = 5,168 \text{ m}$$

$$\frac{P_1 - P_o}{\gamma} = 5,168 \text{ m}$$

$$Q = \alpha \cdot S_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{P_1 - P_o}{\gamma} \right)} = 0,818 \cdot 314 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 5,168}$$

$$Q = 0,2586 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

14.1. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Debinin hesaplanmasında

$$\alpha = \frac{\theta \cdot \mu}{\sqrt{1 - m^2 \cdot \mu^2}}$$

olduğuna göre

$$Q = \alpha \cdot S_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(\frac{P_1 - P_o}{\gamma} \right)}$$

eşitliğinden yararlanılır.

$$m = \frac{S_2}{S_1}$$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 20^2}{4} = 3,14 \cdot 10^2 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 314 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

ortalama akım hızı

$$U_m = \frac{Q}{S_1}$$

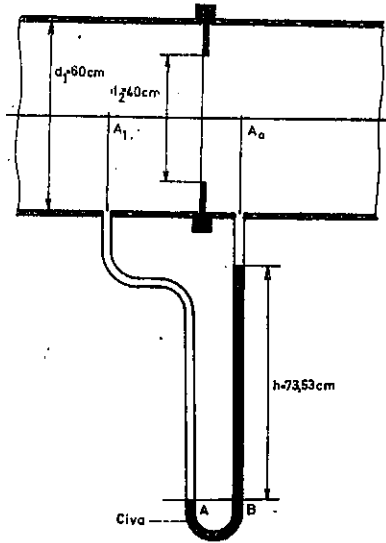
eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır.

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 40^2}{4} = 1256 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = 1256 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_m = \frac{Q}{S_1} = \frac{0,2586}{1256 \cdot 10^{-4}} = 2,059 \text{ m / sn}$$

$$U_m = 2,059 \text{ m / sn}$$



(Şekil - 14.20)

14.2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

(Şekil - 14.20)'de içerisinde sürekli akım bulunan boruların arasında yerleştirilmiş olan standart bir diyafram görülmüştür. Borunun içinden akan havanın (A_1) noktasında ölçülen mutlak basıncı ($P_1 = 4 \cdot 10^4$) ve sıcaklığı da ($t_1 = 127^\circ\text{C}$)'dir. Büzülme katsayısı ($\mu = 0,66$) ve düzeltme katsayısı da ($\theta_1 = 1$) olduğuna göre borunun ağırlık debisi ile ortalama akım hızını hesaplayınız.

14. 2. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Borunun ağırlık debisinin hesaplanmasında

$$\theta_1 \cdot \mu \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{1/k} \cdot S_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{P_1}{\rho} \cdot \frac{I}{k - I} \left[1 - \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{I}{k}} \right]}$$

$$\sqrt{I - m^2 \cdot \mu^2 \cdot \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^2 / k}$$

inde verilmiş olan eşitlikten yararlanılır.

$$\theta_1 = 1$$

$$\mu = 0,66$$

$$P_1 = P_0 - \gamma_{\text{Hg}} \cdot h$$

$$P_1 = P_0 - \gamma_{\text{Hg}} \cdot h = 4 \cdot 10^4 - 13,6 \cdot 10^3 \cdot 0,7353 = 3 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

$$P_1 = 3 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \left(\frac{40}{80} \right)^2 = 0,444$$

$$\frac{S_2}{S_1} = 0,444$$

Havanın gaz sabiti ($R = 29,3 \text{ kgm / kg} \cdot ^\circ\text{K}$)'dir ve özgül hacim de

$$P_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1$$

şeklinde ifade edilebilen Yetkin Gazların Genel Durum Denkleminden

yararlanılarak hesaplanır.

$$T_1 = 273 + t_1 = 273 + 127 = 400^\circ\text{K}$$

$$T_1 = 400^\circ\text{K}$$

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{P_1} = \frac{29,3 \cdot 400}{4 \cdot 10^4} = 0,293 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$v_1 = 0,293 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$\frac{I}{\gamma_1} = v_1$$

$$S_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 40^2}{4} = 1256 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 1256 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$G = \frac{I \cdot 0,66 \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^4} \right) I / I,4I \cdot 1256 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{I - (0,66 \cdot 0,44)^2 \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^4} \right)^2 / I,4I}}$$

$$G = 17,2978 \text{ kg / sn}$$

Akım hızını

$$G = \frac{U_{m1} \cdot S_1}{v_1}$$

eşitliğinden yararlanarak hesaplayacağız.

$$S_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 60^2}{4} = 2827,43 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = 2827,43 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$U_{m1} = \frac{g \cdot v_1}{S_1} = \frac{17,2978 \cdot 0,293}{2827,43 \cdot 10^{-4}} = 17,8 \text{ m / sn}$$

$$U_{m1} = 17,8 \text{ m / sn}$$

ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

14.1. PROBLEM

Çapı (200mm) olan ve içerisinde sürekli su akımı bulunan bir boru hattının debisi, üzerine (100 mm) çapında bir diyafram yerleştirilerek ölçülmek isteniliyor. Boru üzerine, ayrıca, diyaframı ortalayacak biçimde

(B) noktalarında bir diferansiyel manometre de bağlanmıştır. Diferansiyel manometrede, özgül ağırlığı ($13,6 \cdot 10^3 \text{ kg / m}^3$) olan sıvı bulunmaktadır. Büzülme katsayısı (0,604) ve debi düzeltme katsayısı (I) 'dir. (dm^3 / sn) olarak debi ile diferansiyel manometrede okunan seviye farkı arasındaki ilişkiyi gösteren bir çizelge çizin.

14.2. PROBLEM

Çapı (2000 mm) olan bir borunun içerisinde sürekli hava akımı vardır. Boruda akan kuru havanın sıcaklığı (20°C) ve özgül ağırlığı ($1,22 \text{ kg / m}^3$) ' tür. Pitot Tüpü ile merkezden belirli uzaklıklarda hızları ölçülerek şu değerler saptanmıştır:

MERKEZDEN UZAKLIK (mm)	316	548	708	836	946
HIZI (m / sn)	11,25	10,65	9,75	9,15	7,50

Bu değerlerden yararlanarak ortalama akım hızını ve ağırlık debisini bulunuz.

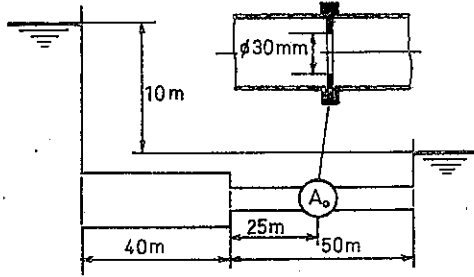
14.3. PROBLEM

Bir vantilatör, uzunluğu (30 m) ve çapı da (100 mm) olan bir boru hattına hızı (10 m / sn) olan hava vermektedir. Borunun ucuna (60 mm) ' lik bir diyafram yerleştirilmiştir. (20°C) 'de kuru havanın özgül ağırlığı ($1,22 \text{ kg / m}^3$) ve mutlak viskozite katsayısı da ($1,8 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{sn / m}^2$) olduğuna göre, (0,75) 'lik verim için vantilatörü çalıştıran motorun gücünü hesaplayınız.

14.4. PROBLEM

(Şekil - 14.21) 'de, sabit seviyeli iki hazneyi birbirine bağlayan yatay konumda bir boru hattı görülmektedir. Hazneler arasındaki seviye farkı (10 m) 'dir. Hazneleri birbirine bağlayan boru hattı, çap ve uzunlukları birbirinden farklı iki kesimden oluşmuştur. Birinci kesimin

uzunluğu (40 m), çapı (100 mm), ikinci kesimin uzunluğu (50 m)
çapı (50 mm)' dir. ikinci kesimin orta yerine, çapı (300 mm)



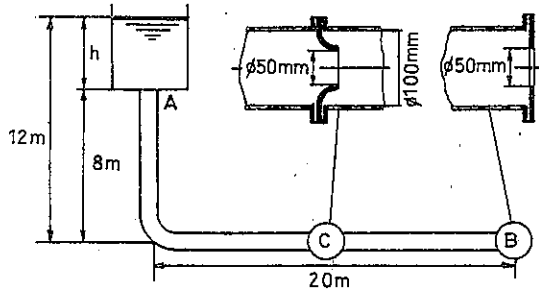
(Şekil - 14,21)

diyafram yerleştirilmiştir.
oluşturan borular akma çeli
yapılmış olduğuna göre, deb
lunuz ve yük çizgisi ile pl
re çizgisini çiziniz.

14. 5. PROBLEM

(Şekil - 14. 22)'de, çapı

(100 mm) olan ve ucu atmosfere açılan sabit seviyeli haznenin besli



(Şekil - 14,22)

bir boru hattı görülm
dir. Boru hattının atm
re açılan ucunda, (50 mm
çapında ince kenarlı b
menfez bulunmaktadır.

a) Büzülme katsayısı
(0,62) olduğuna göre, bo
hattının debisini bulun

b) Sonraları debiyi ölçmek için (C) noktasında, boru hattı üzerin
çapı (50 mm) olan bir ölçme memesi yerleştirilmiştir. Ölçme memesinde
oluşan yersel yük kayıplarını karşılamak için (h) sabit kalmak koşulu
ile boru hattının düşey kesimi bir miktar uzatılmıştır. Başlangıçta
edilen debiyi aynen koruyabilmek için direnç katsayısı ($\mu = 0,02$) ol
guna göre, boru hattının düşey kesimine eklenen boru parçasının uzunlu
nu hesaplayınız.

ONBEŞİNCİ BÖLÜM

KAVİTASYON

- 1) KAVİTASYONUN TANIMI
- 2) KAVİTASYONUN MEYDANA GELDİĞİ NOKTALAR
- 3) KAVİTASYONDAN KAÇINMAK İÇİN KABUL EDİLEBİLİR
ORTALAMA BASINCIN DEĞERİ
- 4) KAVİTASYONUN ÇEPERLERİ AŞINDIRMASI

1) KAVİTASYONUN TANIMI

Eğer hareket halinde bir sıvı kütlesinin herhangi bir noktasında basınç çevre sıcaklığını karşılayan buharlaşma basıncının altına düşerse bu yerde buharlaşma meydana gelir. Bu durumda homojen bir akışkan içinde buhar kabarcıklarını içeren bir sıvı ile karşılaşırlar. İşte bu sıvıya Hidrolikte KAVİTASYON adı verilir. Eğer basınç yeniden yükselirse buhar yoğunlaşarak boşluğu doldurur ve çok şiddetli bir gürültü çıkar. Kaviteasyonun olduğu yerlerde aşınma meydana gelir Bunun için hidrolik makinaların yapımında kesinlikle kaviteasyondan kaçınılmalıdır. Yapılan gözlemler ve deneylerle (15°C) sıcaklıkta suyun buharlaşma basıncının (0,01733 kg / cm²) olduğu gösterilmiştir. Bu arada hemen belirtelim ki, kaviteasyonun bulunduğu yerlere, bir akışkanın homojen olduğu varsayımına dayanılarak çıkarılan denklemleri uygulamak da olanaksızdır.

2) KAVİTASYONUN MEYDANA GELDİĞİ NOKTALAR

Hareket halindeki bir sıvı kütlesinin herhangi bir noktasındaki

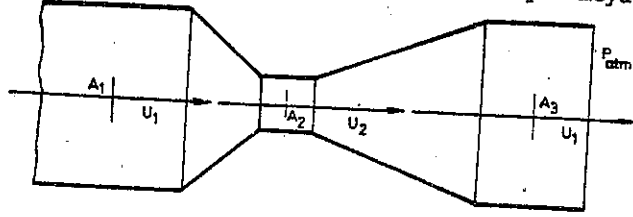
basınç

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2.g} + z_1 = \frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2.g} + z_2 + \int_{l_1}^{l_2} j . dl$$

şeklinde ifade edilebilen Bernoulli Denkleminden yararlanılarak ancak bulunabilir. Basınç ne kadar düşük olursa kaviteasyonun meydana gelmesi de o kadar kolaylaşır. Basınç, Bernoulli Denklemine de görüldüğü gibi seviye yüksek, akım hızı büyük ve alınan nokta ile orijin noktasının sınırladıkları aralıkta yük kayıpları fazla olduğu zaman ancak çok düşük bir değer alır. Şimdi akım hızının büyük ve alınan nokta ile orijin noktasının sınırladıkları aralıkta yük kayıpları fazla olduğu zaman kaviteasyonun meydana gelmesine yol açan iki olayı inceleyeceğiz.

a) BÜZÜLMÜŞ KESİT İÇİNDEN GEÇİŞ

(Şekil - 15.1)'de, bir tarafı açık havaya açılan yakınsak bir boru silindirik boğazdan oluşan bir düzen görülmektedir. Silindirik kesimlerdeki akım hızı (U_1) ve boğazdaki akım hızı (U_2) olsun. Eğer (U_2), (U_1)'den daha büyükse boğazda, (A_2) noktasında en düşük değeri alır ve bu noktada kavitasyon meydana gelebilir.



(Şekil - 15.1)

Boğazdan geçişin kayıpsız olduğunu kabul edelim. Eğer boğazdan sonraki açılımda kinetik enerji verimi (η) olursa yük kaybı da

$$(I - \eta) = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2 \cdot g}$$

olur ve Bernoulli Teoremine göre

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2 \cdot g} = \frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2 \cdot g} + (I - \eta) \cdot \frac{U_2^2 - U_1^2}{2 \cdot g}$$

eşitlikleri yazılabilir.

Şimdi (P_2)'nin (P_1)'ne düşmesi için (P_1)'e hangi değer verilmesi gerektiğini araştıralım. (P_1) çevre sıcaklığını karşılayan buharlaşma basıncını göstermektedir ve hesabı kolaylaştırmak için değerinin sıfır olduğunu kabul edilerek işlemler yapılacaktır.

(A_1) ve (A_2) noktalarının sınırladıkları aralığa Bernoulli Teoremini uygularsak

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2 \cdot g}$$

eşitliğini, (A_2) ve (A_3) noktalarının sınırladıkları aralığa da Bernoulli

Teoremini uygularsak

$$\frac{P_{atm}}{\gamma} = \eta \cdot \frac{U_2^2 - U_1^2}{2 \cdot g}$$

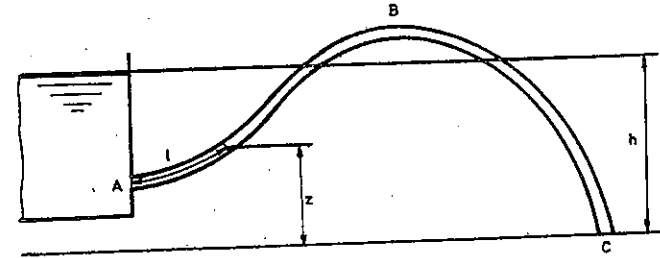
eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitliklerin birleşimini yapacak olursak

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{I}{\eta} \cdot \frac{P_{atm}}{\gamma}$$

eşitliğini elde ederiz. Bu arada hemen belirtelim ki, kavitasyon olduğu zaman sıvı kütlesi çevreye sıvı ve buhar karışımı ile birlikte fişkirir. Kavitasyon kesiminde, çok uzaklarda fişkirarak lüleden çıkan sıvı kütlesi, bütün kanalı yeniden doldurmuş olan sıvı kütlesine çarpar ve buhar karışımları da büyük darbelerin eşliğinde yoğunlaşırlar.

b) SIFONDAN GEÇİŞ

(Şekil - 15.2)'de, bir (ABC) sifonu görülmektedir. Bu sifonun



(Şekil - 15.2)

debinisi, borularda sürekli yük kayıplarını incelerken çıkarmış olduğumuz

$$H = Q^2 \cdot (K \cdot L + \sum K^1 \cdot \theta)$$

eşitliğinden yararlanılarak bulunur. Sifon üzerinde, (C) noktasından geçen kıyaslam düzleminde (z) kadar yukarıda ve (A) noktasından da (l) kadar uzakta bulunan herhangi bir noktadaki debinin hesabında da

$$H = \frac{P}{\gamma} + z + Q^2 \cdot (K \cdot l + \sum K^1 \cdot \theta)$$

eşitliğinden yararlanmak gerekir. Debinin hesaplanmasında kullanılan bu eşitliklerin birleşimini yapacak olursak

$$\frac{P}{\gamma} = H - z - H \cdot \frac{K \cdot l + \sum_1 K^1 \cdot \theta}{K \cdot l + \sum K^1 \cdot \theta}$$

eşitliğini elde ederiz. Açık olarak görülmektedir ki, $(K \cdot l + \sum_1 K^1 \cdot \theta)$ ve (z) büyük oldukları zaman (P / γ) bunlardan daha küçük olur. Bunun için özellikle (B) noktasının çevresinde kavitasyon tehlikesi olup olmadığını anlamak amacı ile basıncı gözde geçirmek gerekir. Yüksek hız nedeni ile hidorlik türbinlerde, türbo - pompalarda ve gemi uskurlarının çevresinde kavitasyon meydana gelebileceği her zaman gözönünde bulundurulmalıdır.

3) KAVİTASYONDAN KAÇINMAK İÇİN KABUL EDİLEBİLİR ORTALAMA BASINCIN DEĞERİ

Bir akımda,uzunluk eksenine dik bir kesitte yersel hızlar ve yersel basınçlar bir noktadan diğerine değişirler. Bu nedenle kavitasyon bir kesitin bazı noktalarında meydana gelebildiği halde diğer bazı noktalarında meydana gelmeyebilir. Bilindiği gibi endüstriyel hidroliğin klâsik denklemleri,özellikle,bir akımın bütününe uygulanabilen Bernoulli Denklemi,yalnız bir kesitte basıncın ortalama değerini verirler.Bunun için kavitasyon tehlikesi olsun olmasın bu ortalama değerlerin yardımı ile kesin bir yargıya varmaktan kaçınılmalıdır. Genellikle, soğuk su için (4 m ~ 5 m) su sütununa eşdeğer ortalama mutlak basıncın altına inmek kesinlikle yasaklanmıştır. Sıvıların sıcaklığı arttıkça kavitasyon tehlikesi de artar. Bu durumda kabul edilebilir ortalama basıncın en küçük değeri çok düşük alınmalıdır.

4) KAVİTASYONUN ÇEPERLERİ AŞINDIRMASI

Genellikle, çeperler, kavitasyonun oluşturduğu buhar kabarcıklarının yoğunlaştıkları bölgede aşınırlar. Aşınma şaşılacak kadar hızlı olabilir ve örneğin hidrolik türbinlerin dönen parçaları birkaç

gün ve hatta birkaç saat içinde aşınma nedeni ile kullanılamıyacak bir duruma gelebilirler. Aşınmış yüzeylerin çukur ve yarıklarla birlikte pürüzlü ve gözenekli bir görünümü vardır. Dökmedemir kavitasyonun bu tür olumsuz etkilerine karşı koyamaz.Buna karşılık akma çelik ve özellikle pirinç kavitasyona karşı daha dayanıklı görünmektedirler. Hidrolik türbinlerin kanstrüksiyonunda,özellikle, kavitasyondan etkilenen parçalar ostenitik krom - nikelli çelik ya da ostenoferritik krom - nikelli çelikten imâl edilirler. Kavitasyondan etkilenen türbin parçalarının imâlinde kullanılan ostenitik krom - nikelli çeliklerin içinde % 0,07 C, % 18 Cr , % 10 Ni, ostenoferritik krom - nikelli çeliklerin içinde de % 0,07 C, % 16 Cr , % 4 Ni ve % 4 Cu vardır.

Kavitasyonun yol açtığı aşınmanın oluşumu henüz iyice bilinmemektedir. Bu aşınma, her şeyden önce mekanik bir olgudur. Ayrıca, buhar kabarcıklarının yoğunlaşması değeri yüzlerce atmosferi bulan yersel basınçların oluşmasına da yol açar ve bu parça üzerine keskeleyerek talaş kaldırma gibi bir etki yapar.

ONALTINCI BÖLÜM

H İ D R O L İ K T Ü R B İ N L E R

H İ D R O L İ K T Ü R B İ N L E R E D E Ğ İ N G E N E L T A N I M L A R V E T E M E L K A V R A M L A R

Giriş

Düşü

Euler Formülü

En büyük verimi sağlayan çevresel hız

Türbinlerde özgül dönme sayısı

Türbin anamelinin dönme sayısı

Çevresel hız katsayısı

Toplam verim

PELTON TÜRİNLERİ

a) Pelton türbinlerinin tanımı

b) Pelton türbinlerinde en büyük verimi sağlayan çevresel hız

c) Pelton türbinlerinin düzenlenmesi

d) Çevresel hız katsayısı

e) Pelton çarkının çapı

FRANCIS TÜRİNLERİ

a) Francis türbinlerinin tanımı

b) Francis türbinlerinde dağıtıcının işlevi ve tepki derecesi

c) Emme borusu ve emme yüksekliği

d) Francis türbinlerinde güç ve düşü

e) Özgül dönme sayısı

USKURLU TÜRİNLER

a) Uskurlu türbinlerin tanımı

b) Uskurlu türbinlerinde güç ve düşü

c) Özgül dönme sayısı, kavitasyon etkeni, emme yüksekliği ve uskur çapı

KAPLAN TÜRİNLERİ

a) Kaplan türbinlerinin tanımı

b) Kaplan türbinlerinde güç ve net düşü

I) HİDROLİK TÜRBİNLERE DEĞİN GENEL TANIMLAR VE TEMEL KAVRAMLAR

a) GİRİŞ

İlk çağlardan beri akarsulardan yararlanma yollarını araştıran insanlar, toprağın verimliliğini arttırmak için sulama kanalları açmışlar, bentler yapmışlar, daha sonraları, çark ve türbinlerle akarsuların sahip oldukları enerjiyi değirmenlerde hızarlarda ve elektrik enerjisi üretiminde kullanılabilir duruma getirmişlerdir. Bugün yeryüzünde kullanılan elektrik enerjisinin büyük bir bölümü akarsulardan elde edilmiştir. Akarsulardan elektrik enerjisi elde edilmesinde karşılaşılan en önemli sorunların başında, suyun kullanma yerine getirilmesi ve kullanma yerine getirilen sudan da en ekonomik ve en iyi biçimde yararlanılması gelmektedir. Kullanma yerine getirilen sudan en iyi ve en ekonomik biçimde yararlanabilmek için suyun miktarını, sahip olduğu enerjiyi ve bu enerjiyi kullanma yöntemlerini bilmek gerekir. Kullanma yerine getirilen suyun miktarı, sahip olduğu enerji ve bu enerjiyi kullanma yöntemleri bilinmeden kurulacak santrallerin niteliğini ve türbin tipini belirlemek olanaksızdır.

Türbin tipleri değişiklik ve farklılık gösterirler. Bu nedenle santral ve türbinlerin projelendirilmesinde gözlem ve deneylerin sonuçlarını yansıtan ölçüt ve verilere dayanmak zorunluluğu vardır. Ayrıca santralin yerinin seçiminde yararlanılacak akarsuların doğal durumunu da gözönünde bulundurmak gerekir. Akarsuların doğal durumu, türbinlerin belirli standartlarda seri olarak yapımı olasılığını da ortadan kaldırmaktadır. Türbin tipi seçilirken suyun sahip olduğu enerjiden en yüksek oranda yararlanmak düşüncesine öncelik verilir.

Latince kökenli türbin sözcüğü, ilk kez, 19. yüzyılın sonlarında Bourdin adlı Fransız mühendisi tarafından kullanılmıştır. Türbinlerin projelendirilmesinde, bu alanda araştırma yapan hidrolisyenlerin de açıklamış oldukları gibi, suyun akış doğrultusunun değiştirilmesi ile kazanılan enerjiden yararlanmak ilkesinden hareket edilir. Türbinler,

genellikle, üzerine kanatlar yerleştirilmiş olan ve bir eksen tarafında dönebilen bir çarkla kanatlara su gönderen hareketsiz bir dağıtıcı ya da püskürtücüden oluşurlar. Günümüzde, etkili ve tepkili olarak nitelenen iki tür türbinle karşılaşılmaktadır. Etkili türbinlerde, örneğin Pelton türbinlerinde, olduğu gibi, su bir memeden püskürtülerek kanatlar üzerine gönderilir. Etkili türbinlerde, kanatlara giriş ve çıkışta basınç aynı kaldığı için su, yalnız, sahip olduğu kinetik enerji ile kanatlara etkir. Tepkili türbinlerde, kanatlara giriş ve çıkışta basınç farklıdır. Bu tür türbinlerde, su kanatları basınç kuvveti ile etkilemektedir. Suyun başlangıçta sahip olduğu potansiyel enerji kanatlara giriş ve çıkış arasında kinetik enerjiye dönüşür ve bağıl hız artar.

Hidrolik santrallarda bakım ve işletme harcamaları çok azdır. Örneğin termik santrallarda üretilen elektrik enerjisinin birim miktarına düşen bakım ve işletme harcamaları tutarı hidrolik santrallarda üretilen elektrik enerjisinin birim miktarına düşen bakım ve işletme harcamalarının 100 katına yakındır. Bu nedenle doğal gaz, petrol ve kömür kaynakları sınırlı olan ülkelerde, hidrolik santralların kurulmasına öncelik verilmiş ve elektririk enerjisi üretimi hidrolik santrallara dayandırılmıştır.

Yurdumuzda, bitki örtüsü yeterli olmadığı için yağış düzenli değildir. Bazı yıllar kuraklık barajların boşalmasına ve akarsu yataklarının kurumasına neden olmaktadır. Bunun için hidrolik santrallar kurulurken bunları besleyecek baraj, göl ve akarsuların debilerinin maksimum, ortalama ve minimum değerleri saptanmakta, her baraj, göl ve akarsu için ayrı ayrı debinin yıllık ve hatta 10 yıllık değişim eğrileri çizilmektedir. Hidrolik santralların yaygın olduğu ve elektririk enerjisi üretiminin hidrolik santrallara dayandırıldığı İsviçre, Fransa, Norveç, İtalya, İsveç, Finlandiya, Kanada ve Japonya gibi ülkelerde bu tür araştırmalar

çok önceleri başladığı için baraj, göl ve akarsularda düzenli bir rejim sağlayan önlemler alınmış ve debinin 50, hatta 100 yıla yakın değişimini veren eğriler çizilmiştir.

b) DÜŞÜ

Yükleme haznesinde ya da barajda suyun serbest yüzü ile boşaltma kanalında suyun serbest yüzü arasındaki seviye farkına Hidrolikte GEOMETRİK DÜŞÜ denir. NET DÜŞÜ, türbinleri işleten efektif su seviyesi olarak tanımlanır. Net düşüyü, bazı hidroliyenler, kütlesi (I kg) olan suyun türbine girişte sahip olduğu enerji miktarı olarak da tanımlamaktadırlar. Yükleme haznesinde ya da barajda suyun serbest yüzü ile türbine giriş yerinin sınırladıkları aralıkta oluşan toplam yük kayıplarını (H_k), geometrik düşüyü (H_g) ve net düşüyü de (H_n) ile gösterecek olursak

$$H_n = H_g - H_k$$

eşitliğini yazabiliriz. D S İ uzmanlarının araştırmalarına göre, özellikle, A.B.D.'de baraj santrallarına türbin imâl eden firmalar düşüyü bulmak için geometrik düşüden türbini terkeden suyun sahip olduğu artık kinetik enerji miktarını çıkarmaktadırlar. İlk bakışta bunun, net düşünün hesaplanmasında başvurulan tutarlı bir yöntem olduğu kabul edilebilir. Ancak bu yöntemle bulunan net düşü daha küçüktür ve geometrik boyutları değişmeyen bir türbinin veriminin yüksek gösterilmesine olanak hazırlar. Bu tür net düşü hesapları ile imal edilen baraj türbinlerinin verimini yüksek göstermek ve türbinlerin ileri bir teknolojinin ürünü olduğu kanısının uyandırmak aslında, bilimsel geçerliliği olmayan ve sadece ticari amaçlara yönelik girişimler olarak değerlendirilmelidir.

(20 m)'den daha küçük olan düşülere ALÇAK DÜŞÜLER, (20 m) ile (100 m) arasındaki düşülere ORTA DÜŞÜLER ve (100 m)'den daha büyük olan düşülere de YÜKSEK DÜŞÜLER denir. Alçak düşülerde KAPLAN TÜRBİNLERİ kullanılır. Kaplan türbinlerinin özgül hızı yüksektir ve alçak düşülerde,

Özellikle doğal koşullara bağlı olarak düşülerde meydana gelen değişimlere uyabilme niteliği bakımından çok iyi sonuçlar verirler. Türbin yapım teknolojisindeki gelişmeler, Kaplan türbinlerinin kullanma alanını (45 m)'lik düşülere kadar genişletmiştir. Bu arada şunu da belirtelim ki, küçük güçlerde, dönme sayısının az olması istenilen büyük güçlerde ve asıl önemlisi emme yüksekliğinin kavitasyona neden olabilecek kadar yüksek olduğu durumlarda yine de FRANCIS Türbinleri kullanmak gerekir. Orta düşüler, genellikle, Francis türbinlerinin kullanma alanının oluştururlar. Yüksek düşülerde Pelton türbinleri kullanmak zorunluluğu vardır. Ancak bazı hallerde, 350 m'ye kadar olan düşülerde Francis türbinlerinin kullanıldıkları da olur.

c) EULER FORMÜLÜ

Bir akışkanın türbine ilettiği güç, daha önce "DÖNEL CİHAZLARLA HIZLARIN ÖLÇÜMÜNDE" kısaca değinmiş olduğumuz EULER FORMÜLÜNDEN yararlanılarak hesaplanır.

Hidrolikte, GENEL DENKLEMLER, ancak bir akımın başlangıç koşulları ile son koşulları bilinirse bu akımın teorik olarak tanımlanmasına ve belirlenmesine olanak sağlayabilirler. Karşılaşılan bir çok sorunlarda, akışkanın, geçtiği borunun çeperlerine yaptığı etkiyi bilmek, örneğin akımın bütünlüğü içinde bazı ayrıntıları tanımak ve değerlendirmekten daha önemlidir.

Türbinlerde, kanatlara etkiyen ve kanatlar üzerinde oluşan döndürme çiftleyinin önemli bir yeri vardır. Uygulamada akışkanın her noktasındaki ve özellikle akışkanın geçtiği borunun çeperleri üzerindeki basıncın değeri bilinirse bu kuvvetler integrasyonla bulunabilir. Ancak akıma HAREKET MİKTARI TEOREMİ uygulandığı zaman hesaplama yöntemleri sadeleştirilerek integrasyondan tamamen kurtulma olanağı elde edilir.



(Şekil - 16.1)

(Şekil - 16.1)'de görüldüğü gibi, sürekli akım halinde bulunan akışkan içinde (S_1) ve (S_2) kesitlerinin sınırladıkları aralıkta bir akışkan kütlesi alalım ve bu akışkan kütlesine HAREKET MİKTARI TEOREMİNİ uygulayalım. HAREKET MİKTARI TEOREMİNE göre, akışkan kütlesine değgin hareket miktarının zamana göre türevi, ona etkiyen kuvvetlerin bileşkesine eşittir. (dt) çok küçük bir zaman aralığı olsun. Bu zaman sonunda (S_1) kesiti (S_1') ve (S_2) kesiti de (S_2') olur. Daha önce, (S_1) ve (S_2) kesitlerinin sınırladıkları aralıkta aldığımız akışkan kütlesi, bu durumda (S_1') ve (S_2') kesitlerinin sınırladıkları aralıkta bulunur. Akışkan kütlesinin hareket miktarı hızla bağlı olarak değişir, fakat (S_1') ve (S_2') kesitleri arasında alınan bütün ortak elemanların hareket miktarı aynı kalır. Başlangıçta, (S_1) ve (S_2) kesitlerinin sınırladıkları aralıkta alınan akışkan kütlesinin toplam hareket miktarı (S_1) ve (S_1') kesitlerinin sınırladıkları ve kütlesi de (dm) olan akışkanın hareket miktarı kadar azalır, ama buna karşılık (S_2) ve (S_2') kesitlerinin sınırladıkları aralıkta alınan akışkan kütlesinin hareket miktarı kadar artar. Bilindiği gibi, SÜREKLİLİK KURALINA göre, (dt) zaman aralığında (S_1) kesitinden geçen akışkan miktarı (S_2) kesitinden geçen akışkan miktarına eşittir. Ağırlık debisini (G) ile gösterecek olursak (γ) akışkanın özgül ağırlığı olduğuna göre

$$dm = \frac{\gamma}{g} \cdot S_1 \cdot V_1 \cdot dt = \frac{\gamma}{g} \cdot S_2 \cdot V_2 \cdot dt$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{G}{g}$$

eşitliklerini yazabiliriz. Bu durumda, yukarıda yapmış olduğumuz açıklama uyarınca, akışkan kütlelerinin toplam hareket miktarında meydana gelen değişme miktarı

$$(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \cdot dm$$

olur. Hareket miktarının zamana göre türevini alacak olursak

$$(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \cdot \frac{dm}{dt} = (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \cdot \frac{G}{g}$$

şeklindeki vektörel bağıntıyı elde ederiz.

Kütlesel kuvvetleri gözönünde bulundurmayacak olursak akışkan kütlelerine etkiyen dış kuvvetler, yalnızca, (S_1) ve (S_2) kesitlerine etkiyen basınç kuvvetleri ile yanıl yüzlere etkiyen basınç kuvvetlerinden oluşurlar. Akışkanın yanıl yüzlerine etkiyen basınç kuvvetlerinin bileşkesini (\vec{F}) ile gösterelim. Giriş ve çıkıştaki hızların doğrultu ve büyüklükleri ile (S_1) ve (S_2) kesitlerine etkiyen basınç kuvvetleri bilinirse vektörel notasyonlardan yararlanılarak

$$\vec{F} = \vec{P}_2 \cdot S_2 - \vec{P}_1 \cdot S_1 - \frac{G}{g} \cdot (\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

eşitliği yazılabilir. Bu eşitliğe, Hidrolikte, EULER FORMÜLÜ ya da EULER DENKLEMİ adı verilir.

HAREKET MİKTARI TEOREMİ, aslında, NEWTON FORMÜLÜNÜN özel biçiminden başka bir şey değildir. Newton Formülü, (\vec{F}) cisme etkiyen kuvvet, (m) cismin kütlesi ve (\vec{j}) de (\vec{F}) 'nin cisme kazandırmış olduğu sabit ivme olduğuna göre, vektörel notasyonlardan yararlanılarak

$$\vec{F} = m \cdot \vec{j}$$

şeklinde yazılabilir. Bunun için Euler Formülünü, tamamen, Newton Formülünden soyutlanmış yeni bir eşitlik olarak kabul etmemek gerekir.

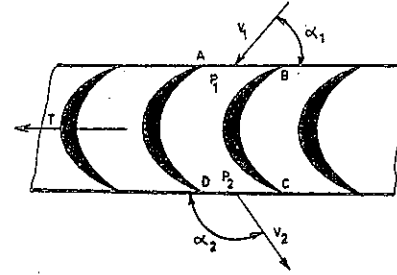
Bernoulli Denklemi de HAREKET DENKLEMLERİNİN integre edilmiş bir türüdür. Fakat Bernoulli Denklemi, bilinen biçimi ile ancak yetkin

akışkanlara uygulanabilir. Buna karşılık HAREKET MİKTARI TEOREMİNİ yetkin olan ya da olmayan tüm akışkanlara uygulamak olanağı vardır. Eğer akışkanın geçtiği borunun cidarları üzerinde teğetsel kuvvetler varsa bu durumda, (\vec{F}) sadece bu teğetsel kuvvetlerle normal kuvvetlerin bileşkesi olur.

Euler Formülünün uygulamasına örnek olarak bir türbin çarkının kanatları üzerine bir akışkanın yaptığı etkinin hesabını alabiliriz.

Konuyu sadeleştirmek düşüncesi ile akışkanın türbine, türbin çarkının uzunluk ekseninden değişmeyen uzaklıkta ve belirli bir açı altında girdiğini, kanatların da (Şekil - 16.2)'de görüldüğü gibi yapıldığını kabul edeceğiz.

Kanatlar üzerinde akışkan tarafından meydana getirilen teğetsel kuvvet çarkı etkiler. Teğetsel kuvveti bulmak için şekil düzlemi üzerinde (A), (B), (C) ve (D) noktalarının sınırladıkları akışkan kütlelerine Euler Formülünü uygulamak yeterlidir. Şekil düzlemi üzerinde (AB) ve (CD) ile gösterilen yüzeylere etkiyen basınç kuvvetlerinin bileşkesinin



(Şekil - 16.2)

teğetsel bileşenleri yoktur. Buna göre, daha önce

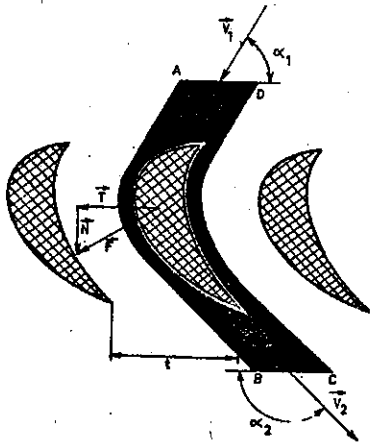
$$\vec{F} = \vec{P}_2 \cdot S_2 - \vec{P}_1 \cdot S_1 - \frac{G}{g} \cdot (\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

şeklinde bulmuş olduğumuz Euler Formülünden yararlanarak skaler notasyonlarla

$$T + \frac{G}{g} \cdot (V_2 \cdot \cos \alpha_2 - V_1 \cdot \cos \alpha_1) = 0$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu arada hemen belirtelim ki, teorik planda bu formülün geçerli olabilmesi için türbin kanatlarına giriş ve çıkışta akışkanı oluşturan sıvı liflerinin hız ve yön bakımından homojen olmaları gerekir. Gerçekten bunun böyle olabilmesi, çark üzerindeki kanat sayısının sonsuz olması koşuluna bağlıdır. Euler Formülü ayrıca çiftleyin ve bunun sonucu olarak akışkanla çark arasındaki enerji iletiminin

kanatların biçiminden bağımsız, fakat giriş ve çıkışta akışkanın olu-
 turan liflerin eğimine bağımlı olduğunu da göstermektedir. Giriş ve
 çıkış açıları değişmemek koşulu ile biçimleri farklı olan kanatlar üze-
 rinde aynı kuvvetler meydana gelir. Uygulamada, bir çarkın üzerinde
 belirli sayıda kanat bulunur. Sürtünme yüzeylerini ve bunun neden ol-
 duğu enerji kayıplarını artırmamak için kanatları genişletmemekte yarar
 vardır. Yapılan gözlem ve deneylerle, kanatların çeperleri ile doğrudan
 temas eden akışkan liflerinin çizim açısı altında kanatları terkettik-
 lerini, fakat buna karşılık kanatlar arasındaki kanalların ortasında bu-
 lunan akışkan liflerinin de kanatlara girişteki yönlerini korumağa ça-
 lıştıkları kanıtlanmıştır. Çıkıştaki hızlar ve yönler homojen olma-
 dıkları zaman Euler Denklemi integral almak koşulu ile her akışkan li-
 fi için ayrı ayrı uygulamak gerekir. Genellikle, türbin kanatlarından



(Şekil - 16.3)

çıkışta akışkan liflerini hız ve yön bakımından homojen kabul etmekte hiçbir sakınca yoktur. Çünkü çarktan belirli bir uzaklıkta homojenlik zaten kendi-
 liğinden gerçekleşir. Bu durumda iki kanat arasındaki kanaldan geçen ya da kanadı çevreleyen akışkan kütesine Euler Formülü uygulanabilir. (Şekil-16.3) te görüldüğü gibi, (AB) ve (CD) akım çizgilerinin sınırladıkları ve kanadı çevreleyen bir akışkan kütlesi alalım. (AB) akım çizgisi boyunca oluşan basınç kuvvetleri ile (CD) akım çizgisi boyunca oluşan basınç kuvvetlerinin bileşkesi sıfırdır. Bu durumda (AB) ve (CD) akım çizgilerinin sınırladıkları aralıkta akışkan kütesine etkiyen kuvvetler (AD) ve (BC) yüzle-
 ri üzerindeki basınç kuvvetleri ile kanadın yaptığı etkidir. Kanat adı-
 mını (t) , (V_1) giriş ve (V_2) çıkış hızlarının teğetsel bileşenlerini

(V_{t1}) , (V_{t2}) ve normal bileşenlerini de (V_{n1}) , (V_{n2}) ile gösterelim. Süreklilik kuralına göre, sıkıştırılamayan akışkanlar için (V_1) giriş ve (V_2) çıkış hızlarının normal bileşenleri birbirine eşittirler. Eğer Hareket Miktarı Teoremini uygulayacak olursak (ρ) özgül kütle, (V_n) (V_1) giriş ve (V_2) çıkış hızlarının normal bileşenleri olduğuna göre, yine skaler notasyonlardan yararlanarak

$$T + \rho \cdot t \cdot V_n \cdot (V_{t2} - V_{t1}) = 0$$

eşitliğini yazabiliriz.

Normal doğrultuda, bilindiği gibi, yalnız (AD) ve (BC) yüzleri-
 ne etkiyen basınç kuvvetleri vardır. Bu durumda Hareket Miktarı Teoremi-
 ni uygulayacak olursak

$$T_n + P_2 \cdot S_2 - P_1 \cdot S_1 - \frac{G}{g} (V_{n1} - V_{n2}) = 0$$

eşitliğini elde ederiz.

$$V_{n1} = V_{n2}$$

ve

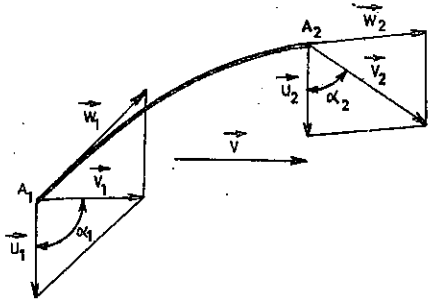
$$S_1 = S_2$$

olduğu için

$$T_n = S \cdot (P_1 - P_2)$$

olur. Bu arada hemen belirtelim ki, türbinin gücünün hesabında, normal doğrultuda oluşan (T_n) kuvveti göz önünde bulundurulamaz.

Türbinin gücünü hesaplayabilmek için kanatlara giriş ve çıkış-
 ta çarkın çevresel hızının bilinmesi gerekir. (Şekil - 16.4)'de akışka-
 nın etkilediği bir kanat profili görülmektedir. Kanatlara giriş ve çıkış
 hızları, (A_1) ve (A_2) noktalarında bağıl hızlarla çevresel hızların vek-
 törel toplamına eşittirler. (A_1) noktasındaki mutlak hızı (V_1) , çevresel
 hızı (U_1) , çarka göre suyun bağıl hızını (W_1) ve (A_2) noktasındaki mut-
 lak hızı (V_2) , çevresel hızı (U_2) , çarka göre suyun bağıl hızını da (W_2)



(Şekil - 16.4)

türbin çarkına etkiyen teğetsel kuvvetlerin bileşkesi ile çevresel hızın çarpımına eşittir. Kanatlara girişte ve kanatlardan çıkışta çevresel hız sırası ile (U_1) , (U_2) ve türbinin gücü de (N) olduğuna göre, daha önce

$$T = \frac{G}{g} \cdot (V_2 \cdot \cos \alpha_2 - V_1 \cdot \cos \alpha_1) = 0$$

şeklinde bulmuş olduğumuz eşitlikten yararlanarak

$$N = \frac{G}{g} \cdot (V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1 - V_2 \cdot U_2 \cdot \cos \alpha_2)$$

eşitliğini yazabiliriz. Bu eşitlik de Hidrolikte Euler Formülü olarak adlandırılır. Euler Formülü ile bulunan güç, türbine giren suyun başlangıçta sahip olduğu potansiyel enerjiden daha küçüktür. Net düşü (H_n) ve ağırlık debisi (G) olduğuna göre, türbine giren suyun başlangıçta sahip olduğu potansiyel enerji

$$N_p = G \cdot H_n$$

eşitliğinden yararlanılarak bulunur. (N) ile (N_p) arasındaki oran, bazı hidrolisyenler tarafından HİDROLİK VERİM olarak adlandırılmakta ve (η_h) notasyonu ile gösterilmektedir.

$$N = \frac{G}{g} \cdot (V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1 - V_2 \cdot U_2 \cdot \cos \alpha_2)$$

$$N_p = G \cdot H_n$$

$$\eta_h = \frac{N}{N_p}$$

eşitliklerinin birleşimi yapılırsa

ile gösterecek olursak vektörel notasyonlardan yararlanarak

$$\vec{V}_1 = \vec{U}_1 + \vec{W}_1$$

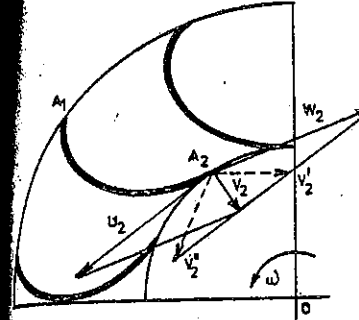
$$\vec{V}_2 = \vec{U}_2 + \vec{W}_2$$

eşitliklerini yazabiliriz. Güç, bilindiği gibi, kanatlar üzerinde oluşarak

$\eta_h \cdot g \cdot H_n = V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1 - V_2 \cdot U_2 \cdot \cos \alpha_2$ ilişkisi elde edilir.

d) EN BÜYÜK VERİMİ SAĞLAYAN ÇEVRESEL HIZ

Daha önce açıklamış olduğumuz gibi, hem giriş hızı ve hem de çıkış hızı giriş ve çıkış noktalarındaki çevresel hızlarla suyun çarka göre aynı hızlarının vektörel toplamına eşittir. Verim büyük ölçüde çıkış hızına bağlıdır. Çıkış hızı ne kadar küçük olursa verim de o kadar büyük olur. (Şekil - 16.5)'de açık olarak



(Şekil - 16.5)

görülmektedir ki, (A_2) noktasındaki çıkış hızı çevresel hızla dik olduğu zaman ancak en küçük değerini almaktadır. Bu durumda, en büyük verimi sağlayan çevresel hız, çıkış hızı çevresel hızla dik olduğu zaman elde edilen çevresel hızdır. En büyük verimi sağlayan çevresel hızı, daha önce

$$N = \frac{G}{g} \cdot (V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1 - V_2 \cdot U_2 \cdot \cos \alpha_2)$$

şeklinde bulmuş olduğumuz Euler Formülünden yararlanarak hesaplayabili-

riz:

$$\alpha_2 = 90^\circ$$

olursa

$$\cos \alpha_2 = \cos 90^\circ = 0$$

olur. Bu durumda

$$\eta_h \cdot g \cdot H_n = V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1 - U_2 \cdot V_2 \cdot \cos \alpha_2$$

şeklindeki Euler Formülünden yararlanarak

$$U_1 = \frac{g \cdot H_n \cdot \eta_h}{V_1 \cdot \cos \alpha_1}$$

eşitliğini yazabiliriz.

Kanatlara giriş hızı net düşünün bir fonksiyonudur ve dik açılı koordin-

natlar sisteminde bunlar arasındaki ilişkiyi gösteren eğri de genel olarak Torricelli Formülü uyarınca

$$H_n = b \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

şeklinde yazılabilen bir paraboldür.

(I m)' lik net düşü altında çalışan bir türbinde kanatlara giriş hızını (m) ile gösterelim. Buna göre, net düşü (H_n) olduğu zaman suyu kanatlara giriş hızı

$$V_1 = m \cdot \sqrt{H_n}$$

olur.

$$U_1 = \frac{g \cdot H_n \cdot \eta h}{V_1 \cdot \cos \alpha_1}$$

eşitliğinde (V_1)' in değerini yerine koyacak olursak

$$U_1 = \frac{g}{m \cdot \cos \alpha_1} \cdot \sqrt{H_n}$$

eşitliğini elde ederiz.

e) TÜRBİNLERDE ÖZGÜL DÖNME SAYISI

Türbinlerde özgül dönme sayısını tanımlayabilmek için boyutları birbirinden farklı, fakat aralarında geometrik benzerlik bulunan (k) sayıda türbin alınır ve bu türbinlerin boyutlarına bakılmaksızın (1 m)' lik net düşüde çalıştırıldıkları varsayılır. Her türbin (1 m)' lik net düşü altında ve en büyük verim hızında çalışarak bir güç verir. İşte boyutları birbirinden farklı olan, ama aralarında geometrik benzerlik bulunan (k) sayıda türbin arasında, (I m)' lik net düşü altında en büyük verim hızı ile çalışarak (I B B)' lik güç veren türbinin dönme sayısına ÖZGÜL DÖNEM SAYISI denir.

Debi türbine giriş hızının ve türbine giriş hızı da net düşünün birer fonksiyonudur. Ağırlık debisini (G), türbine giriş hızını (V) ve

net düşüyü de daha önce olduğu gibi, (H_n) ile gösterecek olursak bunlar arasındaki ilişkiyi

$$G = f (V)$$

$$V = g (H_n)$$

şeklindeki bağıntılarla ifade edebiliriz.

$$G = f (V) = f [g (H_n)] = F (H_n)$$

$$G = F (H_n)$$

Bu ifadeye bağlı kalınarak dönen kısmın çapı (D), net düşü (H_n) ve ağırlık debisi (G) arasındaki ilişki, (K) bir katsayı olduğuna göre,

$$G = K \cdot D^2 \cdot \sqrt{H_n}$$

bağıntısı ile gösterilebilir. Diğer yandan

$$U = \frac{g \cdot \eta h}{m \cdot \cos \alpha} \cdot \sqrt{H_n}$$

eşitliğinde

$$\frac{g \cdot \eta h}{m \cdot \cos \alpha}$$

yerine (k_m) koyacak olursak

$$U = k_m \cdot \sqrt{H_n}$$

eşitliğini elde ederiz.

Çevresel hızla devir sayısı arasındaki ilişki

$$U = \frac{\pi D \cdot n}{60}$$

eşitliği ile verilir.

$$U = k_m \cdot \sqrt{H_n}$$

ve

$$U = \frac{\pi D \cdot n}{60}$$

şeklindeki eşitliklerin birleşimini yapacak olursak

$$n = \frac{60 \cdot k_m}{\pi \cdot D} \cdot \sqrt{H_n}$$

eşitliğini buluruz. Bu eşitlikte yer alan

$$\frac{60 \cdot k_m}{\pi \cdot D}$$

katsayısı, aynı zamanda, (I m)'lik net düşü altında çalışan türbinin dönme sayısını ifade eder.

$$G = K \cdot D^2 \cdot \sqrt{H_n}$$

eşitliğinden yararlanarak

$$D = \sqrt{\frac{G}{K \cdot \sqrt{H_n}}}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$D = \sqrt{\frac{G}{K \cdot \sqrt{H_n}}}$$

eşitliği ile

$$D = \frac{60 \cdot k_m}{\pi \cdot n} \cdot \sqrt{H_n}$$

eşitliğinin birleşiminden, bu kez

$$n = \frac{60 \cdot k_m}{\pi} \cdot \sqrt{K} \cdot H_n \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{H_n}}{N}}$$

eşitliği elde edilir.

Net düşü (I m) ve en büyük verim hızında elde edilen güç (I B B) olduğu zaman türbinin dönme sayısı özgül dönme sayısı olur. Özgül dönme sayısının (n_c) notasyonu ile gösterelim.

$$n = \frac{60 \cdot k_m}{\pi} \cdot \sqrt{K} \cdot H_n \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{H_n}}{N}}$$

eşitliğinde (H_n) yerine (I m) ve (N) yerine de (I B B) koyacak olursak

$$n_c = \frac{60 \cdot k_m}{\pi} \cdot \sqrt{K}$$

eşitliğini buluruz. Bu durumda

$$n = \frac{60 \cdot k_m}{\pi} \cdot \sqrt{K \cdot H_n} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{H_n}}{N}}$$

$$n_c = \frac{60 \cdot k_m}{\pi} \cdot \sqrt{K}$$

eşitliklerinin birleşiminden

$$n_c = \frac{\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} \cdot n$$

eşitliği elde edilir.

Özgül dönme sayısı devamlı olarak artırılamaz. Çünkü özgül dönme sayısının her düşü ve güç için belirli değerleri vardır ve bu değerler sınırlıdır. Özgül dönme sayısı belirlenmiş bir tepkili türbinin çalışabileceği en büyük düşüyü de sınırlamak gerekir. Eğer tepkili türbinin çalışabileceği en büyük düşü sınırlandırılmayacak olursa kanatlara girişte basınç kaviteşyonunun oluşumuna olanak sağlayabilecek kadar düşer. Özgül dönme sayısının türbin tipinin belirlenmesinde de önemli bir yeri ve etkinliği vardır. Örneğin (10 << n_c << 30) olduğu zaman tek püskürtüclü Peltonları, (30 << n_c << 60) olduğu zaman çift püskürtüclü Peltonları, (60 << n_c << 125) olduğu zaman düşük hızlı Francisleri, (125 << n_c << 225) olduğu zaman orta hızlı Francisleri, (225 << n_c << 450) olduğu zaman yüksek hızlı Francisleri ve (350 << n_c << 1000) olduğu zaman da uskurlu türbinlerle Kaplan türbinlerini kullanmak gerekir. Özgül dönme sayısı yüksek olan Francisler yerine daha iyi bir verim ve daha büyük bir güç elde edebilmek için çift-çarklı Francisler kullanılmaktadır. Aşağıda, Bayındırlık Bakanlığı Elektrik İşleri Etüd İdaresi uzmanlarınca düzenlenen ve türbin tipleri ile özgül dönme sayısı ve net düşü arasındaki ilişkiyi gösteren bir çizelge bulunmaktadır.

T Ü R B İ N T İ P İ	ÖZGÜL DÖNME SAYISI (dev / dak)	N E T D U (m)
TEK PÜSKÜRTÜCÜLÜ PELTONLAR	10 n_c \leq 30	1800 >math>H_n</math> \leq 200
ÇİFT PÜSKÜRTÜCÜLÜ PELTONLAR	30 n_c \leq 60	300 >math>H_n</math> \leq 100
DÜŞÜK HIZLI FRANCİSLER	60 n_c \leq 125	350 >math>H_n</math> \leq 100
ORTA HIZLI FRANCİSLER	125 n_c \leq 225	150 >math>H_n</math> \leq 80
YÜKSEK HIZLI FRANCİSLER	225 n_c \leq 450	80 >math>H_n</math> \leq 20
USKURLU TÜRBİNLER ve KAPLAN TÜRBİNLERİ	350 n_c \leq 1000	35 >math>H_n</math> \leq 5

f) TÜRBİN ANAMİLİNİN DÖNME SAYISI

Türbin anamilinin dönme sayısı da hidrolik santrallerin projelendirilmesinde önemli bir etkendir. Türbin anamilinin , bilindiği gibi, doğrudan bir elektrik üreticinin miline bağlanması zorunluluğu vardır. Türbin anamilinin, doğrudan elektrik üreticinin miline bağlanması halinde bir takım zorluklarla karşılaşmak olasıdır. Türbin anamilinin dönme sayısının hesaplanmasında

$$n_c = \frac{\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} \cdot n$$

eşitliği ile

$$n = \frac{60 \cdot F}{K_C}$$

eşitliğinden yararlanılır. Son eşitlikte yer alan (F) elektrik akımının frekansını, (K_C) de elektrik üreticinin çift kutup sayısını göstermektedir. Türbin anamilinin dönme sayısının saptanmasında her iki formülle bulunan değerler karşılaştırılmalı ve sonunda bir birleşime gidilmelidir.

g) ÇEVRESEL HIZ KATSAYISI

Bir türbinin boyutlarının saptanmasında, ÇEVRESEL HIZ KATSAYISI olarak adlandırılan bir etkenden de yararlanılır. Bir menfezden akan suyun hızı, bilindiği gibi, TORRICELLI Formülü ile bulunur. Net düşüme (H_n) olduğuna göre, TORRICELLI Formülünü

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}$$

şeklinde yazabiliriz. TORRICELLI Formülünde yer alan (V) dağıtıcı merkezindeki akım hızıdır. Çevresel hızın hesaplanmasında da

$$U = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{60}$$

eşitliğinden yararlanmak gerekir. Hidrolikte, çevresel hızın dağıtıcı merkezindeki akım hızına oranına ÇEVRESEL HIZ KATSAYISI denir. Çevresel hız katsayısını (φ) notasyonu ile gösterecek olursak, yapmış olduğumuz tanım uyarınca, yukarıdaki eşitliklerden de yararlanarak

$$\phi = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{60 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}}$$

eşitliğini yazabiliriz.

h) TOPLAM VERİM

Hidrolik türbinlerde, TOPLAM VERİM hacimsel, mekanik ve hidrolik verimlerin birleşimidir. Toplam verimi bulmak için hacimsel, mekanik ve hidrolik verimleri birbiri ile çarpılmak gerekir. Toplam verim (η_T), hacimsel verim (η_H), mekanik verim (η_m) ve hidrolik verim (η_h) notasyonu ile gösterilirse yukarıda yapmış olduğumuz açıklama uyarınca toplam verimi ifade eden eşitlik

$$\eta_T = \eta_H \cdot \eta_m \cdot \eta_h$$

şeklinde yazılabilir.

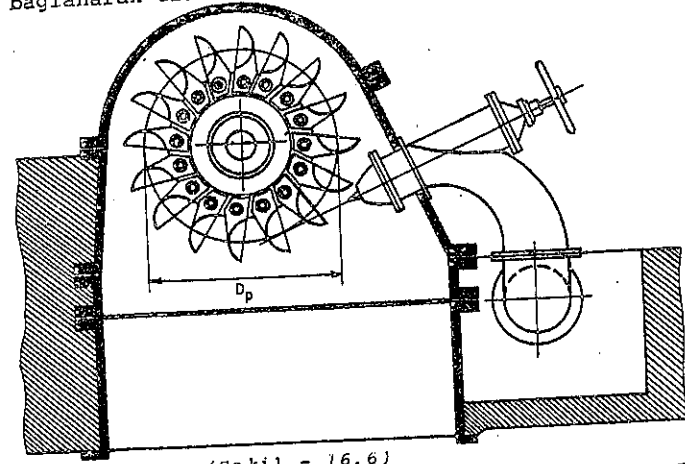
2) PELTON TÜRBİNLERİ

a) PELTON TÜRBİNLERİNİN TANIMI

Pelton türbinleri etkili türbinlerdir. Suyun sahip olduğu kinetik enerjiyi, bu türbinlerde, bir püskürtücünün ağzında kinetik enerjiye dönüştürülür. Pelton türbinlerinde, çark üzerine kesiti (W) biçiminde olan kanatlar yerleştirilmiştir. Kesiti (W) biçiminde olan bu kanatlara, türbin teknolojisinde "KEPÇE" adı da verilir. Doğrudan doğruya kanatlar üzerine püskürtülen su, Pelton türbinlerinde kanatların çeperlerini izleyerek çarkı terkeder ve böylece suyun sahip olduğu kinetik enerjinin büyük bir bölümü de çarkın anamiline iletilmiş olur.

Pelton türbinlerinde, çark üzerine yerleştirilen ve kesiti (W) biçiminde olan kanatların ilginç bir öyküsü vardır. Bu tür kanatlar bir araştırma sonucu değil tamamen bir raslantı sonucu bulunmuşlardır. 19. yüzyılın ortalarında, Amerika'da, altın aramak amacı ile Kaliforniya'ya giden Pelton adlı 20 yaşlarında bir genç, geçimini sağlayabilmek için bir değirmende çalışmaya başlar. Ancak bir gün, değirmen çarkının anamili üzerinde kaydığına ve püskürtücünden çıkan suyun da çark üzerine yerleştirilen kepçelerin ortasına değil kenarlarına çarparak çarkı daha büyük bir hızla döndürdüğüne tanık olur. Sonraları çarpmanın azalması halinde çarkın daha büyük bir hızla dönebileceğini düşünen Pelton, çark üzerine yerleştirilen kepçelerin ortasına sırtı bıçak gibi keskin olan bir parça eklemeyi düşünür ve iki boş konserve kutusunu yan yana birleştirerek bu tasarısını gerçekleştirir. (Şekil - 16.6)'da, yüksek düşüler için imal edilmiş tek püskürtücülü bir Pelton türbininin, (Şekil - 16.7)'de de püskürtücünün şeması görülmektedir. Püskürtücülere su SEVK BORUSU ile gönderilir. Püskürtücünün ucunda bir meme vardır ve bu meme (nokta kaldırılacak bir demet halinde suyun kanatlar üzerine püskürtülmesini sağlar. Ayrıca memenin içinde ileri - geri hareketle püskürtülen suyun miktarını ayarlayan bir de iğne bulunur.

Çark, göbek adı verilen disk üzerine kesiti (W) biçiminde olan kanatlar bağlanarak elde edilir. Darbe ve sürtünme nedeni ile kanatlar



(Şekil - 16.6)

çok çabuk aşınırlar. Kanatlardaki aşınma verimi azaltır. Bunun için aşınan kanatların hiç vakit geçirilmeden değiştirilmesi gerekir. Pelton türbinleri, genellikle, (300 m)'den (1800 m)'ye kadar olan düşülerle küçük ve orta debiler için imal edilmektedirler. Bazan küçük güçler elde etmek amacı ile (300 m)'den daha az olan düşülerde de Pelton türbinleri kullanılmakta ve bunlardan olumlu sonuçlar alınmaktadır.



(Şekil - 16.7)

Düzenlemenin kolaylığı ve belirli bir değeri aşan düşüler için başka bir türbin tipinin bulunmayışı, Pelton türbinlerinin diğer türbinlere üstünlüğünü, bir ölçüde, kanıtlamaktadır. Günümüzde, türbin yapım teknolojisi çok gelişmiş olduğu için yüksek düşülerde (50 000 B B) güç veren Pelton türbinleri yapılabilir.

Pelton türbinlerinde, çark üzerindeki kanat sayısının önemli bir yeri ve etkinliği vardır. Kanat sayısının saptanmasında çarkın çapı ve kanatlar arasındaki uzaklıkla kanat boyutları gözönünde bulundurulur. Yapılan teknolojik araştırmaların sonucu, Pelton türbinlerinde, çark üzerindeki

rindeki kanat sayısının en az (16) olabileceğini göstermektedir.

b) PELTON TÜRBİNLERİNDE EN BÜYÜK VERİMİ SAĞLAYAN ÇEVRESEL HIZ

Pelton türbinlerinde verimi artırabilmek için çıkış hızının mümkün olduğu kadar küçük olmasını sağlamak gerekir.

(Şekil - 16.8)'de bir kanadın kesiti ve püskürtülen suyun kanat üzerine dağılımı görülmektedir. Kanatlara girişte suyun mutlak hızı (V_1), çarka göre bağıl hızı (W_1), çevresel hız (U_1) ve kanatlardan çıkışta suyun mutlak hızı (V_2), çarka göre bağıl hızı da (U_2) olsun. Bunlar arasındaki ilişkiyi vektörel notasyonlardan yararlanarak

$$\vec{W}_1 = \vec{V}_1 + \vec{U}_1$$

$$\vec{W}_2 = \vec{V}_2 + \vec{U}_2$$

ve skaler notasyonlardan yararlanarak da

$$W_1^2 = V_1^2 + U_1^2 - 2 \cdot V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$W_2^2 = V_2^2 + U_2^2 - 2 \cdot V_2 \cdot U_2 \cdot \cos \alpha_2$$

eşitlikleri ile gösterebiliriz.

Pelton türbinlerinde suyun kanatlara giriş açısı (0°) ve çıkış açısı da (180°) kabul edilir. Bu durumda

$$\cos \alpha_1 = \cos 0^\circ = 1$$

$$\cos \alpha_2 = \cos 180^\circ = -1$$

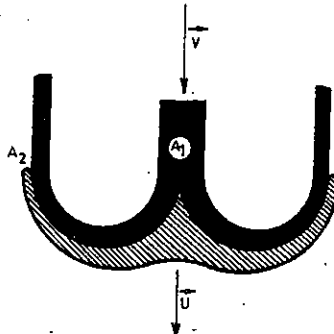
olur ve

$$W_1^2 = V_1^2 + U_1^2 - 2 \cdot V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$W_2^2 = V_2^2 + U_2^2 - 2 \cdot V_2 \cdot U_2 \cdot \cos \alpha_2$$

eşitliklerinden yararlanılarak

$$W_1 = V_1 - U_1$$



(Şekil - 16.8)

$$W_2 = V_2 + U_2$$

eşitlikleri yazılır.

Kanatlara giriş ve çıkış noktalarında çarkın çevresel hızı aynı

olduğu için

$$W_1 = V_1 - U_1$$

$$W_2 = V_2 + U_2$$

eşitliklerinin birleşimi yapılırsa bu kez

$$W_1 + W_2 = V_1 + V_2$$

eşitliği elde edilir.

Süreklilik kuralına göre, kanatlara giren ve kanatlardan çıkan su miktarı aynı kaldığı için suyun kanatlara girişteki mutlak hızı kanatlardan çıkıştaki mutlak hızına ve kanatlara girişte çarka göre bağıl hızı kanatlardan çıkışta çarka göre bağıl hızına eşit olur. Bu açıklama

uyarınca

$$W_1 = W_2 = W$$

$$V_1 = V_2 = V$$

$$W_1 + W_2 = V_1 + V_2$$

eşitliklerinin birleşimi yapılırsa

$$W = V$$

eşitliği elde edilir.

Gücün hesaplanmasında, bilindiği gibi, Euler Formülünden yararlanılır.

$$N = \frac{G}{g} \cdot (U_1 \cdot V_1 \cdot \cos \alpha_1 - U_2 \cdot V_2 \cdot \cos \alpha_2)$$

şeklinde, daha önce, bulmuş olduğumuz Euler Formülü ile

$$\cos \alpha_1 = \cos 0^\circ = 1$$

$$\cos \alpha_2 = \cos 180^\circ = -1$$

$$W_1 = V_1 - U_1$$

eşitliklerinin birleşimi yapılırsa

$$N = \frac{2 \cdot G}{g} \cdot U_1 \cdot (V_1 - U_1)$$

eşitliği bulunur. Bu eşitliği daha genel olarak

$$N = \frac{2 \cdot G}{g} \cdot U \cdot (V - U)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada (N), açık olarak görülmektedir ki, bağımsız değişken (U)'nun bir fonksiyonudur. Pelton türbinlerinde en büyük gücü veren çevresel hızı bulmak için kapalı olan (0, V) aralığında sürekli olarak olduğu anlaşılan (N)'nin bilinen matematik yöntemle maksimum değerini aramak gerekir. (U)'nun (N_u = 0) eşitliğini sağlayan kritik değeri (V/2)'dir. (N), (U)'nun (V/2)'den biraz daha küçük değerleri için artan ve biraz daha büyük değerleri için de azalan bir fonksiyondur. Bu nedenle (N)'nin (U = V/2)'de bir maksimumu vardır. Buna göre (V/2) en büyük gücü sağlayan çevresel hızdır. En büyük gücü bulmak için

$$N = \frac{2 \cdot G}{g} \cdot U \cdot (V - U)$$

eşitliğinde (U) yerine (V/2) koymak gerekir. Bu durumda Pelton türbinlerinde elde edilebilecek en büyük güç (N_{max}) notasyonu ile gösterilir.

$$N_{\max} = G \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

eşitliği yazılabilir. Son olarak elde etmiş olduğumuz bu eşitlik açıkça göstermektedir ki, çarkın çevresel hızı suyun kanatlara mutlak giriş hızının (1/2) katına eşit olduğu zaman Pelton türbinlerinde en büyük güç elde edilmekte ve en büyük güç kanatlar üzerine birim zamanda püskürtülen suyun sahip olduğu kinetik enerjiye eşit olmaktadır.

c) PELTON TÜRBİNLERİNİN DÜZENLENMESİ

Pelton türbinlerinin düzenlenmesinden efektif güçle tüketilen gücün denkleştirilmesi anlaşılmaktadır. Effektiv gücü (N_e) ve tüketilen

gücü de (N_t) notasyonları ile gösterelim. Düzenlenen bir türbinde, çarkta yapılmış olan açıklama uyarınca (N_e > N_t) bağıntısı gerçekleşmez. Tüketilen güç hiç bir zaman efektif güçten daha büyük olamaz. (N_e > N_t) bağıntısı gerçekleşmeyecek olursa çarkın dönme sayısı artar.

$$N = 2 \cdot \frac{G}{g} \cdot U \cdot (V - U)$$

eşitliğinden de anlaşılacağı gibi, çarkın çevresel hızı püskürtülen suyun hızına eşit olduğu zaman ancak efektif güç sıfır olur. Tüketilen güç efektif güce eşit ya da efektif güçten küçük olduğu için çarkın çevresel hızının da daima, püskürtülen suyun hızından küçük ya da püskürtülen suyun hızına eşit olması gerekir.

Effektiv güçle tüketilen güç arasındaki fark, çarkın kinetik enerji değişimine eşittir. Çarkın kinetik enerji değişimini (E_{kd}) notasyonu ile gösterecek olursak

$$E_{kd} = N_e - N_t$$

eşitliğini yazabiliriz. (I_o), çarkın uzunluk eksenine göre kütle momentimsizlik momenti, (ω) da açısal hız olduğuna göre, çarkın kinetik enerji değişimi

$$E_{kd} = \frac{I_o}{2} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

eşitliğinden yararlanılarak bulunur.

$$E_{kd} = N_e - N_t$$

$$E_{kd} = \frac{I_o}{2} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

eşitliklerinin birleşimini yapacak olursak

$$N_e - N_t = \frac{I_o}{2} \cdot (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

eşitliğini elde ederiz.

d) ÇEVRESEL HIZ KATSAYISI

Çevresel hız katsayısı

$$\phi = \frac{\pi \cdot D_p \cdot n}{60 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}}$$

eşitliğinden yararlanılarak bulunur. Püskürtücüden çıkan suyun mutlak hızını (V) ve çarkın çevresel hızını da (U) ile gösterecek olursak

$$\phi = \frac{\pi \cdot D_p \cdot n}{60 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}}$$

eşitliğinden yararlanarak

$$\phi = \frac{U}{V}$$

eşitliğini yazabiliriz. Pelton türbinlerinde en büyük verimi sağlayan çevresel hız püskürtücüden çıkan suyun mutlak hızının (I / 2) katına eşittir.

$$\phi = \frac{U}{V}$$

eşitliğinde, (U) yerine (I / 2 . V) koyacak olursak

$$\phi = 0,5$$

eşitliğini elde ederiz. Açık olarak görülmektedir ki, Pelton türbinleri için çevresel hız katsayısının en büyük değeri (0,5)'tir. Pelton türbinlerinin boyutları saptanırken, genellikle, çevresel hız katsayısının değeri en büyük çevresel hız katsayısının değerine yakın alınır.

e) PELTON TÜRBİNİNİN BOYUTLARI.

1) PELTON ÇARKININ ÇAPI

Pelton çarkının çapını (D_p), çevresel hızını da (U) ile gösterelim. Pelton çarkının çapı ile çevresel hızı arasındaki ilişki

$$U = \frac{\pi \cdot D_p \cdot n}{60}$$

eşitliği ile verilir. Çevresel hız, bilindiği gibi, net düşünün bir fonksiyonudur ve çevresel hızla net düşü arasındaki bağıntı da

$$U = \phi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}$$

eşitliği ile gösterilir.

$$U = \frac{\pi \cdot D_p \cdot n}{60}$$

$$U = \phi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}$$

eşitliklerinin birleşimini yapacak olursak Pelton çarkının hesaplanmasında kullanılan

$$D_p = \frac{60}{\pi \cdot n} \cdot \phi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}$$

eşitliğini elde ederiz.

2) DEMET ÇAPI VE KEPÇE BOYUTLARI

Pelton türbinlerinde püskürtücünün püskürttüğü suya DEMET denir. Demet çapının saptanabilmesi için debi ile püskürtücüden çıkan suyun mutlak hızının bilinmesi gerekir. Demet çapını (D_m),debiyi (Q) ve püskürtücüden çıkan suyun mutlak hızını da (V) ile gösterelim. Bu durumda

$$D_m = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot V}}$$

eşitliğini yazabiliriz. Püskürtücüden çıkan suyun mutlak hızı, daha önce de açıklamış olduğumuz gibi, TORRİCELLİ Formülünden yararlanılarak bulunur. Net düşü (H_n) olduğuna göre, TORRİCELLİ Formülünü

$$V = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}$$

şeklinde yazabiliriz.

$$D_m = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot V}}$$

ve

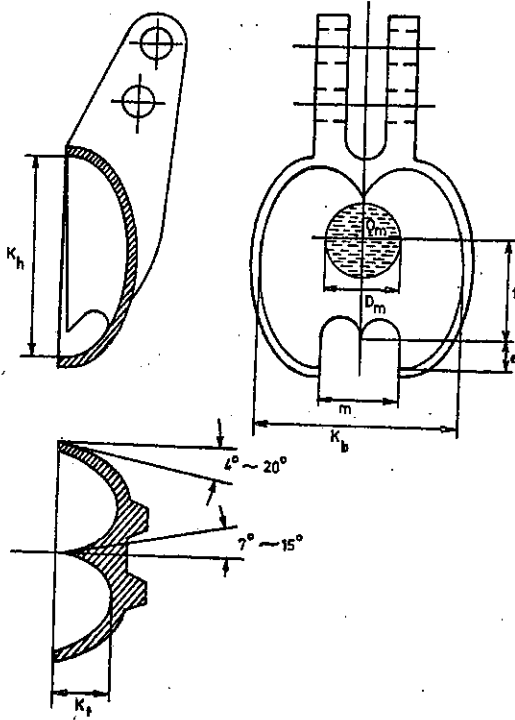
$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}$$

eşitliklerinin birleşimini yapacak olursak

$$D_m = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}}$$

eşitliğini elde ederiz.

(Şekil - 16.9)'da, Pelton türbinlerinde kullanılan bir kepçe görülmektedir. kepçe boyutlarının saptanmasında demet çapının önemli bir yeri vardır. Kepçe boyutları,



(Şekil - 16.9)

genellikle, demet çapı esas alınarak saptanır. Fransa, Batı Almanya, İsviçre ve İtalya gibi Batı Avrupa Ülkelerinde, Pelton türbinleri imalinde uzmanlaşmış firmalarca, 100 yıllık araştırma ve deney sonuçlarına dayanılarak demet çapı ile kepçe boyutları arasındaki ilişkiler şu bağıntılarla verilmektedir:

K_h - KEPÇE YÜKSEKLİĞİ

$$2,1 \cdot D_m \leq K_h \leq 2,75 \cdot D_m$$

K_b - KEPÇE GENİŞLİĞİ

$$2,5 \cdot D_m \leq K_b \leq 3,50 \cdot D_m$$

K_t - KEPÇE DERİNLİĞİ

$$0,85 \cdot D_m \leq K_t \leq 1,50 \cdot D_m$$

f - DEMET MERKEZİNİN KEPÇE BİÇAĞININ UCUNDAN UZAKLIĞI

$$0,85 \cdot D_m \leq f \leq 1,25 \cdot D_m$$

KEPÇE BOŞLUĞUNUN YÜKSEKLİĞİ

$$0,35 \cdot D_m \leq e \leq 0,50 \cdot D_m$$

m - KEPÇE BOŞLUĞUNUN GENİŞLİĞİ

$$D_m \leq m \leq 1,1 \cdot D_m$$

ÖRNEK PROBLEM

Net düşüşü (600 m) olan bir hidrolik santrali besleyen kaynağın debisi ($2 \text{ m}^3 / \text{sn}$)'dir. Bu santrale (1 adet) tek püskürtüçülü Pelton türbini yerleştirilecektir. Hidrolik verim (0,85) olduğuna göre, Pelton türbininin gücünü, en büyük gücü sağlayan dönme sayısını, Pelton çarkının çapı ile demet çapını, kepçe boyutlarını ve kepçe sayısını hesaplayınız.

PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1) PELTON TÜRBİNİNİN GÜCÜ

Gücün hesaplanmasında

$$N = N_{\max} \cdot \eta_h$$

eşitliğinden yararlanmak gerekir.

$$N_{\max} = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$N = N_{\max} \cdot \eta_h = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \eta_h$$

$$N = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \eta_h$$

TORRICELLI Formülünden yararlanarak

$$H_n = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$N = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \eta_h$$

ve

$$H_n = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

eşitliklerinin birleşiminden

$$N = g \cdot H_n \cdot \eta_h$$

eşitliği elde edilir.

$$H_n = 600 \text{ m}$$

$$Q = 2 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$\gamma = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$G = Q \cdot \gamma = 2 \cdot 1000 = 2000 \text{ kg}$$

$$\eta_h = 0,85$$

$$N = G \cdot H_n \cdot \eta_h = 1000 \cdot 0,85 = 1\,020\,000 \text{ kgm} / \text{sn}$$

$$N = 1\,020\,000 \text{ kgm} / \text{sn} = 1460 \text{ B B}$$

2) EN BÜYÜK GÜCÜ SAĞLAYAN DÖNME SAYISI

$$1800 \rceil H_n \rceil 300$$

olduğu için

$$10 \ll n_c \ll 30$$

olur. Bu bağıntılardan yararlanılarak tek püskürtüclü Pelton türbini

için

$$n_c = 14 \text{ dev} / \text{dak}$$

bulunur.

Özgül dönme sayısı ile en büyük gücü sağlayan dönme sayısı arasındaki ilişki

$$n_c = \frac{\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} \cdot n$$

eşitliği ile verilir.

$$n = \frac{n_c \cdot H_n^{5/4}}{\sqrt{N}}$$

$$= \frac{n_c \cdot H_n^{5/4}}{\sqrt{N}} = \frac{14 \cdot 600^{5/4}}{\sqrt{1460}} = \frac{14 \cdot 2964}{38,3} = 1080 \text{ dev/dak}$$

$$n = 1080 \text{ dev} / \text{dak}$$

3) PELTON ÇARKININ ÇAPI

Pelton çarkının çapı

$$D_p = \frac{60}{\pi \cdot n} \cdot \phi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}$$

eşitliğinden yararlanılarak bulunur.

$$\phi = 0,5$$

$$D_p = \frac{60}{\pi \cdot n} \cdot \phi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n} = \frac{60}{3,14 \cdot 1080} \cdot 0,5 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 600}$$

$$D_p = 1 \text{ m}$$

4) DEMET ÇAPI VE KEPÇE BOYUTLARI

Demet çapını hesaplamak için

$$D_m = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}}}$$

eşitliğinden yararlanmak gerekir.

$$D_m = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2}{3,14 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 600}}} = 0,15 \text{ m}$$

$$D_m = 0,15$$

$$K_h = 2,75 \cdot D_m = 2,75 \cdot 0,15 = 0,4125 \text{ m}$$

$$K_t = 0,4125 \text{ m}$$

$$K_t = 1,5 \cdot D_m = 1,5 \cdot 0,15 = 0,225 \text{ m}$$

$$K_t = 0,225 \text{ m}$$

$$K_b = 3,5 \cdot D_m = 3,5 \cdot 0,15 = 0,525 \text{ m}$$

$$K_p = 0,525 \text{ m}$$

$$f = 1,25 \cdot D_m = 1,25 \cdot 0,15 = 0,1775 \text{ m}$$

$$f = 0,1775 \text{ m}$$

$$e = 0,50 \cdot D_m = 0,50 \cdot 0,15 = 0,075 \text{ m}$$

$$e = 0,075 \text{ m}$$

$$m = 1,1 \cdot D_m = 1,1 \cdot 0,15 = 0,165 \text{ m}$$

$$m = 0,165 \text{ m}$$

5) KEPÇE SAYISI

Kepçe sayısını saptamak için önce, kepçe ucundan geçen çemberin uzunluğunu bulmak gerekir. Kepçe ucundan geçen çemberin uzunluğunu (L_k) ile gösterelim. Kepçe ucu yüksekliği (f) olduğuna göre

$$L_k = \pi \cdot (D_p + 2 \cdot f)$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$L_k = \pi \cdot (D_p + 2 \cdot f) = 3,14 \cdot (1 + 2 \cdot 0,1775) = 4,2547 \text{ m}$$

$$L_k = 4,2547 \text{ m}$$

Adım, genellikle demet çapının ($1,75$) katına eşit alınır. Kepçe ucundan geçen çemberin uzunluğunu adıma bölecek olursak kepçe sayısını buluruz.

Kepçe sayısını (S_k) notasyonu ile gösterelim. Bu durumda

$$S_k = \frac{L_k}{t}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$t = 1,75 \cdot D_m = 1,75 \cdot 0,15 = 0,2625 \text{ m}$$

$$t = 0,2625 \text{ m}$$

$$S_k = \frac{L_k}{t} = \frac{4,2547}{0,2625} = 16,2$$

(S_k)'nin tam sayı olması gerekir. Bu nedenle

$$S_k = 16$$

anılır.

ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

16 - 2.1. PROBLEM

(700 m)'lik net düşüşü ve ($1,5 \text{ m}^3/\text{sn}$)'lik debisi olan bir akarsu santrali kurulacaktır. Akarsu santralına ($0,5 \text{ m}^3/\text{sn}$)'lik debi ile çalışan ve geometrik boyutları aynı olan tek püskürtücülü (3 adet) Pelton türbini yerleştirilecektir. Hidrolik verim ($0,85$) olduğuna göre, türbinlerden her birinin gücünü, en büyük gücü sağlayan dönme sayısını, Pelton çarkının çapını, demet çapı ile kepçe boyutlarını ve kepçe sayısını hesaplayınız.

16 - 2. 2. PROBLEM

Bir akarsu santralının net düşüşü (300 m), debisi de ($12 \text{ m}^3/\text{sn}$)'dir. Bu santrale çark çapı ($D_p = 160 \text{ cm}$) olan tek püskürtücülü Pelton türbinleri yerleştirilecektir. Hidrolik verim ($0,85$) olduğuna göre, türbin sayısı ile demet çapını ve kepçe boyutlarını hesaplayınız.

3) FRANCIS TÜRBİNLERİ

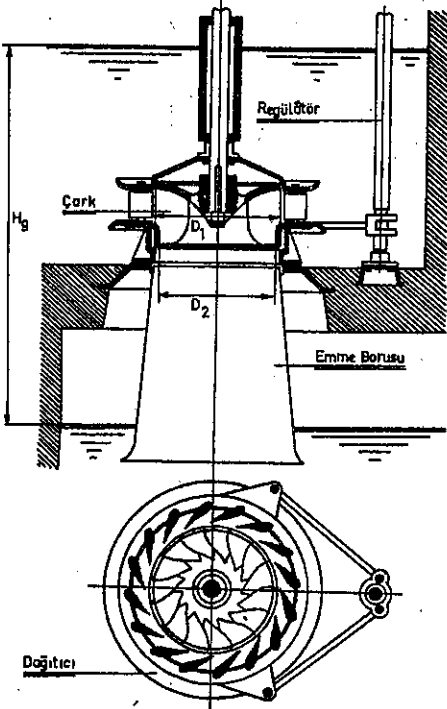
a) FRANCIS TÜRBİNLERİNİN TANIMI

Bir Francis türbini, uzunluk ekseninde dönen bir çarkla bu çarkı çevreleyen ve üzerinde kanatlar bulunan bir dağıtıcıdan oluşmuştur. Bu türbinin en belirgin niteliği, suyun sahip olduğu potansiyel enerjinin, çarkın kanatlarına giriş ve çıkış noktalarının sınırları aralığında kinetik enerjiye dönüşmesi ve kanatlara da suyun sadece basınç kuvveti ile etkimesidir.

Francis türbinlerinde dağıtıcıyı çevreleyen ve suyun dağıtıcıya eşit hızla girmesini sağlayan salyangoz biçiminde bir dağıtma çarkı da vardır. (Şekil - 16.10)'da Francis türbininin şeması görülmektedir. Francis türbinlerinde dağıtıcının görevi, belirli miktarda suyu,

belirli bir açı altında ve belirli bir hızla çarkın kanatlarına göndermektedir. Suyun miktarını ve çarkın kanatlarına giriş açısını ayarlamak için dağıtıcının kanatları hareketli yapılıdır. Bu hareketli kanatlara, genellikle, hız düzengecine bağlı olarak çalışan bir servo - motor ile kumanda edilir.

Amerikalı mühendis Francis tarafından bulunan bu türbin, ilk kez, 19 . yüzyılın ortalarında uygulama alanına konulabilmiştir. Francis türbinleri, genellikle, (20 m) ile (350 m) arasındaki düşümler için imal edilmektedirler. Bu türbinler tek ya da çok çarklı olabilirler. Francis türbinlerinde hareketli çark sayısını santrali besleyecek kaynağın fizik durumuna ve asıl önemlisi santralin boyutlarına göre saptamak gerekir.



(Şekil - 16.10)

b) FRANCIS TÜRBİNLERİNDE DAĞITICININ İŞLEVI VE TEPKİ DERECESİ

Etkili türbinlerde suyun sahip olduğu potansiyel enerji, yukarıda da açıklamış olduğumuz gibi, su türbine girmeden önce, tamamen, kinetik enerjiye dönüştürülür. Bu türbinlerde, kanatlara giriş ve çıkışta basınç aynı kalır. Halbuki tepkili türbinlerde durum farklıdır ve kanatlara girişteki basınç kanatlardan çıkıştaki basınçtan daha büyüktür. Bunun, kanımızca, en önemli nedeni, dağıtıcıya giren suyun sahip olduğu potansiyel enerjinin, dağıtıcıda, ancak bir bölümünün kine-

tik enerjiye dönüştürülmüş olmasıdır. Ayrıca, Francis türbinlerinde, yükleme haznesini türbine bağlayan cebri boru ile türbini boşaltma kanalına bağlayan emme borusu su ile doludur. Bu nedenle yükleme haznesi ile boşaltma kanalının sınırladıkları aralıkta, sıvı içinde alınan bütün noktalarda hidrostatik basınç birbirinden farklıdır.

Net düşüyü daha önce olduğu gibi, (H_n) notasyonu ile gösterelim. Dağıtıcıda, akım hızı (v) olduğuna göre, (I kg) suyun sahip olduğu potansiyel enerjinin kinetik enerjiye dönüştürülemeyen miktarı

$$\left(H_n - \frac{v^2}{2 \cdot g} \right)$$

olur.

Türbine giren suyun sahip olduğu potansiyel enerjinin bir bölümü dağıtıcıda, diğer bölümü de hareketli çarkta kinetik enerjiye dönüştürülür. İşte, Hidrolikte, hareketli çarkta kinetik enerjiye dönüştürülen potansiyel enerjinin dağıtıcıya girerken suyun sahip olduğu potansiyel enerjiye oranına TEPKİ DERECESİ denir. Tepki derecesini (T_d) notasyonu ile gösterecek olursak yapmış olduğumuz bu tanıma göre,

$$T_d = \frac{H_n - \frac{v^2}{2 \cdot g}}{H_n}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$m = \sqrt{2 \cdot g \cdot (I - T_d)}$$

olursa

$$T_d = \frac{H_n - \frac{v^2}{2 \cdot g}}{H_n}$$

eşitliğinden

$$v = m \cdot \sqrt{H_n}$$

eşitliği elde edilir.

c) EMME BORUSU VE EMME YÜKSEKLİĞİ

Dağıtıcıya giren suyun basıncı, dağıtıcı ile yükleme haznesinde suyun serbest yüzü arasındaki seviye farkını karşılayan statik sıvı basıncına eşittir. Dağıtıcıdan çıkan suyun belirli bir hızı vardır ve bu nedenle basıncı daha küçüktür. Dağıtıcıya girişte statik sıvı seviyesinin (H) ve dağıtıcıdan çıkışta akım hızını da (V) ile gösterelim. Bu durumda, dağıtıcıdan çıkışta, su sütunu cinsinden suyun efektif basıncı

$$\left(H - \frac{V^2}{2 \cdot g} \right)$$

olur.

Türbinde kullanılan su, bir borunun aracılığı ile boşaltma kanalına gönderilir. Türbinde kullanılan suyu boşaltma kanalına taşıyan boruya EMME BORUSU adı verilir. Emme borusunun bir ucu türbine ve diğer ucu da boşaltma kanalına bağlı olduğu için atmosfer basıncının etkisi ile bu borunun içinde daima su bulunur. Boşaltma kanalındaki suyun serbest yüzü ile emme borusunun türbine bağlandığı yer arasındaki seviye farkını (h) ile gösterelim. Buna göre, emme borusuna girişte mutlak basınç, su sütununun cinsinden

$$\left(\frac{P_{atm}}{\gamma} - h \right)$$

olur. (h), Hidrolikte, emme yüksekliği olarak adlandırılır. Emme yüksekliği ne kadar büyük olursa kanatlardan çıkıştaki ya da emme borusuna girişteki basınç da o kadar küçük olur.

Dağıtıcıdan çıkışta ya da kanatlara girişte suyun mutlak basıncını (P) ile gösterecek olursak daha önce yapmış olduğumuz tanıma göre

$$P = P_{atm} + \gamma \cdot \left(H - \frac{V^2}{2 \cdot g} \right)$$

eşitliğini yazabiliriz. Emme borusuna girişte ya da kanatlardan çıkışta mutlak basıncı (P₁) ve bağıl hızı da (W₁) ile gösterelim. Kanatlara giriş ve çıkış arasına, yersel yük kayıpları ile hidrolik kayıpların bu-

lanmadığını varsayıp Bernoulli Teoremini uygularsak, kanatlara girişte bağıl hız (W) olduğuna göre,

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{W^2}{2 \cdot g} + W_m = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{W_1^2}{2 \cdot g}$$

eşitliğini yazabiliriz. eşitliğin sol yanında yer alan (W_m), kanatlara giriş ve çıkış arasında merkezkaç kuvvetin yaptığı işi göstermektedir. Kanatlara giriş ve çıkış arasında merkezkaç kuvvetin yaptığı iş, kanatlara giriş ve çıkışta çevresel hız sırası ile (U) ve (U₁) olduğuna göre,

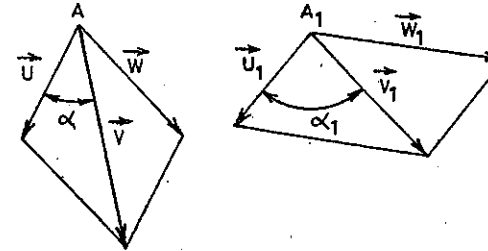
$$W_m = \frac{I}{2 \cdot g} \cdot (U_1^2 - U^2)$$

eşitliğinden yararlanılarak bulunur. Kanatlara giriş ve çıkışta suyun mutlak hızı, çevresel hızla bağıl hızın vektörel toplamına eşittir ve bu vektörel notasyonlardan yararlanılarak

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U}$$

$$\vec{V}_1 = \vec{W}_1 + \vec{U}_1$$

eşitlikleri ile ifade edilir.



(Şekil - 16.11)

(Şekil - 11)'de, kanatlar giriş ve çıkışta, bağıl ve çevresel hızları gösteren vektörlerin vektörel toplamı görülmektedir. Bu durumda

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U}$$

$$\vec{V}_1 = \vec{W}_1 + \vec{U}_1$$

şeklindeki vektörel eşitlikleri skaler notasyonlardan yararlanarak

$$W^2 = V^2 + U^2 - 2 \cdot V \cdot U \cdot \cos \alpha$$

$$W_1^2 = V_1^2 + U_1^2 - 2 \cdot V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1$$

şeklinde yazabiliriz. Eğer

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{W^2}{2 \cdot g} + W_m = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{W_1^2}{2 \cdot g}$$

$$W_m = \frac{I}{2 \cdot g} \cdot (U_1^2 - U^2)$$

$$W^2 = V^2 + U^2 - 2 \cdot U \cdot V \cdot \cos \alpha$$

$$W_1^2 = V_1^2 + U_1^2 - 2 \cdot U_1 \cdot V_1 \cdot \cos \alpha_1$$

eşitliklerinin birleşimi yapılırsa

$$\frac{P - P_1}{\gamma} = \frac{V_1^2 - V^2}{2 \cdot g} + \frac{V \cdot U \cdot \cos \alpha - V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1}{g}$$

eşitliği elde edilir. Şimdi

$$\frac{P - P_1}{\gamma} = \frac{V_1^2 - V^2}{2 \cdot g} + \frac{V \cdot U \cdot \cos \alpha - V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1}{g}$$

eşitliği ile

$$\eta h \cdot g \cdot H_n = V \cdot U \cdot \cos \alpha - V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$P = P_{atm} + \gamma \cdot \left(H - \frac{V^2}{2 \cdot g} \right)$$

$$P_1 = P_{atm} - \gamma \cdot h$$

$$H = H_n - h$$

eşitliklerinin birleşimini yapalım. Bu eşitliklerin birleşiminden

$$V_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_n \cdot (1 - \eta h)}$$

eşitliğini elde ederiz. Açık olarak görülmektedir ki, kanatlara giriş hızı gibi kanatlardan çıkış hızı da net düşünün bir fonksiyonudur.

d) FRANCIS TÜRBİNLERİNDE GÜÇ VE DÜŞÜ

Francis türbinlerinde güç,

$$N = \frac{G}{g} \cdot (V \cdot U \cdot \cos \alpha - V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1)$$

şeklinde, daha önce çıkarmış olduğumuz Euler Formülünden yararlanılarak bulunur. Çıkış hızının en küçük değerini alabilmesi için kanatlardan çıkış açısının (90°) olması gerekir. Kanatlardan çıkış açısı (90°) olunca

$$N = \frac{G}{g} \cdot V \cdot U \cdot \cos \alpha$$

eşitliği elde edilir. Açık olarak görülmektedir ki, Francis türbinlerinde güç, türbine giren su miktarı ve dağıtıcıdan çıkış hızı değişmemek koşulu ile kanatlara giriş açısına bağlıdır.

	NET DÜŞÜ (m)	EN İYİ VERİMDEKİ GÜÇ N _v (B B)	MAKSİMUM GÜÇ N _{max} (B B)	GÜÇLER ARASINDAKİ ORAN
BÜYÜK GÜÇLÜ FRANCİSLER	250	45 600	56 700	81,4
	149	53 750	65 000	82,6
	75	26 200	31 700	83,1
	55	63 000	79 300	79,2
	34	22 300	27 100	82,5
	33,7	43 500	51 800	83,6
	29	14,700	17 150	85,8
	28	36 100	49 100	88,1
	27,4	30 400	34 000	89,5
KÜÇÜK GÜÇLÜ FRANCİSLER	27	48 750	54 750	89,0
	100	3 000	3 560	84,5
	61,5	1 300	1 400	88,0
	52	2,180	2 430	89,5
	42	1 225	1 360	89,8
17,9	740	820	90,4	

Yukarıdaki çizelgede, farklı düşülerde çalışan ve uygulama alanında gerçekleştirilmiş olan Francis türbinlerinin en iyi verimdeki güçleri

ile aynı düşüdeki maksimum güçleri ve bunlar arasındaki oran gösterilmektedir.

e) ÖZGÜL DÖNME SAYISI

Francis türbinlerinde, özgül dönme sayısının hesabında

$$n_c = \frac{6850}{H_n + 10} + 84$$

şeklindeki CREAGER - JUSTIN FORMÜLÜ ile

$$n_c = \frac{2000}{H_n^{0,56}}$$

şeklindeki VOORDUIN FORMÜLÜNDEN yararlanılır. Creager - Justin Formülü ile Voorduin Formülünde yer alan (H_n) net düşüyü göstermektedir. Her iki formülde de özgül dönme sayısı sadece net düşünün birer fonksiyonu olarak ifade edilmiştir.

Gerçekte, Creager - Justin ve Voorduin Formüllerinden elde edilen sonuçlar, özgül dönme sayısının yaklaşık değerlerini verirler. Bu nedenle duyarlı yapılması gereken türbin hesaplarında Creager - Justin ve Voorduin Formüllerinden çok uygulama alanında elde edilen sonuçlardan yararlanmak gerekir. Yapılan teknolojik araştırmalarla, özgül dönme sayısı ile çark giriş ve çıkış çapları arasında da yakın bir ilişki bulunduğu ortaya koymuşlardır. Çark giriş çapını (D_1) ve çark çıkış çapını da (D_2) ile gösterelim. Teknolojik araştırmaların sonuçlarına göre ($n_c < 200$) olduğu zaman ($D_1 > D_2$) bağıntısı, ($n_c = 200$) olduğu zaman ($D_1 = D_2$) eşitliği ve ($n_c > 200$) olduğu zaman da ($D_1 < D_2$) bağıntısı gerçekleşmelidir. Çark giriş ve çıkış çaplarının besabında yine teknolojik araştırmaların sonuçlarına dayanılarak önerilen

$$D_1 = 62,5 \cdot \frac{H_n^{1/2}}{n}$$

ve

$$D_2 = 4,33 \cdot \left(\frac{Q}{n} \right)^{1/3}$$

şeklindeki ampirik formüllerden yararlanılır.

Francis türbinlerinin yerleştirilmesinde karşılaşılan en önemli sorun kavitasyonun önlenmesi sorunudur. Bunun için Francis türbinleri yerleştirilirken çıkış kanalındaki suyun serbest yüzü ile emme borusuna giriş arasındaki kot farkının yani emme yüksekliğinin iyi belirlenmesi gerekir. Emme borusuna girişteki ya da kanatlardan çıkıştaki basıncı karşılayan statik sıvı yüksekliğinin net düşüye oranına Hidrolikte, KAVİTASYON ETKENİ denir ve (K_e) notasyonu ile gösterilir. Kanatlardan çıkışta ya da emme borusuna girişte basıncı (P_1) ile gösterelim. Santral binasının inşa edildiği yerde atmosfer basıncı (P_m) ve emme yüksekliği de (h) olduğuna göre (P_1), (P_m) ve (h) arasındaki ilişki

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_m}{\gamma} - h$$

eşitliği ile verilir. Bundan sonra yukarıda yapmış olduğumuz tanım uyarınca

$$K_e = \frac{\frac{P_1}{\gamma}}{H_n}$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$K_e = \frac{\frac{P_1}{\gamma}}{H_n}$$

ve

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_m}{\gamma} - h$$

eşitliklerinin birleşimini yapacak olursak

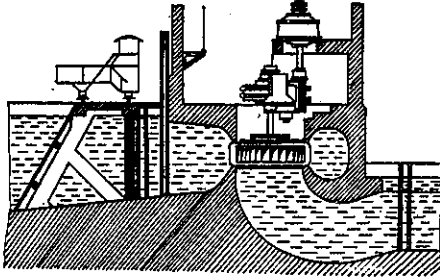
$$h = \frac{P_m}{\gamma} - K_e \cdot H_n$$

eşitliğini elde ederiz.

Kavitasyon etkeni, aslında, özgül dönme sayısının bir fonksiyonudur. Kaviteasyon etkeni ile özgül dönme sayısı arasındaki ilişki

$$K_e = 0,024 \cdot \left(\frac{n_c}{100} \right)^{1,8}$$

şeklindeki ampirik formül ile verilir.



FRANCIS TÜRBİNİ YERLEŞTİRİLMİŞ
BİR BARAJ SANTRALİ
(Şekil - 16.12)

ÖRNEK PROBLEM

Deniz seviyesinden (300 m)
yüksekte, (300 m)'lik net düşüğe
ve (24 m³/sn)'lik debiye sahip
bir baraj santrali kurulmak iste-
niyor. Santrale (4 adet) düşük hızlı
Francis türbin yerleştirilecektir.
Hidrolik verim (0,85) olduğuna göre,
türbinlerden her birinin gücünü,
özgül dönme sayısını, çark

giriş ve çıkış çapları ile en büyük emme yüksekliğini hesaplayınız.

PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

I) TÜRBİNİN GÜCÜ

Santrale yerleştirilen türbinlerin gücünün hesaplanmasında

$$N = \frac{G}{g} \cdot U \cdot V \cdot \cos \alpha$$

eşitliği ile

$$U = \frac{g \cdot H_n \cdot \eta_h}{V \cdot \cos \alpha}$$

eşitliğinden yararlanılır. Bu eşitliklerin birleşimi yapılırsa

$$N = G \cdot H_n \cdot \eta_h$$

eşitliği elde edilir.

$$H_n = 300 \text{ m}$$

$$\eta_h = 0,85$$

$$Q = 24 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$G = \frac{Q}{4} \cdot \gamma = \frac{24}{4} \cdot 1000 = 6000 \text{ kg}$$

$$G = 6000 \text{ kg}$$

$$N = G \cdot H_n \cdot \eta_h = 600 \cdot 300 \cdot 0,85 = 1530000 \text{ kgm} / \text{sn}$$

$$N = 1530000 \text{ kgm} / \text{sn} = 20400 \text{ B B}$$

2) ÖZGÜL DÖNME SAYISI

Özgül dönme sayısını Creager - Justin Formülünden yararlanarak hesaplayabiliriz. Creager - Justin Formülü, bilindiği gibi,

$$n_c = \frac{6850}{H_n + 10} + 84$$

şeklindedir.

$$n_c = \frac{6850}{H_n + 10} + 84 = \frac{6850}{300 + 10} + 84 = 106,129 \text{ dev} / \text{dak}$$

sonucu tam sayıya tamamlamak gerekir. Bu durumda

$$n_c = 107 \text{ dev} / \text{dak}$$

olur.

3) ÇARK GİRİŞ VE ÇIKIŞ ÇAPLARI

($n_c < 200$) olduğu için ($D_1 > D_2$) olmalıdır.

$$n_c = \frac{\sqrt{N}}{H_n^{5/4}} \cdot n$$

eşitliğinden yararlanarak

$$n_c = \frac{n_c \cdot H_n^{5/4}}{\sqrt{N}} \quad -441-$$

eşitliğini yazabiliriz.

$$n = \frac{n_c \cdot H_n^{5/4}}{\sqrt{N}} = \frac{107 \cdot 300^{5/4}}{\sqrt{20 \cdot 400}} = 940 \text{ dev / dak}$$

$n = 940 \text{ dev / dak}$

$$D_1 = 62,5 \cdot \frac{H_n^{1/2}}{n}$$

$$D_1 = 62,5 \cdot \frac{H_n^{1/2}}{n} = 62,5 \cdot \frac{300^{1/2}}{940} = 1,15 \text{ m}$$

$D_1 = 1,15 \text{ m}$

$$D_2 = 4,33 \cdot \left(\frac{Q}{n} \right)^{1/3}$$

$$D_2 = 4,33 \cdot \left(\frac{Q}{n} \right)^{1/3} = 4,33 \cdot \left(\frac{6}{940} \right)^{1/3} = 0,80 \text{ m}$$

$D_2 = 0,80 \text{ m}$

4) EN BÜYÜK EMME YÜKSEKLİĞİ

Bunun için önce kavitezyon etkenini bulmak gerekir.

$$K_e = 0,0240 \cdot \left(\frac{n_c}{100} \right)^{1,8}$$

$$K_e = 0,0240 \cdot \left(\frac{n_c}{100} \right)^{1,8} = 0,0240 \cdot \left(\frac{107}{100} \right)^{1,8} = 0,0271$$

$K_e = 0,0271$

Şimdi de deniz seviyesinden (300 m) yükseklikte atmosfer basıncını bulacağız. Deniz seviyesinden (300 m) yüksekte atmosfer basıncını bulmak için

$$\ln P_m = \ln (1,033 \cdot 10^4) - \frac{z_m}{8 \ 000}$$

eşitliğinden yararlanmak gerekir.

$$\ln P_m = \ln (1,033 \cdot 10^4) - \frac{z_m}{8 \ 000} = \ln(1,033 \cdot 10^4) - \frac{300}{8 \ 000} = 9,20535$$

$$\ln P_m = 9,20535$$

$$P_m = 0,995 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

Emme yüksekliğinin hesaplanmasında

$$h = \frac{P_m}{\gamma} - K_e \cdot H_n$$

eşitliğinden yararlanılır.

$$h = \frac{P_m}{\gamma} - K_e \cdot H_n = \frac{0,995 \cdot 10^4}{10^3} - 0,0271 \cdot 300 = 1,82 \text{ m}$$

$h = 1,82 \text{ m}$

ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

16 - 3. 1. PROBLEM

Deniz seviyesinden (160 m) yükseklikte, (120 m)'lik net düşüye ve (12 m³ / sn)'lik debiye sahip bir baraj santrali kurulacaktır.

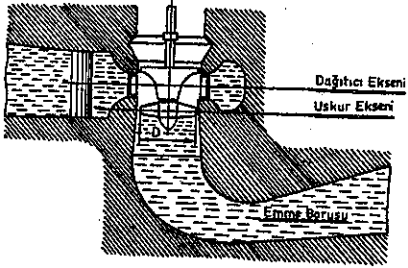
Baraj santralına geometrik boyutları aynı olan (2 adet) Francis türbini yerleştirilecektir. Hidrolik verim (0,85) olduğuna göre, türbinlerden her birinin gücünü, özgül dönme sayısını, çark giriş ve çıkış çapları ile en büyük emme yüksekliğini hesaplayınız.

4) USKURLU TÜRBİNLER

a) USKURLU TÜRBİNLERİN TANIMI

Uskurlu türbinler tepkili türbinlerdir. Bunların çarkları dışında Francis türbinlerinden farklı yanları yoktur. Genellikle, büyük debi ve küçük düşülerden büyük güç elde edebilmek için hidrolik santral-larda uskurlu türbinlerden yararlanılmaktadır. Küçük düşü ve büyük debilerde Francis türbinlerinden yararlanmak hemen hemen olanaksızdır. Çünkü küçük düşü ve büyük debiler için imal edilecek Francis türbinlerinin geometrik boyutlarını sanıldığından da büyük tutmak gerekir. Bu, taşıma ve

montaj güçlüklerinin yanında hem hidrolik santralin boyutlarını büyüt-
meyi gerektirir ve hem de devir sayısı
küçük ve elde edilen güç büyük olduğu
için anamalin elektrik üreticisine doğ-
rudan bağlanmasına engel olur.



(Şekil - 16.13)

(Şekil - 16.13)'te bir uskurlu
türbinin şeması görülmektedir. Bu tür-
binlerde dağıtıcı radyaldır. Uskur

silindirik bir tamburla bu tambur üzerinde bulunan helisel kanatlardan
oluşturmuştur. Helisel kanatların sayısı, genellikle, (3) ile (8) arasın-
da değişir. Uskurun yapımında ve özellikle kanat sayısının saptanmasında
kanatların birbirini örtmemesine özen gösterilir. Uskur göbeğinin hem bo-
yutlarının büyük tutulması ve hem de uc tarafına bir başlık geçirilmesi
gerekir. Bunun nedeni, uskurlu türbinlerde özgül dönme sayısı çok büyük
olduğu için kayıpları önlemek, titreşimlerin ve kavitasyonun oluşumunu
engellemektir. (Şekil - 16.14)'de (3) kanatlı bir uskur görülmektedir.

b) USKURLU TÜRBİNLERİNDE GÜÇ VE DÜŞÜ

Uskurlu türbinler, yukarıda da değinildiği gibi, büyük debi
ve alçak düşü türbinleridir. Bu türbinlerin gücünün hesaplanmasında

$$N = \frac{G}{g} \cdot (V \cdot U \cdot \cos \alpha - V_1 \cdot U_1 \cdot \cos \alpha_1)$$

şeklindeki Euler Formülünden yararlanılır. Kanatlardan çıkış hızının en
küçük değerini alabilmesi için kanatlardan çıkış açısının (90°) olması
gerekir. Euler Formülünde kanatlardan çıkış açısı yerine (90°) konulursa

$$N = \frac{G}{g} \cdot V \cdot U \cdot \cos \alpha$$

ışitliği elde edilir.



(Şekil - 16.14)

NET DÜŞÜ (m)	EN İYİ VERİMDEKİ GÜÇ N _v (B B)	MAKSİMUM GÜÇ N _{max} (B B)	GÜÇLER ARASINDAKİ ORAN N _v / N _{max}
14,7	47 300	51 200	92,5
12,2	4 160	4 540	91,6
8,2	5 440	5 680	95,7
8,2	3 450	3 650	94,5
6,4	2 590	2 680	96

Yukarıdaki çizelgede, uygulama alanında gerçekleştirilen ve farklı
düşülerde çalışan uskurlu türbinlerin en iyi verimdeki güçleri ile aynı
düşüdeki maksimum güçleri ve bunlar arasındaki oran gösterilmektedir.

c) ÖZGÜL DÖNME SAYISI, KAVİTASYON ETKENİ, EME YÜKSEKLİĞİ VE USKUR ÇAPI

Uskurlu türbinlerde özgül dönme sayısının hesaplanmasında
CREAGER - JUSTIN FORMÜLÜNDEN yararlanılır. Bir çok deneylerin ve tek-
nolojik araştırmaların sonuçlarına dayandırılan bu ampirik formül

$$n_c = \frac{9 500}{H_n + 10} + 156$$

şeklindedir. Creager - Justin Formülünde, açık olarak görülmektedir ki,
özgül dönme sayısı net düşünün bir fonksiyonudur.

Kavitasyon etkeni ile özgül dönme sayısı arasındaki ilişki, us-
kurlu türbinlerde de Francis türbinlerinde olduğu gibi

$$K_e = 0,0240 \cdot \left(\frac{n_c}{100} \right)^{1,8}$$

şeklindeki ampirik formülle verilir. Kavitasyon etkeni

$$K_e = \frac{\frac{P_1}{\gamma}}{H_n}$$

ve emme yüksekliği de

$$h = \frac{P_m}{\gamma} - \frac{P_1}{\gamma}$$

olduğu için bu eşitliklerin birleşiminden

$$h = \frac{P_m}{\gamma} - K_e \cdot H_n$$

eşitliği elde edilir. Uskurlu türbinlerde uskur çapı daha önce çıkarmış olduğumuz

$$D = \sqrt{\frac{G}{K \cdot \sqrt{H_n}}}$$

şeklindeki eşitlikten yararlanılarak bulunur. Ağırlık debisi, hacimsel debi ile sıvının özgül ağırlığının çarpımına eşittir.

$$G = \gamma \cdot Q$$

eşitliği ile

$$D = \sqrt{\frac{G}{K \cdot \sqrt{H_n}}}$$

eşitliğinin birleşimini yapacak olursak

$$D = \sqrt{\frac{\gamma}{K}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H_n}}}$$

eşitliğini elde ederiz. Bu eşitlikte yer alan $\left(\sqrt{\frac{\gamma}{K}}\right)$, (k) ile gösterilir ve

$$D = k \cdot \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H_n}}}$$

eşitliği yazılır. Özgül dönme sayısı bilindiğine göre, (k), (Şekil-16,15)'de görülen diyagramdan yararlanılarak bulunur.

ÖRNEK PROBLEM

Deniz seviyesinden yaklaşık olarak (1000 m) yüksekte bir baraj santrali kurulacaktır. Bu baraj santralında net düşü (20 m), debi de (45 m³/sn) olduğu için geometrik boyutları aynı olan (6 adet) uskurlu türbinden yararlanılacaktır. Hidrolik verim (0,85) olduğuna göre, türbinlerden her birinin gücünü, özgül dönme sayısını, kavitasyon etkeni ile emme yüksekliğini ve uskur çapını hesaplayınız.

PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1) TÜRBİNİN GÜCÜ

(B B) olarak türbinin gücünün hesaplanmasında

$$N = \frac{G \cdot H_n}{75} \cdot \eta_h$$

eşitliğinden yararlanılır.

$$G = \frac{Q}{6} \cdot \gamma = \frac{45}{6} \cdot 1000 = 7500 \text{ kg / sn}$$

$$G = 7500 \text{ kg / sn}$$

$$H_n = 20 \text{ m}$$

$$\eta_h = 0,85$$

$$N = \frac{G \cdot H_n}{75} \cdot \eta_h = \frac{7500 \cdot 20}{75} \cdot 0,85 = 1700 \text{ B B}$$

$$N = 1700 \text{ B B}$$

2) ÖZGÜL DÖNME SAYISI

Özgül dönme sayısını bulmak için

$$n_c = \frac{9500}{H_n + 10} + 156$$

Şeklindeki CREAGER - JUSTIN FORMÜLÜNDEN yararlanılır.

$$n_c = \frac{9500}{H_n + 10} + 156 = \frac{9500}{20 + 10} + 156 = 469,33 \text{ dev / dak}$$

Sonucu tam sayıya tamamlamak gerekir. Bu durumda

$$n_c = 470 / \text{dak}$$

olur.

3) EMME YÜKSEKLİĞİ

Emme yüksekliğini bulmak için önce kavitasyon etkenini bulmak gerekir. Kavitasyon etkeni

$$K_e = 0,0240 \cdot \left(\frac{n_c}{100} \right)^{1,8}$$

şeklinde verilmiş olan ampirik formülden yararlanılarak bulunur.

$$K_e = 0,0240 \cdot \left(\frac{n_c}{100} \right)^{1,8} = 0,0240 \cdot \left(\frac{470}{100} \right)^{1,8} = 0,39$$

$$K_e = 0,39$$

Emme yüksekliğinin bulunmasında

$$h = \frac{P_m}{\gamma} - K_e \cdot H_n$$

şeklindeki eşitlikten yararlanılır. (P_m), bilindiği gibi, baraj santralının kurulduğu yerdeki atmosfer basıncıdır ve değeri

$$\ln P_m = \ln (1,033 \cdot 10^4) - \frac{z_m}{8\,000}$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır.

$$z_m = 1000 \text{ m}$$

$$\ln P_m = \ln (1,033 \cdot 10^4) - \frac{z_m}{8\,000} = \ln (1,033 \cdot 10^4) - \frac{1\,000}{8\,000} = 9,11781$$

$$\ln P_m = 9,11781$$

$$P_m = 0,912 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

$$h = \frac{P_m}{\gamma} - K_e \cdot H_n = \frac{0,912 \cdot 10^4}{1000} - 0,39 \cdot 20 = 1,32 \text{ m}$$

$$h = 1,32 \text{ m}$$

4) USKUR ÇAPI

Uskur çapı,

$$D = k \cdot \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H_n}}}$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplanır. (k) katsayısını bulmak için (Şekil-16.15)'de görülen diyagramdan yararlanmak gerekir. Bu diyagramdan yararlanarak (k)'nin değerini (0,79) buluruz.

$$Q = 7,5 \text{ m}^3 / \text{sn}$$

$$D = k \cdot \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H_n}}} = 0,79 \cdot \sqrt{\frac{7,5}{\sqrt{20}}} = 1,49 \text{ m}$$

$$D = 1,49 \text{ m}$$

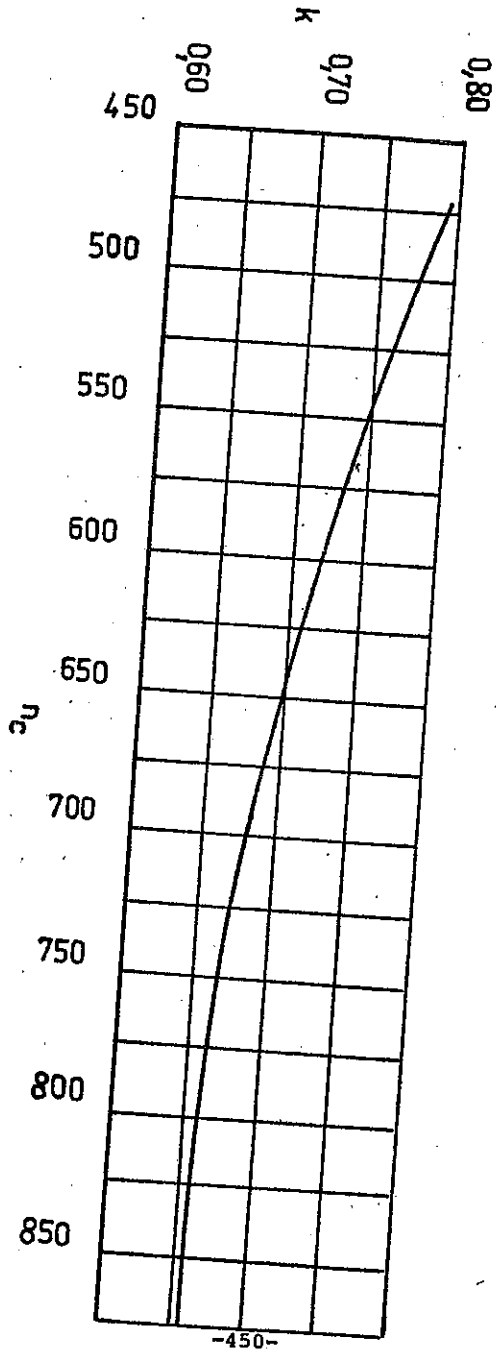
ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

16 - 4.1. PROBLEM

(12 m)'lik net düşü altında ve (32 m³/sn)'lik debide çalışacak bir baraj santralı kurulacaktır. Santralın kurulacağı yerin deniz seviyesinden yüksekliği (900 m)'dir. Baraj santralına geometrik boyutları aynı olan (4 adet) uskurlu türbin yerleştirilecektir. Hidrolik verim (0,90) olduğuna göre, baraj santralına yerleştirilecek uskurlu türbinlerden her birinin gücünü, özgül dönme sayısını, uskur çapını ve en büyük emme yüksekliğini hesaplayınız.

16 - 4.2. PROBLEM

(14,7 m)'lik net düşü altında, en büyük gücü (51 200 B B) olan uskurlu türbinin ön projesi hazırlanacaktır. Uskurlu türbinin kurulacağı yerin deniz seviyesinden yüksekliği (160 m)'dir. Bu verilerden yararlanarak uskurlu türbinin en iyi verimdeki gücünü, kritik düşüsünü, uskur çapı ile emme yüksekliğini hesaplayınız.

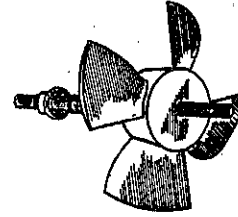


-450-

5) KAPLAN TÜRBİNLERİ

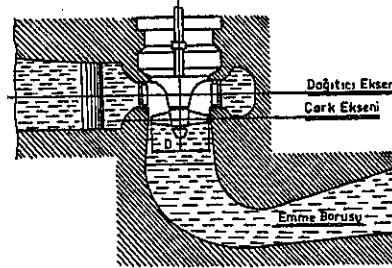
a) KAPLAN TÜRBİNLERİNİN TANIMI

Kaplan türbinleri de, Francis türbinleri ve uskurlu türbinler gibi, tepkili türbinlerdir. Bu türbinlerin uskurlu türbinlerden farkı, uskur kanatlarının hareketli olmasıdır. (Şekil - 16.16)'da Kaplan türbinlerinin kanatları hareketli uskuru görülmektedir. Kaplan türbinlerinde



(Şekil - 16.16)

uskur kanatlarının konumu, anamilin içinden geçen bir milin aracılığı ile ayarlanır. Anamilin içinden geçen milin dağıtıcısının kanatlarını da ayarlama olasıdır. Kaplan türbinlerinin en belirgin ve diğer tepkili türbinlere üstün olan niteliği, dağıtıcıdan geçen su miktarına göre uskur kanatlarının konumunun değiştirilebilmesi ve böylece net düşüde meydana gelen azalma ya da çoğalmalardan etkilenmeksizin yüksek bir verim elde edilebilmesidir. (Şekil - 16.17)'de bir Kaplan türbininin şeması görülmektedir. Kaplan türbinlerinde uskur ve dağıtıcı kanatları kapanabildikleri ve sızıntıyı önleyebildikleri için çoğu zaman giriş vanası bile kullanılmaz.



(Şekil - 16.17)

b) KAPLAN TÜRBİNLERİNDE GÜÇ VE NET DÜŞÜ

Kaplan türbinleri, genellikle, alçak düşüler için imâl edilirler. Bazı baraj santrallerinde sık sık kısmi yük altında çalışmak zorunluluğu vardır. Kısmi yük altında çalışma zorunluluğunun bulunduğu baraj santrallerinde, özellikle, Kaplan türbinlerinden yararlanmak gerekir. Bu santrallerde yükün değişmeyen bölümü uskurlu türbinlerle değişen bölümleri de kaplan türbinleri ile karşılanır. Bunun nedeni tam yükte çalışan uskurlu türbinlerin veriminin Kaplan türbinlerinin veriminden daha yüksek olmasıdır. Ayrıca yağışlar

-451-

ve kuraklık nedeni ile baraj santrallerinde net düşü sürekli olarak değişir. Net düşü değiştiği halde türbin gücünün sabit tutulması gerekir. Bu, ancak dağıtıcı kanatları ile birlikte uskur kanatları da ayarlanabilen Kaplan türbinleri kullanılarak gerçekleştirilebilir. Aşağıdaki çizelgede, değişik düşülerde çalışan ve uygulama alanında gerçekleştirilmiş olan Kaplan türbinlerinin en iyi verimdeki güçleri ile aynı düşüdeki maksimum güçleri ve bunlar arasındaki oran gösterilmektedir.

NET DÜŞÜ (m)	EN İYİ VERİMDEKİ GÜÇ N_v (B B)	MAKSİMUM GÜÇ N_{max} (B B)	GÜÇLER ARASINDAKİ ORAN N_v / N_{max}
21,34	43 800	67 600	64,8
18,30	48 975	58 100	84,3
16,75	33 460	43 000	77,5
15,55	43 400	54 500	79,6
15,20	43 600	68 900	66,0
13,10	37 500	48 600	77,0
9,75	23 300	34 000	68,3

Kaplan türbinlerinin hesabında, genellikle, uskurlu türbinlerin hesabında başvurulan yöntem ve formüllerden yararlanılır. Kaplan türbinlerinde en iyi verimdeki güçle maksimum güç arasındaki oran (0,75) alınır.

ÖRNEK PROBLEM

Bir nehir santralında (II m)'lik net düşü altında (300 m³/sn) lik debi ile bir Kaplan türbini çalışmaktadır. Nehir santrali deniz seviyesinden (200 m) yüksekte kurulmuştur. Hidrolik verim (0,85) olduğuna göre, türbinin gücünü, özgül dönme sayısını, emme yüksekliğini ve kanatları hareketli uskur çapını hesaplayınız.

PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

1) TÜRBİNİN GÜCÜ

(B B) olarak türbinin gücünün hesaplanmasında

$$N = \frac{G \cdot H_n}{75} \cdot \eta_h$$

eşitliğinden yararlanılır.

$$G = \gamma \cdot Q = 1000 \cdot 300 = 300\,000 \text{ kg / sn}$$

$$G = 300\,000 \text{ kg / sn}$$

$$N = \frac{G \cdot H_n}{75} \cdot \eta_h = \frac{300\,000 \cdot II}{75} \cdot 0,85 = 37\,400 \text{ B B}$$

$$N = 37\,400 \text{ B B}$$

2) ÖZGÜL DÖNME SAYISI

Özgül dönme sayısının hesabında

$$n_c = \frac{9\,500}{H_n + 10} + 156$$

şeklindeki CREAGEN - JUSTİN FORMÜLDEN yararlanılır.

$$n_c = \frac{9\,500}{H_n + 10} + 156 = \frac{9\,500}{II + 10} + 156 = 608,38 \text{ dev / dak}$$

Sonucu tam sayıya tamamlamak gerekir. Bu durumda

$$n_c = 609 \text{ dev / dak}$$

olur.

3) EMME YÜKSEKLİĞİ

Bunun için önce kavitasyonun etkenini bulmak gerekir. Kavitasyon etkeninin bulunmasında

$$K_e = 0,0240 \cdot \left(\frac{n_c}{100} \right)^{1,8}$$

lan eşitlikten yararlanılır.

ve k
g'

$$\left(\frac{n_c}{100} \right)^{1,8} = 0,0240 \cdot \left(\frac{609}{100} \right)^{1,8} = 0,6011$$

anın bulunduğu yerdeki atmosfer basıncının hesaplan-
masında

$$\ln P_m = \ln (1,033 \cdot 10^4) - \frac{z_m}{8.000}$$

şeklindeki eşitlikten yararlanmak gerekir.

$$z_m = 200 \text{ m}$$

$$\ln P_m = \ln (1,033 \cdot 10^4) - \frac{z_m}{8.000} = \ln (1,033 \cdot 10^4) - \frac{200}{8.000} = 9,21781$$

$$\ln P_m = 9,21781$$

$$P_m = 1,008 \cdot 10^4 \text{ kg / m}^2$$

$$h = \frac{P_m}{\gamma} - K_e \cdot H_n$$

$$h = \frac{P_m}{\gamma} - K_e \cdot H_n = \frac{1,008 \cdot 10^4}{10^3} - 0,6011 \cdot 11 = 3,3689 \text{ m}$$

$$h = 3,3689 \text{ m}$$

4) USKUR ÇAPI

Uskur çapını

$$D = k \cdot \sqrt{\frac{Q}{H_n}}$$

eşitliğinden yararlanarak hesaplayacağız. Bu eşitlikte yer alan (k)'nin
değeri (Şekil-16.15)'deki diyagramdan yararlanılarak (0,725) bulun-

$$D = k \cdot \sqrt{\frac{Q}{H_n}} = 0,725 \cdot \sqrt{\frac{300}{11}} = 9,3$$

$$D = 9,3 \text{ m}$$

5) ANAMİLİN DEVİR SAYISI

Anamilin devir sayısının hesabında

$$n_c = \frac{\sqrt{N}}{H_n^{5/4}}$$

şeklinde bulmuş olduğumuz eşitlikten yararlanılır.

$$n = \frac{n_c \cdot H_n^{5/4}}{\sqrt{N}} = \frac{609 \cdot 11^{5/4}}{\sqrt{37.400}} = 63 \text{ dev / dak}$$

$$n = 63 \text{ dev / dak}$$

ÇÖZÜMLENECEK PROBLEMLER

16 - 5. 1. PROBLEM

Deniz seviyesinden (1000 m) yüksekte bir nehir santrali kur-
lacaktır. Bu nehir santralına yerleştirilecek Kaplan türbini (12 m)'
lik net düşü altında ve (24 m³ / sn)'lik debi ile çalışacaktır. Hidro-
lik verim (0,85) olduğuna göre, Kaplan türbininin gücünü, özgül dönme
sayısını, emme yüksekliğini ve uskur çapı ile anamilin devir sayısını
hesaplayınız.

16 - 5. 2. PROBLEM

Deniz seviyesinden (200 m) yüksekte bir baraj santrali kur-
lacaktır. Bu baraj santralına (21,34 m)'lik net düşü altında en iyi
verimdeki gücü (43 800 BB) olan bir Kaplan türbini yerleştirilecektir.
Bu türbinin projelendirilmesine esas olabilecek maksimum gücü, kritik
düşüyü, özgül dönme sayısını ve uskur çapını hesaplayınız.

BİBLİYOGRAFYA

A) T ü r k ç e e s e r l e r

- 1) HIDROLİK (cilt - I) - Prof . Dr. Burhanettin Berken
- 2) HIDROLİK (Permanat olmayan hareketler - Yeraltı su tabaklarının ölçümü - Permanant hareketler - Su ölçümleri) - Prof. Dr. Nurettin Taner
- 3) HIDROLİK (Cilt - 1) - Prof. Dr. Nurettin Taner
- 4) TEKNİK HIDROLİK - Prof. Melih Koçer
- 5) SU TÜRBİNLERİ VE OTOMATİK HIZ DÜZENGEÇLERİ - A. Tenot
- 6) SU TÜRBİNLERİ VE SANTRAL BİNALARI EBATLANDIRILMASI - Mehmet Turgut
- 7) FRANCIS'ler (Cilt - I - II) - Prof. Melih Koçer
- 8) AKIŞKANLAR MEKANİĞİ DERS NOTLARI - Dr. Şahap Aksoy
- 9) UYGULANMIŞ MEKANİK DERSLERİ (Cilt - 1) - Turan Kızılkaya
- 10) UYGULANMIŞ MEKANİK DERS NOTLARI - M. R. Yalçın-tepe
- 11) GENEL VE DENEL FİZİK - Prof. Dr. M. J. Lemoine ve Prof. Dr.M.A.Blanc
- 12) FİZİK - Prof. Dr. R. Tomashek
- 13) MÜHENDİSLİK TERMODİNAMİĞİNİN ESASLARI - Prof. Dr. Nejat Aybers
- 14) MEKANİK DERSLERİ - Ord. Prof. Dr. Ratip Berker
- 15) GENEL MEKANİĞE GİRİŞ - Ord. Prof. Dr. Max Planck
- 16) YÜKSEK MATEMATİK - Ord. Prof. Dr. Rudolf Rothe
- 17) PRATİK HIDROLİK PROBLEMLERİ - Prof. Dr. Cahit Özgür
- 18) HIDROLİK PROBLEMLERİ - Dr. Aygeniz Sığiner ve Dr. Mutlu Sümer
- 19) TEKNİK MEKANİK - Ord. Prof. Th. Pöshl

B) F r a n s ı z c a e s e r l e r

- 1) Précis de Mécanique de Fluides - Prof. Dr. M. Sédille
- 2) Hydrolique Générale - Prof. Dr. Albert Schlag
- 3) Hydrolique Générale - ESCAND
- 4) Les Machines hydroliques - L. Bergeron

5) HÜTTE (Manuel de l'ingénieur Tome - I et Tome - II)

- 6) Eléments de Calcul différentiel et Calcul intégral (Tome - I et Tome - 2) Th. Leconte et R. Deltheil
- 7) Mécanique de l' Ingénieur - S. Timoshenko et D.H. Young
- 8) Traité Mécanique générale et appliquée - A. Tenot et P. Chillon
- 9) Thermodynamique - Jean Mercier

C) A l m a n c a e s e r l e r

Taschenbuch für den Maschinenbau - Prof. Heinrich Dubbel

(I - II)

İNDEKS

-A-

- Açık kanallarda akış (287)
Açık kanalın uzunluk eksenine paralel savağın debisi (353)
Açık kanallarda üniform akım formülü (287)
Adiyabatik akım (173)
Akım Denklemi (144)
Akıma gösterilen dirençler (143)
Akımın tanımı (123)
Akışkanların sinematiği (97)
Akışkanın tanımı (3)
Ani Kesit daralmasında yük kaybı (216)
Ani kesit genişlemesinde yük kaybı (212)
Arşimed Kanunu (37)
Atmosfer basıncı ve yükseklik arasındaki ilişki (23)

-B-

- Basıncı birimleri (21)
Basit borular (279)
Basıncı değişimi (123)
Basıncı iletimi ilkesi (35)
Basıncı iletimi ilkesinin hidrolik makinelere uygulanması (35)
Bernoulli Denklemi (116) , (141)
Bernoulli Denklemine bir akımın bütününe uygulanması (128)
Bernoulli Denklemine geometrik anlamı ve yorumu (119)
Bir bölümü sıvı içinde bulunan ince kenarlı menfezin debisi (307)

Bir elemanter partikülün hareketi (101)
Bir haznenin ince kenarlı menfezin aracılığı ile başlatılması (308)
Bir noktada birleştirilen üç hazne sorunu (232)
Bir savağa verilecek genişlik (356)
Borü ağırları (232)
Borularda debinin azalması (230)
Borularda debinin ölçümünde kullanılan dar kesitli
cihazların normalizasyonu (378)
Boruların pratik hesabı (223)
Borularda toplam yük kayıpları ile ilgili sorunlar (226)
Borularda toplam yük kaybı formülü (223)
Borularda yersel yük kayıpları (212)
Büzülmüş kesit içinden geçiş (396)

-C-

C.G.S. Sisteminde dinamik viskozite katsayısı birimi (137)
C.G.S. Sisteminde sinematik viskozite katsayısı birimi (138)

-Ç-

Çatallarda yük kaybı (220)
Çevresel hız katsayısı (417) , (424)
Çok sayıda kollara ayrılan boru ağı (235)

-D-

Dar kesitli cihazlarla debinin ölçümü (372)
Debi (98)
Değişmeyen kesitli borularda akım (147)

-460-

Demet çapı ve kepçe boyutları (425)
Denge Denklemi (16)
Denge Koşulları (43)
Dışa çıkık silindirik lülenin debisi (315)
Dinamik viskozite katsayısı birimi (137)
Dönel cihazlarla hızların ölçümü (380)
Dupin Teoremi (45)

-E-

Eğiklik ve eğim (288)
Eğrisel ve köşeli dirseklerde yük kaybı (220)
Emme borusu ve emme yüksekliği (434)
En büyük verimi sağlayan çevresel hız (411)
Eski formüller (159)
Euler Denklemi (109)
Euler Formülü (404)

-F-

Fonksiyon f (U) (289)
Francis Türbinleri (431)
Francis Türbinlerinde dağıtıcının işleri ve tepki dererencesi (432)
Francis Türbinlerinde güç ve düşü (463)
Francis Türbinlerinin tanımı (431)

-G-

Gerçek sıvılar (135)
Gerçek sıvıların hareketinde kayıplar (135)

-461-

-H-

Hacim ya da ağırlıkla debinin ölçümü (365)
Hareketsiz sıvı içinde bulunan bir noktadaki basınç (13)
Hareketsiz sıvıların düzlem yüzeylere yaptıkları
itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı (67)
Hareketsiz sıvıların silindirik yüzeylere
yaptıkları itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı (71)
Hız ve kuvvet potansiyelinin bulunduğu durum (114)
Hızların dağılımı (287)
Hidrodinamiğin tanımı (97)
Hidrolik Türbinler (401)
Hidrolik Türbinlere değgin genel kavramlar (402)
Hidrolik yarıçap (144)
Hidrostatikğin tanımı (13)

-i-

İçe dönük silindirik lülenin debisi (313)
İnce kenarlı bir menfezle birbirine bağlanan iki haznede sıvı
seviyesinin aynı olması için geçen zaman (310)
İnce kenarlı dairesel savağın debisi (349)
İnce kenarlı dikdörtgen savağın debisi (344)
İnce kenarlı menfezin debisi (300)
İnce kenarlı menfezin tanımı (299)
İnce kenarlı üçgen savağın debisi (348)
İzotermik akım (175)
İzotermik akımın pratik yöntemle incelenmesi (177)

-462-

-K-

Kapalı boru ağı (238)
Kaplan türbinleri (451)
Kaplan türbinlerinde güç ve net düşü (451)
Kaplan türbinlerinin tanımı (451)
Kavitasyondan kaçınmak için kabul edilebilir ortalama basıncın
değeri (398)
Kavitasyonun çeperleri aşındırması (398)
Kavitasyonun meydana geldiği noktalar (395)
Kavitasyonun tanımı (395)
Kaynaşık akım (159)
Kaynaşık akımda hızın dağılımı kanunu (171)

-L-

Lacroix Teoremi (43)
Lagrange ve Euler Değişkenleri (108)
Laminer Akım - Poiseuille Formülü (153)
Laminer akımdan kaynaşık akıma geçiş (152)
Lüleler (313)

-M-

Menfezler (299)

-N-

Newton Akışkanları (139)

-463-

-H-

- Hacim ya da ağırlıkla debinin ölçümü (365)
Hareketsiz sıvı içinde bulunan bir noktadaki basınç (13)
Hareketsiz sıvıların düzlem yüzeylere yaptıkları
itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı (67)
Hareketsiz sıvıların silindirik yüzeylere
yaptıkları itme etkisi ve itme etkisi merkezinin hesabı (71)
Hız ve kuvvet potansiyelinin bulunduğu durum (114)
Hızların dağılımı (287)
Hidrodinamiğin tanımı (97)
Hidrolik Türbinler (401)
Hidrolik Türbinlere değgin genel kavramlar (402)
Hidrolik yarıçap (144)
Hidrostatikğin tanımı (13)

-I-

- İçe dönük silindirik lülenin debisi (313)
İnce kenarlı bir menfezle birbirine bağlanan iki haznede sıvı
seviyesinin aynı olması için geçen zaman (310)
İnce kenarlı dairesel savağın debisi (349)
İnce kenarlı dikdörtgen savağın debisi (344)
İnce kenarlı menfezin debisi (300)
İnce kenarlı menfezin tanımı (299)
İnce kenarlı üçgen savağın debisi (348)
İzotermik akım (175)
İzotermik akımın pratik yöntemle incelenmesi (177)

-462-

-K-

- Kapalı boru ağı (238)
Kaplan türbinleri (451)
Kaplan türbinlerinde güç ve net düşü (451)
Kaplan türbinlerinin tanımı (451)
Kavitasyondan kaçınmak için kabul edilebilir ortalama basıncın
değeri (398)
Kavitasyonun çeperleri aşındırması (398)
Kavitasyonun meydana geldiği noktalar (395)
Kavitasyonun tanımı (395)
Kaynaşık akım (159)
Kaynaşık akımda hızın dağılımı kanunu (171)

-L-

- Lacroix Teoremi (43)
Lagrange ve Euler Değişkenleri (108)
Laminer Akım - Poiseuille Formülü (153)
Laminer akımdan kaynaşık akıma geçiş (152)
Lüleler (313)

-M-

- Menfezler (299)

-N-

- Newton Akışkanları (139)

-463-

-0-

Ortalama hız (124)
Ortalama yarıçap (288)
Ortalama yükseklik (302)

-ö-

Örtü biçimleri (337)
Özgül ağırlık ve özgül kütle (4)
Özgül ağırlıkları farklı iki ayrı sıvının birbirine
karışmadan denge durumuna göre basınç ölçümü (22)
Özgül dönme sayısı (438)
Özgül dönme sayısı, kavitasyon etkeni, emme yüksekliği ve
uskur çapı (445)

-p-

Pascal Kanunu - Basınç iletimi ilkesi (35)
Pelton çarkının çapı (424)
Pelton Türbinleri (418)
Pelton Türbinlerinin boyutları (424)
Pelton Türbinlerinin düzenlenmesi (422)
Pelton Türbinlerinde en büyük verimi sağlayan çevresel hız (420)
Pelton Türbinlerinin tanımı (418)
Pitot tüpleri ile hızların ölçümü (396)
Piezometre ve yük çizgileri (142)
Pürüzlü borulardaki akımla ilgili deneysel araştırmalar (163)
Pürüzlülük (150)
Pürüzlülüğün genel fonksiyonu (166)

-464-

-s-

Savaşın tanımı (337)
Savakla boşaltmak için gerekli zaman (353)
Savakların biçimleri (337)
Savaklarla debinin ölçümü (366)
Savakta akımın genel denklemi (343)
Serbest yüzlü hareketsiz sıvılar (20)
Seviye yüzeyleri (18)
Sıkışma (8)
Sıkıştırılabilen akışkanların borularda akışı (172)
Sıkıştırılabilen akışkanların debisi (374)
Sıkıştırılamayan akışkanların debisi (373)
Sıvı içinde bulunan ince kenarlı savaşın debisi (352)
Sıvı borular ve colebrook - White Formülü (167)
Sıvı ve gazlar (3)
Sifondan geçiş (397)
Sinematik viskozite katsayısı (138)
Sinematik viskozite katsayısı birimi (138)
Suyun fiziksel özellikleri (4)
Süreklilik Denklemi (99)

-T-

Teknik birimler Sisteminde dinamik viskozite katsayısı birimi (137)
Teknik birimler sisteminde sinematik viskozite katsayısı
birimi (138)
Temel Denklem (112)

-465-

Toplam verim (417)

Corricelli Formülü (299)

Türbin anamelinin dönme sayısı (416)

Türbinlerde özgül dönme sayısı (412)

-U-

Iskurlu türbinler (443)

Iskurlu türbinlerde güç ve düşü (444)

Iskurlu türbinlerin tanımı (443)

-Ü-

Uniform akım formülünün uygulanması (291)

Uniform akım formülünde yer alan elemanların incelenmesi (288)

-V-

Yenturi kanalları ile debinin ölçümü (369)

Viskozite (136)

Viskozitenin tanımı (136)

-Y-

Yeni formüller (160)

Yerçekiminin etkilediği akışkanların dengesi (18)

Yerkin akışkanların dinamiği (108)

Yoğunluk (8)

Yük kaybının debinin fonksiyonu olarak ifadesi (162)

Yüzen cisimlerin denge durumu (47)

Yüzen cisimlerin dengesi (42)

-Z-

Yerde kuvvetin ortalama hızın fonksiyonu olarak ifadesi (125)